

**Studie eines effizienten Einsatzes der  
markierten Bremsstrahlung bei  
Doppelpolarisationsexperimenten im  
GeV-Bereich und der Nutzung der inelastischen  
Elektronstreuung unter extremen  
Vorwärtswinkeln als Alternative zur markierten  
Bremsstrahlung**

Dissertation  
zur  
Erlangung der Doktorwürde  
der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität  
zu Bonn

vorgelegt von  
Michael Konrad  
aus Bonn

Bonn 2006



Dieser Forschungsbericht wurde als Dissertation von der Mathematisch - Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen und ist auf dem Hochschulschriftenserver der ULB Bonn elektronisch publiziert.

Die Adresse lautet: [http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss\\_online](http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online)

Angenommen am: 03.03.2006  
Referent: Prof. Dr. Berthold Schoch  
Korreferent: Prof. Dr. Wolfgang Hillert



## Zusammenfassung

Zur Untersuchung der elektromagnetischen Struktur von Hadronen in Streuexperimenten, speziell von Protonen und Neutronen, werden elektromagnetischen Teilchen als Sonden eingesetzt. Die Wechselwirkungen finden in Form eines Austauschs von reellen oder virtuellen Photonen statt, die entweder elastisch oder inelastisch am Nukleon streuen. Um den Zustand des Nukleons nach der Streuung zu bestimmen, ist die Kenntnis von Energie und Polarisation des einfallenden Photons von großer Wichtigkeit, obwohl es durchaus möglich wäre, bei bekanntem Targetzustand aufgrund der gemessenen Endzustände Rückschlüsse auf das Photon zu ziehen.

In dieser Arbeit werden Möglichkeiten der Präparation von bekannten Photonen beschrieben. Ein Schwerpunkt wird hierbei auf die Markierung von Photonen der Bremsstrahlung und Elektronstreuung gelegt, insbesondere auf deren Energie- und Polarisationsbestimmung.

Im ersten Teil werden die Erzeugung von Bremsstrahlungsphotonen im Hinblick auf hohe Flüsse markierter Teilchen untersucht und die Polarisationsgradbestimmung von Photonenstrahl und Target bei einem Doppelpolarisationsexperiment mit Hilfe der Asymmetrieobservablen im Energiebereich der  $\Delta$ -Resonanz diskutiert.

Der zweite Teil ist eine Studie über die Markierung eines quasireellen Photonenstrahls der Elektronstreuung unter kleinen Streuwinkeln. Diese Methode wird als "Virtuelles-Photonen-Tagging" bezeichnet. In diesem Zusammenhang werden ein möglicher Aufbau zur Photonenmarkierung bestehend aus einem Magnetspektrometer vorgestellt, der Untergrund bei der Detektion von Streuelektronen unter kleinen Winkeln diskutiert und der Einfluss eines supraleitenden Rohres zur Magnetfeldabschirmung auf den Messuntergrund simuliert.

Die verschiedenen gängigen Verfahren zur Erzeugung und Markierung eines polarisierten Photonenstrahls - Bremsstrahlung, Compton-Rückstreuung und "Virtuelles-Photonen-Tagging" - werden mit den Schwerpunkten Polarisation und Ereignisraten im Energiebereich von einigen GeV verglichen.



# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>  | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Photo- und Elektroproduktion</b>  | <b>5</b>  |
| 2.1      | Das Nukleon . . . . .  | 5         |
| 2.2      | Elektroinduzierte Pionproduktion . . . . .   | 5         |
| 2.2.1    | Polarisation . . . . .   | 6         |
| 2.2.2    | Wechselwirkungsquerschnitt . . . . .   | 8         |
| 2.3      | Elektronenwechselwirkungen . . . . .   | 11        |
| 2.3.1    | Møller-Streuung . . . . .  | 11        |
| 2.3.2    | Bremsstrahlung . . . . .   | 12        |
| 2.3.3    | Virtuelles Photonenspektrum . . . . .  | 13        |
| <b>I</b> | <b>Polarisationsmessung mit Multipolamplituden bei<br/>der Pion- Photoproduktion im Energiebereich der <math>\Delta</math>-<br/>Resonanz</b> | <b>15</b> |
| <b>3</b> | <b>Polarisationsgradbestimmung</b>   | <b>19</b> |
| 3.1      | Helizitätsasymmetrie $E$ . . . . .   | 19        |
| 3.2      | Polarisationsgradberechnung . . . . .  | 23        |
| 3.2.1    | Der zirkulare Polarisationsgrad . . . . .  | 23        |
| 3.2.2    | Abschätzung des Fehlers von $P_{\odot}P_l$ . . . . .   | 24        |
| 3.2.3    | Numerische Berechnung der Messraten . . . . .  | 24        |
| 3.2.4    | Abschätzung der Messzeit . . . . .   | 25        |
| <b>4</b> | <b>Aufbau des Experiments</b>  | <b>27</b> |
| 4.1      | Die Bonner Beschleunigeranlage ELSA . . . . .  | 27        |
| 4.2      | Der Tagger . . . . .   | 30        |
| 4.2.1    | Energiemarkierung von Photonen . . . . .   | 30        |
| 4.2.2    | Das Taggermodul . . . . .  | 33        |
| 4.3      | Der Bleiglas-Photonendetektor . . . . .  | 35        |

|  |  |               |
|--|--|---------------|
| 4.3.1  | Aufbau der Detektorblöcke . . . . .                        | 35            |
| 4.3.2  | Position der Detektorblöcke . . . . .                      | 36            |
| 4.4  | Die Auslese . . . . .                                      | 37            |
| 4.4.1  | Ausleseelektronik zur Messung der $P_{33}(1232)$ . . . . . | 37            |
| 4.4.2  | Ausleseelektronik zur Ratenmessung . . . . .               | 38            |
| 4.5  | Kalibration . . . . .                                      | 39            |
| 4.5.1  | Kalibration des Taggers . . . . .                          | 39            |
| 4.5.2  | Ratennormierung des Taggermoduls . . . . .                 | 40            |
| 4.5.3  | Kalibration der Bleigläser . . . . .                       | 40            |
| <b>5</b>   | <b>Auswertung</b>  | <b>45</b>     |
| 5.1  | Messung der $\Delta$ -Resonanz . . . . .                   | 45            |
| 5.1.1  | Rekonstruktion . . . . .                                   | 46            |
| 5.1.2  | Schnittkriterien . . . . .                                 | 47            |
| 5.1.3  | Fehlerbetrachtung . . . . .                                | 47            |
| 5.1.4  | Ergebnis . . . . .   | 47            |
| 5.2  | Ratenfestigkeit der Detektoren . . . . .                   | 48            |
| 5.2.1  | Tagger-ODER-Raten . . . . .                                | 49            |
| 5.2.2  | Untersuchung von Sättigungseffekten . . . . .              | 50            |
| 5.2.3  | Raten in Abhängigkeit zur Photonenergie . . . . .          | 54            |
| <br><b>II Beschreibung eines Detektors zur Energiemarkierung virtueller Photonen</b> |  | <br><b>59</b> |
| <b>6</b>   | <b>Der Detektor</b>  | <b>63</b>     |
| 6.1  | Magnetoptik . . . . .                                      | 64            |
| 6.1.1  | Aufbau der Magnetoptik . . . . .                           | 64            |
| 6.1.2  | Justage der Optik . . . . .                                | 65            |
| 6.2  | Viererimpulsrekonstruktion . . . . .                       | 67            |
| 6.2.1  | Rekonstruktion der Energie $E_{e'}$ . . . . .              | 67            |
| 6.2.2  | Berechnung von $\beta$ . . . . .                           | 68            |
| 6.2.3  | Winkelrekonstruktion . . . . .                             | 69            |
| 6.2.4  | Rekonstruktion des Impulsübertrags $Q^2$ . . . . .         | 69            |
| 6.3  | Polarisation . . . . .                                     | 70            |
| <b>7</b>   | <b>Virtual Tagging</b>                                     | <b>71</b>     |
| 7.1  | Bremsstrahlung und virtuelle Photonen . . . . .            | 71            |
| 7.1.1  | Vergleich der Wirkungsquerschnitte . . . . .               | 71            |
| 7.1.2  | Abbildung des Elektrons . . . . .                          | 73            |
| 7.2  | Møller-Streuung . . . . .                                  | 74            |



|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 7.3      | Zusammenfassung . . . . .                          | 76         |
| <b>8</b> | <b>Magnetfeldabschirmung</b>                       | <b>79</b>  |
| 8.1      | Simulierter Aufbau . . . . .                       | 80         |
| 8.2      | Partikelverteilung ohne Feld . . . . .             | 82         |
| 8.3      | Einfluss der Rohrwand auf den Untergrund . . . . . | 82         |
| 8.3.1    | Teilchenintensität auf der Rohraußenwand . . . . . | 85         |
| 8.4      | Zusammenfassung . . . . .                          | 86         |
| <b>9</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>                | <b>87</b>  |
| <b>A</b> | <b>Theoretische Grundlagen</b>                     | <b>89</b>  |
| A.1      | Pion-Photoproduktion . . . . .                     | 89         |
| A.1.1    | Fermigasmodell . . . . .                           | 89         |
| A.2      | Teilchenzerfall . . . . .                          | 92         |
| A.2.1    | Mandelstam-Variablen . . . . .                     | 92         |
| A.2.2    | Allgemeine Betrachtung der Kinematik . . . . .     | 92         |
| A.2.3    | Berechnung bestimmter Zerfälle . . . . .           | 95         |
| A.3      | Teilchenerzeugung . . . . .                        | 97         |
| A.3.1    | Allgemeine Betrachtung . . . . .                   | 97         |
| A.3.2    | $\Delta$ -Erzeugung . . . . .                      | 97         |
| A.3.3    | Zusammenfassung . . . . .                          | 98         |
| A.4      | Rekonstruktion . . . . .                           | 98         |
| A.4.1    | Einlaufendes Photon . . . . .                      | 99         |
| A.4.2    | Auslaufende Photonen . . . . .                     | 99         |
| A.4.3    | Rekonstruktion des Pion-4-Impulses . . . . .       | 100        |
| A.4.4    | Fehlende Masse . . . . .                           | 100        |
| A.5      | Übergangsamplituden . . . . .                      | 101        |
| A.5.1    | Invariante Amplituden . . . . .                    | 101        |
| A.5.2    | Isospinzerlegung . . . . .                         | 102        |
| A.5.3    | Multipolentwicklung der Amplituden . . . . .       | 103        |
| A.5.4    | Berechnungen . . . . .                             | 105        |
| A.6      | Ortsrekonstruktion . . . . .                       | 106        |
| <b>B</b> | <b>Supraleiter</b>                                 | <b>109</b> |
| B.1      | Was ist ein Supraleiter? . . . . .                 | 109        |
| B.1.1    | BCS - Theorie . . . . .                            | 110        |
| B.1.2    | Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt . . . . .            | 111        |
| B.2      | Einteilung supraleitender Materialien . . . . .    | 112        |
| B.2.1    | Supraleiter I. Art . . . . .                       | 112        |
| B.2.2    | Supraleiter II. Art . . . . .                      | 113        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| B.2.3    | Supraleiter III. Art . . . . .                     | 114        |
| B.2.4    | Hochtemperatursupraleiter . . . . .                | 114        |
| <b>C</b> | <b>Magneto-optik</b>                               | <b>117</b> |
| C.1      | Elemente der Magneto-optik . . . . .               | 117        |
| C.1.1    | Strahlableitung . . . . .                          | 118        |
| C.1.2    | Dipol . . . . .                                    | 119        |
| C.1.3    | Quadrupol . . . . .                                | 120        |
| C.2      | Quadrupollinse . . . . .                           | 120        |
| C.2.1    | Brennpunkt . . . . .                               | 122        |
| C.2.2    | Energieabhängigkeit . . . . .                      | 122        |
| C.3      | Näherungsfunktionen zu der Magneto-optik . . . . . | 123        |
| C.3.1    | Tangens-Näherungen . . . . .                       | 123        |

# Kapitel 1

## Einleitung

Für Photoproduktions-Experimente der Kern- und Teilchenphysik benötigt man einen Photonenstrahl mit folgenden technischen Merkmalen:

**Energieschärfe:** Der Wechselwirkungsquerschnitt ist energieabhängig. Für viele Messungen muss die Energie der einlaufenden Teilchen sehr gut bekannt sein. Das Ideal wäre hier ein monoenergetischer Strahl, der über den gewünschten Energiebereich MeV oder GeV stufenlos durchstimmbare ist.

**Intensität:** Hat die untersuchte Anregung einen kleinen Wechselwirkungsquerschnitt, benötigt man eine hohe Anzahl von Ereignissen für eine gute Statistik oder möchte man einfach Messzeit sparen, benötigt man eine hohe Strahlintensität. Begrenzende Faktoren sind vor allem Sättigungseffekte einzelner Detektorkomponenten oder die Grenzen der Datennahme-Einheit. Wenn man zum Beispiel ein Target aus flüssigem Wasserstoff von 2 cm Länge betrachtet, an dem eine Reaktion mit dem Querschnitt von  $1 \mu\text{barn}$  gemessen werden soll, benötigt man je Ereignis ca.  $10^8$  Strahlteilchen.

**Polarisation:** Da man es bei den zu untersuchenden Materialien meist mit Teilchen zu tun hat, die einen Spin besitzen, kann der Streuprozess mit einem polarisierten Teilchenstrahl Aufschluss über die Spinstruktur dieser Targetteilchen geben. Der ideale Polarisationsgrad sollte 100% betragen und die Polarisations Ebene bei linearer Polarisation bekannt sein.

Die ideale Quelle für diese Art von Physik wäre also in vielen Fällen ein durchstimmbare Laser, der hochenergetische Photonen bei den gewünschten Intensitäten erzeugt. Weil eine solche Maschine bisher noch nicht existiert.

tiert, muss man sich mit anderen Möglichkeiten behelfen. Die am häufigsten angewandten Methoden sind:

**Compton-Rückstreuung:** Die höchste Polarisierung in den Energiebereichen der Kern- und Teilchenphysik erreicht man heute durch Photonen, die durch Compton-Rückstreuung von Laserphotonen an hochenergetischen Elektronen erzeugt wurden. Außerdem hängt die Energie des Strahls von Streuwinkel ab und kann durch Blenden monochromatisiert werden. Der Nachteil sind jedoch geringe Raten. Mit den heutigen Quellen für Compton-Rückstreuung erreicht man im Energiebereich  $> 300 \text{ MeV}$  höchstens Raten von einigen MHz, wie in Tabelle 1.1 (aus [D'An 00]) aufgeführt ist.

| Name    | Photonenergie [MeV] | Photonrate MHz | Jahr |
|---------|---------------------|----------------|------|
| LADON   | 5-80                | 0.5            | 1978 |
| LEGS    | 110-450             | 5              | 1987 |
| GRAAL   | 550-1500            | 3              | 1995 |
| ROKK-1  | 100-960             | 0.2            | 1982 |
| ROKK-2  | 140-220             | 2              | 1987 |
| ROKK-1M | 100-1600            | 3              | 1993 |
| HIGS    | $\leq 220$          | 200            | 1997 |
| LEPS    | 1500-2400           | 5              | 1998 |
| TJNAF   | $\leq 1500$         | 1              | 2000 |
| ELFE    | 3000-20000          | 10             |      |

Tabelle 1.1: *Tabelle der bereits aktiven oder geplanten Compton-Rückstreuungs-Photonenquellen.*

**Bremsstrahlung:** Eine einfache, aber sehr effektive Methode, einen Strahl aus Photonen zu erzeugen, dessen Energie bekannt ist, ist es, monoenergetische Elektronen abzubremesen und den Energieverlust der Elektronen, welcher der Photonenergie entspricht, zu messen. Die Erzeugung eines unpolarisierten Photonenstrahls mit Raten von einigen MHz- bis in den GHz-Bereich ist problemlos möglich. Die Energiebreite hängt von den Detektoren ab, welche die Elektronen nachweisen. Diese sind bis heute der begrenzende Faktor bei den Raten. Der Vorgang der Bremsstrahlungsphotonmarkierung ist in Kapitel 4.2 näher beschrieben.

**Kohärente Bremsstrahlung:** Durch Bremsstrahlung an einem Kristallgitter ist bei richtiger Orientierung des Kristalls eine Erhöhung des

Wechselwirkungsquerschnitts für Bremsstrahlung bei diskreten Werten von  $q$ , die abhängig von den Vektoren des reziproken Gitters sind, und eine lineare Polarisierung zu beobachten ([Tim 69]). Mit dieser Methode sind, abhängig von der Photonenergie, Polarisationsgrade von ca. 60%, wie in Abbildung 1.1 (aus [Els 05]) gezeigt ist, bei Kollimation sogar  $>80\%$  ([Jon 97]) erreichbar.

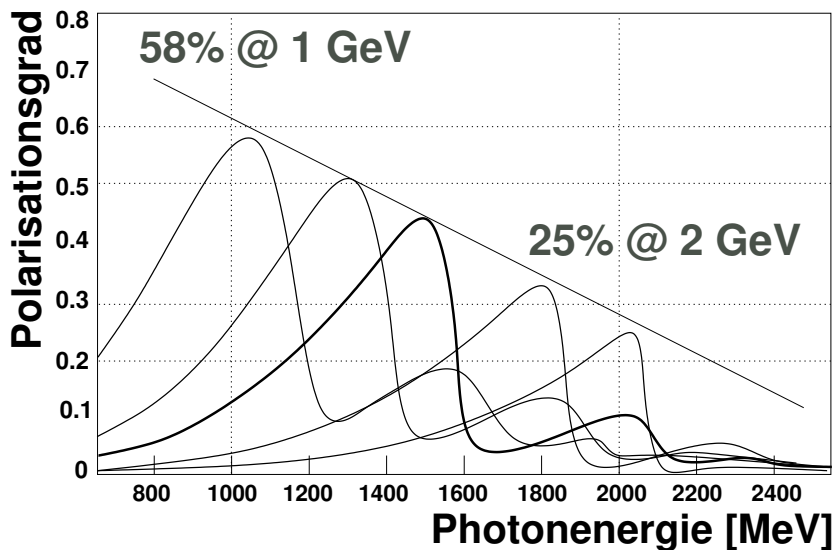


Abbildung 1.1: Erreichbare lineare Polarisierung des Photonenstrahls beim CBELSA-Experiment.

**Elektronstreuung:** Es können auch virtuelle Photonen aus Elektronstreuung verwendet werden. Die Raten sind um ein Vielfaches höher als bei den bisher vorgestellten Möglichkeiten. Bei Strahlströmen im pA-Bereich sind es  $10\text{ MHz}$ , im nA-Bereich  $10\text{ GHz}$ . Die Elektronstreuung wird in Kapitel 8 näher diskutiert werden.

Der größte Nachteil der Bremsstrahlung ist, dass man viele Ereignisse misst, also viele Photonen “präpariert”, jedoch nur ein kleiner Teil im Target Hadronen produziert. Wenn man es schaffte, nur die Photonen zu betrachten, die auch ein hadronisches Ereignis erzeugt haben, könnte man die Gesamtrate detektierter Ereignisse um einen Teil der “falschen” reduzieren. Ein generelles Ziel soll es sein, die Rate jedes Teildetektors auf die nötige zu beschränken, da jedes unerwünschte Ereignis Strahl- und Auswertungszeit kostet.

In dieser Arbeit sollen die beiden Verfahren der Bremsstrahlung und der Elektronstreuung näher erläutert werden. Im ersten Teil wird eine Möglichkeit diskutiert, mit Hilfe der  $\Delta$ -Resonanz den zirkularen Polarisationsgrad bei einem Doppelpolarisations-Experiment, bei dem das Photon und das Target polarisiert sind, zu bestimmen. Der zweite Teil befasst sich mit einem Verfahren, wie man mit der Elektronstreuung unter kleinen Winkeln hadronische Ereignisse anregen und durch den Nachweis des gestreuten Elektrons das ausgetauschte virtuelle Photon energetisch markieren kann. Durch den kleinen Impulsübertrag können diese virtuellen Photonen fast wie reelle behandelt werden. Dieses Verfahren wird im Folgenden als “Virtual Tagging” bezeichnet.

# Kapitel 2

## Photo- und Elektroproduktion

### 2.1 Das Nukleon

Der dominante Zerfallskanal von Nukleonenresonanzen zum Grundzustand ist der hadronische Zerfall über Meson-Emission. Eine Resonanz  $N^*$  kann durch Absorption eines Photons angeregt werden und relaxiert meist durch die Emission eines Mesons (z.B.  $\gamma + N \rightarrow N^* \rightarrow \pi + N$ ). Jeder Zustand ist durch Isospin, Drehimpuls und Parität definiert. Zur Berechnung der Reaktionen, der Nukleon-Wellenfunktion und der Amplitude ist die Kenntnis dieser Quantenzahlen nötig. Eine Reaktion kann zudem durch die Helizität des Initial- und Finalzustandes charakterisiert werden. Oft wird der Formalismus des elektromagnetischen Multipolübergangs benutzt, um die totale Amplitude in Eigenfunktionen aufzuspalten. Im Anhang A.5 wird dieses Problem ausführlicher beschrieben.

### 2.2 Elektroinduzierte Pionproduktion

Die elektroinduzierte Pionproduktion an einem Proton durch Photonaustausch mit Anregung und Zerfall in ein Proton und ein  $\pi^0$  ist in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt. Zum besseren Verständnis des Zerfalls des angeregten Zustandes  $N^*$  ist dieser im Schwerpunktsystem dargestellt. Im Laborsystem müssen die Bewegungen noch in Z-Richtung geboostet werden, wobei sich dabei der Winkel  $\Theta^{SP}$  zu  $\theta_\pi$  transformiert. Die Gesamtenergie  $W^2$  ( $s$  aus Abschnitt A.2.1) berechnet sich bei ruhendem Target mit der Energie des virtuellen Photons  $\omega$  und der Targetmasse  $m_p$  zu

$$s = W^2 = Q^2 + m_p^2 + 2\omega m_p. \quad (2.1)$$

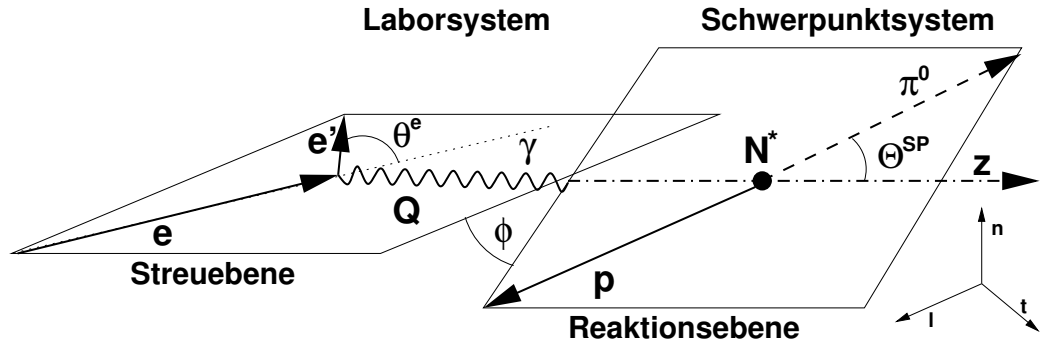


Abbildung 2.1: Streuung eines Elektrons an einem Proton, welches in den Zustand  $N^*$  angeregt wird und in ein  $\pi^0$  und ein Proton zerfällt.

Vergleicht man das virtuelle Photon mit einem reellen, so berechnet sich die Energie  $E_\gamma$  von jenem nach der Konvention von Hand zu (vergleiche mit Gleichung A.9)

$$E_\gamma = \frac{W^2 - m_p^2}{2m_N}. \quad (2.2)$$

Der Viererimpulsübertrag  $Q^2$  berechnet sich mit dem Streuwinkel  $\theta_e$  und den Energien des Elektrons vor ( $E$ ) und nach dem Stoß ( $E_{e'}$ ) nach [Pov 95] zu

$$Q^2 = 4EE_{e'} \sin^2 \frac{\theta_e}{2}, \quad (2.3)$$

wobei oftmals auch  $-q^2$  statt  $Q^2$  verwendet wird.

### 2.2.1 Polarisation

Wie man zum Beispiel [Got 98] entnehmen kann, lässt sich mit dem Impuls des Photons  $q$  und dem Ablenkwinkel des Elektrons  $\theta_e$  die Polarisation  $\varepsilon$  nach folgender Formel berechnen:

$$\varepsilon = \left( 1 + 2 \frac{q^2}{Q^2} \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right)^{-1}. \quad (2.4)$$

Mit  $k = \frac{E_\gamma}{E}$  folgt bei kleinen  $Q^2$  nach [Per 74]

$$\varepsilon \approx \frac{2 - 2k}{2 - 2k - k^2}.$$

Während reelle Photonen nur transversal-linear oder zirkular polarisiert sein können, können virtuelle Photonen auch longitudinale Polarisation mit dem



Polarisationsparameter  $\varepsilon_L = \frac{Q^2}{\omega^2} \varepsilon$  sowie  $\sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)}$  und  $\sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)}$ , den Interferenzkombinationen, aufweisen.

### Polarisationsgrad bei Bremsstrahlung

Trifft ein polarisierter Elektronenstrahl mit dem Polarisationsgrad  $P_e$  auf ein Bremsstrahltarget, können linear polarisierte Photonen mit einem Polarisationsgrad von  $P_{\uparrow}$  oder zirkular polarisierte Photonen mit einem Polarisationsgrad von  $P_{\odot}$  im Verhältnis zu  $P_e$  erzeugt werden. Bei einem longitudinal polarisierten Elektronenstrahl mit dem Verhältnis der Elektronen- zu der Photonenergie  $k = \frac{E_\gamma}{E_e}$  berechnet sich  $P_{\odot}$  nach [Ols 59] und [Pas 04] zu

$$P_{\odot} = P_e \frac{4k - k^2}{4 - 4k + 3k^2} \quad (2.5)$$

und  $P_{\uparrow}$  zu

$$P_{\uparrow} = P_e \frac{\frac{1}{2}(1-k)}{4 - 4k + 3k^2}.$$

Der Verlauf der Polarisationsgrade in Abhängigkeit zu  $k$  ist in Abbildung 2.2 dargestellt.

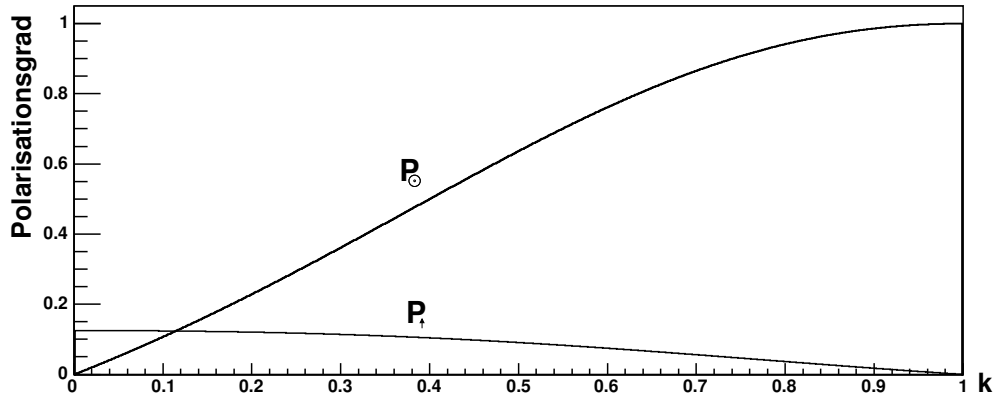


Abbildung 2.2: Grad der zirkularen Polarisation bei longitudinal polarisierten Elektronen ( $P_{\odot}$ ) und der lineare Polarisationsgrad  $P_{\uparrow}$  in Abhängigkeit zum Verhältnis der Energien des einlaufenden Elektrons und des auslaufenden Photons  $k$ .

## 2.2.2 Wechselwirkungsquerschnitt

Der Wechselwirkungsquerschnitt für die Produktion von Pionen berechnet sich zu

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_e dE_{e'} d\Omega_\pi^*} = \Gamma_V \frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi^*}$$

mit dem hadronischen Wechselwirkungsquerschnitt  $\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi^*}$  und dem Fluss der Photonen

$$\Gamma_V = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{E_{e'} E_\gamma}{E(-Q^2)(1-\varepsilon)},$$

Mit den Gleichungen 2.4 und 2.2 und den ‘virtuellen’ Photonabsorptionswechselwirkungsquerschnitten  $d\sigma_i \equiv \frac{d^2\sigma_i}{d\Omega_\pi^*}$  (siehe [Kam 99], [Tia 99] und Anhang A.5) spaltet er sich mit den Strukturfunktionen  $R_i(W, \Theta^{SP}, Q^2)$  nach

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi^*} &= \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} \left[ d\sigma_T + \varepsilon_L d\sigma_L + \varepsilon d\sigma_{TT} \cos 2\phi + \sqrt{2\varepsilon_L(1-\varepsilon)} d\sigma_{LT} \cos \phi \right] \\ &= \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} \left[ R_T + \varepsilon_L R_L + \varepsilon R_{TT} \cos 2\phi + \sqrt{2\varepsilon_L(1+\varepsilon)} R_{LT} \cos \phi \right], \end{aligned} \quad (2.6)$$

auf, mit

$R_T$  als dem Anteil, der durch rein transversale Photonen induziert wird,

$R_L$  dem Anteil, der durch rein longitudinale Photonen induziert wird,

$R_{TT}$  dem Anteil, der durch eine Interferenz transversaler Photonen induziert wird und

$R_{LT}$  dem Anteil, der durch eine Interferenz transversaler und longitudinaler Photonen induziert wird.

### Photoproduktion mit reellen Photonen

Reelle Photonen besitzen keine Masse ( $Q^2 = 0$ ), und es tritt keine longitudinale Polarisation auf. Bei der Photoproduktion trägt dann bei einem unpolarisierten Photonenstrahl lediglich  $R_T$ , bei einem polarisierten nur  $R_{TT}$  zum Wechselwirkungsquerschnitt bei:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_\pi^*} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} [R_T + \varepsilon R_{TT} \cos 2\phi].$$

$R_{TT}$  spaltet nun in verschiedene Beiträge für lineare oder zirkulare Polarisation, ein polarisiertes Target oder Rückstoßpolarisation auf. So verändert sich Gleichung 2.6 zu

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma_V}{d\Omega_\pi^*} &= \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} R_T \left\{ 1 + P_n \frac{R_T^n}{R_T} \right. \\
\text{linear} &\Rightarrow +P_\uparrow \left[ \left( \frac{R_{TT}}{R_T} + P_n \frac{R_{TT}^n}{R_T} \right) \cos 2\phi - \left( P_l \frac{R_{TT}^l}{R_T} + P_t \frac{R_{TT}^t}{R_T} \right) \sin 2\phi \right] \\
\text{zirkular} &\Rightarrow +P_\odot \left( P_l \frac{R_{TT}^l}{R_T} + P_t \frac{R_{TT}^t}{R_T} \right) \left. \right\}.
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Die Ausdrücke  $\frac{R_{TT}^i}{R_T}$  sind Observable, die durch Messungen ermittelt werden können, der unpolarisierte differentielle Wechselwirkungsquerschnitt  $R_T$  wird oft mit  $\sigma_0$  bezeichnet. Die gebräuchlichen Bezeichnungen, wie zum Beispiel nach [Dre 92], sind in Tabelle 2.1 zusammengefasst. In Anhang A.5 sind diese Observablen in Abhängigkeit von den Responsefunktionen angegeben.

|                       |  |  |                         |                        |                         |                        |
|-----------------------|--|--|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|
| $-\frac{R_{TT}}{R_T}$ | $\frac{R_T^{ni}}{R_T} = -\frac{R_{TT}^f}{R_T}$ | $\frac{R_T^{nf}}{R_T} = -\frac{R_{TT}^i}{R_T}$ | $-\frac{R_{TT}^l}{R_T}$ | $\frac{R_{TT}^t}{R_T}$ | $-\frac{R_{TT}^l}{R_T}$ | $\frac{R_{TT}^t}{R_T}$ |
| $\Sigma$              | T  | P  | G                       | H                      | E                       | F                      |

Tabelle 2.1: Zuordnung der Observablen zu den Responsefunktionen bei Polarisationsexperimenten.

Die Polarisationskonfigurationen zur Bestimmung der Observablen nach [Knö 95] sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst.

| Photon        |             | Targetpolarisation |    |    | Rückstoßpolarisation |    |   |
|---------------|-------------|--------------------|----|----|----------------------|----|---|
|               |             | t                  | n  | l  | t                    | n  | l |
| unpolarisiert | $d\sigma_0$ |                    | T  |    |                      | P  |   |
| linear pol.   | $-\Sigma$   | H                  | -P | -G |                      | -T |   |
| zirkular pol. |             | F                  |    | -E |                      |    |   |

Tabelle 2.2: Messkonfigurationen zur Bestimmung der Observablen bei Polarisationsexperimenten ( $l$ : linear,  $t$ : transversal,  $n$ : normal, -: unpolarisiert)

Die Gleichung 2.7 verändert sich mit den Observablen zu

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma_V}{d\Omega_\pi^*} &= \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} d\sigma_0 \left\{ 1 + P_n \frac{R_T^n}{R_T} \right. \\
\text{linear} &\Rightarrow +P_\uparrow \left[ \left( \Sigma + P_n \frac{R_{TT}^n}{R_T} \right) \cos 2\phi - (-P_l G + P_t H) \sin 2\phi \right] \\
\text{zirkular} &\Rightarrow +P_\odot (-P_l E + P_t F) \left. \right\}.
\end{aligned}$$

Diese Gleichung kann man je nach Target- und Photonstrahlpolarisation separieren. Mit [Pas 04] ergibt sich für einen linear polarisierten Strahl und ein transversal polarisiertes Target

$$\frac{d^2\sigma_V}{d\Omega_\pi^*} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} d\sigma_0 \{1 + P_\uparrow [\Sigma \cos 2\phi - P_t H \sin 2\phi]\},$$

für einen linear polarisierten Strahl und ein longitudinal polarisiertes Target

$$\frac{d^2\sigma_V}{d\Omega_\pi^*} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} d\sigma_0 \{1 + P_\uparrow [\Sigma \cos 2\phi + P_l G \sin 2\phi]\},$$

für einen linear polarisierten Strahl und ein normal polarisiertes Target

$$\frac{d^2\sigma_V}{d\Omega_\pi^*} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} d\sigma_0 \left\{ 1 + P_n \frac{R_T^n}{R_T} + P_\uparrow \left( \Sigma + P_n \frac{R_{TT}^n}{R_T} \right) \cos 2\phi \right\}$$

mit Targetpolarisation (i) und Rückstoßpolarisation (f)

$$T(W, \theta_\pi) = \frac{R_T^n}{R_T} (i) = -\frac{R_{TT}^n}{R_T} (f),$$

$$P(W, \theta_\pi) = \frac{R_T^n}{R_T} (f) = -\frac{R_{TT}^n}{R_T} (i),$$

für einen zirkular polarisierten Strahl und ein transversal polarisiertes Target

$$\frac{d^2\sigma_V}{d\Omega_\pi^*} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} d\sigma_0 \{1 + P_\odot P_t F + P_n T\},$$

für einen zirkular polarisierten Strahl und ein longitudinal polarisiertes Target

$$\frac{d^2\sigma_V}{d\Omega_\pi^*} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} d\sigma_0 \{1 - P_\odot P_l E\} \quad (2.8)$$

und für einen zirkular polarisierten Strahl und ein normal polarisiertes Target

$$\frac{d^2\sigma_V}{d\Omega_\pi^*} = \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} d\sigma_0 \{1 + P_n T\}.$$

## 2.3 Elektronenwechselwirkungen

### 2.3.1 Møller-Streuung

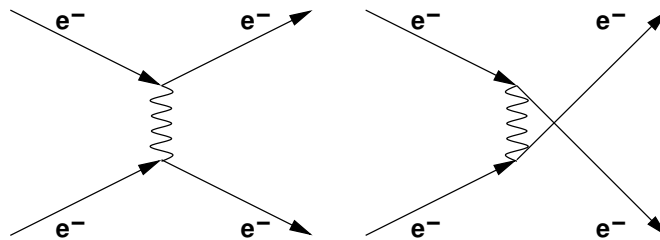


Abbildung 2.3: Feynman-Graphen der Møller-Streuung.

Die elastische Elektron-Elektron-Streuung, die im Allgemeinen als Møller-Streuung bezeichnet wird, ist schematisch in Form von Feynman-Graphen in Abbildung 2.3 dargestellt. In den Arbeiten [Møl 32], [Jau 76], [Wag 86] und [Spe 02] kann man dazu ausführlichere Betrachtungen finden.

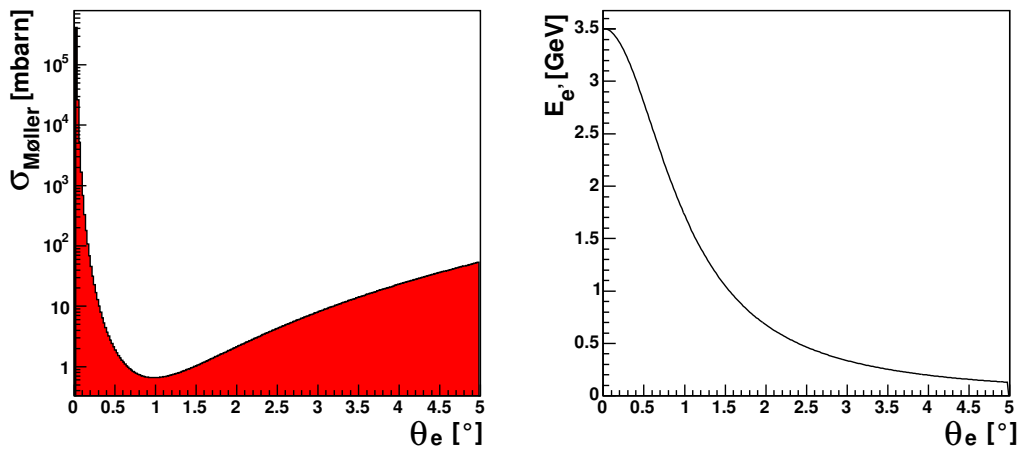


Abbildung 2.4: Abhängigkeit der Energie (rechts) und des Wechselwirkungsquerschnitts der Møllerstreuung (links) vom Streuwinkel des Elektrons.

Streut ein einfallendes Elektron mit der Masse  $m_e = 0.511 \text{ MeV}$  und der Energie  $E \gg m_e$  an einem Elektron der Hülle eines Wasserstoffatoms, lässt sich der Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von dem relativen Energie-

übertrag des Elektrons  $\omega = E - E_{e'}$ ,  $w = \frac{\omega}{E - m_e}$  mit

$$\frac{d\sigma_{MI}}{d\theta_e} = \frac{2\pi\alpha^2 (\hbar c)^2}{m_e c (E - m_e)} \left( \frac{1}{w^2} + \frac{1}{(1-w)^2} + \left( \frac{E - m_e}{2E} \right)^2 - \frac{m_e (2E - m_e)}{E^2 w (1-w)} \right) \quad (2.9)$$

berechnen. Der Zusammenhang zwischen  $\theta_e$  und der Energie des gestreuten Elektrons im Laborsystem  $E_{e'}$  ist

$$E_{e'} = m_e \frac{E + m_e + (E - m_e) \cos^2 \theta_e}{E + m_e - (E - m_e) \cos^2 \theta_e}.$$

In Abbildung 2.4 sind die Abhängigkeiten des Wechselwirkungsquerschnitts der Møllerstreuung und der Energie des auslaufenden Elektrons vom Streuwinkel dargestellt.

### 2.3.2 Bremsstrahlung

Der Bremsstrahlungs-Wechselwirkungsquerschnitt wurde von C. F. von Weizsäcker [Wei 34] mit Hilfe virtueller Quanten beschrieben. Eine Näherungsfunktion für die Pikenäherung<sup>1</sup> des Bremsstrahlungsquerschnitts im Laborsystem wird von Mo und Tsai [MoT 69] mit

$$\frac{d\sigma_{Brems}}{d\vec{p}_{e'} d\Omega_e} = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{(d\sigma_0^{b1} l_e^{b1} + d\sigma_0^{b2} l_e^{b2})}{2\Delta E_{e'}}$$

angegeben. In [Fri (00)] wird der Wechselwirkungsquerschnitt mit einer ‘‘Halbe-halbe’’-Pikenäherung im Laborsystem mit

$$\frac{d\sigma_{Brems}}{d\vec{p}_{e'} d\Omega_e} = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{(d\sigma_0^{b1} + d\sigma_0^{b2})}{2\Delta E_{e'}} l_e$$

angenähert, wobei

$$l_e = \ln \left( \frac{Q^2}{m_e^2} \right) - 1$$

der Elektronenbeitrag für die Korrektur der Vakuumpolarisation,

$$\sigma_0 = \sigma_{Mott} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta_e}{2}}{4E_e^2 \sin^4 \frac{\theta_e}{2}} \frac{E_{e'}}{E} \quad (2.10)$$

der Mott-Wirkungsquerschnitt<sup>2</sup> und  $\Delta E_{e'}$  die Photonenergie ist. Die beiden Querschnitte  $d\sigma_0^{b1}$  und  $d\sigma_0^{b2}$  spiegeln die beiden Möglichkeiten wider, dass das

<sup>1</sup>engl.: peaking approximation

<sup>2</sup>Bei genauerer Betrachtung ist  $\sigma_0$  der Rosenbluth-Querschnitt, was jedoch nur zu einer kleinen Abweichung führt.

Elektron erst nach erfolgtem Stoß ein Photon abgibt ( $d\sigma_0^{b2} = d\sigma_0$ ) oder vor dem Stoß das Photon abstrahlt, welches die Energie  $E^2/E_{e'}^2 \Delta E_{e'}$  hat, und dann mit der Energie  $E - E^2/E_{e'}^2 \Delta E_{e'}$  am Nukleon streut (siehe Abbildung 2.5). Ab einer Photonenergie  $E^2/E_{e'}^2 \Delta E_{e'} > E$  nähert sich der Querschnitt

$$\frac{d\sigma_{Brems}}{d\vec{p}_{e'} d\Omega_e} = \frac{\alpha^3}{2\pi} \frac{E_{e'} l_e}{E^3 \Delta E_{e'}} \frac{\cos^2 \frac{\theta_e}{2}}{\sin^4 \frac{\theta_e}{2}}.$$

Unter kleinen Winkeln kann man die Anzahl  $\Phi$  der Photonen je Energie  $E_\gamma$  mit der Funktion  $\Phi = \frac{\Phi_0}{E_\gamma}$  grob annähern.

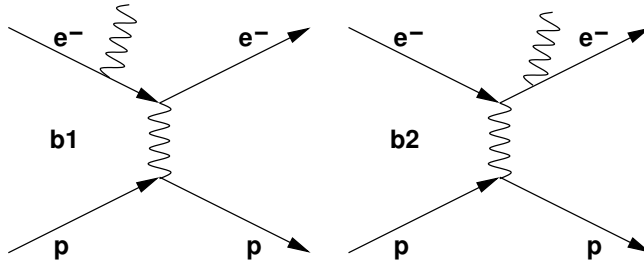


Abbildung 2.5: Feynman-Graphen der Bremsstrahlung.

### 2.3.3 Virtuelles Photonenspektrum

Der Wechselwirkungsquerschnitt für den Austausch eines virtuellen Photons mit dem Targetkern bei der Elektronstreuung ergibt sich nach [OC0 82] zu

$$\frac{d^3 \sigma_{Virt}}{d\Omega_e dE_{e'}} = \sigma_C(\theta_e) F_C^2(\omega, \vec{q}) + \sigma_T(\theta_e) F_T^2(\omega, \vec{q}) \quad (2.11)$$

mit  $\omega = E - E_{e'}$ , dem Coulomb-Querschnitt ( $\vec{p}$ : Elektronimpuls)

$$\sigma_C = \frac{2\alpha^2}{(\vec{p} - \vec{p}_{e'})^4} \frac{\vec{p}_{e'}}{\vec{p}} \left( EE_{e'} + \vec{p}\vec{p}_{e'} + m_e^2 \right),$$

dem transversalen Querschnitt

$$\sigma_T = \frac{2\alpha^2}{((\vec{p} - \vec{p}_{e'})^2 - \omega^2)^2} \frac{\vec{p}_{e'}}{\vec{p}} \left( EE_{e'} + \frac{(\vec{p}(\vec{p} - \vec{p}_{e'}))(\vec{p}_{e'}(\vec{p} - \vec{p}_{e'}))}{|\vec{p} - \vec{p}_{e'}|^2} - m_e^2 \right)$$

und den Formfaktoren  $F_C$  und  $F_T$ , die mit  $F_C = F_T = 1$  genähert werden. Bei sehr hohen Elektronenergien, also im hochrelativistischen Bereich, wo  $m_e$  vernachlässigt werden kann, nähern sich die Querschnitte zu

$$\sigma_C = \sigma_{Mott} \frac{\left(4EE_{e'} \sin^2 \frac{\theta_e}{2}\right)^2}{(\vec{p}_e - \vec{p}_{e'})^4}$$

und

$$\sigma_T = \sigma_{Mott} \left( \frac{4EE_{e'} \sin^2 \frac{\theta_e}{2}}{2(\vec{p}_e - \vec{p}_{e'})^2} + \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right).$$

Die Querschnitte sind in Abbildung 2.6 für die Energien  $E = 100 \text{ MeV}$  und  $E_{e'} = 80 \text{ MeV}$  gegen den Elektronstreuwinkel aufgetragen. Bei Elektronenergien im GeV-Bereich dominiert  $\sigma_T$  um ca. 6 Größenordnungen und  $m_e$  kann ab  $\theta_e > 0.03^\circ$  vernachlässigt werden.

