

# **Phasenbasierte Charakterisierung transienter gerichteter Interaktionen**

**Dissertation**

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Tobias Wagner

aus Jülich

Bonn, Februar 2011



Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen  
Fakultät der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

1. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Lehnertz
2. Gutachter: Prof. Dr. Manfred Fiebig

Tag der mündlichen Prüfung: 29. Juli 2011

Diese Dissertation ist auf dem Hochschulschriftserver der ULB Bonn  
[http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss\\_online](http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online) elektronisch publiziert.

Erschienen 2011



## ZUSAMMENFASSUNG

Eine Vielzahl von natürlichen, räumlich ausgedehnten, komplexen dynamischen Systemen kann als Kombination interagierender eigenständiger (Sub-)Systeme aufgefasst werden. Interaktionen zwischen diesen Systemen sind jedoch meist nicht direkt beobachtbar, sie können aber anhand von Zeitreihen geeigneter Observablen charakterisiert werden. In der vorliegenden Dissertation wird eine Methode entwickelt, die, basierend auf dem Konzept der Phasensynchronisation, die Richtung von transienten Interaktionen zwischen dynamischen Systemen über ein Ensemble von Realisierungen (Messwiederholungen) zeitlich aufgelöst charakterisiert. Um eine Interpretierbarkeit – zumindest im statistischen Sinne – einer detektierten Interaktionsrichtung zu gewährleisten, wird zusätzlich ein auf dem Monte-Carlo-Konzept basierendes Surrogatverfahren entwickelt. Die Methode wird zunächst anhand synthetischer Zeitreihen, die aus Bewegungsgleichungen von einer Vielzahl von Modellsystemen mit wohlbekanntem Eigenschaften generiert wurden, in Abhängigkeit von verschiedenen Einflussfaktoren und Randbedingungen überprüft, um die Performanz in Hinblick auf die Analyse empirischer Daten abzuschätzen. Anschließend wird gezeigt, dass mit der entwickelten Methode erstmalig transiente Interaktionen zwischen verschiedenen Hirnstrukturen während kognitiver Prozesse durch Analyse sogenannter ereigniskorrelierter Potentiale nachgewiesen werden können. Ereigniskorrelierte Potentiale sind transiente Veränderungen der hirnelektrischen Aktivität, die durch die wiederholte Präsentation geeigneter Stimuli hervorgerufen werden und das Relaxationsverhalten involvierter Hirnstrukturen widerspiegeln. Die dabei erzielten Ergebnisse stehen im Einklang mit Hypothesen aus etablierten neurowissenschaftlichen Theorien zur Prozessierung von Gedächtnisinhalten. Die vorgestellte Methode ist geeignet, die Richtung transienter Interaktionen zwischen komplexen dynamischen Systemen zeitaufgelöst auch unter nicht optimalen Bedingungen zu charakterisieren.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen der Synchronisationstheorie</b>	<b>5</b>
2.1	Dynamische Systeme . . . . .	5
2.2	Interagierende Systeme . . . . .	8
2.3	Interaktionen zwischen stationären Systemen . . . . .	11
2.3.1	Phasendynamik und Synchronisation . . . . .	11
2.3.2	Synchronisationsformen . . . . .	16
2.4	Transiente Interaktionen und Ergodenhypothese . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Kenngößen für Stärke und Richtung von Interaktionen</b>	<b>21</b>
3.1	Phasenbestimmung . . . . .	22
3.2	Stärke der Interaktion . . . . .	24
3.2.1	Mittlere Phasenkohärenz für stationäre Systeme . . . . .	24
3.2.2	Mittlere Phasenkohärenz für transiente Dynamiken . . . . .	25
3.3	Richtung der Interaktionen . . . . .	26
3.3.1	Direktionalitätsindex für stationäre Systeme . . . . .	27
3.3.2	Direktionalitätsindex für transiente Dynamiken . . . . .	29
<b>4</b>	<b>Untersuchungen an Zeitreihen transient gekoppelter Modellsysteme</b>	<b>35</b>
4.1	Gekoppelte stochastische Phasenoszillatoren . . . . .	36
4.2	Gekoppelte chaotische Oszillatoren . . . . .	38
4.2.1	Zeitlich aufgelöster Direktionalitätsindex . . . . .	40
4.2.2	Zeitlich aufgelöste mittlere Phasenkohärenz . . . . .	45
4.2.3	Analyse der Surrogatmethode . . . . .	47
4.3	Verschiedene Einflussfaktoren . . . . .	51
4.3.1	Kopplungsstärke . . . . .	51
4.3.2	Signal-zu-Rausch-Verhältnis . . . . .	54
4.3.3	Sehr kurz andauernde Kopplungen . . . . .	55
4.4	Netzwerk von gekoppelten chaotischen Oszillatoren . . . . .	59
4.5	Zwischenfazit . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Untersuchungen transienter gerichteter Interaktionen im Gehirn</b>	<b>67</b>
5.1	Ereigniskorrelierte Potentiale und kognitive Prozesse . . . . .	68

5.2	Gerichtete Interaktionen und Gedächtnisbildung . . . . .	73
5.3	Interindividuelle Varianz gerichteter Interaktionen . . . . .	79
5.4	Zeitliche und räumliche Aspekte gerichteter Interaktionen . . . . .	89
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>95</b>
<b>A</b>	<b>Phasendynamik gekoppelter Systeme</b>	<b>99</b>
<b>B</b>	<b>Bestimmung von Phasenzereihen</b>	<b>101</b>
<b>C</b>	<b>Modellsysteme</b>	<b>103</b>
<b>D</b>	<b>Weitere Abbildungen und Tabellen</b>	<b>107</b>
	<b>Literatur</b>	<b>115</b>
	<b>Eigene Veröffentlichungen</b>	<b>131</b>



# 1 Einleitung

Eine Vielzahl von natürlichen, räumlich ausgedehnten, komplexen dynamischen Systemen kann als Kombination interagierender eigenständiger (Sub-)Systeme aufgefasst werden. Interaktionen zwischen diesen Systemen sind jedoch meist nicht direkt beobachtbar, sie können aber anhand von Zeitreihen geeigneter Observablen charakterisiert werden. Unter der Annahme, dass solche Zeitreihen Projektionen von hochdimensionalen Zustandsräumen der Systeme darstellen, wurde eine Vielzahl von Methoden zur Zeitreihenanalyse entwickelt [Bri81, Pri88, PRK01, KS03]. Dabei werden mit sogenannten *univariaten* Methoden die Zustände einzelner Systeme charakterisiert, wohingegen Stärke oder Richtung von Interaktionen zwischen zwei Systemen über sogenannte *bivariate* Methoden bestimmt werden können. Erste Verfahren, die die Interaktionsrichtung zwischen zwei Systemen anhand linearer Abhängigkeiten charakterisieren, gehen auf Norbert Wiener [Wie56] zurück und wurden vor allem durch die Arbeiten von Clive Granger [Gra69] zu dem Konzept der sogenannten *Granger-Kausalität* populär. In den letzten Jahren rückten gerade chaotische Dynamiken nichtlinearer Systeme, d.h. Systeme, die eine sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen zeigen, in den Fokus der Forschung [AVR86, PC90, PRK01]. Für die Charakterisierung von Interaktionen wurde eine Vielzahl von bivariaten Methoden vorgeschlagen, die auf Konzepten der nichtlinearen Dynamik, der Informationstheorie oder der Synchronisationstheorie basieren [PQB05, HSPVB07, LBH<sup>+</sup>09a].

Eine erste wissenschaftliche Beschreibung von *Synchronisation* wurde vom niederländischen Physiker Christiaan Huygens [Huy73] im 17. Jahrhundert verfasst. Synchronisation kann phänomenologisch als Justierung der Rhythmen zweier schwach interagierender Oszillatoren verstanden werden [PRK01] und wird in verschiedenen wissenschaftlichen Bereichen zur Beschreibung von Interaktionen herangezogen. Diese Beschreibung ist beispielsweise in der Festkörperphysik [PYW95], der Laserphysik [TDHH98, DBOR01, AP09], der Plasmaphysik [RPT<sup>+</sup>00], der Elektronik [Pik85, HCP94, PJLK96] oder der Thermodynamik [MVMB00], aber auch bei biologischen Systemen wie beispielsweise dem zirkadianen Rhythmus von Pflanzen [PRK01] und Menschen [CAS<sup>+</sup>86, Moo99, CDS<sup>+</sup>99] in Abhängigkeit vom Zyklus der Sonne relevant. Des Weiteren wird in den Neurowissenschaften das Gehirn als komplexes Netzwerk wechselwirkender Systeme aufgefasst, bei welchem Synchronisation sowohl für kognitive Prozesse wie z.B. die Bildung von Gedächtnisinhalten

[Buz06, FA11] als auch für pathologische Fehlfunktionen wie Epilepsie [LBH<sup>+</sup>09b] eine entscheidende Rolle spielt. Für das Phänomen der Synchronisation existieren heute verschiedene mathematische Formulierungen, wobei das Konzept der Phasensynchronisation für die vorliegende Arbeit relevant ist. Phasensynchronisation beschreibt Interaktionen anhand von Abhängigkeiten zwischen Phasen unter der Annahme, dass diese ausgezeichnete Variablen von autonomen dissipativen Systemen sind. Die Phase entspricht per Definition derjenigen Variable, die die Dynamik in der Ausbreitungsrichtung, in welcher das Zustandsraumvolumen erhalten bleibt, auf dem Attraktor beschreibt, und ist demnach besonders sensitiv gegenüber schwachen Interaktionen [PRK01]. Das Konzept der Phasensynchronisation konnte durch einen verallgemeinerten Begriff der Phase für die Beschreibung von Interaktionen zwischen nichtlinearen Systemen mit chaotischen Dynamiken erweitert werden [RPK96].

Häufig wird für die Charakterisierung von Interaktionen angenommen, dass die Systeme in einem Beobachtungsintervall stationär sind und sich insbesondere die Interaktion zwischen den Systemen nicht ändert. Mit dieser Annahme konkurriert die Tatsache, dass in diesem Beobachtungsintervall eine ausreichende Anzahl von Messwerten erfasst werden muss, um Interaktionsstärke bzw. -richtung statistisch valide bestimmen zu können. Es können jedoch gerade *kurz andauernde, transiente Interaktionen* von besonderem Interesse sein. In vielen Gebieten, beispielsweise in der klassischen Mechanik [RPH09], der Quantenphysik [Lev01], der Atomphysik [MEW<sup>+</sup>09] oder der Klimaforschung [Wei91] sind transiente Interaktionen Gegenstand aktueller Forschung. Auch in den Neurowissenschaften sind die Untersuchungen kognitiver Prozesse anhand von Zeitreihen transienter hirnelektrischer Aktivität für das Verständnis der Funktionsweise des Systems Gehirn von entscheidender Bedeutung. Durch die wiederholte Präsentation externer Stimuli kann der Zustand des Systems gezielt gestört werden, wobei die nachfolgende Relaxation einer transienten Dynamik entspricht. Diese als ereigniskorrelierte Potentiale oder *event-related potentials* (ERPs) [Bar86, GC86, MA87] bekannten Änderungen der Systemdynamik können z.B. mit Hilfe des Elektroenzephalogramms (EEGs) bestimmt werden. Hieran konnte in früheren Studien beispielsweise die Interaktionsstärke [FKL<sup>+</sup>01] zwischen zwei Hirnstrukturen in Abhängigkeit kognitiver Prozesse bestimmt werden, die über einen Zeitbereich von hundert Millisekunden oder weniger variiert.

Um Interaktionsstärke bzw. -richtung zeitaufgelöst anhand transienter Signale bestimmen zu können, kann die Ergodenhypothese, die 1887 von dem österreichischen Physiker Ludwig Boltzmann aufgestellt wurde, ausgenutzt werden. Dabei wird für ergodische Systeme angenommen, dass für beliebige Maße der zeitliche Mittelwert mit dem Ensemblemittelwert (Scharmittel) übereinstimmt. Hierzu können Ensembles bestimmter Zustände über Realisierungen (Messwiederholungen) definiert werden, um den Zustandsraum eines Systems zu bestimmen. Während für die Charakterisierung der Stärke von transienten Interaktionen verschiedene Methoden

---

vorgeschlagen wurden (vergleiche Zitate in [ALD06, 4]) sind für die Charakterisierung der transienten Interaktionsrichtung bisher nur wenige zustandsraumbasierte [ALD06, IOLK08] oder informationstheoretische [3] Methoden verfügbar.

In der vorliegenden Arbeit wird eine bivariate Methode [4], die auf Konzepten der Phasensynchronisation basiert, zur Charakterisierung transienter Interaktionsrichtungen präsentiert. Die Methode zeichnet sich im Vergleich mit den zustandsraumbasierten oder informationstheoretischen Methoden dadurch aus, dass keine Einbettung [Tak81], die stark von der Wahl geeigneter Parameter abhängt, notwendig ist. Im Gegensatz hierzu kann die Bestimmung der Phasen beispielsweise unter Verwendung der Hilbert-Transformation [Boa92] vergleichsweise einfach durchgeführt werden.

Im folgenden Kapitel wird ein Überblick über die theoretischen Grundlagen und Konzepte ausgehend von dynamischen Systemen bis hin zur Phasensynchronisation gegeben. Anschließend wird im dritten Kapitel die neu entwickelte Methode zur Charakterisierung transienter Interaktionsrichtungen hergeleitet und theoretisch beschrieben. Des Weiteren wird ein Verfahren zur Erstellung von sogenannten Surrogaten vorgestellt, mit denen die Signifikanz der Charakterisierungen bestimmt werden kann und somit mögliche Fehlinterpretationen vermieden werden können. Im vierten Kapitel werden verschiedene Algorithmen zur Berechnung des Direktionalitätsindex getestet und darüber hinaus wird die Performanz des Direktionalitätsindex in Abhängigkeit von Randbedingungen, wie sie bei der Analyse von Felddaten auftreten können, mit Hilfe der Surrogatmethode überprüft. In Kapitel fünf werden transiente Interaktionsrichtungen zwischen Hirnstrukturen während Einspeichern oder Abruf von Gedächtnisinhalten in Hinblick auf eine neurowissenschaftliche Hypothese [KHK05] mit dem Direktionalitätsindex anhand von ERPs charakterisiert. Die Ergebnisse der Arbeit werden in Kapitel sechs zusammengefaßt und es wird ein Ausblick auf zukünftig relevante Fragestellungen gegeben.



## 2 Grundlagen der Synchronisationstheorie

In der vorliegenden Arbeit werden gerichtete und gewichtete Interaktionen zwischen zwei Systemen mit Methoden der Zeitreihenanalyse basierend auf dem Phänomen der Phasensynchronisation untersucht. Der Begriff Synchronisation stammt von den griechischen Wörtern  $\sigma\acute{\upsilon}\nu$ , *syn* = zusammen und  $\chi\rho\acute{o}\nu\omicron\varsigma$ , *chronos* = Zeit und bedeutet gleichzeitig, gleichlaufend oder simultan. Die ersten wissenschaftlichen Beschreibungen des Phänomens der Synchronisation stammen aus dem 17. Jahrhundert und gehen auf den niederländischen Physiker Christiaan Huygens zurück [Huy73]. Huygens beschreibt die gegenseitige Justierung der Oszillationen der Pendel zweier Pendeluhren, deren Gehäuse über einen beweglichen Holzbalken miteinander verbunden sind. Diese gegenseitige Wechselwirkung bezeichnet Huygens als *Sympathie zwischen zwei Uhren* [Huy67]. Synchronisation wird phänomenologisch als *Justierung der Rhythmen zwischen Oszillatoren aufgrund einer schwachen (gegenseitigen) Wechselwirkung* beschrieben [PRK01], was mit verschiedenen mathematischen Formulierungen wie vollständige, Zeitversatz-, Phasen- oder generalisierte Synchronisation erfasst werden kann (vgl. Abschnitt 2.3.2). Für das Verständnis von Synchronisation ist der Begriff des chaotischen dynamischen Systems (vgl. Abschnitt 2.1), insbesondere gekoppelter Systeme (vgl. Abschnitt 2.2) hilfreich. In dieser Arbeit werden Kenngrößen für Direktionalität hinsichtlich ihrer Performanz in Bezug auf die Charakterisierung von Felddaten untersucht, die auf dem Konzept der Phasensynchronisation (vgl. Abschnitt 2.3.1) basieren. Ein besonderer Schwerpunkt bildet dabei der Übergang von der Charakterisierung stationärer Systeme zu der Charakterisierung transienter Dynamiken, was durch die Annahme der Ergodizität (vgl. Abschnitt 2.4) der beobachteten Systeme ermöglicht wird.

### 2.1 Dynamische Systeme

#### Fluss und Abbildung

Dynamische Systeme dienen der mathematischen Beschreibung der zeitlichen Entwicklung realer Systeme oder deren Teilsysteme. Der Fluss eines Systems ist defi-

niert durch eine Familie von Abbildungen,

$$\varphi_t : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{M}, \quad (2.1)$$

vom Zustandsraum  $\mathbb{M}$  auf sich selber mit den Parameter  $t \in \mathbb{R}$ , der die zeitliche Entwicklung beschreibt. Es gilt:

$$\varphi_0 = \text{Id}, \quad (2.2)$$

$$\varphi_t \circ \varphi_{t'} = \varphi_{t+t'}, \quad \forall t, t' \in \mathbb{R}. \quad (2.3)$$

Der Zustandsraum wird im Weiteren als  $\mathbb{M} = \mathbb{R}^{d_x}$  angenommen, wobei jeder Vektor  $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_{d_x}(t))$  den Zustand des Systems zum Zeitpunkt  $t$  repräsentiert. Für diesen zeitkontinuierlichen Fall kann das dynamische System durch eine Familie von Differentialgleichungen erster Ordnung beschrieben werden, d.h.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \varphi(t, \mathbf{x}(t)), \quad t \in \mathbb{R}. \quad (2.4)$$

Im Folgenden wird angenommen, dass die Systeme autonom, d.h. nicht explizit von der Zeit abhängig, sind:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \varphi(\mathbf{x}(t)), \quad t \in \mathbb{R}. \quad (2.5)$$

Falls zeitlich diskrete Zeitreihen vorliegen, z.B. durch eine zeitliche diskrete Abtastung kontinuierlicher Systeme mit dem Abtastintervall  $\delta t$ , kann zur Beschreibung dynamischer Systeme eine diskrete Darstellung verwendet werden. Die Entwicklung des dynamischen Systems ist über die Abbildung  $\Phi$  definiert, so dass

$$\mathbf{x}_{j+1} = \Phi(\mathbf{x}_j), \quad j \in \mathbb{N}. \quad (2.6)$$

Die gesamte zeitliche Entwicklung des Systems für  $j > 0$  wird durch rekursive Anwendung der Abbildung bestimmt,

$$\mathbf{x}_{k+j} = \Phi^k(\mathbf{x}_j), \quad \text{mit} \quad \Phi^k = \underbrace{\Phi \circ \dots \circ \Phi}_{k\text{-mal}}, \quad (2.7)$$

und das Bild dieser Entwicklung,

$$\{\Phi^k(\mathbf{x}_0)\}_{k \in \mathbb{N}}, \quad (2.8)$$

wird als Trajektorie oder Orbit mit Anfang  $\mathbf{x}_0$  bezeichnet. Für invertierbare Systeme ist die Abbildung für die negative Zeit ( $j < 0$ ) mit der Umkehrfunktion analog zu Gleichung (2.7) definiert. Diese zeitdiskrete Darstellung wird im Folgenden verwendet. Ein dynamisches System wird nichtlinear genannt, wenn  $\Phi$  nichtlinear ist. Im Fall einer deterministischen Abbildung  $\Phi$  ist jeder Zustandsvektor  $\mathbf{x}_j$  eindeutig vom  $\mathbf{x}_{j-1}$  abhängig und die Trajektorien kreuzen sich nicht. Im Gegensatz zu deterministischen Systemen bilden stochastische Systeme die Zustände  $\mathbf{x}_j$  gemäß bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilungen ab.

## Chaotische Systeme

Dynamische Systeme können als konservativ (hamiltonisch) oder dissipativ unterschieden werden. Bei konservativen Systemen bleibt ein beliebiges Volumen im Zustandsraum während der zeitlichen Entwicklung erhalten, d.h. für die Determinante der Jacobimatrix  $\det J_\Phi(\mathbf{x})$  gilt:

$$|\det J_\Phi(\mathbf{x})| = 1, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{d_x}. \quad (2.9)$$

Im Gegensatz dazu bleiben kleine Zustandsraumvolumina durch dissipative Abbildungen nicht erhalten, d.h. Volumina können expandieren oder kontrahieren. Für stabile dissipative Systeme gilt:

$$|\det J_\Phi(\mathbf{x})| < 1, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{d_x}. \quad (2.10)$$

Ein Großteil der Trajektorien verschiedener Anfangsbedingungen erreicht nach einem Einschwingvorgang eine beschränkte Untermenge des Zustandsraum. Diese kompakte Menge  $\Lambda \subset \mathbb{M}$  heißt Attraktor der Abbildung  $\Phi : \mathbb{M} \rightarrow \mathbb{M}$ , wenn für eine Nachbarschaft  $U$  von  $\Lambda$

$$\Phi(U) \subset U \quad (2.11)$$

und

$$\Lambda = \bigcap_{j \in \mathbb{N}} \Phi^j(U) \quad (2.12)$$

gilt [KH95, Jos05]. Neben dissipativen Systemen mit (quasi-)periodischen Oszillationen gibt es Systeme, welche sensitiv abhängig von den Anfangsbedingungen sind und als chaotisch bezeichnet werden. Ein Indikator hierfür ist die exponentielle Divergenz zweier benachbarter Trajektoriensegmente, welche durch die Lyapunov-Exponenten quantifiziert werden kann. Die Folge der Lyapunov-Exponenten,

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{d_x}, \quad (2.13)$$

einer Abbildung wird über die zugehörigen Singulärwerte<sup>1</sup>  $\tilde{s}_k$  der Jacobi-Matrix  $J_\Phi$  definiert [BSMM05]:

$$\lambda_k = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \tilde{s}_k. \quad (2.14)$$

Für chaotische Systeme ist der größte Lyapunov-Exponent positiv und das Inverse von  $\lambda_{\max} := \lambda_1$  bestimmt die charakteristische Zeit der Instabilität.<sup>2</sup> Häufig besitzen chaotische Systeme so genannte seltsame Attraktoren, welche sich durch eine fraktale Dimension auszeichnen [Ott94]. Dies impliziert, dass die chaotische Dynamik eines Systems durch geometrische Eigenschaften des Attraktors im Zustandsraum reflektiert wird.

<sup>1</sup>Singulärwerte einer beliebigen Matrix  $L$  sind die nichtnegativen Wurzeln der Eigenwerte der positiv semidefiniten Matrix  $L^T L$ .

<sup>2</sup>Die charakteristische Zeit der Instabilität entspricht ungefähr der Verdopplung einer Störung in Richtung des maximalen Lyapunov-Exponenten.

## 2.2 Interagierende Systeme

In der vorliegenden Arbeit werden Wechselwirkungen zwischen dynamischen Systemen untersucht. Ein gleichzeitiger, gegenseitiger Einfluss wird dabei als *bidirektional* bezeichnet, ein einseitiger Einfluss von z.B. einem System  $X$  auf ein System  $Y$  als *unidirektional*.

Mit den Zustandsvektoren der autonomen Systeme  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{d_X}$ ,  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{d_Y}$  kann die ungekoppelte Dynamik gemäß Gl. (2.5) beschrieben werden:

$$\begin{aligned} X : \dot{\mathbf{x}}(t) &= \varphi^{(X)}(\mathbf{x}(t)), \quad \text{mit } \varphi^{(X)} : \mathbb{R}^{d_X} \rightarrow \mathbb{R}^{d_X}, \\ Y : \dot{\mathbf{y}}(t) &= \varphi^{(Y)}(\mathbf{y}(t)), \quad \text{mit } \varphi^{(Y)} : \mathbb{R}^{d_Y} \rightarrow \mathbb{R}^{d_Y}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Für bidirektional gekoppelte Systeme sind die Bewegungsgleichungen funktional voneinander abhängig:

$$\begin{aligned} X : \dot{\mathbf{x}}(t) &= \varphi^{(X)}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)), \quad \text{mit } \varphi^{(X)} : \mathbb{R}^{d_X+d_Y} \rightarrow \mathbb{R}^{d_X}, \\ Y : \dot{\mathbf{y}}(t) &= \varphi^{(Y)}(\mathbf{y}(t), \mathbf{x}(t)), \quad \text{mit } \varphi^{(Y)} : \mathbb{R}^{d_Y+d_X} \rightarrow \mathbb{R}^{d_Y}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Bei eingeschalteter Kopplung können die Systeme  $X$  und  $Y$  als ein gemeinsames System  $Z$  betrachtet werden. Der Zustandsraum dieses System entspricht einer Projektion der Dynamik auf einen gemeinsamen Unterraum  $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{d_Z}$  beider Systeme. Die Gesamtdimension von beiden Systemen bleibt i.d.R. dabei nicht erhalten:

$$d_Z \leq d_X + d_Y. \quad (2.17)$$

### Diffusive Kopplung

Die *diffusive Kopplung* verbindet die beiden freien Differentialgleichungssysteme über einen additiven Dämpfungsterm. Dabei ist für diese Art der Kopplung charakteristisch, dass die Kopplung bei  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{y}(t)$  verschwindet. Die Gleichungssysteme können als Gl. (2.15) plus einen diffusiven Kopplungsterm geschrieben werden,

$$\begin{aligned} X : \dot{\mathbf{x}}(t) &= \varphi^{(X)}(\mathbf{x}(t)) + \epsilon_X \mathbf{K}_X(\mathbf{y}(t) - \mathbf{x}(t)), \\ Y : \dot{\mathbf{y}}(t) &= \varphi^{(Y)}(\mathbf{y}(t)) + \epsilon_Y \mathbf{K}_Y(\mathbf{x}(t) - \mathbf{y}(t)), \end{aligned} \quad (2.18)$$

wobei die Kopplungsstärke über die Parameter  $\epsilon_{X,Y}$  gegeben sind und die Komponenten der linearen Abbildung  $\mathbf{K}_{X,Y}$  die Koordinaten festlegen, welche auf das jeweilige System wirken. Über die Kopplungsstärken  $\epsilon_{X,Y}$  kann der Grad der Synchronisation für stationäre nichtlineare Systeme [Pik84] eingestellt werden. Eine Erhöhung der Kopplungsstärke vergrößert i.d.R. den Grad der Synchronisation für  $t \rightarrow \infty$ . Der Grad der Synchronisation hängt einerseits von der Kopplungsstärke ab,



welche im Folgenden als bidirektional  $\epsilon = \epsilon_X = \epsilon_Y$  angenommen wird. Andererseits wird dieser durch die exponentielle Divergenz des Systems  $Z$ , die über den maximalen Lyapunov-Exponenten  $\lambda_{\max}$  (siehe Gl. (2.13)) abgeschätzt wird, bestimmt. Die *effektive Kopplung*  $\epsilon^*$  stationärer Systeme ist von diesen Parametern abhängig:

$$\epsilon^* \propto \frac{\epsilon}{\ln(\lambda_{\max})}. \quad (2.19)$$

Durch die effektive Kopplung kann der wechselseitige Einfluss in drei verschiedene Regimes unterteilt werden: Unterhalb eines kritischen Werts  $\epsilon^* < \epsilon_{\min}^*$  sind die Systeme weitgehend unbeeinflusst und verhalten sich nach Gl. (2.15). Für  $\epsilon^* > \epsilon_{\max}^*$  sind die Systeme vollständig synchronisiert,  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{y}(t)$ . Im Kopplungsbereich  $\epsilon_{\min}^* \leq \epsilon \leq \epsilon_{\max}^*$ , welcher als *intermittent* bezeichnet wird [PST93, OS94, ZPRK99], beeinflussen sich die Systeme merklich, sind aber im zeitlichen Mittel verschieden. In diesem Bereich kann sich die Dynamik des stationären Systems  $Z$  u.a. durch *blow-out*-Bifurkationen auszeichnen, d.h. synchronisierte und nicht synchronisierte Systemzustände wechseln sich ab. Dabei ist die Dynamik von  $Z$  im Allgemeinen chaotisch.

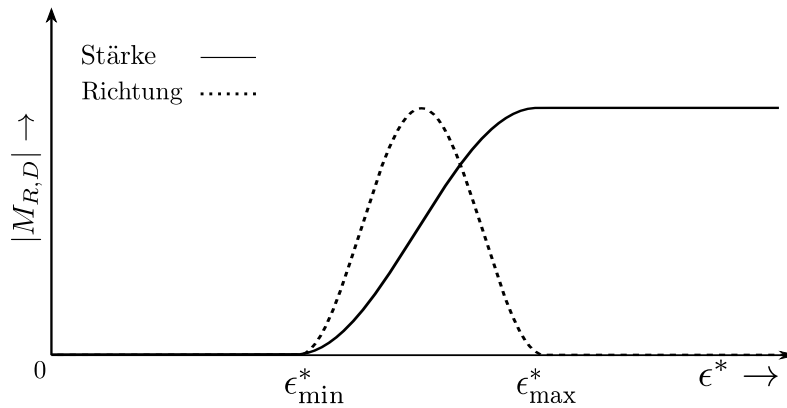
### Transiente Kopplung

Ein Ziel dieser Arbeit ist es, insbesondere *transiente Signale nichtstationärer Systeme* in Hinblick auf Interaktionen zu charakterisieren. Kopplungen werden als transient bezeichnet, wenn sich das System  $Z$  aufgrund einer vorausgegangenen Änderung der Kopplungsstärke in einem transienten Zustand befindet. Dies setzt eine zeitabhängige Kopplungsstärke  $\epsilon(t)$  voraus und impliziert damit eine zeitliche Änderung des Gesamtsystems  $Z$ . Den Änderungen anderer Systemparameter hingegen entspricht, dass im Gegenzug die effektive Kopplung verändert wird, falls ein Einfluss auf  $\lambda_{\max}$  vorhanden ist. Im Zeitintervall des transienten Einschwingvorgangs  $t \in [0, \mathcal{T}_{\max}]$  ist der gegenseitige Einfluss zwischen Systemen von der Dauer der Kopplung abhängig. Die effektive Kopplung variiert daher im zeitlichen Mittel mit der Kopplungsdauer  $\mathcal{T}$  zwischen den Systemen:

$$\epsilon^* \propto \frac{\epsilon(t)}{\ln(\lambda_{\max})} \frac{\mathcal{T}}{\mathcal{T}_{\max}}, \quad \text{für } \mathcal{T} \leq \mathcal{T}_{\max}. \quad (2.20)$$

Über den zeitlichen Verlauf nach dem Einsetzen einer transienten Kopplung kann aufgrund des Einschwingvorgangs in Abhängigkeit von den Dynamiken der untersuchten Systeme keine triviale Aussage getätigt werden. Der Einfluss der Kopplungsdauer auf die Synchronisation zweier Systemen wird in dieser Arbeit näher untersucht.

Bidirektionale Kenngrößen für die Stärke oder Richtung von Interaktionen können als *symmetrisch* ( $M(X, Y) = M(Y, X)$ ) oder *asymmetrisch* ( $M(X, Y) \neq M(Y, X)$ )



**Abbildung 2.1:** Abhängigkeit idealisierter Kenngrößen für Stärke  $M_S$  und Richtung  $M_D$  der Synchronisation von der effektiven Kopplung zwischen zwei Systemen. Die effektive Kopplungsstärke  $\epsilon_{\min,\max}^*$  trennt die nicht, schwach und stark synchronisierten Regime.

unterschieden werden. Die Kenngröße für die Stärke der Synchronisation entspricht einer Korrelationsmessung zwischen  $X$  und  $Y$  und ist somit symmetrisch, die Richtung der Interaktion wird über einen asymmetrischen Einfluss von  $X \rightarrow Y$  und  $Y \rightarrow X$  bestimmt. Die Abhängigkeit idealisierter Synchronisationskenngrößen für Stärke  $M_S$  und Richtung  $M_D$  von transienten Interaktionen kann durch Schreibweise der effektiven Kopplung von stationären [Wag06, Ost08, 10] auf transiente Systeme übertragen werden (siehe Abb. 2.1):

- $\epsilon^* < \epsilon_{\min}^*$  : Die Systeme sind nicht ausreichend gekoppelt, um Stärke oder Richtung zu detektieren,  $M_{S,D} = 0$ .
- $\epsilon_{\min}^* \leq \epsilon^* \leq \epsilon_{\max}^*$  : Mit wachsender Kopplungsstärke steigt der Grad der Synchronisationsstärke  $M_S$ . Die Richtung der Interaktion  $M_D$  kann bei mittleren Kopplungsstärken optimal ( $|M_D| = \max$ ) detektiert werden. Während in der Nähe von  $\epsilon_{\min}^*$  die Interaktion noch nicht ausreichend ist, um Asymmetrien zu detektieren, nähern sich Systemzustände bei Kopplungsstärken um  $\epsilon_{\max}^*$  symmetrischen Verteilungen  $\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{y}(t)$  an, und die Detektion der Interaktionsrichtung wird schwieriger.
- $\epsilon^* > \epsilon_{\max}^*$  : Die Systeme sind vollständig synchronisiert, d.h.  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{y}(t)$ . Eine Kenngröße für Interaktionsstärke  $M_S$  ist maximal. Die Interaktionsrichtung zwischen den Systemen kann nicht mehr detektiert werden, da die Zustände der Systeme gleich sind.

## 2.3 Interaktionen zwischen stationären Systemen

### 2.3.1 Phasendynamik und Synchronisation

Die theoretische Beschreibung der Dynamik von Phasen ungekoppelter, aber auch uni- oder bidirektional gekoppelter Systeme kann über geschlossene Differentialgleichungen erfolgen [Mal56, Kur84]. Die Systeme werden hierzu als selbst-erhaltende Oszillatoren, also als dissipative Systeme angenommen. Zur mathematischen Beschreibung wird von schwachen Kopplungen, d.h. Kopplungen, die in erster Näherung nur die Phasen aber nicht die Amplituden beeinflussen, ausgegangen.

Die Differentialgleichungen der Phasendynamik sind unabhängig von Mittelungen formuliert. Dagegen werden Kenngrößen wie z.B. die beobachteten Frequenzen (Gl. (2.24)) und damit auch die Beschreibungen von Synchronisation im Allgemeinen über ein zeitliches Mittel  $\langle \cdot \rangle_T$  betrachtet. Dies geschieht unter der **Annahme der (schwachen) Stationarität** und der Ergodizität der Systeme im Beobachtungszeitraum. Der Übergang zu transienten Dynamiken wird im Abschnitt 2.4 diskutiert.

#### Ungekoppeltes System

Die Dynamik eines autonomen dissipativen Systems (vgl. Gl. (2.5)) mit periodischen selbst-erhaltenden Oszillationen entspricht einem stabilen Attraktor  $\Lambda$ , auch als Grenzyklus bezeichnet, im Zustandsraum. Die zyklische Variable, die die Bewegung eines Systems  $X$  auf dem Attraktor beschreibt, wird als Phase bezeichnet:

$$\phi_X = \phi(\mathbf{x}(t)), \quad \text{mit } \mathbf{x} \in \Lambda. \quad (2.21)$$

Aus der Forderung, dass die Phase proportional mit der Zeit pro Periode  $T_X$  um  $2\pi$  wächst, folgt:

$$\frac{d\phi_X}{dt} = \frac{2\pi}{T_X} = \omega_X, \quad (2.22)$$

mit der natürlichen Kreisfrequenz  $\omega_X$ . Die Phase kann als die Variable mit der neutralen, stabilen Ausbreitungsrichtung des Systems definiert werden, d.h. sie ist sensitiv bezüglich der Anfangsbedingungen und Störungen der Phase bleiben erhalten. Diese Definition der Phase bedingt ein autonomes System, d.h. das System ist unabhängig von der Zeit  $t$ . Die Dynamik ist alleine von den Anfangsbedingungen  $\mathbf{x}_0$  abhängig. Auf  $\Lambda$  entspricht die Phase der Variable mit der Ausbreitungsrichtung entlang des null-Lyapunov-Exponenten ( $\lambda = 0$ ). Der Amplitude entsprechen alle anderen Variablen des Systems, welche sich in lokal transversaler Richtung zum Attraktor befinden ( $\lambda \neq 0$ ).

In der Nähe des Attraktors kann die Phase über isochrone transversale Hyperflächen definiert werden [Win67, Guc75, Win80, Kur84]. Falls die Hyperflächen konstanter Phasen nicht-orthogonal zum Grenzyklus stehen, ist die Phasengeschwindigkeit des Systems von der Amplitude abhängig, was als nicht-isochron bezeichnet wird. Für nicht-isochrone Phasen ist eine gemessene Phase i.d.R. nicht monoton. Die monoton rotierende Phase  $\phi_x$  ist theoretisch anhand jeder anderen zyklischen aber nicht monotonen Variable  $\theta$  über eine Transformation

$$\phi_x = \omega_x \int_0^{\theta'} \frac{dt}{d\theta} d\theta' \quad (2.23)$$

bestimmbar. Die praktische Anwendbarkeit dieser Transformation wird in Abschnitt 3.1 diskutiert. Eine wichtige Folgerung aus dieser Übertragbarkeit ist, dass gemessene Kreisfrequenzen  $\Omega_x$  im zeitlichen Mittel  $\langle \cdot \rangle_T$  von  $\phi_x$  und  $\theta$  gleich sind, d.h.

$$\Omega_x = \langle \dot{\phi}_x \rangle_T = \langle \dot{\theta} \rangle_T. \quad (2.24)$$

### Unidirektionale Kopplung

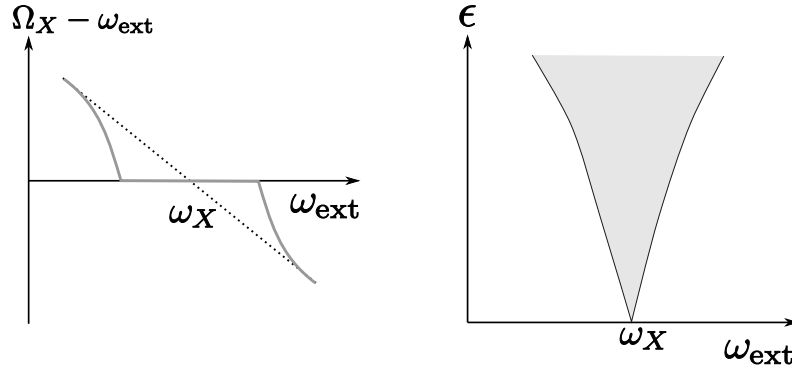
Unter der Annahme einer schwachen externen periodischen Kraft kann die Dynamik der Phase durch eine Erweiterung der Differentialgleichung Gl. (2.22) beschrieben werden. Die externe Störung kann allgemeiner als eine unidirektionale oder *master-slave* Kopplung des Systems, der die externe Kraft zugrunde liegt, auf System  $X$  verstanden werden. Die externe Kraft wird im Folgenden als periodisch mit der Phase  $\phi_{\text{ext}}$  angenommen. Die Differentialgleichung für die Phase kann somit als

$$\frac{d\phi_x}{dt} = \omega_x + \epsilon \mathcal{K}(\phi_{\text{ext}}, \phi_x), \quad (2.25)$$

geschrieben werden (zur Herleitung siehe Anhang A). Hierbei ist die Kopplungsstärke  $\epsilon$  proportional zur Amplitude der Kraft. Die Kopplungsfunktion  $\mathcal{K}$  ist  $2\pi$ -periodisch sowohl in  $\phi_{\text{ext}}$  als auch in  $\phi_x$  und Gl. (2.25) beschreibt eine Dynamik auf dem  $\phi_x$ - $\phi_{\text{ext}}$ -Torus.

Eine mathematische Beschreibung von Synchronisation gelingt über eine stroboskopische Beobachtung der Phase  $\phi_x$  mit der Kreisfrequenz  $\omega_{\text{ext}}$ , was der Untersuchung in einem rotierenden Referenzsystem entspricht. Hierdurch kann die zweidimensionale Differentialgleichung Gl. (2.25) auf eine diskrete eindimensionale Abbildung, die so genannte *Kreisabbildung*, überführt werden. Über das Verhältnis zwischen der gemessenen Anzahl von Oszillationen am System  $X$  und der Frequenz der externen Kraft ( $\alpha : \beta$ ), welches als *rotation number* bezeichnet wird, kann der Grad der Synchronisation definiert werden [Ott94, KH95]:

$$\Omega_x = \frac{\alpha}{\beta} \Omega_{\text{ext}}, \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{N}. \quad (2.26)$$



**Abbildung 2.2:** *Links:* Unterschied zwischen der beobachteten Frequenz  $\Omega_X$  des getriebenen Systems  $X$  und der Frequenz  $\omega_{\text{ext}}$  der externen Kraft in Abhängigkeit von  $\omega_{\text{ext}}$  (graue Linie). Die Kopplungsstärke  $\epsilon$  zwischen den beiden Systemen ist dabei fix. In der Nähe der Eigenfrequenz  $\omega_X$  des Systems  $X$  ist der Frequenzunterschied zwischen beiden Systemen null, was dem *frequency locking* (in diesem Fall 1:1) entspricht. Auch in der Nähe der Frequenzsynchronisation weicht die beobachtete Frequenz  $\Omega_X$  von der Differenz der Frequenzen  $\omega_X - \omega_{\text{ext}}$  (gestrichelte Linie) ab. Die Frequenz des getriebenen Systems wird so beeinflusst, dass  $\Omega_X \neq \omega_X$ . *Rechts:* Die Region, in der das System  $X$  mit der externen Kraft synchronisiert, wird Synchronisationsregion oder *Arnoldzunge* genannt (grau gefüllte Fläche). Die Frequenzsynchronisation hängt sowohl von der Frequenz der externen Kraft  $\omega_{\text{ext}}$  als auch von der Kopplungsstärke zwischen den Systemen ab. Die linke Abbildung kann hierbei als Schnitt durch die Arnoldzunge (rechts) bei einer fixen Kopplungsstärke  $\epsilon$  aufgefasst werden.

Über ein festes rationales Verhältnis ( $\alpha : \beta$ ) ist die Frequenzsynchronisation oder *frequency locking* definiert (siehe Abbildung 2.2). Eine stärkere Definition für Synchronisation, das *phase locking*, bezieht sich auf das Verhältnis der Phasen beider Systeme:

$$\alpha\phi_X - \beta\phi_{\text{ext}} = 0, \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{N}, \quad (2.27)$$

wobei im Folgenden der Fall  $\alpha = \beta = 1$ , also eine 1 : 1 Synchronisation angenommen wird. Diese Definition fordert für den Fall der Synchronisation  $\phi_X = \phi_{\text{ext}}$ . Allgemeiner kann ein konstanter Versatz zwischen beiden Phasen erlaubt werden, was einer gleichmäßigen Rotation beider Systeme mit exakt gleichen Frequenzen und unterschiedlichen Phasen entspricht. Über die Phasendifferenz  $\psi = \phi_X - \phi_{\text{ext}}$  kann Gl. (2.25) mit der Kopplungsfunktion  $\mathcal{K}(\phi_{\text{ext}}, \phi_X) =: \mathcal{Q}(\psi)$  als

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_X - \omega_{\text{ext}} + \epsilon\mathcal{Q}(\psi) \quad (2.28)$$

geschrieben werden. Falls der Frequenzunterschied ausreichend klein ist ( $\epsilon\mathcal{Q}_{\min} < |\omega_X - \omega_{\text{ext}}| < \epsilon\mathcal{Q}_{\max}$ ), ist die Phasendifferenz konstant. In Abhängigkeit von der

Kopplungsstärke und dem Frequenzunterschied können folglich Synchronisationsregionen, so genannte *Arnoldzungen* bestimmt werden, in denen *frequency locking* und *phase locking* auftreten (siehe Abbildung 2.2).

Die Folgerungen aus Gl. (2.28) gelten nur, falls die Kopplungsfunktion allein von der Differenz der Phasen abhängt. Dies ist sowohl für starke Kopplungen als auch für chaotische Systeme i.d.R. nicht erfüllt und die Phasendifferenz  $\psi$  kann innerhalb der Synchronisationsregion variieren. Allgemeiner kann die Phasensynchronisation zwischen System  $X$  und der periodischen Kraft über eine Beschränktheit der Phasendifferenz definiert werden:

$$|\phi_X - \phi_{\text{ext}}| < \text{konst.} \quad (2.29)$$

### Stochastische und chaotische Oszillatoren

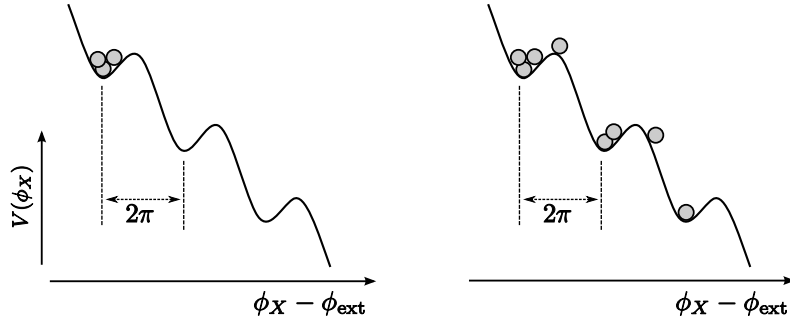
Der Einfluss von Rauschen auf die Phasensynchronisation kann [Str58, Str63] folgend untersucht werden. Aus Gl. (2.28) ist durch Hinzunahme eines stochastischen Terms  $\xi_X(t)$  eine Langevin-Gleichung definiert:

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_X - \omega_{\text{ext}} + \epsilon \mathcal{Q}(\psi) + \xi_X(t). \quad (2.30)$$

Für synchronisierte Systeme ist die Phase  $\phi_X$  unter Beobachtung in einem rotierenden Referenzsystem konstant. In diesem Fall kann die Phase als imaginäres Teilchen in einem lokalen Minimum auf einem globalen steilen Potentialverlauf verstanden werden [PRK00, PRK01]. Die Steigung des globalen Potentialverlaufs entspricht dem Frequenzunterschied zwischen beiden Systemen, die Tiefe des lokalen Minimums der Amplitude  $\epsilon$  der externen Kraft. Der Potentialverlauf  $V(\phi_X)$  kann mit

$$V(\phi_X) = (\omega_X - \omega_{\text{ext}})\phi_X - \epsilon \int_0^{\psi} \mathcal{Q}(\tilde{x}) d\tilde{x} \quad (2.31)$$

beschrieben werden. Unter Einfluss von schwachem Rauschen mit beschränkter Amplitude kann das lokale Minimum nicht überwunden werden. Das Phasenteilchen fluktuiert um einen konstanten Wert, die Beschränkung der Phasendifferenzen bleibt erhalten. Für größere stochastische Terme, z.B. durch weißes gaußverteiltes Rauschen, kann das Potentialminimum überwunden werden. Dies impliziert Phasensprünge oder *phase slips* zwischen den Minima, bevorzugt um  $2\pi$ . Die Dynamik der Phase ähnelt einem *random walk* und die Synchronisation wird statistisch beschrieben (siehe Abbildung 2.3). Eine quantitative Beschreibung von Synchronisation durch Rauschen getriebener Systeme ist für gaußverteiltes  $\delta$ -korreliertes Rauschen über die Wahrscheinlichkeitsdichte mit Hilfe der Fokker-Planck-Gleichung möglich [Str63, Ris96].



**Abbildung 2.3:** Potentialverlauf eines imaginären Teilchens, das der Phase  $\phi_X$  unter dem Einfluss einer externen Kraft mit der Phase  $\phi_{\text{ext}}$  entspricht. Die Tiefe der lokalen Minima entspricht der Kopplungsstärke  $\epsilon$ , die Steigung des Potentials dem Frequenzunterschied zwischen  $\omega_X$  und  $\omega_{\text{ext}}$ . *Links:* Das Phasenteilchen unter Einfluss von schwachem Rauschen mit beschränkter Amplitude kann das lokale Minimum nicht überwinden. Daraus folgt, dass das Teilchen um einen bestimmten Wert fluktuiert, die Beschränkung der Phasendifferenz jedoch erhalten bleibt. *Rechts:* Durch einen stochastischen Einfluss mit größerer Rauschamplitude kann das Phasenteilchen das lokale Minimum verlassen und springt zwischen den Minima bevorzugt um  $2\pi$ . Sowohl die Aufenthaltswahrscheinlichkeit als auch die bevorzugte Richtung dieser *phase slips* wird dabei durch den Potentialverlauf bestimmt.

Das Konzept der Phasensynchronisation kann auch auf chaotische Oszillatoren übertragen werden [RPK96, PROK97, PRK00, PRK01]. Die Idee ist hierbei, dass niedrig-dimensionale Systeme genau eine neutrale Variable mit  $\lambda = 0$  besitzen, die der Phase eines periodischen Oszillators entspricht. Die Dynamik entlang dieser Variable wird für chaotische Systeme als Dynamik der Phase verstanden. Verfahren für die praktische Berechnung der Phase werden im Abschnitt 3.1 behandelt, zum einfachen Verständnis wird hier angenommen, dass die Phase über Schnitte mit einer Poincaré-Fläche im Zustandsraum [Ric44, KS03, CHL<sup>+</sup>02] gewonnen wird. Die Phase wird linear zwischen den Zeitpunkten  $t_j$  und  $t_{j+1}$  zweier aufeinanderfolgender Schnitte der Trajektorie mit der Poincaré-Fläche interpoliert:

$$\phi_P = 2\pi \frac{t - t_j}{t_{j+1} - t_j} + 2\pi j, \quad t_j \leq t < t_{j+1}. \quad (2.32)$$

Bei chaotischen Systemen ist die Dynamik von der Amplitude  $A_j$  an den Schnittstellen mit den Poincaré-Flächen abhängig. Da der Schnittpunkt und die Umlaufperiode  $T_X$  variieren können, ist der zeitliche Verlauf von  $\phi_X$  nicht gleichmäßig. Die Phase fluktuiert in Abhängigkeit von den Systemeigenschaften des beobachteten Oszillators. Mathematisch kann die gestörte Phase eines chaotischen Oszillators nach Gl. (2.25) als

$$\frac{d\phi_X}{dt} = \omega_X + \epsilon \mathcal{K}(A_j, \phi_X, \phi_{\text{ext}}) + \mathcal{N}(A_j) \quad (2.33)$$

geschrieben werden. Die Kopplungsfunktion  $\mathcal{K}$  ist im Allgemeinen auch abhängig von der Amplitude  $A_j$ . Die Funktion  $\mathcal{N}(A_j)$  beschreibt das chaotische Verhalten der Amplitude, welches deterministisch ist, aber als *effektives Rauschen* betrachtet werden kann. Die Phasensynchronisation bei chaotischen Oszillatoren kann in diesem Sinne, ähnlich wie bei verrauschten Systemen, statistisch interpretiert werden. Hierbei muss eingeschränkt werden, dass  $\mathcal{N}(A_j)$  i.d.R. weder bekannt ist, noch die Werte der Funktion als gaußverteilt angenommen werden können.

