
Analyse komplexer dynamischer Systeme
durch Charakterisierung retardierter,
gerichteter und gewichteter Interaktionen

Dissertation

zur
Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)
der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von
Henning Dickten
aus Bonn

Bonn, März 2017

Angefertigt mit Genehmigung
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Erstgutachter: Prof. Dr. Klaus Lehnertz
Zweitgutachter: Prof. Dr. Carsten Urbach

Tag der mündlichen Prüfung: 19. Oktober 2017
Erscheinungsjahr: 2017

Zusammenfassung

Die Erforschung der Dynamik ausgedehnter komplexer Systeme stellt seit jeher eine der großen Herausforderungen in verschiedenen Bereichen der Wissenschaft dar, von Physik, über Informatik, Biologie, Geowissenschaften und Klimaforschung bis hin zu Neurowissenschaften. Die Netzwerktheorie bietet verschiedene Methoden, die Dynamik dieser Systeme zu untersuchen. Demnach kann ein komplexes System als funktionelles Netzwerk von (Sub)-Systemen aufgefasst werden, welche mit Knoten assoziiert werden und über Kanten miteinander interagieren, die unabhängig von physikalischer Verbundenheit existieren können. Die Gesamtdynamik dieser Netzwerke ist aufgrund der Struktur und Menge miteinander wechselwirkender Subsysteme nicht trivial und kann nicht durch die Menge aller Einzeldynamiken analytisch bestimmt oder gar analysiert werden. Gewöhnlicherweise werden den Kanten komplexer funktioneller Netzwerke Eigenschaften der Interaktionen wie Gewicht (Stärke) oder Richtung zugeordnet, die mittels verschiedener Methoden der Zeitreihenanalyse datengetrieben von den interagierenden (Sub)-Systeme abgeleitet werden können.

In dieser Arbeit wird untersucht, inwieweit Interaktionseigenschaften von der Wahl der Methode abhängig sind und somit unterschiedliche funktionelle Netzwerke konstruiert werden. Da insbesondere die datengetriebene Identifikation einer Interaktionsrichtung fehleranfällig sein kann, werden Bedingungen untersucht, unter denen es zu Fehlinterpretationen kommen kann und schließlich ein Analyseansatz zur Vermeidung der Ambiguität entwickelt. Neben Stärke und Richtung kann auch die Verzögerung einer Interaktion von Bedeutung sein. Bisher wurden allerdings Interaktionen, die erst nach einer endlichen Zeit beobachtet werden können (also retardiert) in funktionellen Netzwerken ignoriert. Daher wird eine Methode zur Identifikation und Charakterisierung retardierter, gerichteter Interaktionen entwickelt und bezüglich ihrer Eignung analysiert. Auf Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse werden schließlich retardierte Interaktionen im wohl prominentesten komplexen System, dem menschliche Gehirn, mit den verwendeten Methoden und unter Verwendung des entwickelten Analyseansatzes charakterisiert. Am Beispiel des Krankheitsbildes Epilepsie, das seit einiger Zeit als Netzwerkphänomen aufgefasst wird, wird die Rolle einzelner Hirnregionen durch ihre Interaktionen mit anderen Hirnregionen im epileptischen Hirnnetzwerk untersucht.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Dynamische Systeme und Synchronisation	5
2.1. Dynamische Systeme	5
2.2. Interagierende dynamischer Systeme	7
2.3. Synchronisation	10
3. Messung von Stärke, Richtung und Verzögerung von Interaktionen	15
3.1. Zeitreihenanalyse	15
3.2. Phasenbasierte Ansätze (PA)	17
3.3. Informationstheoretische Ansätze (IA)	21
4. Analyse retardierter, gewichteter und gerichteter Interaktion in Modellsystemen	39
4.1. Gekoppelte Rössler-Oszillatoren	40
4.2. Richtungsindikation: Probleme und Lösungsansatz	44
4.3. Retardiert gekoppelte logistische Abbildungen	46
4.4. Retardiert gekoppelte Rössler-Oszillatoren	60
4.5. Netzwerk retardiert gekoppelter Rössler-Oszillatoren	70
4.6. Zwischenfazit	77
5. Analyse komplexer Dynamiken im epileptischen Hirnnetzwerk	81
5.1. Epilepsie	82
5.2. Elektroenzephalographie (EEG)	84
5.3. Charakterisierung funktioneller epileptischer Hirnnetzwerke	88
5.4. Datengrundlage	93
5.5. Ergebnisse	95
5.6. Zeitverzögerung von Interaktion	104
5.7. Diskussion und Zusammenfassung	106
6. Zusammenfassung und Ausblick	111
A. Modellsysteme	115
A.1. Logistische Abbildung	115