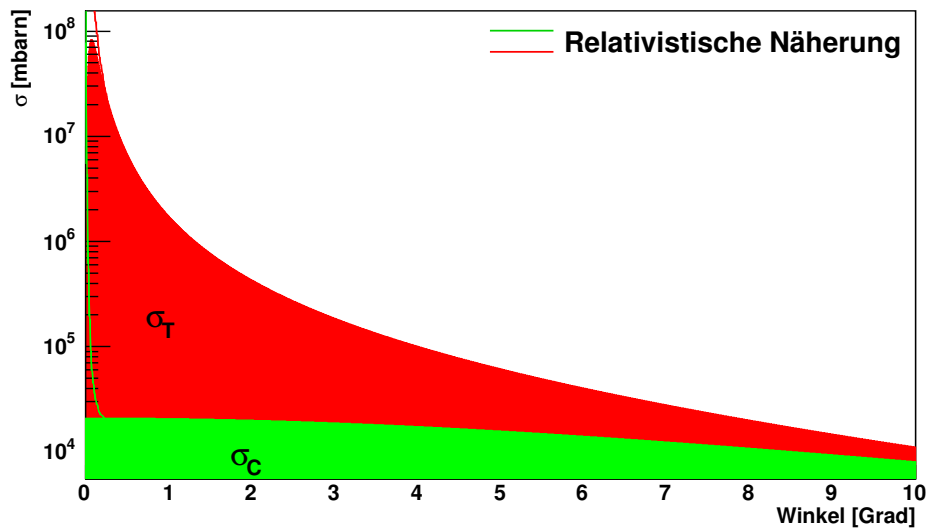


Abbildung 2.6: Hadronische Wechselwirkungsquerschnitte von  $\sigma_T$  und  $\sigma_C$  mit relativistischer Näherung bei einer Primärenergie von  $100 \text{ MeV}$  und einer finalen Energie von  $80 \text{ MeV}$ .



## Teil I

# Polarisationsmessung mit Multipolamplituden bei der Pion- Photoproduktion im Energiebereich der $\Delta$ -Resonanz



# Einleitung

In diesem Teil wird gezeigt, wie es möglich ist, bei Doppelpolarisations-Photoproduktions-Experimenten den Polarisationsgrad des Photonenstrahls und des Targets aus der Verteilung von Mesonen in der Detektoreinheit zu bestimmen. Benutzt werden dazu die Responsefunktionen oder die Asymmetrieobservablen. Als Beispiel wird die Bestimmung der zirkularen Strahlpolarisation und longitudinalen Targetpolarisation mit der Helizitätsasymmetrie  $E$ , die im Bereich der  $\Delta$ -Resonanz gut bekannt ist, berechnet.

Bei hohen Elektronenstrahlenergien und einer Photonenstrahlerzeugung durch Bremsstrahlung liegt der Energiebereich der anregenden Photonen der  $\Delta$ -Resonanz in einem Ratenbereich der Elektronen, der aufgrund von sehr hohen Flüssen normalerweise nicht mehr detektiert wird.

Nachdem in Kapitel 3 die theoretischen Grundlagen der Polarisationsgradbestimmung motiviert wurden, werden in Kapitel 4 der Aufbau des verwendeten Detektors zur Messung der  $\Delta$ -Resonanz und die Voraussetzungen an das Taggermodul, das die Energie der benutzten Bremsstrahl-Photonen messen soll, in der Praxis erläutert. Ein Augenmerk wird dabei auf die im Energiebereich der  $\Delta$ -Resonanz herrschenden hohen Ereignisraten und der damit verbundenen Probleme von Szintillationsdetektoren gelegt. In Kapitel 5 werden dann die Messergebnisse aufgeführt, die zeigen, dass es prinzipiell möglich ist, mit dem Taggermodul Photonen, welche die  $\Delta$ -Resonanz anregen, zu markieren, und dass diese Messungen bis zu einer Photonenrate von  $30\text{ MHz}$  im Energiebereich  $\Delta$ -Resonanz durchgeführt werden können.



# Kapitel 3

## Polarisationsgradbestimmung

Beispielhaft soll hier die Bestimmung des Polarisationsgrades eines zirkular polarisierten Photonenstrahls und einem longitudinal polarisierten Target mit Hilfe der für die Gerasimov-Drell-Hearn-Summenregel relevanten Helizitätsasymmetrie  $E$  motiviert werden. Diese Technik kann jedoch auch für die Bestimmung anderer Polarisationsgrade angewandt werden.

### 3.1 Helizitätsasymmetrie $E$

Die Helizitätsasymmetrie  $E$  ist mit

$$E = -\frac{R_{TT'}^l}{R_T} = -\frac{d\sigma_{\frac{1}{2}} - d\sigma_{\frac{3}{2}}}{d\sigma_{\frac{1}{2}} + d\sigma_{\frac{3}{2}}}$$

definiert. Die in longitudinaler Richtung polarisierten Nukleonen koppeln mit zirkular polarisierten Photonen, die im Anfangszustand mit  $P_{\odot} = \pm 1$  rechts beziehungsweise links polarisiert sind, zu den Gesamthelizitäten  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{3}{2}$ . Nach [Got 98, Knö 95] berechnen sich die Responsefunktionen in Abhängigkeit von den Matrixelementen  $\mathcal{F}_i$  zu

$$\begin{aligned} R_T &= |\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2 + \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{\pi} (|\mathcal{F}_3|^2 + |\mathcal{F}_4|^2) \\ &\quad - \Re \left[ 2 \cos \theta_{\pi} \mathcal{F}_1^* \mathcal{F}_2 - \sin^2 \theta_{\pi} (\mathcal{F}_1^* \mathcal{F}_4 + \mathcal{F}_2^* \mathcal{F}_3 + \cos \theta_{\pi} \mathcal{F}_3^* \mathcal{F}_4) \right] \\ R_{TT'}^l &= \cos \theta_{\pi} (|\mathcal{F}_1|^2 + |\mathcal{F}_2|^2) \\ &\quad - \Re \left[ 2 \cos^2 \theta_{\pi} \mathcal{F}_1^* \mathcal{F}_2 + \sin^2 \theta_{\pi} (\mathcal{F}_1^* \mathcal{F}_3 - \mathcal{F}_2^* \mathcal{F}_4 - 2 \cos \theta_{\pi} \mathcal{F}_2^* \mathcal{F}_3) \right]. \end{aligned}$$

Betrachtet man nur die Multipole niedrigster Ordnung  $l = 0, 1$  und die dazugehörigen Legendre-Polynome

$$\begin{aligned} P_0(\cos \theta_{\pi}) &= 1 & P_1'(\cos \theta_{\pi}) &= 1 \\ P_1(\cos \theta_{\pi}) &= \cos \theta_{\pi} & P_2'(\cos \theta_{\pi}) &= 3 \cos \theta_{\pi} & P_2''(\cos \theta_{\pi}) &= 3, \\ P_2(\cos \theta_{\pi}) &= \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta_{\pi} - 1) \end{aligned}$$

so lauten die Matrixelemente aus A.5

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_1(W, \theta_\pi, Q^2) &= E_{0+} + 3[M_{1+} + E_{1+}] \cos \theta_\pi \\
\mathcal{F}_2(W, \theta_\pi, Q^2) &= [2M_{1+} + M_{1-}] \\
\mathcal{F}_3(W, \theta_\pi, Q^2) &= 3[E_{1+} - M_{1+}] \\
\mathcal{F}_4(W, \theta_\pi, Q^2) &= 0 \\
\mathcal{F}_5(W, \theta_\pi, Q^2) &= L_{0+} + 6L_{1+} \cos \theta_\pi \\
\mathcal{F}_6(W, \theta_\pi, Q^2) &= [L_{1-} - 2L_{1+}]
\end{aligned}$$

und es folgen die Responsefunktionen in Abhängigkeit zu den Multipolamplituden

$$\begin{aligned}
R_T &= |E_{0+}|^2 + \frac{1}{2}|2M_{1+} + M_{1-}|^2 + \frac{1}{2}|3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 \\
&\quad + 2 \cos \theta_\pi \Re [E_{0+}^* (3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-})] \\
&\quad + \cos^2 \theta_\pi \left\{ |3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-}|^2 - \frac{1}{2}|2M_{1+} + M_{1-}|^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2}|3E_{1+} - M_{1+} + M_{1-}|^2 \right\}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

und

$$\begin{aligned}
R_{TT'}^l &= -3 \Re [E_{0+}^* (3E_{1+} - M_{1+})] \\
&\quad + \cos \theta_\pi \left[ |E_{0+}|^2 - |3E_{1+} + M_{1+} - M_{1-}|^2 + 2 \Re [3E_{1+}^* M_{1+}] \right] \\
&\quad + \cos^2 \theta_\pi \Re [E_{0+}^* (9E_{1+} - M_{1+} - 2M_{1-})] \\
&\quad + \cos^3 \theta_\pi 6 \left\{ 3|E_{1+}|^2 - \Re [E_{1+}^* (M_{1+} + 2M_{1-})] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

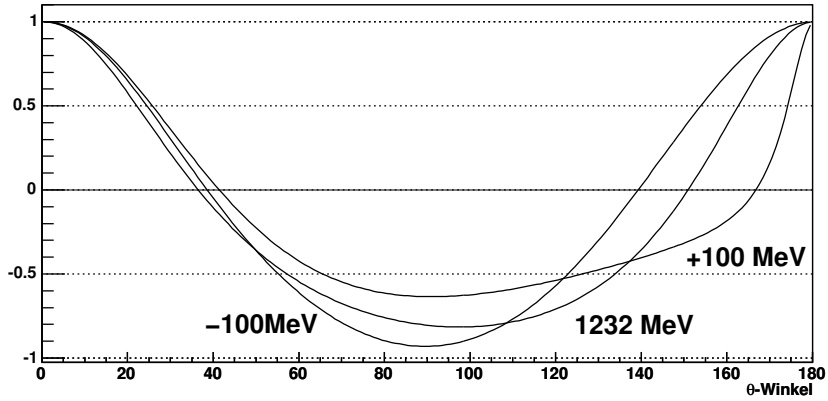


Abbildung 3.1:  $\theta_\pi$ -Winkelabhängigkeit der  $E$ -Observablen bei 1232 MeV, 1132 MeV und 1332 MeV.

## Berechnung von $E$

Die Integrale der Responsefunktionen  $R_T$  und  $R_{TT'}^l$  sind in [Dre 98] und [Dre 92] angegeben. Sämtliche verwendeten Größen vom Gesamtwechselwirkungsquerschnitt bis hin zu den Multipolamplituden können mit dem Programm MAID<sup>1</sup> berechnet werden. In Abbildung 3.1 ist  $E$  in Abhängigkeit von  $\theta_\pi$  bei  $1232 \text{ MeV}$ , was der invarianten  $\Delta$ -Masse entspricht, und  $\pm 100 \text{ MeV}$  dargestellt.

## Berechnung von $E_{tot}$

Nimmt ein Detektor einen Großteil des Raumwinkels ein, so ist es oft sinnvoll,  $E_{tot}$ , ein Integral von  $E$  über den  $\theta$ -Winkel, zu berechnen. In Abbildung 3.2 sind die totalen Wirkungsquerschnitte  $\sigma_T = \int_0^\pi d\sigma_{\frac{1}{2}} + d\sigma_{\frac{3}{2}} d\theta_\pi$  und  $\sigma_{TT'} = \int_0^\pi d\sigma_{\frac{1}{2}} - d\sigma_{\frac{3}{2}} d\theta_\pi$  und  $E_{tot}$  im Bereich der Photonenergie von 160 bis  $680 \text{ MeV}$  dargestellt.

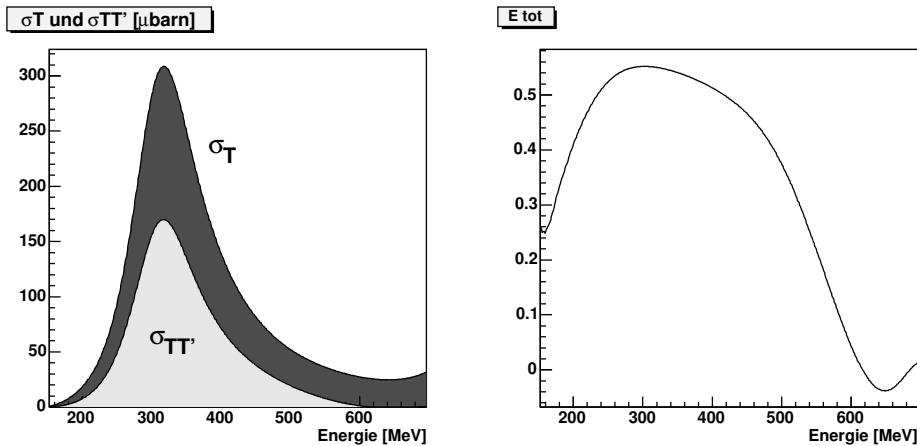


Abbildung 3.2: Wechselwirkungsquerschnitte  $\sigma_T$  und  $\sigma_{TT'}$  und  $E_{tot}$  jeweils in Abhängigkeit von der Photonenergie für die  $\pi_0$ -Produktion.

## Experimentelle Bestimmung von $E_{tot}$

Im Rahmen der Messungen des GDH-Experiments am Mainzer Mikrotron<sup>2</sup> im Jahre 1998 und am Elektronenbeschleuniger ELSA in den Jahren 2001

<sup>1</sup>Internetapplet: <http://www.kph.uni-mainz.de/de/maid/>

<sup>2</sup>MAMI

und 2002 wurde die Helizitätsasymmetrie vermessen. Die Ergebnisse der Messungen sind [Spe 02] entnommen und in Abbildung 3.3 dargestellt. Zum Vergleich ist in Abbildung 3.4 (aus [Zei 02] zur besseren Übersicht ohne Fehlerbalken) der totale Wechselwirkungsquerschnitt pro Nukleon von Wasserstoff und Kohlenstoff dargestellt.

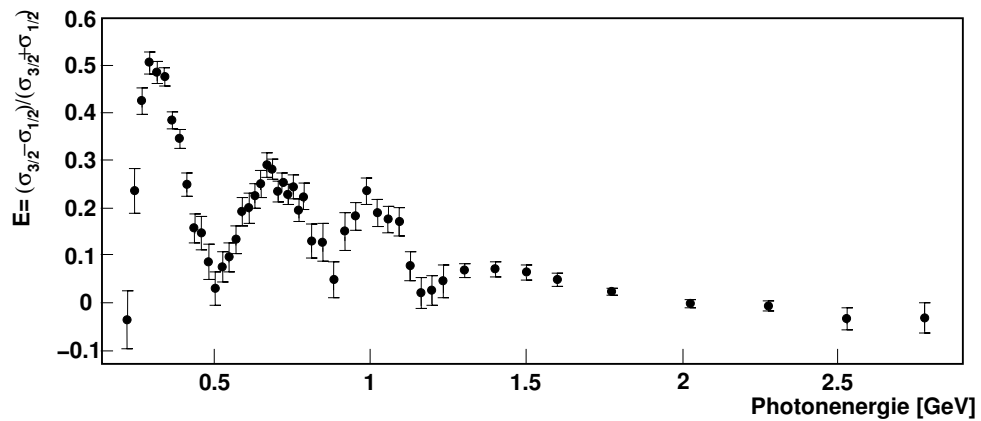


Abbildung 3.3: Helizitätsasymmetrie  $E_{tot}$  des Protons im Energiebereich von 200 – 2800 MeV.

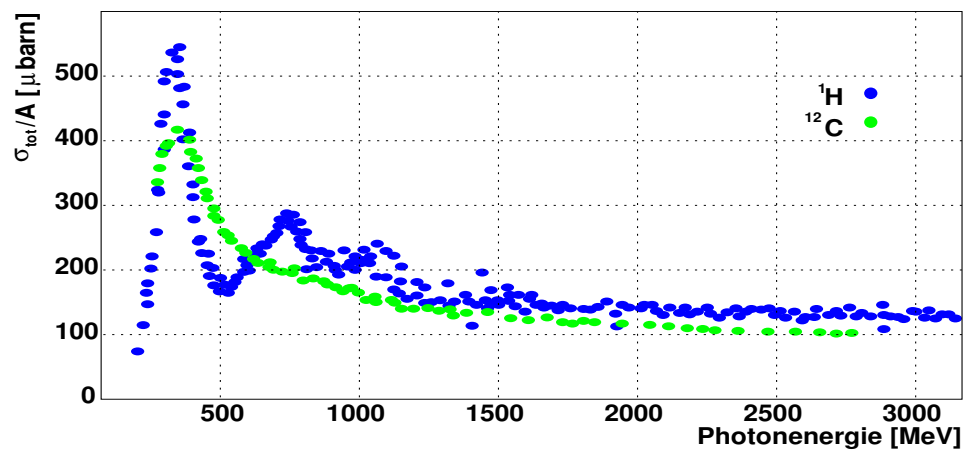


Abbildung 3.4: Totaler Wechselwirkungsquerschnitt pro Nukleon von Wasserstoff und Kohlenstoff.



## 3.2 Polarisationsgradberechnung

Am Beispiel eines Doppelpolarisationsexperiments mit zirkularpolarisierten Photonen und einem longitudinal-linear polarisierten Target wird eine Bestimmung des Grades der zirkularen Polarisation des Photonenstrahls vorgenommen. Das fiktive Experiment wird mit einem Detektor ähnlich dem Crystal Barrel durchgeführt, der einen polaren Winkelbereich von  $\theta_1$  bis  $\theta_2$  und den gesamten axialen Winkelbereich  $\varphi : 0 \rightarrow 2\pi$  abdeckt.

### 3.2.1 Der zirkulare Polarisationsgrad

Wie in [Spe 02] zur Møller-Polarimetrie beschrieben, ergibt sich die Ereignisrate  $\dot{N}^j$  pro Winkel-Bin<sup>3</sup>  $j$  in dieser Detektoranordnung nach

$$\dot{N}^j = \mathcal{L}Z \int_{\Omega_{j1}}^{\Omega_{j2}} \frac{\sigma_V}{d\Omega_\pi} \eta(\Omega) d\Omega_\pi$$

oder mit Gleichung 2.8 zu

$$\dot{N}_i^j = \mathcal{L}Z \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} \int_{\Omega_{j1}}^{\Omega_{j2}} (R_T + P_{\odot_i} P_{l_i} R_{TT}^l) \eta(\Omega) d\Omega_\pi$$

mit der Luminosität  $\mathcal{L}$ , der Kernladungszahl  $Z$  und der Akzeptanz des Detektors  $\eta(\Omega)$ , die natürlich auch Energieabhängig ist. Die Gleichung vereinfacht sich unter der Annahme der Konstanz der Detektorakzeptanz je Bin zu

$$\dot{N}_i^j = \mathcal{L}Z \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} \eta_j \int_{\Omega_{j1}}^{\Omega_{j2}} (R_T + P_{\odot_i} P_{l_i} R_{TT}^l) d\Omega_\pi.$$

Wegen der  $\varphi$ -Symmetrie von  $R_T$  und  $R_{TT}^l$  vereinfacht sich diese Gleichung weiter zu

$$\dot{N}_i^j = 2\pi \mathcal{L}Z \frac{|\vec{p}_\pi|}{E_\gamma} \eta_j \int_{\theta_j} (R_T + P_{\odot_i} P_{l_i} R_{TT}^l) d\theta_\pi.$$

Für zwei Messungen bei zwei verschiedenen Polarisierungen, bei denen der zirkulare Polarisationsgrad dem Betrag nach gleich bleibt und lediglich sein Vorzeichen ändert ( $P_{\odot} = P_{\odot_1} = -P_{\odot_2}$ ) und der Polarisationsgrad des Targets gleich bleibt ( $P_l = P_{l_1} = P_{l_2}$ ), gilt dann

$$\frac{\dot{N}_1^j - \dot{N}_2^j}{\dot{N}_1^j + \dot{N}_2^j} = P_{\odot} P_l \frac{\int_{\theta_j} R_{TT}^l d\theta_\pi}{\int_{\theta_j} R_T d\theta_\pi} = P_{\odot} P_l \Delta E(\theta_j).$$

---

<sup>3</sup>Bin: Winkelintervall; erzeugt durch die Detektorauflösung oder die Auswertungssoftware

Es folgt nach der Summation über alle Bins

$$P_{\odot}P_l = \frac{\sum_j \frac{\dot{N}_1^j - \dot{N}_2^j}{\dot{N}_1^j + \dot{N}_2^j}}{\sum_j \Delta E(\theta_j)}.$$

Bei abnehmenden Binbreiten nähert sich  $\sum \Delta E(\theta_j)$  immer weiter  $E_{tot}(\theta_W)$  an, der totalen Helizitätsasymmetrie bei der  $\theta$ -Winkelakzeptanz des Detektors  $\theta_W$ :

$$P_{\odot}P_l = \frac{\sum_j \frac{\dot{N}_1^j - \dot{N}_2^j}{\dot{N}_1^j + \dot{N}_2^j}}{E_{tot}(\theta_W)}. \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Abschätzung des Fehlers von $P_{\odot}P_l$

Für eine Abschätzung des Fehlers wird eine Winkelakzeptanz von  $4\pi$  angenommen, und es gilt  $E_{tot} = E_{tot}(\theta_W)$ . Für den Fehler des Polarisationsgrades  $P_{\odot}P_l$  folgt dann

$$\Delta(P_{\odot}P_l) = \frac{\sqrt{\sum_j \frac{2\dot{N}_1^j \dot{N}_2^j}{(\dot{N}_1^j + \dot{N}_2^j)^3}}}{E_{tot}(\theta_W)}.$$

Mit  $C_j = \frac{\dot{N}_1^j}{\dot{N}_2^j} = \frac{1+\Delta E(\theta_j)P_{\odot}P_l}{1-\Delta E(\theta_j)P_{\odot}P_l} \approx 1$  und infolgedessen  $\dot{N}_1^j \approx \dot{N}_2^j \approx N^j$  vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\Delta(P_{\odot}P_l) = \frac{\sqrt{\sum_j \frac{1}{N^j}}}{2E_{tot}}.$$

Sei  $\dot{N}$  die mittlere Ereignisrate während einer Messung, ergibt sich dann bei einem vorgegebenen relativen Fehler des Polarisationsgrades  $\frac{\Delta(P_{\odot}P_l)}{P_{\odot}P_l} = \Delta_{Rel}$  die Mindestanzahl der aufzunehmenden Ereignisse zu

$$\dot{N}_{min} = \frac{1}{4E_{tot}^2 (P_{\odot}P_l)^2 (\Delta_{Rel})^2}.$$

### 3.2.3 Numerische Berechnung der Messraten

Im Bereich der  $\Delta$ -Resonanz ist  $E \approx 0.5$  (siehe Abbildung 3.2), und nach Gleichung 2.5 ist bei einer Primärstrahlenergie von  $3.2 GeV$  ( $2.5 GeV$ ) und einer longitudinalen Elektronenstrahlpolarisation  $P_e = 0.55$  ( $0.65$ ) (siehe dazu Abbildung 4.2) die Polarisation  $P_{\odot} \approx 0.063$  ( $0.097$ ). Der longitudinale

Polarisationsgrad des Targets wird in [Dut 94] und [Roh 03] beschrieben. Er ist von Medium, Polarisationsmagnetfeld und -zeit abhängig und relaxiert exponentiell mit einer temperaturabhängigen Halbwertszeit im Bereich von 100 bis 200 Stunden. Bei einem Butanoltarget wurde bei einem Magnetfeld von  $5 T$  ein Polarisationsgrad von 98% erreicht, wobei nicht alle Teile des Butanols polarisierbar sind. Das Verhältnis der polarisierbaren- zu den unpolarisierbaren Anteilen wird als Dilutionsfaktor<sup>4</sup> bezeichnet. Bei reinem Butanol beträgt er  $\frac{10}{74} \approx 0.135$ ; für das Target, das aus einem Gemisch aus Butanol, Wasser und Porphyrexid besteht, ist er 0.133. Bei einem Target aus LiD würde er 0.25 betragen ([Gau 04] und [Tak 03]). Für die Abschätzung wird so eine Targetpolarisation für Butanol von  $P_t = 0.12$  angenommen.

Daraus folgt, dass bei einer Genauigkeit des Polarisationsgrades von 10% ca.  $1.8 \cdot 10^6$  (740.000), bei 3% ca.  $15.8 \cdot 10^6$  ( $6.7 \cdot 10^6$ ) und bei 1% ca.  $175 \cdot 10^6$  ( $74 \cdot 10^6$ ) Ereignisse pro Polarisationsrichtung aufgenommen werden müssen.

### 3.2.4 Abschätzung der Messzeit

Wie in Kapitel 5 zu sehen ist, kann ein Segment des Taggermoduls mindestens eine Rate von  $10 MHz$  detektieren. Ein Taggermodul, welches die FWHM der  $\Delta$ -Resonanz abdeckt, sollte nach Gleichung 4.5 eine Breite von ca.  $9 mm$  haben, was 3 Segmenten entsprechen würde. Es könnte folglich eine Elektronenrate von  $30 MHz$  detektiert werden. Bei einem Butanol-Target, wie es zum Beispiel beim GDH-Experiment an ELSA benutzt wurde, von  $2.88 cm$  Länge, mit einer Flächenbelegung von  $(1.399 \pm 0.032) \cdot 10^{23} cm^{-2}$  ([Roh 03]) und einem mittleren Wechselwirkungsquerschnitt im Bereich der  $\Delta$ -Resonanz von  $0.5 mbarn$  (siehe Abbildung 3.4) sollten dann etwa  $2000 \frac{\pi}{s}$  gemessen werden.

#### Separate Datennahme

Eine separate Datennahme mit einer Datenrate von etwa  $1 kHz$ , die ADC- und TDC- Informationen aufnimmt, sollte eine Messung des Polarisationsgrades mit einem relativen Fehler von 3% in etwa  $5 h$  ( $2 h$ ) durchgeführt haben. Höhere Datenraten sind zwar möglich, jedoch sollte beachtet werden, dass diese Messung parasitär, also parallel zum Hauptexperiment stattfinden und nicht unnötig Ressourcen verbrauchen sollte.

---

<sup>4</sup>Dilution: Lösung; engl: dilutionfactor

## Zählerereignisse

Gelingt es die Rekonstruktion der Photonen und bei 2-Photonen-Ereignissen damit die Pionrekonstruktion mit einer elektronischen Logik durchzuführen, so kann sich zwar dadurch eine neue Fehlerquelle öffnen, der statistische Fehler jedoch wird stark sinken, da man nun die Pionenraten  $\dot{N}_i^j$  mit Zählern aufnehmen kann. Man benötigt pro Winkelbin jeweils einen Zähler für  $\dot{N}_1^j$  und einen für  $\dot{N}_2^j$ . Damit kann man bei den Pionenraten von  $2000 \frac{\pi}{s}$  einen statistischen Fehler von 3% nach ca.  $2.5 h$  erhalten. Die Gesamtereignisse werden pro Spill<sup>5</sup> einmal mit  $P_\odot$  und zur anderen mit  $-P_\odot$  aufgenommen.

---

<sup>5</sup>Spill: Entleerung von ELSA durch Extraktion aller Elektronen

# Kapitel 4

## Aufbau des Experiments

### 4.1 Die Bonner Beschleunigeranlage ELSA<sup>1</sup>

Seit 1987 betreibt das Physikalische Institut der Universität Bonn die Elektronenbeschleunigeranlage ELSA (Abbildung 4.1). Die Anlage beschleunigt Elektronen in drei Stufen je nach Betriebsmodus auf eine Energie von 0.5 bis 3.5 *MeV*.

**Die erste Stufe** besteht aus dem Linearbeschleuniger *LINAC 2*<sup>2</sup>, der mit 50 *keV* Elektronen aus wahlweise einer thermischen oder einer polarisierten Elektronenquelle versorgt wird, die seit Januar 2000 zur Verfügung steht. Der *LINAC 2* liefert einen Strahl mit einer Energie von 26 *MeV* bei einem möglichen Polarisationsgrad der Elektronen von 80%.

**Die zweite Stufe** ist das 1967 in Betrieb genommene Booster Synchrotron, ein mit 50 *Hz* gepulster Ringbeschleuniger, der den Strahl auf eine Energie zwischen 0.5 und 1.6 *GeV* beschleunigt. Durch die eigentliche Beschleunigungsfrequenz von 500 *MHz* wird dabei der Elektronenstrahl in Pakete mit einem zeitlichen Abstand von 2 *ns* unterteilt, die jedoch von der benutzten Detektoranlage nicht aufgelöst werden können.

**Die dritte Stufe** ist der Elektronenspeicherring mit einem Umfang von 164.4 *m*. Dorthin wird der Strahl aus dem Synchrotron injiziert. Hier kann der Strahl gespeichert und nachbeschleunigt werden. Außerdem ist es möglich, die Strahlqualität zu verbessern. Der Speicherring kann in drei Betriebsmodi arbeiten:

---

<sup>1</sup>ELSA: **E**lektronen **S**tretcher **A**nlage

<sup>2</sup>**L**inear **a**ccelerator

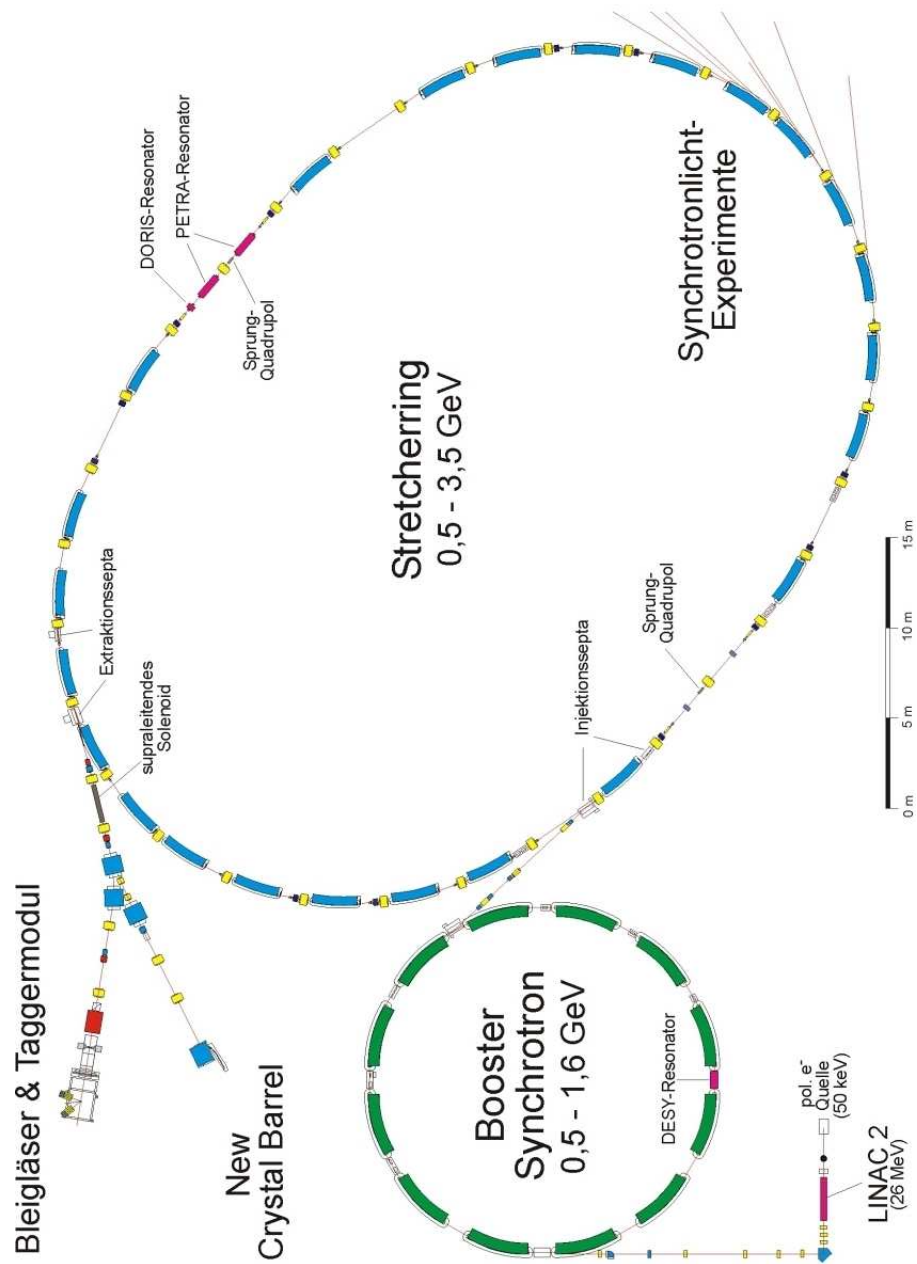


Abbildung 4.1: Beschleunigeranlage ELSA mit dem Linearbeschleuniger LINAC 2, Boostersynchrotron, dem Stretcherring und den angeschlossenen Synchrotronlicht- und Mittelenergieexperimenten. Oben links unter dem Schriftzug “Bleigläser & Taggermodul” ist der Aufbau zur Testmessung der  $P_{33}(1232)$ -Resonanz zu sehen.

**Stretchermodus:** Im Stretchermodus wird der Elektronenstrahl mit seiner Einschussenergie gespeichert und periodisch durch das Synchrotron mit der Wiederholperiode von  $20\text{ ms}$  aufgefrischt. Durch eine langsame, gleichmäßige Resonanzextraktion wird ein Elektronenstrahl von  $10 - 20\text{ nA}$  mit zeitlich konstanter Intensität erzeugt. Das makroskopische Tastverhältnis (Extraktionszeit zur Gesamtzeit) beträgt ca. 95%, das mikroskopische ca. 60%.

**Speichermodus:** Für Experimente mit Synchrotronlicht wird durch mehrere Synchrotroneinschüsse der Speicherring mit einem Strahlstrom von bis zu  $160\text{ mA}$  und einer typischen Energie von  $2\text{ GeV}$  gefüllt. Dieser Strahl wird typischerweise etwa 90 Minuten gespeichert.

**Nachbeschleunigermodus:** Hier wird der Speicherring mit mehreren Synchrotron-Einschüssen bis zu einem Strahlstrom von einigen  $10\text{ mA}$  gefüllt, die Elektronen werden dann auf die Endenergie bis maximal  $3.5\text{ GeV}$  nachbeschleunigt. Über Resonanzextraktion wird am Experiment über eine Zeitspanne von mehreren Sekunden ein zeitlich konstanter Strahl extrahiert. Das makroskopische Tastverhältnis beträgt hier 50-90%, der extrahierte Strahlstrom bis zu  $3\text{ nA}$ .

Durch Strahlrohre wird der extrahierte Strahl, der als monoenergetisch angesehen werden kann, zu den einzelnen Experimentierbereichen geführt. Dabei gibt es mehrere Synchrotronlicht-Strahlplätze, wie auf Abbildung 4.8 rechts unten zu sehen, und zwei getrennte Bereiche für Experimente der Mittelenergiephysik. Die hier beschriebenen Experimente fanden im Bereich des ehemaligen CBELSA<sup>3</sup>-Experiments statt.

Wie in der Abbildung 4.2 zu sehen ist, kann der Strahl des Beschleunigers einen Polarisationsgrad von über 70% im Energiebereich  $< 2\text{ GeV}$  und seit 2001 von über 50% im Gesamtenergiebereich aufweisen ([Hof 00]).

Zur Einstellung des Experiments und zur Ratenmessung wurde mit einer Primärstrahlenergie von  $E_0 = 1.4\text{ GeV}$ , zur Messung der  $P_{33}(1232)$ -Resonanz mit einer Primärstrahlenergie von  $E_0 = 3.2\text{ GeV}$  gearbeitet. Der Strom des extrahierten Strahles erreichte einige nA, was bedeutet, dass direkt am Radiortypart Elektronenraten im GHz-Bereich herrschen.

Literatur: [Alt 68, Alt 87, Hus 85, Hus 88]

---

<sup>3</sup>Crystal Barrel at ELSA

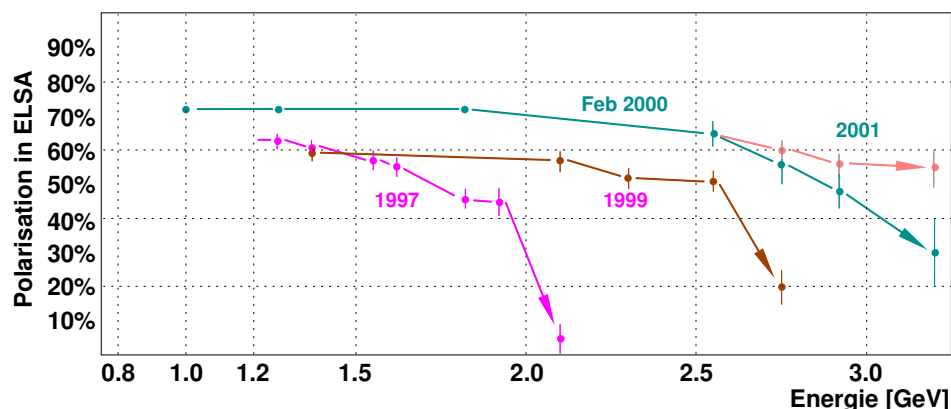


Abbildung 4.2: *Polarisation des Elektronenstrahls in ELSA in Abhängigkeit zur Energie.*

## 4.2 Der Tagger

Bei Photoproduktionsexperimenten benötigt man Photonen, deren Energien möglichst gut bekannt sein sollten. Hier wird eine Anlage beschrieben, mit der es möglich ist, einzelne Bremsstrahlungsphotonen bekannter Energie mit Raten im  $10\text{ MHz}$ -Bereich zu markieren. Diese Bremsstrahlphotonenmarkierungsanlage wird im Folgenden kurz als Tagger<sup>4</sup> bezeichnet.

### 4.2.1 Energiemarkierung von Photonen

In einem Radiatortarget, das in dem beschriebenen Experiment aus einem  $50\ \mu\text{m}$  dicken Kupferdraht besteht, was einer Strahlungslänge von  $\frac{1}{1000}$  entspricht, werden Bremsstrahlungsphotonen mit der Energie  $E_\gamma$  erzeugt. Können die einzelnen Elektronen, die diese Photonen erzeugt haben, zeitlich und energetisch aufgelöst werden, so ist es möglich, mit der gemessenen Elektronenergie  $E_e$  nach der Formel

$$E_\gamma = E_0 - E_e$$

die Energie des Bremsstrahlungsphotons zu berechnen und es auf diese Weise zu markieren. Die Messung der Elektronenergie wird meist mit einem Dipolmagneten und einem Hodoskop durchgeführt.

---

<sup>4</sup>markieren: (engl.) to tag



## Berechnung der Photonenergie

Die Elektronen werden in einem Dipolmagneten durch ein homogenes Magnetfeld, welches orthogonal zur Strahlachse steht, abgelenkt, wobei der Ablenkwinkel  $\alpha$  Rückschlüsse auf die Energie des inelastisch gestreuten Elektrons  $E_e$  zulässt. Nach einer kurzen Flugstrecke werden die Elektronen dann mit möglichst guter Ortsauflösung im Tagger nachgewiesen. Aus dem Ort wird ihr Ablenkwinkel und mit ihm die Energie der einzelnen Photonen ermittelt.

Bei dem hier benutzten Taggermagneten, der schon bei dem SAPHIR<sup>5</sup>- und danach bei dem CBELSA-Experiment verwendet wurde, lässt sich dieser Ablenkwinkel  $\alpha$  wie folgt errechnen [For 04, Cre 01] :

$$\sin \alpha = \frac{0.2998 \cdot l[m] \cdot B[T]}{c \cdot p[GeV]}, \quad (4.1)$$

dabei ist  $\cos \alpha = l$  die Länge, auf der das Magnetfeld des Taggermagneten wirkt (hier  $l = 1 \text{ m}$ ). Wegen der hohen Elektronenergie gilt:  $cp = E_e$ .

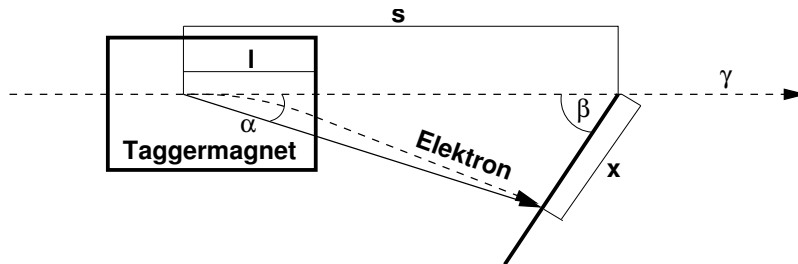


Abbildung 4.3: Skizze des Taggers mit einem Elektronenstrahl, der auf die Position  $x$  auf einer Ebene, die im Winkel  $\beta$  zur Strahlachse geneigt ist, abgelenkt wird .

Ist die Ebene der Szintillatoren im Abstand  $s$  um den Winkel  $\beta$  zur Strahlachse geneigt (siehe Abbildung 4.3), so lässt sich der Auftreffpunkt der abgelenkten Elektronen wie folgt nach dem Sinussatz berechnen:

$$x = \frac{s \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}$$

Einsetzen von 4.1 ergibt

$$x = \frac{0.2998Bs}{0.2998B \cos \beta + E_e \sin \beta}. \quad (4.2)$$

<sup>5</sup>Spectrometer Arrangement for Photon induced Reactions

Das Magnetfeld  $B$  wird so eingestellt, dass sich für den Primärstrahl ein Ablenkwinkel von  $9^\circ$  ergibt. Daraus folgt für 4.2 mit 4.1:

$$x = \frac{s}{\cos \beta + \frac{E_e \sin \beta}{E_0 \sin 9^\circ}}. \quad (4.3)$$

Damit ergibt sich für die Photonenergie  $E_\gamma$

$$E_\gamma = E_0 \left( 1 - \frac{\sin 9^\circ}{\sin \beta} \left( \frac{s}{x} - \cos \beta \right) \right). \quad (4.4)$$

Ein Szintillator endlicher Breite  $\Delta x$  mit dem Mittelpunkt bei  $x$  deckt also einen Energiebereich von

$$\Delta E_\gamma = E_0 \frac{\sin 9^\circ}{\sin \beta} \left( \frac{2s\Delta x}{4x^2 - \Delta x^2} \right) \quad (4.5)$$

ab. In einem Experiment muss darauf geachtet werden, dass die Ereignisraten sich reziprok zu  $E_\gamma$  verhalten, also bei kleinen Photonenergien der Strahlstrom  $\Phi$  stark ansteigt (vgl. Abbildung 4.4, in der die Verteilung logarithmisch aufgetragen ist). Das Bremsstrahlungsspektrum hat über einen großen Energiebereich einen Verlauf wie  $\Phi = \frac{\Phi_0}{E_\gamma}$  (siehe dazu auch Abschnitt 2.3). Die Zählraten  $\dot{N}$ , die in einem Detektor der Breite  $\Delta x$  herrschen, sind also das Integral der Bremsstrahlungsfunktion über die Detektorbreite und berechnen sich zu

$$\dot{N} = \Phi_0 \ln \left( 1 + \frac{\frac{s\Delta x}{4x^2 - \Delta x^2} \cos \beta}{1 - \frac{\sin 9^\circ}{\sin \beta} \left( \frac{2s}{2x - \Delta x} - \cos \beta \right)} \right). \quad (4.6)$$

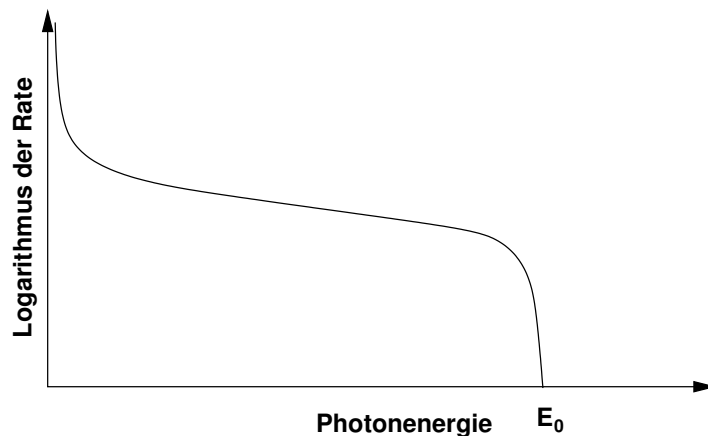


Abbildung 4.4: Darstellung eines typischen Bremsstrahlungsspektrums.