### 2.3.2 Synchronisationsformen

Die phänomenologische Beschreibung von Synchronisation hat verschiedene mathematische Formulierungen und Konzepte angeregt, wobei die von Huygens beschriebene Phasensynchronisation nur ein Aspekt ist. Aktuelle Ansätze [BK00, BPP01, HK05] beschäftigen sich mit einer vereinheitlichten mathematischen Formulierung von Synchronisation. Im Folgenden werden die vier dominierenden Formulierungen vorgestellt, wobei  $\mathbf{x}(t)$  und  $\mathbf{y}(t)$  die Zustandsvektoren und  $\phi_X(t)$  bzw.  $\phi_Y(t)$  die Phasen der Systeme  $X, Y$  bezeichnen.

#### Vollständige Synchronisation

Die Systeme  $X$  und  $Y$  sind vollständig synchronisiert, wenn die Differenz der Zustandsraumvektoren asymptotisch verschwindet:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}(t) - \mathbf{y}(t)) = 0. \quad (2.34)$$

Diese starke Forderung nach *vollständiger Synchronisation* kann nur erfüllt werden, wenn die Systeme  $X$  und  $Y$  strukturell gleich sind. Andernfalls können die Systeme nur sehr ähnliche Zustände annehmen, aber ein geringer Unterschied bleibt erhalten [Pik84, RPK97].

#### Zeitversatzsynchronisation

Die *Zeitversatzsynchronisation* entspricht vollständig synchronisierten Systemen mit einem festen Zeitversatz  $\tau$ , so dass gilt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}(t + \tau) - \mathbf{y}(t)) = 0. \quad (2.35)$$

Die Systeme nehmen gleiche Zustände an, welche jedoch um  $\tau$  verzögert sind. Für  $\tau = 0$  geht die Zeitversatzsynchronisation in die vollständige Synchronisation über.



### Phasensynchronisation

Für die Beschreibung von *Phasensynchronisation* bidirektional wechselwirkender Systeme  $X, Y$  können die Definitionen Gl. (2.26) und Gl. (2.29) erweitert werden [PRK01]. Die schwächere Forderung für Synchronisation, das *frequency locking*, wird über das rationale Verhältnis  $\alpha : \beta$  der zeitlich gemittelten Frequenzen  $\Omega_{x,y} = \left\langle \dot{\phi}_{x,y}(t) \right\rangle_T$  definiert:

$$\frac{\Omega_x}{\Omega_y} = \frac{\alpha}{\beta}, \quad \forall \alpha, \beta \in \mathbb{N}. \quad (2.36)$$

Die stärkere Forderung, das *phase locking*, entspricht der Beschränktheit der Phasendifferenz,

$$|\phi_x(t) - \phi_y(t)| < \text{konst}, \quad (2.37)$$

wobei in diesem Fall eine 1 : 1-Synchronisation angenommen wird.

### Generalisierte Synchronisation

Die *generalisierte Synchronisation* ist eine allgemeinere mathematische Formulierung für Synchronisation. Für unidirektional gekoppelte Systeme [AVR86], hier  $X \rightarrow Y$ , wird ein Funktional  $\mathcal{G}$  gefordert, welches Zustände von System  $X$  auf System  $Y$  abbildet,

$$\mathbf{y}(t) = \mathcal{G}(\mathbf{x}(t)). \quad (2.38)$$

Der Zustand von System  $Y$  zum Zeitpunkt  $t$  kann durch die Funktion  $\mathcal{G}$  eindeutig aus dem Zustand von System  $X$  bestimmt werden. Das Konzept kann für die Anwendung auf bidirektional gekoppelte Systeme erweitert werden [ZWC02]. Die vollständige Synchronisation sowie die Zeitversatzsynchronisation lassen sich als Sonderfälle der generalisierten Synchronisation schreiben:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(\mathbf{x}(t)) &= \mathbf{x}(t), \\ \mathcal{G}(\mathbf{x}(t)) &= \mathbf{x}(t + \tau). \end{aligned} \quad (2.39)$$

## 2.4 Transiente Interaktionen und Ergodenhypothese

Im Abschnitt 2.3 wurde beispielsweise die Synchronisation zwischen zwei Systemen unter der Annahme der Stationarität über eine zeitliche Mittelung definiert. Über diese Definition ist eine hohe zeitliche Auflösung transienter Kopplung nicht möglich. Um Interaktionen über transiente Signale zu untersuchen, kann die zeitliche Mittelung durch eine Mittelung über ein Ensemble von Realisierungen unter der

**Annahme der Ergodizität** der beobachteten Systeme ersetzt werden. Verschiedene Realisierungen können z.B. über strukturell gleiche, gekoppelte Systeme hergestellt werden. Bei Untersuchungen eines Ensembles können somit zeitabhängige Synchronisationsphänomene beobachtet werden [PROK97], indem für die Berechnung vom Zeitmittel  $\langle \cdot \rangle_T$  zum Scharmittel  $\langle \cdot \rangle_E$  übergegangen wird. Dabei wird das System in Bezug auf ein physikalisches Wahrscheinlichkeitsmaß  $\mu$  als (quasi-)ergodisch angenommen. Für die Untersuchung transienter Felddaten muss Ergodizität des Systems ebenso angenommen werden, wie die Stationarität bei der Charakterisierung mit Kenngrößen über das zeitliche Mittel. Zur Generierung von Modelldaten werden in dieser Arbeit die Differentialgleichungen der Lorenz- bzw. Rössler-Oszillatoren [Lor63, Rös76] verwendet. Diese Systeme können als ergodisch angenommen werden [ER92]. Aktuelle Untersuchungen [AOVS05, PSWT05, LMP05] zeigen weiterhin, dass diese Systeme auch Eigenschaften der stärkeren, die Ergodizität implizierenden, Annahme des *Mischens* erfüllen. Mischen kann als dynamische Instabilität des Systems beschrieben werden: Anfänglich unterschiedliche Volumen im Zustandsraum werden über die Zeit so transformiert (gemischt), dass die Volumen nicht mehr trennbar sind.

### Ergodizität

Ludwig Boltzmann formulierte 1887 die *Ergodenhypothese*, die besagt, dass eine endliche zeitliche Entwicklung eines ergodischen dynamischen Systems – von einem beliebigen Punkt startend – jeden Punkt im Zustandsraum des Systems erreicht. Dies ist nicht für beliebige Systeme gültig und diese Forderung kann abgeschwächt so formuliert werden, dass ein System als *quasi-ergodisch* angenommen wird, falls die typische Trajektorie jedem Punkt im Zustandsraum beliebig nahe kommt. Im Fall von nichtlinearen Systemen wird das Wahrscheinlichkeitsmaß nicht für den gesamten Zustandsraum definiert, sondern auf eine Untermenge  $\mathcal{E} \subset \mathbb{R}^{dx}$  beschränkt, welcher dem Attraktor des Systems entspricht.

Ein Wahrscheinlichkeitsmaß  $\mu$  sei invariant<sup>3</sup> bezüglich der Untermenge  $\mathcal{E}$  und der Abbildung  $\Phi$  nach Gl. (2.6), dann gilt

$$\mu(\Phi^{-j}(\mathcal{E})) = \mu(\mathcal{E}), \quad j > 0. \quad (2.40)$$

Ein System heißt ergodisch, wenn für eine beliebige Untermenge ein invariantes Maß entweder 1 oder 0 ergibt [BS93, KH95]. Aus der Ergodenhypothese folgt,

---

<sup>3</sup>Über invariante Wahrscheinlichkeitsmaße werden Ensembles von Zuständen beschrieben, deren Dichte sich unter der zeitlichen Entwicklung nicht ändert. Die einzelnen Zustände entwickeln sich jedoch gemäß der Abbildung  $\Phi$ .

dass für ein Wahrscheinlichkeitsmaß  $\mu$  der zeitliche Mittelwert  $\langle \mu \rangle_T$  gleich dem Ensemblemittelwert  $\langle \mu \rangle_E$  für fast alle Anfangsbedingungen  $\mathbf{x}(0)$  ist [ER92]:

$$\langle \mu \rangle_T = \langle \mu \rangle_E \quad (2.41)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{j=0}^n \mu(\Phi^j(\mathbf{x}(0))) = \int_{\mathbb{R}^{d_x}} \mu(\mathbf{x}) d\mu(\mathbf{x}). \quad (2.42)$$

Dabei ist  $d\mu(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ , falls die Dichte im Zustandsraum über  $\rho(\mathbf{x})$  definiert ist. Die Integration läuft hierbei über den gesamten Zustandsraum  $\mathbb{R}^{d_x}$ . Aus der Annahme der Ergodizität folgt, dass die Beobachtung einer Realisierung über einen langen Zeitraum der Beobachtung vieler einzelner Realisierungen entspricht.



### 3 Kenngrößen für Stärke und Richtung von Interaktionen

Die Stärke oder Richtung einer Interaktion komplexer (Sub-)Systeme kann mit Hilfe *bivariater* oder *multivariater* Kenngrößen charakterisiert werden. Die multivariaten Kenngrößen, die Interaktionen zwischen mehr als zwei Systemobservablen erfassen, werden dabei häufig aus einer zusätzlichen Analyse von bivariaten Kenngrößen, welche Interaktionen zwischen zwei Systemobservablen charakterisieren, gewonnen. Dabei kann zwischen Kenngrößen, die die *Stärke* der Interaktion bestimmen, und denen, welche die *Richtung* der Interaktion bestimmen, unterschieden werden. Weiterhin unterscheiden sich die Kenngrößen danach, ob sie zur Untersuchung von Signalen von *stationären* oder *nicht-stationären* Systemen geeignet sind. In Abhängigkeit von diesen konkurrierenden Annahmen kann – wie bereits im letzten Abschnitt erläutert – die Charakterisierung von Interaktionen über Zeit- bzw. Ensemblemittel erfolgen. Allen Ansätzen liegt eine Informationsreduktion der ursprünglichen Signale zugrunde. Bei den phasenbasierten Ansätzen kommt der Berechnung der Phasenwerte aus den Zeitreihen eine besondere Stellung zu, siehe Abschnitt 3.1. Bei den informationstheoretischen oder zustandsraumbasierten Verfahren ist die Wahl der Einbettungsparameter von entscheidender Bedeutung [KS03, 9].

Eine Vielzahl von *bivariaten* Kenngrößen wurden für die Charakterisierung von *stationären* Interaktionen vorgeschlagen – zur Übersicht sei [PQB05, HSPVB07, 10] empfohlen. Ein Konzept, auf welchem u.a. Kenngrößen für Stärke oder Richtung basieren, ist die Informationstheorie. Die Stärke der Interaktion wird hierbei über den ungerichteten gegenseitigen Informationsgehalt bestimmt [Sha48, KSG04]. Ein gerichteter Informationsfluss kann sowohl über das Konzept der Granger-Kausalität [Gra69, AMS04, DRD08] als auch über das der Transferentropie [Sch00, PKHŠ01, PS03, Liu04, LPK07, FP07, PV07, WDB<sup>+</sup>07, Lia08, SL08, Sta10] bestimmt werden. Diese Ansätze verwenden zur Charakterisierung von Interaktionen die Veränderung der Vorhersagbarkeit zukünftiger Werte eines Systems durch Hinzunahme zusätzlicher Informationen des vermeintlich beeinflussenden Systems. Ein weiterer Ansatz, die Interaktionsrichtung zwischen zwei Signalen zu bestimmen, kann durch die Trennung zwischen stochastischen und deterministischen Anteilen der Dynamik, basierend auf der Fokker-Planck-Gleichung, vorgenommen werden [PL08, Pru08, BGS<sup>+</sup>09].

Die Ansätze, die aus der Synchronisationstheorie abgeleitet werden, beziehen sich i.d.R. auf die Formulierungen der generalisierten Synchronisation oder der Phasensynchronisation. Im ersten Fall werden geometrische [RSTA95, AGLE99, CA09] oder dynamische [SSC<sup>+</sup>96, LRMV99] Abhängigkeiten in den aus den Zeitreihen rekonstruierten Zustandsräumen [Tak81, SYC91, KS03] genutzt, um Stärke oder Richtung der Interaktion zu charakterisieren. Vergleiche zwischen den verschiedenen Ansätzen finden sich in [Ost03, FPN08]. Mit dem Ansatz der Rekurrenz, welcher die periodische Wiederkehr ähnlicher Zustände im Zustandsraum untersucht, können sowohl Stärke als auch Richtung von Interaktionen untersucht werden [MM04, TRRK04, TRK<sup>+</sup>06, MRTK07, SMK07, RTKG07]. Mit Hilfe von Kenngrößen, die sich auf das Konzept der Phasensynchronisation beziehen, kann die Stärke von Interaktion über zirkuläre Statistik [LRMV99, MLDE00, TBF01, WSK<sup>+</sup>06, SWM<sup>+</sup>06, SWTP07, SND07, NRT<sup>+</sup>10] oder über informationstheoretische Verfahren [TRW<sup>+</sup>98] abgeschätzt werden. Der informationstheoretische Ansatz kann auch für die Richtung von Interaktionen erweitert werden [PS03, BGS<sup>+</sup>08]. Um die Richtung von Interaktionen über die Phasenvariablen zweier Systeme zu bestimmen, wurde von Rosenblum und Pikovsky ein Ansatz vorgeschlagen [RP01], bei welchem die Phasendynamik in Abhängigkeit der Phasen beider Systeme modelliert wird. Dieser Ansatz hat einen großen Einfluss auf die aktuelle Forschung, was die Vielzahl von Untersuchungen und Anwendungen auf Felddaten belegt [RCB<sup>+</sup>02, SB03, CRF<sup>+</sup>03, Wag06, 7, 8, SSWT07, SB09, 5]. Ein Vergleich zwischen zustandsraum- und phasenbasierten Ansätzen zeigt, dass die Berücksichtigung verschiedener Aspekte der Signale zu abweichenden Ergebnissen führen kann [SA05, 9, Ost08].

Für den Fall *transienter Signale* zur Bestimmung der Interaktionsstärke sind zahlreiche Verfahren [RGL<sup>+</sup>99, FKL<sup>+</sup>01, AK04, KES<sup>+</sup>04, LW08], basierend auf verschiedenen Konzepten, vorgeschlagen wurden. Für die Charakterisierung der Interaktionsrichtung sind bisher nur wenige, zustandsraumbasierte [ALD06, IOLK08] oder informationstheoretische Verfahren [3] verfügbar. Basierend auf dem Konzept der Phasensynchronisation, kann die von Rosenblum und Pikovsky vorgeschlagene Kenngröße zur Analyse von Zeitreihen transienter Systeme erweitert werden [4]. Das Hauptziel dieser Arbeit ist die ausführliche Darstellung, Untersuchung und Weiterentwicklung einer Kenngröße, mit welcher transiente gerichtete Interaktionen, basierend auf dem Konzept der Phasensynchronisation, charakterisiert werden können.

## 3.1 Phasenbestimmung

Zur Bestimmung der Phasenwerte aus Messreihen wurden verschiedene Verfahren vorgeschlagen. Phasenwerte können aus Zeitreihen bestimmt werden, indem

zwischen aufeinanderfolgenden Ereignissen linear interpoliert wird (z.B. über die Poincaré-Fläche, siehe Gl. (2.32)), oder indem der Winkel einer beliebigen Projektion eines mehrdimensionalen Zustandsraums in einem zweidimensionalen Unterraum geschätzt wird [PRK00, PRK01].

Diese Methoden erscheinen intuitiv verständlich, die Anwendung auf Felddaten kann jedoch wegen der Wahl der Parameter aufwändig und ambivalent sein. In der vorliegenden Arbeit wird die Hilbert-Transformation (vgl. B), die eindeutig und verhältnismäßig einfach zu implementieren ist, zur Phasenbestimmung verwendet. Allgemein unterscheiden sich Techniken zur Phasenbestimmung anhand der Frequenzanteile, welche zur Berechnung der Phase verwendet werden, und können entweder als *frequenzselektiv* oder *adaptiv* bezeichnet werden. Bei der adaptiven Methode wird die Phase aus einem Breitbandsignal berechnet, wobei die mittleren Frequenzen der Phase mit der Schwerpunktfrequenz des Signals übereinstimmen [Boa92]. Dabei werden die Phasenzeitreihen aus dem analytischen Signal [Gab46, Pan65] über die Hilbert-Transformation bestimmt. Frequenzselektive Methoden bestimmen die Phasenwerte allein aus einem beschränkten Frequenzband und enthalten somit nur Phaseninformationen aus diesem Frequenzbereich. Es konnte gezeigt werden [LFL<sup>+</sup>01, QKKG02, Bru04], dass sich die Phasen, die mit der Hilbert-Transformation bestimmt werden, durch die Verwendung von adäquaten Filtern denjenigen, die über die Wavelet-Transformation bestimmt wurden, angleichen. Bei Untersuchungen, bei welchen Interaktionen in Abhängigkeit von einem bestimmten Frequenzband erwartet werden – in den Neurowissenschaften werden z.B. frequenzbandspezifische Kopplungen bestimmter kognitiver Prozesse angenommen [FKL<sup>+</sup>01] – wurde in der vorliegenden Arbeit eine Kombination von digitalen, phasenerhaltenden Filtern und der Hilbert-Transformation angewendet (siehe B). Aktuelle Entwicklungen beschäftigen sich mit der Bestimmung von invarianten Phasenvariablen unabhängig von der Berechnungsmethode [KCR<sup>+</sup>07, KCR<sup>+</sup>08] und mit der Identifizierung stochastischer Anteile einer Phasendynamik [SP10] für den Fall gekoppelter Systeme.

Die in dieser Arbeit bestimmten Phasenzeitreihen können als

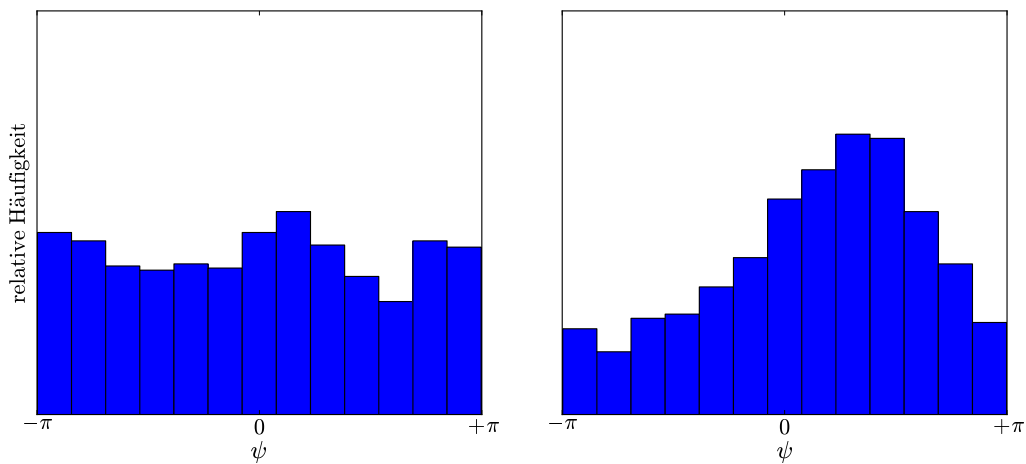
$$\phi(t_j) = \phi(j\delta t), \quad j = 1, \dots, n, \quad (3.1)$$

mit dem Abtastintervall  $\delta t$  geschrieben werden. Falls die Phasenzeitreihen ein Ensemble von Realisierungen darstellen, können diese, bezogen auf einen gemeinsamen Zeitpunkt  $j$ , mit dem Ensemble-Index  $r$  dargestellt werden:

$$\phi(t_j^r) = \phi^r(j\delta t), \quad j = 1, \dots, n, \quad r = 1, \dots, m. \quad (3.2)$$

## 3.2 Stärke der Interaktion

Die Stärke der Interaktion kann über eine Korrelationsmessung zwischen den Phasenvariablen bestimmt werden, wobei die Verteilung der Phasendifferenzen mit Hilfe der *zirkulären Varianz* quantifiziert wird [Mar72]. Als Beispiel sind die Verteilungen zweier gekoppelter bzw. nicht-gekoppelter Rössler-Oszillatoren in Abbildung 3.1 dargestellt: Für den ungekoppelten Fall sind die Phasendifferenzen zwischen den Systemen nahezu gleichverteilt. Durch die Kopplung zwischen den Systemen wird eine bevorzugte Phasendifferenz induziert und die Verteilung nähert sich einer unimodalen an.



**Abbildung 3.1:** Verteilung der Phasendifferenzen  $\psi$  zwischen Rössler-Oszillatoren mit jeweils  $n = 1000$  Werten. *Links:* Für ungekoppelte Systeme sind die Werte eher gleichverteilt, ein eindeutiges Maximum ist nicht zu erkennen. *Rechts:* Für schwach gekoppelte Systeme ist die Verteilung unimodal.

### 3.2.1 Mittlere Phasenkohärenz für stationäre Systeme

Untersuchungen der Interaktionsstärke zwischen stationären Systemen wurden sowohl an Modellsystemen als auch an Felddaten vorgenommen [LRMV99, MLDE00, TBF01]. Mit Gl. (3.1) kann die Phasendifferenz als

$$\psi(t_j) = \phi_x(t_j) - \phi_y(t_j) \quad (3.3)$$

geschrieben werden. Die mittlere Phasenkohärenz  $R$  [MLDE00] entspricht der Länge des Vektors, der über die Summation der Phasendifferenzen auf dem Einheitskreis



berechnet wurde:

$$R(X, Y) = \frac{1}{n} \left| \sum_j \exp(i\psi(t_j)) \right|. \quad (3.4)$$

Wegen der Stationarität der Systeme können die Phasendifferenzen im Beobachtungsintervall  $j = 1, \dots, n$  aufsummiert werden. Aus dieser Definition folgt, dass  $R$  zwischen 0 und 1 beschränkt ist und größere Werte annimmt, wenn die Varianz der Verteilung kleiner wird. In dem Fall des 1:1-*phase locking* im Sinne von Gl. (2.27) entspricht die Verteilung der Phasendifferenz einem  $\delta$ -Peak und  $R$  ist gleich 1.

### 3.2.2 Mittlere Phasenkohärenz für transiente Dynamiken

Diese Kenngröße für die Stärke von Interaktion wurde für die Analyse transienter Signale z.B. in den Neurowissenschaften verwendet [RGL<sup>+</sup>99, FKL<sup>+</sup>01]. Über die multiplen Realisationen  $r = 1, \dots, m$  eines Systemzustandes kann nach Gl. (3.2) die zeitaufgelöste Kenngröße  $R_j$  bestimmt werden:

$$R_j(X, Y) = \frac{1}{m} \left| \sum_r \exp(i\psi(t_j^r)) \right|. \quad (3.5)$$

Hierbei ist die Phasendifferenz  $\psi(t_j^r)$  der Gl. (3.3) folgend definiert. Die Werte von  $R_j$  sind analog zu denen von  $R$  interpretierbar. Hier und im Folgenden wird die Notation verwendet, dass zeitaufgelöste Kenngrößen mit dem Index  $j$  gekennzeichnet sind.

Durch die Beschränkung endlich vieler Realisierungen sind die Extrema von 0 und 1 i.d.R. nicht messbar. Um zu evaluieren, ob die mittlere Phasenkohärenz signifikant auf transient gekoppelte Systeme hinweist, kann ein Testverfahren angewandt werden. Dazu werden sogenannte Surrogate erzeugt, die aus den ursprünglichen Daten generiert werden, bestimmte Eigenschaften dieser Daten jedoch nicht erhalten [TEL<sup>+</sup>92, SS00]. Hier sollen die Surrogate die Verteilung der Phasen  $\phi_{X,Y}$  erhalten, die Korrelationen zwischen den Phasen jedoch zerstören. Mit diesen Surrogaten wird auf die Nullhypothese getestet, dass die Phasen unkorreliert sind (vgl. auch Abschnitt 3.3.2). Im Gegensatz zu statistischen Tests, wie dem Rayleigh Test [Mar72], braucht bei dem Vergleich mit Surrogaten keine Annahme über die zugrundeliegende Verteilung der Phasenwerte gemacht werden. Die Surrogate von  $R_j$  werden berechnet, indem eine Phasenzeitreihe über die Realisierungen zufällig permutiert und die mittlere Phasenkohärenz bestimmt wird,

$$R_j^p(X, Y) = R(X, Y_p), \quad p = 1, \dots, s, \quad (3.6)$$

mit den permutierten Phasenwerten  $Y_p$ . Falls für  $s = 39$  Surrogate die originale mittlere Phasenkohärenz kleiner ist als der maximale Wert, der über die verschiedenen Surrogate bestimmt wurde, ist dies mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,5% signifikant. In diesem Fall wird  $R_j(X, Y) = 0$  gesetzt. Falls der maximale Surrogatwert kleiner als  $R_j(X, Y)$  ist, wird die Nullhypothese verworfen und der originale Wert bleibt erhalten. Die so erhaltene Kenngröße wird mit  $R_j^*$  bezeichnet.

### 3.3 Richtung der Interaktionen

Für eine theoretische Betrachtung der Phasendynamik zweier gekoppelter Systeme können geschlossene Differentialgleichungen analog zu Anhang A hergeleitet werden [Kur84, PRK01]:

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_X}{dt} &= \omega_X + \epsilon \mathcal{K}_X(\phi_X, \phi_Y), \\ \frac{d\phi_Y}{dt} &= \omega_Y + \epsilon \mathcal{K}_Y(\phi_Y, \phi_X).\end{aligned}\tag{3.7}$$

Durch die Beschreibung mit den Differentialgleichungen der Phase wird die Dynamik des möglicherweise höherdimensionalen Zustandsraums auf eine invariante zweidimensionale Oberfläche der Variablen  $\phi_X$  und  $\phi_Y$  projiziert. Diese Fläche entspricht einem  $2\pi$ -periodischen Torus (siehe Gl. (2.25)). Die Kopplungsfunktionen in Gl. (3.7) können dabei als Fourierreihen entwickelt werden:

$$\begin{aligned}\mathcal{K}_X &= \sum_{k,l} a_X^{k,l} \exp(i(k\phi_X + l\phi_Y)), \\ \mathcal{K}_Y &= \sum_{k,l} a_Y^{k,l} \exp(i(k\phi_Y + l\phi_X)).\end{aligned}\tag{3.8}$$

Wird die Dynamik aus Gl. (3.7) in einem Zeitintervall eines stationären Systems untersucht, kann zwischen schnell variierenden Fouriertermen und denen mit nahezu konstanten Werten unterschieden werden. Letztere werden als resonant bezeichnet und tragen entscheidend zur Phasendynamik bei. Für ungekoppelte oder schwach gekoppelte Systeme ( $\epsilon^* < \epsilon_{\min}^*$ ) mit inkommensurablen Frequenzen beschreiben die Fourierterme schnelle Rotationen mit Ausnahme der Terme, welche den Resonanzfrequenzen von  $\omega_{X,Y}$  entsprechen. Für  $\epsilon^* > \epsilon_{\min}^*$  existiert ein rationales Frequenzverhältnis,

$$\frac{\omega_X}{\omega_Y} \approx \frac{\alpha}{\beta},\tag{3.9}$$

und die Fourierreihen mit den Termen  $k = \beta h$  und  $l = -\alpha h$  sind resonant und als

$$\begin{aligned}\mathcal{Q}_X(\beta\phi_X - \alpha\phi_Y) &= \sum_h a_X^{\beta h, -\alpha h} \exp(ih(\beta\phi_X - \alpha\phi_Y)), \\ \mathcal{Q}_Y(\alpha\phi_Y - \beta\phi_X) &= \sum_h a_Y^{\alpha h, -\beta h} \exp(ih(\alpha\phi_Y - \beta\phi_X))\end{aligned}\quad (3.10)$$

darstellbar. Für die geschlossenen Differentialgleichungen gilt dann:

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_X}{dt} &= \omega_X + \epsilon \mathcal{Q}_X(\beta\phi_X - \alpha\phi_Y), \\ \frac{d\phi_Y}{dt} &= \omega_Y + \epsilon \mathcal{Q}_Y(\alpha\phi_Y - \beta\phi_X).\end{aligned}\quad (3.11)$$

Mit der Kenntnis der Einflüsse  $\epsilon_{X,Y} \mathcal{Q}_{X,Y}$  kann eine asymmetrische Abhängigkeit zwischen der Dynamik der Phasen  $\phi_X$  und  $\phi_Y$  definiert werden. Ziel der vorgestellten Verfahren ist es daher, einen funktionellen Zusammenhang zwischen den Phasendynamiken zu approximieren, der der Beschreibung (3.11) entspricht.

### 3.3.1 Direktionalitätsindex für stationäre Systeme

Der Direktionalitätsindex [RP01], auch *cross dependency* oder *directional relationship*, wird über eine Methode zur Bestimmung von Interaktionsrichtungen zwischen zwei Systemen bestimmt, die darauf basiert, den deterministischen Anteil der Dynamik zu approximieren bzw. die resonanten Terme der Kopplungsfunktion über die zeitliche Mittelung  $\langle \cdot \rangle_T$  zu identifizieren. Für unbekannte Systeme, bei denen weder Eigenfrequenzen noch Kopplungsterme bekannt sind, kann Gl. (3.11) unter der Annahme schwacher Kopplungen verallgemeinert werden. Die Phasendynamik der Systeme  $X, Y$  kann durch unbekannte zweidimensionale Abbildungen  $\mathcal{F}_{X,Y}$  gemäß

$$\begin{aligned}\Delta\phi_X(t_j) &= \mathcal{F}_X[\phi_X(t_j), \phi_Y(t_j)] + \xi_X, \\ \Delta\phi_Y(t_j) &= \mathcal{F}_Y[\phi_Y(t_j), \phi_X(t_j)] + \xi_Y\end{aligned}\quad (3.12)$$

dargestellt werden, wobei mit  $\xi_{X,Y}$  stochastische Einflüsse beschrieben werden. Für eine vereinfachte Schreibweise wird im Folgenden der Einfluss  $Y \rightarrow X$  betrachtet, der inverse Einfluss kann analog bestimmt werden. Zur Modellierung der Abbildung  $\mathcal{F}_X$  wird eine Fourierreihe der Ordnung  $\tilde{d}^*$ ,

$$F^X(\phi_X(t_j), \phi_Y(t_j)) = \sum_{k,l}^{\tilde{d}^*} a^{k,l} \exp(i[k\phi_X(t_j) + l\phi_Y(t_j)]), \quad (3.13)$$

mit den Termen  $|k| \leq 3$  für  $l = 0$ ,  $|l| \leq 3$  für  $k = 0$  und  $|k| = |l| = 1$  verwendet [RCB<sup>+</sup>02]. Die zeitliche Ableitung von  $\phi_x$  in Gl. (3.11) wird durch das Phaseninkrement,

$$\Delta\phi_x(t_j) = \phi_x(t_{\tau+j}) - \phi_x(t_j), \quad (3.14)$$

mit dem Zeitversatz  $\tau$  genähert. Für die Berechnung der Steigung wird die Phase  $\phi_x$  auf das Intervall  $[0; \infty)$  entfaltet<sup>1</sup>, um singuläres Verhalten der Steigungen um den Phasenwert  $2\pi$  zu vermeiden. Die Wahl von  $\tau$  wird im Abschnitt 3.3.2 erläutert.

Die Approximation  $F \approx \langle \mathcal{F} \rangle_T$  geschieht über die Minimierung des Fehlers eines linearen quadratischen Problems,

$$\left\| \mathbf{A}\vec{a} - \vec{b} \right\|^2 \rightarrow \min, \quad (3.15)$$

wobei  $\vec{a}$  der Lösungsvektor der Approximation darstellt. Die Designmatrix  $\mathbf{A}$  kann mit der vereinfachten Syntax  $[F_{jk}]_{j=1\dots n, k=1\dots \tilde{d}}$  für jeden Fourierterm  $k$  und Zeitpunkt  $j = 0, \dots, \tilde{n}$  mit  $\tilde{n} = n - \tau$  aufgestellt werden:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} F_{11} & \dots & F_{1\tilde{d}} \\ \vdots & & \vdots \\ F_{\tilde{n}1} & \dots & F_{\tilde{n}\tilde{d}} \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

Der Steigungsvektor  $\vec{b}$  ist analog zu Gl. (3.14) über das Phaseninkrement zu jedem Zeitpunkt  $j$  definiert:

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} \Delta\phi_x(t_1) \\ \vdots \\ \Delta\phi_x(t_{\tilde{n}}) \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

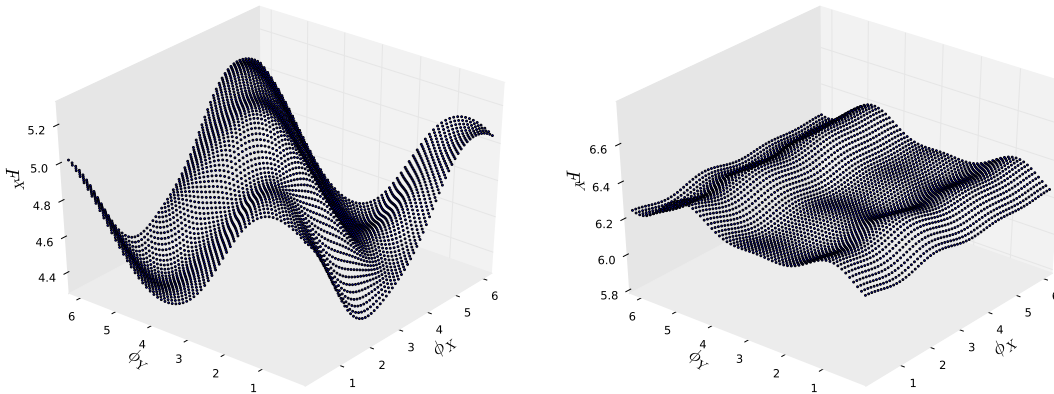
Der Lösungsvektor  $\vec{a}$  wird hierbei über die verschiedenen Zeitpunkte  $j = 1, \dots, \tilde{n}$  genähert. Damit  $F \approx \langle \mathcal{F} \rangle_T$  sinnvoll approximiert werden kann, muss die Annahme der Stationarität zumindest näherungsweise gegeben sein. Auf der anderen Seite hängt die statistische Validität der Approximation von der Anzahl der Zeitpunkte  $n$  ab, so dass bei unbekanntem Systemen immer eine Abwägung zwischen Stationarität und Validität bei der Wahl des Beobachtungszeitraums vorgenommen werden muss.

Die Abhängigkeit der Funktion  $F^X$  von der Phase  $\phi_x$  bestimmt den Einfluss  $Y \rightarrow X$ , wie in Abbildung 3.2 gezeigt wird. Numerisch kann dies, [RP01] folgend, über

$$c^2(X|Y) = \left\langle \left( \frac{\partial F^X}{\partial \phi_Y} \right)^2 \right\rangle_P = \sum_{k,l}^d l^2 (a^{k,l})^2 \quad (3.18)$$

---

<sup>1</sup>Die Phasen werden entfaltet, indem die einzelnen Perioden der Oszillationen so angeschlossen werden, dass die Sprünge um  $2\pi$  verschwinden.



**Abbildung 3.2:** Approximierte Funktionen  $F^X(\phi_X, \phi_Y)$  (links) und  $F^Y(\phi_Y, \phi_X)$  (rechts) für Rössler-Oszillatoren, die unidirektional ( $Y \rightarrow X$ ) gekoppelt sind. Während die Abhängigkeit von  $\phi_Y$  durch eine große Steigung der Funktion  $F^X(\phi_X, \phi_Y)$  reflektiert wird, ist  $F^Y(\phi_X, \phi_Y)$  annähernd unabhängig von  $\phi_X$ . Der gegenseitige Einfluss kann über die Summation der Steigungen über den gesamten Phasenraum bestimmt werden.

berechnet werden. Dabei ist der Mittelwert über den Phasenraum als

$$\langle \cdot \rangle_P = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} (\cdot) d\phi_X d\phi_Y \quad (3.19)$$

definiert. Die Summe auf der rechten Seite kann analytisch hergeleitet werden [SB03, Wag06, Ost08]. Mit der analog definierte Kenngröße für einen asymmetrischen Einfluss  $c(Y|X)$  kann die normierte Interaktionsrichtung mit dem Direktionalitätsindex

$$d(X, Y) = \frac{c(Y|X) - c(X|Y)}{c(X|Y) + c(Y|X)} \quad (3.20)$$

berechnet werden, wobei die Kenngröße zwischen  $-1$  und  $1$  beschränkt ist. Für positive Werte von  $d(X, Y)$  ist der Einfluss von  $X$  auf  $Y$  dominierend, für negative Werte ein Einfluss von System  $Y$  auf System  $X$ . Bei Werten um null wird ein bidirektionaler Zusammenhang angezeigt, falls die Systeme hinreichend gekoppelt sind.

### 3.3.2 Direktionalitätsindex für transiente Dynamiken

Eine Methode, um den Direktionalitätsindex zur zeitaufgelösten Charakterisierung transientser Signale zu erweitern, wurde in [4] vorgestellt. Die Fourierreihen werden dazu über das Ensemblemittel  $F = \langle \mathcal{F} \rangle_E$  approximiert. Dies entspricht einer Approximation von  $F$  über einen  $\phi_X, \phi_Y$ -Phasenraum, der mit Phasenwerten über

die verschiedenen Realisierungen gefüllt ist. Unter Verwendung der Phasenzitreihen der verschiedenen Realisierungen nach Gl. (3.2) mit dem Ensembleindex  $r$  und dem Zeitindex  $j$  kann die Funktion  $F^X$  als

$$F_j^X(\phi_X(t_j^r), \phi_Y(t_j^r)) = \sum_{k,l}^{\bar{d}} a_j^{k,l} \exp(i[k\phi_X(t_j^r) + l\phi_Y(t_j^r)]) \quad (3.21)$$

geschrieben werden. Der Index  $j$  markiert dabei die Zeitabhängigkeit von  $F_j^X$ . Das Phaseninkrement ist in Abhängigkeit von der Zeit wie folgt definiert:

$$\Delta\phi_X(t_j^r) = \phi_X(t_{\tau+j}^r) - \phi_X(t_j^r). \quad (3.22)$$

Dabei ist zu beachten, dass die Steigung weiterhin über die Differenz der Zeitpunkte  $j$  und  $j + \tau$  bestimmt wird. Durch die Wahl von  $\tau$  wird daher auch das minimale Zeitintervall festgelegt, für welches eine Interaktionsrichtung beschrieben werden kann. Mit der Notation  $[F_{jk}^r]_{j=1\dots n, k=1\dots\bar{d}}^{r=1\dots m}$  kann die Designmatrix als

$$\mathbf{A}_j = \begin{pmatrix} F_{j1}^1 & \dots & F_{j\bar{d}}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ F_{j1}^m & \dots & F_{j\bar{d}}^m \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

und der Steigungsvektor als

$$\vec{b}_j = \begin{pmatrix} \Delta\phi_X(t_j^1) \\ \vdots \\ \Delta\phi_X(t_j^m) \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

geschrieben werden. Die Lösung des linearen quadratischen Problems in Gl. (3.15) wird über die Größen  $\mathbf{A}_j$  und  $\vec{b}_j$  zeitaufgelöst definiert und der Lösungsvektor  $\vec{a}_j$  ist zeitabhängig. Mit diesem Verfahren ist die Analyse von Interaktionsrichtungen anhand transienter Signale möglich. In Analogie zu Gl. (3.18) kann der asymmetrische Einfluss von  $Y$  auf  $X$  über die Kenngröße

$$c_j^2(X|Y) = \left\langle \left( \frac{\partial F_j^X}{\partial \phi_Y} \right)^2 \right\rangle_P = \sum_{k,l}^{\bar{d}} l^2 (a_j^{k,l})^2 \quad (3.25)$$

beschrieben werden. Zusammenfassend wird der zeitaufgelöste Direktionalitätsindex über

$$d_j(X, Y) = c_j(Y|X) - c_j(X|Y) \quad (3.26)$$

definiert. Die Größe  $d_j(X, Y)$  ist nicht beschränkt, nimmt positive Werte an, falls der Einfluss von  $X$  auf  $Y$  vorherrschend ist, und negative Werte im inversen Fall. Selbst bei ungekoppelten Systemen kann nicht davon ausgegangen werden, dass der zeitabhängige Direktionalitätsindex genau null wird. Um diese Fälle zu unterscheiden, wird eine Überprüfung mit Surrogaten verwendet.

### Surrogate und Nullhypothese

Um falsche Interpretationen zu vermeiden, wurde in [4] eine Überprüfung der Kenngrößen für asymmetrische Einflüsse  $c_j$  mit einem Verfahren vorgeschlagen. Hierbei werden sogenannte Surrogate von den Kenngrößen erzeugt [TEL<sup>+</sup>92, LRMV99, ALD06], die anhand einer Nullhypothese bestimmte Eigenschaften der Kenngröße erhalten und andere verwerfen (vgl. Seite 25). Durch den Vergleich der Surrogate mit der originalen Kenngröße kann die Signifikanz gegen die Nullhypothese abgeschätzt werden.

Ausgehend von der Nullhypothese, dass die Phasendynamiken von einander unabhängig generiert wurden und kein kausaler Zusammenhang vorliegt, werden die Surrogate so konstruiert, dass die Abhängigkeiten zwischen den Phasenzitreihen zerstört werden, aber die jeweilige Phasendynamik erhalten bleibt. Um Surrogate für die Abhängigkeit der Dynamik von System  $X$  von System  $Y$  zu bestimmen, werden die Phasenzitreihen  $\phi_Y(t_j^r)$  über die verschiedenen Realisationen  $r$  zufällig permutiert und über die so erhaltenen Zeitreihen die Kenngröße,

$$c_j^p(X|Y) = c_j(X|Y_p), \quad p = 1, \dots, s, \quad (3.27)$$

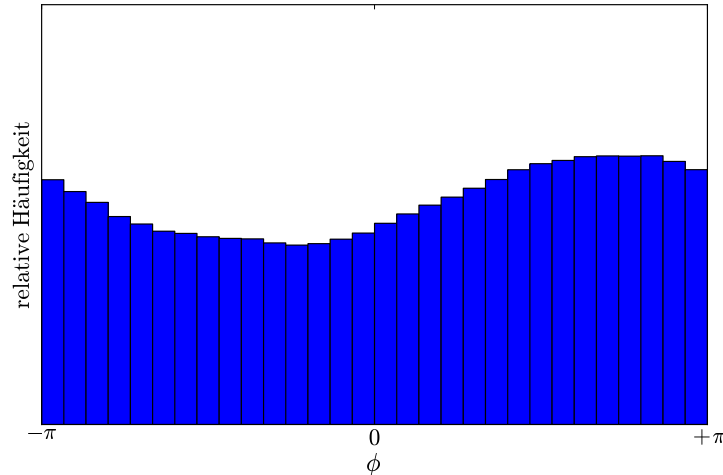
berechnet. Für einen einseitigen Test folgt, dass das Signifikanzniveau 97,5% für  $s = 39$  Surrogate entspricht. Der maximale Wert ( $\hat{c}_j^p = \max[c_j^p(X|Y)]$ ), der über alle Surrogate bestimmt wurde, ist für ungekoppelte Systeme mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,5% kleiner als  $c_j(X|Y)$ . Dieses Verfahren wird in Abschnitt 4.2.3 näher untersucht.

Eine Möglichkeit, den Direktionalitätsindex mit Hilfe der Surrogate zu korrigieren, ist der Vergleich mit den maximalen Surrogatwerten  $\hat{c}_j^p$ . Falls diese die originalen Kenngrößen übersteigen, werden diese gleich null gesetzt. Sonst wird die Nullhypothese verworfen und  $c_j(X|Y)$  bzw.  $c_j(Y|X)$  bleiben unverändert. Der aus dieser Abschätzung resultierende Direktionalitätsindex wird als  $d_j^*$  bezeichnet. Diese Kenngröße ist unter der Annahme, dass die statistischen Verteilungen der Werte von  $c_j^p(X|Y)$  und  $c_j^p(Y|X)$  statistisch unabhängig sind, mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% gleich null für den Fall ungekoppelter Systeme.

### Wahl der Zeitverzögerung

Dem Abschnitt 2.3 folgend ist die Phase als diejenige Variable definiert, die pro Periode proportional mit der Zeit steigt. Bei der Bestimmung der Phase ist die gleichmäßige Steigung nicht immer gewährleistet, woraus folgt, dass nicht alle Phasenwerte zwischen 0 und  $2\pi$  gleich häufig auftreten. Dies ist sowohl von der Methode zur Phasenbestimmung, als auch von den untersuchten Systemen abhängig.

In Abbildung 3.3 ist die Phasenverteilung eines ungekoppelten Lorenz-Oszillators skizziert. In diesem Beispiel ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Phase nicht gleichverteilt: Die relative Häufigkeit für  $-\pi/2$  ist deutlich geringer als für  $\pi/2$ .



**Abbildung 3.3:** Phasenverteilung eines ungestörten Lorenz-Oszillators. Die 30000 Phasenwerte wurden über die Hilbert-Transformation berechnet.

Die nicht gleichverteilten Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Phasen können einen Einfluss auf die Approximation von  $F_j^{X,Y}$  haben, da das verschieden häufige Auftreten von Phasenwerten mit verschiedenen Phasengeschwindigkeiten innerhalb einer Oszillation korrespondiert. Anders ausgedrückt, die Phasendynamik in Gl. (2.33) variiert während einer Periode in Abhängigkeit von den Phasenwerten und der Term  $\mathcal{N}(A_j)$ , der den chaotischen Anteil der Dynamik beschreibt, entspricht nicht ausschließlich stochastischen Fluktuationen, sondern enthält eine intrinsische Dynamik. Um die Phasenverteilung zwischen  $j$  und  $j + \tau$  konstant zu halten, wird die Zeitverzögerung  $\tau$  in Abhängigkeit von den Perioden der Oszillationen  $T_{X,Y}$  der Systeme bestimmt [RP01]:

$$\tau = \min(T_X, T_Y). \quad (3.28)$$

Diese Wahl von  $\tau$  beschränkt die zeitliche Auflösung des Direktionalitätsindex  $d_j$  auf eine Periode des schnelleren Oszillators, mittelt aber die intrinsische Dynamik der Phasen heraus. Alternative Korrekturen der Phasenberechnung [KCR<sup>+</sup>07, KCR<sup>+</sup>08], die die Phasenverteilung glätten, könnten dieses Problem beheben. Eine systematische Untersuchung dieser Korrekturen in Bezug auf transiente Zeitreihen steht jedoch noch aus und ist nicht Ziel dieser Arbeit.



### Kenngröße für den asymmetrischen Einfluss ohne Gewichtung

Die von Rosenblum und Pikovsky vorgeschlagene Summation zur Bestimmung des asymmetrischen Einflusses nach Gl. (3.25) enthält den Faktor  $l^2$ , der Fourierterme höherer Ordnungen stärker gewichtet. Diese Fourierterme, die eventuell stochastische Anteile abbilden können, gehen bevorzugt in die Kenngrößen für den asymmetrischen Einfluss ein. In verschiedenen Untersuchungen werden daher alternative Summationen und Korrekturen vorgeschlagen [SB03, SB09].

In dieser Arbeit wird eine Alternative [KCR<sup>+</sup>08] adaptiert und für die Bestimmung von Interaktionsrichtungen an transienten Signalen getestet. Die Berechnung einer Kenngröße für den Einfluss von System  $Y$  auf System  $X$  ohne den quadratischen Term ist über

$$C_j^2(X|Y) = \frac{1}{a_j^{0,0}} \sum_{k,l} (a_j^{k,l})^2 \quad (3.29)$$

definiert, wobei über alle Fourierterme mit  $l \neq 0$  summiert wird. Die so definierten Kenngrößen entsprechen damit der Summation über die quadrierten Komponenten des Lösungsvektors  $\vec{a}_j$ .  $C_j^2(X|Y)$  kann durch die Normierung mit  $a_j^{0,0}$ , also dem Term der unabhängig von den Werten von  $\phi_x$  und  $\phi_y$  approximiert wurde, als dimensionslose Größe verstanden werden.

Mit einer analog definierten Kenngröße, die den Einfluss von System  $X$  auf System  $Y$  quantifiziert, kann der zeitaufgelöste Direktionalitätsindex als

$$D_j(X, Y) = C_j(Y|X) - C_j(X|Y) \quad (3.30)$$

geschrieben werden. Nach dem Vergleich mit den maximalen Surrogatwerten wird der so definierte Direktionalitätsindex als  $D_j^*$  notiert.



## 4 Untersuchungen an Zeitreihen transient gekoppelter Modellsysteme

In diesem Kapitel werden die Kenngrößen hinsichtlich ihrer Eignung zur Charakterisierung von gerichteten Interaktionen untersucht. Dazu wird die Performanz der Kenngrößen an synthetischen Zeitreihen von kontrollierten Modellsystemen bestimmt. Dies bietet die Möglichkeit, Eigenschaften der Kenngrößen und notwendige Anforderungen an die Signale zu testen. Die Modellsysteme werden typischerweise durch numerische Integration am Computer erzeugt, so dass u.a. Stationarität und Kopplungen streng kontrollierbar sind. In Hinblick auf Zeitreihen stationärer Systeme sind für die Kenngröße  $d(X, Y)$  bereits Voruntersuchungen erfolgt [RPK<sup>+</sup>01, RCB<sup>+</sup>02, SB03, CRF<sup>+</sup>03, Wag06, SSWT07, 9, 8, Ost08, SB09], so dass sich in dieser Arbeit auf Analysen transient gekoppelter Modellsysteme beschränkt wird. Für die Charakterisierung gerichteter Interaktionen anhand transient gekoppelter Zeitreihen mit der Kenngröße  $d_j^*$  wurden erste Analysen durchgeführt [4], die darauf hinweisen, dass wenige hundert Realisierungen ausreichen, um bei hinreichend großen Kopplungsstärken und einem geeigneten Signal-zu-Rausch-Verhältnis die Interaktionsrichtungen vorwiegend richtig zu detektieren.