A.2. Rössler-Oszillator	116
B. Numerische Integration	117
C. Wahl der Einbettungsparameter	119
D. Datengrundlage Felddaten	121
Symbolverzeichnis	125
Abkürzungsverzeichnis	129
Literaturverzeichnis	131
Eigene Veröffentlichungen	153

Die folgende Liste dient einer Übersicht an Publikationen, die im Rahmen dieser Arbeit entstanden sind und wesentliche Ergebnisse dieser Arbeit enthalten.

Kapitel 3 und 4:

Artikel:

- [1] **Dickten, H.** & Lehnertz, K. Identifying delayed directional couplings with symbolic transfer entropy. *Phys. Rev. E* **90**, 062706 (6 2014)

Kapitel 5:

Artikel:

- [2] **Dickten, H.**, Porz, S., Elger, C. E. & Lehnertz, K. Weighted and directed interactions in evolving large-scale epileptic brain networks. *Sci. Rep.* **6**, 34824 (2016)
- [3] Lehnertz, K., **Dickten, H.**, Porz, S., Helmstaedter, C. & Elger, C. E. Predictability of uncontrollable multifocal seizures – towards new treatment options. *Sci. Rep.* **6**, 24584 (2016)
- [4] Lehnertz, K. & **Dickten, H.** Assessing directionality and strength of coupling through symbolic analysis: an application to epilepsy patients. *Phil. Trans. R. Soc. A* **373**, 20140094 (2015)

Übersichtsartikel:

- [5] Lehnertz, K., Ansmann, G., Bialonski, S., **Dickten, H.**, Geier, C. & Porz, S. Evolving networks in the human epileptic brain. *Physica D* **267**, 7–15 (2014)

In der vorliegende Arbeit wird der Punkt als Dezimaltrennzeichen verwendet.

1. Einleitung

If you torture the data long enough, nature will always confess.

— Ronald Coase

Bereits in den 1960er-Jahren erkannte der Nobelpreisträger Ronald Coase, dass die Datenanalyse ein mächtiges Werkzeug zur Untersuchung unbekannter Systeme darstellt, mittels derer Daten auf wenige Charakteristika reduziert werden können. Eine blinde oder gar falsche Wahl der Analysemethoden gewährt zwar eine Datenreduktion; die erhaltenen Charakteristika sind jedoch nur sinnvoll interpretierbar, wenn eine geeignete Analysemethode gewählt und ein ausreichend großes Kenntnis über das zu untersuchende System vorliegt. Mittels Methoden der *Zeitreihenanalyse* können Systeme aus *Zeitreihen* von Observablen, d. h. meist zu festen Zeitschritten gemessenen (passiven) Beobachtungen, charakterisiert werden. Über die letzten Jahrzehnte wurde dafür eine Vielzahl an linearen und nicht-linearen Analysemethoden vorgeschlagen, um Eigenschaften von Systemen datengetrieben zu quantifizieren und schlussendlich Systeme zu charakterisieren [6–9].