## 4.2.2 Das Taggermodul

Das Taggermodul besteht aus acht Szintillatoren (siehe Abbildung 4.5), deren Nummerierung den relativen Abstand zum Primärstrahl angibt. Die Szintillatorplatten sind jeweils  $90\text{ mm}$  lang und  $16\text{ mm}$  breit. Die Dicke variiert zwischen  $5\text{ mm}$  der jeweils äußeren beiden und  $3\text{ mm}$  der inneren vier. Sie sind durch Lichtleiter mit Photomultipliern XP2900 der Marke Photonis verbunden, die wiederum mit verschiedenen Spannungsteilern in aktiver Bauart bestückt sind. Es gibt drei verschiedene Kategorien von Spannungsteilern: die Kategorie A (größte Verstärkung), die Kategorie C (höchste Raten) und ein Hybrid H aus A und C der einerseits eine hohe Verstärkung der schwachen Lichtsignale der Szintillatoren und andererseits hohe Ausleseraten ermöglichen soll. Spannungsteiler der Kategorie C liefern im allgemeinen viel kleinere Verstärkungen (ca. Faktor 5 - 10 geringer als Kategorie A), so dass sie bei den Messungen mit elektronischen Verstärkern betrieben werden müssen. Die Aufteilung der Spannungsteiler zu den Szintillatoren ist in Tabelle 4.1 zu sehen:

| Nr.               |     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-------------------|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Spannungsteiler   | Typ | A | A | A | H | A | C | C | H |
| Szintillatordicke | mm  | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 | 5 | 5 |

Tabelle 4.1: Zuordnung der Spannungsteiler zu den Szintillatoren.

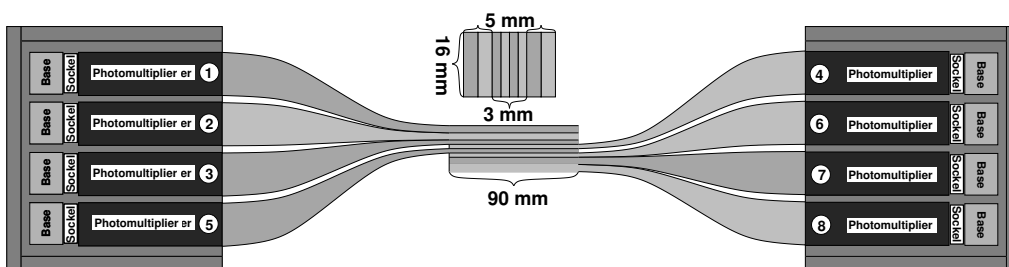


Abbildung 4.5: Aufbau des Taggermoduls aus 8 Szintillatoren (4 mal  $90 \times 16 \times 5$  und 4 mal  $90 \times 16 \times 3$ ), ausgelesen von Photomultipliern.

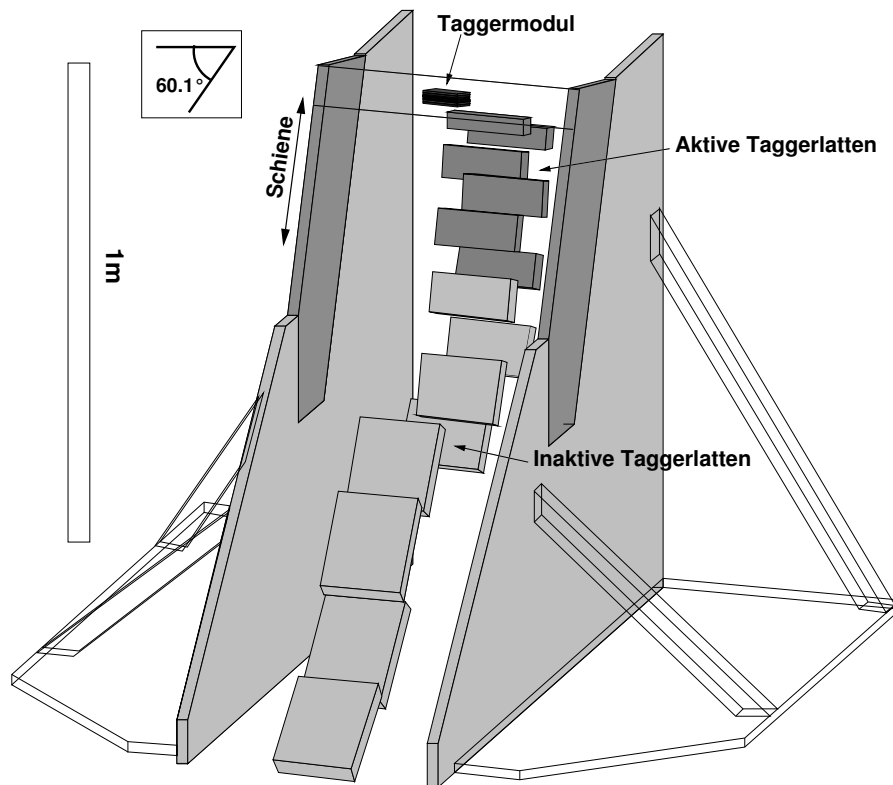


Abbildung 4.6: Schematischer Aufbau des Taggers mit dem Taggermodul; die aktiven Latten sind dunkel, die inaktiven hell unterlegt.

### Einbau des Taggermoduls in den CBELSA-Tagger

Die ehemalige CBELSA-Taggerleiter besteht aus 14 Szintillatorlatten, deren Anordnung in Abbildung 4.3 zu sehen ist, und die einen Energiebereich der Photonen von 22% bis 92% der Primärenergie abdecken. Für die folgenden Experimente wurden lediglich die obersten 6 Latten benutzt, was den Energiebereich der Photonen auf 22% bis ca. 70% der Primärenergie verringert. Das Taggermodul wurde über der alten CBELSA-Taggerleiter  $s = 1660 \text{ mm}$  vom Magneten entfernt angebracht und lässt sich auf einer Schiene im Winkel  $\beta = 60.1^\circ$  zur Strahlachse vertikal bewegen, wie in Abbildung 4.6 dargestellt ist. Die Elektronenstrahlenergie beträgt in den in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten 1.4 bzw 3.2 GeV. Die Position des Primärstrahls beträgt  $x_{\text{Primr}} = 282 \text{ mm}$ . Mit einer Dicke von einigen Millimeter der Szintillatoren ergibt sich nach Gleichung 4.5 eine Energieauflösung von  $\frac{\Delta E_\gamma}{E_0} < 0.3\%$ .

## 4.3 Der Bleiglas-Photonendetektor

### 4.3.1 Aufbau der Detektorblöcke

Zur Messung der beiden Zerfallsphotonen des Pions standen 16 SF5-Bleiglas-Detektoren (Čerenkovdetektoren) mit Photomultiplierauslese zur Verfügung. Die technischen Daten, wie Dichte  $\rho$ , Brechungsindex  $n$ , Strahlungslänge  $X_0$ , Molière-Radius  $R_M$  und kritische Energie  $E_K$ , sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

| $\rho$            | $n$ | $X_0$ | $R_M$ | $E_K$ |
|-------------------|-----|-------|-------|-------|
| g/cm <sup>2</sup> |     | cm    | cm    | MeV   |
| 4.07              | 1.7 | 2.55  | 3.17  | 16.9  |

Tabelle 4.2: Technische Daten von SF5-Bleiglas

Aus den Detektoren wurden zwei Blöcke errichtet, wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist. Mit den Algorithmen zur Ortsbestimmung (Abschnitt A.6) lassen sich dort Ortsrekonstruktionen mit einer Genauigkeit von  $\pm 2.5^\circ$  an den Positionen 3 & 6 im ersten und 11 & 14 im zweiten Detektorblock vornehmen. Aus statistischen Gründen wurden jedoch auch die Energieeinträge der übrigen Kristalle betrachtet, deren Ortszentren mit dem Zentrum des jeweiligen Kristalls gleichgesetzt wurden und damit einen Fehler von  $\pm 5^\circ$  haben.

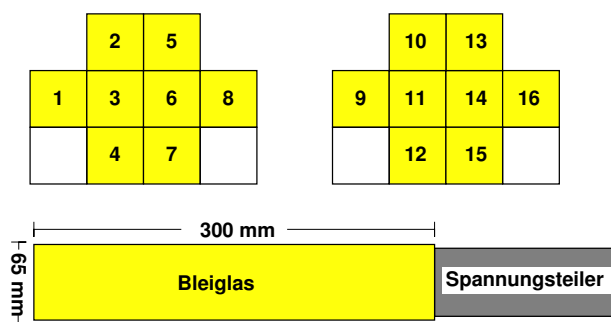


Abbildung 4.7: Aus jeweils 8 von den unten zu sehenden Detektorkomponenten wurden die zwei Blöcke aufgebaut.

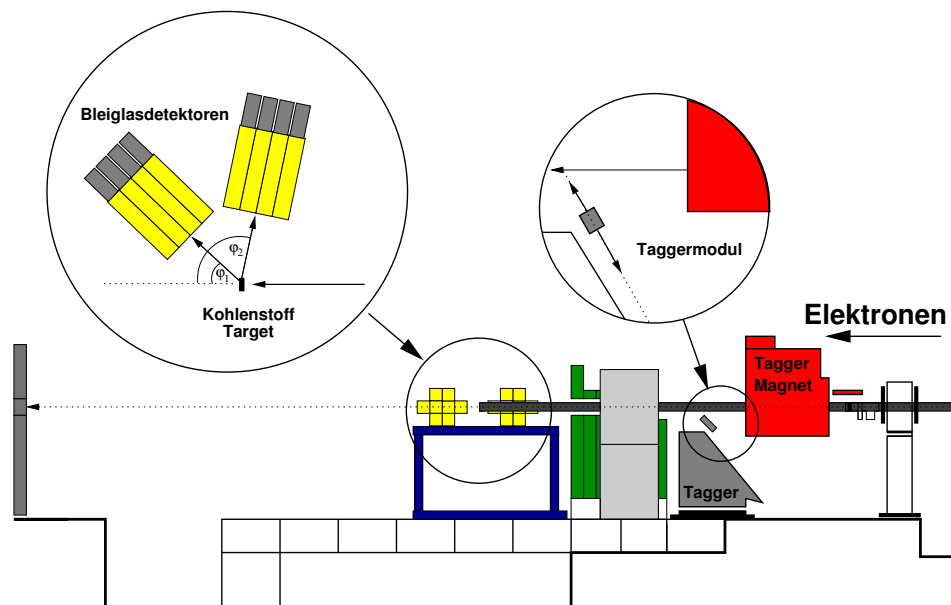


Abbildung 4.8: Skizze des Aufbaus zur Messung der  $\Delta$ -Resonanz mit Vergrößerungen des Taggermoduls (rechts) und der zwei Bleiglasblöcke (links).

### 4.3.2 Position der Detektorblöcke

In Anhang A ist die Kinematik der Entstehung und des Zerfalls der  $\Delta$  – Resonanz beschrieben. Für die Winkel, unter denen die beiden Detektoren aufgebaut werden müssen, folgt nach Abschnitt A.3.3:  $\varphi_1 = 42.5^\circ$  und  $\varphi_2 = 101.5^\circ$ . In diesen Winkeln zur Strahlachse werden die beiden Detektorblöcke auf einer festen, in der Höhe justierbaren Unterlage vertikal mittig angeordnet, wie in Abbildung 4.8 zu sehen ist.

## 4.4 Die Auslese

### 4.4.1 Ausleseelektronik zur Messung der $P_{33}(1232)$

Die Signale der einzelnen Komponenten wurden geteilt, verstärkt, diskriminiert und mit TDCs<sup>6</sup> und ADCs<sup>7</sup> ausgelesen. Die Elektronik der beiden Bleiglasblöcke ist in Abbildung 4.9 schematisch dargestellt. Die Verarbeitung der Taggersignale verlief in gleicher Weise mit den elektronischen Komponenten des ehemaligen CBELSA-Experiments ([Ehm 00]). Das Taggermodul wurde an Stelle der Latten 1 bis 8 in die Taggerelektronik eingefügt.

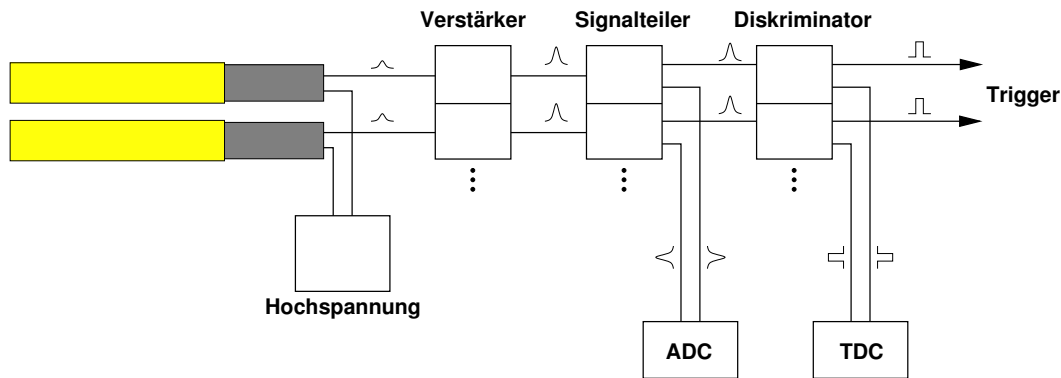


Abbildung 4.9: Skizze der Signalverarbeitungselektronik; als Verstärker wurden LeCroy 612A eingesetzt, als aktive Signalteiler dienten CAEN Quad linear Fan in - Fan out 401 und als Diskriminatoren LeCroy 4608C.

Als Trigger fungierten die logischen ODER der beiden Bleiglasblöcke und das logische ODER des Taggers, wie in Abbildung 4.10 gezeigt wird. Die Signale der Bleiglasblöcke hatten jeweils eine zeitliche Länge von  $25\text{ ns}$ , das Tagger ODER eine Länge von  $20\text{ ns}$ . Das bedeutet, dass die Zeitdifferenz zweier der drei Signale  $45\text{ ns}$  nicht überschreiten durfte.

Zusätzliche Ratenmessungen wurden durchgeführt, indem die Signale des Taggers zusammen mit einem Zeitsignal auf einen Zähler gegeben wurden, der alle  $\frac{1}{10}$  Sekunde ausgelesen wurde.

Die Auslese wurde von der DAQ<sup>8</sup> des CBELSA-Experiments vorgenommen und die ADC- und TDC-Daten auf Festplatten geschrieben.

<sup>6</sup>Time to Digital Converter (Zeitdigitalisierung)

<sup>7</sup>Analog to Digital Converter (Analogsignaldigitalisierung)

<sup>8</sup>Daten Acquisition

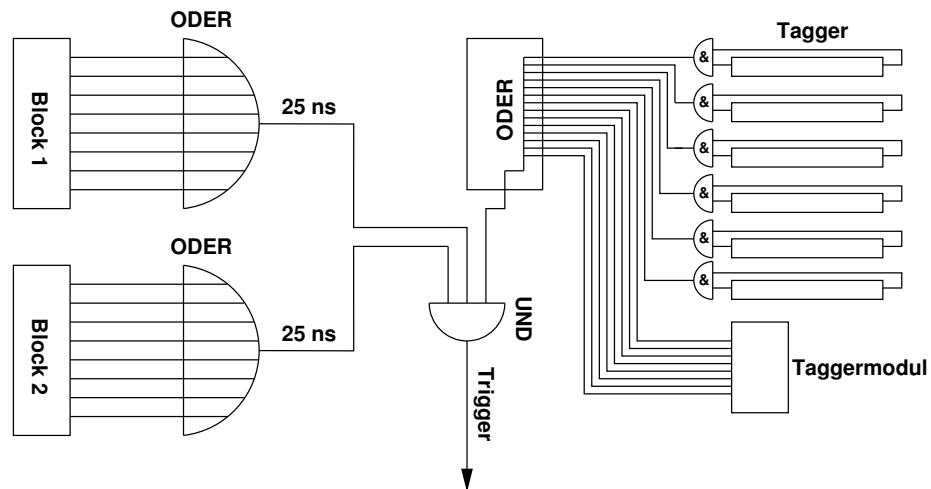


Abbildung 4.10: Darstellung der Triggerelektronik; jeweils ein logisches ODER der beiden Bleiglasblöcke wird mit dem logischen ODER der Taggerlatten und des Taggermoduls mit einem logischen UND verknüpft.

#### 4.4.2 Ausleseelektronik zur Ratenmessung

Zur Messung der Zählraten wurden die diskriminierten Signale des Taggermoduls und jeweils einer Röhre der Taggerlatten 13 und 14 auf einen Zähler gegeben, der alle  $0.1\text{ s}$  durch eine CAMAC-Einheit (siehe [Kon 01]) ausgelesen wurde. Zur Berechnung der absoluten Raten wurde zudem noch ein Zeitsignal von  $10\text{ MHz}$  auf den Zähler gegeben (siehe dazu Abbildung 4.11).

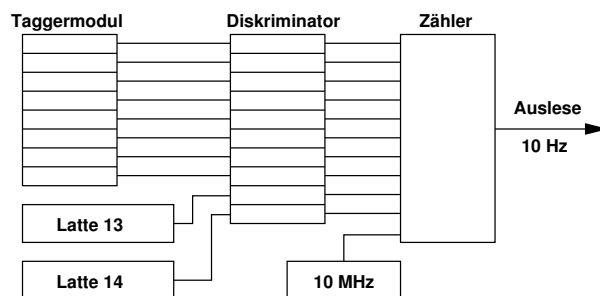


Abbildung 4.11: Elektronik der Ratenmessung: Die diskriminierten Signale von Taggermodul und Taggerlatten 13 und 14 wurden mit einem Zeitsignal zusammengezählt.



## 4.5 Kalibration

### 4.5.1 Kalibration des Taggers

Mit Hilfe der Ergebnisse der im Rahmen des Crystal-Barrel-Experiments durchgeführten Taggerkalibration ([Cre 01]) wurden die den Taggerlatten zugeordneten Energien ermittelt. In Abbildung 4.12 sind die Ergebnisse dargestellt, wobei die Bereiche der benutzten Taggerlatten grau unterlegt sind. Dort kann man auch die Fehler  $\Delta E_{\gamma L}$  abschätzen. Sie sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst.

| Lattenindex                 | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\Delta E_{\gamma L}$ [MeV] | 150 | 200 | 250 | 300 | 200 | 300 |

Tabelle 4.3: Fehler  $\Delta E_{\gamma L}$  der einzelnen Taggerlatten.

Die Energie des Taggermoduls wurde aus Gleichung 4.4 berechnet und bei Koinzidenz mit bestimmten Taggerlatten anhand deren Energiekalibration überprüft, was keine Widersprüche mit der Rechnung ergab. Durch die Abmessungen der Detektoren des Moduls erhält man eine theoretische Energiebreite  $\Delta E_{\gamma M}$  im Bereich von 1% (vergleiche Gleichung 4.5)

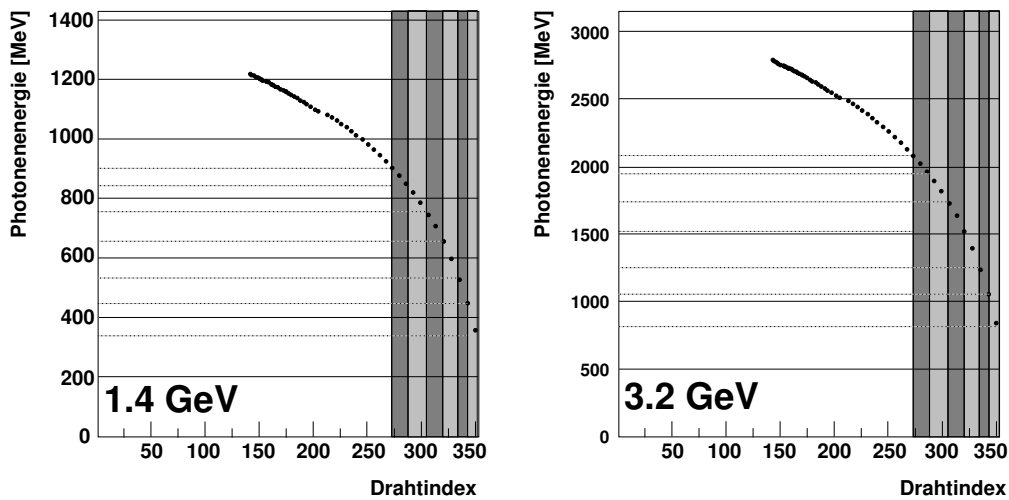


Abbildung 4.12: Kalibrationsmessungen des Taggers bei 1.4 GeV bzw 3.2 GeV, die im Rahmen des Crystal-Barrel-Experiments durchgeführt wurden. Grau unterlegt sind die benutzten Taggerlatten.

### 4.5.2 Ratennormierung des Taggermoduls

Werden mit dem Taggermodul bei verschiedenen Positionen  $x$  Messungen mit den Raten  $\dot{N}_x$  durchgeführt, so muss man beachten, dass an verschiedenen Positionen unterschiedliche Photonenströme herrschen (siehe Gleichung 4.6 und Abbildung 4.4) und dass die Zuordnung der Position zur Photonenergie nicht linear ist (siehe Gleichung 4.4). Die normierte Rate  $\dot{N}_x^{norm}$  lautet also

$$\dot{N}_x^{norm} = \frac{1}{\Phi_0 \ln \left( 1 + \frac{\frac{s\Delta x}{4x^2 - \Delta x^2} \cos \beta}{1 - \frac{\sin 90^\circ}{\sin \beta} \left( \frac{2s}{2x - \Delta x} - \cos \beta \right)} \right)}. \quad (4.7)$$

Da das Bremsstrahlungsspektrum an seinen Grenzen (sehr niedrige und sehr hohe Energie) von der Form  $\frac{1}{E}$  abweicht, ist es dort eher ratsam, die Korrektur mit der Anzahl der gemessenen Photonen je Detektor, also mit den Zählerereignissen, vorzunehmen. Dies wurde bei der Messung der  $\Delta$ -Resonanz berücksichtigt.

### 4.5.3 Kalibration der Bleigläser

Um eine Berechnung der Viererimpulse durchführen zu können, muss die gesamte Apparatur energiekalibriert sein. Die ADC-Informationen  $E_{ADC}$  werden dabei mit

$$E_{kal} = (E_{ADC} - E_{Pedestal}) \cdot F \quad (4.8)$$

in eine kalibrierte Energie  $E_{kal}$  umgerechnet. Der Fehler der ADC-Information  $\Delta E_{ADC}$  liegt im Bereich von 10%. Der Fehler  $\Delta E_{Pedestal} \approx 1\%$  kann in dieser Hinsicht vernachlässigt werden. So folgt für den Fehler der kalibrierten Energie  $\Delta E_{kal} = 10\%$ .

Das Pedestal  $E_{Pedestal}$  ist sehr leicht mit Rauschspektren zu ermitteln, jedoch ist der Skalierungsfaktor  $F$  etwas komplizierter zu berechnen, da kein kalibrierter Strahl auf die Bleigläser trifft. Daher muss die Energiekalibration indirekt aus den Messdaten erfolgen. Dabei wird in den folgenden Schritten vorgegangen.

#### Kalibration mit Pionmasse

Berechnet man die Pionmasse  $m_\pi$  mit nur zwei einzelnen Kristallen aus verschiedenen Blöcken, die jeweils fast die gesamte Energie eines der Photonen des Pions gemessen haben, so folgt für kalibrierte Energien nach Gleichung A.10

$$1 = \frac{m_\pi^2}{2E_{kal1}E_{kal2}(1 + \cos \alpha_\gamma)}.$$

Mit Gleichung 4.8 folgt für die Skalierungsfaktoren  $E_{kali} = E_i F_i$

$$F_1 F_2 = \frac{m_\pi^2}{2E_1 E_2 (1 + \cos \alpha_\gamma)} = \frac{m_\pi^2}{m^2}.$$

So lassen sich die Skalierungsfaktoren einzelner Kristalle in relativer Abhängigkeit voneinander berechnen. Bei einem  $4\pi$ -Detektor wäre es so möglich, die Energien der einzelnen Kristalle zu kalibrieren. Bei zwei getrennten Detektorblöcken ist dies jedoch allein mit dieser Methode nicht möglich.

In der Praxis sollte man, sofern man weiß, dass man Pionen gemessen hat, die invariante Masse  $m$  der Summe der Vierervektoren der rekonstruierten Photonen eines Detektors in Block 1 mit den rekonstruierten Photonen aller einzelnen Detektoren des Blocks 2 in Histogrammen  $\frac{m}{m_\pi}$  gegen die Häufigkeit auftragen und die Position des Maximums  $X_{max}$  des Graphen quadrieren, wie in Abbildung 4.13 zu sehen ist. Mit der (revidierbaren) Annahme, der Detektor aus Block 1 sei kalibriert, ergibt sich  $F_2 = \frac{1}{X_{max}}$ . Nach Kalibration von Block 2 kann man analog mit Block 1 verfahren. Durch mehrmalige Anwendung kann man das Ergebnis noch verbessern (wobei dann  $F_{neu} = F_{alt} \frac{1}{X_{max}}$ ). Eine direkte Auftragung von  $\frac{m_\pi^2}{X E_1 E_2}$  ergibt einen größeren Fehler und ist nicht zu empfehlen.

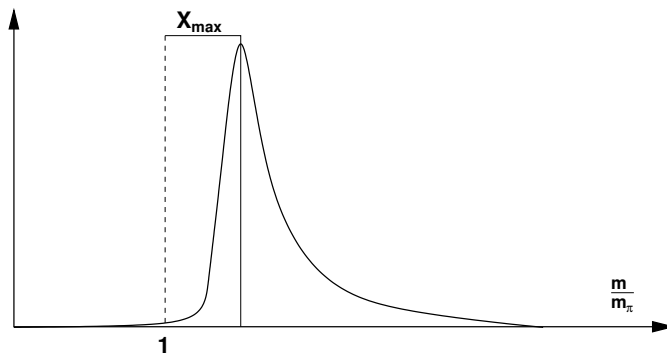


Abbildung 4.13: *Beispiel eines Spektrums zur Energiekalibration mit der Pionmasse.*

Kann man nun bei einem  $4\pi$ -Detektor durch einen Kreisschluss eine absolute Kalibration vornehmen, so ist dies bei Detektorblöcken nicht möglich, weil das Verhältnis der Gesamtenergien der Blöcke zueinander nicht bekannt ist. Abhilfe kann man schaffen, wenn man den Öffnungswinkel des Pions zur Strahlachse kennt.

## Kalibration mit dem Pionenöffnungswinkel

Sind die beiden Bleiglasblöcke mit der Pionmasse bis auf einen Faktor  $F_{Korr}$ , der dieses Verhältnis berichtigt, geeicht, so können sie untereinander durch den Pionwinkel kalibriert werden. Durch die Anordnung der beiden Bleiglasblöcke wie in Abbildung 4.8 ist der maximale Pionenfluss im Winkel  $\varphi = \frac{\varphi_{Block1} + \varphi_{Block2}}{2}$  zu erwarten (siehe dazu auch A.2.3). Errechnet man nun den Öffnungswinkel des Pions zur X-Achse mit korrigierten Energien der beiden Blöcke  $E_{1neu} = \frac{E_1}{F_{Korr}^i}$  und  $E_{2neu} = E_2 \cdot F_{Korr}^i$ , rekonstruiert den Öffnungswinkel des Pions und trägt die errechneten Pionwinkel gegen verschiedene Korrekturen  $F_{Korr}^i$  in ein 2D-Histogramm auf, so kann man den Korrekturfaktor  $F_{Korr}$  für den richtigen Öffnungswinkel ablesen. Mit dem abgelesenen Korrekturfaktor können nun alle neuen Skalierungsfaktoren der Detektoren mit  $F_{1neu}^i = \frac{F_1^i}{F_{Korr}}$  und  $F_{2neu}^i = F_2^i \cdot F_{Korr}$  berechnet werden. Zusammen mit den Ergebnissen aus Abschnitt 4.5.3 lassen sich nun alle Energieeinträge der beiden Bleiglasblöcke kalibrieren. In Abbildung 4.14 ist die Verteilung schematisch in Form einer Kurvenschar dargestellt. Die zentrale Kurve entspricht der richtigen Wahl der Korrekturfaktoren, die hier beispielhaft angenommen wurden, die übrigen falschen Alternativen.

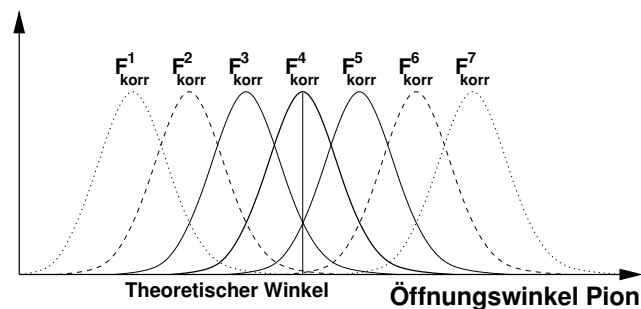


Abbildung 4.14: Skizze zur Energiekalibration mit dem Öffnungswinkel des Pions.

## Ortskalibration

Bei Detektoren mit geringen Abmessungen, das heißt kleiner als der Molière-Radius, kann man mit der Rekonstruktion des Ortes der Photonen eine Kalibration vornehmen.

In  $\varphi$ -Richtung, also der Vertikalen, kann wegen der Drehsymmetrie des Zerfalls bezüglich der optischen Achse von einer gleichmäßigen Ereignisverteilung ausgegangen werden. Das bedeutet, dass bei einer maximalen Energieeintragsdeposition im zentralen Kristall das Mittel der berechneten Auftreffpunk-

te, im Folgenden Ortszentrum genannt, in der Mitte dieses Kristalls liegen sollte. Die Auftreffpunkte werden nach der Formel A.12 errechnet, wobei im Folgenden der Skalierungsfaktor=1, der Mittelpunkt  $X_{Mitte} = 0$  und  $\varepsilon_i = \ln(E_{ADC^i} - E_{Pedestal^i})$  gesetzt werden.

Der zentrale Kristall soll an der Stelle  $n$  in einer infiniten Reihe aus Kristallen liegen. Vergleicht man nun das unkalibrierte Ortszentrum mit dem kalibrierten  $e_i = \ln[(E_{ADC^i} - E_{Pedestal^i}) F_i] = \varepsilon_i + \ln F_i = \varepsilon_i + \varphi_i$ , stellt man eine Abweichung  $A$  fest, wobei, wenn das Ortszentrum nach  $n+1$  verschoben ist,  $A$  positiv ist. Der Zusammenhang von  $A$  mit dem logarithmierten Skalierungsfaktor  $\varphi_i$  berechnet sich nach

$$X_{Mitte} = \frac{\sum_i (i - n) \varepsilon_i + \sum_i (i - n) \varphi_i}{\sum_i \varepsilon_i \sum_i \varphi_i} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sum_i (i - n) \varepsilon_i}{\sum_i \varepsilon_i \sum_i \varphi_i} + \frac{\sum_i (i - n) \varphi_i}{\sum_i \varepsilon_i \sum_i \varphi_i} = 0,$$

da das Ortszentrum bei Null liegt, zu

$$A = \left( \frac{\sum_i (i - n) \varepsilon_i}{\sum_i \varepsilon_i} \right),$$

und es folgt:

$$0 = A \sum_i \varepsilon_i + \sum_i (i - n) \varphi_i.$$

Diese Gleichung gilt auch, wenn man den Mittelwert über eine Reihe von verschiedenen Ereignissen bildet. Da die  $\varphi_i$  konstant bleiben, folgt für  $N$  Ereignisse:

$$0 = \frac{A}{N} \sum \left( \sum_i \varepsilon_i \right) + \sum_i (i - n) \varphi_i.$$

Bei drei in Reihe stehenden Detektoren, wie in Abbildung 4.15 skizziert, mit dem Zentralen als Trigger von 1 bis 3 nummeriert, folgt daher für den rekonstruierten Ort:

$$\varphi_1 = \frac{A}{N} \sum (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) + \varphi_3.$$

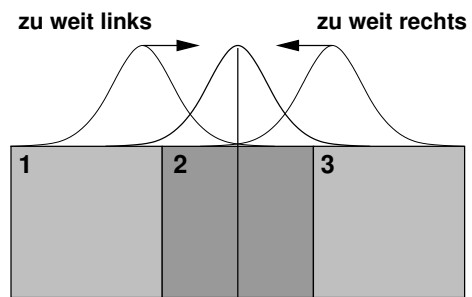


Abbildung 4.15: *Skizze zur Energiekalibration mit dem Ortszentrum der Photonen.*

# Kapitel 5

## Auswertung

### 5.1 Messung der $\Delta$ -Resonanz

Mit dem in Anhang A beschriebenen und nach Abschnitt 4.5 geeichten Detektor wurden nun Messungen bei verschiedenen Taggermodulpositionen mit einer Primärstrahlenergie von  $3.2 \text{ GeV}$  durchgeführt. Aufgrund der geringen Winkelakzeptanz von  $3.4\%$  des Gesamtwinkelbereichs der Bleiglasblöcke bei den Koinzidenzmessungen herrschten Datenraten von ca.  $3 \text{ Hz}$ . Die Anzahl der Ereignisse lag bei  $5000\text{-}10000$  Stück pro Position.

Betrachtet man nun in einer Menge guter Ereignisse die Anzahl der rekonstruierten neutralen Pionen in Abhängigkeit von der Energie des einlaufenden Photons, so sollte eine ähnliche Verteilung wie in Abbildung 5.1 erscheinen. In dieser Verteilung sind zwar sowohl geladene als auch ungeladene Pionen enthalten, die Verteilungen sind jedoch sehr ähnlich (Abbildung aus [Hel 97]).

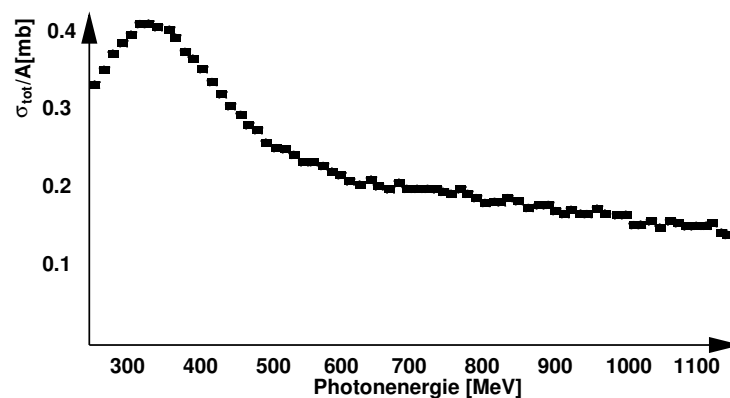


Abbildung 5.1: Auftragung des Photoabsorptionsquerschnitts an Kohlenstoff in Abhängigkeit zur Photonenergie.

### 5.1.1 Rekonstruktion

Die Position des Mittelpunkts des Taggermoduls  $x$  [mm] wurde auf einer Skala abgelesen, mit der Gleichung 4.4 wurde die Photonenergie an dieser Position ermittelt

$$E_\gamma = 3.2 \left( 1 - \frac{\sin 9^\circ}{\sin 60.1} \left( \frac{1660}{x} - \cos 60.1 \right) \right) \text{ GeV} \approx 3.49 \left( 1 - \frac{274.8}{x} \right) \text{ GeV}$$

und mit Gleichung 4.7 und den entsprechenden Zählraten im Tagger  $\dot{N}_{Tag}$

$$\dot{N}_x^{norm} = \frac{1}{\ln \left( 1 + \frac{\frac{20750}{4x^2 - 625}}{1.09 - \frac{600}{2x - 25}} \right)} \dot{N}_{Tag}$$

die gemessenen Zählraten korrigiert. Ein wechselndes  $\Phi_0$  je Messung wurde so mit  $\dot{N}_{Tag}$  kompensiert, da  $x_{Tag}$  und  $\Delta x_{Tag}$  konstant waren und so nach Gleichung 4.7  $\Phi_0 = \frac{1}{\dot{N}_{Tag} \cdot const}$  folgt. Wegen der beabsichtigten qualitativen Aussage fällt die fehlende Konstante nicht ins Gewicht. Die Segmente des Taggermoduls wurden aus statistischen Gründen zusammengefasst, da die Anzahl der guten Ereignisse mit einer Gesamtzahl von 1670 zu niedrig lag, um die Segmente separat zu betrachten.  $\Delta x$  beträgt also 25 mm.

Mit den Energie- und Ortsinformationen der kalibrierten Bleiglasblöcke wurde die invariante Masse der beiden Photonen berechnet, die in Abbildung 5.2 (gestrichelte Linie:  $\pi_0$ -Masse) dargestellt ist. Die Asymmetrie der Kurve resultiert aus der Energieauflösung der Bleiglasblöcke und aus den Verlusten bei Schauerbildung durch Akzeptanzlöcher.

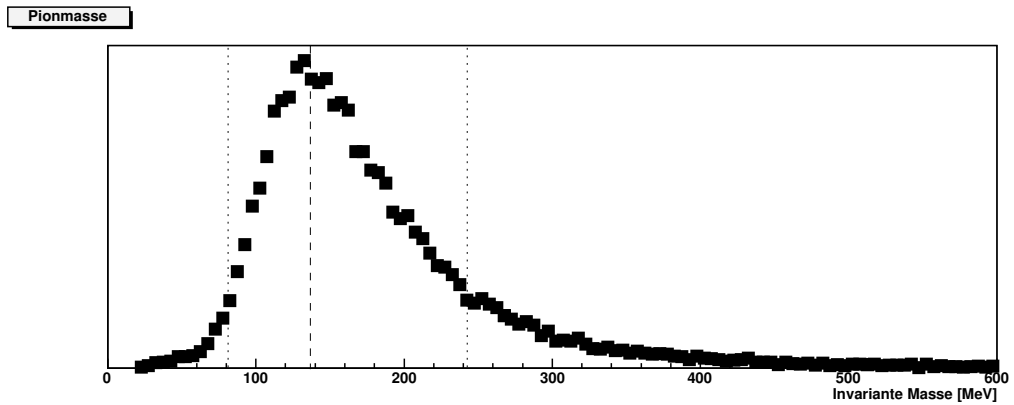


Abbildung 5.2: Invariante Masse der in den Bleiglasblöcken nachgewiesenen Photonen (gestrichelte Linie: Pionmasse, gepunktete Linien: Schnitte).



### 5.1.2 Schnittkriterien

Aus den Zeitinformationen der einzelnen Segmente der beiden Bleiglasblöcke wurden die Ereignisse herausgefiltert, deren Detektionszeitpunkte in den Bleiglasblöcken nicht mehr als  $5\text{ ns}$  auseinander lagen und, wenn notwendig, Cluster gebildet, deren Schwerpunkt mit der jeweils deponierten Energie ermittelt wurde.

Ein weiterer Schnitt wurde mit der invarianten Masse der beiden Photonen durchgeführt, wie in Abbildung 5.2 (punktierte Linien) dargestellt ist. Alle Ereignisse mit einer invarianten Masse  $> 80\text{ MeV}$  und  $< 240\text{ MeV}$  wurden als Pionen interpretiert, alle anderen Ereignisse verworfen.

Die Normierung der Pionflüsse wurde mit den Taggerlatten 9-13 durchgeführt. Das Kriterium dafür war ein Treffer in genau einer Latte und kein Treffer im Taggermodul. Bei örtlicher Überlappung von Tagger und Taggermodul wurden koinzidente Ereignisse dabei berücksichtigt.

### 5.1.3 Fehlerbetrachtung

Wegen einer fehlenden experimentellen Energiekalibration für den gesamten Ablenkungsbereich wurde die Energie der Photonen nur nach 4.4 berechnet. Die Position wurde auf  $\pm 1\text{ mm}$  genau bestimmt. Der Energiefehler wird im Graphen (Abbildung 5.3) als Binbreite mit  $\pm 20\text{ MeV}$  angegeben.

Der Fehler der Ereignisrate wird mit  $\pm 10\%$  angenommen (blaue Balken).

### 5.1.4 Ergebnis

Da weder eine Information über den Gesamtfluss vorlag noch eine genaue Energiekalibration für diesen Energiebereich existiert, ist nur eine qualitative Kalibration möglich. Da hier lediglich gezeigt werden soll, dass es prinzipiell möglich ist, mit einem Taggermodul in der Nähe des Primärstrahls die  $\Delta$ -Resonanz zu messen, ist die Form der Verteilung am wichtigsten. In Abbildung 5.3 sind die Ergebnisse mit der in Abbildung 5.1 dargestellten Verteilung zusammen, aufeinander normiert, aufgetragen. Man sieht, dass die Verteilungen in der Form innerhalb der Fehlergrenzen gut übereinstimmen, woraus abgeleitet wird, dass es möglich ist, mit einem Taggermodul bei einer Primärstrahlenergie von  $3.2\text{ GeV}$  die Photonen, die eine  $\Delta$ -Resonanz anregen können, zu markieren.

### $\Delta$ -Resonanz

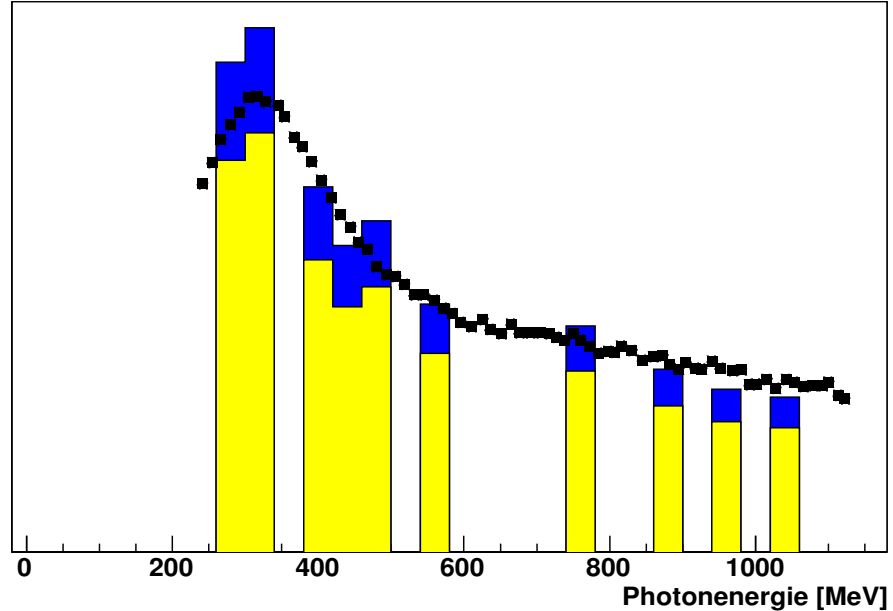


Abbildung 5.3: Messung der Anzahl der Pionen bei verschiedenen Photonenergien am Kohlenstoff; zum Vergleich die GDH-Ergebnisse aus [Hel 97].

## 5.2 Ratenfestigkeit der Detektoren

Um einen störungsfreien Messablauf der  $P_{33}(1232)$ -Resonanz während des normalen Messbetriebs zu garantieren, müssen die Segmente des Taggermoduls bei Photonenergien bis hinab zu  $250 \text{ MeV}$  fehlerfrei arbeiten. Bei hohen Primärstrahlenergien und einer Tagger-ODER-Rate im MHz-Bereich geht dies mit einer sehr hohen Elektronenrate einher. Deckt der Tagger in einem Experiment einen Bereich von 22% bis 92% der Photonenergie ab und ist seine Rate  $\dot{N}_{\text{Tagger}}$ , so folgt für einen  $10 \text{ mm}$  breiten Detektor bei  $340 \text{ MeV}$  nach 4.5:

$$\frac{\dot{N}_{\text{Detektor}}}{\dot{N}_{\text{Tagger}}} \approx \frac{1}{20}.$$

Wie in [Kon 01] beschrieben, kann es bei hohen Elektronenflüssen zu Sättigungseffekten und damit zu einer Abnahme der detektierten Ereignisse kommen. Bei der Ratenmessung wurde das Taggermodul, wie in Abbildung 5.4 zu sehen ist, bei Einschussenergien von  $1.4 \text{ GeV}$  mit einem hohen Elektronenfluss und bei Einschussenergien von  $3.2 \text{ GeV}$  mit einem moderaten Elektro-

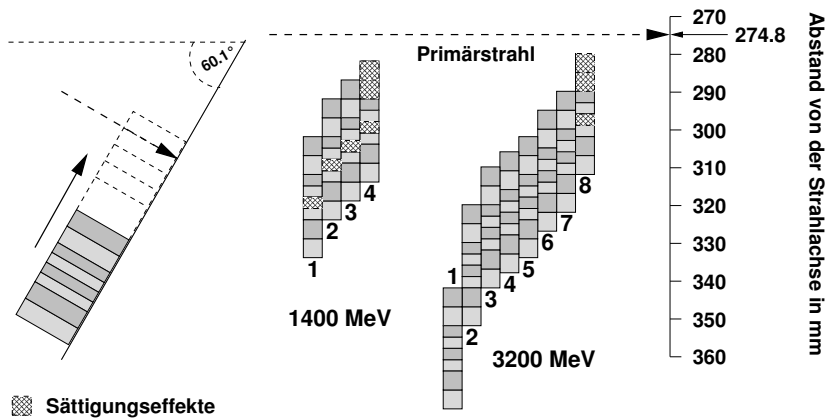


Abbildung 5.4: *Relative Positionen des Taggermoduls im Verhältnis zum Primärstrahl: Das Modul bewegt sich innerhalb von vier bzw. acht Messschritten in Richtung des Strahls.*

nenfluss (siehe dazu Tagger-ODER-Messung) in verschiedene Messpositionen gebracht und die Ereignisraten mit der Elektronik, die in 4.4.2 beschrieben wurde, bzw. der des CBELSA-Experiments, gemessen. Dabei näherte sich das Modul immer mehr dem Primärstrahl.