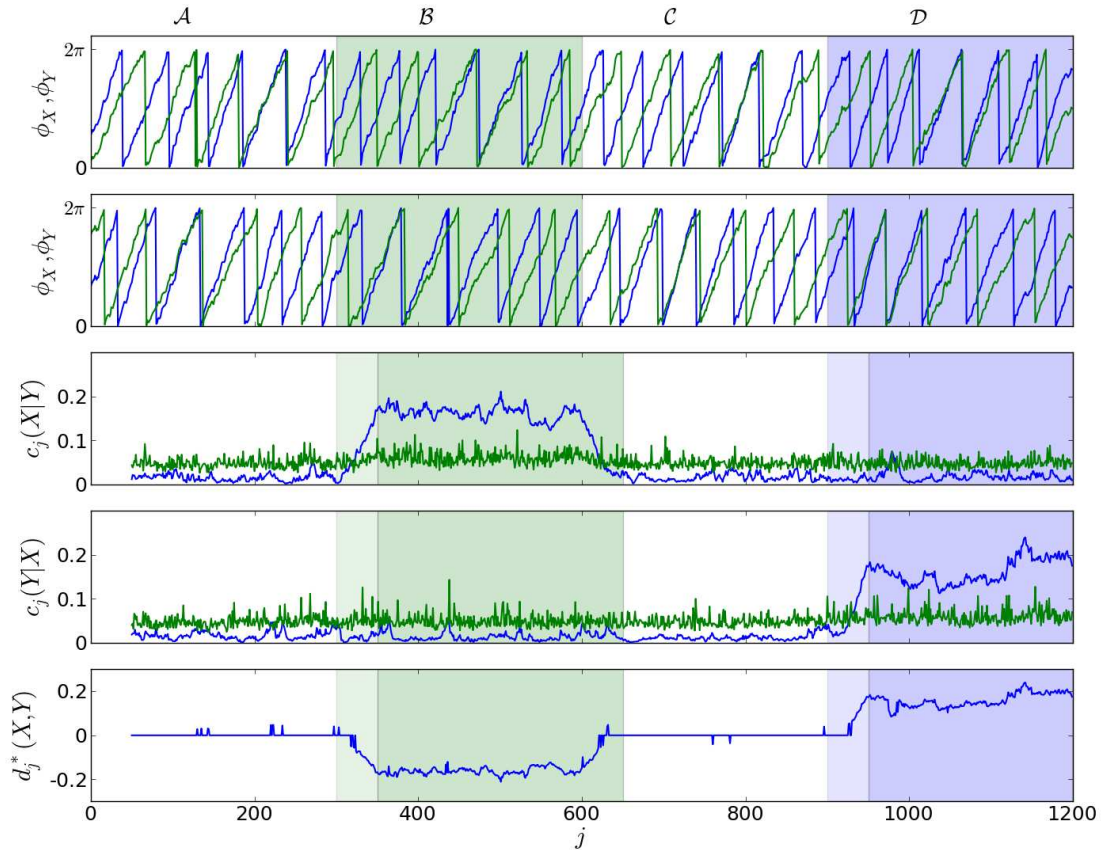
Im Folgenden wird die Performanz für die Charakterisierung transienter Kopplungen an Kuramoto-, Lorenz- und Rössler-Oszillatoren untersucht – für eine ausführliche Beschreibung der Modellsysteme siehe Anhang C. Um verschiedene Realisierungen eines Ensembles zu generieren, wurden die Anfangsbedingungen der Modellsysteme aus einem geeigneten Intervall zufällig gezogen. Die Systeme mit transienten Kopplungen wurden nach festen Kopplungsschemata angelegt, u.a. nach dem **Kopplungsschema A**: Unidirektionale Kopplungen von System  $Y$  auf System  $X$  wurden für das Intervall  $j \in \mathcal{B} = [301; 600]$  und von System  $X$  auf System  $Y$  für  $j \in \mathcal{D} = [901; 1200]$  eingeschaltet. In den Abschnitten  $j \in \mathcal{A} = [1; 300]$  und  $j \in \mathcal{C} = [601; 900]$  gab es keine Kopplungen zwischen den Systemen. Aus den bisherigen Ergebnissen [4] ging hervor, dass die Performanz des Direktionalitätsindex bei einer großen Ensemblegröße ( $m > 2000$ ) nahezu unabhängig von anderen Einflussfaktoren ist. In dieser Arbeit wurde sich daher auf den kritischen Fall von Ensemblegrößen  $m \leq 1000$  beschränkt.

## 4.1 Gekoppelte stochastische Phasenoszillatoren

In einem ersten Beispiel wurde die Charakterisierung transienter gerichteter Interaktionen mit  $d_j^*$  an einem maßgeschneiderten Modellsystem vorgenommen (vgl. [4]). Hierzu wurden Kuramoto-Oszillatoren nach Anhang C mit den Kontrollparametern  $\omega_x^{(K)} = 1, 1, \omega_y^{(K)} = 0, 9$  nach Kopplungsschema A numerisch integriert:  $\epsilon_x = 0, 0 \wedge \epsilon_y = 0, 0$  für  $j \in \{\mathcal{A}, \mathcal{D}\}$ ,  $\epsilon_x = 0, 1 \wedge \epsilon_y = 0, 0$  für  $j \in \mathcal{B}$  und  $\epsilon_x = 0, 0 \wedge \epsilon_y = 0, 1$  für  $j \in \mathcal{D}$ . Dabei wurde eine Schrittweite von  $0,009\pi$  bei einem Abtastintervall von  $\delta t = 0,113$  verwendet, so dass der Zeitversatz  $\tau = \min(T_x, T_y) = 50$  (vgl. Gl. (3.28)) entsprach.

Die Methode zur Bestimmung der Interaktionsrichtungen wurde in der Abbildung 4.1 illustriert: Zwei beispielhafte Realisierungen der gekoppelten Kuramoto-Oszillatoren sind in den oberen beiden Teilen der Abbildung 4.1 dargestellt. Um  $c_j(X|Y)$  zum Zeitpunkt  $j = 1$  zu bestimmen, wurde für jede der  $m$  Realisierungen das Phaseninkrement (vgl. Gl. (3.22)) der Phase  $\phi_x$  mit  $\tau = 50$  bestimmt und in den Vektor  $\vec{b}_j$  (vgl. Gl. (3.24)) eingetragen. Der dadurch entstandenen zeitlichen Unschärfe für kausale Zusammenhänge wurde Rechnung getragen, indem die Kenngrößen um 50 Zeitpunkte versetzt und das Intervall einer möglichen kausalen Abhängigkeit  $\mathcal{B}$  um  $\tau$  vergrößert wurde. Die Phasen  $\phi_{x,y}$  aller Realisierungen zum Zeitpunkt  $j = 1$  gingen über die Entwicklung in den Fourierreihen (vgl. Gl. (3.21)) in die Designmatrix  $\mathbf{A}_j$  (vgl. Gl. (3.23)) ein. Nach Gl. (3.25) konnte  $c_j(X|Y)$  und analog dazu  $c_j(Y|X)$  berechnet werden. Über das auf Seite 31 vorgeschlagene Verfahren wurden je  $s = 39$  Surrogate für  $c_j(X|Y)$  und  $c_j(Y|X)$  bestimmt. Mit den Kenngrößen  $c_j^*$ , die gleich null für  $c_j < \max[c_j^p]$  und sonst gleich  $c_j$  gesetzt wurden, wurde der Direktionalitätsindex  $d_j^*$  berechnet.

Die beiden Realisierungen der gekoppelten Kuramoto-Oszillatoren zeigten Unregelmäßigkeiten in den Phasendynamiken, die den stochastischen Anteilen der Differentialgleichungen geschuldet waren. Auch für die Intervalle eingeschalteter Kopplung war eine Abhängigkeit zwischen  $\phi_x$  und  $\phi_y$  nicht trivial erkennbar. Die Kenngröße  $c_j$  spiegelte die erwartete Abhängigkeit von der transienten Kopplung wider: In den nicht gekoppelten Intervallen  $\mathcal{A}, \mathcal{C}$  und in dem Intervall  $\mathcal{D}$ , in dem System  $X$  unidirektional in das System  $Y$  gekoppelt war, war  $c_j(X|Y) < \max[c_j^p(X|Y)]$ , von statistischen Ausreißern abgesehen. Im Intervall  $\mathcal{B}$  stieg die Kenngröße kurz nach dem Einsetzen der Kopplung über den maximalen Wert der Surrogate, so dass  $c_j(X|Y) > \max[c_j^p(X|Y)]$  bis kurz vor dem Ende des Intervalls war. Analog dazu spiegelte die Kenngröße  $c_j(Y|X)$  das Einsetzen der Kopplung im Intervall  $\mathcal{D}$  wider. Der Direktionalitätsindex  $d_j^*$  konnte die Kopplungen in den Intervallen  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  richtig detektieren, in den ungekoppelten Intervallen  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{C}$  war die Kenngröße weitestgehend gleich null.

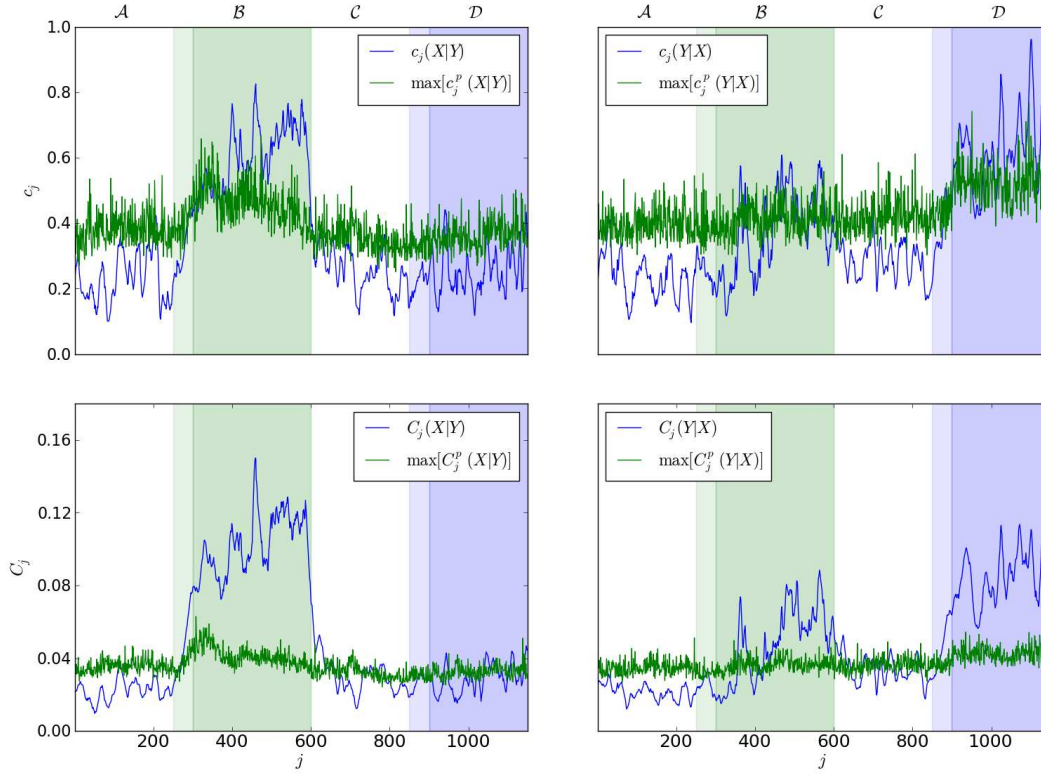


**Abbildung 4.1:** *Obere zwei Abbildungen:* Exemplarische Phasenzitreihen von zwei Realisierungen transient gekoppelter Kuramoto-Oszillatoren, wobei  $\phi_X$  in Blau und  $\phi_Y$  in Grün dargestellt sind. Die Intervalle  $\mathcal{B}, \mathcal{D}$ , in welchen die unidirektionalen Kopplungen eingeschaltet waren, sind farblich unterlegt. Farblich heller gekennzeichnet sind die Intervalle, in denen die transienten Kopplungen über die Berechnung der Phaseninkremente mit dem Zeitversatz  $\tau = 50$  eingingen,  $\phi_X(t_j^r)$  und  $\phi_Y(t_j^r)$  aber noch unabhängig von der Kopplung waren. *Mittlere Abbildungen:* Zeitabhängige Kenngrößen  $c_j(X|Y)$  für den Einfluss von System  $Y$  auf System  $X$  bzw.  $c_j(Y|X)$  von System  $X$  auf System  $Y$  für eine Ensemblegröße  $m = 1000$ . Die maximalen Werte der Surrogate für  $s = 39$  Permutationen sind in Grün eingezeichnet. Der Verlauf der Kenngrößen ist um  $\tau$  versetzt dargestellt, so dass eine kausale Beziehung zwischen den Systemen genau für  $j = 301$  und  $j = 901$  wie in den oberen Abbildungen von  $\phi_{X,Y}$  vorlag. *Unten:* Der resultierende Direktionalitätsindex  $d_j^*$ , wobei durch  $d_j^* > 0$  das System  $X$  und durch  $d_j^* < 0$  das System  $Y$  als treibend identifiziert werden kann.

## 4.2 Gekoppelte chaotische Oszillatoren

Für den Vergleich zwischen der Performanz der Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$ , und für Untersuchungen verschiedener Effekte bieten sich, neben den maßgeschneiderten Modellsystemen wie den Kuramoto-Oszillatoren, insbesondere chaotische Modellsysteme an. Diese bilden nicht optimale Bedingungen ab, bei denen die Performanz der Kenngrößen von entscheidender Bedeutung ist. Gerade solche Bedingungen können bei der Charakterisierung von Interaktionsrichtungen an Felddaten auftreten. Als prototypische chaotische Systeme werden in dieser Arbeit transient gekoppelte Lorenz- bzw. Rössler-Oszillatoren verwendet. Analog zu Abbildung 4.1 wurden Darstellungen für beispielhafte Zeitreihen und Charakterisierungen von Interaktionsrichtungen im Anhang auf Seite 108 bzw. 109 angeführt. Für einen ersten Vergleich der Kenngrößen  $c_j, C_j$  wurden gekoppelte Lorenz-Oszillatoren (vgl. Anhang C) untersucht. Hieraus ließen sich Hypothesen für weitere Analysen ableiten. Die Lorenz-Oszillatoren wurden mit einem Abtastintervall von  $\delta t = 0,012$  und den Kontrollparametern  $\rho_x = 35$  und  $\rho_y = 39$  integriert, so dass  $\tau = 50$  Zeitpunkten entsprach. Um nicht optimale Bedingungen zu simulieren, wurden die Systeme in einem kritischen Regime nach [4] gekoppelt: Mit den Kopplungsstärken  $\epsilon_x = 2,0$  für  $j \in \mathcal{B}$  und  $\epsilon_y = 2,0$  für  $j \in \mathcal{D}$  lagen diese unterhalb der Kopplungsstärken, die als hinreichend für die Untersuchung mit wenigen Realisierungen bestimmt wurden.

Die Kenngrößen  $c_j$  bzw.  $C_j$  und die maximalen Werte der Surrogate sind für die transient gekoppelten Lorenz-Oszillatoren in Abbildung 4.2 dargestellt. Im ungekoppelten Intervall  $\mathcal{A}$  waren  $C_j$  und  $c_j$ , von statistischen Ausreißern abgesehen, kleiner als die Maximalwerte der Surrogate. Kurz nach dem Einsetzen der Kopplung im Intervall  $\mathcal{B}$  übertrafen sowohl  $c_j(X|Y)$  als auch  $C_j(X|Y)$  die maximalen Surrogatwerte und detektierten den korrekten Richtungseinfluss. Obwohl im Intervall  $\mathcal{B}$  nur eine unidirektionale Kopplung von System  $Y$  auf System  $X$  vorlag, detektierte auch die Kenngröße  $C_j(Y|X)$  eine signifikante Interaktionsrichtung  $X \rightarrow Y$ . Dies ist dadurch erklärbar, dass die Phasen aufgrund der unidirektionalen Kopplung der Systeme einen funktionellen Zusammenhang aufweisen, welcher zu falsch positiven Werten der Kenngröße führen kann. Da  $C_j(Y|X) < C_j(X|Y)$ , ist diese Abhängigkeit in  $d_j^*$  bzw.  $D_j^*$  zu vernachlässigen. Auffällig war, dass die Surrogate mit dem Einsetzen der Kopplung anstiegen, obwohl diese unabhängig vom Einfluss des Systems  $Y$  nur die intrinsische Dynamik des Systems  $X$  abbilden sollten. Die Abhängigkeit der Surrogate von der transienten Kopplung wird in Abschnitt 4.2.3 näher untersucht. Im Intervall  $\mathcal{C}$  waren die Kenngrößen für die asymmetrischen Einflüsse vorwiegend kleiner als die maximalen Surrogatwerte. Im Intervall  $\mathcal{D}$  konnte die eingeschaltete Kopplungsrichtung sowohl über  $c_j(Y|X)$  als auch über  $C_j(Y|X)$  richtig detektiert werden. Um die Performanz der Kenngrößen abzuschätzen, konnte die Fläche zwischen den Maximalwerten der Surrogate und der Kenngrößen beschrie-



**Abbildung 4.2:** Kenngrößen  $c_j$  und  $C_j$  gemessen an transient gekoppelten Lorenz-Oszillatoren für die Ensemblegröße  $m = 1000$ . *Oben links:* Die Kenngröße  $c_j(X|Y)$  quantifiziert die Abhängigkeit des Systems  $X$  von System  $Y$ , *oben rechts*  $c_j(Y|X)$  den umgekehrten Einfluss. *Unten:* Die Kenngrößen  $C_j(X|Y)$  und  $C_j(Y|X)$ , welche über die Summation ohne Gewichtung der Fourierterme berechnet wurden. Die Maximalwerte der Surrogate über  $s = 39$  Permutationen sind in Grün eingetragen. Die Intervalle transienter Kopplungen  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  sind, wie in Abbildung 4.1, farblich unterlegt, so dass darauf verzichtet wurde, die Kenngrößen zusätzlich um  $\tau$  zu verschieben.

ben werden. Beispielsweise konnte die Fläche zwischen  $\hat{c}_j^p(X|Y)$  und  $c_j(X|Y)$  im Intervall  $\mathcal{B}$  über

$$\Delta\tilde{A} = \frac{1}{\tilde{\omega}} \int_{\mathcal{B}} c_j(X|Y) - \hat{c}_j^p(X|Y) \quad (4.1)$$

erfasst werden, wobei  $\tilde{\omega} = \int_{\mathcal{B}} \hat{c}_j(X|Y)$  die Normierung auf die Fläche der maximalen Surrogatwerte war. Im Vergleich war  $\Delta\tilde{A}$  in den gekoppelten Intervallen  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  für  $C_j$  größer als für  $c_j$ , was darauf hindeutet, dass diese Kenngröße zur Detektion von Interaktionsrichtungen besser geeignet sein könnte.

Aus diesen Beobachtungen lassen sich für einen ersten Teil weiterer Untersuchungen

die folgenden Hypothesen ableiten:

1. Hypothese: Die Kenngrößen  $C_j$  sind zur Charakterisierung von Signalen transienter Systeme mit wenigen Realisierungen besser geeignet als  $c_j$ .
2. Hypothese: Die Surrogate detektieren das Einsetzen der Kopplung aufgrund einer fehlerhaften Generierung der Surrogate.

### 4.2.1 Zeitlich aufgelöster Direktionalitätsindex

Die Performanz der Direktionalitätsindizes  $d_j^*$  und  $D_j^*$  wird in diesem Abschnitt verglichen. Dabei wurden die Kenngrößen anhand 20 Ensembles von bis zu 1000 Realisierungen transient gekoppelter Lorenz- bzw. Rössler-Oszillatoren berechnet. Die transienten Kopplungen und Systemeinstellungen der Lorenz-Oszillatoren entsprechen dabei denen aus Abschnitt 4.2, die Rössler-Oszillatoren wurden mit  $\omega_x^{(R)} = 1, 1$ ,  $\omega_y^{(R)} = 1, 3$  und  $\delta t = 0, 134$  integriert. Die Periode der gemittelten schnelleren Oszillationen entsprach  $\tau = \min(T_x, T_y) = 35$  Zeitpunkten. Die Kopplungen wurden dem Schema A folgend mit  $\epsilon_x = 0, 1$  im Intervall  $\mathcal{B}$  und  $\epsilon_y = 0, 1$  im Intervall  $\mathcal{D}$  gewählt.

Die Performanz beliebiger Kenngrößen  $M$  wurde im Folgenden mit verschiedenen Gütekriterien bewertet. Angelehnt an die Erfassung der Fläche  $\Delta\tilde{A}$ , wurden, um das Kriterium  $\gamma^*(M)$  zu berechnen, die richtig bzw. falsch detektierten Werte des Direktionalitätsindex über alle Intervalle verschiedener Kopplungsstärken, d.h.  $\bigcup\{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\}$ , aufsummiert (vgl. [4]). Dabei wurde der Absolutwert der Summe der negativen Kenngrößen  $M$  im Intervall  $\mathcal{B}$  plus die positiven Kenngrößen  $M$  in  $\mathcal{D}$  via  $\gamma_K^*$  als richtig klassifiziert. Die Absolutwerte aller anderen nichtnegativen Werte von  $d_j^*$  oder  $D_j^*$  wurden zur Summe der falsch detektierten Interaktionsrichtungen  $\gamma_I^*$  aufsummiert. Die Bereiche einer möglichen kausalen Beziehung – die in Abbildung 4.2 hell unterlegten Intervalle – wurden hier und im Folgenden zu den jeweiligen Intervallen  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  gezählt.

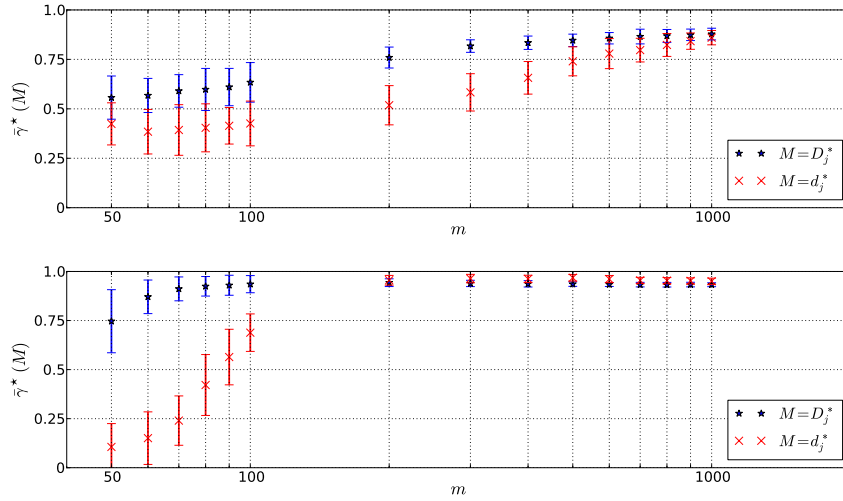
Weiterhin konnte die Performanz von  $d_j^*$  bzw.  $D_j^*$  in den jeweiligen Kopplungsintervallen mit zwei Gütekriterien bewertet werden. Das Gütekriterium  $\gamma^\circ(M, \mathcal{W})$  bestimmte die Anzahl der mit der Kenngröße  $M$  richtig ( $\gamma_K^\circ$ ) bzw. falsch ( $\gamma_I^\circ$ ) detektierten Interaktionsrichtungen in einem beliebigen Intervall  $\mathcal{W} \in \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\}$ . Die maximale Anzahl der richtig ( $\gamma_K^\bullet$ ) oder falsch ( $\gamma_I^\bullet$ ) detektierten, aufeinanderfolgenden Werte von  $d_j^*$  bzw.  $D_j^*$  gingen in das Gütekriterium  $\gamma^\bullet(M, \mathcal{W})$  ein. Dieses Kriterium ist ähnlich zu  $\gamma^\circ(M, \mathcal{W})$ . Gerade bei Kenngrößen, welche an Felddaten berechnet werden, ist die Interpretation aufeinanderfolgender Werte gleicher Interaktionsrichtungen oftmals intuitiver, als Häufigkeiten schnell wechselnder Kenngrößen.



ben auszuwerten. Alle drei Kriterien wurden über

$$\gamma^{*,\circ,\bullet} = \frac{\gamma_K^{*,\circ,\bullet}}{\gamma_I^{*,\circ,\bullet} + \gamma_K^{*,\circ,\bullet}} \quad (4.2)$$

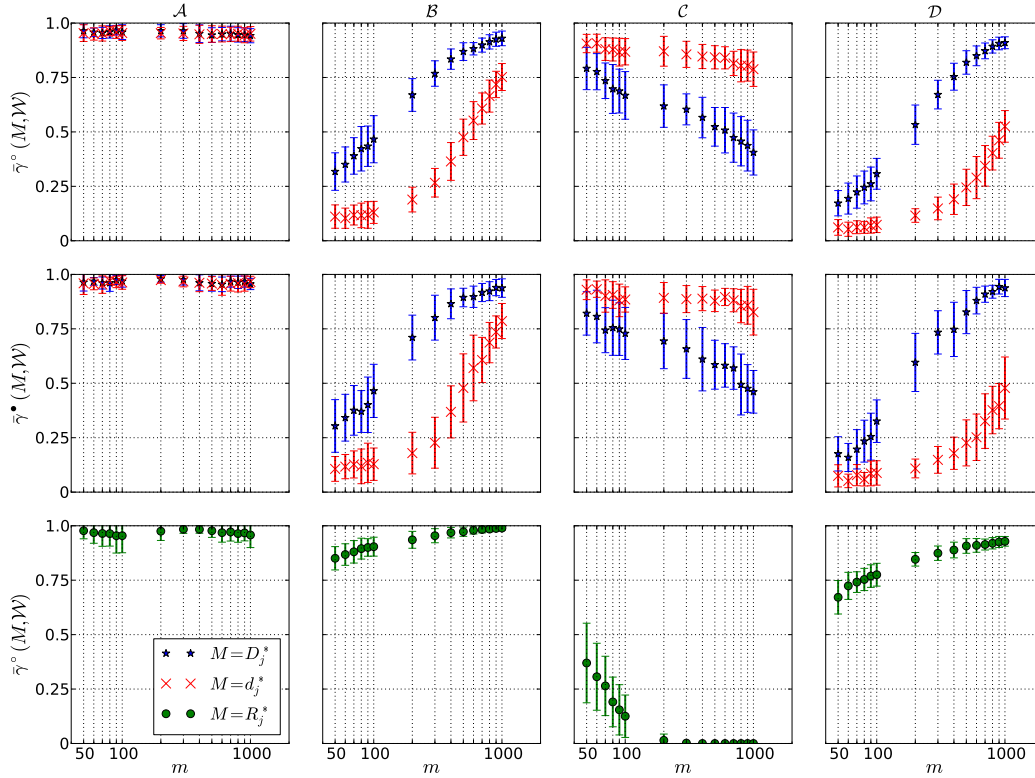
auf das Intervall  $[0, 1]$  normiert, wobei die Güte  $\gamma^{*,\circ,\bullet} = 1$  einer Kenngröße mit einer optimalen Performanz entspräche. Der Mittelwert der Kriterien über die 20 Ensembles wurde mit  $\bar{\gamma}^{*,\circ,\bullet}$  bezeichnet.



**Abbildung 4.3:** Performanz der Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$  bestimmt über die gemittelten Gütekriterien  $\bar{\gamma}^*$ . *Oben:* Die gemittelten Kriterien für transient gekoppelte Lorenz-Oszillatoren in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$ ; Mittelwerte und Standardabweichungen wurden über die 20 Ensembles bestimmt. *Unten:* Das gemittelte Gütekriterium für die Kenngrößen von transient gekoppelten Rössler-Oszillatoren (20 Ensembles) in Abhängigkeit von  $m$ .

Die Performanz, die über die gemittelten Kriterien  $\bar{\gamma}^*$  für die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen mit  $D_j^*$  an gekoppelten Lorenz-Oszillatoren abgeschätzt wurde, war für alle Ensemblegrößen  $m$  größer als die der Performanz von  $d_j^*$  (vgl. Abbildung 4.3). Für eine Ensemblegröße von  $100 < m < 500$  und  $m = 90$  war der Unterschied der Performanz beider Richtungsindizes signifikant im den Sinne, dass sich die Standardabweichungen nicht überschneiden. Für den Fall großer Ensembles  $m > 500$  näherten sich die Gütekriterien für  $d_j^*$  und  $D_j^*$  an. Für die Untersuchungen an transient gekoppelten Rössler-Oszillatoren gab es bei der Güte der Richtungsdetektion für  $m \geq 200$  keine statistisch signifikanten Unterschiede, für  $m \leq 100$  war die Charakterisierung mit  $D_j^*$  signifikant besser als die mit  $d_j^*$ .

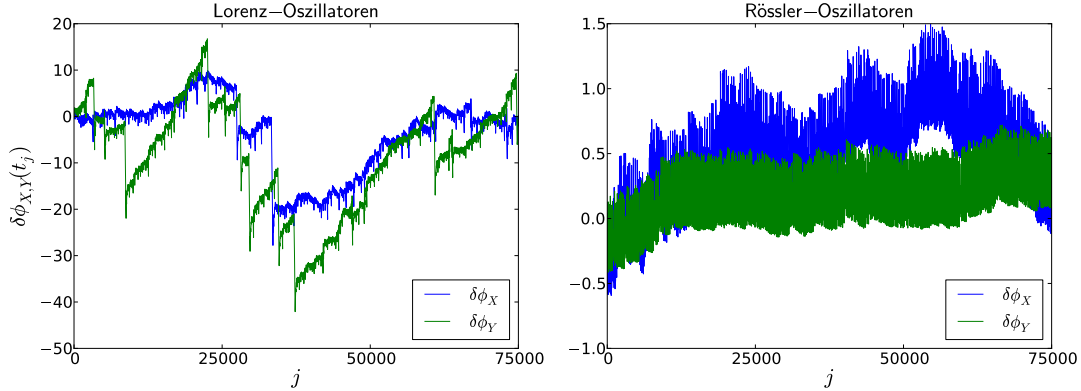
Die unterschiedliche Performanz beider Kenngrößen an gekoppelten Lorenz-Oszillatoren zeigte sich auch bei einem Vergleich für die einzelnen Intervalle  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$



**Abbildung 4.4:** Die Gütekriterien  $\bar{\gamma}^\circ(M, \mathcal{W})$  (oberer Reihe) und  $\bar{\gamma}^\bullet(M, \mathcal{W})$  (mittlere Reihe) für Interaktionsrichtungen zwischen gekoppelten Lorenz-Oszillatoren. Die Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$  wurden in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$  bestimmt. Die Spalten entsprechen den Intervallen transienter Kopplungen  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$ . Die Güte für die surrogat-korrigierte mittlere Phasenkohärenz  $R_j^*$  wurde über das Kriterium  $\gamma^\circ$  bestimmt (untere Reihe).

mit den Gütekriterien  $\bar{\gamma}^\circ$  und  $\bar{\gamma}^\bullet$  (siehe Abbildung 4.4). Die beiden Kriterien bewerteten die Kenngrößen über alle Bedingungen sehr ähnlich, d.h. die Häufigkeit der richtig bzw. falsch detektierten Interaktionsrichtungen bedingten, dass diese zusammenhängend waren. Die Gütekriterien  $\gamma^\circ$  und  $\gamma^\bullet$  können somit zusammen beschrieben werden. Im ungekoppelten Intervall  $\mathcal{A}$  waren die beiden Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$  gleich null mit Ausnahme statistischer Ausreißer. Die Performanz der Kenngrößen entsprach dabei für alle  $m$  der statistischen Genauigkeit von 95% für unabhängige Verteilungen, die für  $s = 39$  Surrogate festgelegt wurde. Für  $j \in \mathcal{B}$  und  $j \in \mathcal{D}$ , also in den Intervallen mit eingeschalteter Kopplung, war die Performanz von  $D_j^*$ , bewertet über alle verschiedenen Ensemblegrößen, sensitiver als die von  $d_j^*$ . Dieser Unterschied war für nahezu alle Vergleiche (57 aus 60) signifikant. Im Intervall  $\mathcal{C}$  detektierte  $d_j^*$  gerade für Ensemblegrößen  $m > 200$  die wieder ausgeschalteten

Kopplungen signifikant besser als  $D_j^*$ , was in Abschnitt 4.2.2 näher untersucht wird. Diese Klassifizierungen der Güte für die einzelnen Kopplungsintervalle waren für die Rössler-Oszillatoren qualitativ ähnlich. Gerade für den Fall kleiner Ensembles konnten Interaktionsrichtungen an den Rössler-Oszillatoren quantitativ besser detektiert werden als an den Lorenz-Oszillatoren (siehe Abbildung D.3 im Anhang).



**Abbildung 4.5:** Abweichung der Phase von der linearen Interpolation der mittleren gemessenen Frequenz für ungekoppelte Lorenz- (links) bzw. Rössler-Oszillatoren (rechts).

Diese unterschiedlich gute Performanz ist unter anderem von der Phasendiffusion der chaotischen Systeme<sup>1</sup> abhängig [PROK97] (vgl. Anhang C). Der Phasendiffusion liegt die Annahme zugrunde, dass der chaotische Term  $\mathcal{N}(A_j)$  aus Gl. (2.33) als effektives Rauschen betrachtet werden kann, welches die Bedingungen für die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen verschlechtert. Um die Phasendiffusion zu veranschaulichen, kann mit der mittleren gemessenen Frequenz,

$$\Omega_{X,Y} = 2\pi \frac{\phi_{X,Y}(t_n) - \phi_{X,Y}(t_1)}{n}, \quad (4.3)$$

die Abweichung der Phase von der linearen Interpolation von  $\Omega_{X,Y}$  nach

$$\delta\phi_{X,Y}(t_j) = \phi_{X,Y}(t_j) - \Omega_{X,Y}t_j \quad (4.4)$$

bestimmt werden. Um die Phasendiffusion der verwendeten Systeme zu illustrieren, wurde eine Realisierung von Lorenz-Oszillatoren mit  $n = 75000$  Datenpunkten ohne Kopplungen, den Kontrollparametern  $\rho_X = 35$ ,  $\rho_Y = 39$  und dem Abtastintervall  $\delta t = 0,012$  integriert. Für den Vergleich mit den Rössler-Oszillatoren wurde eine Realisierung ungekoppelter Systeme für  $n = 75000$  Datenpunkte mit den

<sup>1</sup>Die Phasendiffusion wird u.a. von der Methode zur Phasenbestimmung in Abhängigkeit vom jeweiligen System beeinflusst.

Kontrollparametern  $\omega_x^{(R)} = 1, 1$ ,  $\omega_y^{(R)} = 1, 3$  und dem Abtastintervall  $\delta t = 0, 134$  generiert. Für beide Systeme sind die Differenzen zwischen Phase und der linearen Interpolation in Abbildung 4.5 dargestellt, wobei die maximalen Abweichungen der Lorenz-Oszillatoren eine Größenordnung über denen der Rössler-Oszillatoren lagen. Darüber hinaus unterschied sich  $\delta\phi_x$  von  $\delta\phi_y$  zwischen den Oszillatoren desselben Typs aufgrund der verschiedenen Parameter  $\rho_x$  und  $\rho_y$  bzw.  $\omega_x^{(R)}$  und  $\omega_y^{(R)}$ .

Eine Kenngröße für die Phasendiffusion wurde über die auf die Frequenz normierte Standardabweichung von  $\delta\phi_{x,y}$  mit dem Mittelwert  $\langle\delta\phi_{x,y}(t_j)\rangle_T$  definiert:

$$\sigma^*(\delta\phi_{x,y}) = \frac{1}{\Omega_{x,y}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_j^n (\delta\phi_{x,y}(t_j) - \langle\delta\phi_{x,y}(t_j)\rangle_T)^2}. \quad (4.5)$$

Die Werte für  $\sigma^*(\delta\phi_{x,y})$  für die hier analysierten Systeme sind in Tabelle 4.1 zusammengefaßt.

Oszillator	Phase	$\sigma^*(\delta\phi_{x,y})$
Lorenz	$\phi_x$	11,07
	$\phi_y$	15,01
Rössler	$\phi_x$	0,35
	$\phi_y$	0,15

**Tabelle 4.1:** Kenngröße  $\sigma^*(\delta\phi_{x,y})$  für die Phasendiffusion einer Realisation von ungekoppelten Lorenz- bzw. Rössler-Oszillatoren mit jeweils  $n = 75000$  Datenpunkten.

Der Unterschied der Phasendiffusion  $\sigma^*(\delta\phi_{x,y})$  zwischen den beiden Systemen entsprach ungefähr dem Literaturwert [PROK97]: Die Phasendiffusion der Lorenz-Oszillatoren war bis zu einem Faktor 100 größer als die der Rössler-Oszillatoren. Diesen Beobachtungen folgend, kann die Phasendynamik eines Systems bei größeren Werten der Phasendiffusion als *chaotischer*, bei kleineren Werten der Phasendiffusion als *periodischer* bezüglich der Phasendynamik eines anderen Systems bezeichnet werden.

Demnach kann die schlechtere Performanz der Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$  an gekoppelten Lorenz-Oszillatoren so verstanden werden, dass, aufgrund der wesentlich größeren Phasendiffusion, das effektive Rauschen die Detektion der Interaktionsrichtungen gerade für kleine Ensemblegrößen erschwerte. Bei ausreichender Ensemblegröße  $m > 800$  wurde ein Teil des effektiven Rauschens durch die Approximation der Fourierreihe geglättet, so dass die Performanz sich derjenigen für die Charakterisierung der Interaktionsrichtungen an gekoppelten Rössler-Oszillatoren annäherte.

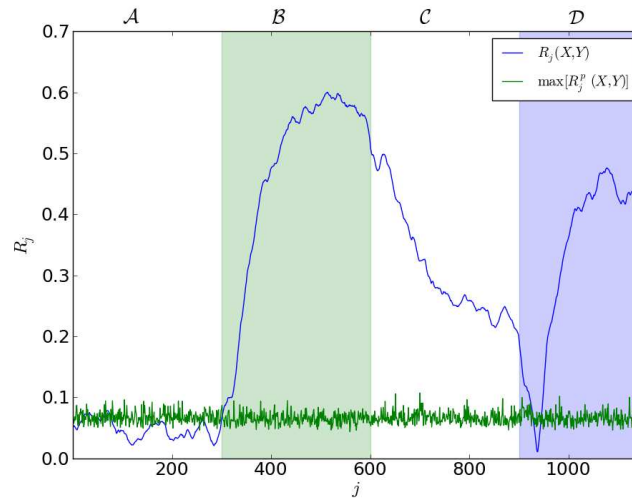
Unabhängig von der schlechteren Performanz von  $D_j^*$  im Intervall  $\mathcal{C}$  kann die Hypothese 1 als verifiziert angesehen werden: Aus der Summe der bisherigen Analysen folgt, dass eine Klassifizierung der Interaktionsrichtung mit dem Richtungsindex  $D_j^*$  gerade für kleine Ensemblegrößen besser geeignet ist als mit  $d_j^*$ . Im Folgenden wird daher die Kenngröße  $D_j^*$  ohne quadratischen Faktor  $l^2$  zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen verwendet.

### 4.2.2 Zeitlich aufgelöste mittlere Phasenkohärenz

Um die unterschiedlich gute Performanz von  $d_j^*$  bzw.  $D_j^*$  zwischen den Intervallen  $\mathcal{B}$  bzw.  $\mathcal{D}$  und  $\mathcal{C}$  zu verstehen, wurden zusätzlich die transienten Kopplungen mit der mittleren Phasenkohärenz als Kenngröße für Stärke der Interaktion analysiert. Dazu wurde die Stärke der Interaktion für Zeitreihen von transient gekoppelten Rössler- bzw. transient gekoppelten Lorenz-Oszillatoren mit der Kenngröße  $R_j^*$  charakterisiert und die Performanz hiervon mit dem Kriterium  $\gamma^\circ$  bewertet.

Aus Abbildung 4.4, in der die Performanz von  $R_j^*$  für die Lorenz-Oszillatoren dargestellt ist, sowie aus Abbildung D.3 für die Performanz an Rössler-Oszillatoren geht hervor, dass die mittlere Phasenkohärenz ähnlich wie die Interaktionsrichtungen für das ungekoppelte Intervall  $\mathcal{A}$  unabhängig von der Ensemblegröße  $m$  war. Im Intervall  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  verbesserte sich die Performanz zunehmend für größere Ensembles. Für das Intervall  $\mathcal{C}$ , in welchem die Kopplung ausgeschaltet war, wurde die Interaktionsstärke für  $m > 100$  für die Rössler- und die Lorenz-Oszillatoren falsch charakterisiert. Dabei folgt aus  $\gamma^\circ \rightarrow 0$ , dass trotz ausgeschalteter Kopplung die Kenngröße  $R_j^*$  signifikante Interaktionen detektierte. Diese falsch positiven Werte können dadurch erklärt werden, dass, obwohl die Kopplungen zwischen den Systemen im Intervall  $\mathcal{C}$  ausgeschaltet waren ( $\epsilon_{x,y} = 0$ ), die Phasen der zuvor entkoppelten Systeme ähnliche Zustände aufwiesen.

Der zeitliche Verlauf der mittleren Phasenkohärenz  $R_j$  ist für ein Ensemble transient gekoppelter Lorenz-Oszillatoren in Abbildung 4.6 dargestellt. Für das Intervall  $\mathcal{C}$  ist auffällig, dass  $R_j$  nach dem Ausschalten der Kopplung zwar abfiel, jedoch nicht unterhalb der Maximalwerte der Surrogate fiel. Hingegen war, von statistischen Ausreißern abgesehen,  $R_j < \max[R_j^p]$  für das ungekoppelte Intervall  $\mathcal{A}$ . Für  $j \in \mathcal{B}$  und  $j \in \mathcal{D}$  wurden die Kopplungen richtig detektiert. Eine Besonderheit der chaotischen Dynamik gekoppelter Lorenz-Systeme war bei  $j \approx 900$  Datenpunkten zu beobachten: Aufgrund der eingeschalteten inversen unidirektionalen Kopplung beeinflussten sich die Systeme gegenseitig dahingehend, dass kurzzeitig  $R_j < \max[R_j^p]$ . Die Kenngröße  $R_j$  charakterisierte qualitativ dieselbe Abhängigkeit von den transienten Kopplungen für die Rössler-Oszillatoren, siehe Abbildung 4.8. Für  $j \in \mathcal{A}$  wurde die mittlere Phasenkohärenz als nicht signifikant, in den Intervallen  $\mathcal{B}$  und



**Abbildung 4.6:** Mittlere Phasenkohärenz  $R_j$  über  $m = 1000$  Realisierungen für transient gekoppelte Lorenz-Oszillatoren aus Abbildung 4.2. Die maximalen Werte über  $s = 39$  Surrogate sind in Grün dargestellt. Die Intervalle  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$ , in denen die Kopplung eingeschaltet war, sind farblich unterlegt.

$\mathcal{D}$  größer als die Maximalwerte der Surrogate, detektiert. Im Intervall ausgeschalteter Kopplung  $\mathcal{C}$  fiel die mittlere Phasenkohärenz nicht merklich ab. Dies kann über die geringere Phasendiffusion der Rössler-Oszillatoren (vgl. Tabelle 4.1) erklärt werden: Die Phasen der Systeme streben so langsam auseinander, dass sich die Phasendifferenzen im Beobachtungszeitraum nicht merklich ändern.

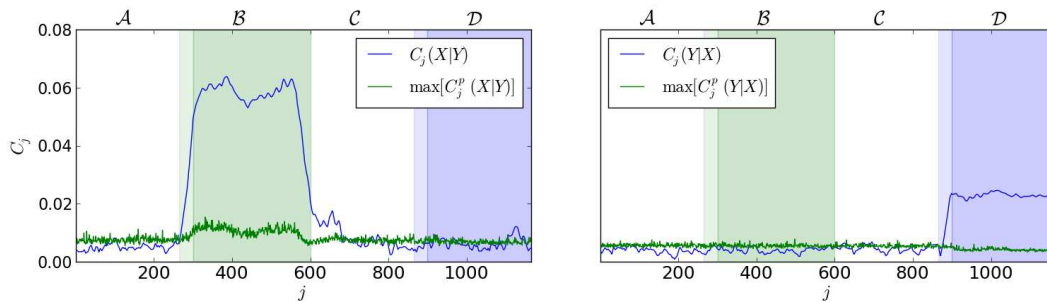
Daraus kann gefolgert werden, dass die Phasendynamiken kurz nach dem Ausschalten der Kopplungen weiterhin synchron sind, weshalb die Systeme mit  $R_j^*$  als signifikant gekoppelt detektiert werden. In Hinblick auf die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen zwischen den Systemen scheint die Kenngröße  $D_j^*$  sensitiver auf schwache Kopplungen und damit auch sensitiver auf die falschen Abhängigkeiten zu sein als  $d_j^*$ . Aus der Abbildung 4.3 folgt, dass die Werte der falsch detektieren Interaktionsrichtungen im Intervall  $\mathcal{C}$  im Vergleich zu den richtigen in den Intervallen  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{D}$  gering sind und die Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$  sich nicht signifikant verschlechtern.

Aus diesen Analysen kann eine weitere Schlussfolgerung gezogen werden. In früheren Studien (z.B. [8]) wurde bei der Charakterisierung von Interaktionsrichtungen die Stärke der Interaktionen hinzugezogen, um nicht-gekoppelte, gekoppelte und sehr stark gekoppelte Systeme von einander unterscheiden zu können. Durch die Verwendung der Surrogate können die nicht gekoppelten Systeme von den gekoppelten gut unterschieden werden (vgl. Abbildung 4.4, 1. Spalte), so dass eine zusätzliche Betrachtung der Stärke der Interaktion nicht notwendig ist. Um in Hinblick auf

Charakterisierung von Interaktionsrichtungen unterscheiden zu können, ob die Systeme zu stark gekoppelt bzw. die Phasen fast vollständig synchronisiert sind, ist dennoch weiterhin die Bestimmung der Interaktionsstärke notwendig.

### 4.2.3 Analyse der Surrogatmethode

Im Abschnitt 4.2 konnte an transient gekoppelten Lorenz-Oszillatoren beobachtet werden, dass der Maximalwert der Surrogate kurz nach dem Einsetzen der transienten Kopplung anstieg. Dies führte zur Hypothese 2, dass die Veränderung der Surrogatwerte direkt vom Einsetzen der Kopplung abhängt. Damit wäre jedoch die Nullhypothese verletzt, weil die generierten Surrogate z.B. für die Dynamik von System  $X$  unabhängig von der Phasendynamik von System  $Y$  sein sollten. Dass die Erhöhung der Surrogatwerte nicht direkt, sondern nur indirekt, durch eine Veränderung der Phasendynamik induziert, vom Einsetzen der Kopplung abhängt und die Nullhypothese somit nicht verletzt ist, wird im folgenden Abschnitt gezeigt.

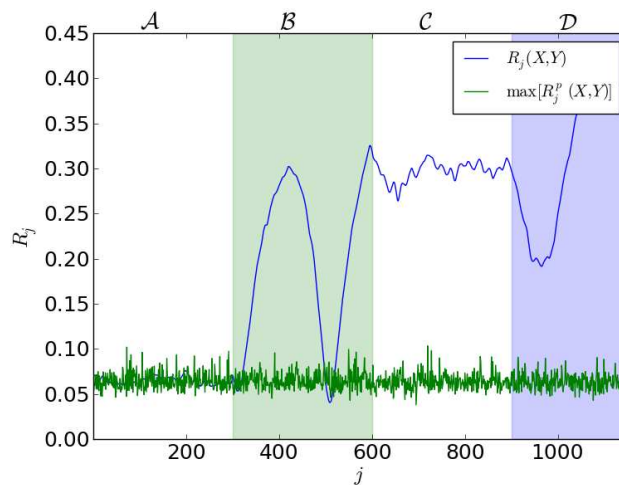


**Abbildung 4.7:** Die Kenngrößen  $C_j(X|Y)$  und  $C_j(Y|X)$  für ein Ensemble von Rössler-Oszillatoren mit einer Ensemblegröße  $m = 1000$ . Die Kontrollparameter der Systeme und deren transiente Kopplungen waren analog zu Abschnitt 4.2.1 eingestellt. Die Zeitverzögerung wurde nach Gl. (3.28) bestimmt und betrug  $\tau = 35$ . Die maximalen Werte, die über die Surrogate mit je  $s = 39$  Permutationen bestimmt wurden, sind in Grün dargestellt. Die Fluktuationen von  $C_j(X|Y)$  im beeinflussten Intervall  $\mathcal{B}$  sind dem chaotischen Verhalten der unidirektional gekoppelten Rössler-Oszillatoren geschuldet.

Für ein Ensemble transient gekoppelter Rössler-Oszillatoren aus Abschnitt 4.2.1 mit  $\omega_x^{(R)} = 1, 1$ ,  $\omega_y^{(R)} = 1, 3$  und  $\delta t = 0, 134$ , sowie  $\epsilon_{x,y} = 0, 1$  in den entsprechenden Intervallen, wurde die Abhängigkeit der Surrogate für die Kenngrößen  $C_j$  vom Einsetzen der Kopplung untersucht. Aus Abbildung 4.7 ging hervor, dass die transiente Kopplung nach Schema A mit  $C_j(X|Y)$  und  $C_j(Y|X)$  analog zum zeitlichen Verlauf der Kenngrößen an den transient gekoppelten Lorenz-Oszillatoren aus Abschnitt 4.2 beschrieben wurde: In den Intervallen  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  wurden die Interaktionsrichtungen

richtig bestimmt, in den ungekoppelten Intervallen  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{D}$  waren die Kenngrößen zum größten Teil kleiner als die maximalen Surrogatwerte.

Für den zeitlichen Verlauf der Kenngrößen, die über die Surrogatmethode berechnet wurden, konnten Abweichungen beobachtet werden: Zwar stiegen die maximalen Surrogatwerte ( $\hat{C}_j^p = \max[C_j^p(X|Y)]$ ) im Intervall  $\mathcal{B}$  mit eingeschalteter Kopplung gegenüber der Grundlinie, die als mittlere Werte von  $\hat{C}_j^p$  aus dem Intervall  $\mathcal{A}$  bestimmt wurde, an – analog zu den Ergebnissen gemessen an gekoppelten Lorenz-Oszillatoren. Im zweiten Kopplungsintervall  $\mathcal{D}$  aber verringerte sich  $\hat{C}_j^p$  gegenüber der Grundlinie.



**Abbildung 4.8:** Die mittlere Phasenkohärenz  $R_j$  und deren Surrogatwerte für das Ensemble von gekoppelten Rössler-Oszillatoren aus Abbildung 4.7. Die maximalen Surrogatwerte aus  $s = 39$  Permutationen sind in Grün dargestellt. Es ist zu beachten, dass bei  $j \approx 500$  und  $j \approx 900$  die Werte der mittleren Phasenkohärenz aufgrund der chaotischen Dynamik der gekoppelten Oszillatoren stark schwanken. Dieses Verhalten ist analytisch nicht vorhersagbar, da bereits die analytische Herleitung der Phase eines ungekoppelten Rössler-Systems aus den Bewegungsgleichungen nicht möglich ist [PRK01].