Häufig sind die zu analysierenden unbekannt Systeme in einer natürlichen Weise *komplexe Netzwerke* oder können als solche aufgefasst werden, d. h. sie bestehen aus einzelnen Elementen (Knoten), die miteinander über Kanten verknüpft sind [10]. Als *komplex* werden solche Netzwerke bezeichnet, deren Topologie nicht trivial ist, also nicht durch Gitter oder Zufallsgraphen (Knoten, die zufällig über Kanten verbunden sind) beschrieben werden kann [11–14]. Prominente Vertreter für komplexe Netzwerke sind beispielsweise soziale Netzwerke, die Beziehungen von Menschen abbilden oder das World Wide Web, in dem einzelne Internetseiten miteinander über Links verbunden sind. Die Netzwerkeanalyse ist ein junges und zugleich sehr aktives Forschungsgebiet, das zunehmend eine tragende Rolle in der empirischen Untersuchung realer komplexer Netzwerke bzw. Systeme spielt, und hat mittlerweile große, teils fächerübergreifende Anwendung in der Physik, Informatik, Biologie, Sozialwissenschaften bis hin zu den Neurowissenschaften [14, 15] gefunden. Eine Herausforderung besteht darin, die Topologie dieser teils sehr großen Netzwerke bzw. Systeme zu charakterisieren und beispielsweise über graphentheoretische Methoden adäquat zu quantifizieren [12, 16–18]. Neben der Struktur ist häufig die *Funktion* bzw. die Dynamik der Elemente und schließlich des gesamten

Netzwerkes von großen Interesse: So kann am Beispiel der Sozialwissenschaften Meinungsbildung [19] oder Sozialverhalten [20] modelliert und analysiert werden. Aufgrund der Topologie und der meist großen Anzahl an (nicht-linear) miteinander interagierenden Netzwerkelementen kann das Zusammenspiel der einzelnen Dynamiken der Elemente aus sich selbst heraus zu einer *emergenten* globalen Dynamik des Netzwerkes führen, d. h. einer nicht offensichtlich aus den Eigenschaften und Dynamiken der Einzelemente erklärbaren Dynamik [21, 22]. Häufig lassen sich mehrere Einzelemente zu Gruppen unterschiedlicher Dynamik zusammenfassen, die ein Netzwerk miteinander interagierender Gruppen bilden. In diesem Fall besteht die Komplexität insbesondere in der Funktion bzw. Interaktion der Konstituenten, da die Dynamik der einzelnen Gruppen meist relativ gut erklärt oder analysiert werden kann.

Aufgrund der Dynamik und Interaktion der Konstituenten kann in komplexen dynamischen Netzwerken das Phänomen der *Synchronisation* beobachtet werden, d. h. eine Anpassung von Rhythmen oszillatorischer (Sub)-Systeme [23–27]. Synchronisationsphänomene können in komplexen dynamischen Netzwerken eine wichtige Rolle spielen und haben beispielsweise im nordamerikanischen Stromnetzwerk zu räumlich weit ausgehenden Stromausfällen in den USA geführt [28–30]. Dieses und konzeptionell allgemeinere Synchronisationsphänomene [23] müssen sich nicht zwangsläufig auf das gesamte Netzwerk ausbreiten, sondern können zu sogenannten *Chimären* [31–35] führen, also Mischzuständen, in denen Teile des Netzwerkes miteinander synchronisiert sind, andere Teile jedoch nicht. Durch die Identifikation und Analyse der Synchronisationsphänomene in komplexen Netzwerken konnten tiefere Einblicke in verschiedene Bereiche der Wissenschaft gewonnen werden [36–46]. Ein Ziel der Analyse kann, neben des Erlangens eines besseren Verständnisses der globalen Dynamik, beispielsweise in der Optimierung dieser Netzwerke bestehen, um diese gegenüber Störungen oder gezielter Attacken wie zum Beispiel der Entfernung wichtiger Knoten oder Kanten robuster zu gestalten [47–49].