### 5.2.1 Tagger-ODER-Raten

Die durchschnittliche Tagger-ODER-Rate (TOR) ist mit der jeweiligen Rate der einzelnen Taggerlattenröhren korreliert und wird im Versuch aus den Raten der einzelnen Taggerlatten extrapoliert. Eine Extrapolation ist möglich, wenn keine Sättigungseffekte auftreten. Diese etwas umständliche Berechnung ist nötig, weil das Taggermodul in dem ODER integriert war und damit die TOR während der Messung von der Position des Moduls abhing. Benötigt wurde jedoch ein statisches Tagger-ODER. Die TOR wurde über den Messzeitraum überwacht und eine Summe der Raten der Taggerlatten mit einer Normierungskonstante aufgetragen. Die Normierungskonstante wurde aus einer Messung bei einer Modulposition fernab vom Strahl ermittelt.

In den Abbildung 5.6 und 5.5 sieht man den Verlauf des Tagger-ODERs über die Messzeit während der  $1.4\text{ GeV}$ - und  $3.2\text{ GeV}$ -Messung. In den einzelnen Abschnitten sind die Nummern der Messungen angegeben.

Bei der  $1.4\text{ GeV}$ -Messung wurden die Latten 13 und 14 benutzt; die Rate bewegte sich zwischen  $5 - 7\text{ MHz}$ . Zur Berechnung des Tagger-ODERs wurden bei der  $3.2\text{ GeV}$ -Messung die Latten 9 bis 13 verwendet; die Tagger-ODER-Rate lag im  $2\text{ MHz}$ -Bereich.

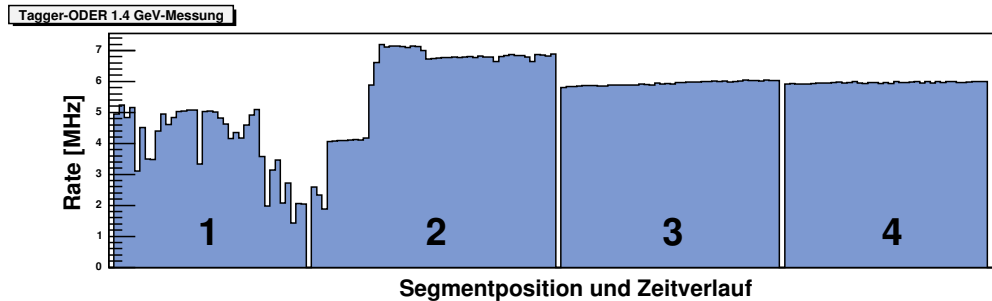


Abbildung 5.5: *Errechnetes Tagger-ODER im Verlauf der Messzeit und der Position des Taggermoduls bei der 1.4 GeV-Messung.*

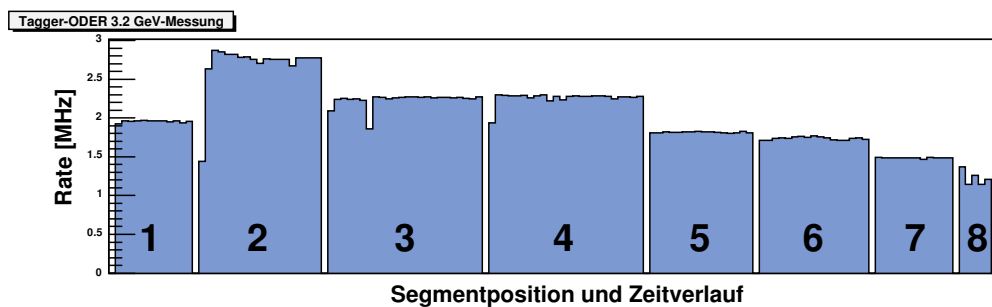


Abbildung 5.6: *Errechnetes Tagger-ODER im Verlauf der Messzeit und der Position des Taggermoduls bei der 3.2 GeV-Messung.*

### 5.2.2 Untersuchung von Sättigungseffekten

Trägt man die Raten zweier Detektoren in einem 2D-Histogramm gegeneinander auf, wie skizzenhaft in Abbildung 5.7 dargestellt ist, so ergeben sich für verschiedene Messpositionen Geraden unterschiedlicher Steigung (vgl. [Kon 01]). An der Abweichung der Relation von einer Geraden, die meist in einen gebogenen Verlauf oder in Sprünge übergeht, kann man auf einen Sättigungseffekt schließen. Jedoch bedeutet eine Abweichung von einer Geraden nicht immer Sättigung, wie in Abbildung 5.7 links unten gezeigt ist: deutlich ist zu sehen, dass das Segment weit höhere Raten während anderer Messschritte bewältigt. Diese Effekte können eventuell an Bewegungen des Primärstrahls oder an Veränderungen des Taggermagnetfeldes liegen.

Wenn man den Quotienten der Raten zweier Detektoren aufträgt, kann man bei festen Detektorpositionen auf Sättigungseffekte schließen, wenn er bei sich ändernden Elektronenflüssen von einer Konstanten abweicht, wie in Abbildung 5.7 rechts zu sehen ist.

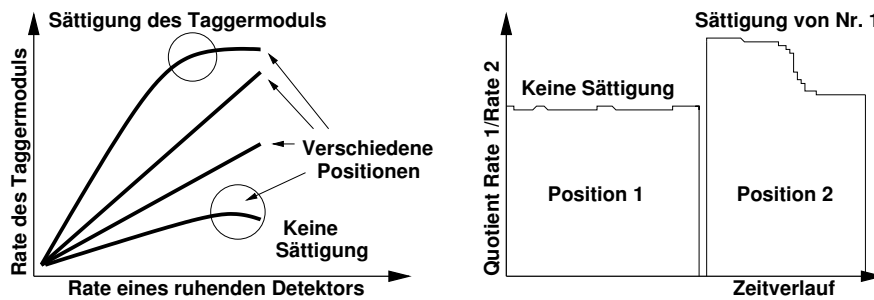


Abbildung 5.7: Links: schematischer Verlauf der Raten-Relation während verschiedener Messpositionen mit Sättigungseffekten; rechts: Auftragung des Quotienten zweier Detektorraten.

## Absolute Segmentraten

Die Segmente des Taggermoduls waren an die Taggerelektronik angeschlossen und benutzten alle die eingestellten Diskriminatorschwellen des Taggers. Die Spannungen aller Segmente waren mit  $1200\text{ V}$  gleich. Die absoluten Raten hingen unter anderem von der Diskriminatorschwelle ab und waren deshalb sehr unterschiedlich, wie man in der Auftragung der Raten der  $1.4\text{ GeV}$ -Messung (Abbildung 5.8) und der  $3.2\text{ GeV}$ -Messung (Abbildung 5.9) sieht. Die gemessenen Raten sind aufgrund der Schwellen lediglich Mindestmaße für die wahren. Aus Abbildung 5.8 kann man entnehmen, dass die höchste Rate für einen Spannungsteiler der Kategorie A mindestens  $11\text{ MHz}$  ist. Die Ratenfestigkeit von Spannungsteilern der Kategorie C ist in [Kon 01] zu finden und beträgt mindestens  $15\text{ MHz}$ .

Bei der  $1.4\text{ GeV}$ -Messung gab es bis auf den Ausfall von Segment 1 in Messschritt 4 keine Sättigungseffekte. Segment 5 war bei dieser Messung defekt und wird nicht berücksichtigt werden. Bei der  $3.2\text{ GeV}$ -Messung sind in den Segmenten 1 und 5 in Messschritt 8 Sättigungseffekte zu erkennen (Umrandet).

Es wird vermutet das bei den gekennzeichneten Messungen ein Teil des Detektors vom Primärstrahl oder dessen Elektronenhalo getroffen wurde, wofür der sprunghafte Anstieg der Raten spricht.

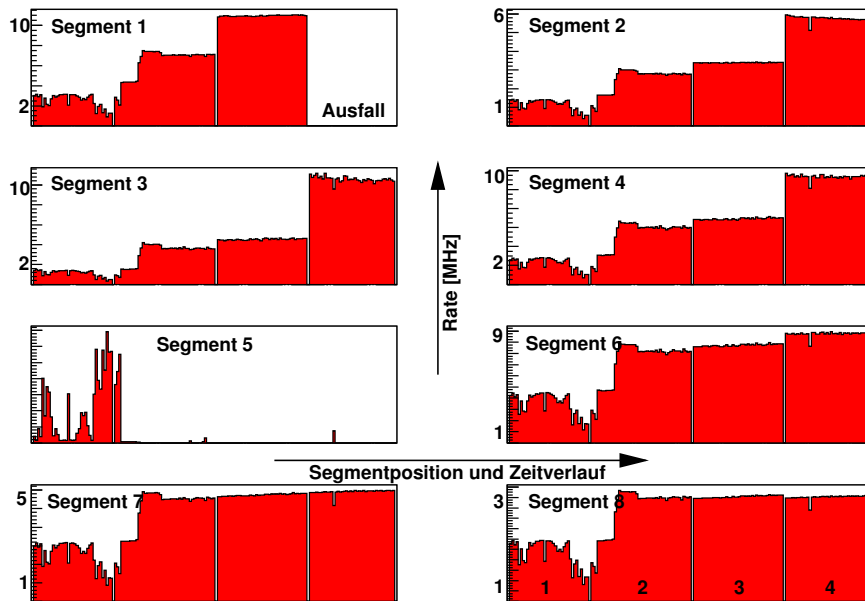


Abbildung 5.8: Absolute Segmentraten bei der 1.4 GeV-Messung.

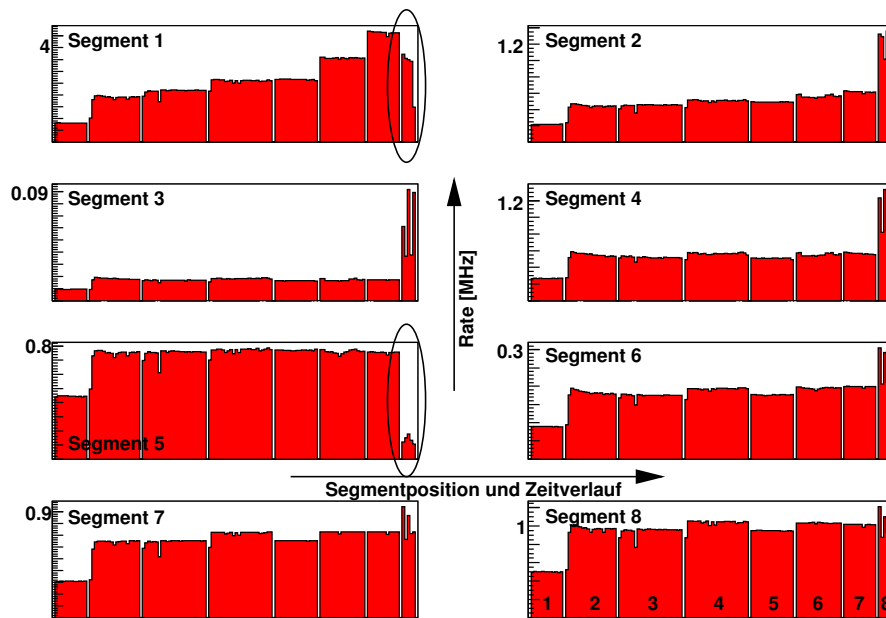


Abbildung 5.9: Absolute Segmentraten bei der 3.2 GeV-Messung.

## Quotiententest

Nach der offensichtlichen Sättigung einiger Segmente während der Bestimmung der absoluten Rate wird hier näher untersucht, ob Sättigungseffekte auftraten. Wegen der nahezu konstanten Elektronenrate konnten keine Auftragungen, wie in 5.7 links zu sehen gemacht werden. Daher wurden die Quotienten aus jeweils folgenden Segmenten gebildet. Den Informationen von Segment 5 wurde nicht vertraut, deshalb wurde Segment 4 mit Segment 6 verglichen. Beim letzten Segment wurde der Quotient zur Tagger-ODER-Rate gebildet. Es wurde nach Einbrüchen in der Rate in den Spektren gesucht, die auf eine Sättigung schließen lassen.

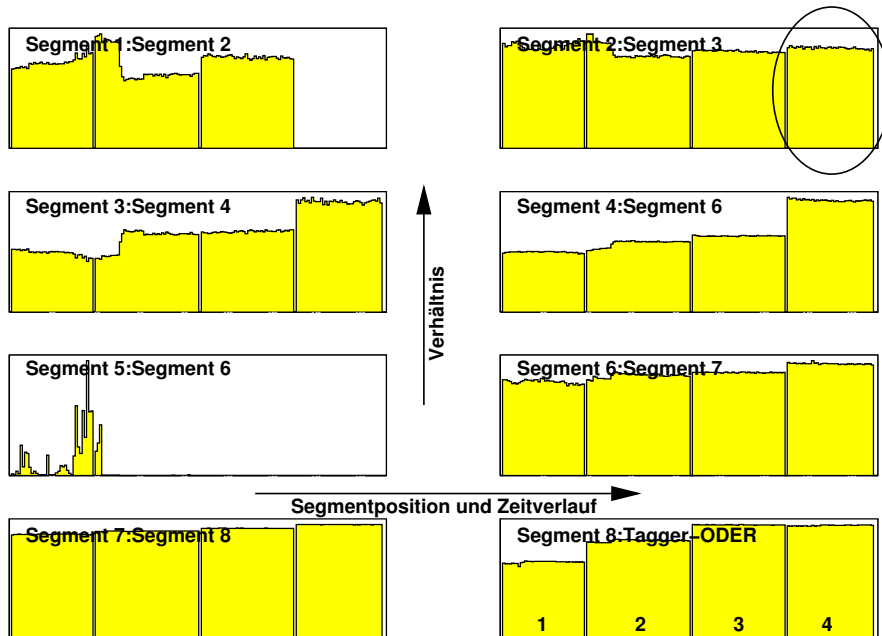


Abbildung 5.10: Auftragung des Quotienten der Raten der einzelnen Segmente und der Tagger-ODER-Rate gegen den Zeitverlauf aller vier Messschritte bei einer Primärstrahlenergie von  $1.4 \text{ GeV}$ .

Bei der  $1.4 \text{ GeV}$ -Messung ist möglicherweise Segment 2 bei Messschritt 4 in Sättigung, weil der Unterschied der Verhältnisse zwischen Messschritt 4 und Messschritt 3 zu klein gegenüber Segment 3 ist (Umrandung). In Abbildung 5.10 sind die Verhältnisse gegen die Messzeit aufgetragen. Die Stufe in Messschritt 2 kommt durch eine Änderung der Strahlage zustande. Der Abfall in Segment 8 in Messschritt 4 wird keinen Sättigungseffekten zugeordnet, da die

absoluten Raten keine Steigerung zu Messschritt 3 erkennen lassen. Hierfür könnten wieder Änderungen der Strahlposition verantwortlich sein. Aus Abbildung 5.11 geht hervor, dass lediglich Segment 2 in Messschritt 8 noch Sättigungseffekte aufweist. Daraus folgt, dass bei der  $3.2\text{ GeV}$ -Messung nur bei Messschritt 8 in den Segmenten 1, 2 und 5 Sättigungseffekte auftraten.

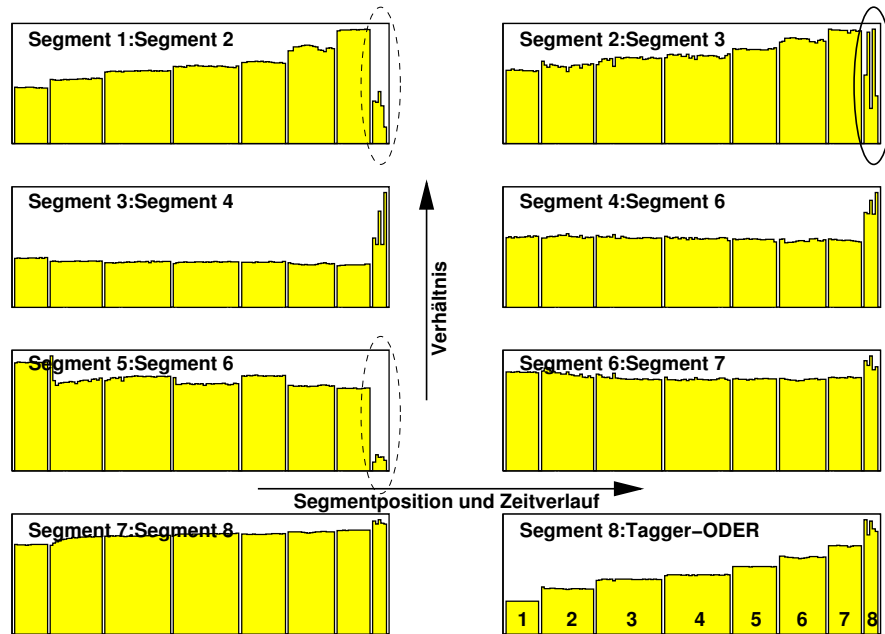


Abbildung 5.11: Auftragung des Quotienten der Raten der einzelnen Segmente und der Tagger-ODER-Rate gegen den Zeitverlauf aller acht Messschritte bei einer Primärstrahlenergie von  $3.2\text{ GeV}$ .

### 5.2.3 Raten in Abhängigkeit zur Photonenergie

Da, wie oben dargelegt, die absoluten Raten der Segmente von deren Diskriminatorschwelle abhängen, wurden die Raten der einzelnen Segmente untereinander und im Hinblick auf die Tagger-ODER-Rate normiert, um eine Vergleichsmöglichkeit der einzelnen Segmente zu haben. Die Normierungsfaktoren je Segment wurden folgendermaßen berechnet: Vorausgesetzt wurde, dass bei gleichen Elektronenflüssen die Rate an jeder Position konstant war. Wurde das Taggermodul bewegt und befanden sich bei verschiedenen Messungen unterschiedliche Segmente an der gleichen Position, so sollten sie bei gleicher Szintillatordicke die gleiche Rate gemessen haben. Nach Berechnung der Ratenunterschiede durch die zwei verschiedenen Dicken der Szintillato-



ren konnte der Normierungsfaktor berechnet werden. Die Ergebnisse für beide Strahlenergien sind zur besseren Übersicht zusammen in einem Histogramm gegen die Position der einzelnen Segmente und die errechnete Photonenergie aufgetragen. Die Segmente, bei denen Sättigung festgestellt wurde, wurden nicht in die Darstellungen aufgenommen.

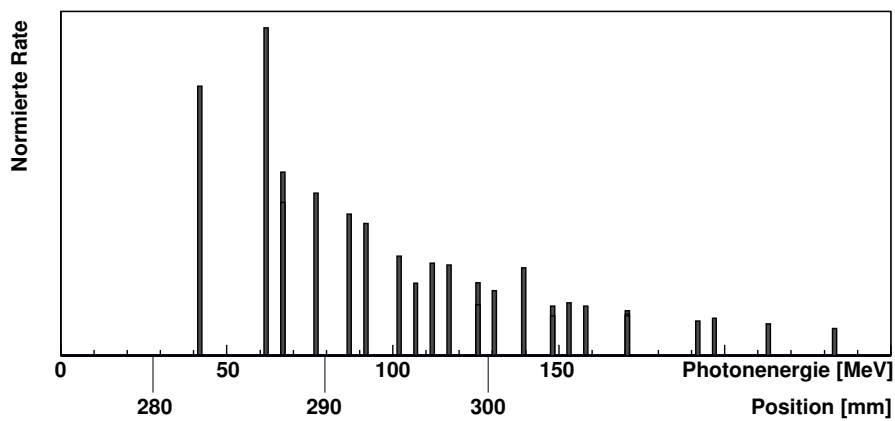


Abbildung 5.12: Auftragung der Ergebnisse der vier 1.4 GeV-Messungen gegen die Photonenergie in ein Histogramm.

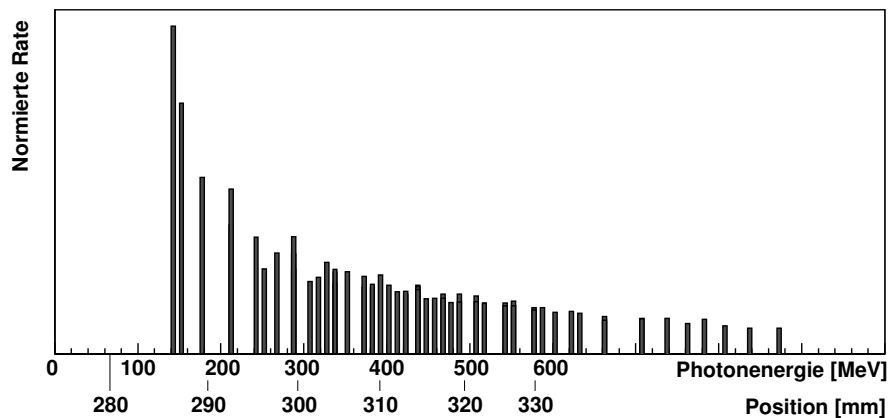


Abbildung 5.13: Auftragung der Ergebnisse aller acht 3.2 GeV-Messungen gegen die Photonenergie in ein Histogramm.

Sowohl in der Messung mit  $1.4\text{ GeV}$  und einer TOR von ca.  $6\text{ MHz}$  (Abbildung 5.12) als auch in der Messung mit  $3.2\text{ GeV}$  und einer TOR von ca.  $2\text{ MHz}$  (Abbildung 5.13) ist zu erkennen, dass bis zu der Position  $287\text{ mm}$  noch ein normaler Taggerbetrieb möglich war. Dies entspricht einer Photonenergie von ca.  $60\text{ MeV}$  ( $1.4\text{ GeV}$ ) und ca.  $150\text{ MeV}$  ( $3.2\text{ GeV}$ ). Die Segmente jenseits der Position  $287\text{ mm}$  wurden bis auf Segment 1 bei der  $1.4\text{ GeV}$ -Messung aufgrund von Sättigungseffekten ausgesondert. Bei Segment 1 ist deutlich eine Abnahme der Raten zu erkennen, was wiederum auf Sättigung schließen läßt. Es wird vermutet, dass das Modul ab dieser Position dem Primärstrahl zu nahe kommt, so dass die Rate sprunghaft ansteigt und das Modul nicht mehr fehlerfrei arbeitet.

# Zusammenfassung

Wenn es möglich ist die Photonen zu markieren, welche die  $\Delta$ -Resonanz in einem Doppelpolarisationsexperiment anregen, so kann man mit den Asymmetrieobservablen den Polarisationsgrad der Photonen und des Targets bestimmen. Die Genauigkeit der Messungen wird bei einer Primärstrahlenergie von  $3.2\text{ GeV}$  bei  $15.8 \cdot 10^6$  gemessenen Pionen bei 3% liegen.

Durch Messungen wurde untersucht, ob im Tagger-Energiebereich der  $\Delta$ -Resonanz Sättigungseffekte auftreten. Bei der  $3.2\text{ GeV}$ -Messung traten bis zu einer Segmentrate bis  $2.4\text{ MHz}$  keine erkennbaren Sättigungseffekte auf. Die Segmente 1 und 2 (beide Typ A,  $5\text{ mm}$ ) gingen bei der 8. Messung in Sättigung. Bei der  $1.4\text{ GeV}$ -Messung setzte Segment 1 (Typ A,  $5\text{ mm}$ ) nach dem dritten Messdurchgang nach stabilen  $11\text{ MHz}$  aus und Segment 2 ging in Sättigung. Aufgrund der Diskriminatorschwellen sind dies die untersten Grenzen für die wirkliche Rate. Sättigungseffekte konnten nicht in den Typ C - und Hybridspannungsteilern gemessen werden.

Die Segmente des Tagger Moduls arbeiten noch störungsfrei bei einer Segmentrate von über  $10\text{ MHz}$ . Aus den Abbildungen 5.12 und 5.13 kann man entnehmen, dass das Taggermodul bis zur Position  $287\text{ mm}$  und bei einer Elektronenstrahlenergie von  $3.2\text{ GeV}$  Photonen einer Energie ab ca.  $150\text{ MeV}$  noch problemlos markiert. Das bedeutet, dass es möglich ist, ein kleines segmentiertes Taggermodul zu bauen, mit dem man Photonen im Energiebereich der  $\Delta$ -Resonanz bei einer Primärstrahlenergie von  $3.2\text{ GeV}$  nachweisen, und deren Energie bestimmen kann.

Die  $\Delta$ -Resonanz wurde mit dem Taggermodul und einem Testaufbau gemessen. Es ist also möglich, den Polarisationsgrad zu bestimmen. Dabei kann die Messung zur Bestimmung parasitär zu einem Experiment mitlaufen und den  $\Delta$ -Erzeugungsquerschnitt als Referenz benutzen.



## Teil II

# Beschreibung eines Detektors zur Energimarkierung virtueller Photonen



# Einleitung

Wenn man kleine Wirkungsquerschnitte messen möchte, benötigt man, um die Messzeiten möglichst kurz zu halten, einen hohen Strahlstrom, so dass in den Einzeldetektoren hohe Ereignisraten herrschen können. Bei hohen Ereignisraten können Detektoren Sättigungseffekte aufweisen und nicht mehr ordnungsgemäß arbeiten (siehe auch Abschnitt 5.2.2); des Weiteren können durch Sekundäreffekte, wie z. B. Schauerentwicklung, auch Detektoren in der Nachbarschaft durch fehlerhafte Ereignisse beeinträchtigt werden. Außerdem führt eine hohe Rate in einem Detektor bei einer niedrigen Wahrscheinlichkeit von “guten” Ereignissen zu falschen Informationen, wie beispielsweise zu Doppeltreffern im Tagger bei einem gesehenen Pion im Bleiglasdetektor aus Kapitel 4. In [Got 90] wird eine Auswertung trotz Doppeltreffern im Tagger erörtert. Bei einem Target aus flüssigem Wasserstoff mit einer Länge von 10 cm würde, betrachtet man die Strahlungslänge in [Par 04], nur jedes 100. im Tagger nachgewiesene Photon überhaupt ein Ereignis auslösen, welches in den meisten Fällen kein hadronisches sein wird. Auch wenn ein Detektor wie der Tagger immun gegen hohe Raten wäre, würde die Zunahme der zufälligen Koinzidenzen bei größer werdenden Raten die Zeit für die Auswertung verlängern oder bei Ablehnung solcher Ereignisse zu einer Reduktion der Datenrate und damit zu einer “Datenratensättigung” führen.

Ideal wäre es, eine Detektoranlage so zu konstruieren, dass lediglich “gute” Ereignisse registriert würden. Ein Schritt in diese Richtung ist die Unterdrückung von “falschen” Ereignissen in jedem Subdetektor. In diesem Teil der Arbeit wird ein Tagging-Detektor untersucht, der erst nach einem “guten” Ereignis die Energiemarkierung vornehmen soll. Markiert wird hierbei das virtuelle Photon durch Nachweis des gestreuten Elektrons.

Zunächst wird eine mögliche Magneto-optik mit einem Hodoskopaufbau zur Messung dieses Elektrons beschrieben, die Wechselwirkungsquerschnitte von Bremsstrahlung und Møllerstreuung, den häufigsten Untergrundereignissen, werden darauf hin mit dem Querschnitt des virtuellen Photonaustauschs verglichen und die Ausleuchtung des Detektors untersucht. Ziel ist es dabei, einen energetischen und räumlichen Bereich zu finden, in dem das Verhält-

nis von virtuellen Ereignissen zu Untergrundereignissen möglichst groß ist. Abschließend wird die Ausblendung eines Elektronenstrahls aus einem Detektor durch Abschirmung von Magnetfeldern einer Magneto-optik durch ein supraleitendes Rohr diskutiert.



# Kapitel 6

## Der Detektor

Zum “Virtuellen-Photonen-Tagging” wird als Beispiel eine einfache Magnetoptik, bestehend aus zwei Quadrupolen, verwendet, die in Strahlrichtung unter  $0^\circ$  hinter dem Hauptdetektor, der die Hadronen nachweisen soll, aufgestellt wird. Ein möglicher Gesamtaufbau mit einem Hadronendetektor wie dem “Crystal Barrel”, der einen großen Winkel abdeckt, ist in Abbildung 6.1 dargestellt. Da lediglich an einem einfachen Beispiel gezeigt werden soll, dass diese Art des Taggings möglich und sinnvoll ist, wird darüber hinweggesehen, dass es andere Magnetoptiken gibt, welche die Abbildung der gestreuten Elektronen weitaus besser bewerkstelligen können (siehe dazu z. B. [Ber 98]).

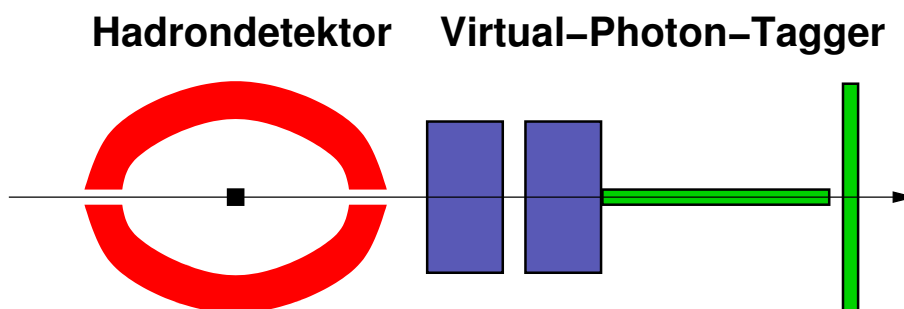


Abbildung 6.1: *Skizzierter Detektoraufbau eines Elektronenstreuungsexperiments mit “Virtuellen-Photonen-Tagging”.*

## 6.1 Magneto-optik

Zur Energiemarkierung virtueller Photonen bei der Elektroproduktion mit kleinem Viererimpulsübertrag  $Q^2$  werden die abgelenkten Elektronen nach dem Durchgang durch das Target in einem Detektor nachgewiesen. Zur Messung der Viererimpulse der Elektronen wird dazu eine Magneto-optik benötigt, die die Elektronen in eine Hodoskopanordnung abbildet. Die hier vorgestellte besteht aus zwei Quadrupolen. Der Vorteil einer Quadrupolmagneto-optik im Gegensatz zu einer Dipol- oder Dipol-Quadrupoloptik ist, dass die Magnetfelder im Zentrum der Magnete, wo der Primärstrahl verläuft, sehr klein sind und die Abschirmung von den Feldern damit unproblematischer ist. Alle im Folgenden angegebenen Größen sind im Anhang C motiviert und berechnet.

### 6.1.1 Aufbau der Magneto-optik

Die Optik besteht aus zwei Quadrupolen, die um  $90^\circ$  zueinander gedreht sind, so dass sich ihre fokussierenden und defokussierenden Ebenen abwechseln. In Abbildung 6.2 ist der Aufbau zu sehen, wobei in der oberen Hälfte die FD- und in der unteren die DF-Ebene<sup>1</sup> gezeigt wird. Dabei bezeichnen die Größen  $s_i$  die Abstände der Elemente untereinander,  $s_H$  den Abstand des Schnittpunkts des Strahls mit der optischen Achse vom Hodoskop 2,  $s_G = s_H + s_3$  den Gesamtabstand des Hodoskops vom zweiten Magneten und  $L_i$  die effektiven Längen der Quadrupole.

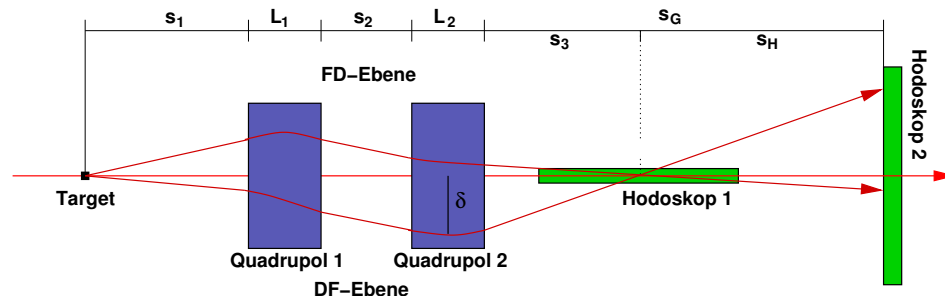


Abbildung 6.2: *Skizzierter Aufbau der Magneto-optik und Strahlverlauf in den beiden optischen Ebenen.*

Die Elektronen werden in zwei Hodoskopen nachgewiesen. Hodoskop 1 ist zylindersymmetrisch um die optische Achse angeordnet und misst  $s_3$ , Hodoskop 2 ist eine Detektormatrix und misst den Auftreffort  $\vec{x}$  auf einer Ebene normal zur optischen Achse.

<sup>1</sup>DF: defokussierend/fokussierend; FD: fokussierend/defokussierend

## 6.1.2 Justage der Optik

Aufgrund der vielen Freiheitsgrade hat man mannigfaltige Möglichkeiten zur Justage der Magnete. Im Folgenden werden die mechanischen Abmessungen als konstant angesehen und lediglich die Feldgradienten  $g_i$  der Quadrupole und deren Abstand  $s_2$  eingestellt. Die konstanten Größen sind zusammen mit den im Folgenden verwendeten variablen Größen in Tabelle 6.1 zusammengefasst, ein möglicher Strahlverlauf in dieser Beispieloptik ist in Abbildung 6.3 mit einem Startwinkel von  $\theta_e = 4^\circ$  in beiden Ebenen dargestellt.

| Abstände |                | Quadrupol 1 |                                  | Quadrupol 2 |                                  |
|----------|----------------|-------------|----------------------------------|-------------|----------------------------------|
| $s_1$    | $2\text{ m}$   | $g_1$       | $4 \frac{\text{N}}{\text{Am}^2}$ | $g_2$       | $4 \frac{\text{N}}{\text{Am}^2}$ |
| $s_2$    | $0.1\text{ m}$ | $L_1$       | $1\text{ m}$                     | $L_2$       | $1\text{ m}$                     |

Tabelle 6.1: Tabelle der Größen der Magnetochnik.

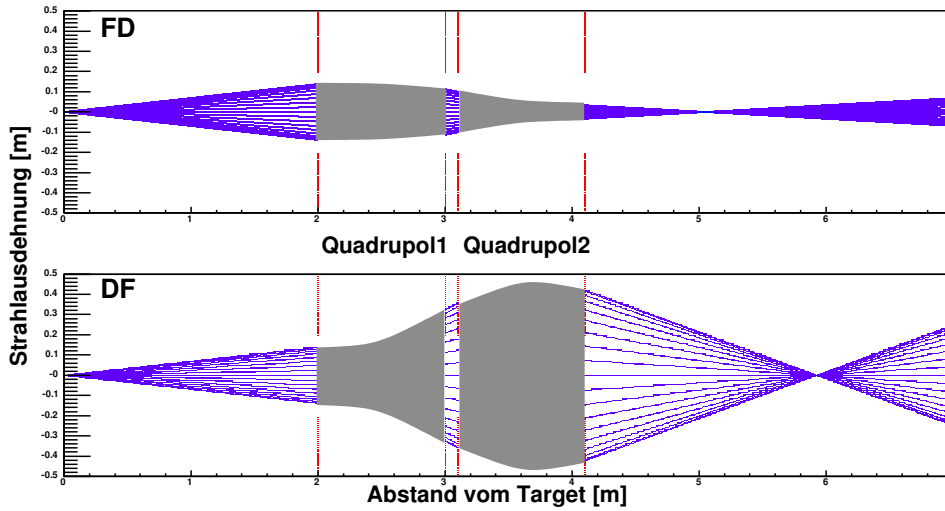


Abbildung 6.3: Strahlverlauf in der Beispieloptik mit einem Startwinkel  $\theta_e \leq 4^\circ$ .

Ein besonderes Augenmerk muss auf den Schnittpunkt mit der optischen Achse  $s_3$  gelegt werden, der sich nach der Formel C.6 genau und mit den Näherungsformeln aus Abschnitt C.3.1 und  $a_i = 0.3g_i \left[ \frac{\text{GeV}}{\text{m}^2} \right]$  näherungsweise zu

$$s_3^{FD} = -\frac{X^{FD} + s_2 + \frac{3E_{e'}}{3E_{e'} + a_2 L_2}}{1 + \frac{3a_2}{3E_{e'} + a_2 L_2} (X^{FD} + s_2)} \quad \text{und} \quad s_3^{DF} = -\frac{X^{DF} + s_2 + \frac{3E_{e'}}{3E_{e'} - a_2 L_2}}{1 - \frac{3a_2}{3E_{e'} - a_2 L_2} (X^{DF} + s_2)}$$

mit

$$X^{FD} = \frac{s_1 + \frac{3E_{e'}}{3E_{e'} - a_1 L_1}}{1 - s_1 \frac{3a_1}{3E_{e'} - a_1 L_1}} \quad \text{und} \quad X^{DF} = \frac{s_1 + \frac{3E_{e'}}{3E_{e'} + a_1 L_1}}{1 + s_1 \frac{3a_1}{3E_{e'} + a_1 L_1}}$$

berechnet. Der Abstand  $s_3$  ist bei konstanter Energie für alle Startwinkel gleich, wie aus den Gleichungen zu entnehmen, jedoch energieabhängig. Bei der Justage ist darauf zu achten, dass  $s_3$  im gewünschten Energiebereich positiv ist. In Abbildung 6.4 ist  $s_3$  in den beiden Ebenen dargestellt. Während dort in der DF-Ebene (dunkelgrau)  $s_3$  fast überall positiv ist, gilt das in der FD-Ebene (hellgrau) nur für einen kleinen Bereich, was einer der Hauptnachteile dieser einfachen Beispieloptik ist. Der Zusammenhang zwischen den Brennpunkten in beiden Ebenen ist

$$s_3 = s_3^{DF} + (s_3^{FD} - s_3^{DF}) \sin^2 \phi_e \quad (6.1)$$

mit dem Axialwinkel des Elektrons  $\phi_e$ .

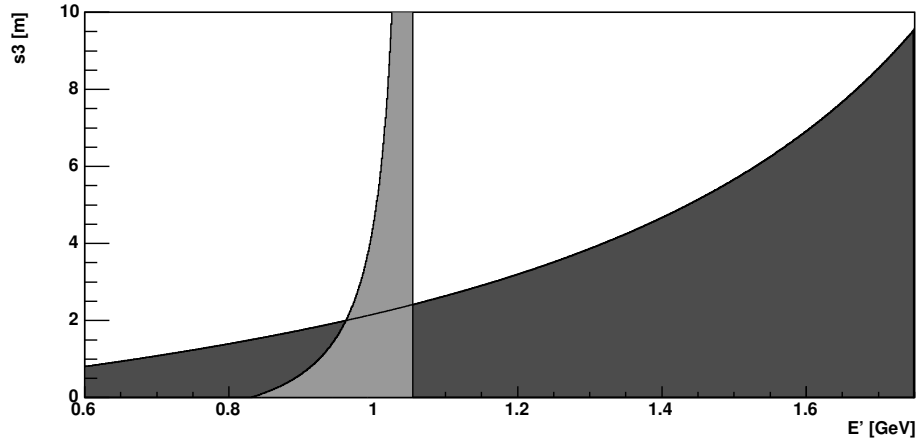


Abbildung 6.4: Darstellung der Schnittpunkte mit der optischen Achse in den beiden optischen Ebenen in Abhängigkeit zur Elektronenenergie (dunkle Fläche: DF, helle Fläche: FD).

Eine weitere kritische Größe für die Abmessungen der Quadrupole ist die größte Strahlaufweitung im zweiten Quadrupol in der DF-Ebene. Sie berechnet sich nach C.5 zu

$$\delta = m_{DF} \left( \cosh k_1 L_1 (s_1 + s_2) + \sinh k_1 L_1 \left( s_1 s_2 k_1 + \frac{1}{k_1} \right) \right).$$

## 6.2 Viererimpulsrekonstruktion

Der Vierervektor des virtuellen Photons  $\bar{P}_\nu$  oder der Vierervektor des Schwerpunktes  $\bar{P}_S$ , bei ruhendem Target der Masse  $m_t$ , ergibt sich, wie in Abbildung 2.1 zu sehen, aus den Vierervektoren des ein- und auslaufenden Elektrons  $\bar{P}_e$  und  $\bar{P}_{e'}$  mit

$$\bar{P}_S = \begin{pmatrix} m_T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \bar{P}_\nu = \begin{pmatrix} m_T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \bar{P}_e - \bar{P}_{e'}$$

und

$$\bar{P}_e = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p}_e \end{pmatrix}, \quad \bar{P}_{e'} = \begin{pmatrix} E_{e'} \\ \vec{p}_{e'} \end{pmatrix}.$$

Streut ein Elektron mit der Energie  $E$ , welches sich in Z-Richtung bewegt, am Target, so werden sich seine Energie und seine Bahn um einen Polarwinkel und den Axialwinkel zur Bewegungsrichtung verändern. Nach der Streuung sei seine Energie dann  $E_{e'}$  und sein Impulsvektor

$$\vec{p}_{e'} = \sqrt{E_{e'}^2 - m_e^2} \cdot \vec{x}_{e'} = \sqrt{E_{e'}^2 - m_e^2} \begin{pmatrix} \sin \theta_e \sin \phi_e \\ \sin \theta_e \cos \phi_e \\ \cos \theta_e \end{pmatrix}.$$

Mit der Kenntnis von  $\theta_e$ ,  $\phi_e$  und  $E_{e'}$  lassen sich alle Viererimpulse vollständig bestimmen.

### 6.2.1 Rekonstruktion der Energie $E_{e'}$

Wie Abbildung 6.4 zu entnehmen ist, lässt sich mit dieser Beispieloptik die Energie nur über einen recht kleinen Bereich rekonstruieren. Mit den gewählten Einstellungen umfasst dieser Energiebereich Elektronenergien der gestreuten Elektronen von  $0.84 \text{ GeV}$  bis  $1.02 \text{ GeV}$ . Die Energie  $E_{e'}$  lässt sich aus dem gemessenen  $s_3$  und den konstanten Kenngrößen der Magneto-optik mit Formel C.9 errechnen. Die Abhängigkeit von  $s_3$  zur Energie ist in Abbildung 6.5 (links) zu sehen. Man kann für die Umkehrfunktionen über den kleinen Energiebereich einfachere Näherungsfunktionen aufstellen:

$$s_3^{FD} \approx \frac{E_{e'} - c_1}{c_2 - c_3 E_{e'}} \quad \text{und} \quad s_3^{DF} \approx d_1 E_{e'} + d_2,$$

die in Abbildung 6.5 (rechts) aufgetragen sind. Der Schnittpunkt  $s_3$  berechnet sich mit Gleichung 6.1 zu

$$s_3 \approx \frac{E_{e'} - c_1}{c_2 - c_3 E_{e'}} \sin^2 \phi_e + (d_1 E_{e'} + d_2) \cos^2 \phi_e.$$

Löst man diese Gleichung nach  $E_{e'}$  auf, so erhält man eine Funktion  $E_{e'}(s_3, \phi_e)$ . Ist Hodoskop 1 so segmentiert, dass es möglich ist,  $s_3$  und den Winkel  $\phi_e$  zu messen, kann die Energie direkt berechnet werden. Ist in Hodoskop 1  $\phi_e$  unbekannt, so kann man die Energie trotzdem berechnen, wie das nächste Kapitel zeigen wird.

Aus der rechten Abbildung in 6.5 kann man entnehmen, dass Elektronenergien in der Beispielloptik besser als  $3 \frac{MeV}{cm}$  (Steigung der Kurve  $s_3^{DF}$ ) gemessen werden können.

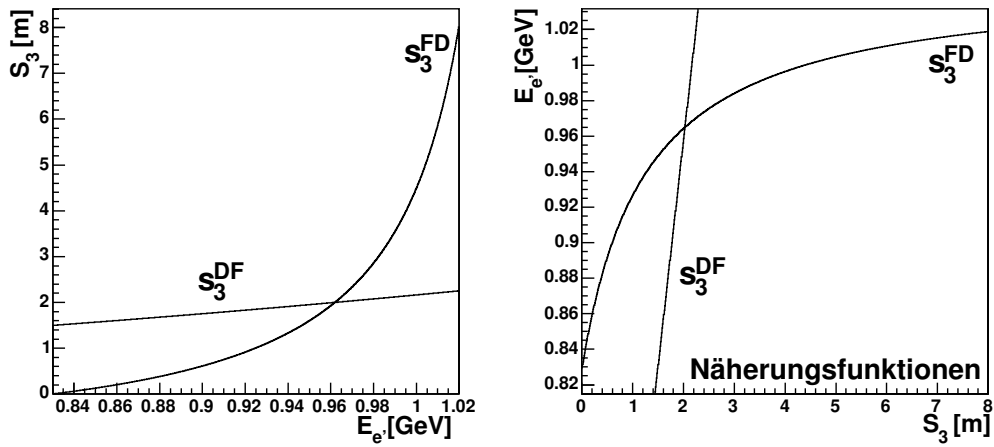


Abbildung 6.5: Elektronenenergie gegen den Abstand zum zweiten Quadrupol in den Ebenen FD und DF und genäherte Umkehrfunktionen.