Eine mögliche Erklärung für diese Abhängigkeit könnte die Änderung der Interaktionsstärke  $R_j$  zwischen System  $X$  und System  $Y$  sein. Mit der Annahme, dass sich die Phasen der Systeme durch eine größere Kopplungsstärke annähern, könnten die Werte der Surrogate aufgrund einer größeren Ähnlichkeit der Phasendynamiken der Systeme ansteigen. Eine Konsequenz aus dieser Annahme wäre, dass sich beide Kenngrößen  $\hat{C}_j^p(X|Y)$  und  $\hat{C}_j^p(Y|X)$  in gleichem Maße veränderten. Im Gegensatz dazu, zeigten nur die Surrogatwerte des beeinflussten Systems eine Änderung: Für den Fall der Kopplung von  $Y \rightarrow X$  im Intervall  $\mathcal{B}$  stieg nur  $\hat{C}_j^p(X|Y)$  im Mittel an.



Im Intervall  $\mathcal{D}$ , in welchem eine Kopplung  $X \rightarrow Y$  vorlag, veränderte sich  $\hat{C}_j^p(Y|X)$  nicht. Darüber hinaus sollten für die obige Annahme auch die maximalen Surrogate  $\max[R_j^p(X, Y)]$ , die zur Korrektur der mittleren Phasenkohärenz verwendet wurden, das Einsetzen der Kopplungen widerspiegeln. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass in diesem Fall keine Abhängigkeit detektierbar war (siehe Abbildung 4.8 und 4.6). Eine mögliche Erklärung kann daher eine Veränderung der intrinsischen Phasendynamik aufgrund des Einsetzens der Kopplung sein.

Für das folgende Gedankenexperiment wird vereinfachend angenommen, dass die Phasendiffusion einen direkten Einfluss auf die Kopplung zwischen zwei Systeme 1 und 2 hat. Weiter kann angenommen werden, die Phase von System 1 sei periodischer, die von System 2 chaotischer im Sinne der Beschreibung über die Phasendiffusion (vgl. Seite 43). Demzufolge würde durch eine Kopplung von System 2 auf 1 die Phasendynamik von System 1 dahingehend beeinflusst, dass die Phasendiffusion von System 1 vergrößert wird. Wie bereits beschrieben, kann dies als Erhöhung des stochastischen Anteils an der Phasendynamik gedeutet werden. Diese Veränderung geht in die die Approximation der Phasendynamik mit der Funktion  $F^{(1)}$  in Abhängigkeit von System 1 und den über die Realisierungen permutierten Phasen von System 2 ein: Der Fehler bei der Minimierung nach Gl. (3.15) zur Bestimmung des deterministischen Anteils der Phasendynamik von System 1 wächst und der Beitrag der Phasenvariablen  $\phi_1$  zu der Approximation von  $F^{(1)}$  wird geringer. Im Gegenzug wächst der Einfluss der stochastischen Terme, die u.a. durch die permutierten Phasenwerte von System 2 beschrieben werden. Hieraus folgt, dass die gemittelten Werte der Surrogate,

$$\bar{C}_j^p(1|2) = \frac{1}{s} \sum_{p=1}^s C_j^p(1|2) = \frac{1}{s} \sum_{p=1}^s C_j(1|2_p), \quad (4.6)$$

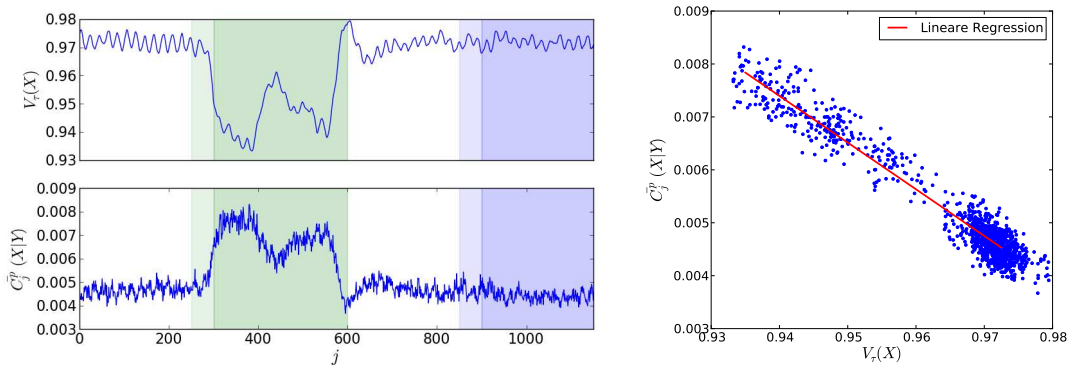
ansteigen. Im umgekehrten Fall, in welchem System 1 in System 2 gekoppelt wird, kann durch den Einfluss des periodischeren Systems die Phasendiffusion verringert werden, und der Anteil der mittleren Surrogatwerte  $\bar{C}_j^p(2|1)$  an  $F^{(2)}$  wird kleiner.

Bei der Kopplung dynamischer Systeme wirkt die Phasendiffusion eines Systems jedoch nicht direkt auf die Dynamik eines anderen Systems ein. Vielmehr können die beiden Systeme durch die Kopplung als ein neues System mit einer nicht vorher-sagbaren Dynamik betrachtet werden (vgl. Abschnitt 2.2). Hierdurch wird auch die Phasendynamik der Systeme, die durch eine Kopplung beeinflusst werden, geändert. Dass diese Änderung nicht trivial von der Phasendiffusion der Systeme abhängig ist, wird am Beispiel des Lorenz-Oszillators deutlich: Sowohl für das Einsetzen der Kopplung  $X \rightarrow Y$  als auch für  $Y \rightarrow X$  stiegen die gemittelten Werte der Surrogate an, was so interpretiert werden konnte, dass in beiden Fällen die Phasendynamik des beeinflussten Systems diffusiver wurde. Eine Kenngröße, mit welcher die Veränderung der Phasendynamik verifiziert werden kann, ist die mittlere Kohärenz der

Phasensteigung  $\Delta\phi$ . Diese wurde z.B. für das System  $X$  als

$$V_\tau(X) = \frac{1}{m} \left| \sum_r \exp [i\Delta\phi_x(t_j^r)] \right| = \frac{1}{m} \left| \sum_r \exp [i(\phi_x(t_{j+\tau}^r) - \phi_x(t_j^r))] \right| \quad (4.7)$$

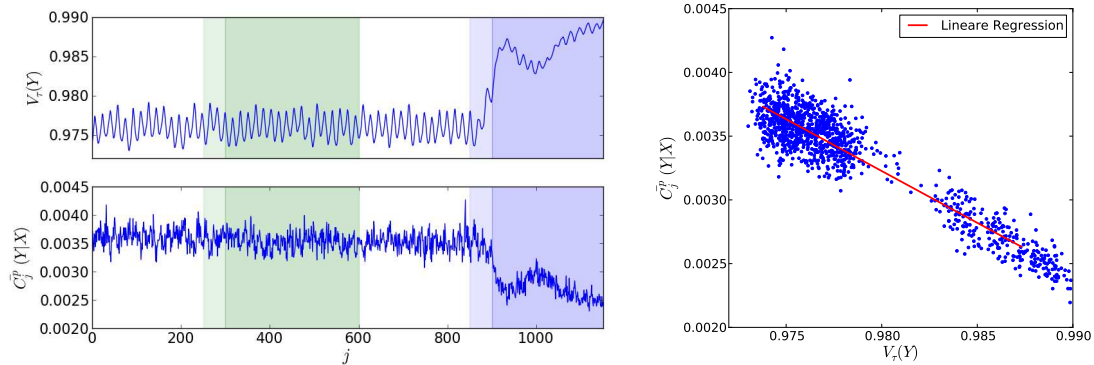
definiert. Diese Kenngröße war analog zur mittleren Phasenkohärenz nach Gl. (3.4) auf das Intervall  $[0; 1]$  beschränkt. Für die folgende Analyse wurde die Zeitverzögerung  $\tau$  mit der Bedingung (3.28) gewählt, so dass die Phaseninkremente denen aus  $D_j^*$  entsprachen. Über diese Kenngröße konnte die Kohärenz der Phasensteigung mit den mittleren Surrogatwerten  $\bar{C}_j^p$  in Abhängigkeit gebracht werden.



**Abbildung 4.9:** Mittlere Kohärenz der Phasensteigung  $V_\tau$ , die mittleren Surrogatwerte  $\bar{C}_j^p$  und die Korrelationen von diesen Kenngrößen für das System  $X$  aus einem Ensemble von gekoppelten Rössler-Oszillatoren. Die lineare Regression ist in Rot eingezeichnet ( $a_x x + b_x$ :  $a_x = -0,088$ ;  $b_x = 0,090$ ;  $r$ -Wert =  $-0,969$ ;  $p$ -Wert  $< 0,0001$  (zweiseitiger Test)).

Die Kenngrößen  $\bar{C}_j^p$  und  $V_\tau$  sind in den Abbildungen 4.9 und 4.10 für das zuvor beschriebene Ensemble von gekoppelten Rössler-Oszillatoren dargestellt. Sowohl die mittlere Kohärenz der Phasendynamik  $V_\tau(X)$  von System  $X$  war mit den Surrogaten  $\bar{C}_j^p(X|Y)$  als auch  $V_\tau(Y)$  mit  $\bar{C}_j^p(Y|X)$  antikorreliert. Für den Fall einer Kopplung von System  $Y$  auf System  $X$  verringerte sich die Kohärenz der Phasensteigung des Systems  $X$  und die mittleren Surrogatwerte stiegen an. Für den umgekehrten Fall der Kopplung von System  $X$  auf  $Y$  wurde die Phasendynamik kohärenter, und die mittleren Surrogatwerte wurden geringer. Die Kenngrößen  $\bar{C}_j^p$  und  $V_\tau$  waren auch für gekoppelte Lorenz-Oszillatoren antikorreliert (siehe Abbildungen D.4 und D.5). Wegen der größeren Phasendiffusion waren die Abhängigkeiten jedoch nicht so ausgeprägt wie bei den Rössler-Oszillatoren.

Dieser Analyse folgend kann die Hypothese 2 verworfen werden. Über die vorgeschlagene Surrogatmethode aus Abschnitt 3.3.2 wird die intrinsische Dynamik eines



**Abbildung 4.10:** Mittlere Kohärenz der Phasensteigung  $V_T$ , die mittleren Surrogatwerte  $\bar{C}_j^p$  wie in Abbildung 4.9 nur für System  $Y$ . Die lineare Regression ist in Rot eingezeichnet ( $a_x x + b_x$ :  $a_x = -0,081$ ;  $b_x = 0,082$ ;  $r$ -Wert =  $-0,936$ ;  $p$ -Wert  $< 0,0001$  (zweiseitiger Test)).

Systems abgebildet, welche durch die Kopplung mit einem anderen System verändert wird. Diese Kopplung wird von den Surrogaten nicht direkt, sondern indirekt über die veränderte Phasendynamik des Systems detektiert. Die Surrogate entsprechen somit der Nullhypothese.

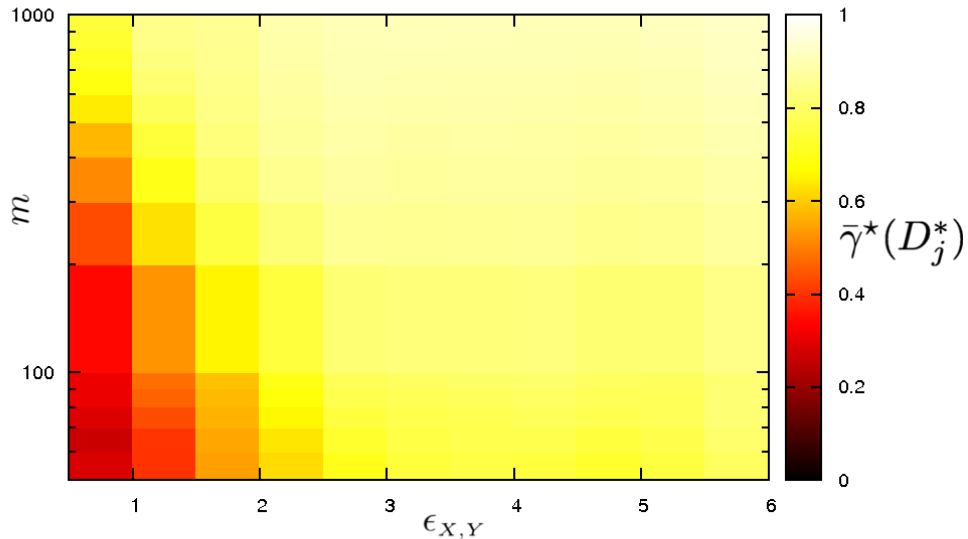
## 4.3 Verschiedene Einflussfaktoren

In Abschnitt 4.2 wurden Eigenschaften der Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$  mit Hilfe von Modelldaten miteinander verglichen, wobei  $D_j^*$  insgesamt eine verbesserte Performanz zeigte. Im folgenden Abschnitt soll nun die Performanz von  $D_j^*$  in Abhängigkeit von verschiedenen Systemparametern von gekoppelten Oszillatoren näher untersucht werden. Um die Performanz der Kenngröße für die Anwendung an Felddaten zu überprüfen, wurde der Einfluss der Kopplungsstärke, von additivem weißen Rauschen und von sehr kurz andauernden transienten Kopplungen mit Hilfe von Modellsystemen untersucht.

### 4.3.1 Kopplungsstärke

Analog zu [4] wurden gekoppelte Lorenz-Oszillatoren mit verschiedenen Kopplungsstärken  $\epsilon_x \neq 0$  im Intervall  $\mathcal{B}$  und  $\epsilon_y \neq 0$  im Intervall  $\mathcal{C}$  nach Kopplungsschema A generiert – vgl. Seite 35. Die Lorenz-Oszillatoren wurden dabei mit den Kontrollparametern  $\rho_x = 35$  und  $\rho_y = 39$  und einem Abtastintervall von  $\delta t = 0,012$  integriert. Die Kopplungsstärken  $\epsilon_{x,y}$  wurden zwischen 0,5 und 6 in Schritten von 0,5 variiert.

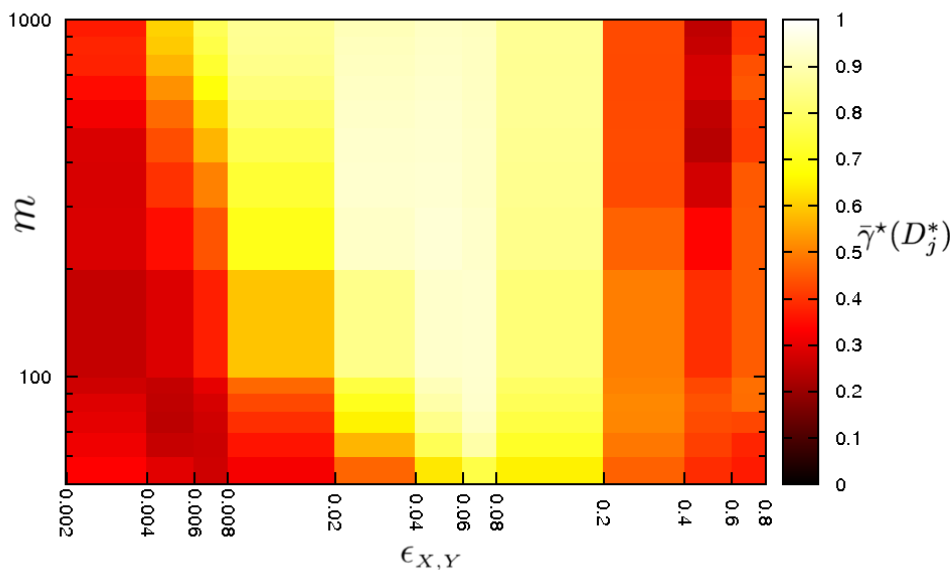
Für die verschiedenen  $\epsilon_{X,Y}$  wurde  $D_j^*$  für 20 Ensembles mit unterschiedlichen Ensemblegrößen  $m$  bestimmt. An diesen Charakterisierungen wurde die Performanz von  $D_j^*$  mit dem Gütekriterium  $\gamma^*$  bewertet. Der Mittelwert über die Ensembles  $\bar{\gamma}^*(D_j^*)$  in Abhängigkeit von  $m$  und  $\epsilon_{X,Y}$  ist in Abbildung 4.11 dargestellt.



**Abbildung 4.11:** Gemittelte Gütekriterien  $\bar{\gamma}^*$  für  $D_j^*$  in Abhängigkeit von verschiedenen Kopplungsstärken  $\epsilon_{X,Y}$  und unterschiedlichen Ensemblegrößen  $m$ . Die Interaktionsrichtungen wurden anhand 20 Ensembles von gekoppelten Lorenz-Oszillatoren bestimmt. Die Werte der Gütekriterien sind farbkodiert dargestellt. Schnitte durch die Parameterebene inklusive der Standardabweichungen über die Ensembles sind in Abbildung D.6 dargestellt.

Für Kopplungsstärken  $2, 0 < \epsilon \leq 6, 0$  war die Performanz von  $D_j^*$  selbst für kleine Ensemblegrößen  $m = 50$  hinreichend (hier als  $\bar{\gamma}^* > 0,75$  definiert), um die Interaktionsrichtungen sinnvoll zu detektieren. Für kleinere Kopplungsstärken wie  $\epsilon = 0,5$  waren größere Ensemblegrößen ( $m > 800$ ) notwendig, um eine hinreichende Performanz zu erreichen. Für die gewählten Parameter und Systeme wurden Interaktionsrichtungen hin zu größeren Kopplungsstärken besser charakterisiert. Aus Abbildung D.6 ging weiterhin hervor, dass die Varianz der Performanzen hin zu größeren Ensemblegrößen und Kopplungsstärken verringert wurde. Die Performanz zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen sollte analog zu Abbildung 2.1 für steigende Kopplungsstärken wieder abnehmen, was aufgrund der Wahl der Kontrollparameter der gekoppelten Lorenz-Oszillatoren nicht aufgelöst werden konnte.

Aus diesem Grund wurden Interaktionsrichtungen an unidirektional gekoppelten Rössler-Oszillatoren untersucht, für die die Kopplungsstärken in einem größeren Bereich variiert wurden. Die Kopplungen wurden nach Kopplungsschema A eingestellt und die Rössler-Oszillatoren wurden mit den Kontrollparametern  $\omega_x^{(R)} = 1,1$ ,  $\omega_y^{(R)} = 1,3$  und dem Abtastintervall  $\delta t = 0,134$  integriert. Für jeweils 20 Ensembles wurden die Kopplungsstärken zwischen  $\epsilon_{x,y} = 0,002$  und  $\epsilon_{x,y} = 0,8$  logarithmisch variiert. Das gemittelte Gütekriterium  $\bar{\gamma}^*$  für  $D_j^*$  in Abhängigkeit von  $\epsilon_{x,y}$  und  $m$  ist in Abbildung 4.12 dargestellt.



**Abbildung 4.12:** Gemittelte Gütekriterien für  $D_j^*$  wie in Abbildung 4.11 jedoch für gekoppelte Rössler-Oszillatoren. Die Kopplungsstärke  $\epsilon_{x,y}$  wurde für die einzelnen Charakterisierungen logarithmisch variiert. Schnitte durch die Parameterebene sind in Abbildung D.7 dargestellt.

Für geringe Kopplungsstärken  $\epsilon_{x,y} < 0,006$  waren die gerichteten Interaktionen selbst für große Ensemblegrößen nicht hinreichend auflösbar ( $\bar{\gamma}^* < 0,75$ ). In einem Bereich mittlerer Kopplungen  $0,008 \leq \epsilon_{x,y} < 0,2$  konnten Interaktionsrichtungen für Ensemblegrößen  $m > 200$  hinreichend charakterisiert werden. Für  $\epsilon_{x,y} = 0,06$  war die Performanz dabei nahezu unabhängig von der Ensemblegröße und für  $m = 50$  noch hinreichend um die Interaktionsrichtungen zu beschreiben. Die Performanz von  $D_j^*$  verschlechterte sich für  $\epsilon_{x,y} > 0,2$  und entsprach somit den Vorhersagen aus Abschnitt 2.2: Die Systeme synchronisierten für große Kopplungsstärken fast vollständig, und die Interaktionsrichtung zwischen den beiden Systemen war nicht

mehr auflösbar.

### 4.3.2 Signal-zu-Rausch-Verhältnis

Gerade bei der Charakterisierung von Interaktionsrichtungen anhand von Felddaten sind die Zeitreihen i.d.R. nicht frei von Messrauschen. Die Performanz der Kenngrößen in Abhängigkeit von der Amplitude des Rauschens wird daher im Folgenden bestimmt. Das Messrauschen wurde dabei simuliert, indem gaußverteilt,  $\delta$ -korreliertes Rauschen zu den bereits integrierten Modellzeitreihen addiert wurde. Als Kenngröße für die Stärke des Rauschens wurde das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) verwendet. Dieses wurde definiert als

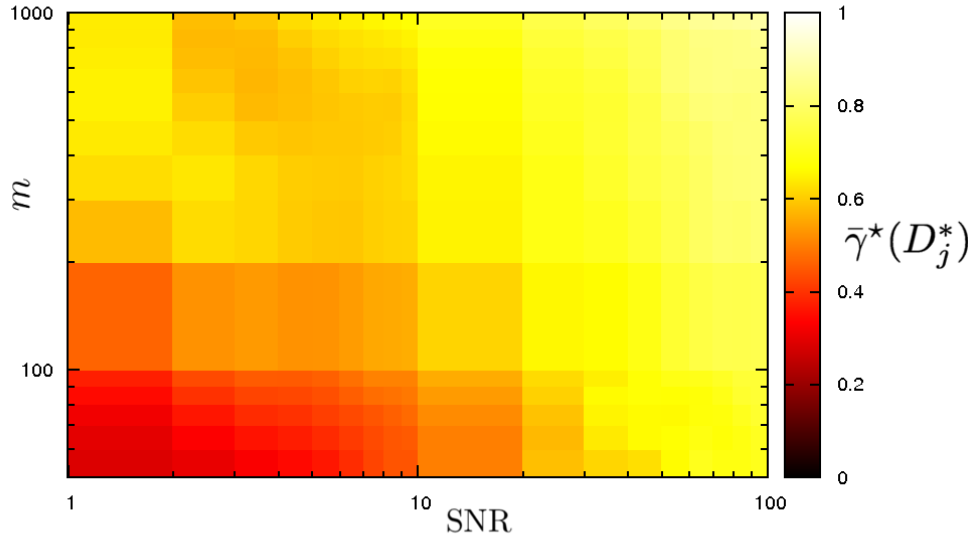
$$\text{SNR} = \frac{\sigma_S^2}{\sigma_N^2}, \quad (4.8)$$

wodurch die Varianz der Signalamplitude ( $\sigma_S^2$ ) mit der des additiven Rauschens ( $\sigma_N^2$ ) in Beziehung stand. Für 20 Ensembles gekoppelter Lorenz-Oszillatoren nach Abschnitt 4.3.1 mit den Kopplungsstärken  $\epsilon_{x,y} = 4, 0$  wurde die Performanz von  $D_j^*$  in Abhängigkeit vom Signal-zu-Rausch-Verhältnis und der Ensemblegröße bestimmt (siehe Abbildung 4.13).

Wie zu erwarten war, verschlechterte sich die Performanz von  $D_j^*$  mit wachsender Amplitude des additiven Rauschens. Bei  $\text{SNR} = 1$  konnten die Interaktionsrichtungen selbst bei einer Ensemblegröße  $m = 1000$  nicht aufgelöst werden. Ab einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 10 konnten die Interaktionsrichtungen für Ensemblegrößen  $m > 300$  überwiegend richtig detektiert werden. Für  $\text{SNR} \geq 50$  war die Charakterisierung mit  $D_j^*$  nahezu unabhängig von der Ensemblegröße.

Der Einfluss des Messrauschen wurde weiterhin an gekoppelten Rössler-Oszillatoren untersucht. Hierzu wurden Rössler-Oszillatoren mit  $\omega_x^{(R)} = 1, 1$ ,  $\omega_y^{(R)} = 1, 3$  und  $\delta t = 0, 134$  nach Kopplungsschema A mit  $\epsilon_{x,y} = 0, 1$  integriert. Das gaußverteilte additive Rauschen wurde wie vorher bei den Lorenz-Oszillatoren zwischen  $\text{SNR} = 1$  und 100 variiert. Das Gütekriterium für den Direktionalitätsindex  $\bar{\gamma}^*(D_j^*)$  über 20 Ensembles in Abhängigkeit vom Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) und der Ensemblegröße  $m$  ist in Abbildung 4.14 dargestellt.

Auch unter Einfluss von simuliertem Messrauschen ist die Performanz des Direktionalitätsindex  $D_j^*$  bei gekoppelten Rössler-Oszillatoren deutlich besser als bei den Lorenz-Oszillatoren. Ab einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis größer als 10 ist die Charakterisierung der Interaktionsrichtungen selbst für  $m = 50$  vorwiegend richtig. Bei  $\text{SNR} = 1$  ist eine Ensemblegröße  $m \geq 300$  ausreichend um eine hinreichende Performanz des Direktionalitätsindex zu messen.

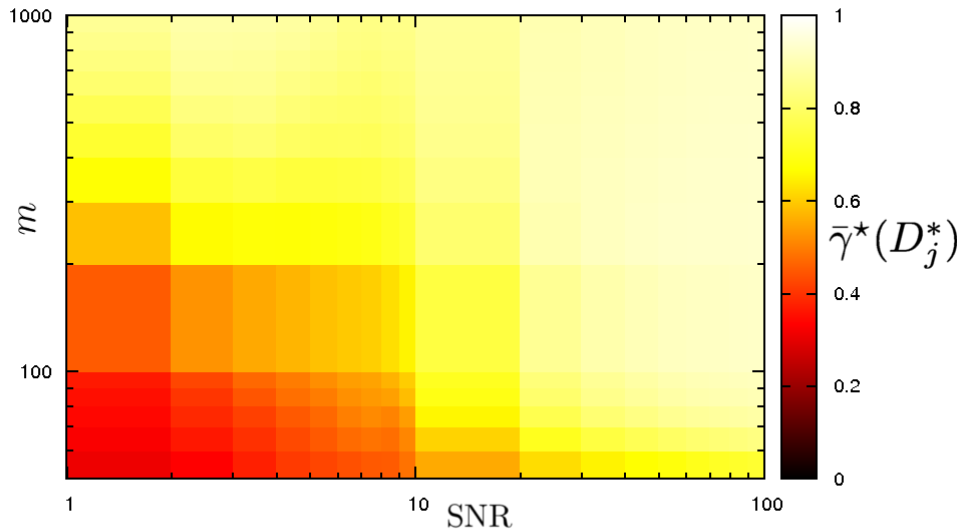


**Abbildung 4.13:** Performanz von  $D_j^*$  bestimmt über das gemittelte Gütekriterium  $\bar{\gamma}^*$  in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$  und dem Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR) bei additiven gaußverteilten Rauschen. Die Interaktionsrichtungen wurden über 20 Ensembles gekoppelter Lorenz-Oszillatoren berechnet. Die Werte der Gütekriterien sind farbkodiert dargestellt. Schnitte durch die Parameterebene sind in Abbildung D.8 dargestellt.

### 4.3.3 Sehr kurz andauernde Kopplungen

In diesem Abschnitt soll die Performanz des Direktionalitätsindex in Hinblick auf sehr kurze transiente Kopplungen getestet werden. Die relevanten Fragestellungen hierbei lauten: Wie lange muss eine Kopplung zwischen zwei Systemen andauern, damit sie mit Hilfe des Direktionalitätsindex aufgelöst werden kann? Ist der Absolutwert der Kenngröße, wie in Abbildung 2.1 angenommen, von der Dauer der Kopplung  $\mathcal{T}$  abhängig?

Für diese Analysen wurden Lorenz-Oszillatoren nach dem **Kopplungsschema B** transient gekoppelt: In den Intervallen  $\mathcal{A} = [1; 500]$  und  $\mathcal{C} = [1001; 1500]$  waren die Systeme ungekoppelt, d.h.  $\epsilon_x = 0,0 \wedge \epsilon_y = 0,0$ . Für das Intervall  $j \in \mathcal{B} = [501; 1500]$  wurde die Dauer  $\mathcal{T}$  der unidirektionalen Kopplung  $\epsilon_x \neq 0$  zwischen 5 und 500 Datenpunkten variiert. Aufgrund der Einstellungen des Integrators – siehe unten – entsprachen 5 Datenpunkten genau 5% der mittleren Periode des

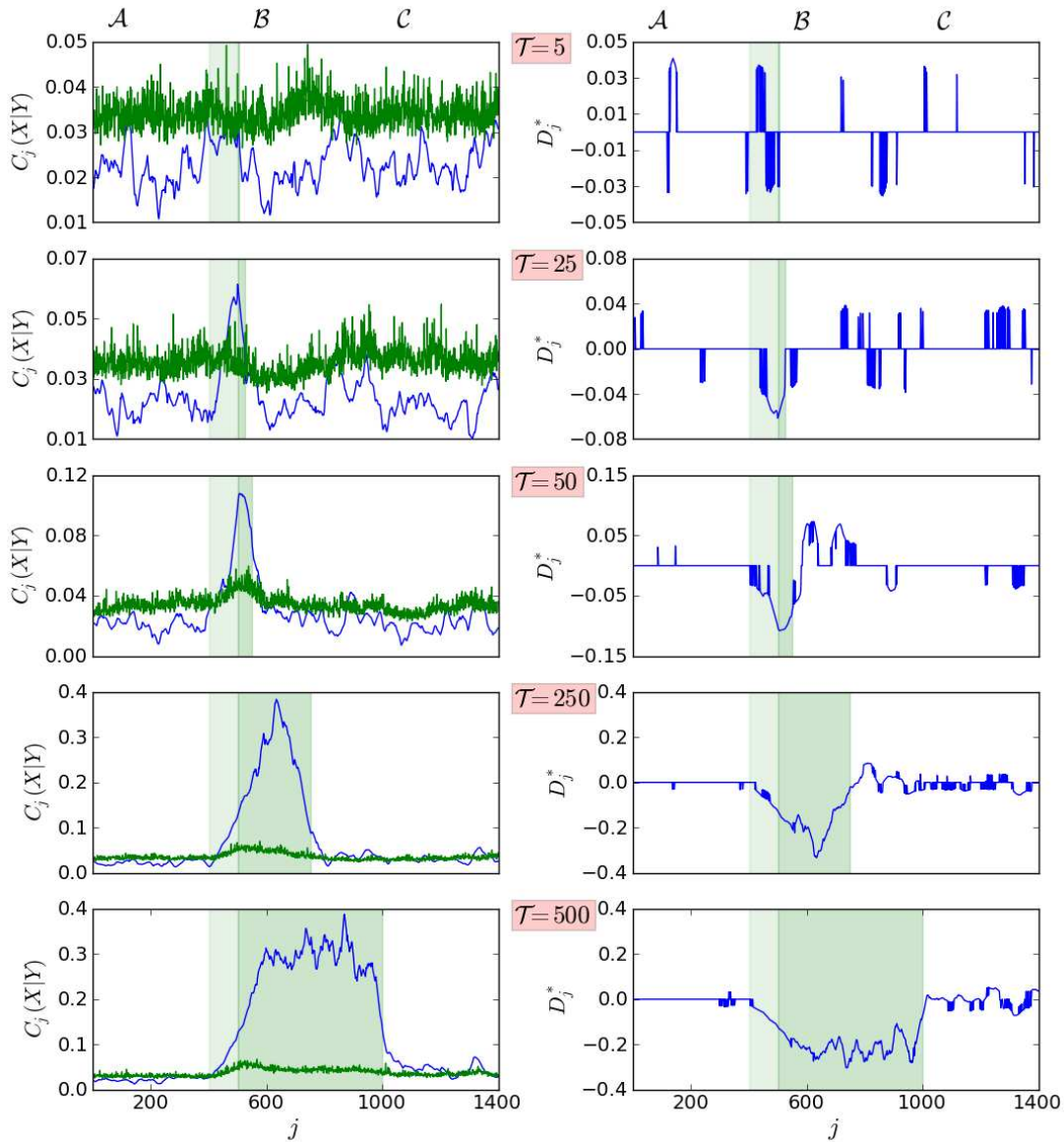


**Abbildung 4.14:** Performanz von  $D_j^*$  wie in Abbildung 4.13 jedoch für transient gekoppelte Rössler-Oszillatoren. Schnitte durch die Parameterebene sind in Abbildung D.9 dargestellt.

schnelleren Systems. Um sicher zu stellen, dass die Systeme trotz extrem kurzer Kopplungen miteinander interagieren, wurde die Kopplungsstärke mit  $\epsilon_x = 4,0$  in einem unkritischen Bereich [4] folgend gewählt. Die Lorenz-Oszillatoren wurden mit den Kontrollparametern  $\rho_x = 35$  und  $\rho_y = 39$  und dem Abtastintervall  $\delta t = 0,006$  numerisch integriert. Die Einstellungen hierbei wurden so gewählt, dass die Zeitverzögerung der Systeme nach Gl. (3.28)  $\tau = 100$  entsprach.

Aus Abbildung 4.15, in welcher die Kenngrößen  $C_j(X|Y)$ , die Maximalwerte der Surrogate und  $D_j^*$  exemplarisch für verschiedene Kopplungsdauern  $\mathcal{T}$  dargestellt sind, geht hervor, dass der Richtungseinfluss mit zunehmender Kopplungsdauer besser detektiert wurde. Für  $\mathcal{T} = 5$  konnte im Intervall  $\mathcal{B}$  ein möglicher kausaler Einfluss zwischen den Systemen nicht von statistischen Ausreißern unterschieden werden. Mit zunehmender Kopplungsdauer detektierten die Kenngrößen die richtige Interaktionsrichtung, die ab  $\mathcal{T} = 25$  für ca. 90 Datenpunkte konstant über den maximalen Surrogatwerten lagen. Dieser Bereich aufeinanderfolgender richtiger Interaktionsrichtungen vergrößerte sich mit zunehmender Kopplungsdauer, bis bei  $\mathcal{T} = 500$  Datenpunkten für annähernd das gesamte Intervall  $\mathcal{B}$  die Richtung richtig detektiert wurde. Zusätzlich stieg mit zunehmenden Kopplungsdauern die Amplitude der maximalen Werte der Kenngrößen an, wobei bei  $\mathcal{T} = 250$  und

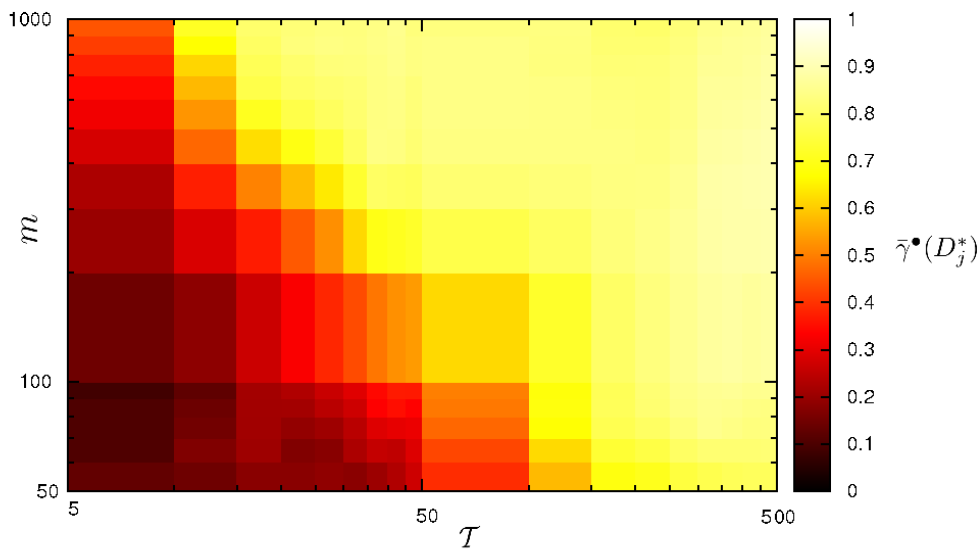




**Abbildung 4.15:** Zeitverlauf der Kenngrößen  $C_j(X|Y)$  und  $D_j^*$  für nach Kopplungsschema B gekoppelte Lorenz-Oszillatoren mit der Ensemblegröße  $m = 1000$  in Abhängigkeit von verschiedenen Kopplungsdauern  $\mathcal{T}$ . Der Bereich eingeschalteter Kopplung innerhalb des Intervalls  $\mathcal{B}$  variiert mit der Kopplungsdauer  $\mathcal{T}$  (grün hervorgehoben). Farblich heller unterlegt ist der Einflussbereich, in welchem die transienten Kopplungen aufgrund des Zeitversatzes  $\tau$  in die Berechnung der Kenngröße eingehen können.

$\mathcal{T} = 500$  keine signifikanten Unterschiede für die maximalen Werte zu erkennen waren ( $\max C_j(X|Y) \approx 0,4$ ).

Die Abhängigkeit der Amplitude von  $D_j^*$  von der Dauer der Kopplung entspricht dabei genau den theoretischen Vorhersagen über die effektiven transienten Kopplungen (vgl. Gl (2.20)): Mit längerer Kopplungsdauer  $\mathcal{T}$  vergrößert sich die effektive Kopplung zwischen den beiden Systemen. Diese Abhängigkeit wird durch die Dauer des Einschwingvorgangs  $\mathcal{T}_{\max}$  beschränkt, nach welcher die Kopplung nicht mehr als transient angesehen werden kann.



**Abbildung 4.16:** Gütekriterium  $\bar{\gamma}^\bullet(D_j^*)$  gemittelt über 20 Ensembles von transient gekoppelten Lorenz-Oszillatoren in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$  und der Dauer der Kopplung  $\mathcal{T}$  im Intervall  $\mathcal{B}$ . Schnitte durch die Parameterebene sind in Abbildung D.10 dargestellt.

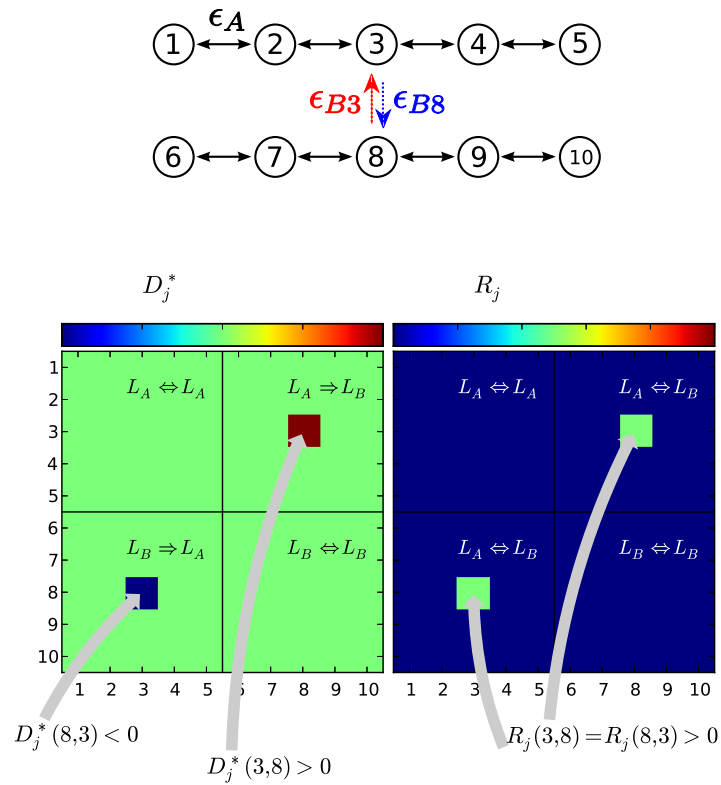
Die Performanz von  $D_j^*$  in Abhängigkeit von der Kopplungsdauer  $\mathcal{T}$  und von der Ensemblegröße  $m$  wurde über 20 Ensembles näher bestimmt. Hierfür wurde das Gütekriterium  $\gamma^\bullet$  nach Gl. (4.2) verwendet, wobei alle Werte von  $D_j^*$ , die in den Intervallen  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{C}$  ungleich null waren, als falsch betrachtet wurden. Als richtig detektiert galten alle Werte, die während der eingeschalteten Kopplung im Intervall  $\mathcal{B}$  den richtigen Richtungseinfluss detektierten. Der Bereich eines möglichen Einflusses, der aufgrund der Zeitverzögerung  $\tau$  vergrößert wurde, wurde dabei zum Intervall mit eingeschalteter Kopplung ( $\mathcal{B}$ ) gezählt. In das Gütekriterium ging die maximale Anzahl von aufeinanderfolgenden Werten, die als richtig oder falsch bestimmt wurden, über  $\gamma_K^\bullet$  bzw.  $\gamma_I^\bullet$  ein. Der Mittelwert der Gütekriterien  $\bar{\gamma}^\bullet(D_j^*)$  für die 20 Ensembles unterschiedlicher Ensemblegrößen und verschiedener Kopplungs-

dauern ist in Abbildung 4.16 dargestellt. Hieraus ging hervor, dass für die maximale Ensemblegröße von  $m = 1000$  eine Kopplungsdauer von  $\mathcal{T} = 10$  Datenpunkten ausreichend war, um Interaktionsrichtungen aufgrund der eingeschalteten Kopplungen von zufällig auftretenden, die außerhalb des Intervalls  $\mathcal{B}$  charakterisiert wurden, zu unterscheiden. Um eine ähnliche Performanz für eine kleine Ensemblegröße  $m = 50$  zu erreichen, war eine Kopplungsdauer von  $\mathcal{T} > 100$  Datenpunkten notwendig. Im Falle einer Kopplungsdauer von  $\mathcal{T} = 5$  Datenpunkten war die Performanz selbst bei der Ensemblegröße  $m = 1000$  nicht ausreichend, um die Kopplung mit einer hinreichenden Auflösung zu detektieren – analog zu den Befunden aus Abbildung 4.15. Dies kann sowohl der Sensitivität der Kenngröße  $D_j^*$  als auch einer unzureichenden Wechselwirkung zwischen den Lorenz-Oszillatoren geschuldet sein. Ob die Systeme sich bei extrem kurzen Kopplungsdauern überhaupt nachhaltig beeinflussen, könnte in zukünftigen Studien durch eine Erhöhung der Ensemblegröße  $m$  oder durch den Vergleich mit anderen Kenngrößen für gerichtete und gewichtete Interaktionen weiter untersucht werden. Auch die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen an anderen Modellsystemen, die über sehr kurz andauernde Kopplungen interagieren, könnte für weitere Studien fruchtbar sein.

## 4.4 Netzwerk von gekoppelten chaotischen Oszillatoren

Wie einleitend beschrieben, können komplexe dynamische Systeme als Kombination interagierender (Sub-)Systeme aufgefasst werden, wobei zur vollständigen Beschreibung i.d.R. mehr als zwei interagierende Systeme untersucht werden. In diesem Abschnitt soll überprüft werden, ob die in dieser Arbeit vorgestellte Kenngröße dazu geeignet ist, Interaktionsrichtungen in solchen Netzwerken zu charakterisieren. In früheren Studien [8, Ost08, SL09, Sta10] wurden bereits umfangreiche Voruntersuchungen zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen anhand von Netzwerken stationärer Systeme durchgeführt, so dass sich auf die Fragestellung beschränkt wird, ob die vorgestellte zeitaufgelöste Kenngröße grundsätzlich zur Beschreibung solcher Interaktionen geeignet ist.

Zur Untersuchung der Interaktionen zwischen verschiedenen Kombinationen interagierender Systeme wurde ein Ensemble von synthetischen Zeitreihen für ein Netzwerk bestehend aus zehn diffusiv gekoppelten Lorenz-Oszillatoren  $i = 1 \dots 10$  generiert, die aufgrund ihrer Kopplungen in zwei Cluster ( $L_A$  : Systeme 1 - 5;  $L_B$  : Systeme 6 - 10) eingeteilt wurden. Um unterschiedliche Dynamiken zu generieren, wurden die Kontrollparameter der Systeme  $\rho^{(i)}$  zufällig aus dem Intervall  $[27,5; 28,5]$  gezogen. Die Ensemblegröße der generierten Zeitreihen betrug  $m = 1000$  pro Oszillator. Das Abtastintervall entsprach  $\delta t = 0,03$ .



**Abbildung 4.17:** *Oben:* Kopplungsschema für das Netzwerk transient gekoppelter Lorenz-Oszillatoren. Das Netzwerk ist in zwei Cluster unterteilt, wobei jedes aus fünf gekoppelten Oszillatoren besteht. Die bidirektionale Kopplungsstärke  $\epsilon_A$  zwischen den jeweiligen benachbarten Oszillatoren eines Clusters wurde konstant gehalten, wohingegen die unidirektionalen Kopplungsstärken  $\epsilon_{B3}$  und  $\epsilon_{B8}$  zwischen den Clustern für verschiedene Zeitintervalle zwischen den Oszillatoren 3 und 8 ein- und ausgeschaltet wurden. Die transienten Kopplungen wurden dabei so realisiert, dass  $\epsilon_{B8}$  im Intervall  $\mathcal{B}$  und  $\epsilon_{B3}$  im Intervall  $\mathcal{D}$  ungleich null war. *Unten:* Beispiel für Interaktionsmatrizen von  $D_j^*$  und  $R_j$  für ein Netzwerk mit den Kopplungsstärken  $\epsilon_A = \epsilon_{B3} = 0$  und  $\epsilon_{B8} \neq 0$ . Die Matrix für die Interaktionsrichtungen ist so definiert, dass die Einträge positiv sind, falls in der Spalte eingetragene Systeme einen Einfluss auf die in der Zeile eingetragenen Systeme ausüben. Die schwarzen Linien unterteilen die Inter- bzw. Intracluster-Interaktionen voneinander.

Wie die Kopplungen zwischen benachbarten Systemen innerhalb eines Clusters bzw. zwischen den beiden Clustern realisiert wurden, ist schematisch in Abbildung 4.17 dargestellt. Hierbei ist zu betonen, dass die bidirektionalen Kopplungsstärken innerhalb der Cluster  $\epsilon_A = 0,02$  für jeden Integrationsschritt konstant blieben. Im

Gegensatz dazu wurden die Kopplungsstärken zwischen den Systemen 3 und 8 nach Kopplungsschema A (vgl. Seite 35) realisiert, so dass  $\epsilon_{B8} = 1, 0$  für  $j \in [301; 600]$ ,  $\epsilon_{B3} = 1, 0$  für  $j \in [901; 1200]$  und  $\epsilon_{B3} = \epsilon_{B8} = 0$  sonst gesetzt wurden. Die Kopplungen zwischen den Clustern waren für diese Zeitbereiche folglich unidirektional realisiert. Die Differentialgleichungen, mit denen dieses Schema für transiente Interaktion in einem Netzwerk gekoppelter Oszillatoren generiert wurden, sind im Anhang C aufgeführt.

Um die Interaktionsstärken bzw. -richtungen für das gesamte Netzwerk zu bestimmen, wurden zu jedem Zeitpunkt  $j$  die Kenngrößen  $M = D_j^*$  bzw.  $M = R_j$  sukzessive zwischen zwei Systemen berechnet und in eine Interaktionsmatrix  $\mathbf{I}_j(M)$  eingetragen, wobei die Werte für  $D_j^*$  so normiert wurden, dass die maximalen oder minimalen Werte 1 oder -1 entsprachen. Der Interaktion zwischen System  $i$  und System  $k$  entsprach hierbei der Eintrag  $I_j^{(i,k)}$ , wobei  $I_j^{(i,i)} := 0$  definiert wurde. Die resultierenden Interaktionsmatrizen wurden farbkodiert dargestellt (vgl. Abbildung 4.17), wobei die Hauptdiagonale entsprechend der Definition gleich null war. Den Definitionen der Kenngrößen folgend war  $\mathbf{I}_j$  für die Interaktionsrichtungen antisymmetrisch und für die Interaktionsstärken symmetrisch zur Hauptdiagonalen.

In Abbildung 4.18 sind Interaktionsrichtung bzw. -stärke für acht Zeitpunkte aus den unterschiedlichen Kopplungsintervallen dargestellt. Die bidirektionalen Kopplungen innerhalb der Cluster waren für alle Zeitpunkte anhand der Interaktionsstärke zwischen benachbarten Systemen detektierbar und entsprachen den erhöhten Werten von  $R_j$  direkt neben der Hauptdiagonalen. An der Grenze zwischen den Clustern war die Interaktionsstärke  $I_j^{(5,6)}(R_j)$  wie zu erwarten nicht erhöht. Obwohl die Kopplungen bidirektional eingestellt waren, waren die gegenseitigen Einflüsse, die über  $D_j^*$  charakterisiert wurden, zwischen benachbarten Oszillatoren leicht unterschiedlich aufgrund der unterschiedlichen Systemdynamiken, die über die verschiedenen Kontrollparameter der Systeme  $\rho^{(i)}$  realisiert wurden. Auch in den Intervallen ohne Intercluster-Interaktionen ( $j \in \{50; 250\}$ ) wurden Interaktionsrichtungen detektiert, die jedoch als statistische Ausreißer angesehen werden können.

In den Intervallen  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  mit eingeschalteter Kopplung wurden die Interaktionsrichtungen  $I_j^{(3,8)}(D_j^*)$  den Kopplungsstärken  $\epsilon_{B3,B8}$  entsprechend richtig wiedergegeben. Für viele Zeitpunkte waren die Werte von  $D_j^*$  für diese Kopplungen im Vergleich mit den anderen Einträgen von  $\mathbf{I}_j$  am größten, jedoch war dieses Verhältnis nicht für alle Zeitpunkte erfüllt (vgl. Abbildung 4.18,  $j \in \{550; 1150\}$ ). Aufgrund der chaotischen Dynamik der gekoppelten Oszillatoren war der Einfluss zwischen den beiden Systemen nicht immer gleich ausgeprägt, was dazu führte, dass die Interaktionsrichtung nicht für alle Zeitpunkte gleich gut detektierbar (vgl. Abbildung 4.2) war. Durch die bidirektionalen Kopplungen innerhalb der beiden Cluster  $L_A$

und  $L_B$  waren erhöhte Interaktionsstärken und -richtungen auch zwischen Kombinationen von Oszillatoren nachweisbar, die zur Kombination der Oszillatoren 3 und 8 direkt benachbart waren. Diese Kopplungen entsprachen den indirekten Abhängigkeiten, die bei Netzwerken von gekoppelten Oszillatoren zu erwarten waren [SWTP07, NRT<sup>+</sup>10]. Nach dem Ausschalten der transienten Kopplungsstärke zwischen den Oszillatoren 3 und 8 ( $j = 650$ ) waren noch gerichtete und gewichtete Interaktionen zwischen den Clustern beobachtbar, was beispielsweise den Ergebnissen aus Abschnitt 4.2.3 entspricht. Im Gegensatz dazu waren diese Interaktionen zu einem späteren Zeitpunkt ( $j = 850$ ) aus dem Intervall  $\mathcal{C}$  nicht mehr nachweisbar.