In *funktionalen Netzwerken* werden Knoten gewöhnlich mit Elementen oder (Sub)-Systemen assoziiert; Die Kanten repräsentieren Interaktionen zwischen den Elementen bzw. (Sub)-Systemen [5, 50–55]. Im Gegensatz zu den eingangs genannten strukturellen Netzwerken können somit Kanten unabhängig von einer physikalischen Verbundenheit existieren. Gewöhnlicherweise werden den Kanten Eigenschaften wie *Gewicht (Stärke)* oder *Richtung* zugeordnet, die mittels Methoden aus der Zeitreihenanalyse datengetrieben von den interagierenden Elementen bzw. (Sub)-Systeme mit verschiedenen Ansätzen abgeleitet werden können: von Korrelationen [56] über Kausalität [57, 58] und Informationstheorie [59, 60] bis hin zu Ansätzen, welche diverse Konzepte von Synchronisation wie Phasensynchronisation [61–63] oder generalisierte Synchronisation [64–67] verwenden. Aufgrund der unterliegenden zeitlich veränderlichen Dynamik können sich Kanten in funktionalen Netzwerken, im Gegensatz zu strukturellen Netzwerken, auf den

verschiedensten Zeitskalen verändern. Diese zeitlich veränderlichen Netzwerke werden als *evolving networks* [5, 68] bezeichnet.

Ein zentrales Problem bei der Konstruktion (zeitlich veränderlicher) funktioneller Netzwerke besteht darin, sowohl (Sub)-Systeme zu identifizieren als auch Wechselwirkungen zwischen den interagierenden (Sub)-Systemen zu charakterisieren. Je nach Fragestellung und zu untersuchender Dynamik sind hierfür unterschiedliche Ansätze notwendig, welche verschiedene Aspekte der Dynamik erfassen und quantifizieren. So konnte gezeigt werden, dass aus Zeitreihen abgeleitete Kenngrößen für Stärke und Richtung von Interaktionen teils vergleichbare, teils komplementäre Informationen bezüglich der Interaktion liefern [2, 69–72]. Folglich werden unterschiedlichen Eigenschaften den Kanten funktioneller Netzwerke zugeordnet, die schließlich zu topologisch anderen Netzwerken führen können. Zudem werden bei der Konstruktion funktioneller Netzwerke bisher Wechselwirkungen, die erst nach einer endlichen Zeit beobachtet werden können [73–78], größtenteils ignoriert. Kenntnis über diese retardierten Interaktionen kann jedoch zu einer verbesserten Interpretierbarkeit der Beobachtungen führen [79–81] oder eine Charakterisierung retardierter Netzwerkdynamiken erst ermöglichen. So konnten beispielsweise die Verzögerung von Interaktionen als weitere Ursache für Synchronisationsphänomene in komplexen Netzwerken identifiziert werden [82, 83]. Die Analyse gerichteter, retardierter funktioneller Netzwerke ist jedoch nach Wissens des Autors bisher unüblich und bedarf dringend weiterer Forschung.

Ziel dieser Arbeit ist eine verbesserte Charakterisierung (retardierter) gerichteter und gewichteter Interaktionen in komplexen dynamischen Systemen. Da die diversen Methoden der Zeitreihenanalyse auf unterschiedlichen Ansätzen basieren und die entsprechenden Kenngrößen verschiedene Aspekte der Dynamik erfassen und quantifizieren, wird untersucht, inwiefern die Wahl des Ansatzes Auswirkung auf die charakterisierte Stärke und Richtung von Interaktionen hat. Zu diesem Zweck werden zwei Ansätze verfolgt, die auf den beiden gängigsten Konzepten von Synchronisation beruhen: der Phasensynchronisation und generalisierten Synchronisation. Es wird untersucht, unter welchen Bedingungen mit Kenngrößen für Stärke und Richtung von Interaktionen letztere charakterisiert werden können und unter welchen Konstellationen insbesondere eine Charakterisierung der Interaktionsrichtung zu Fehlinterpretationen führen kann [2, 4] und anschließend ein Analyseansatz vorgestellt, mit dem diese vermieden werden können. Schließlich wird eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methode zur Identifikation und Charakterisierung retardierter, gerichteter Interaktionen komplexer Systeme vorgestellt, die *Retardierte Symbolische Transferentropie* [1], und bezüglich ihrer Eignung zur Analyse von Felddaten analysiert.