## 6.2.2 Berechnung von $\beta$

Nach Gleichung C.8 und  $\kappa_i = k_i L_i$  berechnet sich das reziproke Abbildungsverhältnis in der fokussierend-defokussierenden und defokussierend-fokussierenden Ebene mit

$$\beta_{FD} = k_2 \sinh \kappa_2 \cdot \left( s_1 \cos \kappa_1 + \frac{1}{k_1} \sin \kappa_1 + s_2 (\cos \kappa_1 - s_1 k_1 \sin \kappa_1) \right) + \cosh \kappa_2 \cdot (\cos \kappa_1 - s_1 k_1 \sin \kappa_1)$$

und

$$\beta_{DF} = k_2 \sin \kappa_2 \cdot \left( s_1 \cosh \kappa_1 + \frac{1}{k_1} \sinh \kappa_1 + s_2 (\cosh \kappa_1 - s_1 k_1 \sinh \kappa_1) \right) + \cos \kappa_2 \cdot (\cosh \kappa_1 - s_1 k_1 \sinh \kappa_1).$$

Zu beachten ist, dass die Abbildungsverhältnisse durch  $k_i^2 = \frac{300g_i}{E_{e'}}$  energieabhängig sind. Wenn die Energie  $E_{e'}$  unbekannt ist, muss man die Abbildungsverhältnisse so annähern, dass man die Funktion  $E_{e'}(\beta_{FD}, \beta_{DF})$  berechnen kann. Im oben gewählten Energiebereich lassen sich diese Funktionen mit der Form

$$\beta \approx \frac{1}{(d_3 E_{e'} + d_4)^2}$$

annähern.

### 6.2.3 Winkelrekonstruktion

In Hodoskop 2 wird die Größe  $\vec{x} = (x_{DF}, x_{FD})$  gemessen. Mit dem Zusammenhang zwischen den Steigungen  $m_3 = \beta m$  folgen über die Beziehungen

$$m_{DF} = \tan \theta_e \sin \phi_e = \frac{x_{DF}}{\beta_{DF} s_H} \quad \text{und} \quad m_{FD} = \tan \theta_e \cos \phi_e = \frac{x_{FD}}{\beta_{FD} s_H}$$

Die Winkel

$$\theta_e = \arctan \left( \frac{1}{s_H} \sqrt{\left( \frac{x_{DF}}{\beta_{DF}} \right)^2 + \left( \frac{x_{FD}}{\beta_{FD}} \right)^2} \right) \quad \text{und} \quad \phi_e = \arctan \frac{x_{DF} \beta_{FD}}{x_{FD} \beta_{DF}}.$$

Wenn  $E_{e'}$  und damit die Abbildungsverhältnisse  $\beta$  noch nicht berechnet werden konnten, können nun aus diesen Gleichungen der Formel 6.1 und den Näherungsfunktionen für  $\beta$  die Größen  $\theta_e$ ,  $\phi_e$  und  $E_{e'}$  berechnet werden.

### 6.2.4 Rekonstruktion des Impulsübertrags $Q^2$

Mit der Kenntnis von  $\theta_e$  kann der Impulsübertrag nach der Formel 2.3 mit

$$\cos \theta_e = \sqrt{\frac{s_H^2}{s_H^2 + \left( \frac{x_{DF}}{\beta_{DF}} \right)^2 + \left( \frac{x_{FD}}{\beta_{FD}} \right)^2}}$$

zu

$$Q^2 = 2EE_{e'} \left( 1 - \sqrt{\frac{s_H^2}{s_H^2 + \left( \frac{x_{DF}}{\beta_{DF}} \right)^2 + \left( \frac{x_{FD}}{\beta_{FD}} \right)^2}} \right)$$

berechnet werden.

### 6.3 Polarisation

Weil die Elektronen durch ihre Ladung bei ihrer Ablenkung eine Veränderung des elektrischen Feldstärkevektors bewirken und damit die Polarisationsrichtung des virtuellen Photons definieren, lässt sich mit dem Impuls des Photons  $q$  die Polarisation  $\varepsilon$  nach Formel 2.4 berechnen:

$$\varepsilon = \frac{EE_{e'}(1 + \cos \theta_e)}{E^2 + E_{e'}^2 + EE_{e'}(1 - \cos \theta_e)}. \quad (6.2)$$

Der longitudinale Polarisationsparameter ist dann

$$\varepsilon_L = \frac{2EE_{e'}(1 - \cos \theta_e)}{(E - E_{e'})^2}. \quad (6.3)$$

Bei kleinen  $Q^2$  sind die Photonen fast reell, und man kann für die zirkulare Polarisation die Formel 2.5 ansetzen:

$$P_{\odot} = P_e \frac{E_{e'}(4E - E_{e'})}{4E(E - E_{e'}) + 3E_{e'}^2}.$$

In Abbildung 6.6 sind der lineare und der zirkulare Polarisationsgrad (mit  $P_e = 1$ ) gegen die relative Photonenergie  $k$  und den Elektronenablenkwinkel  $\theta_e$  aufgetragen.

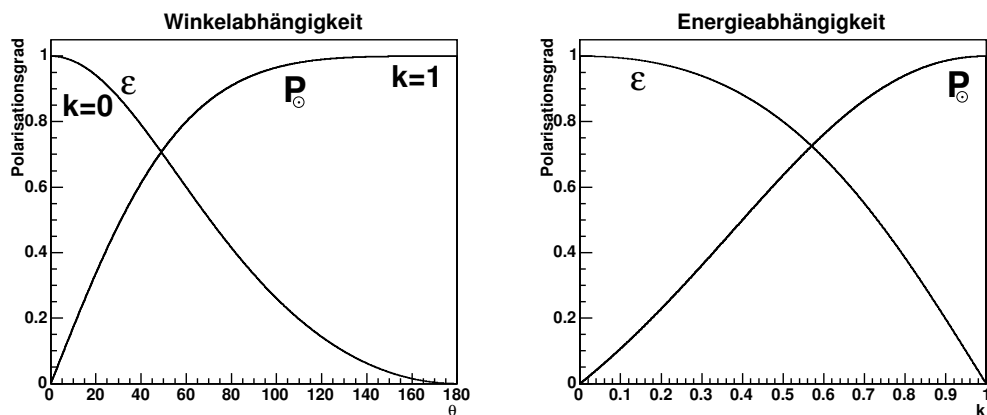


Abbildung 6.6: Linearer ( $\varepsilon$ ) und zirkularer ( $P_{\odot}$ ) Polarisationsgrad in Abhängigkeit zum Elektronenablenkwinkel  $\theta_e$  (links) und gegen die relative Photonenergie bei kleinen  $Q^2$  (rechts).



# Kapitel 7

## Virtual Tagging

In Abschnitt 2.3 wurden die Wechselwirkungsquerschnitte von Møller-Streuung, Bremsstrahlung und des Austauschs virtueller Photonen bei der Elektronstreuung angegeben. Strahlt man nun mit einem Elektronenstrahl mit der Energie  $3.5\text{ GeV}$  auf ein Target und misst die Energie und den Winkel des auslaufenden Elektrons, so wird man bei den unterschiedlichen Prozessen die folgenden Verteilungen erhalten.

### 7.1 Bremsstrahlung und virtuelle Photonen

Zum Vergleich der Häufigkeiten, mit denen ein gestreutes Elektron ein virtuelles Photon austauscht oder Bremsstrahlung erzeugt, werden die Wirkungsquerschnitte aus den Gleichungen 2.10 und 2.11 durch die jeweiligen Strahlungslängen in einem flüssigen Wasserstofftarget dividiert. Die äquivalente Strahlungslänge der virtuellen Photonstreuung<sup>1</sup> entspricht ca. 0.02 Strahlungslängen ([Pan 55]). In den Auftragungen wird der virtuelle Wirkungsquerschnitt relativ zum Bremsstrahlungsquerschnitt verzehnfacht, was einem Wasserstofftarget von  $17\text{ mm}$  Länge entspricht. Zum besseren Vergleich wurde die farbige Z-Achse, welche die relative Wahrscheinlichkeit angibt, auf das Intervall  $10 - 10^{-5} \frac{\text{mbarn}}{\text{cm}}$  beschränkt und logarithmisch dargestellt.

#### 7.1.1 Vergleich der Wirkungsquerschnitte

In den folgenden Abbildungen wird auf der X-Achse der Ablenkwinkel des Elektrons  $\theta_e$  im Bereich  $0^\circ - 5^\circ$  und auf der Y-Achse statt der Energie des auslaufenden Elektrons dessen Energieverlust  $\omega = E - E_{e'} > \frac{E}{2}$  aufgetragen.

---

<sup>1</sup>Bei gleichem Energieverlust: Länge des Targets bei virtueller Photonproduktion/Länge des Targets bei reeller Photonproduktion; angegeben in Strahlungslängen

## Relative Häufigkeiten

In der Abbildung 7.1 sind die relativen Häufigkeiten für Bremsstrahlung (links) und den virtuellen Photonenaustausch (rechts) dargestellt. Die farbige Skala gilt dabei für beide Spektren. Deutlich ist zu erkennen, dass im Bereich kleiner Winkel die Bremsstrahlung dominant ist. Ab einem bestimmten Bereich überwiegen jedoch die virtuellen Photonen.

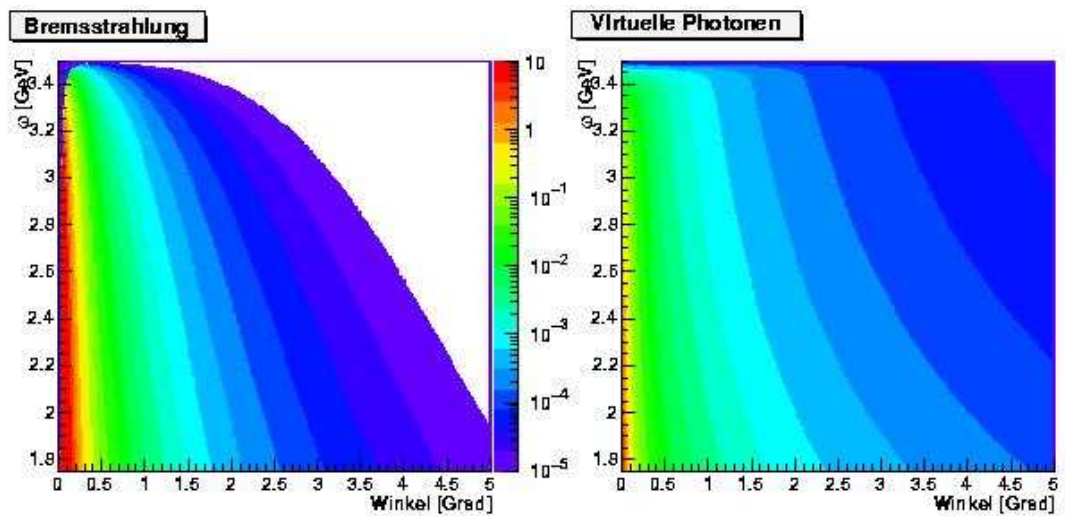


Abbildung 7.1: Relative Häufigkeit für Bremsstrahlung (links) und Austausch virtueller Photonen (rechts) in Abhängigkeit von  $\omega = E - E_{e'}$  und dem Elektronstreuungswinkel.

## Differenzspektren

Trägt man die Differenz der beiden relativen Häufigkeiten auf, wie in Abbildung 7.2 zu sehen ist, so ist dieser Bereich, in dem die Wahrscheinlichkeit für virtuelle Photonstreuung überwiegt, deutlich zu erkennen. In der linken Darstellung sind die relativen Häufigkeiten bei  $\omega = 2.5 \text{ GeV}$  für Bremsstrahlung (blau), die mit  $1/\theta^4$  abfällt, und für den Austausch virtueller Photonen (grau unterlegt), dessen Abfall  $1/\theta^2$  ist, und deren Differenzspektrum (gelb) aufgetragen. Der Schnittpunkt der Häufigkeiten liegt bei ca.  $1.2^\circ$ . Rechts ist die Verteilung gegen den Elektronenstreuungswinkel und die Energiedifferenz  $\omega$  zu sehen. Die Wahl des ausgeblendeten Winkels und damit der ausgeblendeten “Bremsstrahlungselektronen” kann jetzt allein von der Zeitauflösung des Tagger- und des Hadron-Detektors abhängig gemacht werden.

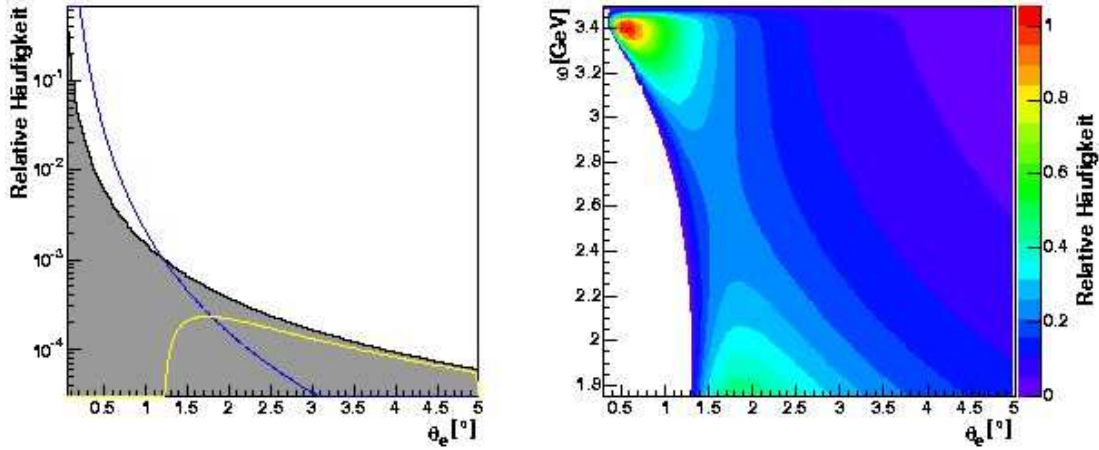


Abbildung 7.2: Vergleich der relativen Häufigkeiten für Bremsstrahlung (blau) und Austausch virtueller Photonen (grau unterlegt) für  $\omega = 2.5 \text{ GeV}$  und deren Differenzspektrum (gelb); rechts ist die Differenz gegen  $\omega$  und den Streuwinkel aufgetragen.

## 7.1.2 Abbildung des Elektrons

Im Folgenden wird als Beispiel eine Magneto-optik betrachtet, die im Abstand von  $2 \text{ m}$  hinter dem Target beginnt, eine Winkelakzeptanz von  $\theta_{max} = \pm 4^\circ$  hat und die Elektronenverteilung am Eingang 1:1 in Hodoskop 2 abbildet (siehe dazu auch Abbildung 6.1). In Abbildung 7.3 sind die relativen Elektronenraten in Hodoskop 2 für Photonen im Energiebereich von  $\Delta E_{e'} = 1.75 \text{ GeV} - 3.5 \text{ GeV}$  mit einem Wasserstofftarget von  $17 \text{ mm}$  (links) und  $8.5 \text{ mm}$  Länge (rechts) dargestellt. Zu beachten ist, dass bei zunehmenden Winkeln eine größere Detektorfläche abgedeckt wird und so die Elektronenrate, die aus den Wechselwirkungsquerschnitten ermittelt wird, proportional zum Öffnungswinkel abfällt (gilt nur für kleine Winkel).

Oben sieht man jeweils zum Vergleich links die Verteilung bei virtuellem Photonaustausch und rechts die Bremsstrahlungsverteilung logarithmisch ohne Skala. Links unten ist das Differenzspektrum linear aufgetragen. Die farbige Skala gilt für beide Differenzspektren. Aus den Abbildungen geht hervor, dass man einen zentralen Bereich der Akzeptanzfläche mit einem Radius von  $5.7 \text{ cm}$  (dies entspricht  $1.6^\circ$ ) bei einer Targetlänge von  $17 \text{ mm}$  und einem Radius von  $3.8 \text{ cm}$  (dies entspricht  $1.1^\circ$ ) bei einer Targetlänge von  $8.5 \text{ mm}$  ausblenden sollte, um vorwiegend virtuelle Photonstreuung zu betrachten. Bei einem kleineren ausgeblendeten Bereich steigt die Rate der realen Pho-

tonen mit  $\frac{1}{\theta^4}$  gegenüber der Rate virtueller Photonen von  $\frac{1}{\theta^2}$  an und dominiert die Messung.

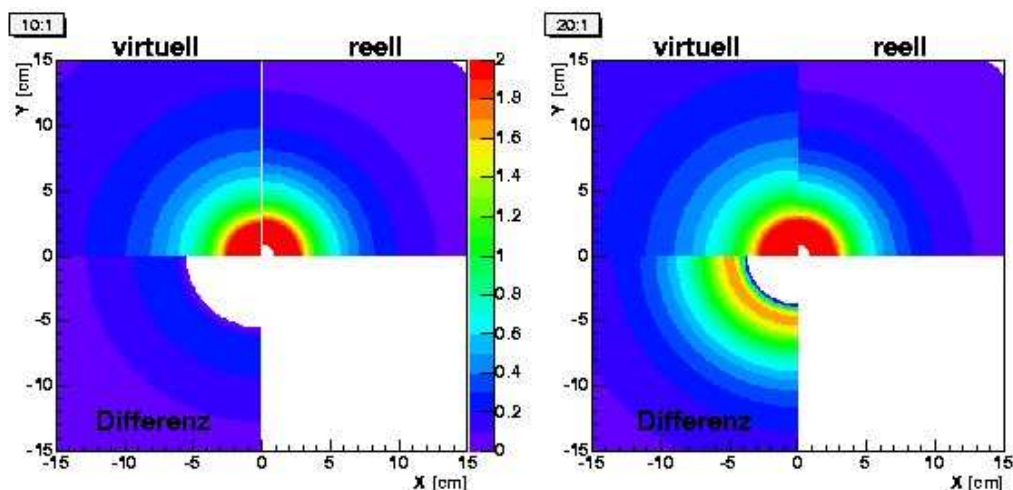


Abbildung 7.3: Elektronenverteilung 2m hinter dem Target in dem Energiebereich 1.75 – 3.5 GeV mit einem Strahlungslängenverhältnis virtuell:reell = 10:1 und 20:1 für virtuellen Photonaustausch, Bremsstrahlung und deren Differenz.

## 7.2 Møller-Streuung

Wegen des großen Wirkungsquerschnitts stellt die Møller-Streuung als Untergrund ein Problem dar. Abhilfe kann dabei ihre strenge Winkel-Energie-Beziehung schaffen. In Abbildung 7.4 ist links diese Beziehung und der Wirkungsquerschnitt je Projektionsort zu sehen. Der Projektionsort ergibt sich aus  $x = 2 \tan(\text{Winkel})$ , für kleine Werte gilt  $x = 2(\text{Winkel})$ , daher kann man hier Ort und Winkel qualitativ synonym benutzen. Die Skaleneinteilung der Y-Achse ist hier GeV bzw 10 mbarn. Wegen des großen Querschnitts bei kleinen Winkeln ist es ratsam, einen Öffnungswinkel bis zu ca.  $0.3^\circ$  (entspricht ca. 1 cm) auszublenden, was jedoch zur Bremsstrahlungsunterdrückung bereits geschieht. Elektronen, die unter einem größeren Winkel gestreut werden, werden jedoch, solange sie im Akzeptanzbereich des Spektrometers liegen, in den beiden Hodoskopen nachgewiesen werden. Weil bei zunehmendem Winkel der Bereich, in dem das Elektron detektiert werden kann, größer wird, sinkt die Wahrscheinlichkeit hier näherungsweise proportional zum Winkel. Sättigungseffekte sind nicht zu befürchten, jedoch muss die Wahrscheinlichkeit von Doppeltreffern diskutiert werden.

In Abbildung 7.4 rechts ist oben die Elektronenverteilung an der Stirnfläche des Spektrometers dargestellt, in den unteren Vierteln ist jeweils das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte aus den Ereignissen mit virtuellem Photonaustausch und Møller-Ereignissen mit verschiedenen Targetlängen aufgetragen. Links ist das effektive Strahlungslängenverhältnis virtuell:Møller 10:1 und rechts 20:1. Die Skala gibt für die beiden unteren Spektren das Verhältnis wieder. Wird lediglich die Information des Taggers als Triggerbedingung<sup>2</sup> benutzt, so wird das Verhältnis von Møller-Ereignissen zu virtuellen Ereignissen im Bereich von  $\theta \leq 4^\circ$  nicht mehr als 3:1 betragen. Durch die strenge Winkel-Energie-Beziehung lassen sich diese Ereignisse später jedoch leicht von den virtuellen Ereignissen trennen. Der Preis dafür wird lediglich eine Blindheit in dem kleinen Energie-Winkel-Bereich der schwarzen Kurve in Abbildung 7.4 (rechts) sein.

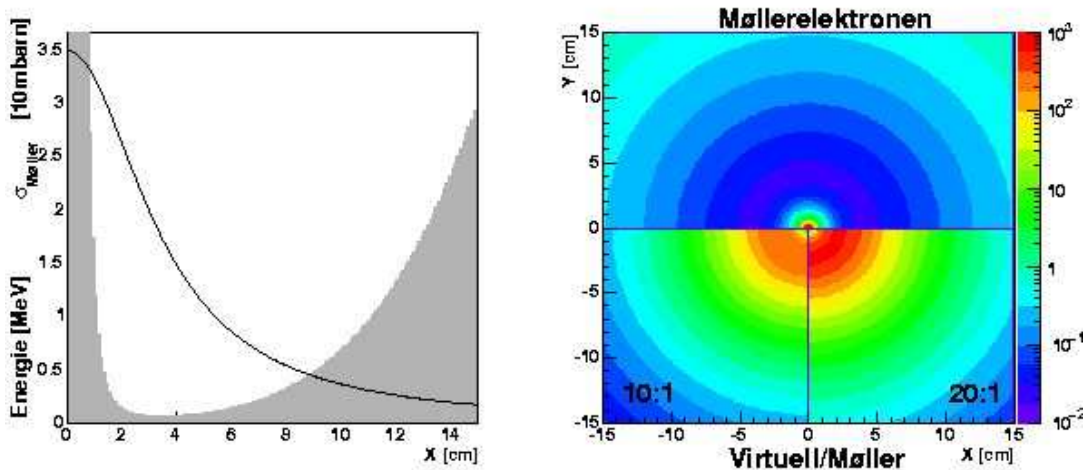


Abbildung 7.4: Links: Energie-Positions-Beziehung und Wirkungsquerschnitt der Møllerstreuung, die Einheiten der Y-Achse sind GeV bzw. 10 mbarn; rechts: Elektronenverteilung an der Stirnfläche des Taggers in dem Energiebereich 1.75 – 3.5 GeV (oben) und Verhältnis der Querschnitte virtuell:Møller mit einem Strahlungslängenverhältnis virtuell:Møller = 10:1 und 20:1.

<sup>2</sup>Bedingung, unter der ein Ereignis aufgezeichnet wird

## 7.3 Zusammenfassung

In Abbildung 7.5 sind die detektierten Raten der beiden Hodoskope dargestellt. In Spektrum “Hodoskop Energie” ist die Rate in Hodoskop 1, die aufgeschlüsselt in virtuelle Photonen, Bremsstrahlung und Møller-Streuung aufgetragen wurde, in Abhängigkeit zur Energie zu sehen. Das Hodoskop hat eine Energiebreite von  $10 \text{ MeV}$ . Im Spektrum “Hodoskop Winkel” wird oben die mit der 1:1-Optik in Hodoskop 2 abgebildete Verteilung gezeigt. Hodoskop 2 hat dabei eine Ortsauflösung von  $0.5 \text{ cm}$  im Abstand von  $2 \text{ m}$  hinter dem Target, was einer Winkelauflösung von ca.  $0.15^\circ$  entspricht. Die Gesamtteilchenrate im Detektor beträgt hier  $1 \text{ MHz}$ .

Benutzt man ein Target aus flüssigem Wasserstoff von etwa  $1.7 \text{ cm}$  Länge und betrachtet Elektronen aus einem Winkelbereich von  $1.4^\circ < \theta_e < 3.5^\circ$ , so wird das Verhältnis von virtuellen zu Untergründereignissen aus Bremsstrahlung und Møller-Streuung 1:2 bis 1.5:1 betragen, wie in Abbildung 7.5 in den Spektren “Hodoskop Winkel” unten und “Verhältnis virtuell:Untergrund” im grau unterlegten Bereich zu sehen ist.

Der Grad der linearen Polarisierung der Photonen beträgt je nach Energie des abgelenkten Elektrons 0.2 - 0.8, wie im Spektrum “linearer Polarisationsgrad” gezeigt wird. Die Abhängigkeit vom Ablenkwinkel der Elektronen ist nach Abbildung 6.6 bei kleinen Winkeln vernachlässigbar gering.

Mit dieser großen Energie- und Ortsauflösung, die einer recht groben Segmentierung entspricht, und Detektoren, die eine Ereignisrate von  $10 \text{ MHz}$  verkraften, wie sie Teil 1 beschrieben wurden, wären Tagraten von  $800 \text{ MHz}$  möglich, wobei vor allem die Rate in Hodoskop 2 der begrenzende Faktor ist. Diese Rate ist jedoch noch zu steigern, weil die angenommenen Segmentierungen ohne weiteres verzehnfacht werden könnten.

Das Verhältnis von virtuellen Photon-Ereignissen zum Untergrund ist im Durchschnitt über den gesamten Akzeptanzbereich ca 1.2. Wenn ein “gutes” Ereignis im “Virtuellen-Photon-Tagger” die einzige Voraussetzung für die Datennahme wäre, das Ereignis aufzunehmen, stammte jedes zweite Ereignis aus dem Austausch virtueller Photonen. Da die Triggereigenschaften<sup>3</sup> von Hadronendetektoren meist nicht ausreichend sind, ist es so möglich den “Virtuellen-Photon-Tagger” als alleinigen Trigger zu benutzen. Dies ist mit einem Bremsstrahlungstagger nur schwer möglich und führt sehr wahrscheinlich zu einem größeren Anteil von Untergründereignissen in den Daten.

---

<sup>3</sup>Trigger: Voraussetzung, dass ein Ereignis aufgenommen wird.

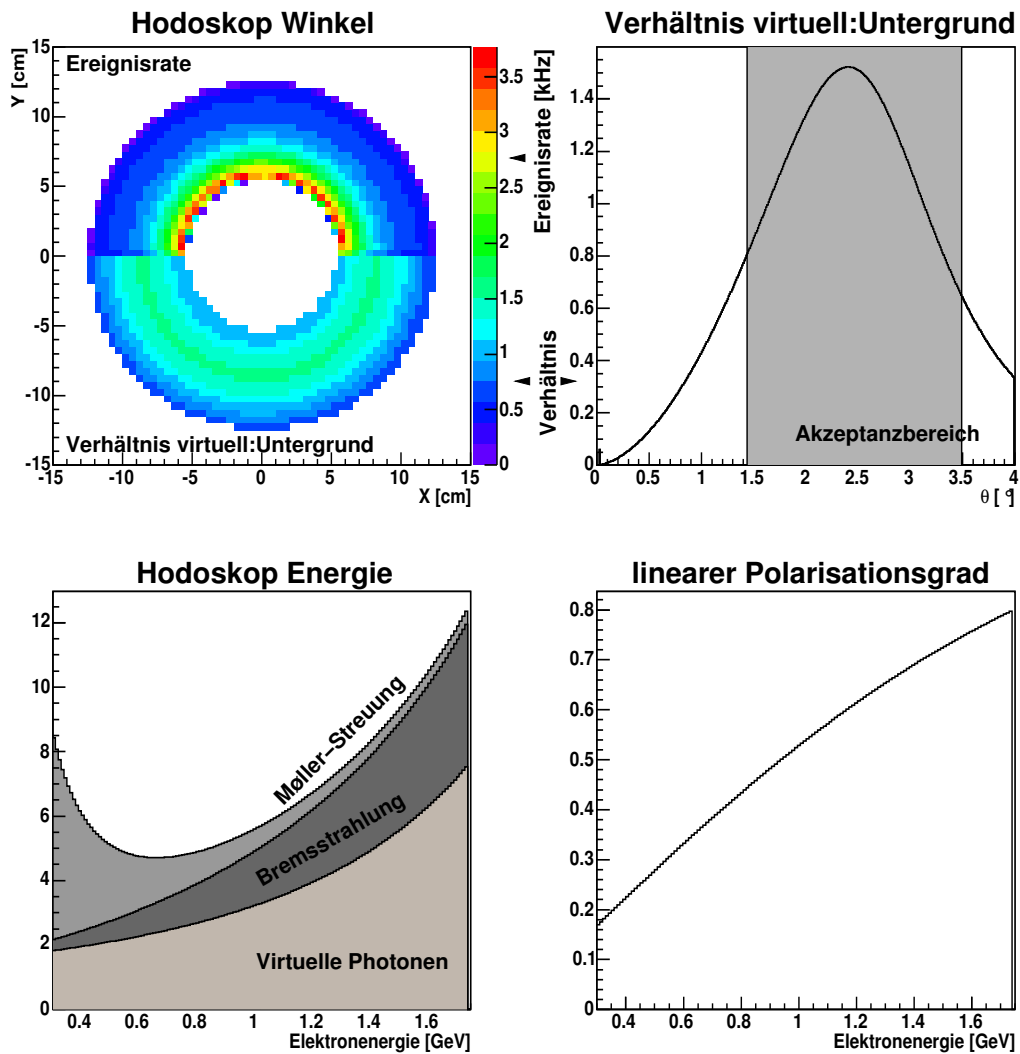


Abbildung 7.5: *Hodoskop Winkel: Elektronenrate in kHz (oben); Verhältnis der virtuellen Ereignisse zu Untergrundereignissen (unten); Verhältnis virtuell:Untergrund: dieses Verhältnis in Abhängigkeit von Elektronablenkwinkel; Hodoskop Energie: Ereignisraten in Abhängigkeit zur Energie (die Gesamtrate der Elektronen in den Detektoren ist 1 MHz); linearer Polarisationsgrad: Polarisation gegen die Elektronenergie; die Winkelabhängigkeit ist marginal.*





# Kapitel 8

## Magnetfeldabschirmung

Arbeitet ein Experiment mit einem Elektronenstrahl, so wird durch Reaktionen mit dem Target der Primärstrahl aufgeweitet und in seiner Energie verbreitert werden (siehe Abbildung 8.1). Die Detektoren in der Nähe des Primärstrahles<sup>1</sup> werden deswegen möglicherweise bei einem intensiven Strahl unter Sättigungseffekten zu leiden haben. Meist werden zur Bestimmung des Impulses und der Ladung der detektierten Teilchen Magnetfelder eingesetzt. Wenn es möglich wäre, den Primärstrahl von diesem Magnetfeld abzuschirmen, könnte er von allen guten Ereignissen getrennt und aus dem Detektoraufbau ausgeblendet werden. Zur Abschirmung könnte zum Beispiel ein Weicheisenrohr dienen, jedoch ist dessen Massenbelegung sehr hoch, so dass durch Sekundäreffekte am Rohr das Experiment gestört werden könnte. Eine effektive Magnetfeldabschirmung mit geringer Massenbelegung könnte mit einem supraleitenden Rohr erreicht werden (siehe Anhang B). In [Kra 78] oder [Mar 72] wird beschrieben, wie eine Magnetfeldabschirmung für orthogonale, homogene, konstante Magnetfelder bis  $1.9 T$  aus  $Nb_3Sn$  hergestellt wird. Seit der Entdeckung der Hochtemperatursupraleiter ist es möglich, eine verbesserte Abschirmung zum Beispiel aus Bi(2223) oder YBCO herzustellen, die bei höheren Temperaturen und mit einer geringeren Massenbelegung für Abschirmung und Kryostat bessere Ergebnisse liefern sollte.

Um die auftretenden Probleme sichtbar zu machen, wird in diesem Kapitel die Verteilung der gestreuten Elektronen simuliert. Dazu wird ein einfaches Streuexperiment betrachtet und untersucht, wie durch ein supraleitendes Rohr ein Anteil des Primärstrahls für einen Detektor ausgeblendet werden kann. Die Simulation wurde mit GEANT4<sup>2</sup> durchgeführt.

---

<sup>1</sup>Als Primärstrahl wird hier der Anteil des Strahls bezeichnet, der nur unter einem kleinen Winkel zur optischen Achse das Target verlässt.

<sup>2</sup>Simulationssoftware, freier Download über: <http://pcitapiwww.cern.ch/geant4/>

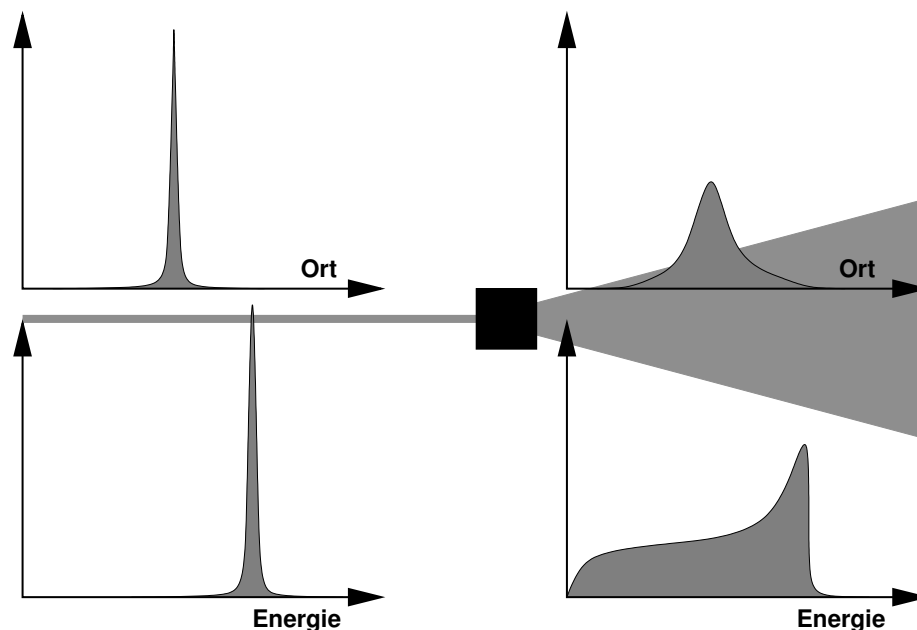


Abbildung 8.1: *Form und energetische Breite eines Elektronenstrahls vor und nach dem Durchgang durch ein Target.*

## 8.1 Simulierter Aufbau

Der simulierte Aufbau besteht, wie in Abbildung 8.2 zu sehen ist, aus einem zylindrischen Detektor mit einem Radius von  $4\text{ m}$ , einer Höhe von  $8\text{ m}$  und einer Wandstärke von  $0.36\text{ m}$ . Er ist in 360 Segmente unterteilt, die jeweils  $1^\circ$  der X-Y-Ebene abdecken. Die Segmente bestehen aus Vakuum, weil die Rückstreuung aus dem Detektor und die Detektion von Photonen unterdrückt werden sollte. In diesem Detektor befindet sich im Vakuum ein homogenes Magnetfeld in Z-Richtung mit der Länge  $2\text{ m}$ , Breite und Höhe  $4\text{ m}$ . In diesem Magnetfeld liegt mittig ein Rohr mit dem Durchmesser  $4\text{ cm}$  und der Wandstärke  $5\text{ mm}$ . Die Wand besteht aus Eisen, dem Supraleiter Bi(2223) oder ist nicht vorhanden (Vakuum). Zum Vergleich wurde auch ein Vollzylinder aus Blei mit den Abmessungen des Rohres simuliert. Ein Target aus flüssigem Wasserstoff ( $20\text{ mm} \times 5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ ) mit einer Strahlungslänge  $X_0 = 866\text{ cm}$  oder  $^{12}\text{C}$  ( $10\text{ mm} \times 5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ ) mit einer Strahlungslänge  $X_0 = 18.8\text{ cm}$  ([Par 04]) befindet sich genau in der Mitte des Detektors. Von links kommend wird ein Strahl aus Elektronen der Energie  $3\text{ GeV}$  auf den Mittelpunkt des Targets geschossen. Um einen besseren Vergleich zwischen den Messungen ohne und mit Magnetabschirmung zu haben, ist das Rohr

selbst keine Magnetfeldabschirmung. Ein kleiner Markierungsdetektor markiert den Teil des Strahls, der durch das Rohr gegangen wäre. Dafür ist für den Primärstrahlaustritt in der Rohrwand eine Öffnung frei gelassen worden. Die Segmentierung des Markierungsdetektors ermöglicht die Untersuchung bei verschiedenen Rohrdurchmessern simultan.

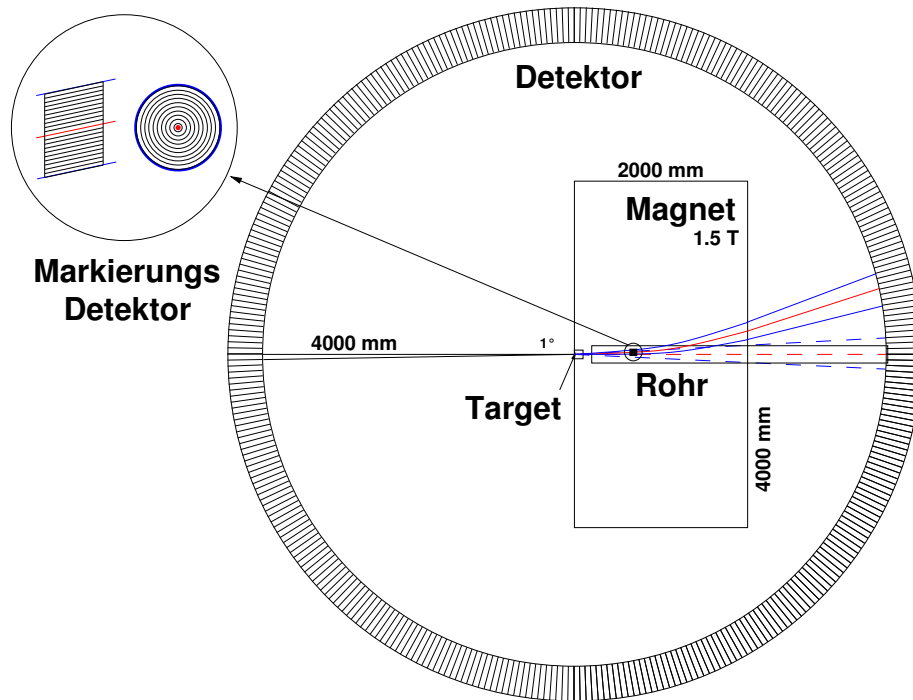


Abbildung 8.2: Aufbau des simulierten Detektors zur Untersuchung der Abschirmung eines Magnetfeldes.

## 8.2 Partikelverteilung ohne Feld

Die Verteilung der Partikel ohne Magnetfeld und ohne Rohr nach einem Kohlenstofftarget von  $10\text{ mm}$  Länge ist in Abbildung 8.3 logarithmisch gegen den Streuwinkel bzw. den Emissionswinkel aufgetragen. Der Detektor bestand hier aus Blei, um die gesamte Energie der Teilchen zu absorbieren. Im oberen Bild sind die Bremsstrahlungsphotonen, im unteren die Elektronen und Positronen, die aus dem Primärstrahl oder dem Leptonenschauer stammen, dargestellt. Das Maximum der Teilchenintensität liegt deutlich zwischen  $\pm 4^\circ$  im Detektor, was einerseits aus der wahren Teilchenverteilung und andererseits aus der Aufschauierung im Detektor resultiert.

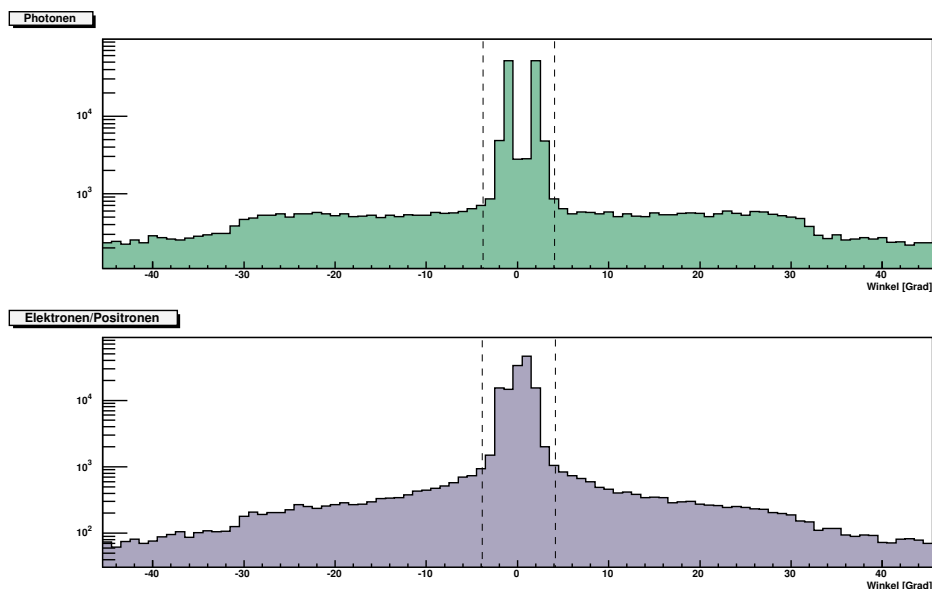


Abbildung 8.3: Verteilung der gestreuten und erzeugten Leptonen und Photonen im simulierten Detektor.

## 8.3 Einfluss der Rohrwand auf den Untergrund

Zur Untersuchung des Einflusses der Rohrwand auf die Messung wurden Datenpakete mit dem Kohlenstofftarget und einem Rohrradius von  $20\text{ mm}$  simuliert, was einem Öffnungswinkel von ca.  $4^\circ$  entspricht. Um Rückschlüsse auf die Abschattung von Teilchen durch die Rohrwand oder der Streuung von Teilchen an der Wand ziehen zu können, wurde mit Magnetfeld jeweils

ein Datensatz mit  $10^6$  Ereignissen mit ausgeschalteter und angeschalteter Rohrwand aus Bi(2223) genommen.

Die Differenz der Ereignisse mit und ohne Rohrwand pro Winkelintervall ist in Abbildung 8.4 zu sehen. Alle negativen Einträge entsprechen einer Abschattung von guten Ereignissen, alle positiven eine Erzeugung von Ereignissen durch die Rohrwand.

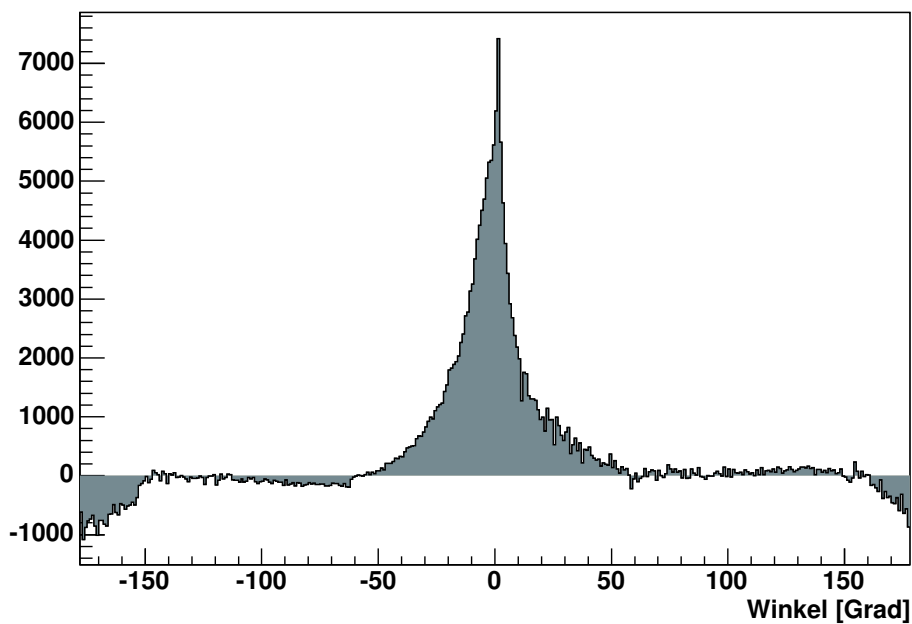


Abbildung 8.4: *Differenz der Daten mit eingeschalteter und ausgeschalteter Rohrwand mit Magnetfeld bei jeweils  $10^6$  Ereignissen.*

### Vergleich mit anderen Abschirmungen

Die Sekundärproduktion von Teilchen, die von Elektronen stammen, die wegen ihres geringen Ablenkwinkels von innen durch die Rohrwand austreten, wurde ohne Magnetfeld mit einer Abschirmung aus Eisen und einem Vollzylinder aus Blei gleicher Außenmaße verglichen. Der Rohrradius war hier wieder  $20\text{ mm}$  und sein Abstand vom Target  $30\text{ cm}$ . Damit deckt es einen Öffnungswinkel von ca.  $4^\circ$  ab. Der Winkeldetektor bestand diesmal aus Blei, um zur Unterscheidung zwischen Primär- und Sekundärereignissen die Ge-

samtenergie der Partikel bestimmen zu können. Der Untergrund durch Sekundäreignisse am Winkeldetektor wurde zudem durch Zeitdiskrimination zum Großteil unterdrückt.