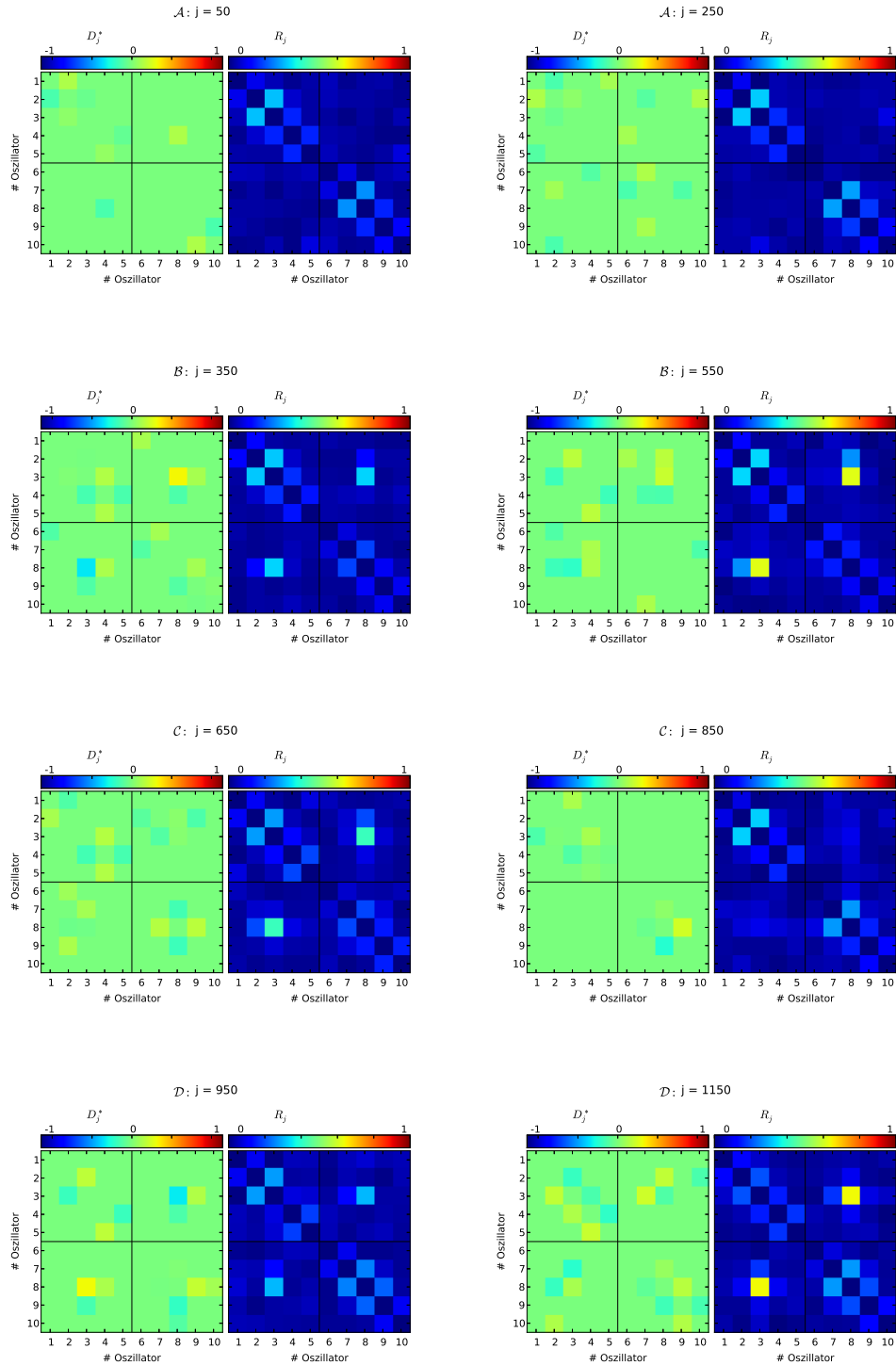
Um die statistischen Ausreißer und die Schwankungen der Kenngrößen aufgrund der chaotischen Dynamiken zu minimieren, wurden die Kenngrößen über die Intervalle der verschiedenen Kopplungen ( $\mathcal{W} \in \{\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}\}$ ) gemittelt,

$$\begin{aligned} \langle D_j^* \rangle_T &= \sum_{j \in \mathcal{W}} D_j^*, \\ \langle R_j \rangle_T &= \sum_{j \in \mathcal{W}} R_j, \end{aligned} \tag{4.9}$$

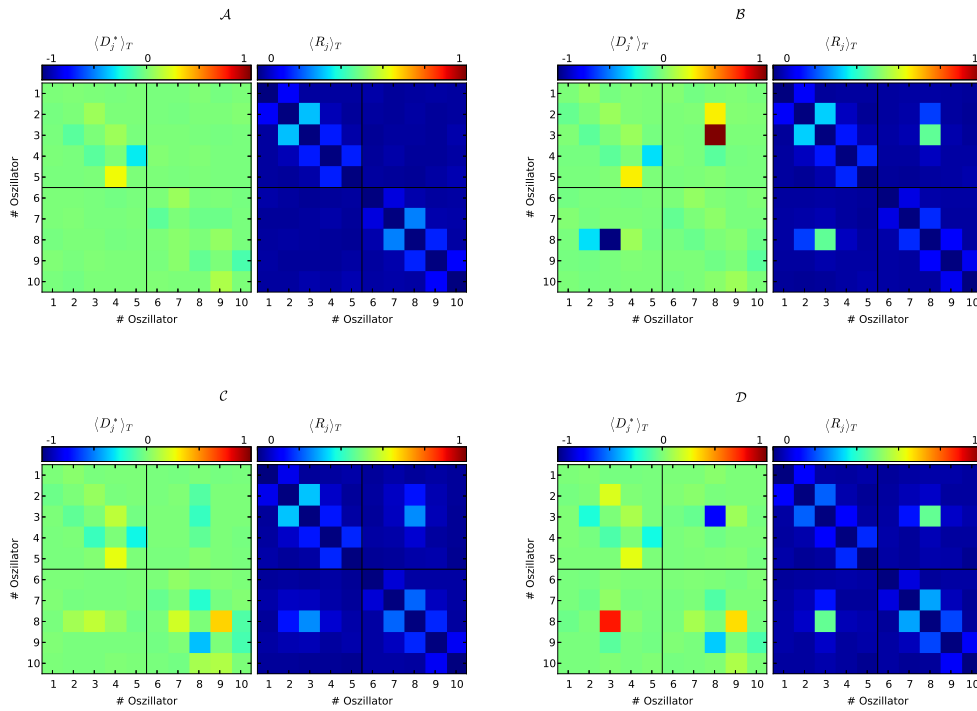
und die Ergebnisse in Abbildung 4.19 dargestellt. Für das ungekoppelte Intervall  $\mathcal{A}$  wurden keine gerichteten oder gewichteten Intercluster-Interaktionen aber die oben beschriebenen Intracluster-Interaktionen zwischen benachbarten Oszillatoren charakterisiert. In  $\mathcal{C}$  wurden, aufgrund der nach dem Ausschalten noch ähnlichen Dynamiken der Systeme, Interaktionsrichtungen und -stärken zwischen den Oszillatoren 3 und 8 charakterisiert, wobei über  $\langle D_j^* \rangle_T$  eine zur ausgeschalteten Kopplung inversen Einfluss detektiert wurde. Die Dauer dieser Ähnlichkeit war von der Phasendiffusion (vgl. Seite 43) abhängig. Für die Intervalle  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$ , in denen die Oszillatoren 3 und 8 transient gekoppelt waren, konnte die eingeschaltete Kopplung richtig nachgewiesen werden. Darüber hinaus entsprachen  $I_j^{(3,8)}(\langle D_j^* \rangle_T)$  und  $I_j^{(3,8)}(\langle R_j \rangle_T)$  in diesen Zeitintervallen den maximalen Einträge in  $\mathbf{I}_j$ . Zusätzlich konnten indirekte Abhängigkeiten zwischen Kombinationen benachbarter Oszillatoren nachgewiesen werden. Für die Interaktionsrichtung wurde jedoch nicht in allen Fällen der richtige Einfluss zwischen den Clustern wiedergegeben.

Insgesamt kann zusammengefasst werden, dass die Ergebnisse im Einklang mit den Studien [8, Ost08, SL09, Sta10] sowie mit den vorangegangenen Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit stehen. Darüber hinaus sollten in zukünftigen Studien transiente Interaktionsrichtungen in Netzwerken in Abhängigkeit von weiteren Einflussfaktoren untersucht werden.

## 4.4 Netzwerk von gekoppelten chaotischen Oszillatoren



**Abbildung 4.18:** Transiente Interaktionsrichtung und -stärke für zehn gekoppelte Lorenz-Oszillatoren. Die Kenngrößen  $D_j^*$  bzw.  $R_j$  sind hierbei für acht verschiedene Zeitpunkte  $j$  angegeben, wobei die jeweiligen Interaktionsmatrizen  $\mathbf{I}_j$  den Kopplungsintervallen  $\mathcal{A}$  bis  $\mathcal{D}$  den Zeilen absteigend zugeordnet sind.



**Abbildung 4.19:** Wie Abbildung 4.18, jedoch für die Kenngrößen  $\langle D_j^* \rangle_T$  und  $\langle R_j \rangle_T$ , die über die jeweiligen Intervalle  $\mathcal{A}$  bis  $\mathcal{D}$  gemittelt wurden.

## 4.5 Zwischenfazit

Aus der Untersuchung der Kenngrößen mit Hilfe synthetischer Zeitreihen, die aus Modellsystemen mit wohldefinierten Eigenschaften gewonnen wurden, konnten wichtige Hinweise für die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen an Felddaten gewonnen werden. Die 1. Hypothese (vgl. Seite 40) konnte bestätigt werden: Die Performanz von  $D_j^*$ , also der Kenngröße bei welcher keine Gewichtung mit dem Faktor  $l^2$  vorgenommen wurde, war insgesamt vielversprechender als die von  $d_j^*$ . Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass die vorgeschlagenen Surrogate die Nullhypothese erfüllen, wodurch die 2. Hypothese verworfen werden konnte. Mit Hilfe des vorgestellten Surrogatverfahrens kann zwischen nicht-gekoppelten und gekoppelten Systemen ohne die Hinzunahme einer Kenngröße für die Stärke der Interaktion unterschieden werden. Insbesondere können so Fehlinterpretationen der Kenngrößen aufgrund fehlender Kopplung zwischen den Systemen, wie in [Ost08] beschrieben, vermieden werden.



In einem zweiten Teil wurden Einflussfaktoren wie die Gutartigkeit der gekoppelten Systeme, die Kopplungsstärke zwischen den Systemen, die Dauer der Kopplung und Messrauschen für die Performanz der Charakterisierungen mit  $D_j^*$  untersucht. Es konnte gezeigt werden, dass die Güte der Approximation entscheidend durch die Ensemblegröße beeinflusst wird. Hin zur großen Ensemblegröße  $m$  verbesserte sich die Performanz der Kenngrößen unter den meisten Bedingungen. Durch eine Abnahme des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses oder in Abhängigkeit von Modellsystemen mit einer größeren Phasendiffusion verschlechterte sich die Performanz der Kenngrößen. Aus den bisherigen Untersuchungen an Modelldaten kann gefolgert werden, dass bei Charakterisierungen von Interaktionsrichtungen anhand von Felddaten, die ein geeignetes Signal-zu-Rausch-Verhältnis aufweisen, die Grenze von  $m \approx 200$  nicht unterschritten werden sollte, um die Interpretierbarkeit zu gewährleisten.

Weiterhin konnten die Vorhersagen über die Regime verschiedener Kopplungsstärken, in welchen Interaktionsrichtungen detektiert werden können, aus Abschnitt 2.2 bestätigt werden: Die Kenngröße charakterisiert Interaktionsrichtungen optimal bei einer mittleren Kopplungsstärke. Sind die Systeme schwach oder zu stark gekoppelt, sind gerichtete Kenngrößen nicht sinnvoll interpretierbar. Dabei konnte gezeigt werden, dass die effektive Kopplung neben der Stärke der Kopplung auch von der Kopplungsdauer abhing (vgl. Gl. (2.20)). Mit der vorgestellten Kenngröße  $D_j^*$  konnten dabei sehr kurz andauernde Kopplungen im Bereich zwischen 10% und 15% einer mittleren Periode adäquat aufgelöst werden. Abschließend konnte gezeigt werden, dass durch die sukzessive Charakterisierung von Interaktionsrichtungen zwischen jeweils 2 Systemen die Interaktionsrichtungen in einem Netzwerk von gekoppelten Oszillatoren bestimmt werden konnte, die im Einklang mit dem vorangegangenen Ergebnissen standen.



## 5 Untersuchungen transienter gerichteter Interaktionen im Gehirn

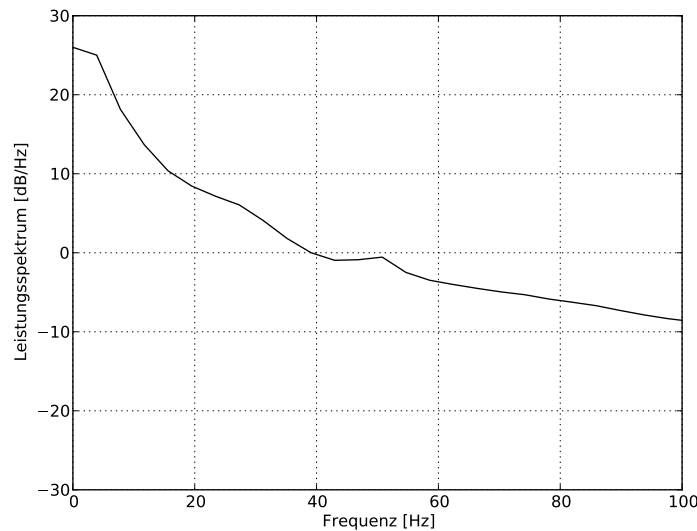
In diesem Kapitel werden Ergebnisse aus Charakterisierungen von transienten Interaktionsrichtungen zwischen Hirnregionen anhand sogenannter ereigniskorrelierter Potentiale oder *event-related potentials* (ERPs) präsentiert, die an Epilepsiepatienten mit einer hohen räumlichen und zeitlichen Auflösung gemessen wurden. Dabei wird in einem ersten Teil der Stand der Forschung dargestellt. Anschließend werden zeitaufgelöste Charakterisierungen von Interaktionsrichtungen zwischen Hirnregionen während kognitiven Aufgaben gezeigt, die anhand ERPs eines Epilepsiepatienten bestimmt wurden und hierauf aufbauend, Ergebnisse, die über eine Gruppe von acht Patienten anhand der ERPs berechnet wurden, präsentiert.

Kenngrößen für Interaktionen, die auf dem Konzept der Phasensynchronisation basieren, scheinen geeignet, um Stärke und Richtung von Interaktionen im menschlichen Gehirn bezüglich verschiedener Fragestellungen zu charakterisieren. Bei der Messung hirnelektrischer Aktivität, z.B. in einem klinischen Umfeld, werden häufig Elektroenzephalogramme (EEG) über mehrere Tage aufgezeichnet. Zur weiteren Analyse können diese EEG-Ableitungen in Beobachtungsintervalle von mehreren Sekunden bis hin zu wenigen Minuten unterteilt werden. Für diese Intervalle können unter der Annahme der Stationarität beispielsweise Stärke oder Richtung von Interaktionen zwischen zwei Hirnstrukturen charakterisiert werden. Dabei ist die zeitliche Auflösung für Änderungen der Interaktionen auf die Größe des Beobachtungsintervalls beschränkt. Eine Fragestellung, die anhand solcher EEG-Ableitungen untersucht werden kann, ist, wie sich pathologische Aktivität, beispielsweise der Einfluss eines epileptischen Anfallsherds auf die umliegende Strukturen, über lange Zeiträume auswirkt. Dabei wird davon ausgegangen, dass diese Aktivität für ca. 20 s (quasi-)stationär ist. Hierzu wurden Untersuchungen durchgeführt, die gezeigt haben, dass mit Hilfe der Charakterisierung von Interaktionsrichtungen ein epileptischer Anfallsherd auch zwischen den Anfällen bestimmt werden kann [9, 19, 8, 18, 15]. Weiterhin konnte eine Abhängigkeit gerichteter Interaktionen zwischen verschiedenen Hirnstrukturen während verschiedener Schlafstadien bestimmt werden [5]. Die Schlafstadien wurden hierbei wiederum als (quasi-)stationäre Zustände betrachtet.

Im Gegensatz zu der Analyse solcher (quasi-)stationärer Systeme können transiente Signale hirnelektrischer Aktivität anhand von Messwiederholungen bestimmt werden. Mit Hilfe neurophysiologischer Experimente werden kognitive Prozesse durch die Präsentation externer Stimuli (z.B. Bilder von Gesichtern) unter kontrollierten Bedingungen ausgelöst. Die Signale, die mit diesen kognitiven Prozessen assoziiert werden können, werden als ERPs bezeichnet und haben eine zeitliche Variabilität im Bereich zwischen 10 und 1000 ms. Die in dieser Arbeit vorgestellten Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$  eignen sich für die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen zwischen verschiedenen Hirnstrukturen anhand von ERPs. Es konnte bereits in mehreren Studien [13, 2] gezeigt werden, dass neurowissenschaftlich relevante Ergebnisse mit Hilfe dieser Kenngrößen gewonnen werden konnten. Ein Teil der Ergebnisse aus [4] sowie eine Studie auf der Basis einer Gruppe von acht Patienten wird im Folgenden präsentiert.

## 5.1 Ereigniskorrelierte Potentiale und kognitive Prozesse

Die hirnelektrische Aktivität wurde erstmals 1929 am Menschen als Zeitreihen von Spannungsschwankungen  $U(t)$  gemessen [Ber29], die im Bereich von einigen  $\mu V$  liegen und dieser Studie folgend als Elektroenzephalogramme bezeichnet werden. Obwohl bis heute der exakte Zusammenhang zwischen den Aktionspotentialen einzelner Nervenzellen und der gemittelten, mit dem EEG aufgezeichneten Spannungsschwankungen noch nicht vollständig geklärt ist [Zsc02], kann als gesichert angesehen werden, dass die EEG-Zeitreihen die überlagerte Dynamik von Neuronenverbänden widerspiegeln [dS99]. Die ERPs, welche zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen mit den bisher vorgestellten Methoden verwendet wurden, wurden aus EEG-Aufzeichnungen gewonnen, die intrakraniell an Patienten in der Klinik für Epilepsie der Universität Bonn gemessen worden sind. Epilepsie ist eine Erkrankung des Gehirns, von der weltweit 0,6% – 0,8% der Bevölkerung betroffen ist. Das Kardinalsymptom dieser Erkrankung ist der epileptische Anfall, der mit einem abnormal synchronen Feuern von großen Neuronenverbänden einhergeht. Bei der Behandlung von nicht medikamentös therapierbaren Epilepsien mit besonders schweren Krankheitsverläufen ist die operative Entfernung des Anfallsherds eine letzte Therapiemöglichkeit. Zur prächirurgischen Abklärung, bei welcher der Anfallsherd und mögliche kognitive Defizite durch einen chirurgischen Eingriff bestimmt werden, werden dem Epilepsiepatienten Elektroden in das Gehirn implantiert. An diesen Elektroden kann das intrakranielle EEG (iEEG) abgeleitet werden, welches im Vergleich zum nicht-invasiven Oberflächen-EEG eine hohe räumliche Auflösung und ein sehr gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis aufweist [EP97].



**Abbildung 5.1:** Beispiel für ein Leistungsspektrum gemittelt über 738 ERPs von je 1200 ms Dauer. Das Ensemble der ERPs entspricht dem aus Abbildung 5.3. Obwohl bei der Ableitung der Signale ein 50 Hz Filter verwendet wurde, ist der Einfluss der Netzfrequenz noch erkennbar.

Die ERPs, die im Folgenden analysiert werden, stammen aus Studien an Patienten, welche sich während ihrer prächirurgischen Diagnostik bereit erklärt haben, an neurophysiologischen Experimenten teilzunehmen.

Der Frequenzgehalt von ERPs (vgl. Abbildung 5.1) kann analog zu dem des EEG in Frequenzbänder eingeteilt werden, in welchen prominente Rhythmen auftreten können. Die Bänder werden aufsteigend zwischen ca. 1 und 100 Hz als  $\delta$ -,  $\theta$ -,  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Band bezeichnet. Für eine Übersicht über die Definitionen der Frequenzbereiche, siehe Tabelle 5.1. Den Rhythmen in den einzelnen Frequenzbändern werden bestimmte Prozesse im menschlichen Gehirn zugeschrieben. Beispielsweise ist die Amplitude des EEGs im  $\alpha$ -Band bei geschlossenen Augen gegenüber der Amplitude bei geöffneten Augen deutlich erhöht.

### Gemittelte ERPs

Die ersten EEG-Korrelate von kognitiven Prozessen wurden im Jahr 1929 von Hans Berger publiziert [Ber29]: In dieser Studie wurde gezeigt, dass sich die Amplitude des EEGs im  $\alpha$ -Band während Kopfrechenaufgaben verringerte. Die zeitliche Auflösung dieser und weiterer Studien (vgl z.B. [GS80]) mit Hilfe des EEGs war

auf mehrere Sekunden limitiert, so dass kognitive Prozesse im Bereich von Millisekunden nicht aufgelöst werden konnten. Um transiente Antworten auf bestimmte äußere Reize bzw. Stimuli zu erhalten, können diese wiederholt präsentiert werden. Dabei können, in Abhängigkeit vom Zeitpunkt der Stimuluspräsentation, ERPs aufgezeichnet werden [CTK78, MFH<sup>+</sup>05]. Die Stimuluspräsentation zur Messung von ERPs kann in diesem Fall als gezielte Störung eines Zustands, in dem sich das System Gehirn zum Zeitpunkt der Stimuluspräsentation befindet, verstanden werden. Das ERP ist demnach ein transientes deterministisches Signal, welches die Relaxation des Systems hin zu einem ungestörten Zustand widerspiegelt. Der Systemzustand vor der gezielten Störung und die damit verbundene Dynamik, welche als Hintergrund-EEG bezeichnet wird, überlagert dabei das ERP. Das gemessene EEG  $x(t_j)$  ist in Abhängigkeit des Zeitpunkts der Stimuluspräsentation eine Superposition von dem ERP  $s_1(t_j)$  und dem Hintergrund-EEG  $s_2(t_j)$ . Weiterhin wird angenommen, dass das Signal  $s_1(t_j)$  einen deterministischen Anteil  $s(t_j)$  hat, das Hintergrund-EEG  $s_2(t_j)$  innerhalb weniger Sekunden stationär ist und die Amplitudenwerte von  $s_2(t_j)$  in diesem Zeitintervall gleichverteilt sind. Das Hintergrund-EEG und mögliche nichtdeterministische Anteile des ERPs können daher als Rauschen  $\xi(t_j)$  erfasst werden. Das ERP entspricht somit dem invarianten transienten Signal  $s(t_j)$ :

$$\begin{aligned} x(t_j) &= s_1(t_j) + s_2(t_j) \\ &= s(t_j) + \xi(t_j). \end{aligned} \tag{5.1}$$

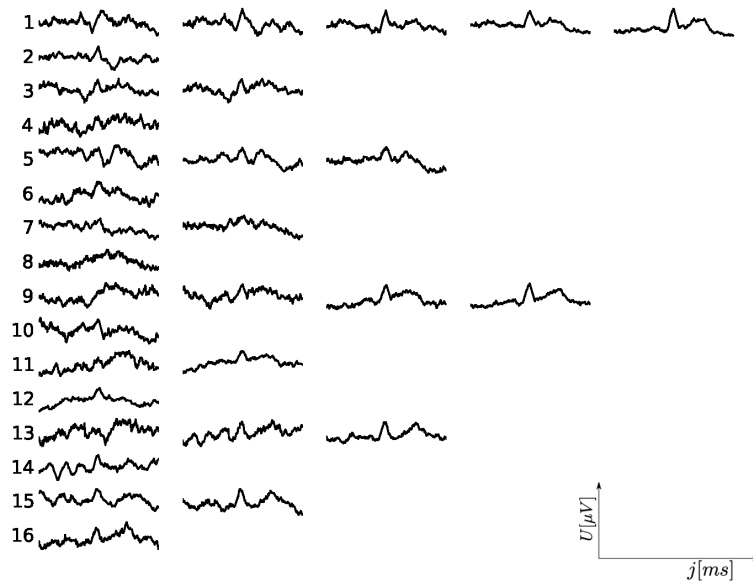
Die statistischen Eigenschaften des Hintergrund-EEGs wurden in mehreren Studien untersucht, siehe z.B. [MA75, CS77].

In der Regel hat das ERP  $s(t_j)$  eine geringe Amplitude im Vergleich zum additiven Rauschen  $\xi(t_j)$ . Durch Mittelwertbildung über die Amplituden eines Ensembles von ERPs mit der Ensemblegröße  $m$ ,

$$\bar{s}(t_j) = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m x(t_j^r) = \frac{1}{m} \sum_{r=1}^m s(t_j^r) + \xi(t_j^r), \tag{5.2}$$

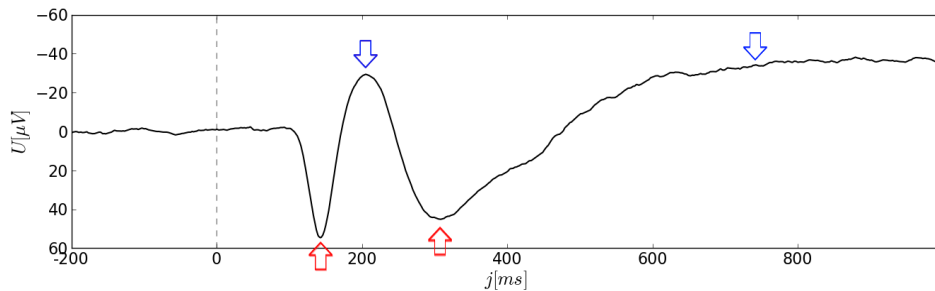
kann ausgenutzt werden, dass die Amplituden der stochastischen Anteile nur mit  $\sqrt{m}$  in  $\bar{s}(t_j)$  eingehen. Das Signal  $\bar{s}(t_j)$  wird auch als gemitteltes ERP oder *averaged event-related potential* (AERP) bezeichnet. Neben der einfachen Mittelwertbildung nach Gl. (5.2) wurde eine Vielzahl komplexerer Verfahren und Korrekturen zur Bestimmung von AERPs vorgeschlagen (siehe hierzu z.B. [Bar86, MA87]).

In der vorliegenden Arbeit wurden ERPs und AERPs nach folgendem Schema bestimmt: Während eines neurowissenschaftlichen Experiments wurden bestimmte Stimuli unter kontrollierten Bedingungen wiederholt präsentiert. Zeitgleich wurden EEG-Ableitungen an ca. 50 Elektroden sowie die Zeitpunkte der Stimuluspräsentation aufgezeichnet. Aus diesen EEG-Ableitungen wurden in Abhängigkeit von den



**Abbildung 5.2:** Beispiel für die Berechnung eines AERP aus 16 aufeinanderfolgenden ERPs, welche in der linken Spalte dargestellt sind, für ein Zeitintervall von -200 bis 500 ms bezüglich des Zeitpunkts der Stimuluspräsentation. In jedem Schritt wurden die Amplitudenwerte  $U$  von jeweils zwei aufeinanderfolgenden ERPs gemittelt (zweite bis fünfte Spalte von links). Das resultierende AERP (rechte Spalte) repräsentierte bereits nach der Mittelung über die Amplituden von 16 ERPs ein invariantes Signal  $s(t)$ . Die ERPs wurden aus dem Ensemble, welches auch für die Abbildung 5.3 verwendet wurde, entnommen.

Zeitpunkten der Stimuluspräsentation Zeitintervalle bestimmt, die von besonderem Interesse für die Analyse der ERPs waren. Diese Zeitintervalle bestanden aus einem Intervall vor der Stimuluspräsentation (z.B. -300 ms - 0 ms vor dem Zeitpunkt der Stimuluspräsentation), der sogenannten Grundlinie, und dem ERP  $s(t_j)$ , welches von 0 ms bis ca. 1000 ms nach der Stimuluspräsentation andauerte. Um Randeffekte bei Filterungen oder der Berechnung der Phasenzeitreihen mit Hilfe der Hilbert-Transformation zu vermeiden, wurde vor und nach jedem dieser Stimulus-abhängigen Zeitintervalle jeweils ein zusätzliches Intervall von mindestens 1024 ms hinzugefügt, welches nach der Vorverarbeitung (vgl. Anhang B) wieder verworfen wurden. Bei der Berechnung von AERPs wurde der zeitliche Mittelwert der Grundlinie von jedem ERP abgezogen und anschließend über alle ERPs nach Gleichung 5.2 gemittelt. In Abbildung 5.2 ist beispielhaft das Verfahren zur Mittelungen von ERPs dargestellt. Schon nach der Mittelwertbildung über wenige 4, 8 oder 16 ERPs



**Abbildung 5.3:** AERP gemittelt über ein Ensemble von 738 ERPs. Die Grundlinie ist von -200 ms bis 0 ms vor dem Zeitpunkt der Stimuluspräsentation definiert. Die ERPs wurden im Rahmen der Studie, welche in Abschnitt 5.2 präsentiert wird, an einer Elektrode im Hippocampus gemessen. Negative Amplitudenwerte werden gemäß der Amplitudenkonvention aus der Elektrophysiologie auf der positiven y-Achse aufgetragen, positive auf der negativen y-Achse. Der Zeitpunkt der Stimuluspräsentation bei  $j = 0$  ms ist mit einer gestichelten vertikalen Linie gekennzeichnet. Mit den roten bzw. blauen Pfeilen sind die positiven bzw. negativen Komponenten des AERPs gekennzeichnet.

ist das AERP vergleichbar mit dem AERP, welches über 738 Mittelungen erhalten wurde (vgl. Abbildung 5.3).

In Abbildung 5.3 ist beispielhaft ein AERP dargestellt. Das AERP besteht aus einer Serie von Maxima und Minima der Amplitude, die als positive bzw. negative Komponenten bezeichnet werden. Die Komponenten können weiterhin bezüglich ihrer Zeitverzögerung, mit welcher die Komponenten nach der Stimuluspräsentation auftreten, und ihrer zeitlichen Dauer unterschieden werden. Die positiven Komponenten bei ca. 150 und 300 ms, welche mit roten Pfeilen gekennzeichnet sind, und die negative Komponente (blauer Pfeil) bei ca. 200 ms haben eine zeitlicher Dauer von 100 - 200 ms. Die negative Komponente, die bei ca. 500 ms beginnt, hat eine zeitliche Dauer von über 500 ms. Das AERP reflektiert verschiedene Stufen der Informationsverarbeitung im Gehirn und liefert so Einblicke in die gemittelte Aktivität großer neuronaler Verbände. Da das AERP vom Zeitpunkt der Stimuluspräsentation abhängt, ist es möglich, Unterschiede der einzelnen Komponenten für verschiedene Prozesse zu charakterisieren. Diese Komponenten können in Abhängigkeit von ihrer Zeitverzögerung in *exogene* und *endogene* Komponenten unterschieden werden. Erstere sind Komponenten, die primär von den physikalischen Eigenschaften der Stimuli abhängen und eine Zeitverzögerung von bis zu 100 ms nach Stimuluspräsentation haben [CJ86]. Die *exogenen* Komponenten werden auch als evozierte Potentiale bzw. *evoked potentials* bezeichnet. Die *endogenen* Komponenten sind primär durch kognitive Funktionen bestimmt und weisen i.d.R. eine Zeitverzögerung von über 100 ms auf [GC86].

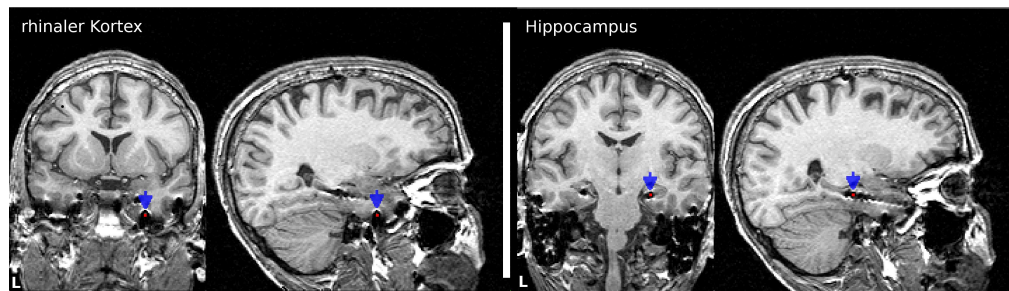


### Einspeichern und Abruf von Gedächtnisinhalten

In der vorliegenden Arbeit wurden Interaktionen zwischen dem rhinalen Kortex und dem Hippocampus in Abhängigkeit von der Prozessierung von Gedächtnisinhalten untersucht. Aus Läsionsstudien ist bekannt, dass der Hippocampus eine zentrale Hirnstruktur u.a. für die Bildung von Gedächtnisinhalten im Langzeitgedächtnis ist. Den Hypothesen der Standardtheorien (siehe z.B. [Mar71, Eic00, KHK05, WM10]) zufolge gelangen dabei Sinneseindrücke aus den sensorischen Arealen des Neocortex in den Hippocampus und werden zur Konsolidierung oder zum Abruf wieder vom Hippocampus in den Neocortex geholt. Der rhinale Kortex, welcher als Schaltstation zwischen Neocortex und Hippocampus angesehen werden kann [FT06], ist dabei in die Prozessierung von Gedächtnisinhalten involviert [FEG<sup>+</sup>99, FKL<sup>+</sup>01]. Obwohl einige Studien [FEG<sup>+</sup>99, MZO<sup>+</sup>07] diese Hypothese stützen, können aus AERPs keine eindeutigen Aussagen über die Richtung von Interaktionen zwischen diesen Hirnstrukturen getroffen werden.

## 5.2 Gerichtete Interaktionen und Gedächtnisbildung

Im folgenden Abschnitt werden Charakterisierungen von transienten Interaktionsrichtungen mit ERPs zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus gezeigt. Unter der Annahme der Ergodizität der beobachteten Systeme werden die ERPs als unterschiedliche Realisierungen eines Prozesses für die Berechnung von  $d_j^*$  aufgefasst. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind teilweise in [4] veröffentlicht. Die ERPs wurden an einem Epilepsiepatienten erhoben, der an einer Epilepsie mit einem Anfallsherd im linken Schläfenlappen litt. Im Rahmen der prächirurgischen Abklärung wurden dem Epilepsiepatienten Tiefenelektroden bilateral entlang der longitudinalen Achse des Hippocampus sowie temporobasale Streifenelektroden implantiert [VRSS<sup>+</sup>98]. Anhand von Magnetresonanztomographie-(MRT) Aufnahmen, die nach der Implantation der Elektroden aufgezeichnet wurden, konnte die genaue Lage der Elektroden bestimmt werden. Hierdurch konnten die EEG-Ableitungen bzw. die ERPs den Hirnregionen zugeordnet werden, in denen diese aufgenommen wurden (siehe Abbildung 5.4). Um die Funktionen des gesunden menschlichen Gehirns zu charakterisieren und den Einfluss der Epilepsie möglichst gering zu halten, wurden nur Daten, die in der rechten, gesunden Hemisphäre abgeleitet wurden, verwendet.



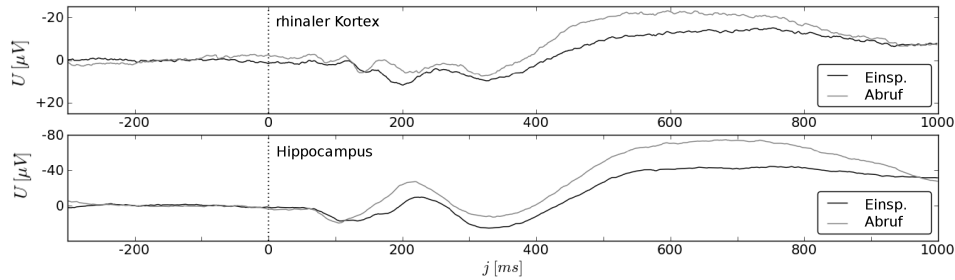
**Abbildung 5.4:** Strukturelle magnetresonanztomographische Aufnahmen (T1-gewichtet) des untersuchten Patienten. Die Schnittbilder (koronal und sagittal) wurden so ausgewählt, dass die Elektroden im rhinalen Kortex (links) und im Hippocampus (rechts) sichtbar sind. Die Lage der Elektroden, an denen die ERPs für die weitere Studie abgeleitet wurden, ist mit roten Punkten markiert – adaptiert aus [14, 12].

### Design des Experiments

Die ERPs, die zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen in Bezug auf Einspeichern und Abruf von Gedächtnisinhalten verwendet wurden, stammten aus einer neurophysiologischen Studie<sup>1</sup> [ACF<sup>+</sup>10]. Während der Einspeicherphase wurden 896 Bilder von Häusern oder Gesichtern für 2500 ms mit einem Interstimulus-Intervall von 1500 ms auf einem Bildschirm präsentiert. Um die Aufmerksamkeit des Patienten sicher zu stellen, wurde die Aufgabe gestellt, durch Drücken verschiedener Tasten zu beurteilen, ob das Bild gefällt oder nicht. Anschließend wurden in einer Abrufphase 576 Bilder von Häusern oder Gesichtern präsentiert. Ein Teil dieser Bilder war während der Einspeicherphase zuvor präsentiert worden (alt: 384 Bilder), ein anderer Teil bestand aus unbekanntem Bildern (neu: 192). Der Patient sollte in dieser Phase durch Drücken verschiedener Tasten beurteilen, ob die Bilder sicher bekannt, unsicher bekannt, unsicher unbekannt oder unbekannt waren. Während dieses Experiments wurde das iEEG über Vielkanalelektroden mit der Abtastrate 1000 Hz im Frequenzband 0,1 - 300 Hz mit einem 16 Bit Analog-zu-Digital-Konverter abgeleitet und die Zeitpunkte der Stimuluspräsentation parallel dazu aufgezeichnet. Als Referenzelektroden wurden dabei verbundene Elektroden verwendet, die auf dem linken und rechten Mastoid (Warzenfortsatz) platziert waren. Abschnitt 5.1 folgend wurden aus diesen EEG-Ableitungen die ERPs für die weitere Analyse bestimmt. Nach Entfernung von ERPs mit auffälligen Artefakten standen 738 Realisierungen für die Einspeicherphase und 434 Realisierungen für die Abrufphase zur weiteren Analyse zu Verfügung.

---

<sup>1</sup>Im Rahmen dieser Studie wurde der sogenannte Von Restorff Effekt [vR33, PWA98] untersucht, welcher beinhaltet, dass unerwartete visuelle Stimuli im Vergleich mit erwarteten visuellen Stimuli besser erinnert werden können.



**Abbildung 5.5:** AERPs gemessen im rhinalen Kortex bzw. Hippocampus während der Bedingung für *Einspeichern* bzw. *Abruf*. Die Grundlinie wurde zwischen  $-300$  ms und  $0$  ms definiert. Der Zeitpunkt der Stimuluspräsentation bei  $j = 0$  ms ist mit einer gestrichelten vertikalen Linie markiert. Abbildung adaptiert aus [4], die Bezeichnungen wurden hierbei ins Deutsche übertragen.

Anhand der Untersuchungen an Modellsystemen konnte gefolgert werden, dass die Anzahl von Realisierungen in einem Bereich liegt ( $m \geq 300$ ), in welchem die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen mittels der Kenngrößen  $d_j^*$  möglich ist. Um eine möglichst große Ensemblegröße zu erreichen, wurden alle ERPs aus der Einspeicher- bzw. der Abrufphase für die weitere Analyse zusammengefasst. Die untersuchten Bedingungen *Einspeichern* und *Abruf* waren daher unabhängig von einem erfolgreichen oder nicht-erfolgreichen *Abruf* des Bildes. Wie bereits in Abschnitt 5.1 motiviert, wurden Elektroden im rhinalen Kortex sowie im Hippocampus nach anatomischen Kriterien ausgewählt, um Interaktionsrichtungen als Funktion der Bedingungen *Einspeichern* bzw. *Abruf* zu charakterisieren. In Abbildung 5.4 sind die ausgewählten Elektroden auf der MRT-Aufnahme des Patienten markiert.

### Berechnung der AERPs

Dem Abschnitt 5.1 folgend wurden AERPs für die ausgewählten Elektroden und die jeweiligen Bedingungen für das Zeitintervall zwischen  $-300$  -  $1000$  ms in Abhängigkeit vom Zeitpunkt der Stimuluspräsentation bestimmt und in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Komponenten der AERPs ähnelten dabei Komponenten, welche bereits in früheren Studien [FDG<sup>+</sup>04, ACF<sup>+</sup>10] berichtet worden sind. Insbesondere war die Zeitverzögerung und Dauer der Komponenten im Hippocampus mit denen in Abbildung 5.3 vergleichbar: Es wurden zwei positive Komponenten bei  $100$  ms und  $300$  ms sowie eine negative Komponente bei  $200$  ms gemessen. Darüber hinaus war eine negative Komponente zwischen  $500$  ms und  $1000$  ms nach dem Stimulusbeginn beobachtbar. Im rhinalen Kortex war vor allem eine negative Komponente zwischen  $400$  ms und  $800$  ms prominent. Für beide Strukturen waren

die Amplituden der AERPs zwischen *Einspeichern* und *Abruf* unterschiedlich in einem Intervall von ca. 100 - 900 ms. Bei 1000 ms waren die AERPs der verschiedenen Bedingungen wieder nahezu gleich. Aus diesen Ergebnissen kann gefolgert werden, dass der rhinale Kortex sowie auch der Hippocampus in die Prozessierung von Gedächtnisinhalten involviert waren.

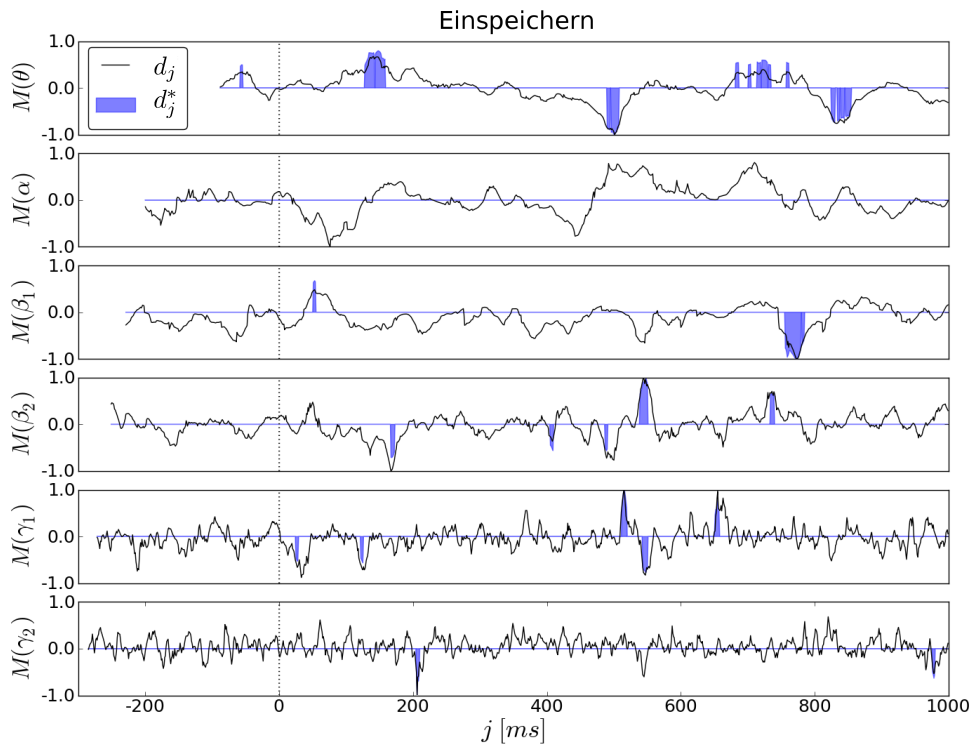
### Berechnung von $d_j^*$

Um die Interaktionsrichtungen zwischen dem rhinalen Kortex und dem Hippocampus sowohl Zeit- als auch Frequenzband-aufgelöst zu untersuchen, wurde die Kenngröße  $d_j^*$  für verschiedene Frequenzbänder bestimmt (vgl. Anhang B). Als Frequenzbänder wurden neurophysiologisch relevante EEG-Bänder ausgewählt (siehe Tabelle 5.1). Hierbei ist anzumerken, dass EEG-Aktivität sowohl im  $\theta$ - als auch im  $\gamma$ -Band mit der Bildung von Gedächtnisinhalten assoziiert wurde [FEG<sup>+</sup>99, SKH<sup>+</sup>03, OTO<sup>+</sup>06, MZO<sup>+</sup>07].

EEG-Frequenzband	Frequenzbereich [Hz]
$\theta$	3,0 – 8,0
$\alpha$	8,0 – 12,0
$\beta_1$	12,0 – 16,0
$\beta_2$	16,0 – 25,0
$\gamma_1$	25,0 – 48,0
$\gamma_2$	48,0 – 90,0

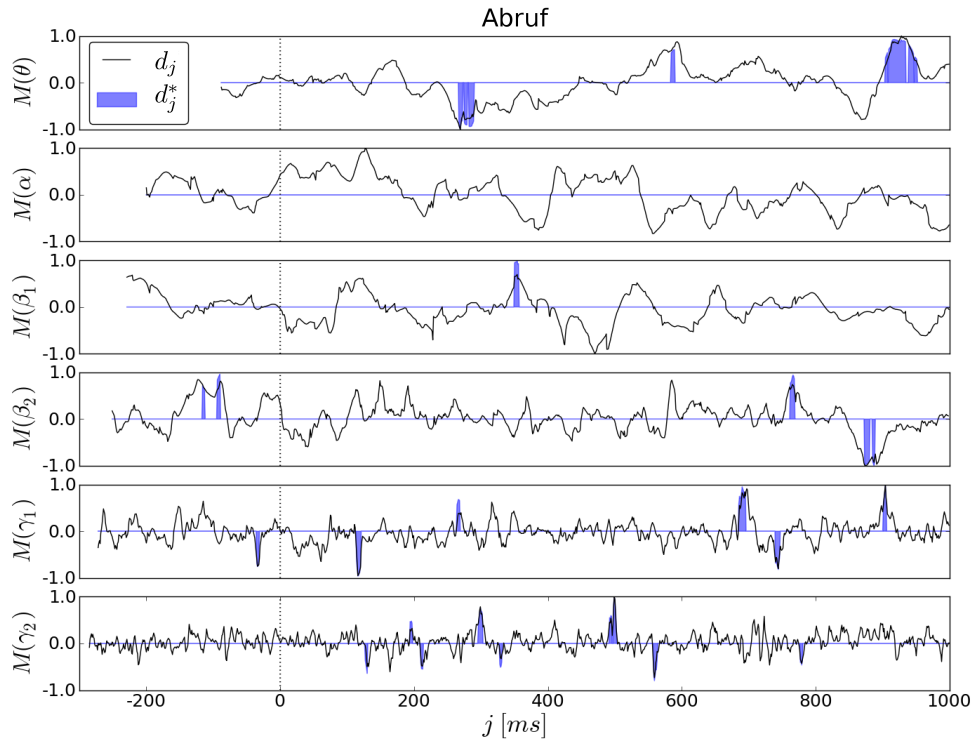
**Tabelle 5.1:** Definitionsbereich der verwendeten EEG-Frequenzbänder. Für die Bestimmung der Kenngrößen in den einzelnen Frequenzbändern siehe Anhang B.

Die Kenngrößen  $d_j$  und  $d_j^*$  wurden, dem Abschnitt 3.3 folgend, anhand der instantanen Phasen, die aus den gefilterten (Bandpass Filter; Butterworth Charakteristik; 3. Ordnung) ERPs berechnet wurden, bestimmt. Die Ensembles von Realisierungen wurden dabei als Ensembles der ERPs in Abhängigkeit von *Einspeichern* bzw. *Abruf* definiert. Da in die vorliegende Analyse 15600 Werte von  $d_j^*$  eingingen, mussten die Signifikanzen nach Bonferroni für multiple Vergleiche korrigiert werden. Die korrigierte Wahrscheinlichkeit, dass  $c_j > \hat{c}_j^p$  (vgl. Abschnitt 3.3.2), beträgt  $\alpha_B = 0,025/15600 = 1,6 \cdot 10^{-6}$  für diese Anzahl von Vergleichen. Unter der Annahme, dass aufeinanderfolgende signifikante Werte von  $c_j$  statistisch unabhängig von einander sind, können vier aufeinanderfolgende Werte, die auf einem 2.5% Niveau signifikant sind, als statistisch signifikant im Sinne der Bonferroni-Korrektur ( $0,025^4 < \alpha_B$ ) angesehen werden. Aufgrund der zeitlichen Auflösung für sehr kurz



**Abbildung 5.6:** Kenngrößen  $d_j$  (schwarze Linie) und  $d_j^*$  (blaue Fläche) für die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen zwischen Hippocampus und rhinalem Kortex während des *Einspeicherns* von Gedächtnisinhalten. Die Kenngrößen (mit  $M$  bezeichnet) sind für die verschiedenen Frequenzbänder dargestellt. Positive Werte entsprechen einem Einfluss vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus, negative einem Einfluss vom Hippocampus auf den rhinalen Kortex. Falls die Interaktionsrichtungen nicht signifikant im Sinne der Bonferroni-Korrektur sind, ist  $d_j^* = 0$  (blaue horizontale Linie). Die vertikale gestrichelte Linie bei  $j = 0$  ms entspricht dem Zeitpunkt der Stimuluspräsentation. Die Zeitverläufe der Kenngrößen wurden ihrer Zeitverzögerung  $\tau$  (vgl. Abschnitt 3.3.2) entsprechend nach rechts verschoben, so dass alle Messwerte für  $j < 0$  ms vor dem Stimulusbeginn lagen. Abbildung adaptiert aus [4], Bezeichnungen wurden ggf. denen der Dissertation entsprechenden angepasst.

andauernde Kopplungen, die in Abschnitt 4.3.3 an Modellsystemen untersucht wurden, kann davon ausgegangen werden, dass beobachtbare Interaktionsrichtungen i.d.R. länger als 4 ms andauern. Da sich die maximalen Werte der Richtungsindizes in Abhängigkeit der beobachteten Systeme bzw. deren Parameter stark unterscheiden (vgl. u.a. Abbildung 4.7 bzw. [4]), wurden  $d_j^*$  bzw.  $d_j$  so normiert, dass entweder der maximale oder minimale Wert auf 1 bzw. -1 entsprach.