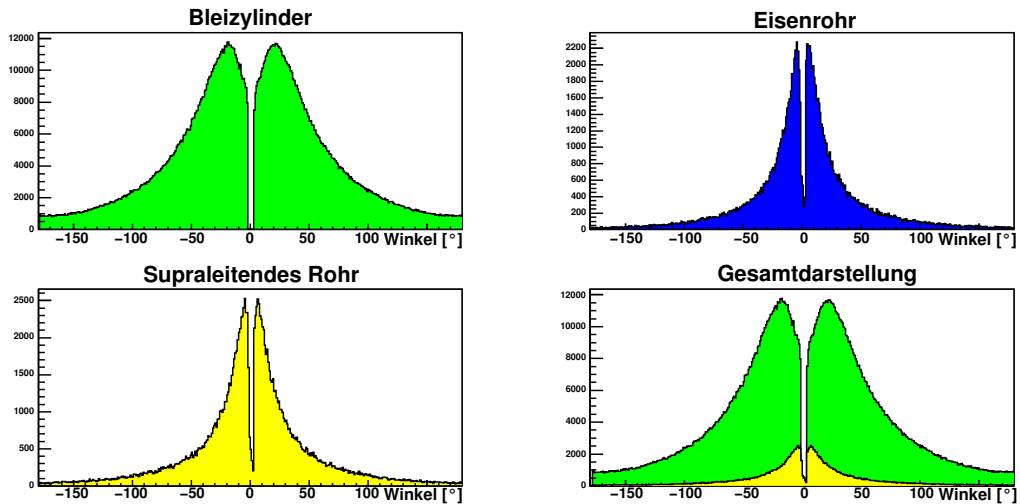


Abbildung 8.5: Vergleich des Elektronenuntergrundes verschiedener Abschirmmaterialien.

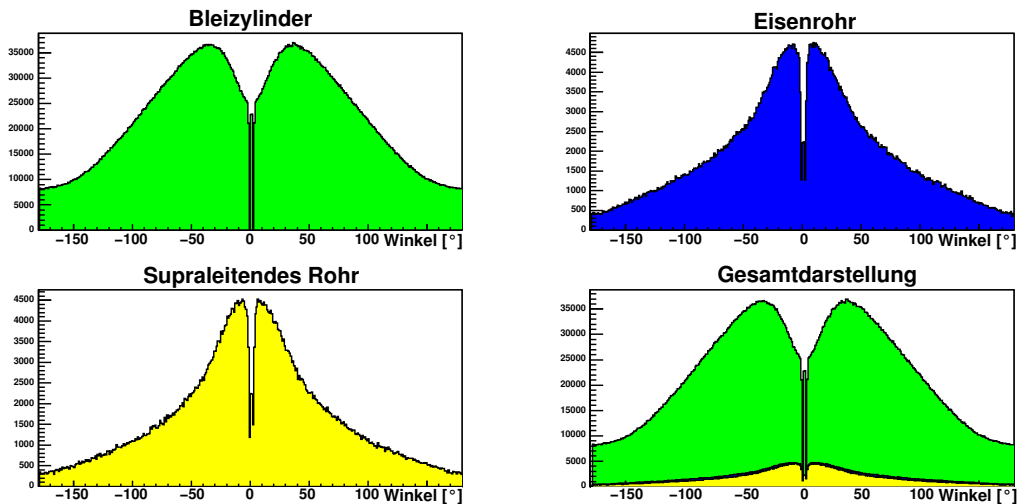


Abbildung 8.6: Vergleich des Photonuntergrundes verschiedener Abschirmmaterialien.

In den Abbildungen 8.5 und 8.6 ist der Untergrund aus Elektronen beziehungsweise aus Photonen des Vollzylinders aus Blei, des Eisenrohres mit einer Wandstärke von  $5\text{ mm}$  und des supraleitenden Rohres mit gleicher Wandstärke dargestellt. Wie im vorigen Teil handelt es sich hier wieder um Differenzspektren mit abgezogenen Ereignissen ohne Rohr.

Sowohl beim Elektronen- als auch beim Photonenuntergrund sieht man, dass der Bleiabsorber etwa 10 mal mehr Fehlereignisse erzeugt als Eisen- oder supraleitendes Rohr. Sind Sekundärproduktraten des supraleitenden und des Eisenrohres elektronisch fast gleich und photonisch nur leicht unterschiedlich, muss bedacht werden, dass das Eisenrohr bei gleicher Rohrdicke eine schlechtere Magnetfeldabschirmung darstellt.

### 8.3.1 Teilchenintensität auf der Rohraußenwand

Für die Untersuchung der Teilchenintensität auf der Rohroberfläche wurde die Rohrwand in zylindrische Teilsegmente unterteilt und der Austrittspunkt eines Teilchens bestimmt. Der Rohrradius betrug  $20\text{ mm}$ , die Rohrwand bestand aus  $5\text{ mm}$  Bi(2223), als Target wurden  $20\text{ mm}$  flüssiger Wasserstoff simuliert. Das Rohr war  $4\text{ m}$  lang und begann  $30\text{ cm}$  vom Target entfernt. Die simulierte Teilchenrate im Primärstrahl war  $1\text{ MHz}$ . In Abbildung 8.7 ist die Intensität der durch die Rohrwand dringenden Teilchen in  $\text{Hz}$  pro  $\text{mm}$  Rohrlänge aufgetragen, dabei wurde die Rate jeweils über die Zylinderoberfläche eines der Teilzylinder der Länge  $1\text{ mm}$  integriert.

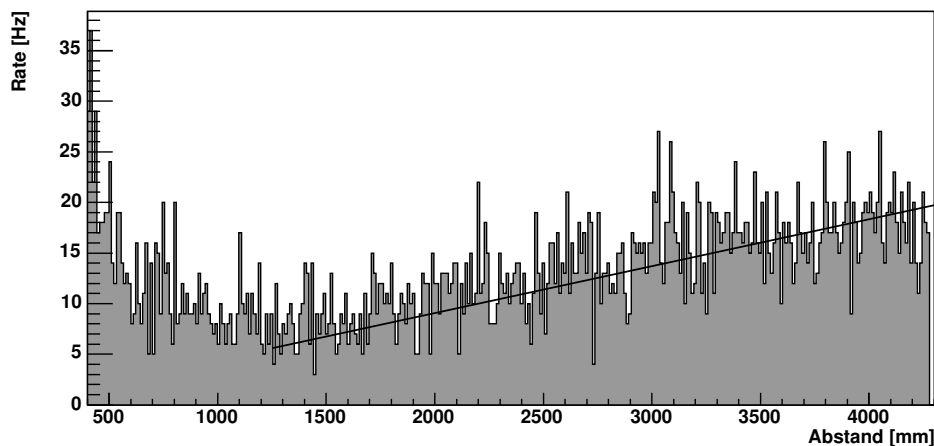


Abbildung 8.7: Rate der Teilchenintensitäten an der Oberfläche des supraleitenden Rohres in Abhängigkeit zum Abstand vom Target.

## 8.4 Zusammenfassung

Eine Abschirmung aus supraleitendem Material verursacht im Gegensatz zu einer Abschirmung aus Eisen bei gleichen magnetischen Abschirmeigenschaften oder einem Bleiabsorber weniger störenden Untergrund und kann den intensiven Primärstrahl aus Magnetfeldern in einem Experimentaufbau ausblenden.

In einer reinen Quadrupoloptik wäre es außerdem noch möglich, in den Hodokopen Akzeptanzlücken dort zu lassen, wo der Primärstrahlanteil hindurch gehen soll. Bei dieser einfachen Lösung muss jedoch darauf geachtet werden, dass dieser Strahlanteil nicht im Spektrometer streut. Wenn man eine Optik mit einem Dipolmagneten benutzt, ist die Ausblendung durch ein Loch jedoch auf diese einfache Weise nicht möglich (siehe dazu Abschnitt C.1). Hier nicht diskutiert wurde die Hadron-Rate in dem Hadronendetektor, die je nach Detektorbeschaffenheit nun ein begrenzender Faktor werden könnte.



# Kapitel 9

## Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde in Teil 1 gezeigt, dass es möglich ist, mit schnellen Taggermodulen bei Strahlenergien bis mindestens  $3.2 \text{ GeV}$  Photonen zu markieren, welche die  $\Delta$ -Resonanz anregen können und so mit Hilfe der Asymmetrieobservablen, die bei dieser Resonanz gut vermessen sind, den Polarisationsgrad von Strahl und Target zu bestimmen. Am Beispiel der Helizitätsasymmetrie  $E$  wurde dieser Vorgang der Polarisationsgradbestimmung für einen zirkular polarisierten Photonenstrahl und ein longitudinal polarisiertes Target berechnet und eine Möglichkeit aufgezeigt, diese Bestimmung parallel zu einem laufenden Experiment durchzuführen. Durch den großen Wechselwirkungsquerschnitt der  $\Delta$ -Resonanz wird dabei eine hohe Ereignisrate erreicht. Mit schnellen Taggermodulen ist es möglich, Photonen, die diese Resonanz anregen mit einer Rate von ca.  $50 \text{ MHz}$  zu markieren. Das Taggermodul ist dabei in mindestens vier Segmente unterteilt und deckt die Halbwertsbreite dieser Resonanz ab.

Im zweiten Teil wurde die Methode des “Virtual taggings” vorgestellt. An einem Beispielaufbau wurde eine Möglichkeit der Markierung virtueller Photonen berechnet und eine Abschirmung von störendem Untergrund insbesondere durch ein supraleitendes Rohr diskutiert. Eine Berechnung der Teilchenraten von Untergrund und virtuellen Photon-Ereignissen ergab, dass mit einem “Virtual-Photon-Tagger“-Aufbau Ereignisraten im  $\text{GHz}$ -Bereich ohne weiteres möglich sind. Die lineare Polarisation der virtuellen Photonen wird je nach ihrer Energie  $0.2 - 0.8$  betragen.

Zum Vergleich sind die bestehenden Methoden zur Erzeugung hochenergetischer Photonen für Untersuchungen in der Hadronenphysik, Compton-Rückstreuung und (kohärente) Bremsstrahlung in Tabelle 9.1 zusammengefasst.

| Methode                  | Mögliche Raten   | Polarisation |
|--------------------------|--|--------------|
| Compton-Rückstreuung     | bis $10^6 \frac{\text{Ereignisse}}{\text{s}}$          | bis 100%     |
| Bremsstrahlung           | bis $2 \times 10^7 \frac{\text{Ereignisse}}{\text{s}}$ | n.V.         |
| Kohärente Bremsstrahlung | bis $10^6 \frac{\text{Ereignisse}}{\text{s}}$          | bis 80%      |
| “Virtual-Photon-Tagging” | bis $10^8 \frac{\text{Ereignisse}}{\text{s}}$          | bis 80%      |

Tabelle 9.1: *Vergleich der bestehenden Methoden zur Erzeugung hochenergetischer Photonen.*

Diese Art der Photonenmarkierung könnte dazu dienen, Reaktionen mit sehr kleinen Wechselwirkungsquerschnitten mit einer besseren Statistik in kürzerer Zeit als bisher zu vermessen. Ferner kann bei einer schlechten Trigger-Eigenschaft des Hadron-Detektors der “Virtual-Photon-Tagger” als alleiniger Trigger benutzt werden, in dem je nach Winkel- und Energieakzeptanz ungefähr jedes zweite Ereignis hadronischer Natur ist.

# Anhang A

## Theoretische Grundlagen

### A.1 Pion-Photoproduktion

Trifft ein Photon mit dem Vierervektor  $\bar{P}_\gamma = (E_\gamma, P_\gamma, 0, 0)$  (Vierervektoren werden im Folgenden gequert dargestellt) auf einen Körper X, der in diesem Falle ein  $^{12}\text{C}$ , eines seiner Nukleonen oder ein anderer Teil des Kerns ist, welcher sich mit dem Impuls  $\vec{p}_X$  bewegt, so kann nach Kapitel 2 ein hadronischer Prozess einsetzen, der zu einem Pion-Nukleon-Endzustand führt. Es gilt

$$\bar{P}_\gamma + \bar{P}_X = \begin{pmatrix} E_\gamma \\ P_\gamma \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_X \\ P_{Xx} \\ P_{Xy} \\ P_{Xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_\pi \\ P_{\pi x} \\ P_{\pi y} \\ P_{\pi z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{X'} \\ P_{X'x} \\ P_{X'y} \\ P_{X'z} \end{pmatrix} = \bar{P}_\pi + \bar{P}_{X'}. \quad (\text{A.1})$$

Wenn die Pionproduktion über einen resonanten Zwischenzustand, wie zum Beispiel die  $P_{33}(1232)$ -Resonanz, erfolgt, ergeben die Vektoren des Protons und des Stoßpartners  $\bar{P}_\gamma + \bar{P}_X = \bar{P}_\Delta$ . Allgemein kann der Prozess elastisch, inelastisch oder quasifrei erfolgen. Für den quasifreien Fall wurde ein Proton als emittiertes Teilchen angenommen. In Tabelle A.1 sind die wichtigsten Größen zusammengefasst, wobei die Werte für die Bindungsenergie aus den Massenunterschieden der Elemente berechnet wurden. Die mittlere gemessene Bindungsenergie des Protons ([Pov 95]) ist in Klammern hinzugefügt und wird im Folgenden benutzt.

#### A.1.1 Fermigasmodell

Nach dem Fermigasmodell können sich alle Nukleonen eines Kerns in einem gewissen Volumen frei mit den Impulsen  $\vec{p}_N$  bewegen. Ein Nukleon im Kern-

| Element    | Masse   | Masse | Spin          | Parität | Bindungsenergie        |
|------------|---------|-------|---------------|---------|------------------------|
|            | U       | MeV   |               |         | MeV                    |
| ${}^1p$    | 1.00867 | 938   | $\frac{1}{2}$ | +       | 15 (25) ( ${}^{11}B$ ) |
| ${}^{11}B$ | 11.0093 | 10255 | $\frac{3}{2}$ | -       |                        |
| ${}^{12}C$ | 12      | 11178 | 0             | +       |                        |

Tabelle A.1: *Tabelle der Kohlenstoffeigenschaften und der Zerfallsprodukte des Kohlenstoffs im quasifreien Fall.*

potential der Stärke  $\varepsilon$  ist dann mit der Bindungsenergie  $E_B = \varepsilon - \frac{\vec{p}_N^2}{2m_N}$  im Kern gebunden. Streut man nun mit einem Photon an diesem Nukleon mit einem Impulsübertrag  $\vec{q}$ , so entscheidet das Verhältnis von  $|\vec{q}|$  zu  $E_B$  über die möglichen Prozesse (siehe dazu auch Abbildung A.1).

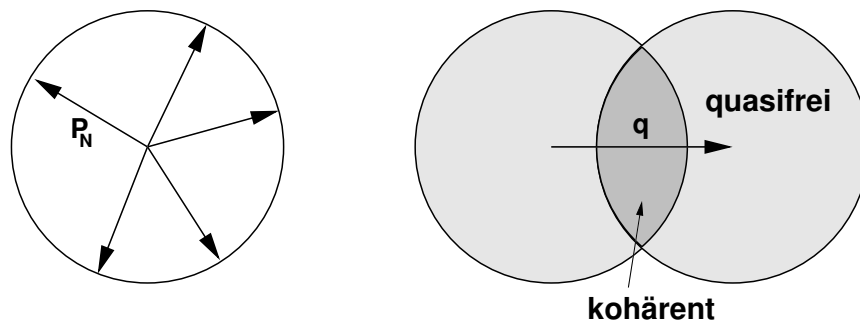


Abbildung A.1: *Schema der möglichen Prozesse: Wenn der Impulsübertrag des einlaufenden Photons  $q$  kleiner als der doppelte Impuls des Nukleons  $P_N$  ist, so kann kohärent, ansonsten nur quasifrei gestreut werden.*

## Fermi-Impuls

Der Fermi-Impuls der Nukleonen errechnet sich aus

$$P_F^2 = \frac{5}{3} \langle \vec{p}_N^2 \rangle.$$

Bis auf leichte Kerne ist der Fermi-Impuls von  $A$  nahezu unabhängig und beträgt  $P_F \approx 250 \text{ MeV}$ . Im Falle des  ${}^{12}C$  ist der gemessene Fermi-Impuls  $P_F = (221 \pm 5) \text{ MeV}$ .

## Bindungsenergie

In einem  $^{12}\text{C}$  ist  $E_B = (25 \pm 3) \text{ MeV}$  die gemessene mittlere Bindungsenergie eines Nukleons. Bei der Absorption eines Photons von einem Kernnukleon mit dem Winkel  $\phi = \angle \vec{q}, \vec{p}_N$  folgt bei dem Energieübertrag  $E_\gamma = E'_N - E_N$  für  $|\vec{p}_N|$  und  $|\vec{p}'_N| \ll m_p$ :

$$E_\gamma = \frac{|\vec{q}|^2}{2m_N} + E_B + \frac{|\vec{q}| |\vec{p}_N| \cos \phi}{m_N},$$

und da die Bewegung homogen in allen Richtungen ist, folgt für den Mittelwert  $E_{\gamma 0}$ , um den  $E_\gamma$  verteilt ist,

$$E_{\gamma 0} = \frac{|\vec{q}|^2}{2m_N} + E_B.$$

Weil für Photonen  $|\vec{q}|^2 = E_\gamma^2$  gilt, ergibt sich daraus der mittlere Fermi-Impuls

$$E_{\gamma 0} = m_N - \sqrt{m_N (m_N - 2E_B)} \approx 25 \text{ MeV} \quad (\text{A.2})$$

mit der Breite

$$\sigma_{E_\gamma} = \sqrt{\langle (E_\gamma - E_{\gamma 0})^2 \rangle} = \frac{P_F E_{\gamma 0}}{\sqrt{5} m_N}. \quad (\text{A.3})$$

Wenn eine inelastische Streuung stattfindet, besitzt das ausgehende Teilchen eine andere Masse  $M$  als das Targetteilchen. Es folgt

$$E_\gamma = \frac{|\vec{q}|^2}{2M} + E_B + M - m_N + \frac{|\vec{p}_N|^2}{2} \left( \frac{1}{M} - \frac{1}{m_N} \right) + \frac{|\vec{q}| |\vec{p}_N| \cos \phi}{M}.$$

Mit dem oben Gesagten führt das zu

$$E_{\gamma 0} = M - \sqrt{M (2m_N - M - 2E_B) + |\vec{p}_N|^2 \left( \frac{M}{m_N} - 1 \right)} \quad (\text{A.4})$$

und

$$\sigma_{E_\gamma} = \frac{P_F E_{\gamma 0}}{\sqrt{5} m_N}.$$

Literatur: [Pov 95].

## A.2 Teilchenzerfall

Zerfällt ein Teilchen A bekannter Energie  $E_A$  und Masse  $m_A$  in zwei Teilchen B und C der Energien  $E_B$  und  $E_C$  mit bekannten Massen  $m_B$  und  $m_C$  oder bildet sich ein Teilchen A aus den beiden anderen, so wird sich der Schwerpunkt des Gesamtsystems mit  $\vec{P}_{SPS}$  weiterbewegen. Im Schwerpunktsystem besitzen die Teilchen B und C einen jeweils gleich großen entgegengesetzten Impuls  $\vec{p}_{BSPS} = -\vec{p}_{CSPS}$ . Wenn das Teilchen A aus einem Target X und einem Photon gebildet wurde, berechnen sich die Vierervektoren im Laborsystem und die invarianten Größen wie im Folgenden dargestellt.

### A.2.1 Mandelstam-Variablen

Streuen zwei Teilchen A und B mit den initialen Viererimpulsen  $\bar{A}$  und  $\bar{B}$  und den finalen Viererimpulsen  $\bar{C}$  und  $\bar{D}$  aneinander, so ist die Kinematik mit  $4 \cdot 4 = 16$  skalaren Größen vollständig bestimmt. Durch Impuls- und Energieerhaltung sind davon 4 von den anderen linear abhängig. Sind Massen oder Impulse bekannt, reduzieren sich die Unabhängigkeiten der übrigen weiter. Alle anderen Größen müssen zum Erhalt der vollständigen Kinematik gemessen werden. Eine zusätzliche Abhängigkeit erhält man durch die lorentzinvarianten Mandelstam-Variablen:

$$\begin{aligned} s &= (\bar{A}_\mu + \bar{B}_\mu) (\bar{A}^\mu + \bar{B}^\mu) = (\bar{C}_\mu + \bar{D}_\mu) (\bar{C}^\mu + \bar{D}^\mu) \\ t &= (\bar{A}_\mu - \bar{C}_\mu) (\bar{A}^\mu - \bar{C}^\mu) = (\bar{D}_\mu - \bar{B}_\mu) (\bar{D}^\mu - \bar{B}^\mu) \\ u &= (\bar{A}_\mu - \bar{D}_\mu) (\bar{A}^\mu - \bar{D}^\mu) = (\bar{C}_\mu - \bar{B}_\mu) (\bar{C}^\mu - \bar{B}^\mu) \end{aligned}$$

Entsteht bei der Absorption des Photons ein resonanter Zwischenzustand, so ist  $s$  dessen invariante Masse.

### A.2.2 Allgemeine Betrachtung der Kinematik

#### Transformation in das Schwerpunktsystem

Im Schwerpunktsystem ist die Energie des Teilchens A, da es ruht, seine Ruhemasse  $m_A$ . Wird das Teilchen von einem Photon und einem Target X erzeugt, berechnet sich die Energie von A im Schwerpunktsystem nach

$$E_{ASPS} = \sqrt{(E_\gamma + E_X)^2 - (\vec{p}_\gamma + \vec{p}_X)^2} = m_A \quad (\text{A.5})$$

und im Laborsystem nach

$$E_A = E_\gamma + E_X,$$

und damit folgt für die transformierten Größen, wobei  $i \in \{B, C\}$ :

$$\begin{pmatrix} E_{iSPS} \\ \vec{p}_{iSPS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E_A}{m_A} E_i - \frac{\vec{p}_A}{m_A} \vec{p}_i \\ \frac{E_A}{m_A} \vec{p}_i - \frac{\vec{p}_A}{m_A} E_i \end{pmatrix}.$$

### Größen im Schwerpunktsystem

Aus der Energieerhaltung folgt:

$$E_{A_{SPS}}^2 = E_{B_{SPS}}^2 + E_{C_{SPS}}^2 + 2E_{B_{SPS}}E_{C_{SPS}}.$$

Mit  $\vec{p}_{B_{SPS}} = -\vec{p}_{C_{SPS}}$  ergibt sich dann

$$\left(E_{A_{SPS}}^2 - m_{B_{SPS}}^2 - m_{C_{SPS}}^2\right)^2 = 4\left(P_{B_{SPS}}^2 + m_{B_{SPS}}^2\right)\left(P_{B_{SPS}}^2 + m_{C_{SPS}}^2\right).$$

Nach Auflösen und Vektorisieren erhält man

$$\vec{p}_{B_{SPS}} = \frac{\sqrt{\left(E_{A_{SPS}}^2 - m_B^2 - m_C^2\right)^2 - 4m_B^2m_C^2}}{2E_{A_{SPS}}} \cdot \vec{e}_{B_{SPS}} = -\vec{p}_{C_{SPS}}.$$

Nach Gleichung A.5 folgt

$$\vec{p}_{B_{SPS}} = \frac{\sqrt{\left(m_A^2 - m_B^2 - m_C^2\right)^2 - 4m_B^2m_C^2}}{2m_A} \cdot \vec{e}_{B_{SPS}} = -\vec{p}_{C_{SPS}}.$$

$\vec{e}_{B_{SPS}}$  ist hier unbestimmt, da der Zerfallswinkel zur Bewegungsrichtung des Teilchens A im Laborsystem hier nicht gegeben ist. Die Energie von B (und analog von C) berechnet sich, da  $E_{B_{SPS}}^2 = (\vec{p}_{B_{SPS}})^2 + m_{B_{SPS}}^2$  gilt, zu

$$E_{B_{SPS}}^2 = \frac{\left(m_A^2 - m_B^2 - m_C^2\right)^2 + 4m_B^2\left(m_A^2 - m_C^2\right)}{4m_A^2}.$$

Daraus ergibt sich

$$\begin{pmatrix} E_{B_{SPS}} \\ \vec{p}_{B_{SPS}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2m_A} \begin{pmatrix} (m_A^2 + m_B^2 - m_C^2) \\ \vec{e}_{B_{SPS}} \sqrt{\left(m_A^2 - m_B^2 - m_C^2\right)^2 - 4m_B^2m_C^2} \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} E_{C_{SPS}} \\ \vec{p}_{C_{SPS}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2m_A} \begin{pmatrix} (m_A^2 + m_C^2 - m_B^2) \\ -\vec{e}_{B_{SPS}} \sqrt{\left(m_A^2 - m_B^2 - m_C^2\right)^2 - 4m_B^2m_C^2} \end{pmatrix}.$$

## Rücktransformation in das Laborsystem

Die Transformation in das Laborsystem lautet dann

$$\begin{pmatrix} E_i \\ \vec{p}_i \end{pmatrix} = \frac{1}{m_A} \begin{pmatrix} E_A E_{iSPS} + \vec{p}_A \vec{p}_{iSPS} \\ \vec{p}_A E_{iSPS} + E_A \vec{p}_{iSPS} \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

und, wenn die Partikel im Schwerpunktsystem im Winkel  $\theta$  zur Bewegungsrichtung des Schwerpunktes emittiert werden,

$$\begin{pmatrix} E_B \\ \vec{p}_B \end{pmatrix} = \frac{(m_A^2 + m_B^2 - m_C^2)}{2m_A^2} \begin{pmatrix} E_A + |\vec{p}_A| \frac{\sqrt{(m_A^2 - m_B^2 - m_C^2)^2 - 4m_B^2 m_C^2}}{(m_A^2 + m_B^2 - m_C^2)} \cos \theta \\ \vec{p}_A + E_A \frac{\sqrt{(m_A^2 - m_B^2 - m_C^2)^2 - 4m_B^2 m_C^2}}{(m_A^2 + m_B^2 - m_C^2)} \vec{e}_{BSPS} \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} E_C \\ \vec{p}_C \end{pmatrix} = \frac{(m_A^2 + m_C^2 - m_B^2)}{2m_A^2} \begin{pmatrix} E_A - |\vec{p}_A| \frac{\sqrt{(m_A^2 - m_B^2 - m_C^2)^2 - 4m_B^2 m_C^2}}{(m_A^2 + m_C^2 - m_B^2)} \cos \theta \\ \vec{p}_A - E_A \frac{\sqrt{(m_A^2 - m_B^2 - m_C^2)^2 - 4m_B^2 m_C^2}}{(m_A^2 + m_C^2 - m_B^2)} \vec{e}_{BSPS} \end{pmatrix}.$$

## Zerfallswinkel

Der Öffnungswinkel zweier Vektoren  $\vec{p}_x$  und  $\vec{p}_y$  berechnet sich nach

$$\cos \beta = \frac{\vec{p}_x \vec{p}_y}{|\vec{p}_x| |\vec{p}_y|}. \quad (\text{A.7})$$

Der Winkel zwischen dem Impulsvektor eines der Zerfallspartikel und der Bewegungsrichtung des Schwerpunkts im Laborsystem  $\alpha$  lässt sich danach unter Verwendung von Gleichung A.6 folgendermaßen berechnen:

$$\cos \alpha_i = \frac{(|\vec{p}_A| E_{iSPS} + (\vec{p}_{iSPS} \vec{e}_A) E_A)}{|\vec{p}_A E_{iSPS} + (E_A - m_A) (\vec{p}_{iSPS} \vec{e}_A) \vec{e}_A + \vec{p}_{iSPS} m_A|}.$$

Sei im Schwerpunktsystem der Winkel zwischen  $\vec{e}_{iSPS}$  und der Bewegungsrichtung des Schwerpunkts  $\zeta$ , so ergibt sich

$$\cos \alpha_i = \frac{E_A |\vec{p}_{iSPS}| \cos \zeta + |\vec{p}_A| E_{iSPS}}{|\vec{p}_A E_{iSPS} + |\vec{p}_{iSPS}| [(E_A - m_A) \cos \zeta \vec{e}_A + \vec{e}_{iSPS} m_A]|}.$$



### A.2.3 Berechnung bestimmter Zerfälle

Bei dem Zerfall eines  $\Delta$  werden die beiden erzeugten Partikel (hier ein Proton und ein  $\pi^0$ ) im Ruhesystem unter einem Winkel von  $180^\circ$  in eine bestimmte Raumrichtung emittiert. Wenn sich der Schwerpunkt im Laborsystem bewegt, erfolgt die Abstrahlung im Schwerpunktsystem (SPS) unter dem Winkel  $\xi$  zu dieser Richtung. Im Laborsystem kommt es aufgrund relativistischer Effekte zu einem Boost der Größen im Schwerpunktsystem (siehe dazu Abbildung A.2).

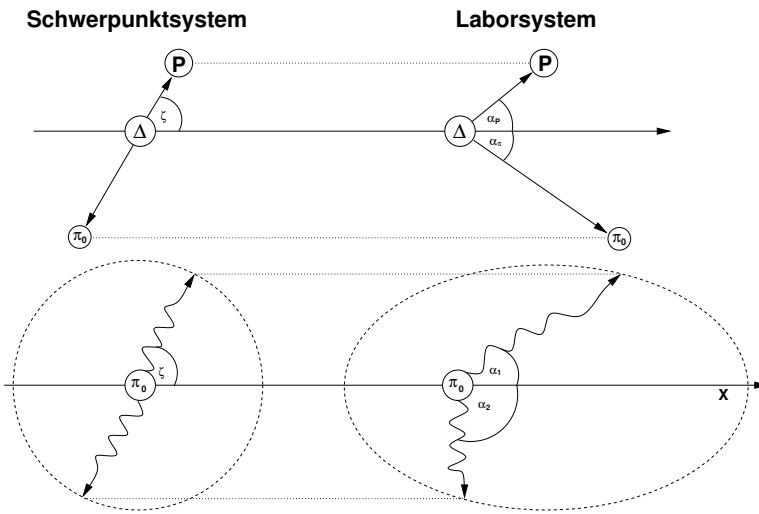


Abbildung A.2: Schematischer Zerfall eines  $\Delta$  in ein Pion und ein Proton und eines Pions in zwei Photonen im Schwerpunkt- (links) und im Laborsystem (rechts).

#### $\Delta$ -Zerfall

Bei dem  $\Delta$ -Zerfall werden Pion und Proton wegen des Drehimpulses  $l = 1$  (siehe Tabelle 2.2) in einer p-Welle emittiert. Sei  $\vec{e}_{SPS}$  der Richtungsvektor des emittierten Protons im Ruhesystem, so folgt für die Energien und Impulse des Pions und des Protons nach Abschnitt A.2.2 im SPS

$$\begin{pmatrix} E_{Proton}^{SPS} \\ \vec{p}_{Proton}^{SPS} \end{pmatrix} = \frac{1}{2m_\Delta} \begin{pmatrix} (m_\Delta^2 + m_{Proton}^2 - m_\pi^2) \\ \vec{e}_{SPS} \sqrt{(m_\Delta^2 - m_{Proton}^2 - m_\pi^2)^2 - 4m_\pi^2 m_{Proton}^2} \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} E_\pi^{SPS} \\ \vec{p}_\pi^{SPS} \end{pmatrix} = \frac{1}{2m_\Delta} \begin{pmatrix} (m_\Delta^2 + m_\pi^2 - m_{Proton}^2) \\ -\vec{e}_{SPS} \sqrt{(m_\Delta^2 - m_{Proton}^2 - m_\pi^2)^2 - 4m_\pi^2 m_{Proton}^2} \end{pmatrix}.$$

Mit den Massen der  $P_{33}(1232)$ , des Protons ( $938 \text{ MeV}$ ) und des Pions ( $135 \text{ MeV}$ ) folgt:

$$\begin{pmatrix} E_{ProtonSPS} \\ \vec{p}_{ProtonSPS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 966 \\ 230 \cdot \vec{e}_{SPS} \end{pmatrix} \text{ MeV}$$

$$\begin{pmatrix} E_{\pi SPS} \\ \vec{p}_{\pi SPS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 267 \\ 230 \cdot \vec{e}_{SPS} \end{pmatrix} \text{ MeV}$$

Geht man von einem  $\Delta$  mit  $|\vec{p}_{\Delta}| = 340 \text{ MeV}$ ,  $E_{\Delta} = 1278 \text{ MeV}$  und der Bewegungsrichtung  $\vec{e}_{\Delta}$  aus, wie es an einem freien Proton mit Photonstreuung entstehen kann, so folgt bei orthogonaler Abstrahlung der Partikel im Laborsystem nach Gleichung A.6:

$$\begin{pmatrix} E_{Proton} \\ \vec{p}_{Proton} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1002 \\ 267\vec{e}_{\Delta} + 230\vec{e}_{SPS} \end{pmatrix} \text{ MeV}$$

und

$$\begin{pmatrix} E_{\pi} \\ \vec{p}_{\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 276 \\ 74\vec{e}_{\Delta} - 230\vec{e}_{SPS} \end{pmatrix} \text{ MeV}$$

mit  $|\vec{p}_{Proton}| = 352 \text{ MeV}$  und  $|\vec{p}_{\pi}| = 241 \text{ MeV}$ . Die Winkel zur Bewegungsrichtung des  $\Delta$  sind dann nach A.7

$$\alpha_{Proton} = 41^{\circ} \text{ und } \alpha_{\pi} = 72^{\circ}.$$

### $\pi^0$ -Zerfall

Ein  $\pi_0$  zerfällt zu  $(98.798 \pm 0.032)\%$  in zwei Photonen. Weil die Photonen keine Ruhemasse besitzen und unter den Winkeln  $\zeta$  und  $\zeta + 180^{\circ}$  in der Richtung  $\pm \vec{e}_{\gamma SPS}$  abgestrahlt werden, vereinfachen sich die Formeln aus Abschnitt A.2.2 bei einem solchen Zerfall, wie in Abbildung A.2 zu sehen, zu

$$\begin{pmatrix} E_{1SPS} \\ \vec{p}_{1SPS} \end{pmatrix} = \frac{m_{\pi}}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{e}_{\gamma SPS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{2SPS} \\ -\vec{p}_{2SPS} \end{pmatrix}$$

und damit zu

$$\begin{pmatrix} E_i \\ \vec{p}_i \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E_{\pi} \pm |\vec{p}_{\pi}| \cos \zeta \\ \vec{p}_{\pi} \pm ((E_{\pi} - m_{\pi}) \vec{e}_{\pi} \cos \zeta + m_{\pi} \vec{e}_{\gamma SPS}) \end{pmatrix}$$

mit  $E_i = |\vec{p}_i| = \frac{m_{\pi}}{2} = 67 \text{ MeV}$  im Schwerpunktsystem. Der Öffnungswinkel  $\alpha_{12}$  der beiden Photonen ist dann im Laborsystem

$$\alpha_{12} = \arccos \left( 1 - 2 \frac{m_\pi^2}{E_\pi^2 - |\vec{p}_\pi|^2 \cos^2 \zeta} \right).$$

Wenn die Photonenabstrahlung orthogonal zum Pion erfolgt, ist  $\alpha_i = \arccos \left( 1 - 2 \frac{m_\pi^2}{E_\pi^2} \right)$  und mit oben ermittelten Werten für ein Pion der  $P_{33}(1232)$  folgt

$$\alpha_{12} = 59^\circ.$$

Das  $\pi_0$  wird sich wegen seiner kurzen Halbwertszeit von  $\tau_{1/2} = 8.4 \cdot 10^{-17} s$  dabei nur einige nm weit fortbewegen.

## A.3 Teilchenerzeugung

Bei der Erzeugung eines Teilchens aus zwei anderen gelten Energie- und Impulserhaltung. Kinematisch ist die Erzeugung analog zum Zerfall, daher werden die Nomenklaturen aus dem vorigen Kapitel übernommen.

$$E_A + E_B = E_C \text{ und } \vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{p}_C.$$

### A.3.1 Allgemeine Betrachtung

#### Bekannte Eingangsgrößen

Treffen ein Teilchen A und ein Teilchen B mit bekannten Vierervektoren zusammen und erzeugen ein Teilchen C, so folgt für die Masse dieses Teilchens

$$m_C = \sqrt{m_A^2 + m_B^2 + 2(E_A E_B - \vec{p}_A \vec{p}_B)}.$$

#### Streuung eines Photons an einem Target

Soll ein Teilchen C bekannter Masse an einem bekannten Target B mit einem Photon A, welches sich im Winkel  $\alpha$  zum Target bewegt, erzeugt werden, so folgt für das Photon

$$E_A = \frac{m_C - m_B}{2(E_B - |\vec{p}_B| \cos \alpha)}. \quad (\text{A.8})$$

### A.3.2 $\Delta$ -Erzeugung

Die Photonenergien zur Anregung einer  $\Delta$ -Resonanz ergeben sich aus den obigen Formeln und den Korrekturen aus dem Fermigasmodell folgendermaßen:

### **$\Delta$ -Erzeugung an einem ruhenden Target**

Nach Gleichung A.8 gilt für ein Target B mit dem Impuls  $|\vec{p}_T| = 0$ :

$$E_\gamma = \frac{m_\Delta^2 - m_T^2}{2m_T}. \quad (\text{A.9})$$

Wenn man mit einem Wasserstofftarget mit  $m_T = 938 \text{ MeV}$  arbeitet, folgt  $E_\gamma = 340 \text{ MeV}$ , streut man inelastisch an einem Kohlenstoffkern mit  $m_T = 11178 \text{ MeV}$ , wobei nun  $m_\Delta - m_T$  die Anregungsenergie des Kerns ist, so folgt  $E_\gamma = 298 \text{ MeV}$ .

### **$\Delta$ -Erzeugung an einem bewegten Nukleon im Kern**

Ist nun das Nukleon im Kohlenstoffkern gebunden, so folgt nach Gleichung A.4

$$E_{\gamma_0} \approx 368 \text{ MeV} \text{ und } \sigma_{E_\gamma} = 30 \text{ MeV}.$$

### **A.3.3 Zusammenfassung**

Die wichtigsten Größen dieses Abschnitts werden hier für das Laborsystem noch einmal zusammengefasst:

Die mittlere Photonenergie zur Anregung der  $\Delta$ -Resonanz ist bei einem Wasserstofftarget  $E_{\gamma_0} \approx 340 \text{ MeV}$  und bei einem Kohlenstofftarget  $E_{\gamma_0} \approx 298 \text{ MeV}$  im kohärenten und  $E_{\gamma_0} \approx 368 \text{ MeV}$  im quasifreien Fall, letztere ist zusätzlich um  $\sigma_{E_\gamma} \approx 2.67 \text{ MeV}$  verbreitert. Bei dem hier untersuchten Zerfall der Resonanz in ein neutrales Pion und ein Proton werden die Reaktionsprodukte mit der größten Wahrscheinlichkeit unter  $\alpha_{Nukleon} = 41^\circ$  und  $\alpha_\pi = 72^\circ$  emittiert werden. Der mittlere Öffnungswinkel der Zerfallsphotonen des  $\pi_0$  wird  $\alpha_{12} = 59^\circ$  betragen. Das bedeutet, dass für eine große Ausbeute an emittierten Photonen zwei Detektoren unter den Winkeln  $\alpha_{Detektor 1} = 42.5^\circ$  und  $\alpha_{Detektor 2} = 101.5^\circ$  aufgestellt werden sollten.

## **A.4 Rekonstruktion**

Existiert eine Detektoranordnung, mit der man den Vierervektor des einlaufenden Photons  $\vec{P}_\gamma$  und die der auslaufenden Photonen  $\vec{P}_1$  und  $\vec{P}_2$  messen kann, so lassen sich unter der Annahme, dass die Gleichzeitigkeit der ausgehenden Photonen auf ein gemeinsames Mutterteilchen schließen lässt, die anderen Vierervektoren ermitteln.

Bei der Messung erhält man die in den einzelnen Detektoren und dem Tagger deponierte Energie und eine Zeitinformation darüber, wann ein Ereignis

in einem dieser Detektoren eintritt. Durch die einschränkende Wirkung des Triggers, der nur Teilchen detektiert, die in einem zeitlichen Abstand von maximal  $45\text{ ns}$  (Abschnitt 4.4) eintreffen, wird zunächst einmal davon ausgegangen, dass jedes 2-Photonenereignis von einem Teilchen stammt. Aus diesen Daten lassen sich nun die Vierervektoren folgendermaßen rekonstruieren.

#### A.4.1 Einlaufendes Photon

Aus dem Ort, an dem das von ELSA gelieferte Elektron im Tagger nachgewiesen wurde, wird nach der Formel 4.4 mit der Position des Taggermoduls oder den Kalibrationsdaten des Taggers die Energie  $E_\gamma$  des einlaufenden Photons bestimmt. Die Unsicherheit der Energie  $\Delta E_\gamma$  wird in Abschnitt 4.5.1 ermittelt. Danach liegt der Fehler durch die Dicke des Taggermoduls im Bereich 1%.

Der Entstehungsort des Photons ist durch die Abmessungen des Radiator-targets (Breite  $3\text{ mm}$ ) und des Elektronenstrahles sehr genau bekannt. Der Strahl kann von der theoretischen Strahlachse um die Winkel  $\mu$  polar und  $\nu$  radial abweichen.

Der Viererimpuls des einlaufenden Photons lautet also:

$$\bar{P}_\gamma = (E_\gamma + \Delta E_\gamma) \begin{pmatrix} 1 \\ \sin \mu \sin \nu \\ \sin \mu \cos \nu \\ \cos \mu \end{pmatrix}.$$

Auf dem Target hat der Strahlfleck einen Durchmesser von ca.  $5\text{ mm}$ , das Target ist  $10\text{ mm}$  lang. Daraus folgt mit dem Abstand des Targets vom Radiator (ca.  $5000\text{ mm}$ ) ein Öffnungswinkel des Photonenkegels von  $\mu = 0.1^\circ$ , der im Folgenden vernachlässigt wird. Daraus folgt mit einem Fehler von 1%:

$$\bar{P}_\gamma = E_\gamma \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{e}_x \end{pmatrix}.$$

#### A.4.2 Auslaufende Photonen

Die Rekonstruktion der auslaufenden Photonen wird mit den kalibrierten Detektorblöcken (siehe Abschnitt 4.3.1) durchgeführt. Zuerst wird der Kristall ermittelt, in dem die meiste Energie deponiert wurde, dann werden die Energien der Nachbarkristalle addiert und so ein Ereignis pro Block gebildet. Von diesen lokalen Maxima darf es in jedem Block nur eines geben, sonst wird

das Gesamtereignis verworfen. Die Energien der beiden Photonen  $E_i$  ergeben sich also nach

$$E_i = \sum_j E_{\text{Kristall}_j}.$$

Für den Fehler der deponierten Energie folgt nach Abschnitt 4.5.3:  $\Delta E_i \approx 10\%$ . Nach Abschnitt A.6 wird der Ort ermittelt, an dem das Photon auf den Kristallblock traf. Unter der Annahme, dass die gemeinsame Quelle der beiden Photonen ein neutrales Pion war, welches im Target gebildet wurde, werden die Ortsvektoren  $\vec{x}_i$  und mit  $\vec{p}_i = E_i \frac{\vec{x}_i}{|\vec{x}_i|}$  die Impulsvektoren gebildet. Die Vierervektoren der beiden Photonen ergeben sich dann mit

$$\bar{P}_i = \begin{pmatrix} E_i \\ \vec{p}_i \end{pmatrix}.$$

Die Fehler der Orte liegen nach A.6 bei 10%.

### A.4.3 Rekonstruktion des Pion-4-Impulses

Nachdem  $\bar{P}_1$  und  $\bar{P}_2$  ermittelt wurden, kann man den Pion-4-Impuls  $\bar{P}_\pi$  wie folgt berechnen:

$$\bar{P}_\pi = \bar{P}_1 + \bar{P}_2.$$

Im praktischen Experiment ist nicht von vorneherein klar, ob die beiden Photonen von einem Pion stammen. Ein Indikator ist die invariante Masse. Möchte man für Testzwecke die invariante Masse des Pions aus den beiden Photonen berechnen, so nutze man mit dem Öffnungswinkel der beiden Photonen  $\alpha_\gamma$

$$m_\pi = \sqrt{2E_1E_2(1 - \cos \alpha_\gamma)}. \quad (\text{A.10})$$

Der Fehler der Pionmasse bei der Messung mit den beiden Bleiglasblöcken liegt bei  $\Delta m_\pi \approx 75 \text{ MeV}$ .