**Abbildung 5.7:** Kenngrößen  $d_j$  (schwarze Linie) und  $d_j^*$  (blaue Fläche) für die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen zwischen Hippocampus und rhinalem Kortex während des *Abrufs* von Gedächtnisinhalten analog zu Abbildung 5.6. Positive Werte entsprachen einem Einfluss vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus, negative dem inversen Einfluss. Abbildung adaptiert aus [4], Bezeichnungen wurden ggf. denen der Dissertation entsprechenden angepasst.

## Ergebnisse

In den Abbildungen 5.6 und 5.7 sind die zeitaufgelösten Interaktionsrichtungen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus für die verschiedenen Frequenzbänder dargestellt. Mit Ausnahme der gerichteten Interaktionen im  $\alpha$ -Band waren signifikante Werte der Kenngröße  $d_j^*$  in allen Frequenzbändern sowohl für *Einspeichern* als auch für *Abruf* zu beobachten. Gerade im  $\theta$ -Band, welches zusammen mit dem  $\gamma$ -Band in der aktuellen Forschung mit der Prozessierung von Gedächtnisinhalten assoziiert wird [FKL<sup>+</sup>01, SKH<sup>+</sup>03, OTO<sup>+</sup>06, MZO<sup>+</sup>07], konnten signifikante Interaktionsrichtungen beobachtet werden: Für die Bedingung des *Einspeicherns* konnten signifikante directionale Einflüsse vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus bei ca. 130 ms und umgekehrte Einflüsse vom Hippocampus auf den rhinalen Kortex bei ca. 500 ms detektiert werden. Diese Sequenz unterschiedlicher Interak-

tionsrichtungen war für die *Abrufbedingung* invertiert. Hier konnte ein gerichteter Einfluss bei ca. 270 ms vom Hippocampus auf den rhinalen Kortex und inverse Einflüsse bei ca. 550 ms und 900 ms beobachtet werden. Obwohl auch Interaktionen in höheren Frequenzbändern ( $\beta_1, \beta_2, \gamma_1$  und  $\gamma_2$ ) für diese Zeitbereiche signifikant waren, waren diese aufgrund der schnelleren Änderungen der Interaktionsrichtungen schwieriger interpretierbar. Insgesamt schienen die Interaktionsrichtungen mit der Hypothese über die gerichteten Interaktionen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus (vgl. Seite 73) übereinzustimmen. Eine Interpretation dieser Ergebnisse anhand eines einzelnen Patienten ist jedoch nicht aussagekräftig. Im Folgenden wurden daher die Interaktionsrichtungen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus anhand von ERPs, die an einer Gruppe von acht Patienten bestimmt wurden, charakterisiert. Um die bisher erzielten Ergebnisse weiter zu untermauern, wurde das  $\theta$ -Band als interessantes Frequenzband für die weitere Untersuchung ausgewählt.

## 5.3 Interindividuelle Varianz gerichteter Interaktionen

Im folgenden Abschnitt werden Ergebnisse für Charakterisierungen von Interaktionsrichtungen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus für eine Gruppe von acht Patienten präsentiert. In Erweiterung zu Abschnitt 5.2 wurden Unterschiede zwischen den gerichteten Interaktionen in Bezug auf *Einspeichern* bzw. *Abruf* von Gedächtnisinhalten für eine Gruppe von acht Patienten bestimmt. Alle acht Patienten hatten an einer Studie [AHF<sup>+</sup>08] teilgenommen, die den Einfluss sogenannter Tagschlafepisoden (kurze Schlafepisoden zur Mittagszeit) auf die Bildung von Gedächtnisinhalten untersuchte. Die Interaktionsrichtungen im  $\theta$ -Band wurden für jeden Patienten anhand der ERPs mit den Kenngrößen  $D_j$  bzw.  $D_j^*$  bestimmt. Anschließend wurden Unterschiede zwischen den Bedingungen für *Einspeichern* bzw. *Abruf* anhand einer Statistik über die gesamte Gruppe bestimmt.

### Design des Experiments

Die Patienten hatten zwischen 2005 und 2006 an einer Studie über Bildung von Gedächtnisinhalten in Abhängigkeit von Tagschlafepisoden in der Klinik für Epileptologie der Universität Bonn teilgenommen. Alle Patienten (5 Frauen und 3 Männer, mittleres Alter  $\pm$  Standardabweichung:  $37,4 \pm 9,9$  Jahre) litten unter einer nicht medikamentös therapierbaren Epilepsie. Zur prächirurgischen Diagnostik wurden ihnen bilaterale Elektroden entlang der longitudinalen Achse des Hippocampus implantiert (für eine Übersicht über die Daten der Patienten siehe Tabelle D.1). Anhand der MRT-Bilder konnte die Lage der Elektroden dem rhinalen Kortex oder dem Hippocampus zugeordnet werden.

Das Experiment wurde an zwei aufeinanderfolgenden Tagen durchgeführt, wobei an jedem Tag in den ersten beiden Sitzungen Bilder präsentiert wurden, welche in einer dritten Sitzung wieder abgerufen wurden. Simultan dazu wurde das iEEG des Patienten und die Zeitpunkte der Stimuluspräsentation aufgezeichnet. An einem der beiden Tage hielten die Patienten eine Tagschlafepisode zwischen den beiden ersten Sitzungen von 60 Minuten. An dem anderen Tag wurde das Experiment mit dem Unterschied durchgeführt, dass die Patienten in den 60 Minuten zwischen den Sitzungen nicht schliefen. In den ersten beiden Sitzungen, wurden die Bilder für 1200 ms mit einem Interstimulus-Intervall von  $1800 \pm 200$  ms präsentiert. Der Patient sollte durch das Drücken verschiedener Tasten bewerten, ob eine Landschaft oder ein Gesicht gezeigt wurde. In der dritten Sitzung wurden 80 neue Bilder in einer zufälligen Reihenfolge zu den bereits gezeigten Bildern hinzugefügt. Aufgabe der Patienten war es, die Bilder als bereits gesehen (alt) oder als neu zu bewerten.

Für die weitere Analyse wurden für jeden Patienten, in Analogie zu Abschnitt 5.2, die ERPs der ersten beiden Sitzungen von beiden Tagen zu einem Ensemble für die Bedingung *Einspeichern* zusammengefasst. Die ERPs der dritten Sitzungen wurden zu einem Ensemble für die Bedingung *Abruf* kumuliert. Anhand dieser Daten konnten Interaktionsrichtungen zwischen dem rhinalen Kortex und dem Hippocampus für *Einspeichern* und *Abruf* unterschieden werden.

### **EEG-Aufnahmen und Berechnung von $D_j^*$**

Die intrakraniellen Elektroden wurden auf verbundene Elektroden, die auf den linken und rechten Mastoiden platziert waren, referenziert, mit einer Abtastrate von 1000 Hz mit einem 16 Bit Analog-zu-Digital-Wandler aufgenommen und zwischen 0,01 und 300 Hz gefiltert. Anschließend wurden die ERPs in Abhängigkeit von den Zeitpunkten der Stimuluspräsentation aus dem iEEG bestimmt (vgl. Abschnitt 5.1). Die Elektroden, an denen die ERPs abgeleitet wurden, wurden für die Bedingungen *Einspeichern* und *Abruf* nach folgenden Kriterien ausgesucht:

1. Nach anatomischen Kriterien wurden die Elektroden, welche im rhinalen Kortex bzw. Hippocampus lagen, von erfahrenen Neurowissenschaftlern ausgesucht. Es wurden nur Elektroden in der nicht-fokalen Hemisphäre berücksichtigt.
2. Die Anzahl der ERPs, die bei einer visuellen Inspektion auffällige Artefakte zeigten, wurde für jede Elektrode bestimmt. Die Elektroden, für die die wenigsten ERPs mit Artefakten bestimmt wurden, wurden ausgewählt.
3. Für die ausgewählten Elektroden wurden alle ERPs, die mit auffälligen Artefakten überlagert waren, von der weitere Analyse ausgeschlossen.



Die Auswahl der Elektroden und die Verwerfung der Artefakte wurden für *Einspeichern* und *Abruf* sowie für jeden Patienten gesondert durchgeführt, die verbleibenden ERPs wurden anschließend in den Ensembles für die Berechnung der Kenngrößen zusammengefasst.

Patient	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>m Einsp.</i>	294	307	305	310	316	285	291	311
<i>Abruf</i>	450	460	462	451	460	451	458	471

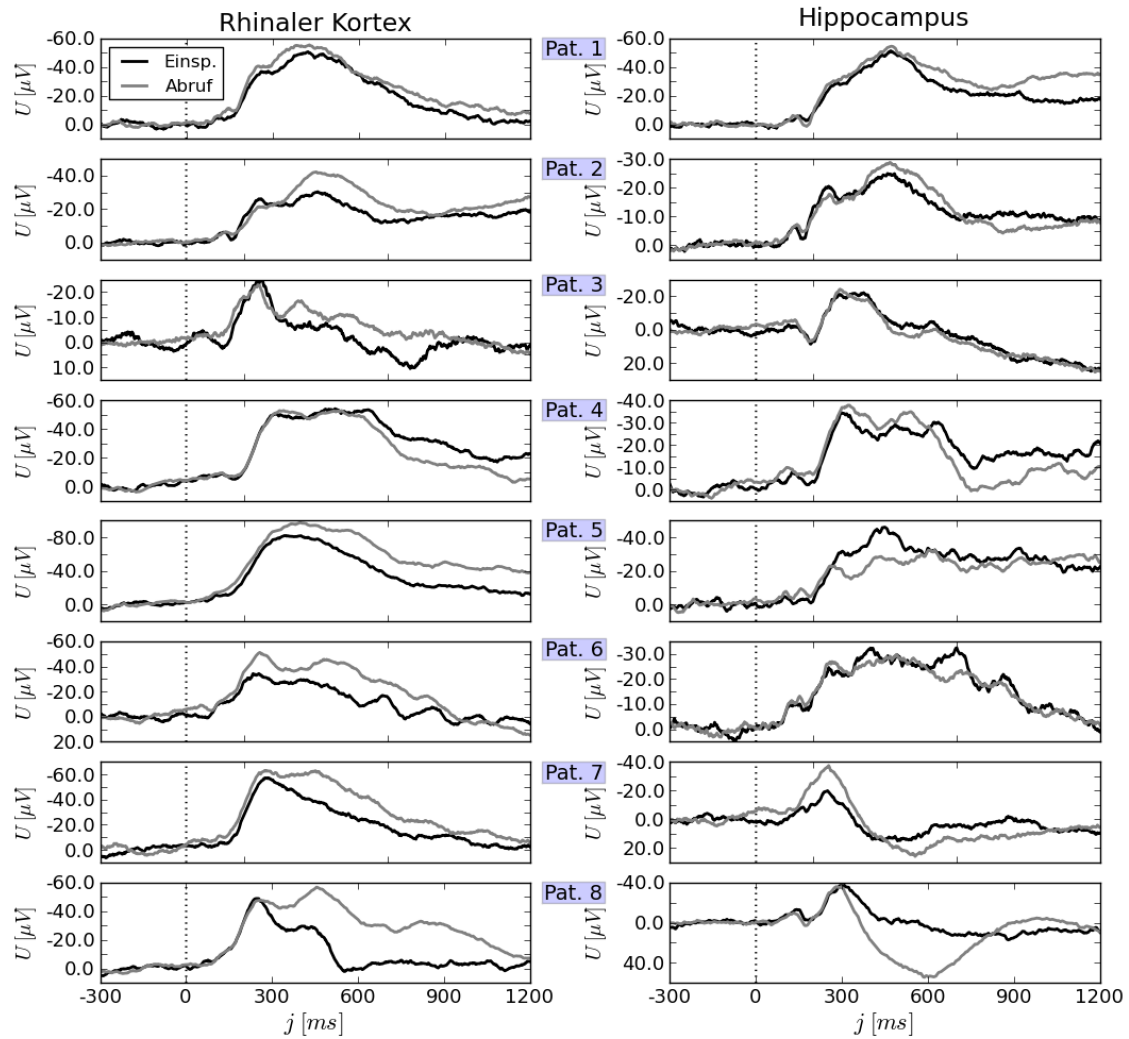
**Tabelle 5.2:** Ensemblegröße  $m$  der für weitere Analysen zur Verfügung stehenden ERPs. Die Anzahl der ERPs ist nach den Bedingungen *Einspeichern* und *Abruf* getrennt aufgeführt.

Die Ensemblegröße  $m$  für die einzelnen Patienten ist in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Im Mittel standen für die Berechnung von  $D_j^*$  für die Bedingung *Einspeichern*  $302,4 \pm 10,3$  und für die Bedingung *Abruf*  $457,9 \pm 6,6$  ERPs zu Verfügung. Auf der einen Seite waren dies im Vergleich zu Abschnitt 5.2 deutlich weniger ERPs, die in die Berechnung einfließen. Auf der anderen Seite wurde hier die Kenngröße  $D_j^*$  verwendet, für die gezeigt werden konnte, dass diese gerade für wenige Realisierungen eine höhere Performanz bei der Charakterisierung von Interaktionsrichtungen hat als  $d_j^*$  (vgl. Kapitel 4.2.1).

Wie bereits im vorherigen Abschnitt motiviert, wurden die Daten vor der Berechnung von  $D_j$  und  $D_j^*$  gefiltert (vgl. Tabelle 5.1): digitaler Bandpass für das  $\theta$ -Band (Butterworth 1. Ordnung), sowie ein Bandstop zwischen 49,0 und 51,0 Hz um den Einfluss der Netzfrequenz zu minimieren. Damit in die Berechnung der Kenngrößen für alle Patienten dieselbe Zeitverzögerung  $\tau$  (vgl. Abschnitt 3.3.2) einging, wurde diese auf einen gemeinsamen Mittelwert  $\bar{\tau}$  über Zeitverzögerungen aller Patienten gesetzt:  $\bar{\tau} = 175\text{ms} \hat{=} 5,7 \text{ Hz}$ . Die resultierenden Kenngrößen wurden dem Abschnitt 5.2 folgend zwischen -1 und 1 normiert. Des Weiteren wurden, analog zu Abschnitt 5.2, die Signifikanzen nach Bonferroni für multiple Vergleiche korrigiert: Die korrigierte Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Einzelmessung signifikant ist, entspricht bei 21200 Vergleichen  $\alpha_B = 0,025/21200 = 1,18 \cdot 10^{-6}$ . Vier aufeinanderfolgende Werte der Kenngröße  $c_j$ , die auf einem 2,5% Niveau signifikant sind, sind demnach signifikant im Sinne der Bonferroni-Korrektur ( $0,025^4 < \alpha_B$ ).

## Ergebnisse

Die AERPs im rhinalen Kortex bzw. Hippocampus aller Patienten sind für die verschiedenen Bedingungen in Abbildung 5.8 dargestellt. Aufgrund der hohen in-



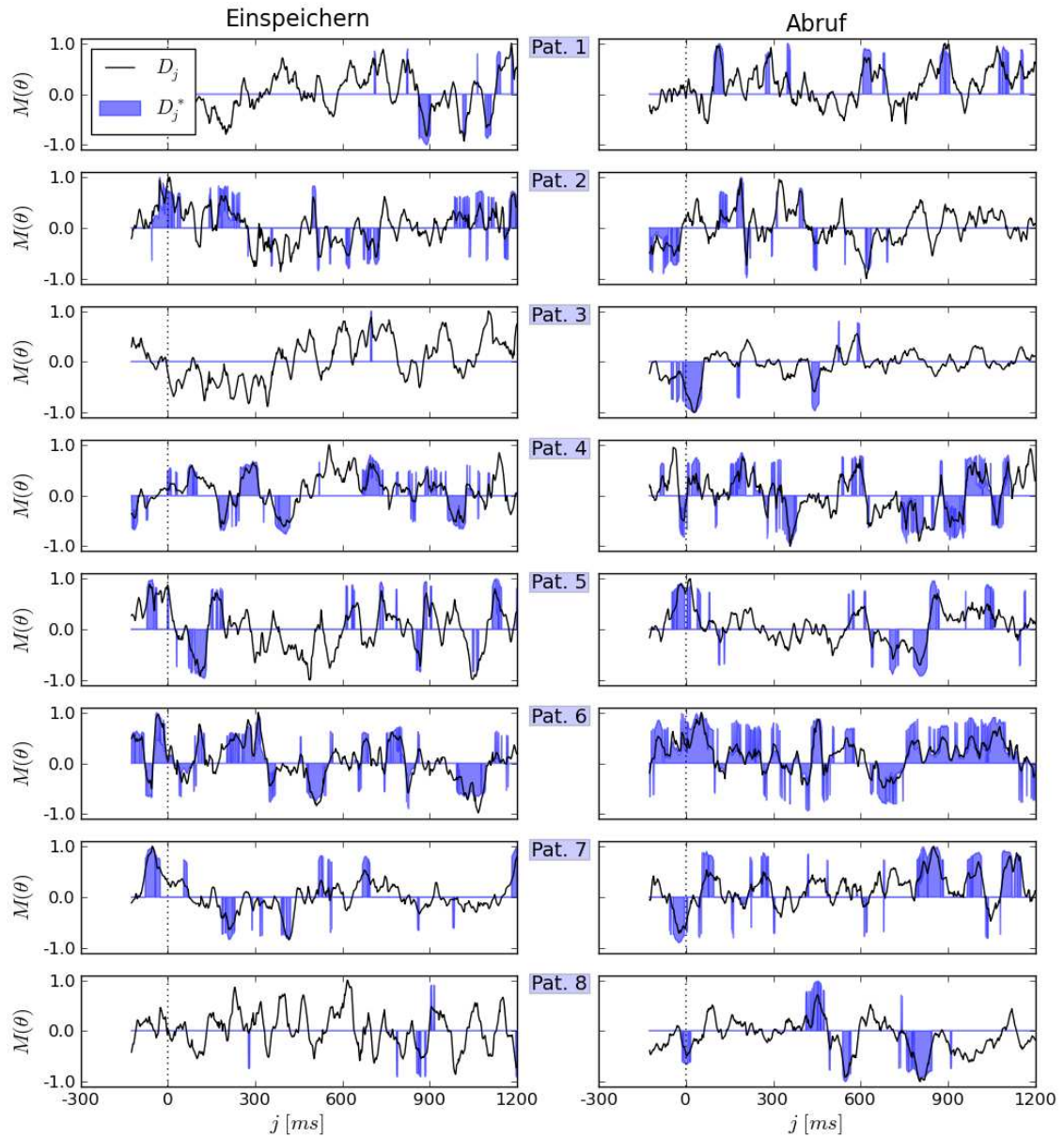
**Abbildung 5.8:** AERPs für die verschiedenen Patienten und Bedingungen (*Einspeichern* und *Abruf*) gemessen im rhinalen Kortex bzw. Hippocampus. Die Grundlinie zur Korrektur der Amplitude wurde zwischen -300 ms und 0 ms vor dem Zeitpunkt der Stimuluspräsentation definiert (vgl. Abschnitt 5.1). Das Einsetzen des Stimulus ( $j = 0$  ms) ist mit einer vertikalen Linie gekennzeichnet.

terindividuellen Varianz und der Dauer der Stimuluspräsentation wurden die AERPs für das Zeitintervall von 0 ms und 1200 ms bestimmt. Dieses Zeitintervall schien ausreichend, um die Komponenten der AERPs darzustellen. Obwohl einige der AERPs sich für die einzelnen Patienten stark unterschieden, konnten bekannte Komponenten identifiziert werden: Sowohl im rhinalen Kortex als auch im Hippocampus waren zwischen  $\sim 300$  ms und  $\sim 900$  ms negative Komponenten für alle Patienten und Bedingungen enthalten. Die Zeitverzögerung der Komponenten so-

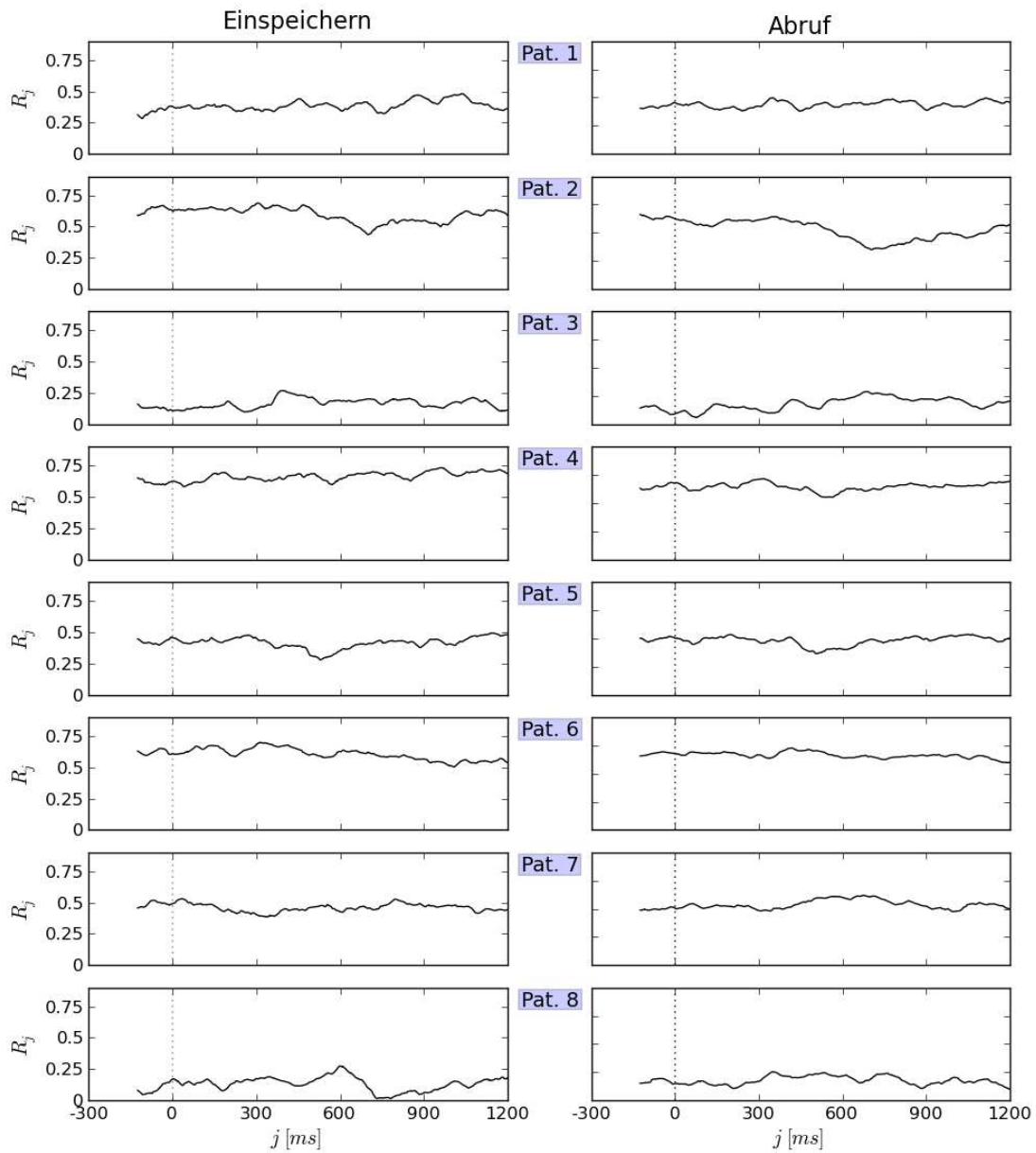
wie ihre Dauer waren jedoch unterschiedlich. Gerade für den Hippocampus konnten positive Komponenten um 200 ms bei den Patienten 1, 3 und 8 beobachtet werden. Für die Patienten 2 und 4 konnten Amplitudenausschläge zu diesem Zeitpunkt beobachtet werden, welche jedoch nicht positiv waren. Die Bedingungen *Einspeichern* bzw. *Abruf* induzierten nicht in allen Fällen große Unterschiede in den AERPs. Während im rhinalen Kortex der negative Peak bei 400 ms für *Einspeichern* für sieben von acht Patienten größere Werte als für den *Abruf* zeigte, konnte im Hippocampus keine Tendenz ausgemacht werden. Die Hauptkomponenten der AERPs schienen trotz einer großen interindividuellen Varianz denen aus Abschnitt 5.2 zu ähneln. Aufgrund der ausgeprägten Komponenten konnte gefolgert werden, dass u.a. die untersuchten Hirnstrukturen an der Prozessierung von Gedächtnisinhalten beteiligt sind.

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, wurden die Kenngrößen  $D_j$  und  $D_j^*$  anhand der ERPs der einzelnen Patienten für *Einspeichern* bzw. *Abruf* berechnet und in Abbildung 5.9 dargestellt. Die Ergebnisse zeigten eine hohe interindividuelle Varianz, welche sich gerade bei der surrogat-korrigierten Kenngröße  $D_j^*$  zeigte. Während des *Einspeicherns* wurden bei Patient 3 insgesamt vier signifikante Interaktionsrichtungen detektiert, bei Patient 6 waren während des *Abrufs* 1196 Werte von  $D_j^*$  ungleich null. Die Anzahl der signifikanten Interaktionsrichtungen sind in der Tabelle 5.3 angegeben. Hierbei war auffällig, dass die Zahl der signifikanten Werte für das *Einspeichern* für 7 von 8 Patienten geringer war als für den *Abruf*. Dieser Befund steht in Einklang mit den Ergebnissen aus Abschnitt 4.3, welche zeigten, dass  $D_j^*$  eine höhere Performanz mit zunehmender Anzahl von Realisierungen aufwies: Für den *Abruf* standen im Schnitt ca. 160 ERPs mehr zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen zu Verfügung als beim *Abruf*, vgl. Tabelle 5.2.

Ein Beitrag zur großen interindividuellen Varianz könnte auf die unterschiedlichen Interaktionsstärken zwischen den untersuchten Hirnstrukturen zurückgeführt werden. Um dies weiter zu untersuchen, wurde die transiente mittlere Phasenkohärenz  $R_j$  für alle Patienten und beide Bedingungen bestimmt (siehe Abbildung 5.10). Die Stärke der Interaktionen war interindividuell sehr unterschiedlich. Im Vergleich mit allen anderen Patienten waren die Werte von  $R_j$  der Patienten 3 und 8 im Mittel wesentlich geringer. Des Weiteren war die Stärke der Interaktion bei einigen Patienten im zeitlichen Verlauf nur im geringen Maße abhängig von der Stimuluspräsentation. Für die Patienten 4 und 7 war  $R_j \approx 0,5$  oder größer, die Werte von  $R_j$  zeigten aber nahezu keine Änderungen über die Dauer der Stimuluspräsentation, im Gegensatz zu den gerichteten Interaktionen bei diesen Patienten (vgl. Abbildung 5.9). Die Änderungen der Interaktionsrichtungen über die Zeit in Bezug auf die Stimuluspräsentation war daher nicht trivial mit Änderungen der gewichteten Interaktionen zu erklären.



**Abbildung 5.9:** Kenngrößen  $D_j$  (schwarze Linie) und  $D_j^*$  (blaue Fläche) für die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen anhand von ERPs gemessen an 8 Patienten zwischen Hippocampus und rhinalem Kortex für verschiedene Bedingungen (*Einspeichern*, *Abruf*). Die Kenngrößen  $M$  wurden für das  $\theta$ -Band berechnet. Positive Werte entsprechen einem Einfluss vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus, negative einem Einfluss vom Hippocampus auf den rhinalen Kortex. Für  $D_j^* = 0$  waren die Interaktionsrichtungen nicht signifikant (blaue horizontale Linie). Die vertikale gestrichelte Linie bei  $j = 0$  ms entspricht dem Zeitpunkt der Stimuluspräsentation.



**Abbildung 5.10:** Zeitverlauf der Kenngröße  $R_j$  für die Stärke von Interaktionen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus für die acht Patienten. Die Werte von  $R_j$  wurden im  $\theta$ -Band anhand der ERPs für *Einspeichern* und *Abruf* aus Abbildung 5.9 bestimmt. Die vertikale gestrichelte Linie kennzeichnet den Zeitpunkt der Stimuluspräsentation.

Im zeitlichen Mittel konnte jedoch ein Zusammenhang zwischen  $R_j$  und der Anzahl der signifikanten Interaktionsrichtungen beobachtet werden. Die zeitlich und über

Patient	Anzahl der Werte mit $D_j^* \neq 0$		$\bar{R}_j$
	Einspeichern	Abruf	
1	95	160	0,41
2	386	224	0,56
3	4	125	0,17
4	520	603	0,65
5	210	237	0,45
6	737	1196	0,63
7	206	423	0,49
8	38	206	0,15

**Tabelle 5.3:** Übersicht über die Anzahl der signifikanten Interaktionsrichtungen ( $D_j^* \neq 0$ ) und der nach Gl. (5.3) gemittelten Phasenkohärenzen  $\bar{R}_j$  für die einzelnen Patienten.

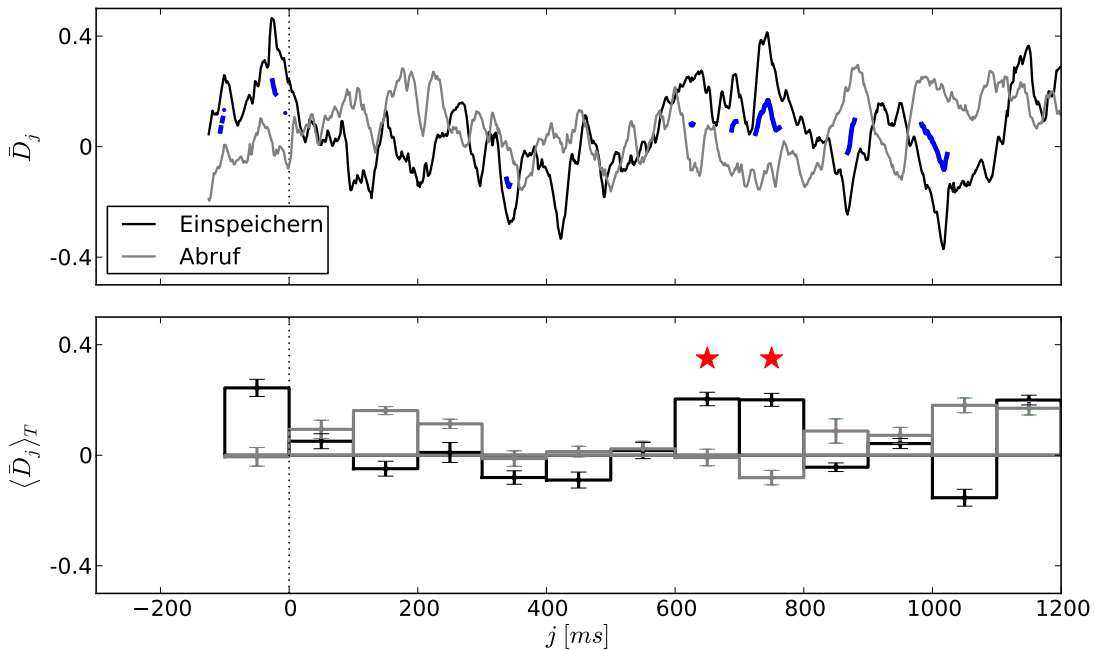
die Bedingungen gemittelten Phasenkohärenzen sind in Tabelle 5.3 eingetragen:

$$\bar{R}_j = \frac{1}{2 * (T_E - T_A - \tau)} \left( \sum_{j=T_A+\tau}^{T_E} R_j^{\text{Einsp.}} + \sum_{j=T_A+\tau}^{T_E} R_j^{\text{Abruf}} \right). \quad (5.3)$$

Hierbei wurde mit  $T_A = -300$  ms der Beginn und  $T_E = 1200$  ms das Ende der Stimuluspräsentation bezeichnet. Die Zeitverzögerung war wie oben angegeben  $\tau = 175$  ms. Für die Patienten 4 und 6, bei denen die höchste Anzahl signifikanter Werte für *Einspeichern* und *Abruf* zusammen gefunden wurden, wurden die höchsten Werte für  $\bar{R}_j$  gemessen. Die drei Patienten 1, 3 und 8 mit den kleinsten Werten von  $\bar{R}_j$  hatten die geringste Anzahl für  $D_j^* \neq 0$ . Woher diese großen Unterschiede von  $\bar{R}_j$  stammen, ist nicht trivial zu erklären: Die Gründe könnten pathologischer Natur, Abhängigkeit von Faktoren wie Alter oder Geschlecht oder die Kriterien zur Auswahl der Elektroden sein.

Aufgrund der hohen Anzahl unterschiedlich vieler signifikanter Werte von  $D_j^*$  war eine Gruppenstatistik für diese Kenngröße nicht möglich. Im Gegensatz dazu konnten die Werte von  $D_j$  in Abhängigkeit von *Einspeichern* bzw. *Abruf* über die Gruppe von Patienten verglichen werden, um Unterschiede zwischen den Bedingungen zu messen. Die Hypothese hierbei war, dem Abschnitt 5.1 folgend, dass beim *Einspeichern* ein dominierender Einfluss vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus und für den *Abruf* ein umgekehrte Einfluss vorliegt.

Der Mittelwert der zeitaufgelösten Direktionalitätsindizes  $D_j$  über alle Patienten wurde mit  $\bar{D}_j$  bezeichnet und ist im oberen Teil der Abbildung 5.11 dargestellt. Für die Bereiche vor der Stimuluspräsentation und zwischen 600 ms und 1100 ms



**Abbildung 5.11:** Über acht Patienten gemittelte Kenngrößen  $\bar{D}_j$  und  $\langle \bar{D}_j \rangle_T$  zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen im  $\theta$ -Band. Positive Werte reflektieren Einflüsse vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus, negative einen inversen Einfluss. *Oben:*  $\bar{D}_j$  für *Einspeichern* und *Abruf*; signifikante Unterschiede zwischen den beiden Bedingungen (gepaarter, zweiseitiger t-Test über das Patientenkollektiv; p-Werte  $< 0,05$ ) sind als Differenzwerte eingetragen (blaue Punkte). *Unten:* Kenngröße  $\langle \bar{D}_j \rangle_T$ , die über aufeinanderfolgende Zeitintervalle von 100 ms Dauer gemittelt wurde (vgl. Gl. 5.4) und signifikante Unterschiede (gepaarter, zweiseitiger t-Test; p-Werte  $< 0,05$ ) zwischen den Bedingungen (rote Sterne). Für die Fehlerbalken wurde der Standardfehler über das Kollektiv der Patienten verwendet.

nach Einsetzen der Stimuli unterschieden sich die Interaktionsrichtungen von *Einspeichern* und *Abruf* für viele aufeinanderfolgende Werte von  $\bar{D}_j$  auf einem 5%-Niveau. Im Bereich vor der Präsentation war der Einfluss vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus für das *Einspeichern* größer, was mit veränderten Prozessen wie der Erwartungshaltung der Patienten zusammenhängen könnte. Im Bereich zwischen 600 ms und 800 ms konnte ein größerer Einfluss vom Hippocampus auf den rhinalen Kortex für das *Einspeichern* im Verhältnis zum *Abruf* charakterisiert werden. Dieser Einfluss war im weiteren Verlauf, zwischen 800 ms und 1000 ms, wieder invertiert.

Die bisher beschriebenen signifikanten Unterschiede zwischen den gemittelten Interaktionsrichtungen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus waren aufgrund

der geringen Anzahl von Patienten und der großen Anzahl von Vergleichen nicht nach Bonferroni für multiple Vergleiche korrigiert. Um die Signifikanzen zu korrigieren, wurden die Direktionalitätsindizes über aufeinanderfolgende Zeitintervalle von  $T_F = 100$  ms Dauer für jeden Patient gemittelt [FKL<sup>+</sup>01]:

$$\langle D_j \rangle_T = \sum_{j=T_A}^{T_A+T_F} D_j \quad (5.4)$$

Diese Mittelung wurde für 13 Intervalle im Bereich zwischen  $T_A = -100$  ms bis  $T_A = 1200$  ms durchgeführt, so dass hierdurch für 13 Messungen gegen multiple Vergleiche zu korrigieren war. Der Mittelwert über die Patienten  $\langle \bar{D}_j \rangle_T$  ist im unteren Teil der Abbildung 5.11 dargestellt. In dieser Darstellungsweise unterschieden sich die Bedingungen für zwei aufeinanderfolgende Werte von  $\langle \bar{D}_j \rangle_T$  zwischen 600 ms und 800 ms mit einem Signifikanzniveau von 95%. Dieser Effekt war auch nach einer Korrektur für multiple Vergleiche signifikant, unter der Annahme, dass die gemittelten Direktionalitätsindizes von aufeinanderfolgenden Zeitintervallen statistisch unabhängig von einander sind [FKL<sup>+</sup>01]: Die kombinierte Wahrscheinlichkeit, dass zwei aufeinanderfolgende p-Werte kleiner als 0,05 sind, betrug bei 13 Vergleichen insgesamt  $0,05^2 \times 13 = 0,033$ .

Im Einklang mit der Hypothese über gerichtete Interaktionen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus in Abhängigkeit von *Einspeichern* und *Abruf* von Gedächtnisinhalten (vgl. Seite 73) konnte ein signifikanter Unterschied zwischen den Bedingungen im neurowissenschaftlich bedeutenden  $\theta$ -Band gefunden werden: Für das *Einspeichern* war der Einfluss vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus signifikant größer als der für den *Abruf*.

Weiterhin gibt es Indizien dafür, dass das Zeitintervall zwischen 600 ms und 800 ms, in dem diese Unterschiede zwischen *Einspeichern* und *Abruf* auftraten, plausibel ist. Erstens konnte das Zeitintervall signifikanter Interaktionen mit den Zeitverzögerungen und Dauern der AERP-Komponenten verglichen werden. Die Maximalwerte der negativen Komponenten der AERPs lagen für alle Patienten und Bedingungen vor dem Zeitintervall 600 - 800 ms (siehe Abbildung 5.8). Auf der anderen Seite konnten bei den AERPs gerade in diesem Zeitintervall große Unterschiede zwischen *Einspeichern* und *Abruf* gemessen werden. Dies weist auf eine stimulus-spezifische Prozessierung von Gedächtnisinhalten zwischen 600 - 800 ms hin, die für *Einspeichern* und *Abruf* unterschiedlich waren. Zweitens lag das Zeitintervall signifikanter Unterschiede zwischen den gerichteten Interaktionen vor der Reaktionszeit für das Drücken der Taste, die im Mittel zwischen 1000 ms und 1100 ms betrug (vgl. [AHF<sup>+</sup>08]).

Um die vorgestellten Ergebnisse in weiterführenden Studien zu validieren, könnte das Design der Experimente an die Einflussfaktoren der Kenngröße angepasst



werden. Hierbei sollte die Anzahl der ERPs zwischen den beiden Bedingungen ausbalanciert sein, komplexe Fragestellungen wie Tagschlafepisoden zugunsten einheitlicher Bedingungen vermieden, eine größere Anzahl von ERPs pro Bedingung gemessen und die Anzahl der teilnehmenden Patienten vergrößert werden. Hierdurch könnten Rückschlüsse auf die große interindividuelle Varianz bei der Charakterisierung von Interaktionsrichtungen gezogen werden.

Mit den vorgestellten Verfahren konnten transiente gerichtete Interaktionen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus anhand von ERPs für eine Gruppe von Patienten bestimmt werden, welche neurowissenschaftlich sinnvoll interpretierbar und in Einklang mit bestehenden Theorien sind. Weiterhin zeigten die Ergebnisse an Felddaten dieselben Abhängigkeiten von Einflussfaktoren, die auch an Modellsystemen bestimmt werden konnten. Anhand dieser Ergebnisse konnte gezeigt werden, dass die vorgestellten Kenngrößen geeignet sind anhand transientser Signale hoch komplexer Systeme Interaktionsrichtungen zeitaufgelöst zu charakterisieren.

## 5.4 Zeitliche und räumliche Aspekte gerichteter Interaktionen

Für die bisherigen Analysen wurde jeweils eine Elektrode im rhinalen Kortex und im Hippocampus nach anatomischen Kriterien und den Amplitudenwerten der ERPs ausgesucht. Anhand dieser Auswahl waren allerdings keine gerichtete Interaktionen zwischen räumlich unterschiedlichen Substrukturen (Arealen) in diesen Hirnstrukturen auflösbar. Im Gegensatz dazu stehen, aufgrund der hohen räumlichen Abtastung, ERPs von mehreren Elektroden in benachbarten Arealen der verschiedenen Hirnstrukturen für eine Analyse zur Verfügung. Diese zusätzlichen Informationen können beispielsweise dafür ausgenutzt werden, um gerichtete Interaktionen in Abhängigkeit von bekannten funktionellen Differenzierungen im Schläfenlappen [MM98, FEG<sup>+</sup>99] zu untersuchen. In diesem Abschnitt wird exemplarisch untersucht, ob sich unter Auswertung der Informationen anhand aller Elektrodenkombinationen ähnliche Ergebnisse für benachbarte Hirnareale erzielen lassen und ob sich die Hirnstrukturen nach funktionalen Kriterien in verschiedene Areale differenzieren lassen.

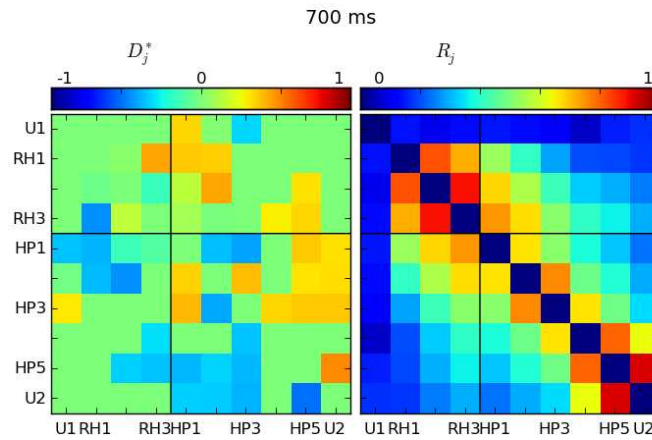
In früheren Studien [MOA<sup>+</sup>08, 8, Ost08, Sta10] wurden Interaktionsrichtung bzw. -stärke zwischen verschiedenen Hirnarealen unabhängig von kognitiven Prozessen untersucht. In diesen Studien konnte eine erhöhte Interaktionsstärke zwischen räumlich benachbarten Arealen beobachtet und ein gerichteter Einfluss von fokalen epileptischen Arealen auf andere, gesunde Hirnareale im anfallsfreien Intervall bestimmt werden. Darüber hinaus konnte in [MOA<sup>+</sup>08] gezeigt werden, dass der

rhinale Kortex und der Hippocampus eine geringe Interaktionsstärke untereinander im  $\delta$ - bzw.  $\theta$ -Frequenzband aufwiesen. In dieser Studie wurde eine erhöhte Interaktion zwischen diesen Hirnregionen und in diesen Bändern für die Bildung von Gedächtnisinhalten postuliert.

Im Folgenden werden transiente Interaktionen zwischen verschiedenen Hirnarealen in Abhängigkeit von der Bildung von Gedächtnisinhalten exemplarisch untersucht. Dazu wurden ERPs mit einer Ensemblegröße von  $m = 320$ , die anhand von zehn Elektroden in der nicht-fokalen Hemisphäre von Patient 5 (vgl. Abschnitt 5.3) abgeleitet wurden, während des *Einspeicherns* in Hinblick auf die transiente Interaktionsrichtung bzw. -stärke analysiert. Hierbei wurden  $D_j^*$  sowie  $R_j$  sukzessive für ERPs von jeweils zwei Elektroden bestimmt und in Matrixform dargestellt, wobei das Intervall der Werte von  $D_j^*$  so skaliert wurde, dass der maximale oder minimale Wert auf 1 oder -1 gesetzt wurde. Den vorangegangenen Analysen folgend wurde sich auf das  $\theta$ -Frequenzband beschränkt.

In Abbildung 5.12 sind beispielhaft die Interaktionsrichtung und -stärke für den Zeitpunkt  $j = 700$  ms nach Stimuluspräsentation dargestellt. Hierbei wurden die Lage der Elektroden über die Schnittbilder der MRT-Aufnahmen den entsprechenden anatomischen Arealen zugeordnet. Der ersten (U1) und letzten (U2) Elektrode konnte kein Hirnareal eindeutig zugeordnet werden, die übrigen Elektroden lagen im rhinalen Kortex (RH1 - RH3) und im Hippocampus (HP1 - HP5). Die Elektroden, deren ERPs im vorangegangenen Abschnitt zur Analyse verwendet wurden, entsprachen in dieser Nomenklatur RH2 und HP2. Aus der Abbildung ging hervor, dass unterschiedliche Interaktionsrichtungen  $D_j^*$  für verschiedene Kombinationen von Arealen sowohl innerhalb beider Hirnstrukturen, als auch zwischen dem rhinalen Kortex und dem Hippocampus bestimmbar waren. Im Folgenden werden daher räumlich zusammenhängende Kombinationen von Arealen mit ähnlichen Interaktionsrichtungen, d.h. Werten von  $D_j^*$  mit gleichen Vorzeichen, als Cluster bezeichnet. Für das Beispiel konnten zwei ausgeprägte Cluster beobachtet werden, die Einflüsse vom rhinalen Kortex auf den Hippocampus und vom vorderen auf den hinteren Hippocampus darstellten. Im ersten Cluster war die Kombination der Areale RH2 und HP2 enthalten und die Interaktionsrichtung entsprach somit dem bevorzugten Einfluss für diesen Zeitpunkt und die Bedingung des Einspeicherns (vgl. Abschnitt 5.3).

In Einklang mit den eingangs erwähnten Untersuchungen konnte beobachtet werden, dass die Interaktionsstärke  $R_j$  zwischen räumlich benachbarten Arealen am höchsten war. Die Interaktionsstärke zwischen U1 und den Arealen, die über die übrigen Elektroden erfasst wurden, war sehr gering, woraus gefolgert werden konnte, dass sich diese Elektrode in keinem, mit den übrigen Arealen interagierenden Areal befand. Im Gegensatz dazu zeigten die ERPs an U2 eine hohe Interaktionsstärke mit HP1 - HP5, was auf einen funktionellen Zusammenhang des Hirnareales,



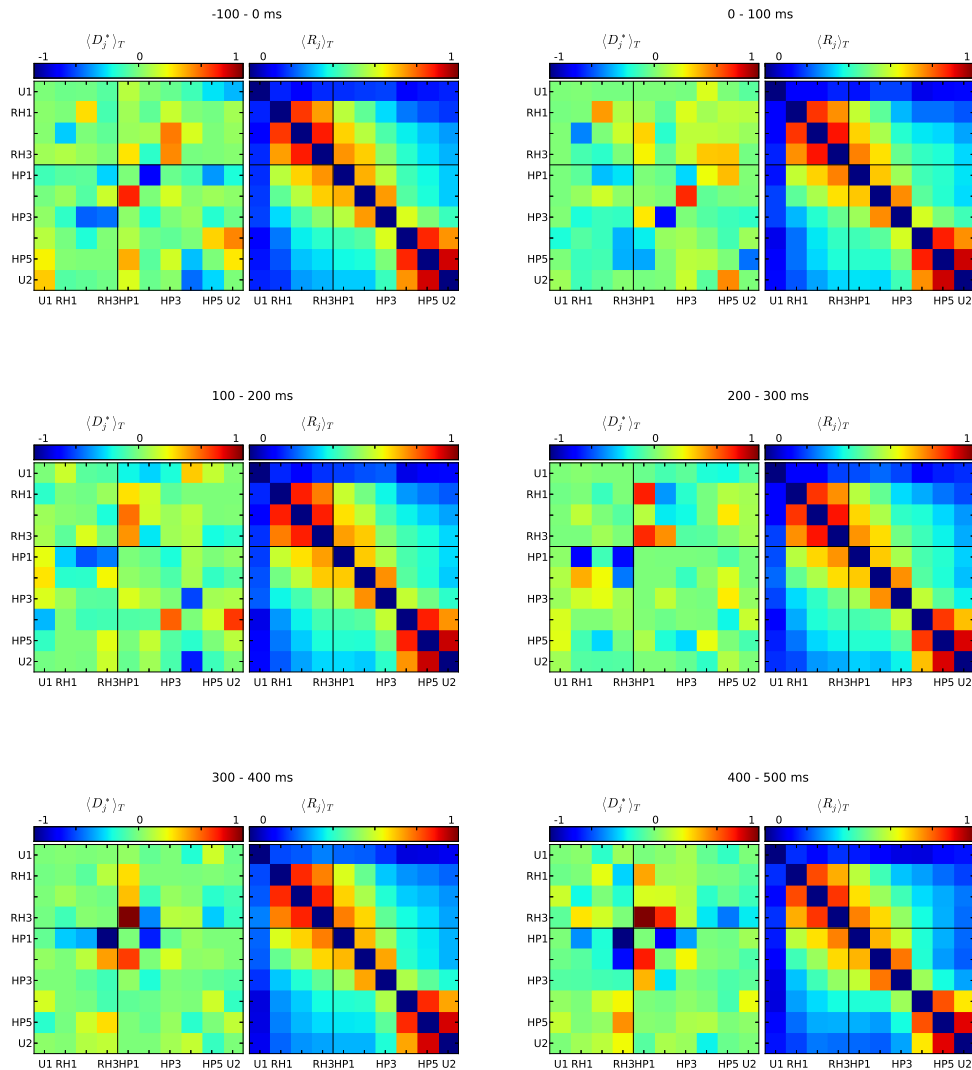
**Abbildung 5.12:** Interaktionsstärke und -richtung anhand von 10 Elektroden in verschiedenen Hirnarealen.  $D_j^*$  (links) und  $R_j$  (rechts) wurden zu einem beliebigen Zeitpunkt während der Stimuluspräsentation in Matrixform dargestellt. Durch die schwarzen Linien sind die Elektroden, die in den unterschiedlichen Hirnstrukturen lokalisiert werden konnten, getrennt. Von U1 und U2 abgesehen sind im Quadrant oben links Interaktionen innerhalb des rhinalen Kortex, unten rechts innerhalb des Hippocampus sowie oben rechts und unten links die Interaktionen zwischen den beiden Hirnstrukturen dargestellt. *Links:* Die Darstellung wurde so gewählt, dass positive Werte, einem Einfluss von dem Hirnareal, die an der Zeile notiert ist, auf das Hirnareal an der Spalte entsprechen.

in welchem die Elektrode platziert war, mit dem Hippocampus hindeutet.