### A.4.4 Fehlende Masse

Es ist nicht bekannt, welche Masse  $m$  der Reaktionspartner des Photons hatte, d.h. ob es quasifrei an einem Teil des Kohlenstoffkernes oder inelastisch am ganzen Kern gestreut hat. Dazu berechnen wir die fehlende Masse, von der wir in erster Näherung annehmen, sie sei vor und nach dem Stoß gleich geblieben und das Target würde ruhen. Daraus folgt

$$\begin{pmatrix} E_\gamma \\ P_\gamma \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} E_\pi \\ P_{\pi x} \\ P_{\pi y} \\ P_{\pi z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{P^2 + m^2} \\ P_{X'x} \\ P_{X'y} \\ P_{X'z} \end{pmatrix}.$$

Aus Energie- und Impulserhaltung ergibt sich:

$$m = \frac{2E_\gamma (E_\pi - P_{\pi x}) - m_\pi^2}{2(E_\gamma - E_\pi)}.$$

Sind die Masse und der Impuls des Targets bekannt, so lässt sich die fehlende Masse aus den bekannten Größen mit

$$m = \sqrt{(E_\gamma + E_T + E_\pi)^2 - (\vec{p}_\gamma + \vec{p}_T + \vec{p}_\pi)^2}$$

ermitteln. Wenn man auch hier ein ruhendes Target voraussetzt, folgt

$$m = \sqrt{m_T^2 + m_\pi^2 + 2(m_T E_\pi + E_\gamma (m_T + E_\pi) - \vec{p}_\gamma \vec{p}_\pi)}.$$

Diese errechnete Masse kann als Kriterium für ein ordnungsgemäßes Ereignis herangezogen werden. Im Folgenden wird statt von ordnungsgemäßen von “guten” Ereignissen gesprochen werden.

## A.5 Übergangsamplituden

### A.5.1 Invariante Amplituden

Freie Nukleonen mit der Energie  $E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$  werden mit dem Spinor  $u_p$  mit

$$u_p = \sqrt{E + m} \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\tau} \vec{p}}{E + m} \chi \end{pmatrix}$$

beschrieben, welcher der Dirac-Gleichung  $(\gamma_\mu P^\mu - m) u_p = 0$  gehorcht. Dabei sind  $\vec{\tau}$  und  $\chi$  die Standard-Pauli-Spinmatrizen und der zweikomponentige Spinor. Der Leptonenstrom  $j_\mu$  ergibt sich mit

$$j_\mu = \langle \bar{u}_{p_2} | e \gamma_\mu | u_{p_1} \rangle.$$

Die eichinvariante Übergangsmatrix  $T$  ergibt sich dann mit dem Nukleonenstrom  $J_\mu^\alpha$  und dem Pionfeld  $\Phi_\beta$  zu

$$T = \frac{j_\mu J_\mu^\alpha \Phi_\beta}{Q^2} = \epsilon_\mu J_\mu^\alpha \Phi_\beta.$$

Entwickelt man die Matrix  $T$  nach skalaren Amplituden  $A_i$ , die von den kinematischen Größen  $W$ ,  $Q^2$  und  $\theta_\pi$  abhängen, so ergibt sich

$$T = \sum_{i=1}^6 A_i M_i. \quad (\text{A.11})$$

Die Matrixelemente  $M_i$  lassen sich wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned}
M_1 &= \frac{1}{2} i \gamma_5 \gamma^\mu \gamma_\nu F_\mu^\nu \\
M_2 &= 2i \gamma_5 P^\mu \left( (P_{\pi^0})_\nu - \frac{1}{2} Q_\nu \right) F_\mu^\nu \\
M_3 &= \gamma_5 \gamma^\mu (P_{\pi^0})_\nu F_\mu^\nu \\
M_4 &= 2\gamma_5 \gamma^\mu (P_p)_\nu F_\mu^\nu - 2m M_1 \\
M_5 &= i \gamma_5 K^\mu (P_{\pi^0})_\nu F_\mu^\nu \\
M_6 &= \gamma_5 K^\mu \gamma_\nu F_\mu^\nu,
\end{aligned}$$

wobei  $M_5$  und  $M_6$  nur bei der Elektronstreuung einen Beitrag liefern.

### A.5.2 Isospinzerlegung

Von den messbaren komplexen Amplituden  $A$  der Reaktionskanäle

$$\gamma + p \rightarrow p + \pi^0 \Rightarrow A^{p\pi^0}$$

$$\gamma + p \rightarrow n + \pi^+ \Rightarrow A^{n\pi^+}$$

$$\gamma + n \rightarrow n + \pi^0 \Rightarrow A^{n\pi^0}$$

$$\gamma + n \rightarrow p + \pi^- \Rightarrow A^{p\pi^-}$$

sind nur je drei bei Isospinzerlegung physikalisch unabhängig. Sie lassen sich hinsichtlich ihrer isoskalaren und isovektoriellen elektromagnetischen Kopplung des Photons an das Nukleon und der rein isovektoriellen Kopplung des Pionfeldes an das Nukleon vollständig in die isovektoriellen Amplituden  $A^+$  und  $A^-$  sowie die isoskalare Amplitude  $A^0$  entwickeln

$$A = A^+ c_+ + A^- c_- + A^0 c_0,$$

wobei sich die Koeffizienten  $c$  aus den Paulimatrizen  $\tau_\beta \in \tau_+, \tau_0, \tau_-$  mit

$$\tau_i \in \left( \tau_+ = \frac{\tau_1 + i\tau_2}{\sqrt{2}} \right), (\tau_0 = \tau_3), \left( \tau_- = \frac{\tau_1 - i\tau_2}{\sqrt{2}} \right)$$

folgendermaßen ergeben:

$$\begin{aligned}
c_+ &= \frac{1}{2} (\tau_\beta \tau_0 + \tau_0 \tau_\beta) = \frac{1}{2} \{ \tau_\beta, \tau_0 \} = \delta_{\beta 0} \\
c_- &= \frac{1}{2} (\tau_\beta \tau_0 - \tau_0 \tau_\beta) = \frac{1}{2} [ \tau_\beta, \tau_0 ] \\
c_0 &= \tau_\beta.
\end{aligned}$$

Die Amplituden  $A$  lassen sich ihrerseits in Terme festem Isospins im Grundzustand zerlegen



$$A^+ = \frac{1}{3} \left( A_v^{\frac{1}{2}} + 2A_v^{\frac{3}{2}} \right), \quad A^- = \frac{1}{3} \left( A_v^{\frac{1}{2}} - 2A_v^{\frac{3}{2}} \right) \quad \text{und} \quad A^0 = A_s^{\frac{1}{2}},$$

wobei die Anteile  $A_i^{\frac{1}{2}}$  nichtresonant sind und der resonante Anteil  $A_v^{\frac{3}{2}}$  die  $\Delta$ -Resonanz anregt. Mit den Isospin- $\frac{1}{2}$ -Amplituden am Proton und Neutron  $A_p^{\frac{1}{2}} = A_s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}A_v^{\frac{1}{2}}$  und  $A_n^{\frac{1}{2}} = A_s^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}A_v^{\frac{1}{2}}$  folgt für die Amplituden der Reaktionskanäle

$$\begin{aligned} A^{p\pi^0} &= (A^+ + A^0) &= A_p^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}A_v^{\frac{3}{2}} \\ A^{n\pi^+} &= \sqrt{2}(A^- + A^0) &= \sqrt{2} \left( A_p^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}A_v^{\frac{3}{2}} \right) \\ A^{n\pi^0} &= (A^+ - A^0) &= -A_n^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}A_v^{\frac{3}{2}} \\ A^{p\pi^-} &= -\sqrt{2}(A^- - A^0) &= \sqrt{2} \left( A_n^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}A_v^{\frac{3}{2}} \right). \end{aligned}$$

Auf der anderen Seite lassen sich die Amplituden zu festem Isospin im Endkanal aus den Amplituden der Reaktionskanäle folgendermaßen ausdrücken:

$$\begin{aligned} A_v^{\frac{3}{2}} &= A^{p\pi^0} - \frac{1}{\sqrt{2}}A^{n\pi^+} &= A^{n\pi^0} + \frac{1}{\sqrt{2}}A^{p\pi^-} \\ A_v^{\frac{1}{2}} &= A^{p\pi^0} + \frac{1}{\sqrt{8}}A^{n\pi^+} - \frac{3}{\sqrt{8}}A^{p\pi^-} &= \sqrt{2}A^{n\pi^+} - \frac{1}{2}A^{p\pi^0} + \frac{3}{2}A^{n\pi^0} \\ A_s^{\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\sqrt{8}} \left( A^{n\pi^+} + \frac{1}{\sqrt{2}}A^{p\pi^-} \right) &= \frac{1}{2} \left( A^{p\pi^0} - \frac{1}{\sqrt{2}}A^{n\pi^0} \right). \end{aligned}$$

### A.5.3 Multipolentwicklung der Amplituden

Zur Aufdeckung der Spin- und Drehimpulszustände des N- $\Delta$ -Überganges in der Übergangsmatrix wird diese zunächst im Pion-Nukleon-Schwerpunktsystem betrachtet. Mit den  $M_i$  aus der Formel A.11 folgt für die Übergangsmatrix

$$T_{fi} = \langle \bar{u}_{p_2} | \sum_{i=1}^6 A_i M_i | u_{p_1} \rangle = \frac{4\pi\sqrt{s}}{m} \langle \chi_2^+ | \mathcal{F} | \chi_1 \rangle.$$

Mit den Paulimatrizenvektoren  $\vec{\tau}$ , der Polarisation  $\vec{\epsilon}$  und den Einheitsvektoren des Photon- und Pionimpulses  $\hat{q}$  und  $\hat{\pi}$  hat  $\mathcal{F}$  die Form

$$\mathcal{F} = \vec{\tau} \cdot \hat{\pi} \vec{\tau} \cdot (\hat{\pi} \times \vec{\epsilon}) \mathcal{F}_2 + i \vec{\tau} [\vec{\epsilon} (\mathcal{F}_1 + \hat{q} \hat{\pi} \mathcal{F}_3 + \hat{\pi} \hat{\pi} \mathcal{F}_4 + \hat{q} \hat{q} \mathcal{F}_5 + \hat{\pi} \hat{q} \mathcal{F}_6) - \epsilon_0 (\hat{\pi} \mathcal{F}_7 + \hat{q} \mathcal{F}_8)].$$

Die Amplituden  $\mathcal{F}_i$  werden CGLN-Amplituden genannt. Wegen der Eichinvarianz gegenüber der Coulomb-Eichung verschwinden die Terme  $\mathcal{F}_7$  und  $\mathcal{F}_8$ . Entwickelt man nun die  $\mathcal{F}_i$  in einen vollständigen Satz aus orthogonalen Funktionen, den Legendre-Polynomen, so erhält man Funktionen  $\mathcal{F}_i(W, \theta_\pi, Q^2)$ , wobei  $\theta_\pi$  der transformierte Zerfallswinkel  $\Theta^{SP}$  des Pions im Laborsystem ist. Für die  $\mathcal{F}_i$  gelten mit den Multipolamplituden  $M_j = M_j(W, Q^2)$ ,  $E_j = E_j(W, Q^2)$  und  $L_j = L_j(W, Q^2)$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_1(W, \theta_\pi, Q^2) &= \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ [lM_{l+} + E_{l+}] P'_{l+1} + [(l+1)M_{l-} + E_{l-}] P'_{l-1} \right\} \\
\mathcal{F}_2(W, \theta_\pi, Q^2) &= \sum_{l=1}^{\infty} [(l+1)M_{l+} + lM_{l-}] P'_l \\
\mathcal{F}_3(W, \theta_\pi, Q^2) &= \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ [E_{l+} - M_{l+}] P''_{l+1} + [E_{l-} - M_{l-}] P''_{l-1} \right\} \\
\mathcal{F}_4(W, \theta_\pi, Q^2) &= \sum_{l=2}^{\infty} [M_{l+} - E_{l+} - M_{l-} - E_{l-}] P''_l \\
\mathcal{F}_5(W, \theta_\pi, Q^2) &= \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ (l+1)L_{l+} P'_{l+1} - lL_{l-} P'_{l-1} \right\} \\
\mathcal{F}_6(W, \theta_\pi, Q^2) &= \sum_{l=1}^{\infty} [lL_{l-} - (l+1)L_{l+}] P'_l
\end{aligned}$$

mit den Legendre-Polynomen

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l.$$

Der relative Bahndrehimpuls des Pions im Endzustand  $l$  koppelt mit dem Spin des Nukleons. Diese Kopplung zum Gesamtdrehimpuls  $J_f$  des Endzustands muss wegen der Drehimpulserhaltung dem Gesamtdrehimpuls der Resonanz  $J_R$  und dem des Anfangszustands  $J_i$  entsprechen:

$$J_j = \left| l_\pi \pm \frac{1}{2} \right| = J_R = \left| l_\gamma \pm \frac{1}{2} \right| = J_i.$$

Daraus folgt die Auswahlregel  $|l_\gamma - l_\pi| \leq 1$ . Die Paritätserhaltung führt zu weiteren Auswahlregeln für die elektrisch und magnetisch induzierten sowie für die Coulomb-Übergänge

$$\begin{aligned}
Cl_\gamma, El_\gamma : \quad (-1)^{l_\gamma} &= (-1)^{l_\pi+1} \quad \Rightarrow \quad |l_\gamma - l_\pi| = 1 \\
Ml_\gamma : \quad (-1)^{l_\gamma+1} &= (-1)^{l_\pi+1} \quad \Rightarrow \quad l_\gamma = l_\pi.
\end{aligned}$$

In Tabelle A.2 sind die Multipolübergänge mit kleinem  $l$  mit den dazu gehörigen Resonanzen zusammengefasst.

Literatur: [Got 98, Bru 01, Tho 01].

| $\gamma$ N-Multipole | initial        |                 | Resonanz        |          |                   | final           |             | $\pi$ N-Multipole |            |            |
|----------------------|----------------|-----------------|-----------------|----------|-------------------|-----------------|-------------|-------------------|------------|------------|
|                      | $L_\gamma^\pi$ | $s_N^\pi$       | $J_R^\pi$       | $N^*$    | $l_{2f2J} \Delta$ | $s_N^\pi$       | $l_\pi^\pi$ | $L_{l\pm}$        | $E_{l\pm}$ | $M_{l\pm}$ |
| C0                   | $0^+$          | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{1}{2}^+$ | $P_{11}$ | $P_{31}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $1^+$       | $L_{1-}$          |            |            |
| C1, E1               | $1^-$          | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{1}{2}^-$ | $S_{11}$ | $S_{31}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $0^-$       | $L_{0+}, E_{0+}$  |            |            |
|                      |                | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{3}{2}^-$ | $D_{13}$ | $D_{33}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $2^-$       | $L_{2-}, E_{2-}$  |            |            |
| M1                   | $1^+$          | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{1}{2}^+$ | $P_{11}$ | $P_{31}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $1^+$       | $M_{1-}$          |            |            |
|                      |                | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{3}{2}^+$ | $P_{13}$ | $P_{33}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $1^+$       | $M_{1+}$          |            |            |
| C2, E2               | $2^+$          | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{3}{2}^+$ | $P_{13}$ | $P_{33}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $1^+$       | $L_{1+}, E_{1+}$  |            |            |
|                      |                | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{1}{2}^+$ | $F_{15}$ | $F_{35}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $3^+$       | $L_{3-}, E_{3-}$  |            |            |
| M2                   | $2^-$          | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{1}{2}^-$ | $D_{13}$ | $D_{33}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $2^-$       | $M_{2-}$          |            |            |
|                      |                | $\frac{1}{2}^+$ | $\frac{1}{2}^-$ | $D_{15}$ | $D_{35}$          | $\frac{1}{2}^+$ | $2^-$       | $M_{2+}$          |            |            |

Tabelle A.2: Tabelle der Multipolamplituden und der damit angeregten Zustände.

## A.5.4 Berechnungen

### Summationsregeln

Normalerweise gilt

$$\sum_i^N \frac{a_i}{b_i} \neq \frac{\sum_i^N a_i}{\sum_i^N b_i}.$$

Existiert jedoch eine Konstante  $K$ , für die für alle  $i$   $K = \frac{a_i}{b_i}$ , so gilt:

$$\sum_i^N K = KN = \sum_i^N \frac{a_i}{b_i}$$

und

$$Kb_i = a_i \Leftrightarrow \sum_i^N Kb_i = \sum_i^N a_i \Leftrightarrow K = \frac{\sum_i^N a_i}{\sum_i^N b_i},$$

und damit folgt

$$\sum_i^N \frac{a_i}{b_i} = N \frac{\sum_i^N a_i}{\sum_i^N b_i}.$$

## A.6 Ortsrekonstruktion

Wie in ([Kon 01]) beschrieben, wird eine statistische Ortsrekonstruktion mit logarithmischer Wichtung durchgeführt. Der Ort  $X$  einer Reihe von Detektoren (Skizze A.3) ergibt sich demnach, wenn das Maximum der deponierten Energie  $E_i$  sei, nach

$$X = \left( \frac{\sum_i i \ln E_i}{\sum_i \ln E_i} + X_{\text{Mitte}} \right) * \text{Skalierungsfaktor}. \quad (\text{A.12})$$

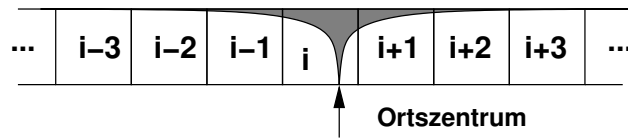


Abbildung A.3: Detektorreihe mit angedeuteter Schauerenergieverteilung. Die graue Fläche symbolisiert die Energieverteilung in den einzelnen Kristallen.

### Ortszentrum in einem Bleiglasblock

Die benutzten Bleiglasblöcke haben jeweils zwei zentrale Kristalle, bei denen eine Ortsrekonstruktion Sinn macht. Setzt man den Ursprung des Blocks in X-Richtung in die Mitte zwischen die Detektoren 3 und 6 und in Z-Richtung ins Zentrum der Zeile 2, und addiert man die logarithmierten Energien wie in Abbildung A.4 rechts gezeigt in Spalten- und Zeilenenergien (Beispiel: Zeile 3 =  $\ln(\text{Energie } 2 \cdot \text{Energie } 5)$ ), so folgt für die Ortszentrumsrekonstruktion

$$X = \left( \frac{\sum_i i * \text{Spalte}_i}{\sum_i \text{Spalte}_i} - 2.5 \right) \cdot \text{Kristalldicke}$$

$$Z = \left( \frac{\sum_i i * \text{Zeile}_i}{\sum_i \text{Zeile}_i} - 2 \right) \cdot \text{Kristalldicke}.$$

Wie in Abbildung A.4 links zu sehen ist, kann mit der Position des Detektorblocks der Richtungsvektor des Photons bestimmt werden:

$$\vec{R}_\gamma = \begin{pmatrix} A \cos \varphi - X \sin \varphi \\ A \sin \varphi + X \cos \varphi \\ Z \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

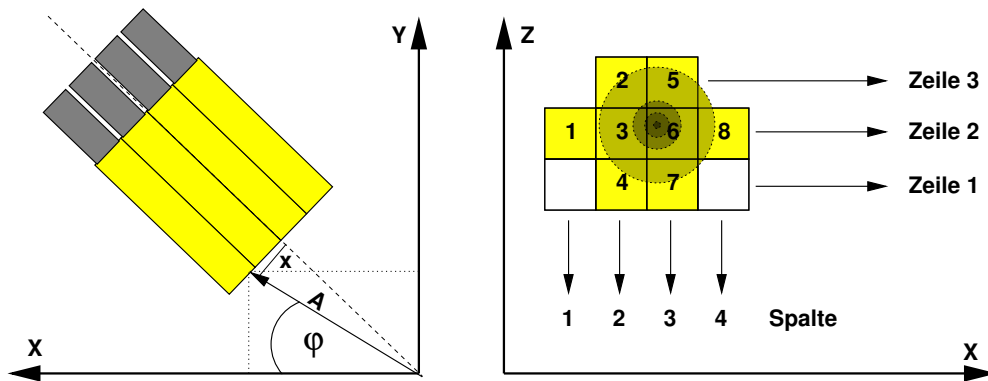


Abbildung A.4: *Rekonstruktion der Photonen mit dem Target im Ursprung (links) und Detektorblock mit angedeuteter Energiedeposition durch einen Teilchenschauer (rechts). Eine Addition der Energieeinträge aller Detektoren einer Spalte oder Zeile ergibt Spalten- und Zeilenenergien*

Wenn man die Bewegungsrichtung des Photons kennt, kann man seinen Impulsvektor  $\vec{p}_\gamma$  wie folgt berechnen:

$$\vec{p}_\gamma = \frac{\sum_i E_i}{|\vec{R}_\gamma|} \vec{R}_\gamma. \quad (\text{A.14})$$

### Fehler des rekonstruierten Ortes

Im Experiment kann das Ortszentrum mit einer Genauigkeit von  $\Delta X \approx \pm 2 \text{ cm}$  berechnet werden. Der Öffnungswinkel  $\varphi_{\text{Fehler}}$  des Kegels, in dem der Vektor  $\vec{p}_\gamma$  liegt, ist

$$\varphi_{\text{Fehler}} \approx \frac{\Delta X}{\text{Abstand}} = \pm 3^\circ.$$

Der Fehler des Impulsbetrags  $\Delta |\vec{p}_\gamma|$  liegt im Bereich des Fehlers der Photonenergie.



# Anhang B

## Supraleiter

### B.1 Was ist ein Supraleiter?

Im Jahre 1911 entdeckte H. Kamerlingh Onnes die Supraleitung. Bei bestimmten Stoffen verschwindet ab einer Temperatur  $T_C$ , der so genannten Sprung- oder Übergangstemperatur, der elektrische Widerstand (siehe Abbildung B.1). Zudem verändern sich die magnetischen Eigenschaften dieses Stoffes erheblich. Eine Eigenschaft ist die Verdrängung eines Magnetfeldes aus dem Inneren des supraleitenden Volumens, auch wenn das Innere massenfrei ist. Damit lässt sich eine magnetische Abschirmung bauen, die weniger Gesamtmasse besitzt als eine Weicheisenabschirmung bei gleicher magnetischer Abschirmung.

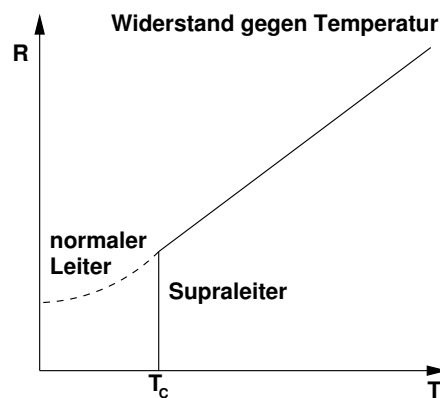


Abbildung B.1: Unterschied des Widerstandes eines Stoffes, wenn er supraleitende Eigenschaften besitzt (durchgezogene Linie) oder ein normaler Leiter ist (gestrichelte Linie).

Supraleitung entsteht durch Wechselwirkungen von Gitterschwingungen (Phononen) mit Leitungselektronen. Bewegen sich Leitungselektronen durch das Kristallgitter des Leiters, so werden durch die elektromagnetischen Wechselwirkungen die Gitteratome etwas ausgelenkt und das Gitter damit polarisiert. Eine atomistische Theorie der Supraleitung ist die BCS-Theorie.

Literatur: [Alb 03, Buc 77, Ket 99, Lyn 64].

### B.1.1 BCS - Theorie

L.N. Cooper zeigte 1956 in seiner Theorie ([Coo 56]), dass zwei Leitungselektronen, die mit einer schwachen attraktiven Kraft über einem Fermisee wechselwirken, zu einer Gesamtwellenfunktion zusammengefasst werden können ( $q$  ist die Relativbewegung zum Fermisee und  $\sigma_i$  die Spins):

$$\Psi(r_1, r_2) = \phi_q(r_1 - r_2) e^{iqR} \chi(\sigma_1, \sigma_2)$$

wobei

$$R = \frac{r_1 + r_2}{2} \text{ und } \chi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right].$$

Ein solches Cooper-Paar hat den Gesamtspin 0 und stellt damit ein Boson dar. Darüber hinaus führt die Lösung der Schrödingergleichung zu einem energetisch besonders günstigen Zustand, wenn die Impulse der beiden Elektronen den gleichen Betrag und ein unterschiedliches Vorzeichen haben ( $\{\vec{p}_\uparrow, -\vec{p}_\downarrow\}$ ).

J. Bardeen, L.N. Cooper und J.R. Schrieffer stellten 1957 ausgehend von der Theorie Coopers einen Lösungsansatz für ein System mit vielen Leitungselektronen vor, bei dem sich die einzelnen Cooper-Paare überlappen und wegen des bosonischen Charakters in einen gemeinsamen Energiezustand streben ([Bar 57]). Der mittlere Abstand der beiden Elektronen eines Cooper-Paares  $\xi_{CO}$  liegt für reine Supraleiter im Bereich 100 bis 1000 nm. Da der mittlere Abstand der Leitungselektronen in einem Leiter im Bereich 0.1 nm liegt, befinden sich innerhalb eines Gebietes mit dem Radius  $\xi_{CO}$   $10^6$  bis  $10^7$  weitere Leitungselektronen, die wiederum zu Paaren korreliert sind. Jede Energieänderung verteilt sich auf alle Paare in dem supraleitenden Volumen, so dass ab einer gewissen Grenzenergie der komplette Zustand zerstört wird. Dies geschieht beispielsweise, wenn die Temperatur über  $T_C$  steigt oder der Stromfluss  $j_C$  zu groß wird.

Die Anzahldichte  $n$  der Cooper-Paare kann zwischen supraleitenden Bereichen und normalleitenden Bereichen ( $n=0$ ) nicht un stetig variieren. Da die



Cooper-Paare stark miteinander korreliert sind, kann ein räumlicher Phasenübergang nur über einen gewissen Abstand erfolgen. Diesen Abstand nennt man Kohärenzlänge  $\xi_{GL}$ .

### B.1.2 Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Im Jahre 1933 stellten F.W. Meißner und R. Ochsenfeld fest, dass Materialien, die sich in einem Magnetfeld befinden, dieses aus ihrem Inneren verdrängen, wenn sie in den supraleitenden Zustand übergehen. Dabei werden sie komplett diamagnetisch, das heißt, ihre Suszeptibilität nimmt den Wert  $\chi = -1$  an. Der größte Unterschied eines Supraleiters zu einem idealen Leiter lässt sich anhand des folgenden Beispiels erläutern:

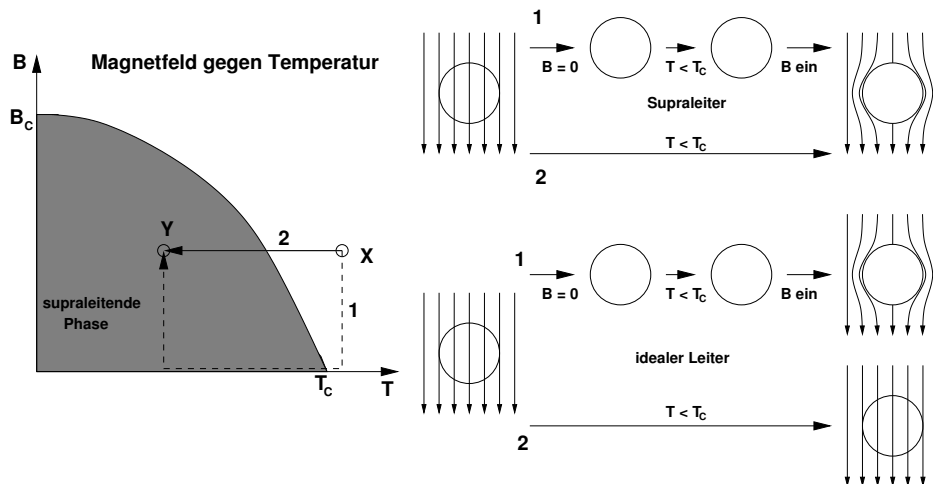


Abbildung B.2: Darstellung des Unterschiedes zwischen einem idealen Leiter und einem Supraleiter anhand zweier Zustände X und Y, die auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden.

Betrachtet man Abbildung B.2, so wird man bei einem Supraleiter feststellen, dass der Endzustand Y nach Weg 1 (Magnetfeld  $\rightarrow 0 \Rightarrow$  Abkühlen  $\Rightarrow$  Magnetfeld ein) und Weg 2 (Abkühlung im Magnetfeld) derselbe ist, wohingegen ein idealer Leiter wegen der fehlenden Induktion nach Weg 2 weiterhin von einem Magnetfeld durchdrungen sein wird. Die Abschirmung wird durch Kreisströme bedingt, die an der Oberfläche bis in eine bestimmte Tiefe den Supraleiter durchlaufen und auf diese Weise das äußere Magnetfeld kompensieren. Die Eindringtiefe ist von der Art des Supraleiters abhängig.

## B.2 Einteilung supraleitender Materialien

### B.2.1 Supraleiter I. Art

Alle Stoffe, die eine wie in Abbildung B.3 gezeigte Magnetisierungskurve haben, werden als Supraleiter I. Art bezeichnet.

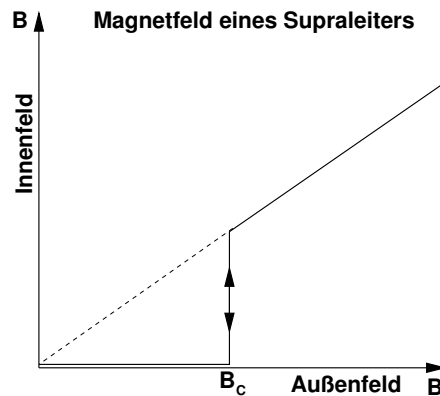


Abbildung B.3: Inneres- und äußeres Magnetfeld eines Supraleiters I. Art.

Die Eindringtiefe eines Magnetfeldes in diese Art von Supraleiter wird von der London-Gleichung beschrieben, deren Lösung die Form

$$B(x) = B(0) \exp\left(-\frac{x}{\lambda_L}\right)$$

hat, mit der Londonschen Eindringtiefe

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi nq^2}}.$$

Die Größen  $m = 2m_e$ ,  $q = 2e$  und  $n$  beziehen sich auf die Masse, Ladung und Dichte der Cooper-Paare. Die Eindringtiefen liegen im Bereich einiger  $10 \text{ nm}$ . Damit ist die Londonsche Eindringtiefe kleiner als die Kohärenzlänge der Cooper-Paare. Daher können schon bei kleinen Magnetfeldern lokal große Abschirmströme auftreten, die bei Überschreitung von  $j_C$  die Supraleitung zerstören. Typische Grenzmagnetfeldstärken  $B_C$  sind einige cT.

Zu dieser Gruppe der Supraleiter gehören zum Beispiel Quecksilber (Hg), Blei (Pb) und Zinn (Sn).

## B.2.2 Supraleiter II. Art

Betrachtet man nun Materialien, die der Bedingung  $\xi_{GL} < \lambda$  gehorchen, also Stoffe, bei denen die freie Weglänge der Leitungselektronen klein gegenüber  $\lambda_L$  wird, was zum Beispiel durch Legieren mit einigen Fremdatomen geschieht, so erhält man einen Supraleiter II. Art.

Im supraleitenden Zustand besteht kein Unterschied im Mechanismus der Supraleitung I. und II. Art: Beide Arten zeigen ähnliche thermische Eigenschaften beim Übergang vom supraleitenden in den normalleitenden Zustand. Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt ist jedoch für beide Arten völlig verschieden. Ursache dafür ist die mittlere freie Weglänge der Leitungselektronen im normalleitenden Zustand. Ist sie klein, so ist die Kohärenzlänge klein und die Eindringtiefe größer. Die Magnetisierungskurve ist in B.4 dargestellt.

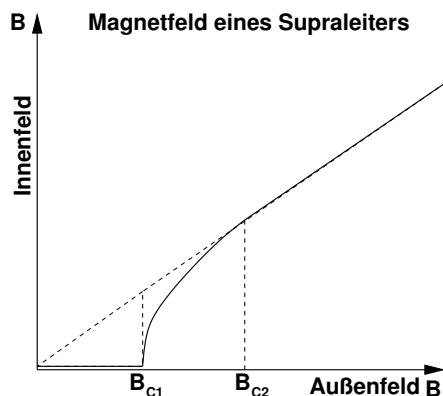


Abbildung B.4: Inneres- und äußeres Magnetfeld eines Supraleiters II. Art.

Unterhalb der unteren Grenze  $B_{C1}$  verhält sich die Magnetisierung wie bei einem Supraleiter I. Art mit der Londonschen Eindringtiefe. Wenn aber das Magnetfeld ansteigt, dringt ein Teil von ihm in den Supraleiter ein. Diese nicht Meißnerische Phase nennt man Shubnikov-Phase. In lokal begrenzten Bereichen fließen nun Wirbelströme, die durch die eindringenden Magnetfeldlinien induziert werden (siehe dazu Abbildung B.5). Diese Wirbel werden meist als Fluss-Schläuche bezeichnet und umschließen einen normalleitenden Bereich. Mit dieser Neuordnung wird die Verdrängungsenergie verkleinert und die supraleitende Phase erhalten. Typische Grenzmagnetfeldstärken  $B_{C1}$  liegen im Bereich dT,  $B_{C2}$  ist ca. doppelt so groß.

Vertreter dieser Gruppen sind zum Beispiel die Verbindungen  $Nb_3Sn$  und  $Bi_3Sr$ .

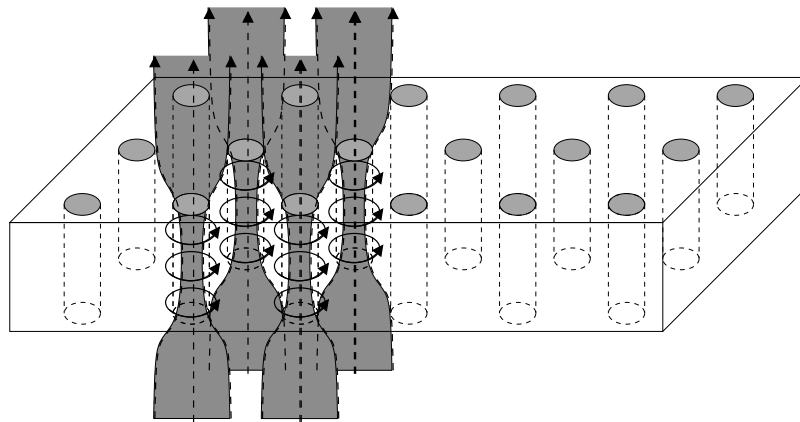


Abbildung B.5: Fluss-Schläuche in einem Supraleiter, der von einem Magnetfeld durchflossen wird.

### B.2.3 Supraleiter III. Art

Fügt man einem Supraleiter II. Art energetisch bevorzugte Plätze für die Fluss-Schläuche zum Beispiel durch Fremdatome oder Gitterfehler hinzu, so entstehen im Supraleiter normaleitende Bereiche. Um einen Fluss-Schlauch zu erzeugen, benötigt man eine gewisse Energiemenge  $\varepsilon$ , die von seiner Länge abhängt. Führt nun ein Fluss-Schlauch durch einen normaleitenden Bereich, muss man die Energie, die in dieser Strecke stecken würde, von der Gesamtenergie  $\varepsilon$  abziehen. Eine Verschiebung dieses Fluss-Schlauches würde also Energie kosten. Die Störstellen hemmen folglich die freie Verschiebbarkeit der Fluss-Schläuche.

Es entsteht ein Supraleiter III. Art, Diese besitzen die gleiche Charakteristik wie Supraleiter II. Art, haben jedoch eine wesentlich höhere Magnetisierungsgrenze  $B_{C2}$ .

Typische Magnetfeldstärken  $B_{C2}$  sind einige  $10 T$ .

### B.2.4 Hochtemperatursupraleiter

Die 1986 von J.G. Bednorz und K.A. Müller entdeckte supraleitende Verbindung  $La_{1.85}Ba_{0.15}CuO_4$  mit einer Sprungtemperatur von über  $30 K$  kann wohl als der erste Hochtemperatursupraleiter (HTS) angesehen werden. Der endgültige Durchbruch supraleitender Materialien kam jedoch erst 1987, als C.W. Chu mit  $YBa_2Cu_3O_7$  eine Sprungtemperatur über  $77 K$ , dem Siedepunkt von Stickstoff, erreichte, womit die Kühlung viel billiger und leichter wurde.

Die HTS sind ausnahmslos Supraleiter III.Art, wobei die höchsten Sprungtemperaturen mit Stoffen erreicht wurden, die bei Zimmertemperatur Isolatoren sind. Die Leitung findet in den Kupferoxydschichten des Kristallgitters statt.

Die gängigsten Vertreter dieser Kategorie sind  $YBa_2Cu_3O_7$  (YBCO) mit  $T_C = 91\text{ K}$  und  $(Pb, Bi)_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$  (Bi-2223) mit  $T_C = 110\text{ K}$ .

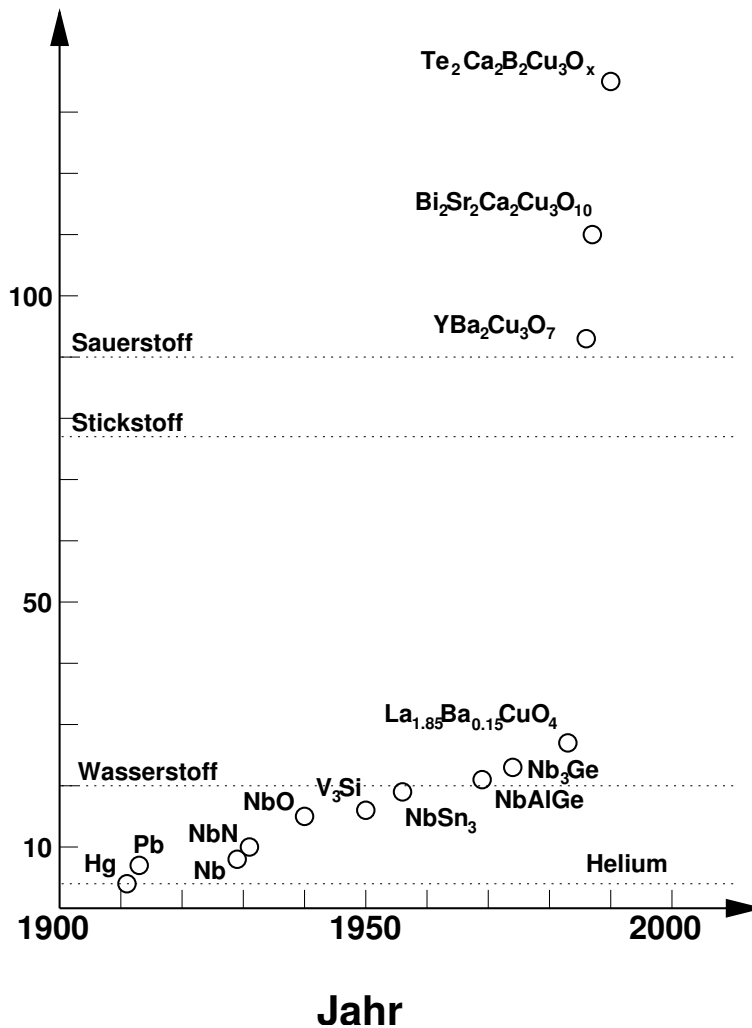


Abbildung B.6: Zeitliche Auftragung der Entdeckung supraleitender Materialien und ihrer Sprungtemperaturen. Zur Orientierung sind die Siedepunkte von Helium, Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff eingetragen.



# Anhang C

## Magneto-optik

In einem Magnetfeld  $B$  wirkt auf geladene Teilchen, die sich mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegen, die Lorentzkraft  $F_L = q(v \times B)$ . Durch geeignete Anordnungen von Magnetfeldern kann man einen geladenen Strahl in der selben Weise beeinflussen, wie eine Glasoptik einen Lichtstrahl beeinflussen würde. Eine solche Anordnung bezeichnet man als Magneto-optik.

### C.1 Elemente der Magneto-optik

Verschiedene Elemente einer Magneto-optik sind in Abbildung C.1 gezeigt. Eine Ablenkung eines geladenen Strahls in einer Raumebene erreicht man durch ein Dipolfeld und eine Fokussierung oder Defokussierung durch ein Quadrupolfeld, wobei ein Quadrupol grundsätzlich in einer Ebene fokussiert und in der orthogonalen defokussiert. Höhere Multipole wie Sextupole dienen dazu, Abbildungsfehler von Dipol und Quadrupol zu korrigieren oder für nichtlineare Fokussierung zu verstärken. Die Felder und Stromflüsse je Spulenfenster sind in Tabelle C.1 zusammengefasst, dabei ist  $g$  der jeweilige Feldgradient (Literatur: [Sch 73]).

|       | Dipol         | Quadrupol    | Sextupol       |
|-------|---------------|--------------|----------------|
| $B_Z$ | $g = B_0$     | $g \cdot X$  | $g(X^2 - Z^2)$ |
| $nI$  | $2B_0R/\mu_0$ | $gR^2/\mu_0$ | $2gR^3/3\mu_0$ |

Tabelle C.1: Tabelle der Magnetfelder  $B_Z$  und des Stromflusses je Spulenfenster  $nI$  der in Abbildung C.1 dargestellten Multipole.

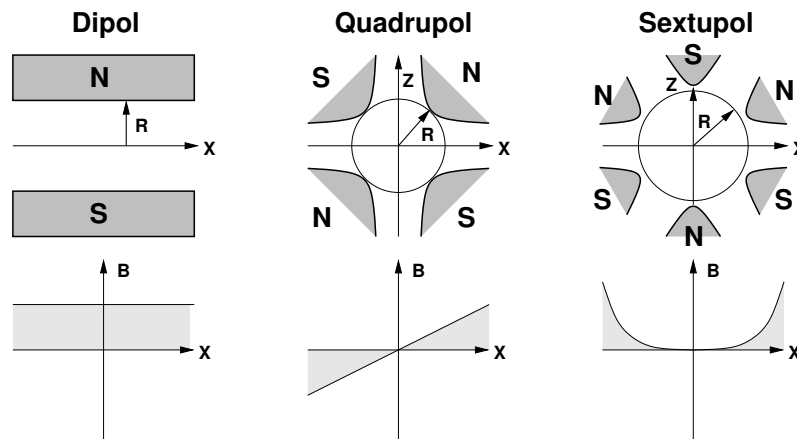


Abbildung C.1: *Verschiedene Elemente der Magnetooptik.*

### C.1.1 Strahlableitung

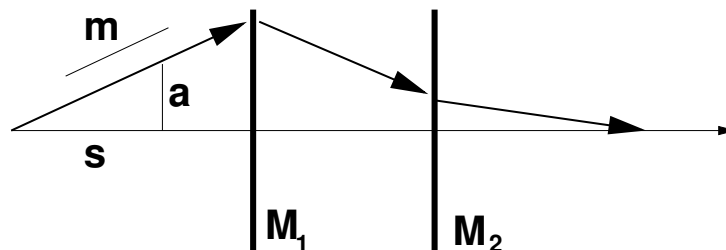


Abbildung C.2: *Skizze der Vektorkomponenten und der Linsenmatrizen.*

Einen Strahlverlauf durch eine optische Apparatur kann man sehr elegant in einem Vektorsystem aus Ort  $a$  und Steigung  $m$  zur Strahlachse beschreiben, was in einem zweidimensionalen Fall, wie in Abbildung C.2 gezeigt ist,

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ m \end{pmatrix}$$

bedeuten würde, wobei manchmal der Teilchenimpuls als dritte Koordinate betrachtet wird. Die Steigung ist mit dem Öffnungswinkel  $\alpha$  des Impulsvektors des Teilchens zur betrachteten Ebene mit  $m = \tan \alpha$  verbunden. Es ist oftmals einfach und möglich, Horizontale und Vertikale getrennt zu berechnen. Ein optisches Element wirkt in Form einer Matrix  $M$  auf diesen Vektor:



$$\vec{x}_{nach} = M\vec{x}_{vor}.$$

Ohne äußere Einwirkung wird sich der Strahl geradlinig durch den Raum bewegen und projiziert auf die optische Achse eine Strecke  $s$  zurücklegen. Die Matrix dieser einfachen Drift im Raum wäre dann

$$M_{Drift} = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Wie man in Abbildung C.2 ebenfalls sehen kann, sind optische Elemente in dieser Berechnung nicht ausgedehnt. Dünne optische Linsen mit der Brennweite  $f$  und der Länge  $L$  könnten, um dies zu umgehen, als drei Matrizen dargestellt werden:

$$M_{Drift} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bei Magneten ist die Länge  $L$  die äquivalente Länge, die sich aus den Abmessungen der Magnetspule und des Streufeldes errechnet (siehe dazu [Sch 73]).

## C.1.2 Dipol

In einem idealen Dipol ist die ablenkende Kraft in der Vertikalen 0 und in der Horizontalen  $F = evB_0$ . Haben die Teilchen des geladenen Strahls den Impuls  $p$ , ist der Ablenkwinkel dann

$$\tan \alpha = B_0 L \frac{e}{p}.$$

Die Matrizen eines realen Dipols horizontal und vertikal sind dann mit der dritten Komponente  $\frac{\Delta p}{p}$

$$M_{Dipol}^{horizontal} = \begin{pmatrix} 1 & L \cos \frac{\alpha}{2} & L \sin \frac{\alpha}{2} \\ 0 & 1 & 2 \tan \frac{\alpha}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{Dipol}^{vertikal} = \begin{pmatrix} 1 - \alpha \tan \frac{\alpha}{2} & \frac{L\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \\ \frac{2 \sin \frac{\alpha}{2}}{L} \left( \tan^2 \frac{\alpha}{2} - \tan \frac{\alpha}{2} \right) & 1 - \alpha \tan \frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}.$$

Die impulsabhängige horizontale Ablenkung  $\Delta a = L \frac{\Delta p}{p} \sin \frac{\alpha}{2}$  muss zum Beispiel bei Synchrotrons korrigiert werden, ist jedoch auf der anderen Seite die Grundlage zur Massenspektroskopie. In der vertikalen Ebene verhält sich der reale Dipol wie eine Quadrupollinse (siehe folgende Kapitel) und kann in dieser Ebene fokussierend wirken, was bei Nullgradienten-Synchrotrons ausgenutzt wird.

### C.1.3 Quadrupol

Ein Teilchen, das sich durch einen Quadrupol bewegt, gehorcht der Differentialgleichung ([Sch 73])

$$\frac{d^2x}{ds^2} + k^2x = 0$$

mit

$$k^2 = \frac{eg}{mv} \approx \frac{300g}{E_e} \left[ \frac{MeV}{m^2} \right]. \quad (C.1)$$

Der Feldgradient eines Quadrupolmagneten  $g = \frac{\partial B_x}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial x}$  errechnet sich nach Tabelle C.1 aus

$$g = \frac{\mu_0 n I}{R^2}.$$

Die Matrizen eines Quadrupols der äquivalenten Länge  $L$  lauten dann in der fokussierenden und der defokussierenden Ebene

$$M_{Quadrupol}^{fokussierend} = \begin{pmatrix} \cos kL & \frac{1}{k} \sin kL \\ -k \sin kL & \cos kL \end{pmatrix} \quad (C.2)$$

$$M_{Quadrupol}^{defokussierend} = \begin{pmatrix} \cosh kL & \frac{1}{k} \sinh kL \\ k \sinh kL & \cosh kL \end{pmatrix}. \quad (C.3)$$

## C.2 Quadrupollinse

Eine Quadrupollinse wird aus mindestens zwei Quadrupolen, wie in diesem Fall betrachtet, gebildet. Wie in Abbildung C.3 zu sehen ist, werden diese zueinander um  $90^\circ$  verdreht angeordnet, so dass sich eine fokussierende mit einer defokussierenden Ebene ablöst. Die Strahlverläufe lassen sich durch eine Anordnung aus Drift- und Quadrupolmatrizen

$$M = \begin{pmatrix} 1 & s_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_1 & A'_2 \\ A'_3 & A'_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$$

bestimmen. Wenn man von einem Bildpunkt auf der optischen Achse ausgeht und sich das geladene Teilchen auf einer Geraden mit der Steigung  $m$  von diesem Punkt fortbewegt, berechnen sich der Endpunkt und die Steigung hinter der Optik nach

$$\begin{pmatrix} a_3 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ m \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} M_{12} \\ M_{22} \end{pmatrix}. \quad (C.4)$$

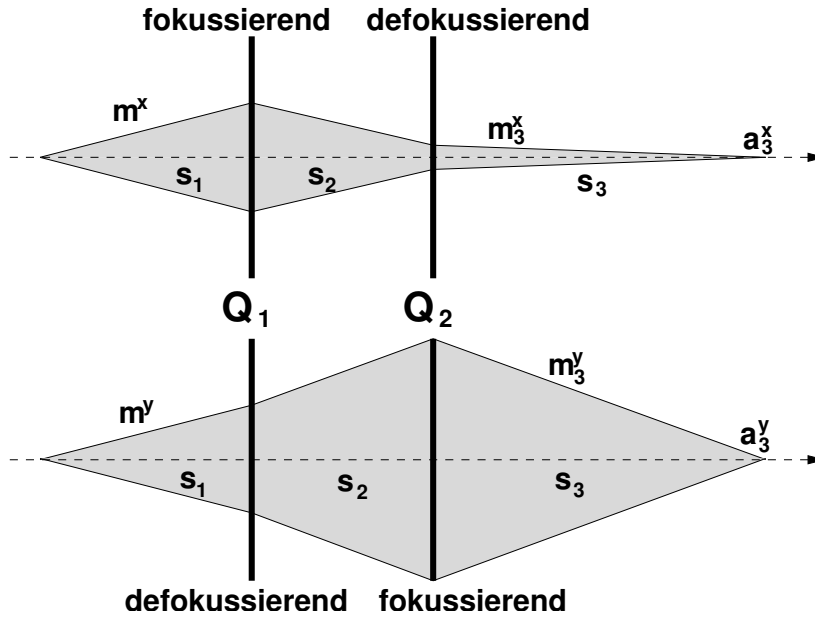


Abbildung C.3: Skizze einer Quadrupollinse und Strahlverlauf in der horizontalen und vertikalen Raumebene.

Es folgt für die Matrixelemente  $M_{ij}$

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= A_1 (A_1^i + s_2 A_3^i) + A_2 A_3^i + s_3 M_{21} \\
 M_{21} &= A_3 (A_1^i + s_2 A_3^i) + A_1 A_3^i \\
 M_{12} &= A_1 (s_1 A_1^i + A_2^i + s_2 (s_1 A_3^i + A_1^i)) + A_2 (s_1 A_3^i + A_1^i) + s_3 M_{22} \\
 M_{22} &= A_3 (s_1 A_1^i + A_2^i + s_2 (s_1 A_3^i + A_1^i)) + A_1 (s_1 A_3^i + A_1^i)
 \end{aligned}$$

Das Matrixelement  $M_{22} = \beta$  ist hier das Abbildungsverhältnis  $\frac{m_3}{m}$  der gesamten Optik. Das Verhältnis zwischen der Anfangssteigung und dem Abstand  $a_2$  von der optischen Achse im zweiten optischen Element in der defokussierenden Ebene  $\delta = \frac{a_2}{m}$  gibt Aufschluss über die Dimensionierung der Magnete. Insbesondere in der Ebene, in der zuerst defokussiert wird, hat der Strahl seine größte Aufweitung an dieser Stelle.  $\delta$  berechnet sich nach

$$M_D = \begin{pmatrix} 1 & s_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1^i & A_2^i \\ A_3^i & A_1^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & s_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

und

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1^i + s_2 A_3^i & s_1 A_1^i + A_2^i + s_2 (s_1 A_3^i + A_1^i) \\ A_3^i & (s_1 A_3^i + A_1^i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ m \end{pmatrix}$$

zu

$$\delta = s_1 A_1^i + A_2^i + s_2 (s_1 A_3^i + A_1^i). \quad (\text{C.5})$$

## C.2.1 Brennpunkt

Nach dem Durchgang durch die Optik schneidet der Strahl die optische Ebene im Abstand  $s_3$  ( $a_3 = 0$ ). Nach Gleichung C.4 berechnet sich  $s_3$  nach

$$\begin{pmatrix} 0 \\ m_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ m \end{pmatrix} \Rightarrow M_{12} = 0$$

zu

$$\begin{aligned} s_3 &= -\frac{A_1(s_1 A_1^i + A_2^i + s_2(s_1 A_3^i + A_1^i)) + A_2(s_1 A_3^i + A_1^i)}{A_3(s_1 A_1^i + A_2^i + s_2(s_1 A_3^i + A_1^i)) + A_1(s_1 A_3^i + A_1^i)} \\ &= -\frac{A_1 \left( \frac{s_1 A_1^i + A_2^i}{s_1 A_3^i + A_1^i} + A_1 s_2 + A_2 \right)}{A_3 \left( \frac{s_1 A_1^i + A_2^i}{s_1 A_3^i + A_1^i} + A_3 s_2 + A_1 \right)} \\ &= -\frac{X + s_2 + \frac{A_2}{A_1}}{1 + \frac{A_3}{A_1}(X + s_2)}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Nach den Gleichungen C.2 und C.3 ergibt sich in den beiden Ebenen FD und DF<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} A_1^{FD} &= \cosh k_2 L_2, & A_2^{FD} &= \frac{1}{k_2} \sinh k_2 L_2, & A_3^{FD} &= k_2 \sinh k_2 L_2, \\ A_1^{DF} &= \cos k_2 L_2, & A_2^{DF} &= \frac{1}{k_2} \sin k_2 L_2, & A_3^{DF} &= -k_2 \sin k_2 L_2, \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

und

$$X^{FD} = \frac{s_1 + \frac{1}{k_1} \tan k_1 L_1}{1 - s_1 k_1 \tan k_1 L_1}, \quad X^{DF} = \frac{s_1 + \frac{1}{k_1} \tanh k_1 L_1}{1 + s_1 k_1 \tanh k_1 L_1},$$

wobei die Indizes an  $k$  und  $L$  die Nummern der Quadrupole sind. Mit den Gleichungen C.7 errechnen sich die Abbildungsverhältnisse in den Ebenen DF und FD zu

$$\beta = A_3(s_1 A_1^i + A_2^i + s_2(s_1 A_3^i + A_1^i)) + A_1(s_1 A_3^i + A_1^i). \quad (\text{C.8})$$

## C.2.2 Energieabhängigkeit

Alle Größen  $A_i$ ,  $X^{DF}$  und  $X^{FD}$  sind über  $k$  energieabhängig, daher wird bei festen  $s_1$  und  $s_2$  der Abstand  $s_3$ , bei dem ein Teilchen die optische Ebene schneidet, bei unterschiedlichen Teilchenenergien variieren. Bei der Berechnung der Energie  $E_e$  aus  $s_3$  kann keine Kleinwinkelnäherung gemacht werden, da  $k$  nicht klein ist. Nach den Gleichungen C.6 und C.7 folgt

$$s_3^{FD} = -\frac{X^{FD} + s_2 + \frac{1}{k_2} \tanh k_2 L_2}{1 + k_2 \tanh k_2 L_2 (X^{FD} + s_2)} \quad \text{und} \quad s_3^{DF} = -\frac{X^{DF} + s_2 + \frac{1}{k_2} \tan k_2 L_2}{1 - k_2 \tan k_2 L_2 (X^{DF} + s_2)}.$$

<sup>1</sup>FD:fokussierend/defokussierend; DF:defokussierend/fokussierend

In dem Bereich von  $kL \approx 1$  lässt sich nach Abschnitt C.3.1 mit  $a_i = 300g_i$  und mit  $E_{e'} < 100g_i L_2$  die Gleichung zu

$$s_3^{FD} = -\frac{\frac{E_{e'}(L_1+s_1)-0.33a_1s_1L_1^2}{E_{e'}-a_1L_1(s_1+0.33L_1)} + s_2 + \frac{E_{e'}L_2}{E_{e'}+0.33a_2L_2^2}}{1 + \frac{a_2L_2}{E_{e'}+0.33a_2L_2^2} \left( \frac{E_{e'}(L_1+s_1)-0.33a_1s_1L_1^2}{E_{e'}-a_1L_1(s_1+0.33L_1)} + s_2 \right)}$$

und

$$s_3^{DF} = -\frac{\frac{E_{e'}(L_1+s_1)+0.33a_1s_1L_1^2}{E_{e'}+a_1L_1(s_1+0.33L_1)} + s_2 + \frac{E_{e'}L_2}{E_{e'}-0.33a_2L_2^2}}{1 - \frac{a_2L_2}{E_{e'}-0.33a_2L_2^2} \left( \frac{E_{e'}(L_1+s_1)+0.33a_1s_1L_1^2}{E_{e'}+a_1L_1(s_1+0.33L_1)} + s_2 \right)}$$

vereinfachen. Der hochgradigen Nichtlinearität beraubt, löst sie sich als quadratische Gleichung mit den Konstanten Größen  $p(a_1, a_2, L_1, L_2, s_1, s_2, s_3)$  und  $q(a_1, a_2, L_1, L_2, s_1, s_2, s_3)$  mit

$$E_{e'} = -\frac{p}{2} + \sqrt{p^2 - q}. \quad (\text{C.9})$$

.

## C.3 Näherungsfunktionen zu der Magneto-optik

### C.3.1 Tangens-Näherungen

Die Formeln  $\sqrt{\frac{C}{E}} \tan \sqrt{\frac{C}{E}}$  und  $\sqrt{\frac{C}{E}} \tanh \sqrt{\frac{C}{E}}$  gehen für  $\frac{C}{E} > 1$  in eine Gerade über, wie in Abbildung C.4 für  $C = 3000$  zu sehen ist. Die Werte für  $C$  und  $E$  liegen dabei in der für die Magneto-optik interessanten Größenordnung. Die Näherungsfunktionen lauten mit  $E > \frac{C}{3}$

$$\sqrt{\frac{C}{E}} \tan \sqrt{\frac{C}{E}} \approx \frac{1}{\frac{E}{C} - \frac{1}{3}}$$

und

$$\sqrt{\frac{C}{E}} \tanh \sqrt{\frac{C}{E}} \approx \frac{1}{\frac{E}{C} + \frac{1}{3}},$$

woraufhin mit  $\frac{C}{E} = k^2 L^2 = \frac{300gL^2}{E}$  (Gleichung C.1) und  $a = 300g$  für  $E$  in MeV folgt

$$k \tan kL \approx \frac{aL}{E - \frac{aL^2}{3}} \quad \text{und} \quad k \tanh kL \approx \frac{aL}{E + \frac{aL^2}{3}}$$

und

$$\frac{1}{k} \tan kL \approx \frac{EL}{E - \frac{aL^2}{3}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{k} \tanh kL \approx \frac{EL}{E + \frac{aL^2}{3}}.$$

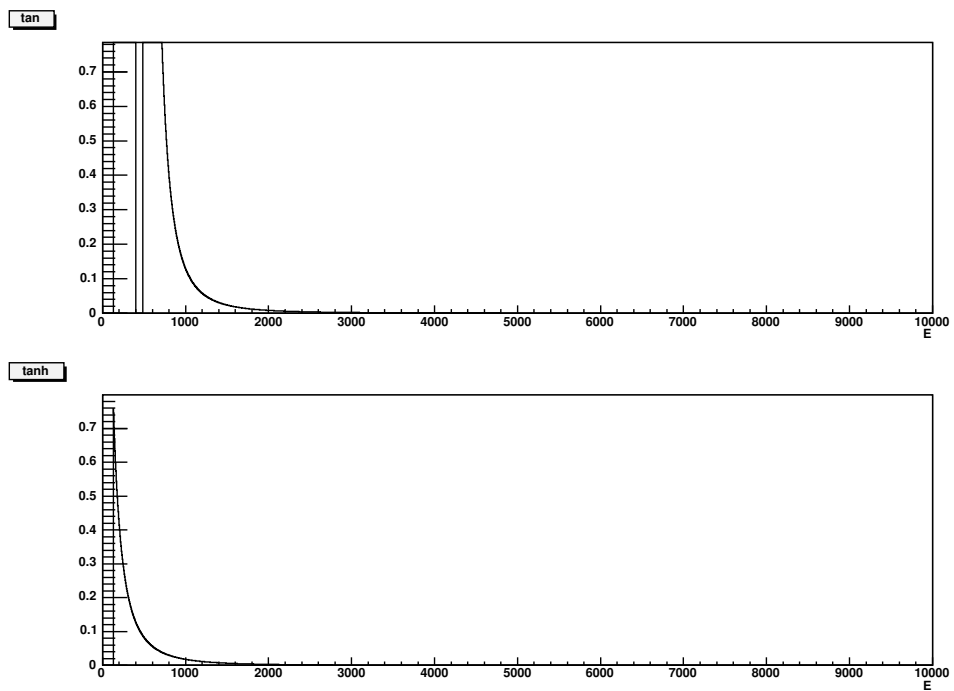


Abbildung C.4: Auftragung von  $\sqrt{\frac{C}{E}} \tan \sqrt{\frac{C}{E} - \frac{1}{C - \frac{1}{3}}}$  (*tan*) und  $\sqrt{\frac{C}{E}} \tanh \sqrt{\frac{C}{E} - \frac{1}{C + \frac{1}{3}}}$  (*tanh*) gegen die Energie und  $C = 1200$ .

# Abbildungsverzeichnis

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1.1 | <i>Erreichbare lineare Polarisierung des Photonenstrahls beim CBELSA-Experiment.</i>  | 3  |
| 2.1 | <i>Streuung eines Elektrons an einem Proton, welches in den Zustand <math>N^*</math> angeregt wird und in ein <math>\pi^0</math> und ein Proton zerfällt.</i>   | 6  |
| 2.2 | <i>Grad der zirkularen Polarisierung bei longitudinal polarisierten Elektronen (<math>P_{\odot}</math>) und der lineare Polarisierungsgrad <math>P_{\uparrow}</math> in Abhängigkeit zum Verhältnis der Energien des einlaufenden Elektrons und des auslaufenden Photons <math>k</math>.</i>  | 7  |
| 2.3 | <i>Feynman-Graphen der Møller-Streuung.</i>   | 11 |
| 2.4 | <i>Abhängigkeit der Energie (rechts) und des Wechselwirkungsquerschnitts der Møllerstreuung (links) vom Streuwinkel des Elektrons.</i>  | 11 |
| 2.5 | <i>Feynman-Graphen der Bremsstrahlung.</i>  | 13 |
| 2.6 | <i>Hadronische Wechselwirkungsquerschnitte von <math>\sigma_T</math> und <math>\sigma_C</math> mit relativistischer Näherung bei einer Primärenergie von 100 MeV und einer finalen Energie von 80 MeV.</i>  | 14 |
| 3.1 | <i><math>\theta_{\pi}</math>-Winkelabhängigkeit der <math>E</math>-Observablen bei 1232 MeV, 1132 MeV und 1332 MeV.</i>   | 20 |
| 3.2 | <i>Wechselwirkungsquerschnitte <math>\sigma_T</math> und <math>\sigma_{TT'}</math> und <math>E_{tot}</math> jeweils in Abhängigkeit von der Photonenergie für die <math>\pi_0</math>-Produktion.</i>  | 21 |
| 3.3 | <i>Helizitätsasymmetrie <math>E_{tot}</math> des Protons im Energiebereich von 200 – 2800 MeV.</i>  | 22 |
| 3.4 | <i>Totaler Wechselwirkungsquerschnitt pro Nukleon von Wasserstoff und Kohlenstoff.</i>  | 22 |
| 4.1 | <i>Beschleunigeranlage ELSA mit dem Linearbeschleuniger LINAC 2, Boostersynchrotron, dem Stretcherring und den angeschlossenen Synchrotronlicht- und Mittlere Energieexperimenten. Oben links unter dem Schriftzug "Bleigläser &amp; Taggermodul" ist der Aufbau zur Testmessung der <math>P_{33}(1232)</math>-Resonanz zu sehen.</i> | 28 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 4.2  | <i>Polarisation des Elektronenstrahls in ELSA in Abhängigkeit zur Energie.</i>   | 30 |
| 4.3  | <i>Skizze des Taggers mit einem Elektronenstrahl, der auf die Position <math>x</math> auf einer Ebene, die im Winkel <math>\beta</math> zur Strahlachse geneigt ist, abgelenkt wird.</i>                   | 31 |
| 4.4  | <i>Darstellung eines typischen Bremsstrahlspektrums.</i>   | 32 |
| 4.5  | <i>Aufbau des Taggermoduls aus 8 Szintillatoren (4 mal <math>90 \times 16 \times 5</math> und 4 mal <math>90 \times 16 \times 3</math>), ausgelesen von Photomultipliern.</i>                              | 33 |
| 4.6  | <i>Schematischer Aufbau des Taggers mit dem Taggermodul; die aktiven Latten sind dunkel, die inaktiven hell unterlegt.</i>   | 34 |
| 4.7  | <i>Aus jeweils 8 von den unten zu sehenden Detektorkomponenten wurden die zwei Blöcke aufgebaut.</i>   | 35 |
| 4.8  | <i>Skizze des Aufbaus zur Messung der <math>\Delta</math>-Resonanz mit Vergrößerungen des Taggermoduls (rechts) und der zwei Bleiglasblöcke (links).</i>   | 36 |
| 4.9  | <i>Skizze der Signalverarbeitungselektronik; als Verstärker wurden LeCroy 612A eingesetzt, als aktive Signalteiler dienten CAEN Quad linear Fan in - Fan out 401 und als Diskriminatoren LeCroy 4608C.</i> | 37 |
| 4.10 | <i>Darstellung der Triggerelektronik; jeweils ein logisches ODER der beiden Bleiglasblöcke wird mit dem logischen ODER der Taggerlatten und des Taggermoduls mit einem logischen UND verknüpft.</i>        | 38 |
| 4.11 | <i>Elektronik der Ratenmessung: Die diskriminierten Signale von Taggermodul und Taggerlatten 13 und 14 wurden mit einem Zeitsignal zusammen gezählt.</i>   | 38 |
| 4.12 | <i>Kalibrationsmessungen des Taggers bei 1.4 GeV bzw 3.2 GeV, die im Rahmen des Crystal-Barrel-Experiments durchgeführt wurden. Grau unterlegt sind die benutzten Taggerlatten.</i>                        | 39 |
| 4.13 | <i>Beispiel eines Spektrums zur Energiekalibration mit der Pionmasse.</i>  | 41 |
| 4.14 | <i>Skizze zur Energiekalibration mit dem Öffnungswinkel des Pions.</i>   | 42 |
| 4.15 | <i>Skizze zur Energiekalibration mit dem Ortszentrum der Photonen.</i>   | 44 |
| 5.1  | <i>Auftragung des Photoabsorptionsquerschnitts an Kohlenstoff in Abhängigkeit zur Photonenergie.</i>   | 45 |
| 5.2  | <i>Invariante Masse der in den Bleiglasblöcken nachgewiesenen Photonen (gestrichelte Linie: Pionmasse, punktierte Linien: Schnitte).</i>   | 46 |
| 5.3  | <i>Messung der Anzahl der Pionen bei verschiedenen Photonenergien am Kohlenstoff; zum Vergleich die GDH-Ergebnisse aus [Hel 97].</i>   | 48 |
| 5.4  | <i>Relative Positionen des Taggermoduls im Verhältnis zum Primärstrahl: Das Modul bewegt sich innerhalb von vier bzw. acht Messschritten in Richtung des Strahls.</i>                                      | 49 |
| 5.5  | <i>Errechnetes Tagger-ODER im Verlauf der Messzeit und der Position des Taggermoduls bei der 1.4 GeV-Messung.</i>  | 50 |



|      |  |    |
|------|--|----|
| 5.6  | <i>Errechnetes Tagger-ODER im Verlauf der Messzeit und der Position des Taggermoduls bei der 3.2 GeV-Messung.</i> . . . . .  | 50 |
| 5.7  | <i>Links: schematischer Verlauf der Raten-Relation während verschiedener Messpositionen mit Sättigungseffekten; rechts: Auftragung des Quotienten zweier Detektorraten.</i> . . . . .  | 51 |
| 5.8  | <i>Absolute Segmentraten bei der 1.4 GeV-Messung.</i> . . . . .  | 52 |
| 5.9  | <i>Absolute Segmentraten bei der 3.2 GeV-Messung.</i> . . . . .  | 52 |
| 5.10 | <i>Auftragung des Quotienten der Raten der einzelnen Segmente und der Tagger-ODER-Rate gegen den Zeitverlauf aller vier Messschritte bei einer Primärstrahlenergie von 1.4 GeV.</i> . . . . .  | 53 |
| 5.11 | <i>Auftragung des Quotienten der Raten der einzelnen Segmente und der Tagger-ODER-Rate gegen den Zeitverlauf aller acht Messschritte bei einer Primärstrahlenergie von 3.2 GeV.</i> . . . . .  | 54 |
| 5.12 | <i>Auftragung der Ergebnisse der vier 1.4 GeV-Messungen gegen die Photonenergie in ein Histogramm.</i> . . . . .   | 55 |
| 5.13 | <i>Auftragung der Ergebnisse aller acht 3.2 GeV-Messungen gegen die Photonenergie in ein Histogramm.</i> . . . . .   | 55 |
| 6.1  | <i>Skizzierter Detektoraufbau eines Elektronenstreuungsexperiments mit "Virtuellen-Photonen-Tagging".</i> . . . . .  | 63 |
| 6.2  | <i>Skizzierter Aufbau der Magnetooptik und Strahlverlauf in den beiden optischen Ebenen.</i> . . . . .   | 64 |
| 6.3  | <i>Strahlverlauf in der Beispieloptik mit einem Startwinkel <math>\theta_e \leq 4^\circ</math>.</i> . . . . .  | 65 |
| 6.4  | <i>Darstellung der Schnittpunkte mit der optischen Achse in den beiden optischen Ebenen in Abhängigkeit zur Elektronenergie (dunkle Fläche: DF, helle Fläche: FD).</i> . . . . .   | 66 |
| 6.5  | <i>Elektronenergie gegen den Abstand zum zweiten Quadrupol in den Ebenen FD und DF und genäherte Umkehrfunktionen.</i> . . . . .   | 68 |
| 6.6  | <i>Linearer (<math>\varepsilon</math>) und zirkularer (<math>P_\odot</math>) Polarisationsgrad in Abhängigkeit zum Elektronablenkwinkel <math>\theta_e</math> (links) und gegen die relative Photonenergie bei kleinen <math>Q^2</math> (rechts).</i> . . . . .                                      | 70 |
| 7.1  | <i>Relative Häufigkeit für Bremsstrahlung (links) und Austausch virtueller Photonen (rechts) in Abhängigkeit von <math>\omega = E - E_{e'}</math> und dem Elektronstreuwinkel.</i> . . . . .   | 72 |
| 7.2  | <i>Vergleich der relativen Häufigkeiten für Bremsstrahlung (blau) und Austausch virtueller Photonen (grau unterlegt) für <math>\omega = 2.5 \text{ GeV}</math> und deren Differenzspektrum (gelb); rechts ist die Differenz gegen <math>\omega</math> und den Streuwinkel aufgetragen.</i> . . . . . | 73 |

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 7.3 | <i>Elektronenverteilung 2 m hinter dem Target in dem Energiebereich 1.75 – 3.5 GeV mit einem Strahlungslängenverhältnis virtuell:reell = 10:1 und 20:1 für virtuellen Photonaustausch, Bremsstrahlung und deren Differenz. . . . .</i>   | 74  |
| 7.4 | <i>Links: Energie-Positions-Beziehung und Wirkungsquerschnitt der Møllerstreuung, die Einheiten der Y-Achse sind GeV bzw. 10 mbarn; rechts: Elektronenverteilung an der Stirnfläche des Taggers in dem Energiebereich 1.75 – 3.5 GeV (oben) und Verhältnis der Querschnitte virtuell:Møller mit einem Strahlungslängenverhältnis virtuell:Møller = 10:1 und 20:1. . . . .</i>  | 75  |
| 7.5 | <i>Hodoskop Winkel: Elektronenrate in kHz (oben); Verhältnis der virtuellen Ereignisse zu Untergrundereignissen (unten); Verhältnis virtuell:Untergrund: dieses Verhältnis in Abhängigkeit von Elektronablenkwinkel; Hodoskop Energie: Ereignisraten in Abhängigkeit zur Energie (die Gesamtrate der Elektronen in den Detektoren ist 1 MHz); linearer Polarisationsgrad: Polarisation gegen die Elektronenergie; die Winkelabhängigkeit ist marginal. . . . .</i> | 77  |
| 8.1 | <i>Form und energetische Breite eines Elektronenstrahls vor und nach dem Durchgang durch ein Target. . . . .</i>   | 80  |
| 8.2 | <i>Aufbau des simulierten Detektors zur Untersuchung der Abschirmung eines Magnetfeldes. . . . .</i>   | 81  |
| 8.3 | <i>Verteilung der gestreuten und erzeugten Leptonen und Photonen im simulierten Detektor. . . . .</i>  | 82  |
| 8.4 | <i>Differenz der Daten mit eingeschalteter und ausgeschalteter Rohrwand mit Magnetfeld bei jeweils <math>10^6</math> Ereignissen. . . . .</i>  | 83  |
| 8.5 | <i>Vergleich des Elektronenuntergrundes verschiedener Abschirmmaterialien. . . . .</i>   | 84  |
| 8.6 | <i>Vergleich des Photonenuntergrundes verschiedener Abschirmmaterialien. . . . .</i>   | 84  |
| 8.7 | <i>Rate der Teilchenintensitäten an der Oberfläche des supraleitenden Rohres in Abhängigkeit zum Abstand vom Target. . . . .</i>   | 85  |
| A.1 | <i>Schema der möglichen Prozesse: Wenn der Impulsübertrag des einlaufenden Photons <math>q</math> kleiner als der doppelte Impuls des Nukleons <math>P_N</math> ist, so kann kohärent, ansonsten nur quasifrei gestreut werden. . . . .</i>  | 90  |
| A.2 | <i>Schematischer Zerfall eines <math>\Delta</math> in ein Pion und ein Proton und eines Pions in zwei Photonen im Schwerpunkt- (links) und im Laborsystem (rechts). . . . .</i>  | 95  |
| A.3 | <i>Detektorreihe mit angedeuteter Schauerverteilung. Die graue Fläche symbolisiert die Energieverteilung in den einzelnen Kristallen. . . . .</i>  | 106 |

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| A.4 | <i>Rekonstruktion der Photonen mit dem Target im Ursprung (links) und Detektorblock mit angedeuteter Energiedeposition durch einen Teilchenschauer (rechts). Eine Addition der Energieeinträge aller Detektoren einer Spalte oder Zeile ergibt Spalten- und Zeilenenergien</i>       | 107 |
| B.1 | <i>Unterschied des Widerstandes eines Stoffes, wenn er supraleitende Eigenschaften besitzt (durchgezogene Linie) oder ein normaler Leiter ist (gestrichelte Linie).</i>  | 109 |
| B.2 | <i>Darstellung des Unterschiedes zwischen einem idealen Leiter und einem Supraleiter anhand zweier Zustände X und Y, die auf unterschiedlichen Wegen erreicht werden.</i>  | 111 |
| B.3 | <i>Inneres- und äußeres Magnetfeld eines Supraleiters I. Art.</i>  | 112 |
| B.4 | <i>Inneres- und äußeres Magnetfeld eines Supraleiters II. Art.</i>   | 113 |
| B.5 | <i>Fluss-Schläuche in einem Supraleiter, der von einem Magnetfeld durchflossen wird.</i>   | 114 |
| B.6 | <i>Zeitliche Auftragung der Entdeckung supraleitender Materialien und ihrer Sprungtemperaturen. Zur Orientierung sind die Siedepunkte von Helium, Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff eingetragen.</i>  | 115 |
| C.1 | <i>Verschiedene Elemente der Magnetooptik.</i>   | 118 |
| C.2 | <i>Skizze der Vektorkomponenten und der Linsenmatrizen.</i>  | 118 |
| C.3 | <i>Skizze einer Quadrupollinse und Strahlverlauf in der horizontalen und vertikalen Raumebene.</i>   | 121 |
| C.4 | <i>Auftragung von <math>\sqrt{\frac{C}{E}} \tan \sqrt{\frac{C}{E} - \frac{1}{\frac{E-1}{C}}}</math> (<math>\tan</math>) und <math>\sqrt{\frac{C}{E}} \tanh \sqrt{\frac{C}{E} - \frac{1}{\frac{E+1}{C}}}</math> (<math>\tanh</math>) gegen die Energie und <math>C = 1200</math>.</i> | 124 |



# Tabellenverzeichnis

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 1.1 | <i>Tabelle der bereits aktiven oder geplanten Compton-Rückstreuungs-Photonenquellen.</i>   | 2   |
| 2.1 | <i>Zuordnung der Observablen zu den Responsefunktionen bei Polarisationsexperimenten.</i>  | 9   |
| 2.2 | <i>Messkonfigurationen zur Bestimmung der Observablen bei Polarisationsexperimenten (l: linear, t: transversal, n: normal, -: unpolarisiert)</i>     | 9   |
| 4.1 | <i>Zuordnung der Spannungsteiler zu den Szintillatoren.</i>  | 33  |
| 4.2 | <i>Technische Daten von SF5-Bleiglas</i>   | 35  |
| 4.3 | <i>Fehler <math>\Delta E_{\gamma L}</math> der einzelnen Taggerlatten.</i>   | 39  |
| 6.1 | <i>Tabelle der Größen der Magneto-optik.</i>   | 65  |
| 9.1 | <i>Vergleich der bestehenden Methoden zur Erzeugung hochenergetischer Photonen.</i>  | 88  |
| A.1 | <i>Tabelle der Kohlenstoffeigenschaften und der Zerfallsprodukte des Kohlenstoffs im quasifreien Fall.</i>   | 90  |
| A.2 | <i>Tabelle der Multipolamplituden und der damit angeregten Zustände.</i>   | 105 |
| C.1 | <i>Tabelle der Magnetfelder <math>B_Z</math> und des Stromflusses je Spulenfenster <math>nI</math> der in Abbildung C.1 dargestellten Multipole.</i> | 117 |



# Literaturverzeichnis

- [Alb 03] J. ALBERING, **Hochtemperatur-Supraleiter-Technologie**, Arbeitsunterlagen zu der Lehrveranstaltung “Anorganisch-chemische Technologie 1”, Graz (2003).
- [Alt 68] K.H. ALTHOFF ET AL., **The 2.5 GeV Electron Synchrotron of the University of Bonn**, NIM *61* 1-30 (1968).
- [Alt 87] K.H. ALTHOFF, **ELSA - ein neuer Beschleuniger in der Mittelenergiephysik**, BONN-IR-87-30 (1987).
- [Bar 57] J. BARDEEN, L. N. COOPER, AND J. R. SCHRIEFFER, **Theory of Superconductivity**, Phys. Rev. *108* 1175-1204 (1957).
- [Ber 98] A. M. BERNSTEIN, M. M. PAVAN, **Experimental Chiral Dynamics: New Opportunities with Polarized Internal Targets and Almost-Real Photon Tagging**, arXiv:nucl-ex/9810008 (1998).
- [Bjo 64] J.D. BJORKEN, S.D. DRELL, **Relativistic Quantum Mechanics**, McGraw-Hill, New York (1964).
- [Bru 01] H. BRUNHÖBER, **Experimentelle Bestimmung der Interferenzbeiträge  $R_{LT}$  und  $R_{TT}$  zum Wirkungsquerschnitt der geladenen Pion-Elektroproduktion im Bereich der  $\Delta^+(1232)$ -Resonanz**, BONN-IR-2001-15 (2001).
- [Buc 77] W. BUCKEL, **Supraleitung**, Physik Verlag 2. Auflage (1977).
- [Car 91] U. CARSTENS, **Nachweis von Møllerstreuung und Untergrundereignissen am extrahierten ELAN-Strahl**, BONN-IR-91-58 (1991).
- [Coo 56] L. N. COOPER, **Bound Electron Pairs in a Degenerate Fermi Gas**, Phys. Rev. *104* 1189-1190 (1956).

- [Cre 01] V. CREDE, I FABRY, **Documentation of class Tagger and calibration of the tagging system**, CB Note 006 Bonn (2001).
- [D'An 00] A. D'ANGELO ET AL., **Generation of Compton Backscattering Gamma-Ray Beams**, NIM A *455* 1 1-6 (2000).
- [Dre 92] D. DRECHSEL, L. TIATOR, **Threshold pion photoproduction on nucleons**, Nucl. Part. Phys. *18* 449-497 (1992).
- [Dre 98] D. DRECHSEL, G. KREIN, **Gerasimov-Drell-Hearn sum rule and the single-pion photoproduction multipole  $E_{0+}$  close to threshold**, Phys. Rev. D *58* 116009 (1998).
- [Dut 94] H. DUTZ ET AL., **The new Bonn frozen spin target for experiments with real photons**, NIM A *340* 272-277 (1994).
- [Ehm 00] A. EHMANN, **Entwicklung, Aufbau und Test eines neuen Auslesesystems für den Crystal-Barrel-Detektor zur Messung photoinduzierter Reaktionen an ELSA Institut für Strahlen- und Kernphysik**, Dissertation Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2000).
- [Els 05] D. ELSNER, **Linearly polarized photons at ELSA and first photon beam asymmetries**, DPG-Referat (2005).
- [For 04] K. FORNET-PONSE, **Entwurf eines Fokalebeneendetektors für die Photonenmarkierungsanlage an ELSA**, Diplomarbeit Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2004).
- [Fri (00)] J. M. FRIEDRICH, **Messung der virtuellen Comptonstreuung an MAMI zur Bestimmung generalisierter Polarisierbarkeiten des Protons**, Dissertation, Institut für Kernphysik; Johannes Gutenberg-Universität Mainz (2000).
- [Gau 04] F. GAUTHERON ET AL., **The COMPASS polarized target**, Spin (2004).
- [Got 98] R.W. GOTHE, **Studium des elektroinduzierten  $N \rightarrow \Delta$ -Übergangs**, Habilitation Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (1998).
- [Got 90] R.W. GOTHE, **Kohärente und inkohärente Photoproduktion neutraler Pionen im  $^{12}\text{C}$** , Dissertation Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1990).



- [Hel 97] K.HELBBING, **Messung von totalen Photoabsorptionsquerschnitten mit dem GDH-Detektor**, BONN-IR-97-14 (1997).
- [Hof 00] M. HOFFMANN ET AL., **The polarized electron beam at ELSA**, Proceedings of the 14th International Spin Physics Symposium SPIN2000, Osaka (2000).
- [Hus 85] D. HUSMANN, **The ELSA Stretcher Ring**, Lecture Notes in Physics *234* 381-391 (1985).
- [Hus 88] D. HUSMANN MIT W.J. SCHWILLE, **ELSA - die neue Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage**, Phys. Bl. Nr. 2 *44* 1868-1886 (1988).
- [Jac 82] J. D. JACKSON, **Klassische Elektrodynamik**, De Gruyter (1982).
- [Jau 76] J. M. JAUCH, F. ROHRLICH, **The Theory of Photons and Electrons**, Springer Verlag (1976).
- [Jon 97] R. T. JONES, **Intense Beams of Polarized and Nearly Monochromatic Photons from Coherent Bremsstrahlung**, Jefferson Lab, Newport News (1997).
- [Kam 99] S. S. KAMALOV, D. DRECHSEL, G. KREIN, L. TIATOR, **Generalized Gerasimov-Drell-Hearn integral and the spin structure of the nucleon**, Phys. Rev. D *59*, 094021 (1999).
- [Ket 99] J.B. KETTERSON, S.N. SONG, **Superconductivity**, Cambridge University Press (1999).
- [Knö 95] G. KNÖCHLEIN, D. DRECHSEL, L. TIATOR, **Photo- and Electroproduction of Eta Mesons**, Z. Phys. A *352* (1995) 327.
- [Kon 01] M. KONRAD, **Ortssensitiver Detektor für hochenergetische Photonen bei höchsten Raten**, Diplomarbeit Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2001).
- [Kra 78] D. KRAMARCZYK, **Bau eines supraleitenden Rohres zur Abschirmung hoher Magnetfelder**, BONN-IR-78-1 (1978).
- [Lit 97] V. N. LITVINENKO ET AL, **Gamma Ray Production in a Storage Ring Free-Electron Laser**, Phys. Rev. *78* Nr. 24 (1997).

- [Lyn 64] E.A. LYNTON, **Supraleitung**, Hochschultaschenbücher Bibliographisches Institut (1964).
- [Mar 72] F. MARTIN, S. J. ST. LORANT AND W. T. TONER, **A four meter long superconducting magnetic flux exclusion tube for particle physics experiments**, NIM *103* 503-514(1972).
- [Møl 32] C. MØLLER, **Zur Theorie der Durchgangs schneller Elektronen durch Materie**, Annalen der Physik *14* 531-585 (1932).
- [MoT 69] L. W. MO, Y. S. TSAI, **Radiative Corrections to Elastic and Inelastic ep and  $\mu p$  Scattering**, Review of modern Physics *41* (1969).
- [OCo 82] T. O'CONNELL, National Bureau of Standards, NBSIR 82-2547 (1982).
- [Ols 59] H. OLSEN, L.C. MAXIMON, **Photon and Electron Polarisation in high Energy Bremsstrahlung and Pair Production with Screening**, Phys. Rev. *114*, 887 (1959).
- [Par 04] PARTICLE DATA GROUP, **Particle Physics Booklet**, CERN (2004).
- [Pas 04] E. PASYUK, M. DUGGER ET AL, **Measurement of polarization observables in  $\eta$ -photoproduction with CLAS**, Proposal to the Jefferson Lab PAC-27 (2004).
- [Per 74] M. L. PERL, **High Energy Hadron Physics**, John Wiley & Sons (1974).
- [Pov 95] POVH, RITH, SCHOLZ, ZETSCHKE, **Teilchen und Kerne; Abschnitt 6.2** Springer Verlag (1995).
- [Pan 55] W. K. H. PANOFSKY, C. M. NEWTON, AND G. B. YODH, **Pion Production by Electrons**, Phys. Rev. *98* 751-755 (1955).
- [Roh 03] C. ROHLOF, **Entwicklung polarisierter Targets zur Messung der Gerasimov-Drell-Hearn-Summenregel an ELSA**, Dissertation Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2003).
- [Sch 73] G. SCHNELL, **Magnete**, Thiemig Taschenbücher Band 49 (1973).

- [Sel 85] S. M. SELTZER AND M. J. BERGER, **Bremsstrahlung Spectra from Electron Interactions with Screened Atomic Nuclei and Orbital Electrons**, NIM B *12* 95 (1985).
- [Spe 02] THORSTEN SPECKNER, **Møller-Polarimetrie am GDH-Experiment sowie Bestimmung helizitätsabhängiger Photoabsorptionsquerschnitte an ELSA**, Dissertation Friedrich-Alexander-Universität Erlangen (2002).
- [Tho 01] A. W. THOMAS, W. WEISE, **The Structure of the Nucleon**, Wiley-VCH (2001).
- [Tai 04] J. L. TAIN ET AL, **Proposal for the Construction of a Gamma-Ray Beam Line at the Spanish Synchrotron ALBA**, Instituto de Fisica Corpuscular C.S.I.C Universität Valencia (2004).
- [Tak 03] N. TAKABAYASHI ET AL., **First results of the large COMPASS  $^6\text{LiD}$  polarized target**, NIM A *498* 101-111 (2003).
- [Tia 99] L. TIATOR, D. DRECHSEL, G. KNÖCHLEIN, C. BENNHOLD, **Analysis of resonance multipoles from polarisation observables in  $\eta$  Photoproduction**, Phys. Rev. C *60*, 035210 (1990).
- [Tia 03] L. TIATOR, D. DRECHSEL, S. S. KAMALOV, S. N. YANG, **Electromagnetic form Factors of the  $\Delta(1232)$  excitation**, Eur. Phys. J. A *17* 357-363 (2003).
- [Tim 69] U. TIMM, **Coherent Bremsstrahlung of Electrons in Crystals**, Fortschr. d. Physik *17* 765 - 808(1969).
- [Wag 86] B. WAGNER, **Entwicklung eines Møllerpolarimeters und Messung von longitudinaler und transversaler Elektronenpolarisation**, Dissertation Johannes Gutenberg-Universität Mainz (1986).
- [Wei 34] C. F. VON WEIZSÄCKER, **Ausstrahlung bei Stößen sehr schneller Elektronen**, Zeitschr. f. Phys. *88* 612 (1934).
- [Zei 02] G. ZEITLER, **Messung helizitätsabhängiger Photoabsorptionswirkungsquerschnitte zur experimentellen Überprüfung der GDH-Summenregel an ELSA**, Dissertation Friedrich-Alexander-Universität Erlangen (2002).



## Danksagung

Mein Dank geht an alle, die mich auf meinem Promotionswege unterstützt haben, und mir auf steilen strecken Mut und Hilfe zukommen ließen.

Besonders möchte ich Herrn Professor Schoch dafür danken, dass er für meine Fragen immer ein offenes Ohr hatte und mir stets mit Rat und wervollen Hinweisen die richtige Richtung wies, wenn es nötig war.

Der gesamten Beschleunigergruppe, allen voran Herrn Privatdozent Hillert, Herrn Dr. Frommberger und Herrn von Drachenfels, möchte ich, für ihre nimmermüde Bereitschaft mir mit Rat, Tat und ELSA zur Seite zu stehen, ebenfalls besonders danken.

Ein weiterer besonderer Dank geht an Tina Bantes, Stefan Höffgen, Ralf Ewald und Dieter Walther für jeden fachlichen und nicht fachlichen Gedankenaustausch in allen Lebenslagen, Professor Gothe und Hartmut Kalinowsky für unbezahlbare technische und fachliche Ratschläge.

Dank geht auch an Herrn Professor Schmieden, Herrn Professor Klein und ihre Mitarbeiter Susanne Kammer, Kathrin Fornet-Ponse, Frank Klein, Daniel Elsner und Andre Süle für ihre mannigfaltige Hilfe.

Allen Mitarbeitern der mechanischen und elektronischen Werkstätten danke ich für ihre unbürokratische Hilfe, ganz besonders Thomas Becker für die Wasserkühlung und Norbert Rick, der mir mit seinen Vakuumkenntnissen zu fast nichts verhalf.

Darüber hinaus danke ich meiner Familie und meiner Frau für alles übrige (und die Kommata, denen zu ihrem Recht verholten wurde).