Um den zeitlichen Verlauf aller transienter Interaktionen (1325 Zeitpunkte à 45 unterschiedlichen Elektrodenkombinationen) auf eine darstellbare Form zu reduzieren, wurde eine zeitliche Mittelung der Kenngrößen für aufeinanderfolgende Zeitintervalle von 100 ms Dauer analog zu Gl. (5.4) vorgenommen. Hierbei wurden für die Interaktionsrichtungen nur Werte für  $D_j^* \neq 0$  berücksichtigt. Die resultierenden Kenngrößen  $\langle D_j^* \rangle_T$  und  $\langle R_j \rangle_T$  sind für alle Elektrodenkombinationen in Matrixform in den Abbildungen 5.13 und 5.14 dargestellt.

Für die Interaktionsstärke  $\langle R_j \rangle_T$  zwischen allen Kombinationen konnten nur geringe Änderungen über den zeitlichen Verlauf beobachtet werden, wobei deutlich erhöhte Interaktionen zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus in Abhängigkeit vom Einspeichern beobachtet werden konnten (vgl. [MOA<sup>+</sup>08]). Im Gegensatz dazu zeigte die Interaktionsrichtung  $\langle D_j^* \rangle_T$  eine hohe räumliche und zeitliche Va-

## 5 Untersuchungen transienter gerichteter Interaktionen im Gehirn



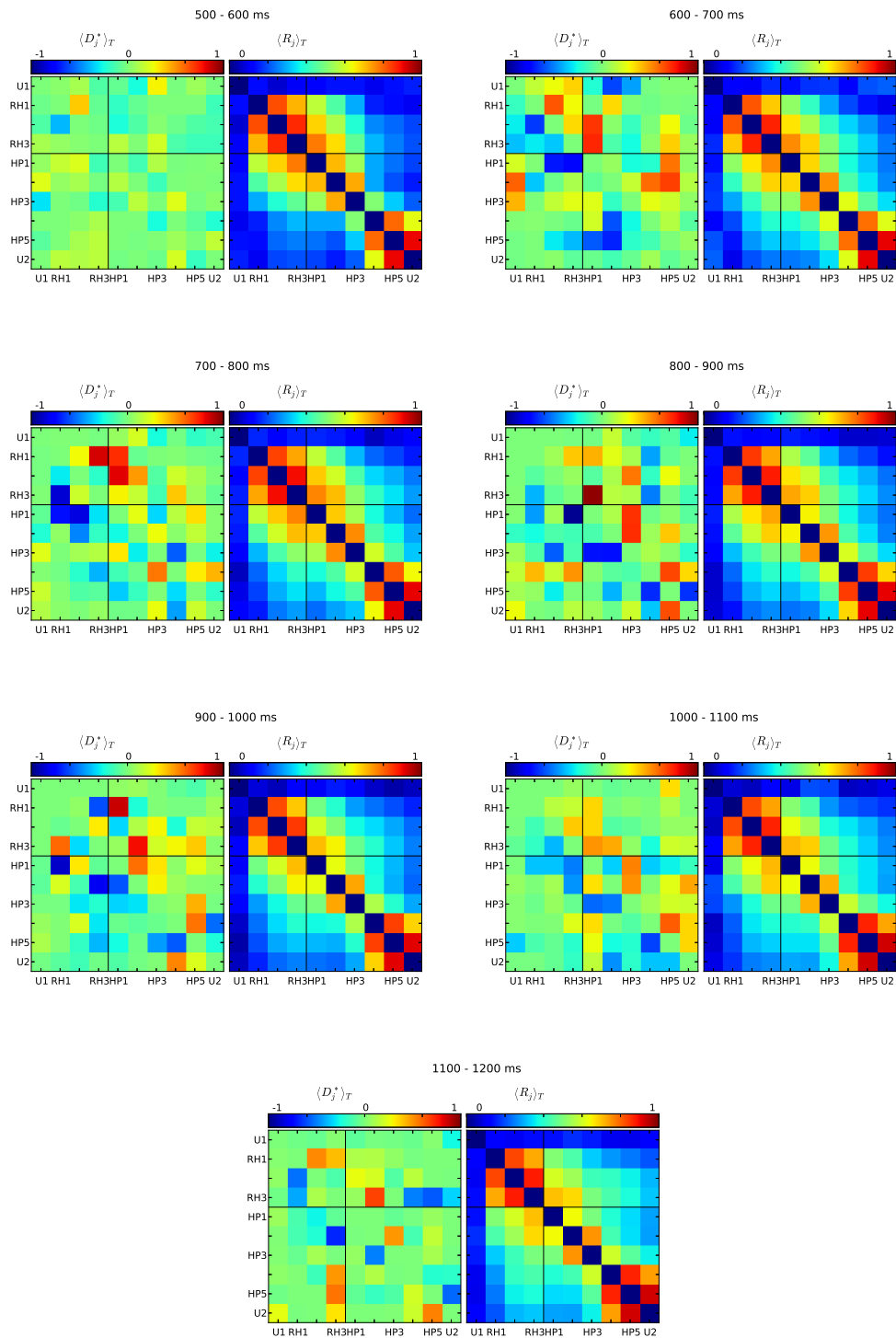
**Abbildung 5.13:** Über Zeitintervalle von je 100 ms gemittelte Interaktionsrichtung  $\langle D_j^* \rangle_T$  und -stärke  $\langle R_j \rangle_T$  für die Zeit zwischen -100 ms und 500 ms relativ zum Zeitpunkt der Stimuluspräsentation.

riabilität über die untersuchten Kombinationen der Hirnareale in Abhängigkeit von der Stimuluspräsentation. Einerseits konnten Cluster in bestimmten Zeitintervallen, beispielsweise 100 - 200 ms, 700 - 800 ms oder 1000 - 1100 ms, für die Kombinationen der Areale zwischen rhinalem Kortex und Hippocampus beobachtet werden. Andererseits traten auch unterschiedliche Einflüsse für direkt angrenzende Kombinationen von Arealen auf. Ob die in der vorangegangenen Analyse ausgewählte

Kombination (RH2, HP2) repräsentativ für die Interaktionsrichtungen zwischen den beiden Hirnstrukturen war oder nur einen Teilaspekt der zugrundeliegenden Interaktionen abbildete, konnte anhand dieser Daten nicht beurteilt werden.

Die große Variabilität aber auch die Cluster ähnlicher Interaktionsrichtungen könnten aufgrund von verschiedenen Effekten erklärt werden. Auf der einen Seite könnte diese Variabilität schwer kontrollierbaren Einflussfaktoren wie Aufmerksamkeit des Patienten oder Rauschen geschuldet sein. Auf der anderen Seite könnten unterschiedliche Interaktionsrichtungen einer funktionellen Differenzierung der verschiedenen Arealen entsprechen. In beiden Fällen können in zukünftigen Studien die Untersuchung vieler Kombinationen anstelle einer starren a priori Auswahl von Vorteil sein. Für den ersten Fall wäre eine solche Analyse in Hinblick auf die Verbesserung der Detektion von Interaktionsrichtungen beispielsweise durch datengetriebene Auswahlkriterien wünschenswert. Im zweiten Fall wäre eine detailliertere Analyse funktionell verschiedener Areale in Hinblick auf die Prozessierung von Gedächtnisinhalten möglich. Methodisch können solche Analysen beispielsweise durch die Verwendung von Cluster-Algorithmen [BL06] oder die Untersuchung indirekter Abhängigkeiten [SWTP07, NRT<sup>+</sup>10] unterstützt werden.

## 5 Untersuchungen transienter gerichteter Interaktionen im Gehirn



**Abbildung 5.14:** Wie Abbildung 5.13 jedoch für den Zeitbereich 500 - 1200 ms nach dem Einsetzen der Stimuluspräsentation.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde eine Methode vorgestellt, mit welcher, basierend auf dem Konzept der Phasensynchronisation, transiente gerichtete Interaktionen zwischen zwei komplexen dynamischen Systemen anhand eines Ensembles von Realisierungen (Messwiederholungen) zeitaufgelöst charakterisiert werden können. Diese wurde unter Ausnutzung der Ergodenhypothese von einer Methode [RP01] zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen anhand stationärer Systeme abgeleitet, die bereits für Untersuchungen in verschiedenen wissenschaftlichen Bereichen [MS06, RCKK08, YL08] adaptiert wurde. Um Interaktionsrichtungen zu bestimmen, wurden asymmetrische Einflüsse zwischen den Phasen zweier Systeme durch die Approximation der Dynamik der jeweiligen Phase bestimmt, wobei die minimale zeitliche Auflösung des Direktionalitätsindex durch die mittlere Periode eines Systems begrenzt wurde. Da eine sinnvolle Interpretierbarkeit der berechneten Interaktionsrichtungen anhand des zeitaufgelösten Direktionalitätsindex  $D_j$  gerade bei Felddaten von unbekanntem Systemen, beispielsweise für nicht gekoppelte Systeme, nicht immer gegeben ist, wurde ein Verfahren zur Generierung von Surrogaten [TEL<sup>+</sup>92, LRMV99, ALD06] entwickelt, mit welchem die statistische Signifikanz der Werte des Direktionalitätsindex abgeschätzt werden konnte. Durch die numerische Integration von Differentialgleichungen von nichtlinearen Modellsystemen mit wohlbekanntem Eigenschaften wurden synthetische Zeitreihen erzeugt, an welchen sich die Performanz der Methode zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen in Abhängigkeit von verschiedenen Einflussfaktoren bestimmen ließ. Mit Hilfe dieser Untersuchungen konnte ein optimierter Algorithmus [RP01, KCR<sup>+</sup>08] zur Berechnung des Direktionalitätsindex entwickelt werden. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass die Interpretierbarkeit des Direktionalitätsindex durch den Vergleich mit den Surrogatwerten verbessert werden konnte: Auch ohne die zusätzliche Berechnung der Interaktionsstärke konnte zwischen gekoppelten und nicht gekoppelten Systemen unterschieden werden. Die Performanz der Methode wurde weiterhin in Abhängigkeit von verschiedenen Einflussfaktoren bestimmt. Dabei zeigte sich, dass sich die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen mit zunehmender Ensemblegröße  $m$  für nahezu alle Randbedingungen verbesserte. Hin zu größeren zufälligen Fluktuationen der Phasenwerte, sowohl aufgrund von additivem Rauschen als auch aufgrund einer größeren Phasendiffusion der untersuchten Modellsysteme, verschlechterte sich die Performanz zur Charakterisierung von Interaktionsrichtungen.

Weiterhin konnte gezeigt werden, dass die Methode gerade für den Bereich intermittenter Kopplungsstärken eine hinreichende Performanz zeigte. Für den Fall stark synchronisierter Systeme sowie für nahezu ungekoppelte Systeme konnten die transienten Interaktionsrichtungen nicht charakterisiert werden. Es kann zusammengefasst werden, dass für Charakterisierungen von Interaktionsrichtungen anhand von Felddaten, die ein geeignetes Signal-zu-Rausch-Verhältnis aufweisen, eine Ensemblegröße von  $m \approx 200$  nicht unterschritten werden sollte. Dieser Richtwert ist jedoch auf die Untersuchung der Modellsysteme, die in der vorliegenden Arbeit verwendet wurden, beschränkt und ist in weiteren Studien anhand anderer Modellsysteme oder Einflussfaktoren zu prüfen. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, dass der zeitaufgelöste Direktionalitätsindex prinzipiell dazu geeignet ist, Interaktionsrichtungen innerhalb eines Netzwerkes von gekoppelten Systeme zu charakterisieren.

Mit dem zeitaufgelösten Direktionalitätsindex wurden weiterhin transiente Interaktionsrichtungen zwischen verschiedenen Hirnstrukturen in Abhängigkeit bestimmter kognitiver Prozesse anhand von hirnelektrischer Aktivität charakterisiert. Ziel dieser Analysen war, Unterschiede in den Interaktionsrichtungen zwischen zwei Hirnstrukturen (rhinaler Kortex und Hippocampus) während Einspeichern und Abruf von Gedächtnisinhalten zu analysieren. Hierzu wurden sogenannte ereigniskorrelierte Potentiale (ERPs) aus elektroenzephalographischen Ableitungen mit einem guten Signal-zu-Rausch-Verhältnis und einer hohen räumlichen Auflösung aus neurophysiologischen Experimenten analysiert, an welchen Epilepsiepatienten im Rahmen ihrer prächirurgischen Abklärung teilgenommen hatten. Die Ergebnisse dieser Untersuchung anhand einer Gruppe von acht Patienten standen im Einklang mit einer Hypothese [KHK05] über die Prozessierung von Gedächtnisinhalten, die vorhersagt, dass während des Einspeicherns Informationen vom rhinalen Kortex in den Hippocampus gelangen und während des Abrufs ein inverser Vorgang dominiert. Darüber hinaus konnten Abhängigkeiten des Direktionalitätsindex von Randbedingungen beobachtet werden, die mit den Ergebnissen, die an synthetischen Zeitreihen erzielt wurden, zusammenpassen. Dass trotz einer großen interindividuellen Variabilität die Richtung der Interaktion neurophysiologisch sinnvoll bestimmt werden konnte, ist ein vielversprechendes Ergebnis in Hinblick auf die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen zwischen unbekanntem dynamischen Systemen mit der vorgestellten Methode. In Bezug auf die Neurowissenschaften reichen zukünftige Anwendungsmöglichkeiten des zeitaufgelösten Direktionalitätsindex von Fragestellungen zur Funktionsweise des menschlichen Gehirns bis hin zu hoch spezialisierten, individuellen Diagnoseverfahren in Hinblick auf operative Eingriffe.

Wie der in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Direktionalitätsindex – insbesondere in Hinblick auf die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen anhand von Felddaten – weiter optimiert werden kann, ist in zukünftigen Studien zu überprüfen. Aktuelle Studien [KCR<sup>+</sup>08, SP10], die die Näherung einer invarianten Phasenvariable bzw. die Trennung der deterministischen und stochastischen Anteile der Phase



---

vorschlagen, legen nahe, dass durch die Verbesserung der Berechnung der Phase die Charakterisierung von Interaktionsrichtungen mit  $D_j^*$  robuster wird. Des Weiteren wurde die Bestimmung der Phase durch die Approximation verschiedener gemittelter Frequenzanteile vorgeschlagen [FMR11]. Es ist zu überprüfen, ob diese Konzepte auf den Bereich transienter Interaktionen übertragen werden können und ob die zeitliche Auflösung hierdurch weiter verbessert werden kann. Darüber hinaus könnte in vergleichenden Studien die Performanz der zustandsraum- und phasenbasierten Methoden für die Charakterisierung von transienten Interaktionen in Hinblick auf verschiedene Einflussfaktoren gegenübergestellt werden (vgl. z.B. [KMA<sup>+</sup>07, OMWL07, Ost08]). Bei Systemen, die sich aus mehr als zwei Subsystemen zusammensetzen, ist es eine offene Frage, wie zwischen direkten Interaktionen und indirekten Interaktionen, d.h. Interaktionen die zwischen zwei Systemen allein aufgrund des Einflusses eines dritten Systems bestehen, unterschieden werden kann. Für die auf der Theorie der Phasensynchronisation basierenden Ansätze wurden Erweiterungen zur Unterscheidung von direkten und indirekten Interaktionen vorgeschlagen [SWM<sup>+</sup>06, NRT<sup>+</sup>10], über welche die Werte aus bivariaten Methoden, die anhand von mehreren, miteinander interagierenden Systemen bestimmt wurden, in Beziehung gesetzt werden. Durch den Übergang von bivariaten zu multivariaten Methoden können die Interaktionen auf einer höheren, abstrahierteren Ebene beschrieben werden, die nicht mehr die Perspektive einzelner Komponenten, sondern des gesamten Systems einnimmt. Hierfür wurden verschiedene *multivariate* Methoden basierend auf der Theorie der Zufallsmatrizen [BFF<sup>+</sup>81, GMGW98], auf der Netzwerktheorie [AB02] oder auf der Informationstheorie [BKK04, Ver05, FP07] entwickelt.

Es ist zu erwarten, dass die in dieser Arbeit vorgestellte Methode in vielen verschiedenen Gebieten zur Charakterisierung transienter Interaktionen verwendet wird, vorausgesetzt es lassen sich Realisierungen sinnvoll definieren. Aufgrund der hohen zeitlichen Auflösung lassen sich hiermit schnelle Änderungen in den Interaktionsrichtungen, die mit den bisherigen Methoden nicht einsehbar waren, charakterisieren, was eine völlig neue Perspektive bei der Untersuchung einer Vielzahl von noch nicht vollständig verstandenen, dynamischen Systemen verspricht.



# A Phasendynamik gekoppelter Systeme

## Unidirektional gekoppelte Systeme

Unter der Annahme eines (quasi-)periodischen Systems kann eine Differentialgleichung für eine gestörte Phase hergeleitet werden [PRK01]. Die Dynamik eines ungestörten autonomen Systems kann nach Gl. (2.5) als

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \varphi(\mathbf{x}(t)) \quad (\text{A.1})$$

und die Dynamik mit einer periodischen externen Störung  $\mathbf{p}(\mathbf{x}, t)$  der Kopplungsstärke  $\epsilon$  als

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \varphi(\mathbf{x}(t)) + \epsilon \mathbf{p}(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.2})$$

geschrieben werden. Gemäß Gl. (2.22) wird gefordert, dass die Dynamik der ungekoppelten Phase in der Nähe des Grenzzyklus als

$$\frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \omega_x \quad (\text{A.3})$$

geschrieben werden kann.

Die Phasendynamik des gestörten Systems kann dann, mit der Annahme, dass die Phase  $\phi(\mathbf{x})$  eine differenzierbare Funktion des Zustandsraums ist, wie folgt hergeleitet werden:

$$\frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \frac{d\phi(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \sum_{k=1}^d \frac{\partial \phi(\mathbf{x})}{\partial x_k} \frac{dx_k}{dt} \quad (\text{A.4})$$

$$\text{mit Gl. (A.1) folgt} \quad = \sum_k \frac{\partial \phi(\mathbf{x})}{\partial x_k} \varphi(\mathbf{x}) = \omega_x. \quad (\text{A.5})$$

Um zur Dynamik des gestörten Systems überzugehen, wird Gl. (A.1) durch Gl. (A.2) substituiert, so dass

$$\frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \sum_k \frac{\partial \phi(\mathbf{x})}{\partial x_k} (\varphi(\mathbf{x}(t)) + \epsilon p_k(\mathbf{x}, t)) \quad (\text{A.6})$$

$$= \omega_x + \epsilon \sum_k \frac{\partial \phi(\mathbf{x})}{\partial x_k} p_k(\mathbf{x}, t). \quad (\text{A.7})$$

Unter der Annahme kleiner Abweichungen von  $\mathbf{x}$  vom Grenzyklus  $\mathbf{x}_0 \in \Lambda$ , können diese Terme vernachlässigt werden, so dass gilt:

$$\frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \omega_x + \epsilon \underbrace{\sum_k \frac{\partial \phi(\mathbf{x}_0(t))}{\partial x_k} p_k(\mathbf{x}_0, t)}_*. \quad (\text{A.8})$$

Da die Punkte im Zustandsraum, die sich auf dem Grenzyklus befinden, der Phase entsprechen, kann die Summe  $*$  als Funktion  $\mathcal{K}(\phi(\mathbf{x}), t)$ , welche  $2\pi$ -periodisch in  $\phi(\mathbf{x})$  und der Zeit ist, geschrieben werden. Die Differentialgleichung der gestörten Phase ist dann:

$$\frac{d\phi(\mathbf{x})}{dt} = \omega_x + \epsilon \mathcal{K}(\phi(\mathbf{x}), t). \quad (\text{A.9})$$

■

## B Bestimmung von Phasenzitreihen

Die in dieser Arbeit verwendeten Verfahren entsprechen eindeutigen Projektionen der Signale geeigneter Observablen auf eine komplexe Ebene. Ein Phasenwert entspricht dabei dem Winkel der aktuellen Position in Bezug auf den Nullpunkt der komplexen Ebene. Das Signal  $s(t)$  eines beliebigen harmonischen Oszillators

$$s(t) = A \cos \omega t, \quad (\text{B.1})$$

kann in der komplexen Ebene als

$$z(t) = A \cos \omega t + \imath A \sin \omega t, \quad (\text{B.2})$$

mit  $s(t) = \text{Re}(z(t))$  dargestellt werden. In dieser Darstellung ist der imaginäre Anteil um  $\pi/2$  zum realen Anteil verschoben. Die Phase  $\phi(t) = \omega t$  und die zeitabhängige Amplitude  $A(t)$ , welche der Einhüllenden eines Signals entspricht, sind dann als

$$\phi(t) = \arctan \left( \frac{\text{Im}(z(t))}{\text{Re}(z(t))} \right), \quad A(t) = \sqrt{(\text{Re}(z(t)))^2 + (\text{Im}(z(t)))^2}, \quad (\text{B.3})$$

definiert.

### Hilbert-Transformation

Bei der Hilbert-Transformation wird das sogenannte *analytische Signal*  $s_H(t)$  genau so berechnet, dass es zum ursprünglichen Signal  $s(t)$  um  $\pi/2$  verschoben ist, also das Verhältnis von Imaginär- und Realteil des komplexen Signals  $z(t)$  widerspiegelt. Die Hilberttransformierte ist als Faltung von  $s(t)$  mit  $(\pi t)^{-1}$  definiert:

$$s_H(t) = s(t) \otimes \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \text{C.H.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{s(\tilde{\tau})}{t - \tilde{\tau}} d\tilde{\tau}. \quad (\text{B.4})$$

Der Cauchysche Hauptwert des Integrals wird hier mit C.H. bezeichnet. In Analogie zu Gl. (B.2) können über das *analytische Signal* [Ric44, Gab46, Pan65],

$$z(t) = s(t) + \imath s_H(t), \quad (\text{B.5})$$

sowohl die *instantane Amplitude*,

$$A(t) = \sqrt{(s(t))^2 + (s_H(t))^2}, \quad (\text{B.6})$$

welche der Einhüllenden des Signals entspricht, als auch die *instantane Phase*,

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{s_H(t)}{s(t)}\right) \quad (\text{B.7})$$

bestimmt werden.

Durch die bereits erwähnte Eigenschaft der *Adaptivität* ist die Hilbert-Transformation von Zeitreihen mit einem Breitbandspektrum möglich [Boa92, Bru04]. Die resultierende Phase ist nicht arbiträr, aber eine physikalisch eindeutige Interpretation ist nur bei schmalbandigen, (quasi-)periodischen Signalen sinnvoll. Bei breitbandigen Signalen werden alle Frequenzanteile um  $\pi/2$  verschoben und die resultierende mittlere Frequenz der Phase stimmt mit der Schwerpunktfrequenz der Signale überein.

### Vorverarbeitung

Die Signale  $s(t)$  müssen zusätzlich vorverarbeitet werden, damit die Phasen sinnvoll bestimmt werden können. Bei der Hilbert-Transformation eines endlichen Signals im Intervall  $\mathcal{I}$  sollten Randeffekte vermieden werden. Dazu werden  $1/8$  der Datenpunkte am Anfang und am Ende von  $\mathcal{I}$  mit einer Cosinus-Halbwellen multipliziert, so dass für den ersten und letzten Zeitpunkt  $s(t_{1,n}) = 0$  war. Weiterhin muss gewährleistet werden, dass die Phase im komplexen Raum um den Nullpunkt rotiert. Dazu wird vor einer Transformation der Mittelwert des Signals abgezogen.

Für die frequenzspezifischen Untersuchungen im Kapitel 5 werden in dieser Arbeit die Signale  $s(t)$  zuerst gefiltert. Hierfür werden digitale phasenerhaltende Bandpassfilter verwendet (Vorwärts- und Rückwärtsfilterung; Butterworth-Charakteristik). Um Randeffekte zu vermeiden, wurde jeweils das vollständige Intervall  $\mathcal{I}$  gefiltert.

# C Modellsysteme

## Kuramoto-Oszillator

Ein maßgeschneidertes Modellsystem für die Charakterisierung von Interaktionen mit phasenbasierten Kenngrößen ist der Kuramoto-Oszillator [Kur84]. Bei diesem Modellsystem wird die Phasenvariable direkt integriert. In dieser Arbeit wurden zwei gekoppelte Oszillatoren über die Differentialgleichung

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_X &= \omega_X^{(K)} + 0, 3\xi(t) + \epsilon_X \sin(\phi_Y - \phi_X), \\ \dot{\phi}_Y &= \omega_Y^{(K)} + 0, 3\xi(t) + \epsilon_Y \sin(\phi_X - \phi_Y),\end{aligned}\tag{C.1}$$

mit den Kreisfrequenzen  $\omega_{X,Y}^{(K)}$  realisiert. Die diffusive Kopplung wurde über die Kopplungsstärke  $\epsilon_{X,Y}$  eingestellt. Aufgrund des Terms  $\xi(t)$  mit

$$\langle \xi(t), \xi(t') \rangle = \delta(t - t'),\tag{C.2}$$

ist die Differentialgleichung stochastisch und wurde mit dem Euler-Maruyama-Verfahren [KP99] integriert. Die Anfangsbedingungen für die Integration wurden zufällig aus dem Intervall  $[0; 2\pi)$  gezogen.

## Chaotische Systeme

Als prototypische Beispiele für chaotische Systeme wurden in dieser Arbeit Rössler- und Lorenz-Oszillatoren verwendet. Dabei unterscheiden sich die beiden Systeme in Hinblick auf die Phasendiffusion, also die Kohärenz der Phasen der chaotischen Oszillationen: Während die Phasendiffusion bei den Rössler-Oszillatoren gering ist, kann die der Lorenz-Oszillatoren in Abhängigkeit von den verwendeten Kontrollparametern um einen Faktor 100 größer sein [PROK97].

Die Differentialgleichungen der Systeme wurden mit einem Verfahren, das auf dem Livermore-Algorithmus für die Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen beruht, integriert [Hin80, Hin83]. Dieses Verfahren verwendet adaptive variable Schrittweiten in Abhängigkeit der gewählten Präzision. Das Abtastintervall  $\delta t$  wurde dabei unabhängig von der Schrittweite gewählt. Um transiente Zustände der Systeme zu vermeiden, die durch die Wahl der Anfangsbedingungen abseits des jeweiligen

Attraktors starten können, wurden eine Voriteration von jeweils 10000 Punkte vorgenommen, die nicht in die Charakterisierung mit den Kenngrößen eingingen. In der Regel sollten diese Voriterationen ausreichen, damit sich die Systemzustände auf dem Attraktor befinden.

### Rössler-Oszillator

Der Rössler-Oszillator [Rös76] ist ein dreidimensionales nichtlineares dynamisches System. Im Gegensatz zum Lorenz-Oszillator kann die Hauptfrequenz direkt über den Kontrollparameter  $\omega^{(R)}$  eingestellt werden. In dieser Arbeit wurden folgende Differentialgleichungen verwendet [8]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\omega^{(R)}y - z, \\ \dot{y} &= \omega^{(R)}x + 0,165y, \\ \dot{z} &= 0,2 + z(x - 10).\end{aligned}\tag{C.3}$$

Die Anfangsbedingungen für die Integration verschiedener Systemrealisierungen wurden zufällig aus den Intervallen

$$x(0) \in [-10; 10], \quad y(0) \in [-5; 5], \quad z(0) \in [-0,5; 1,5],\tag{C.4}$$

gewählt, welche sich in der Umgebung des Attraktors befinden, siehe Abbildung C.1. Um gekoppelte Systeme  $X$  und  $Y$  zu realisieren, wurden jeweils zwei dieser Gleichungssysteme mit den Kontrollparametern  $\omega_X^{(R)}$  und  $\omega_Y^{(R)}$  über die  $x$ -Komponente diffusiv gekoppelt,

$$\dot{x}_{X,Y} = -\omega_{X,Y}^{(R)}y_{X,Y} - z_{X,Y} + \epsilon_{X,Y}(x_{Y,X} - x_{X,Y}).\tag{C.5}$$

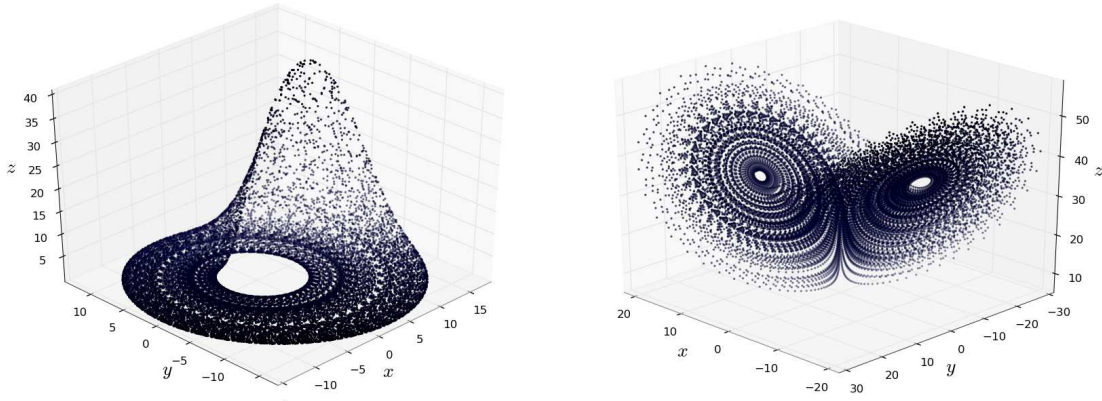
Die Kopplungsstärke wurde dabei über die Parameter  $\epsilon_X$  und  $\epsilon_Y$  kontrolliert. Da die Rössler-Oszillatoren eine eindeutig bevorzugte Frequenz im Leistungsspektrum aufweisen [PROK97], wurde in dieser Arbeit die Phase über die Hilbert-Transformation (vgl. Anhang B) der  $x$ -Komponente bestimmt.

### Lorenz-Oszillator

Der Lorenz-Oszillator wird durch das folgende System von Differentialgleichungen,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 10(y - x), \\ \dot{y} &= \rho x - y + zx, \\ \dot{z} &= -8/3 z - yx,\end{aligned}\tag{C.6}$$





**Abbildung C.1:** *Links:* Attraktor eines Rössler-Oszillators mit  $\omega^{(R)} = 1,1$ . *Rechts:* Attraktor eines Lorenz-Oszillators mit  $\rho = 35$ . Für beide Systeme sind 2000 Vektoren dargestellt.

beschrieben, welches die Dynamik von Konvektionsströmungen abbildet [Lor63]. Das Verhalten des Systems kann über den Kontrollparameter  $\rho$  eingestellt werden, die Hauptfrequenz der Oszillatoren ist von  $\rho$  jedoch nicht direkt abhängig. In dieser Arbeit wurden Werte für  $\rho$  verwendet, für die das System chaotisch ist. Für die Berechnung von verschiedenen Realisierungen wurden die Anfangsbedingungen zufällig aus der Nähe des Lorenz-Attraktors (vgl. Abbildung C.1) gewählt:

$$x(0) \in [40, 58; 41, 58], \quad y(0) \in [6, 91; 7, 91], \quad z(0) \in [14, 03; 15, 03]. \quad (\text{C.7})$$

Die Bestimmung der Phasenwerte via Hilbert-Transformation aus den Zeitreihen erfolgte bei diesem System über die  $z$ -Komponente [PRK00]. Aus diesem Grund wurde auch die Kopplung über diese Komponente realisiert:

$$\dot{z}_{X,Y} = -8/3 z_{X,Y} - y_{X,Y} x_{X,Y} + \epsilon_{X,Y} (z_{Y,X} - z_{X,Y}). \quad (\text{C.8})$$

Der Kontrollparameter wurde in Abhängigkeit von System  $X$  und System  $Y$  durch  $\rho_X$  bzw.  $\rho_Y$  ersetzt, die Kopplungsstärke über die Parameter  $\epsilon_{X,Y}$  justiert.

### Netzwerk gekoppelter Lorenz-Oszillatoren

Ein Netzwerk wurde über zehn Lorenz-Oszillatoren, die der Gleichung C.6 entsprachen und über die jeweilige  $z$ -Komponente gekoppelt wurden, realisiert. Die Anfangsbedingungen für die Integration wurden aus den oben angegebenen Intervallen (vgl. Gl. (C.7)) zufällig gezogen. Es wurden zwei Arten von Kopplungen zwischen den Systemen  $i = 1, \dots, 10$  definiert, wobei das gesamte Netzwerk in Form von 2 Clustern (System 1 - 5, System 6 - 10) realisiert wurde. Durch die Kopplungsstärke  $\epsilon_A$  wurden bidirektionale Kopplungen zwischen den benachbarten Systemen

in den beiden Clustern realisiert, durch die Kopplungsstärken  $\epsilon_{B3}$  bzw.  $\epsilon_{B8}$  wurde die Kopplung zwischen den Systemen 3 und 8 und somit zwischen den Clustern eingestellt (vgl. Abbildung 4.17). Die  $z$ -Komponente der Differentialgleichung der Oszillatoren war über

$$\dot{z}^{(i)} = -8/3 z^{(i)} - y^{(i)}x^{(i)} + \varsigma_A + \varsigma_B, \quad (\text{C.9})$$

mit den Kontrollparametern  $\rho^{(i)}$  und den Kopplungstermen

$$\varsigma_A = \begin{cases} \epsilon_A(z^{(i+1)} + z^{(i)}), & \text{für } i \in \{1; 6\}, \\ \epsilon_A(z^{(i-1)} + z^{(i)}), & \text{für } i \in \{5; 10\}, \\ \epsilon_A(z^{(i+1)} + z^{(i+1)} - 2z^{(i)}), & \text{sonst,} \end{cases} \quad (\text{C.10})$$

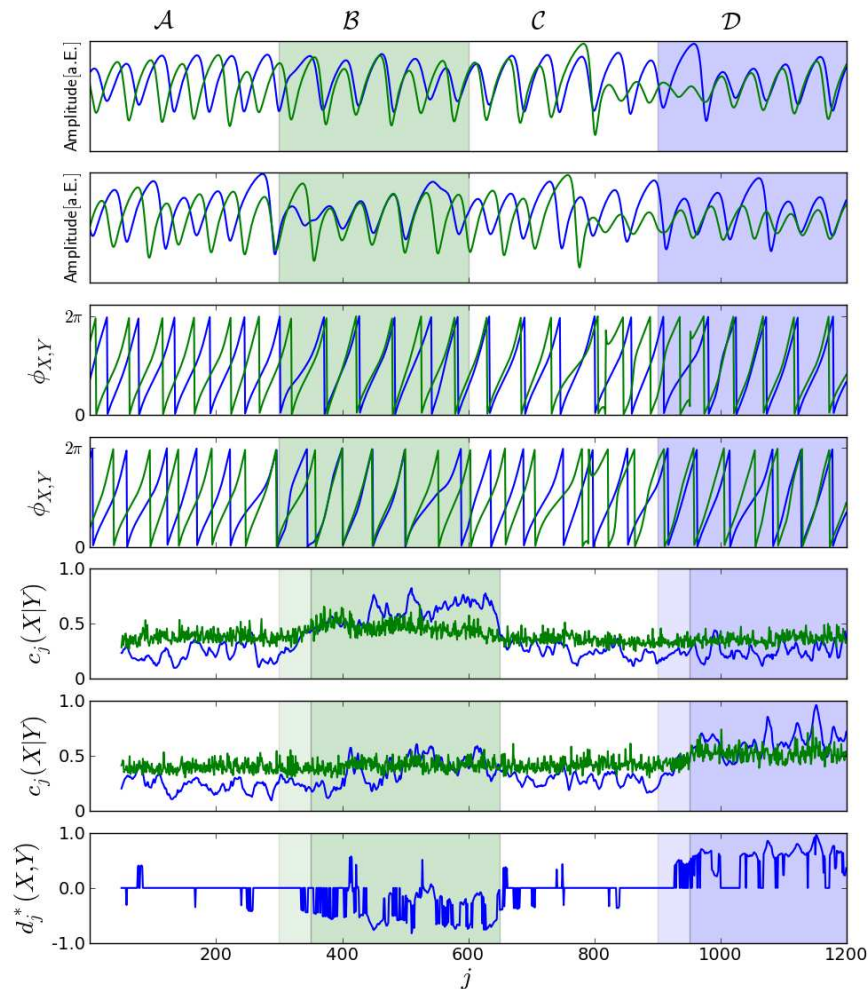
$$\varsigma_B = \begin{cases} \epsilon_{B3}(z^{(8)} - z^{(3)}), & \text{für } i = 3, \\ \epsilon_{B8}(z^{(3)} - z^{(8)}), & \text{für } i = 8, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

definiert.

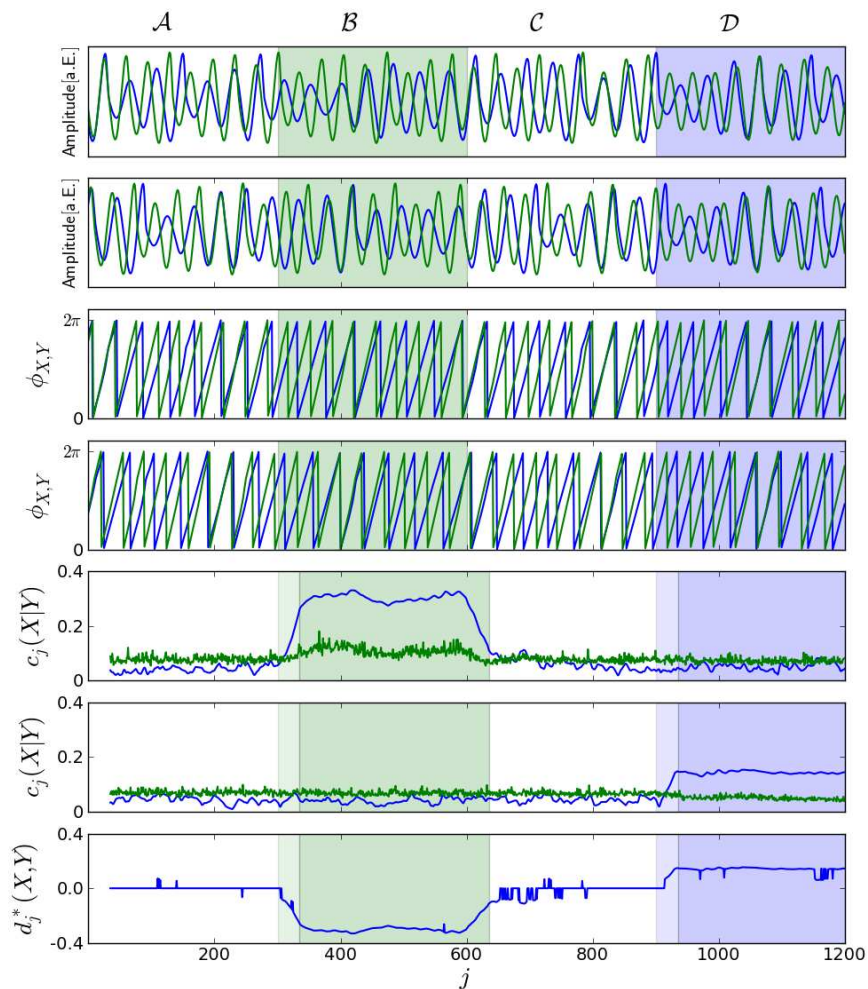
## D Weitere Abbildungen und Tabellen

Patient	Alter	Geschlecht	Anfallsursprung	histopathologische Diagnose
1	45	w	rechts temporo-mesial	HS
2	34	m	rechts temporo-mesial	HS
3	34	w	links temporo-mesial	HS
4	49	m	rechts temporo-mesial	HS
5	46	m	rechts Diagnose: temporo-mesiale HS	keine Resektion
6	18	w	links temporo-mesial	HS
7	29	w	rechts temporo-mesial	HS
8	44	w	links temporo-mesial	HS

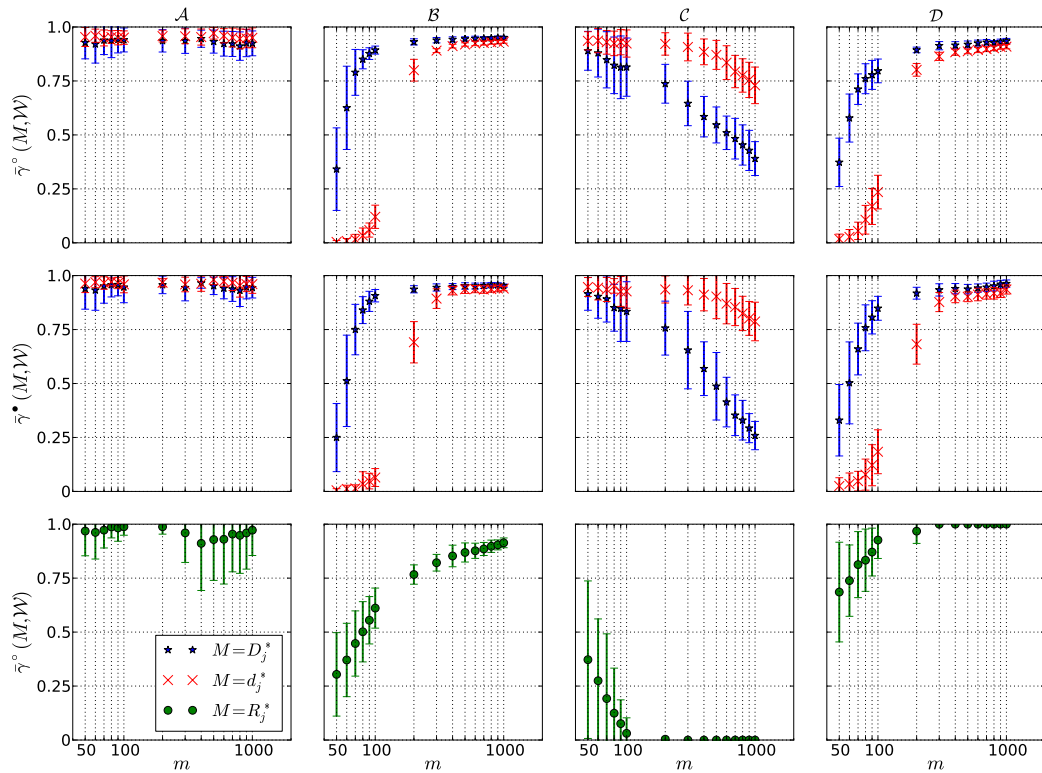
**Tabelle D.1:** Überblick über die Daten der Patienten, die in das Kollektiv aufgenommen wurden. Das angegebene Alter entspricht dem Alter zum Zeitpunkt der iEEG-Ableitung. Außer bei Patient 5 wurde bei allen Patienten eine Resektion des Anfallsursprungs vorgenommen, so dass eine Hippocampussklerose (HS) histopathologisch bestätigt werden konnte. Obwohl keine Resektion bei Patient 5 vorgenommen wurde, wiesen alle erhobenen Befunde auf eine rechtsseitige HS hin.



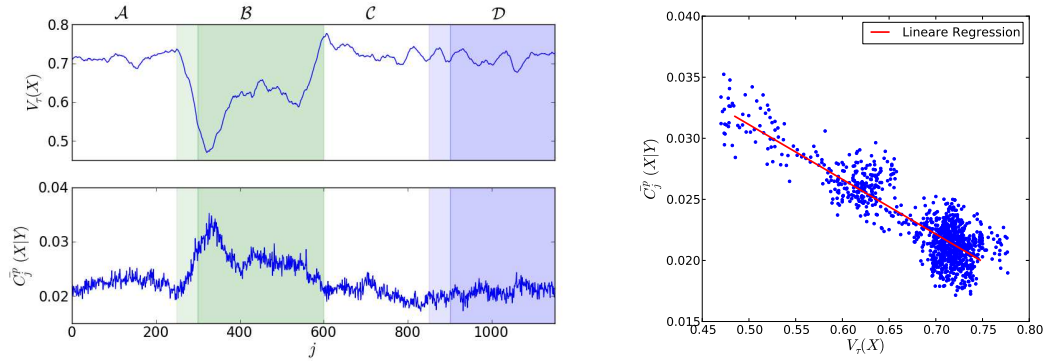
**Abbildung D.1:** Obere vier Abbildungen: Exemplarische Zeitreihen von zwei Realisierungen gekoppelter Lorenz-Oszillatoren in arbiträren Einheiten nach Seite 38 (System  $X$  in Blau, System  $Y$  in Grün) und deren Phasenzeitreihen  $\phi_X$  und  $\phi_Y$ , die über die Hilbert-Transformation bestimmt wurden. Die gekoppelten Intervalle  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  sind farblich unterlegt. Untere Abbildungen: Zeitabhängige Kenngrößen  $c_j(X|Y)$  und  $c_j(Y|X)$  und resultierender Direktionalitätsindex  $d_j^*$  für eine Ensemblegröße  $m = 1000$  und  $s = 39$  Surrogate, die maximalen Surrogatwerte sind in Grün dargestellt. Die Kenngrößen sind um den Zeitversatz  $\tau = 50$  verschoben dargestellt.



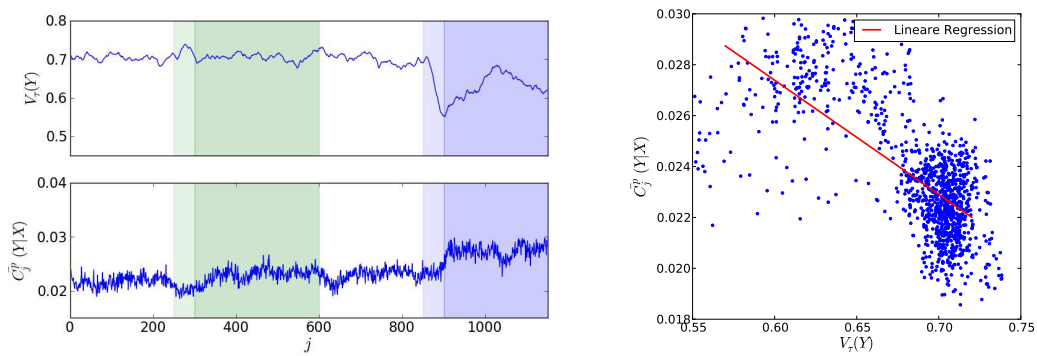
**Abbildung D.2:** Obere vier Abbildungen: Exemplarische Zeitreihen von zwei Realisierungen gekoppelter Rössler-Oszillatoren in arbiträren Einheiten nach Abschnitt 4.2.1 (System  $X$  in Blau, System  $Y$  in Grün) und deren Phasenzeitreihen  $\phi_X$  und  $\phi_Y$  die über die Hilbert-Transformation bestimmt wurden. Die Intervalle  $\mathcal{B}$  und  $\mathcal{D}$  sind farblich unterlegt. Untere Abbildungen: Zeitabhängige Kenngrößen  $c_j(X|Y)$  und  $c_j(Y|X)$  und resultierender Direktionalitätsindex  $d_j^*$  für eine Ensemblegröße  $m = 1000$  und  $s = 39$  Surrogate, die maximalen Surrogatwerte sind in Grün dargestellt. Die Kenngrößen sind um den Zeitversatz  $\tau = 35$  verschoben dargestellt.



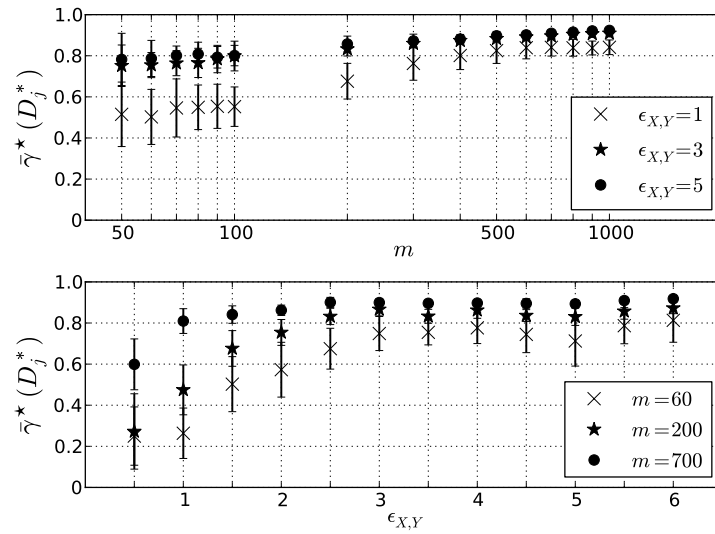
**Abbildung D.3:** Die Gütekriterien  $\bar{\gamma}^\circ$  (oberer Reihe) und  $\bar{\gamma}^\bullet$  (mittlere Reihe) der Kenngrößen  $d_j^*$  und  $D_j^*$  in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$ . Die gekoppelte Rössler-Oszillatoren wurden mit den Kontrollparametern  $\omega_X^{(R)} = 1, 1$  und  $\omega_Y^{(R)} = 1, 3$  generiert. Die transienten Kopplungen sind nach Schema A mit  $\epsilon_X = 0, 1$  für  $j \in \mathcal{B}$  und  $\epsilon_Y = 0, 1$  für  $j \in \mathcal{D}$  realisiert. Über das Gütekriterium  $\bar{\gamma}^\circ$  wird auch die Performanz der Detektion der mittleren Phasenkohärenz  $R_j^*$  bestimmt (untere Reihe).



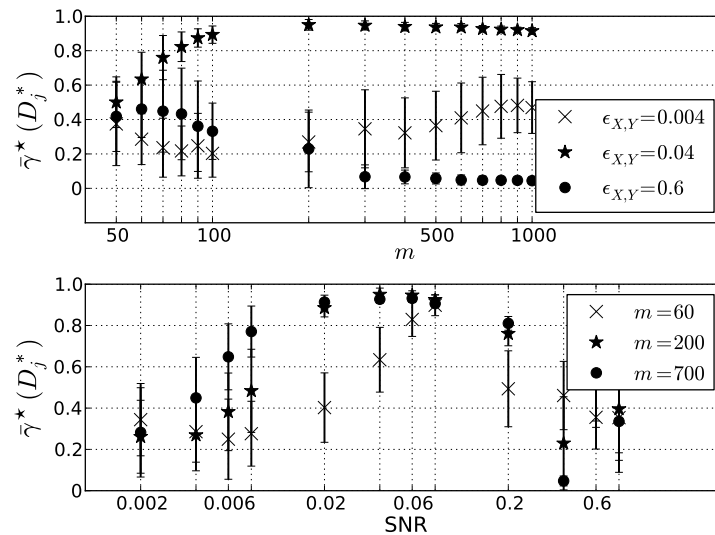
**Abbildung D.4:** Mittlere Kohärenz der Phasensteigung  $V_\tau(X)$ , die gemittelten Werte der Surrogate  $\bar{C}_j^p(X|Y)$  und die Abhängigkeiten zwischen diesen Kenngrößen für das System  $X$  der gekoppelten Lorenz-Oszillatoren. Das Ensemble von  $m = 1000$  gekoppelten Lorenz-Oszillatoren entspricht dem aus Abbildung 4.2. Die lineare Regression ist in Rot eingezeichnet ( $a_x x + b_x$ :  $a_x = -0,045$ ;  $b_x = 0,054$ ; r-Wert =  $-0,870$ ; p-Wert  $< 0,0001$  (zweiseitiger Test)).



**Abbildung D.5:** Wie Abbildung D.4 für die Kenngrößen an System  $Y$ . Die lineare Regression ist in Rot eingezeichnet ( $a_x x + b_x$ :  $a_x = -0,045$ ;  $b_x = 0,054$ ; r-Wert =  $-0,706$ ; p-Wert  $< 0,0001$  (zweiseitiger Test)).

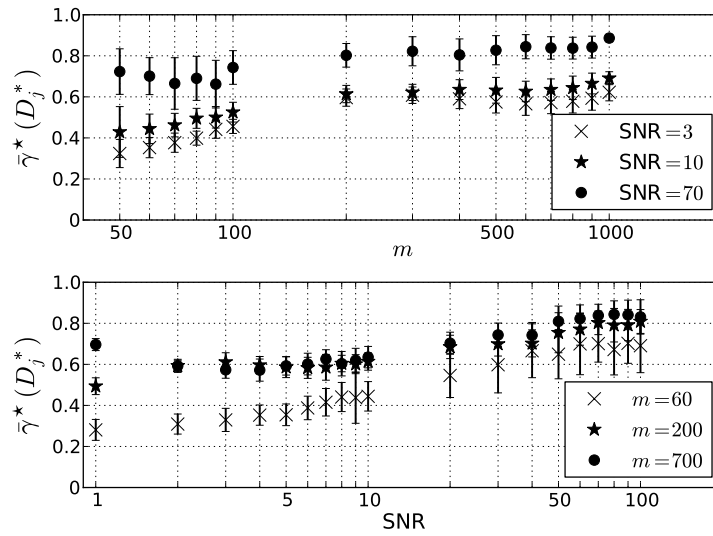


**Abbildung D.6:** Schnitte durch die Parameterebene aus Abbildung 4.11. Die Fehlerbalken entsprechen den Standardabweichungen über 20 Ensembles von Lorenz-Oszillatoren in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$  und den Kopplungsstärken  $\epsilon_{X,Y}$ .

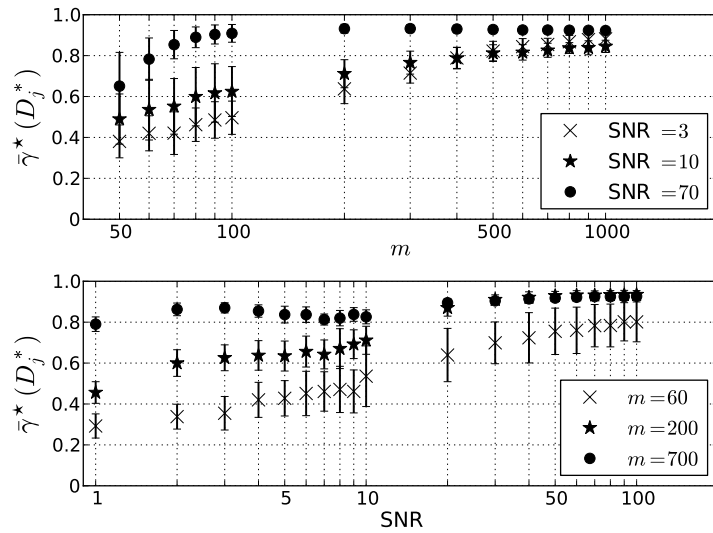


**Abbildung D.7:** Schnitte durch die Parameterebene aus Abbildung 4.12. Die Fehlerbalken entsprechen den Standardabweichungen über 20 Ensembles von Rössler-Oszillatoren in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$  und den Kopplungsstärken  $\epsilon_{X,Y}$ .

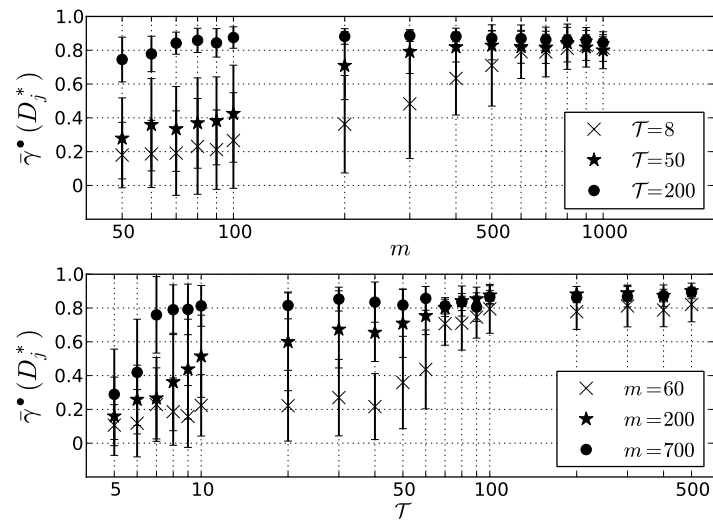




**Abbildung D.8:** Schnitte durch die Parameterebene aus Abbildung 4.13. Die Fehlerbalken entsprechen den Standardabweichungen über 20 Ensembles von Lorenz-Oszillatoren in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$  und dem Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR).



**Abbildung D.9:** Schnitte durch die Parameterebene aus Abbildung 4.14. Die Fehlerbalken entsprechen den Standardabweichungen über 20 Ensembles von Rössler-Oszillatoren in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$  und dem Signal-zu-Rausch-Verhältnis (SNR).



**Abbildung D.10:** Schnitte durch die Parameterebene aus Abbildung 4.16. Die Fehlerbalken entsprechen den Standardabweichungen über 20 Ensembles von Lorenz-Oszillatoren in Abhängigkeit von der Ensemblegröße  $m$  und der Koppungsdauer  $\mathcal{T}$ .

# Literaturverzeichnis

- [AB02] R. Albert and A.-L. Barabási. Statistical mechanics of complex networks. *Rev. Mod. Phys.*, 74:47–97, 2002.
- [ACF<sup>+</sup>10] N. Axmacher, M. X. Cohen, J. Fell, S. Haupt, M. Dümpelmann, C. E. Elger, T. E. Schlaepfer, D. Lenartz, V. Sturm, and C. Ranganath. Intracranial EEG correlates of expectancy and memory formation in the human hippocampus and nucleus accumbens. *Neuron*, 65:541–549, 2010.
- [AGLE99] J. Arnhold, P. Grassberger, K. Lehnertz, and C. E. Elger. A robust method for detecting interdependences: application to intracranially recorded EEG. *Physica D*, 134:419–430, 1999.
- [AHF<sup>+</sup>08] N. Axmacher, S. Haupt, G. Fernandez, C. E. Elger, and J. Fell. The role of sleep in declarative memory consolidation – direct evidence by intracranial EEG. *Cereb. Cortex*, 18:500–507, 2008.
- [AK04] C. Allefeld and J. Kurths. An approach to multivariate synchronization analysis and its application to event-related potentials. *Int. J. Bifurcation Chaos Appl. Sci. Eng.*, 14:417–426, 2004.
- [ALD06] R. G. Andrzejak, A. Ledberg, and G. Deco. Detecting event-related time-dependent directional couplings. *New J. Physics*, 8:6, 2006.
- [AMS04] N. Ancona, D. Marinazzo, and S. Stramaglia. Radial basis function approach to nonlinear Granger causality of time series. *Phys. Rev. E*, 70:056221, 2004.
- [AOVS05] V. S. Anishchenko, G. A. Okrokvertskhov, T. E. Vadivasova, and G. I. Strelkova. Mixing and spectral-correlation properties of chaotic and stochastic systems: numerical and physical experiments. *New J. Physics*, 7:76, 2005.
- [AP09] A. Ahlborn and U. Parlitz. Experimental observation of chaotic phase synchronization of a periodically modulated frequency-doubled Nd:YAG laser. *Opt. Lett.*, 34(18):2754–2756, 2009.
- [AVR86] V. S. Afraimovich, N. N. Verichev, and M. I. Rabinovich. General synchronization. *Radiophys. Quantum Electron.*, 29:795–803, 1986.

- [Bar86] G. Barrett. Analytic techniques in the estimation of evoked potentials. In F. H. Lopez da Silva, W. Storm van Leeuwen, and A. Remond, editors, *Clinical Applications of Computer Analysis of EEG and other Neurophysiological Signals*, volume 2 of *Handbook of Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, pages 311 – 333. Elsevier, Amsterdam, 1986.
- [Ber29] H. Berger. Über das Elektroenkephalogramm des Menschen. *Arch. Psychiat. Nervenkrankh.*, 87:527–570, 1929.
- [BFF<sup>+</sup>81] T. A. Brody, J. Flores, J. B. French, P. A. Mello, A. Pandey, and S. S. M. Wong. Random-matrix physics: Spectrum and strength fluctuations. *Rev. Mod. Phys.*, 53:385–479, 1981.
- [BGS<sup>+</sup>08] A. Bahraminasab, F. Ghasemi, A. Stefanovska, P. V. E. McClintock, and H. Kantz. Direction of coupling from phases of interacting oscillators: A permutation information approach. *Phys. Rev. Lett.*, 100:084101, 2008.
- [BGS<sup>+</sup>09] A. Bahraminasab, F. Ghasemi, A. Stefanovska, P. V. E. McClintock, and R. Friedrich. Physics of brain dynamics: Fokker-Planck analysis reveals changes in EEG  $\delta$ - $\theta$  interactions in anaesthesia. *New J. Physics*, 11:103051, 2009.
- [BK00] R. Brown and L. Kocarev. A unifying definition of synchronization for dynamical systems. *Chaos*, 10:344–349, 2000.
- [BKK04] K. J. Blinowska, R. Kuś, and M. Kamiński. Granger causality and information flow in multivariate processes. *Phys. Rev. E*, 70:050902(R), 2004.
- [BL06] S. Bialonski and K. Lehnertz. Identifying phase synchronization clusters in spatially extended dynamical systems. *Phys. Rev. E*, 74:051909, 2006.
- [Boa92] B. Boashash. *Time frequency signal analysis: methods and applications*. Longman Cheshire, Melbourne, 1992.
- [BPP01] S. Boccaletti, L. M. Pecora, and A. Pelaez. Unifying framework for synchronization of coupled dynamical systems. *Phys. Rev. E*, 63:066219, 2001.
- [Bri81] D. Brillinger. *Time Series: Data Analysis and Theory*. Holden-Day, San Francisco, 1981.
- [Bru04] A. Bruns. Fourier-, Hilbert- and wavelet-based signal analysis: Are they really different approaches? *J. Neurosci. Methods*, 137:321–332, 2004.

- [BS93] C. Beck and F. Schlögl. *Thermodynamics of chaotic systems: an introduction*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1993.
- [BSMM05] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, and H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 6. edition, 2005.
- [Buz06] G. Buzsáki. *Rhythms of the brain*. Oxford University Press, USA, 2006.
- [CA09] D. Chicharro and R. G. Andrzejak. Reliable detection of directional couplings using rank statistics. *Phys. Rev. E*, 80:026217, 2009.
- [CAS<sup>+</sup>86] C. A. Czeisler, J. S. Allan, S. H. Strogatz, J. M. Ronda, R. Sanchez, C. D. Rios, W. O. Freitag, G. S. Richardson, and R. E. Kronauer. Bright light resets the human circadian pacemaker independent of the timing of the sleep-wake cycle. *Science*, 233(4764):667–671, 1986.
- [CDS<sup>+</sup>99] C. A. Czeisler, J. F. Duffy, T. L. Shanahan, E. N. Brown, J. F. Mitchell, D. W. Rimmer, J. M. Ronda, E. J. Silva, J. S. Allan, J. S. Emens, D.-J. Dijk, and R. E. Kronauer. Stability, Precision, and Near-24-Hour Period of the Human Circadian Pacemaker. *Science*, 284(5423):2177–2181, 1999.
- [CHL<sup>+</sup>02] L. Callenbach, P. Hänggi, S. J. Linz, J. A. Freund, and L. Schimansky-Geier. Oscillatory systems driven by noise: Frequency and phase synchronization. *Phys. Rev. E*, 65:051110, 2002.
- [CJ86] R. J. Chabot and E. R. John. Normative evoked potential data. In F. H. Lopez da Silva, W. Storm van Leeuwen, and A. Remond, editors, *Clinical Applications of Computer Analysis of EEG and other Neurophysiological Signals*, volume 2 of *Handbook of Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, pages 263 – 309. Elsevier, Amsterdam, 1986.
- [CRF<sup>+</sup>03] L. Cimponeriu, M. G. Rosenblum, T. Fieseler, J. Dammers, M. Schiek, M. Majtanik, P. Morosan, A. Bezerianos, and P. A. Tass. Inferring asymmetric relations between interacting neuronal oscillators. *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 150:22–36, 2003.
- [CS77] B. C. Cohen and Jr. A. Sances. Stationarity of the human electroencephalogram. *Med. Biol. Engng Comput.*, 15:513–518, 1977.
- [CTK78] E. Callaway, P. Tueting, and S. Koslow, editors. *Event-related brain potentials*. Academic Press, New York, 1978.
- [DBOR01] D. J. DeShazer, R. Breban, E. Ott, and R. Roy. Detecting phase synchronization in a chaotic laser array. *Phys. Rev. Lett.*, 87:044101, 2001.

- [DRD08] M. Dhamala, G. Rangarajan, and M. Ding. Estimating Granger causality from Fourier and wavelet transforms of time series data. *Phys. Rev. Lett.*, 100:018701, 2008.
- [dS99] F. H. Lopes da Silva. Dynamics of EEGs as signals of neuronal populations: models and theoretical considerations. In E. Niedermeyer and F. H. Lopes da Silva, editors, *Electroencephalography*. Williams & Wilkins, 1999.
- [Eic00] H. Eichenbaum. A cortical-hippocampal system for declarative memory. *Nat. Rev. Neurosci.*, 1:41–50, 2000.
- [EP97] J. Engel Jr and T. A. Pedley. *Epilepsy: A Comprehensive Textbook*. Lippincott-Raven, Philadelphia, 1997.
- [ER92] J.-P. Eckmann and D. Ruelle. Fundamental limitations for estimating dimensions and Lyapunov exponents in dynamical systems. *Physica D*, 56:185–187, 1992.
- [FA11] J. Fell and N. Axmacher. The role of phase synchronization in memory processes. *Nat. Rev. Neurosci.*, 12:105–118, 2011.
- [FDG<sup>+</sup>04] J. Fell, T. Dietl, T. Grunwald, M. Kurthen, P. Klaver, P. Trautner, C. Schaller, C. E. Elger, and G. Fernandez. Neural bases of cognitive ERPs: more than phase reset. *J. Cogn. Neurosci.*, 16:1595–1604, 2004.
- [FEG<sup>+</sup>99] G. Fernández, A. Effern, T. Grunwald, N. Pezer, K. Lehnertz, M. Dümpelmann, D. Van Roost, and C. E. Elger. Real-time tracking of memory formation in the human rhinal cortex and hippocampus. *Science*, 285:1582–1585, 1999.
- [FKL<sup>+</sup>01] J. Fell, P. Klaver, K. Lehnertz, T. Grunwald, C. Schaller, C. E. Elger, and G. Fernandez. Human memory formation is accompanied by rhinal-hippocampal coupling and decoupling. *Nat. Neurosci.*, 4:1259–1264, 2001.
- [FMR11] R. Follmann, E. E. N. Macau, and E. Rosa. Phase detection of chaos. *Phys. Rev. E*, 83:016209, 2011.
- [FP07] S. Frenzel and B. Pompe. Partial mutual information for coupling analysis of multivariate time series. *Phys. Rev. Lett.*, 99:204101, 2007.
- [FPN08] L. Faes, A. Porta, and G. Nollo. Mutual nonlinear prediction as a tool to evaluate coupling strength and directionality in bivariate time series: Comparison among different strategies based on  $k$  nearest neighbors. *Phys. Rev. E*, 78:026201, 2008.
- [FT06] G. Fernández and I. Tendolkar. The rhinal cortex: ‘gatekeeper’ of the declarative memory system. *Trends Cogn. Sci.*, 10:358–362, 2006.

- 
- [Gab46] D. Gabor. Theory of communication. *J. IEE (London)*, 93:429–457, 1946.
- [GC86] A. S. Gevins and B. A. Cutillo. Signals of cognition. In F. H. Lopez da Silva, W. Storm van Leeuwen, and A. Remond, editors, *Clinical Applications of Computer Analysis of EEG and other Neurophysiological Signals*, volume 2 of *Handbook of Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, pages 335 – 384. Elsevier, Amsterdam, 1986.
- [GMGW98] T. Guhr, A. Müller-Groeling, and H. A. Weidenmüller. Random-matrix theories in quantum physics: Common concepts. *Phys. Rep.*, 29:190–425, 1998.
- [Gra69] C. W. J. Granger. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37:424–438, 1969.
- [GS80] A. S. Gevins and R. E. Schaffer. Critical review of research on EEG correlates of higher cortical functions. *CRC Rev. Bioengng*, 4:113–164, 1980.
- [Guc75] J. Guckenheimer. Isochrons and phaseless sets. *J. Math. Biol.*, 1:259–273, 1975.
- [HCP94] J. F. Heagy, T. L. Carroll, and L. M. Pecora. Synchronous chaos in coupled oscillator systems. *Phys. Rev. E*, 50:1874, 1994.
- [Hin80] A. C. Hindmarsh. LSODE and LSODI, two new initial value ordinary differential equation solvers. *Signum Newsl.*, 15:10–11, 1980.
- [Hin83] A. C. Hindmarsh. ODEPACK, a systematized collection of ode solvers. In R. S. Stepleman, editor, *IMACS Transactions on Scientific Computation*, volume 1, pages 55–64. Scientific Computing, North-Holland, Amsterdam, 1983.
- [HK05] A. E. Hramov and A. A. Koronovskii. Generalized synchronization: A modified system approach. *Phys. Rev. E*, 71:067201, 2005.
- [HSPVB07] K. Hlaváčková-Schindler, M. Paluš, M. Vejmelka, and J. Bhattacharya. Causality detection based on information-theoretic approaches in time series analysis. *Phys. Rep.*, 441:1–46, 2007.
- [Huy73] C. Huygens. *Horologium Oscillatorium*. Apud F. Muguet, Parisiis, 1673.
- [Huy67] C. Huygens. *Œuvres Complètes*, volume 15. Swets & Zeitlinger B.V., Amsterdam, 1967.
- [IOLK08] K. Ishiguro, N. Otsu, M. Lungarella, and Y. Kuniyoshi. Detecting direction of causal interactions between dynamically coupled signals. *Phys. Rev. E*, 77:026216, 2008.

- [Jos05] J. Jost. *Dynamical Systems*. Springer, Berlin, 2005.
- [KCR<sup>+</sup>07] B. Kralemann, L. Cimponeriu, M. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and R. Mrowka. Uncovering interaction of coupled oscillators from data. *Phys. Rev. E*, 76:055201, 2007.
- [KCR<sup>+</sup>08] B. Kralemann, L. Cimponeriu, M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and R. Mrowka. Phase dynamics of coupled oscillators reconstructed from data. *Phys. Rev. E*, 77:066205, 2008.
- [KES<sup>+</sup>04] M. A. Kramer, E. Edwards, M. Soltani, M. S. Berger, R. T. Knight, and A. J. Szeri. Synchronization measures of bursting data: Application to the electrocorticogram of an auditory event-related experiment. *Phys. Rev. E*, 70:011914, 2004.
- [KH95] A. Katok and B. Hasselblatt. *Introduction to the Modern Theory of Dynamical Systems*. Cambridge Univ. Press, New York, 1995.
- [KHK05] S. Kunec, M. E. Hasselmo, and N. Kopell. Encoding and retrieval in the CA3 region of the hippocampus: A model of theta-phase separation. *J. Neurophysiol.*, 94:70–82, 2005.
- [KMA<sup>+</sup>07] T. Kreuz, F. Mormann, R. G. Andrzejak, A. Kraskov, K. Lehnertz, and P. Grassberger. Measuring synchronization in coupled model systems: a comparison of different approaches. *Physica D*, 225:29–42, 2007.
- [KP99] P. E. Kloeden and E. Platen. *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*. Springer, Berlin, 1999.
- [KS03] H. Kantz and T. Schreiber. *Nonlinear Time Series Analysis, 2nd ed.* Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2003.
- [KSG04] A. Kraskov, H. Stögbauer, and P. Grassberger. Estimating mutual information. *Phys. Rev. E*, 69:066138, 2004.
- [Kur84] Y. Kuramoto. *Chemical Oscillations, Waves and Turbulence*. Springer Verlag, Berlin, 1984.
- [LBH<sup>+</sup>09a] K. Lehnertz, S. Bialonski, M.-T. Horstmann, D. Krug, A. Rothkegel, M. Staniek, and T. Wagner. Epilepsy. In H. G. Schuster, editor, *Reviews of Nonlinear Dynamics and Complexity*, pages 159–200. Wiley-VCH, Berlin, 2009.
- [LBH<sup>+</sup>09b] K. Lehnertz, S. Bialonski, M.-T. Horstmann, D. Krug, A. Rothkegel, M. Staniek, and T. Wagner. Synchronization phenomena in human epileptic brain networks. *J. Neurosci. Methods*, 183:42–48, 2009.
- [Lev01] J. Levy. Quantum-information processing with ferroelectrically coupled quantum dots. *Phys. Rev. A*, 64:052306, 2001.



- 
- [LFL<sup>+</sup>01] M. Le Van Quyen, J. Foucher, J. Lachaux, E. Rodriguez, A. Lutz, J. Martinerie, and F. J. Varela. Comparison of Hilbert transform and wavelet methods for the analysis of neuronal synchrony. *J. Neurosci. Methods*, 111:83–98, 2001.
- [Lia08] X. San Liang. Information flow within stochastic dynamical systems. *Phys. Rev. E*, 78:031113, 2008.
- [Liu04] Z. Liu. Measuring the degree of synchronization from time series data. *Europhys. Lett.*, 68:19–25, 2004.
- [LMP05] S. Luzzatto, I. Melbourne, and F. Paccaut. The Lorenz attractor is mixing. *Comm. Math. Phys.*, 260:393–401, 2005.
- [Lor63] E. N. Lorenz. Deterministic non-periodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20:130–141, 1963.
- [LPK07] M. Lungarella, A. Pitti, and Y. Kuniyoshi. Information transfer at multiple scales. *Phys. Rev. E*, 76:056117, 2007.
- [LRMV99] J. P. Lachaux, E. Rodriguez, J. Martinerie, and F. J. Varela. Measuring phase synchrony in brain signals. *Hum. Brain Mapp.*, 8:194–208, 1999.
- [LW08] S. Leski and D. K. Wójcik. Inferring coupling strength from event-related dynamics. *Phys. Rev. E*, 78:41918–41927, 2008.
- [MA75] J. A. McEwen and G. B. Anderson. Modeling the stationarity and Gaussianity of spontaneous electroencephalographic activity. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, 22:361–365, 1975.
- [MA87] C. D. McGillem and J. I. Aunon. Analysis of event-related potentials. In A. S. Gevins and A. Remond, editors, *Methods of Analysis of Brain Electrical and Magnetic Signals*, volume 1 of *Handbook of Electroencephalography and Clinical Neurophysiology*, pages 131 – 170. Elsevier, Amsterdam, 1987.
- [Mal56] I. G. Malkin. *Some Problems in Nonlinear Oscillation Theory*. Nauka, Moskau, 1956. (in russian).
- [Mar71] D. Marr. Simple memory: a theory for archicortex. *Philos. Trans. R. Soc. Lond., B*, 262:23–81, 1971.
- [Mar72] K. V. Mardia. *Statistics of directional data*. Academic Press, London, 1972.
- [MEW<sup>+</sup>09] A. Merli, F. Eimer, F. Weise, A. Lindinger, W. Salzmann, T. Mullins, S. Götz, R. Wester, M. Weidemüller, R. Ağanoglu, and C. P. Koch. Photoassociation and coherent transient dynamics in the interaction of ultracold rubidium atoms with shaped femtosecond pulses. II. Theory. *Phys. Rev. A*, 80:063417, 2009.

- [MFH<sup>+</sup>05] M. Massimini, F. Ferrarelli, R. Huber, S. K. Esser, H. Singh, and G. Tononi. Breakdown of cortical effective connectivity during sleep. *Science*, 309:2228–2232, 2005.
- [MLDE00] F. Mormann, K. Lehnertz, P. David, and C. E. Elger. Mean phase coherence as a measure for phase synchronization and its application to the EEG of epilepsy patients. *Physica D*, 144:358–369, 2000.
- [MM98] M. B. Moser and E. I. Moser. Functional differentiation in the hippocampus. *Hippocampus*, 8:608–619, 1998.
- [MM04] N. Marwan and A. Meinke. Extended recurrence plot analysis and its application to ERP data. *Int. J. Bifurcation Chaos*, 14:761, 2004.
- [MOA<sup>+</sup>08] F. Mormann, H. Osterhage, R. G. Andrzejak, B. Weber, G. Fernandez, J. Fell, C. E. Elger, and K. Lehnertz. Independent delta/theta rhythms in the human hippocampus and entorhinal cortex. *Front Hum Neurosci*, 2:3, 2008.
- [Moo99] R. Y. Moore. A Clock for the Ages. *Science*, 284(5423):2102–2103, 1999.
- [MRTK07] N. Marwan, M. C. Romano, M. Thiel, and J. Kurths. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Phys. Rep.*, 438:237–329, 2007.
- [MS06] I. I. Mokhov and D. A. Smirnov. El Niño-southern oscillation drives North Atlantic oscillation as revealed with nonlinear techniques from climatic indices. *Geophys. Res. Lett.*, 33:L03708, 2006.
- [MVMB00] D. Maza, A. Vallone, H. Mancini, and S. Boccaletti. Experimental phase synchronization of a chaotic convective flow. *Phys. Rev. Lett.*, 85:5567–5570, 2000.
- [MZO<sup>+</sup>07] J. R. Manns, E. A. Zilli, K. C. Ong, M. E. Hasselmo, and H. Eichenbaum. Hippocampal CA1 spiking during encoding and retrieval: relation to theta phase. *Neurobiol. Learn. Mem.*, 87:9–20, 2007.
- [NRT<sup>+</sup>10] J. Nawrath, M. C. Romano, M. Thiel, I. Z. Kiss, M. Wickramasinghe, J. Timmer, J. Kurths, and B. Schelter. Distinguishing direct from indirect interactions in oscillatory networks with multiple time scales. *Phys. Rev. Lett.*, 104:038701, 2010.
- [OMWL07] H. Osterhage, F. Mormann, T. Wagner, and K. Lehnertz. Measuring the directionality of coupling: phase versus state space dynamics and application to EEG time series. *Int. J. Neural Syst.*, 17:139–148, 2007.
- [OS94] E. Ott and J. C. Sommerer. Blowout bifurcations: the occurrence of riddled basins and on-off intermittency. *Phys. Lett. A*, 188:39–47, 1994.
- [Ost03] H. Osterhage. *Synchronisation und Interdependenz: Eine vergleichende Untersuchung an Modellsystemen und Zeitreihen hirnelektrischer*

- Aktivität*. Diplomarbeit, Klinik für Epileptologie der medizinischen Einrichtungen der Rheinischen Friederich-Wilhelms-Universität Bonn und Helmholtz-Institut für Strahlen-und Kernphysik, 2003.
- [Ost08] H. Osterhage. *Messungen der Stärke und Richtung von Interaktionen im epileptischen Gehirn des Menschen*. Dissertation, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät der Rheinischen Friederich-Wilhelms-Universität Bonn, 2008.
- [OTO<sup>+</sup>06] D. Osipova, A. Takashima, R. Oostenveld, G. Fernandez, E. Maris, and O. Jensen. Theta and gamma oscillations predict encoding and retrieval of declarative memory. *J. Neurosci.*, 26:7523–7531, 2006.
- [Ott94] E. Ott. *Chaos in Dynamical Systems*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1994.
- [Pan65] P. Panter. *Modulation, Noise, and Spectral Analysis*. McGraw-Hill, New York, 1965.
- [PC90] L. M. Pecora and T. L. Carroll. Synchronization in chaotic systems. *Phys. Rev. Lett.*, 64:821–824, 1990.
- [Pik84] A. S. Pikovsky. On the interaction of strange attractors. *Z. Physik B*, 55:149–154, 1984.
- [Pik85] A. S. Pikovsky. Phase synchronization of chaotic oscillations by a periodic external field. *Sov J Commun Technol Electron*, 30:85, 1985.
- [PJLK96] U. Parlitz, L. Junge, W. Lauterborn, and L. Kocarev. Experimental observation of phase synchronization. *Phys. Rev. E*, 54:2115, 1996.
- [PKHŠ01] M. Paluš, V. Komárek, Z. Hrnčíř, and K. Štěrbová. Synchronization as adjustment of information rates: Detection from bivariate time series. *Phys. Rev. E*, 63:046211, 2001.
- [PL08] J. Prusseit and K. Lehnertz. Measuring interdependences in dissipative dynamical systems with estimated Fokker-Planck coefficients. *Phys. Rev. E*, 77:041914, 2008.
- [PQB05] E. Pereda, R. Quian Quiroga, and J. Bhattacharya. Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals. *Prog. Neurobiol.*, 77:1–37, 2005.
- [Pri88] M. B. Priestley. *Nonlinear and Non-Stationary Time Series Analysis*. Academic Press, London, 1988.
- [PRK00] A. S. Pikovsky, M. G. Rosenblum, and J. Kurths. Phase synchronization in regular and chaotic systems. *Int. J. Bifurcation Chaos*, 10:2291–2305, 2000.

- [PRK01] A. S. Pikovsky, M. G. Rosenblum, and J. Kurths. *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2001.
- [PROK97] A. S. Pikovsky, M. G. Rosenblum, G. V. Osipov, and J. Kurths. Phase synchronization of chaotic oscillators by external driving. *Physica D*, 104:219–238, 1997.
- [Pru08] J. Prusseit. *Datengetriebene Analysen stochastischer Prozesse und deren Wechselwirkungen*. Dissertation, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät der Rheinischen Friederich-Wilhelms-Universität Bonn, 2008.
- [PS03] M. Paluš and A. Stefanovska. Direction of coupling from phases of interacting oscillators: an information-theoretic approach. *Phys. Rev. E*, 67:055201(R), 2003.
- [PST93] N. Platt, A. Spiegel, and C. Tresser. On-off intermittency: a mechanism for bursting. *Phys. Rev. Lett.*, 70:279–282, 1993.
- [PSWT05] M. Peifer, B. Schelter, M. Winterhalder, and J. Timmer. Mixing properties of the Rössler system and consequences for coherence and synchronization analysis. *Phys. Rev. E*, 72:026213, 2005.
- [PV07] M. Paluš and M. Vejmelka. Directionality of coupling from bivariate time series: How to avoid false causalities and missed connections. *Phys. Rev. E*, 75:056211, 2007.
- [PWA98] A. Parker, E. Wilding, and C. Akerman. The Von Restorff effect in visual object recognition memory in humans and monkeys. The role of frontal/perirhinal interaction. *J. Cogn. Neurosci.*, 10:691–703, 1998.
- [PYW95] D. W. Peterman, M. Ye, and P. E. Wigen. High frequency synchronization of chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 74:1740, 1995.
- [QKKG02] R. Quian Quiroga, A. Kraskov, T. Kreuz, and P. Grassberger. Performance of different synchronization measures in real data: A case study on electroencephalographic signals. *Phys. Rev. E*, 65:041903, 2002.
- [RCB<sup>+</sup>02] M. G. Rosenblum, L. Cimponeriu, A. Bezerianos, A. Patzak, and R. Mrowka. Identification of coupling direction: Application to cardiorespiratory interaction. *Phys. Rev. E*, 65:041909, 2002.
- [RCKK08] S. Rim, M. Choi, W.-H. Kye, and C.-M. Kim. Phase synchronization between geographically remote stock markets. *J. Korean Phys. Soc.*, 52:557, 2008.
- [RGL<sup>+</sup>99] E. Rodriguez, N. George, J. P. Lachaux, J. Martinerie, B. Renault, and F. J. Varela. Perception’s shadow: Long-distance synchronization of human brain activity. *Nature*, 397:430–433, 1999.

- [Ric44] S. O. Rice. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Technol. J.*, 23/24:46–156, 1944.
- [Ris96] H. Risken. *The Fokker-Planck Equation*. Springer Series in Synergetics. Springer, Berlin, 2nd edition, 1996.
- [Rös76] O. E. Rössler. An equation for continuous chaos. *Phys. Lett. A*, 57:397–398, 1976.
- [RP01] M. G. Rosenblum and A. S. Pikovsky. Detecting direction of coupling in interacting oscillators. *Phys. Rev. E*, 64:045202(R), 2001.
- [RPH09] A. Ruiz, J. P. Palao, and E. J. Heller. Nearly resonant multidimensional systems under a transient perturbative interaction. *Phys. Rev. E*, 80:066606, 2009.
- [RPK96] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and J. Kurths. Phase synchronization of chaotic oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 76:1804–1807, 1996.
- [RPK97] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and J. Kurths. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators. *Phys. Rev. Lett.*, 78:4193–4196, 1997.
- [RPK<sup>+</sup>01] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, J. Kurths, C. Schaefer, and P. A. Tass. Phase synchronization: from theory to data analysis. In F. Moss and S. Gielen, editors, *Handbook of Biological Physics*, pages 297–321. Elsevier Science, Amsterdam, 2001.
- [RPT<sup>+</sup>00] E. Rosa Jr, W. B. Pardo, C. M. Ticos, J. A. Walkenstein, and M. Monti. Phase synchronization of chaos in a plasma discharge tube. *Int. J. Bifurcation Chaos Appl. Sci. Eng.*, 10:2551–2563, 2000.
- [RSTA95] N. F. Rulkov, M. M. Sushchik, L. S. Tsimring, and H. D. I Abarbanel. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. *Phys. Rev. E*, 51:980–994, 1995.
- [RTKG07] M. C. Romano, M. Thiel, J. Kurths, and C. Grebogi. Estimation of the direction of the coupling by conditional probabilities of recurrence. *Phys. Rev. E*, 76:036211, 2007.
- [SA05] D. A. Smirnov and R. G. Andrzejak. Detection of weak directional coupling: Phase dynamics approach versus state-space approach. *Phys. Rev. E*, 61:036207, 2005.
- [SB03] D. A. Smirnov and B. P. Bezruchko. Estimation of interaction strength and direction from short and noisy time series. *Phys. Rev. E*, 68:046209, 2003.
- [SB09] D. A. Smirnov and B. P. Bezruchko. Detection of couplings in ensembles of stochastic oscillators. *Phys. Rev. E*, 79:046204, 2009.

- [Sch00] T. Schreiber. Measuring information transfer. *Phys. Rev. Lett.*, 85:461–464, 2000.
- [Sha48] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Technol. J.*, 27:379–423, 1948.
- [SKH<sup>+</sup>03] P. B. Sederberg, M. J. Kahana, M. W. Howard, E. J. Donner, and J. R. Madsen. Theta and gamma oscillations during encoding predict subsequent recall. *J. Neurosci.*, 23:10809–10814, 2003.
- [SL08] M. Staniek and K. Lehnertz. Symbolic transfer entropy. *Phys. Rev. Lett.*, 100:158101, 2008.
- [SL09] M. Staniek and K. Lehnertz. Symbolic transfer entropy: inferring directionality in biosignals. *Biomed. Tech.*, 54:323–328, 2009.
- [SMK07] S. Schinkel, N. Marwan, and J. Kurths. Order patterns recurrence plots in the analysis of ERP data. *Cogn. Neurodyn.*, 1:317–325, 2007.
- [SND07] C. J. Stam, G. Nolte, and A. Daffertshofer. Phase lag index: assessment of functional connectivity from multi channel EEG and MEG with diminished bias from common sources. *Hum. Brain Mapp.*, 28:1178–1193, 2007.
- [SP10] J. T. C. Schwabedal and A. S. Pikovsky. Effective phase dynamics of noise-induced oscillations in excitable systems. *Phys. Rev. E*, 81:046218, 2010.
- [SS00] T. Schreiber and A. Schmitz. Surrogate time series. *Physica D*, 142:346, 2000.
- [SSC<sup>+</sup>96] S. J. Schiff, P. So, T. Chang, R. E. Burke, and T. Sauer. Detecting dynamical interdependence and generalized synchrony through mutual prediction in a neural ensemble. *Phys. Rev. E*, 54:6708–6724, 1996.
- [SSWT07] D. Smirnov, B. Schelter, M. Winterhalder, and J. Timmer. Revealing direction of coupling between neuronal oscillators from time series: Phase dynamics modeling versus partial directed coherence. *Chaos*, 17:013111, 2007.
- [Sta10] M. Staniek. *Symbolische Transferentropie: Charakterisierung gerichteter Interaktionen in nichtlinearen dynamischen Netzwerken*. Dissertation, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät der Rheinischen Friederich-Wilhelms-Universität Bonn, 2010.
- [Str58] R. L. Stratonovich. Oscillator synchronization in the presence of noise. *Radiotekhnika i Elektronika*, 3:497, 1958. English translation in *Non-linear Transformations of Stochastic Processes* edited by Kuznetsov P. I., Stratonovich R. L., and Tikhonov V. I. Pergamon, Oxford, 1965.

- [Str63] R. L. Stratonovich. *Topics in the theory of random noise*. Gordon and Breach, New York, 1963.
- [SWM<sup>+</sup>06] B. Schelter, M. Winterhalder, T. Maiwald, A. Brandt, A. Schad, A. Schulze-Bonhage, and J. Timmer. Testing statistical significance of multivariate time series analysis techniques for epileptic seizure prediction. *Chaos*, 16:013108, 2006.
- [SWTP07] B. Schelter, M. Winterhalder, J. Timmer, and M. Peifer. Testing for phase synchronization. *Phys. Lett. A*, 366:382–390, 2007.
- [SYC91] T. Sauer, J. Yorke, and M. Casdagli. Embedology. *J. Stat. Phys.*, 65:579–616, 1991.
- [Tak81] F. Takens. Detecting strange attractors in turbulence. In D. A. Rand and L.-S. Young, editors, *Dynamical Systems and Turbulence*, volume 898 of *Lecture Notes in Mathematics*, pages 366–381. Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- [TBF01] C. Tallon-Baudry, O. Bertrand, and C. Fischer. Oscillatory synchrony between human extrastriate areas during visual short-term memory maintenance. *J. Neurosci.*, 21:RC177, 2001.
- [TDHH98] D. Y. Tang, R. Dykstra, M. W. Hamilton, and N. R. Heckenberg. Experimental evidence of frequency entrainment between coupled chaotic oscillations. *Phys. Rev. E*, 57:3649, 1998.
- [TEL<sup>+</sup>92] J. Theiler, S. Eubank, A. Longtin, B. Galdrikian, and J. D. Farmer. Testing for nonlinearity in time series: The method of surrogate data. *Physica D*, 58:77–94, 1992.
- [TRK<sup>+</sup>06] M. Thiel, M. C. Romano, J. Kurths, M. Rolf, and R. Kliegl. Twin surrogates to test for complex synchronisation. *Europhys. Lett.*, 75:535–541, 2006.
- [TRRK04] M. Thiel, M. C. Romano, P. L. Read, and J. Kurths. Estimation of dynamical invariants without embedding by recurrence plots. *Chaos*, 14:234–243, 2004.
- [TRW<sup>+</sup>98] P. A. Tass, M. G. Rosenblum, J. Weule, J. Kurths, A. Pikovsky, J. Volkman, A. Schnitzler, and H. J. Freund. Detection of  $n : m$  phase locking from noisy data: Application to magnetoencephalography. *Phys. Rev. Lett.*, 81:3291–3294, 1998.
- [Ver05] P. F. Verdes. Assessing causality from multivariate time series. *Phys. Rev. E*, 72:026222, 2005.
- [vR33] H. von Restorff. Über die Wirkung von Bereichsbildungen im Spurenfeld. *Psychological Research*, 18:299–342, 1933.

- [VRSS<sup>+</sup>98] D. Van Roost, L. Solymosi, J. Schramm, B. van Oosterwyck, and C. E. Elger. Depth electrode implantation in the length axis of the hippocampus for the presurgical evaluation of medial temporal lobe epilepsy: a computed tomography-based stereotactic insertion technique and its accuracy. *Neurosurgery*, 43:819–826, 1998.
- [Wag06] T. Wagner. *Messung von Kopplungseigenschaften dynamischer Systeme mit Methoden der nichtlinearen Zeitreihenanalyse*. Diplomarbeit, Klinik für Epileptologie der medizinischen Einrichtungen der Rheinischen Friederich-Wilhelms-Universität Bonn und Helmholtz-Institut für Strahlen-und Kernphysik, 2006.
- [WDB<sup>+</sup>07] J. Waddell, R. Dzakpasu, V Booth, B. Riley, J. Reasor, G. Poe, and M. Zochowski. Causal entropies—A measure for determining changes in the temporal organization of neural systems. *J. Neurosci. Methods*, 162:320–332, 2007.
- [Wei91] K. M. Weickmann. El Niño/southern oscillation and Madden-Julian (30-60 day) oscillations during 1981-1982. *J. Geophys. Res.*, 96:3187–3195, 1991.
- [Wie56] N. Wiener. The theory of prediction. In E. F. Beckenbach., editor, *Modern Mathematics for Engineers*, New York, 1956. McGraw-Hill.
- [Win67] A. T. Winfree. Biological rhythms and the behavior of populations of coupled oscillators. *J. Theor. Biol.*, 16:15–42, 1967.
- [Win80] A. T. Winfree. *The geometry of biological time*. Springer Verlag, New York, 1980.
- [WM10] S. H. Wang and R. G. Morris. Hippocampal-neocortical interactions in memory formation, consolidation, and reconsolidation. *Annu. Rev. Psychol.*, 61:49–79, 2010.
- [WSK<sup>+</sup>06] M. Winterhalder, B. Schelter, J. Kurths, A. Schulze-Bonhage, and J. Timmer. Sensitivity and specificity of coherence and phase synchronization analysis. *Phys. Lett. A*, 356:26–34, 2006.
- [YL08] D. Yu and F. Liu. Identifying system structure from controlled steady-state responses. *Phys. Rev. E*, 78:017201, 2008.
- [ZPRK99] M. Zaks, E. Park, M. G. Rosenblum, and J. Kurths. Alternating locking ratios in imperfect phase synchronization. *Phys. Rev. Lett.*, 82:4228–31, 1999.
- [Zsc02] S. Zschocke. *Klinische Elektroenzephalographie*. Springer, Berlin, 2nd edition, 2002.



- [ZWC02] Z. Zheng, X. Wang, and M. C. Cross. Transitions from partial to complete generalized synchronizations in bidirectionally coupled chaotic oscillators. *Phys. Rev. E*, 65:56211, 2002.



# Eigene Veröffentlichungen

## Journalartikel

- [1] A. T. A. Do Lam, N. Axmacher, J. Fell, S. Gauggel, B. P. Staresina, T. Wagner, J. Olligs and S. Weis. Monitoring the mind: The neurocognitive basis of metamemory. *J. Cogn. Neurosci.*, in Revision.
- [2] J. Fell, E. Ludowig, B. P. Staresina, T. Wagner, T. A. Kranz, C. E. Elger, and N. Axmacher. Medial temporal theta/alpha power enhancement precedes successful memory encoding: evidence based on intracranial EEG. *J. Neurosci.*, akzeptiert.
- [3] M. Martini, T. A. Kranz, T. Wagner, and K. Lehnertz. Inferring directional interactions from transient signals with symbolic transfer entropy. *Phys. Rev. E.*, 83:011919, 2011.
- [4] T. Wagner, J. Fell, and K. Lehnertz. The detection of transient directional couplings based on phase synchronization. *New J. Physics*, 12:053031, 2010.
- [5] T. Wagner, N. Axmacher, K. Lehnertz, C. E. Elger, and J. Fell. Sleep-dependent directional coupling between human neocortex and hippocampus. *Cortex*, 46:256–263, 2010.
- [6] K. Lehnertz, S. Bialonski, M.-T. Horstmann, D. Krug, A. Rothkegel, M. Staniek, and T. Wagner. Synchronization phenomena in human epileptic brain networks. *J. Neurosci. Methods*, 183:42–48, 2009.
- [7] N. Axmacher, D. P. Schmitz, T. Wagner, C. E. Elger, and J. Fell. Interactions between medial temporal lobe, prefrontal cortex, and inferior temporal regions during visual working memory: A combined intracranial EEG and functional magnetic resonance imaging study. *J. Neurosci.*, 28:7304–7312, 2008.
- [8] H. Osterhage, F. Mormann, T. Wagner, and K. Lehnertz. Detecting directional coupling in the human epileptic brain: Limitations and potential pitfalls. *Phys. Rev. E*, 77:011914, 2008.
- [9] H. Osterhage, F. Mormann, T. Wagner, and K. Lehnertz. Measuring the directionality of coupling: phase versus state space dynamics and application to EEG time series. *Int. J. Neural. Syst.*, 17:139–148, 2007.

### **Buchartikel**

- [10] K. Lehnertz, S. Bialonski, M.-T. Horstmann, D. Krug, A. Rothkegel, M. Staniek, and T. Wagner. Epilepsy. In H. G. Schuster, editor, *Reviews of Nonlinear Dynamics and Complexity*, pages 159–200. Wiley-VCH, Berlin, 2009.
- [11] H. Osterhage, S. Bialonski, M. Staniek, K. Schindler, T. Wagner, C. E. Elger, and K. Lehnertz. Bivariate and multivariate time series analysis techniques and their potential impact for seizure prediction. In B. Schelter, J. Timmer, and A. Schulze-Bonhage, editors, *Seizure Prediction in Epilepsy. From Basic Mechanisms to Clinical Applications*, pages 189–208. Wiley-VCH, Weinheim, 2008.

### **Konferenzbeiträge (Proceedings)**

- [12] T. Wagner, J. Fell, and K. Lehnertz. Detection of directed interactions based on phase synchronization. *Proceedings of the International Biosignal Processing Conference, Berlin, Germany*, 104:1–4, 2010.

### **Konferenzbeiträge (Abstracts)**

- [13] B. P. Staresina, T. Wagner, C. Ranganath, J. Fell, and N. Axmacher. MTL mechanisms supporting episodic memory encoding and retrieval revealed via intracranial iEEG. *16th Annual Meeting of the Organization for Human Brain Mapping, Barcelona, Spain*, 2010.
- [14] T. Wagner, J. Fell, and K. Lehnertz. Time-resolved detection of directed interactions from short and transient noisy time series. *SYNCLINE 2010: Synchronization in Complex Networks (458th WE-Heraeus-Seminar), Bad Honnef*, 2010.
- [15] T. Wagner, H. Osterhage, C. E. Elger, and K. Lehnertz. Improving the detection of seizure precursors by identifying driver-responder relationships in the epileptic network. *62th Annual Meeting of the American Epilepsy Society, Seattle, USA*, *Epilepsia*, 49(suppl. 7):26, 2008.
- [16] T. Wagner, N. Axmacher, T. A. Kranz, C. E. Elger, and J. Fell. Directed functional connectivity between neocortex and mediotemporal lobe during different sleep stages. *10th International Conference on Cognitive Neuroscience, Bodrum, Turkey*, *Front. Hum. Neurosci.* doi:10.3389/conf.neuro.09.2009.01.372, 2008.
- [17] N. Axmacher, T. Wagner, T. A. Kranz, C. E. Elger, and J. Fell. The neural dynamics of memory consolidation in the human brain: direct evidence by intracranial EEG. *10th International Conference on*

*Cognitive Neuroscience, Bodrum, Turkey*, Front. Hum. Neurosci. doi: 10.3389/conf.neuro.09.2009.01.117, 2008.

- [18] T. Wagner, H. Osterhage, C. E. Elger, and K. Lehnertz. Directed functional connectivity in the human epileptic brain. *Bio-inspired Complex Networks in Science and Technology: From Topology to Structure and Dynamics, Workshop and Seminar, International Max Planck Research School, Dresden*, 2008.
- [19] T. Wagner, H. Osterhage, C. E. Elger, and K. Lehnertz. Spatial and Temporal Identification of Seizure Precursor Dynamics using a Phase Modeling Approach. *3rd International Workshop on Epileptic Seizure Prediction, Freiburg*, 2007.

### **Auszeichnungen**

- [19a] T. Wagner. Gewinner des Poster-Award. *3rd International Workshop on Epileptic Seizure Prediction, Freiburg*, 1.10.2007.



# Danksagung

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. K. Lehnertz und Herrn Prof. Dr. M. Fiebig für die Möglichkeit diese Arbeit an der Klinik für Epileptologie und am Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik der Universität Bonn durchzuführen. Für die Möglichkeit an der Klinik für Epileptologie interdisziplinär zu forschen danke ich darüber hinaus Herrn Prof. Dr. C. E. Elger und Herrn Priv.-Doz. Dr. J. Fell.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. K. Lehnertz und Herrn Priv.-Doz. Dr. J. Fell für die hilfreichen Diskussionen, die Betreuung und Unterstützung bei der Anfertigung dieser Arbeit und die freundliche Zusammenarbeit.

Für die wissenschaftlichen interdisziplinären Diskussionen und Anregungen während meiner Zeit als Doktorand danke ich Ralph Andrzejak, Nikolai Axmacher, Anne Do Lam, Thorsten Kranz, Marcel Martini, Florian Mormann, Jan Olligs, Hannes Osterhage und Bernhard Staresina.

Ich danke Alex, Claas, Christina, Henning und Ryad für die wertvolle Hilfe beim Korrekturlesen.

Allen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe Neurophysik sowie der Arbeitsgruppe Cortical Oscillations gilt mein Dank für die entspannte und nette Arbeitsatmosphäre, die große Hilfsbereitschaft und die konstruktiven Kaffee/Mate-Pausen. Mein besonderer Dank gilt den Kollegen, die im Laufe der Jahre meine Freunde geworden sind.

Bei meiner Familie, insbesondere meinen Eltern Marion und Reinhold möchte ich mich für fortwährende Unterstützung, die mir während aller meiner Studien und der Promotion zu teil wurde, bedanken. Zu guter Letzt danke ich meiner Freundin Christina, die mich während der Zeit der Promotion unterstützt hat, sowie allen meinen Freunden.