Auf Grundlage dieser Erkenntnisse werden (retardierte) Interaktionen im menschliche Gehirn, mit den verwendeten Methoden und unter Verwendung des entwickelten Analyseansatzes charakterisiert [2, 3]. Synchronisationsphänomene spielen im Gehirn sowohl bei der Funktion wie Kognition oder Lernprozessen [38, 40] als auch Dysfunktion wie neuronalen Erkrankungen [37, 39, 84–87] eine tragende Rolle. Am Beispiel des Krankheitsbildes Epilepsie, das seit einiger Zeit als Netzwerkphänomen aufgefasst wird [88–91], wird die Rolle einzelner Hirnregionen durch ihre Interaktionen mit anderen Hirnregionen im epileptischen Hirnnetzwerk untersucht.

Die vorliegende Arbeit ist wie folgt gegliedert: In Kap. 2 werden zunächst die theoretischen Grundlagen gekoppelter nichtlinearer dynamischer Systeme sowie verschiedene Konzepte von Synchronisation vorgestellt. Anschließend werden in Kap. 3 verschiedene Konzepte und Methoden zur Charakterisierung von (retardierte) Interaktionen in komplexen dynamischen Systemen erläutert und entwickelt, welche im Anschluss in Kap. 4 anhand von Zeitreihen von Modellsystemen mit wohldefinierten Eigenschaften auf ihre Eignung zur Charakterisierung von Interaktionen in unbekannt Systemen datengetrieben überprüft werden. Schließlich werden in Kap. 5 (retardierte) Interaktionen im menschlichen Gehirn von Epilepsiepatienten charakterisiert und untersucht, inwiefern sich einzelne Hirnregionen von anderen Hirnregionen im epileptischen Hirnnetzwerk anhand von Interaktionseigenschaften zwischen diesen abgrenzen lassen und somit tiefere Einblicke in die komplexe Dynamik im epileptischen Hirnnetzwerk gewähren.

2. Dynamische Systeme und Synchronisation

In dieser Arbeit werden (retardierte) gerichtete und gewichtete Interaktionen miteinander wechselwirkender dynamischer Systeme mit Methoden der Zeitreihenanalyse, basierend auf verschiedenen Synchronisationskonzepten, charakterisiert. In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit benötigten theoretischen Grundlagen vorgestellt. Insbesondere wird eine mathematische Beschreibung gekoppelter dynamischer Systeme nach [92, 93] gegeben und verschiedene Konzepte von Synchronisation nach [23] erläutert.

2.1. Dynamische Systeme

Ein autonomes dynamisches System ist ein Modell zur mathematischen Beschreibung der zeitlichen Entwicklung realer Systeme oder deren Teilsysteme. Die zeitliche Entwicklung hängt dabei nur von den Anfangsbedingungen ab; nicht jedoch von der Wahl des Startzeitpunktes t_0 . Somit lassen sich im allgemeinen D -dimensionale dynamische Systeme durch die Angabe ihrer Dynamik und der D zeitabhängigen Zustandsgrößen beschreiben. Der Zustand $\mathbf{x}(t)$ eines dynamischen Systems X zur Zeit t kann eindeutig durch einen *Phasenpunkt*

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_t = (x^{(1)}(t), x^{(2)}(t), \dots, x^{(D)}(t)) \quad (2.1)$$

im D -dimensionalen *Phasenraum* \mathbb{R}^D beschrieben werden. Die zeitliche Entwicklung eines Systemzustandes im Phasenraum entspricht der Bewegung eines Phasenpunktes und ist somit implizit enthalten. Die dadurch beschriebene Kurve wird *Orbit* oder *Trajektorie* genannt.

Unterschieden wird zwischen diskreter und kontinuierlicher Zeitentwicklung: Bei diskreter Zeitentwicklung dynamischer Systeme ändern sich Systemzustände in äquidistanten Zeitschritten Δt und die Dynamik lässt sich durch eine *Abbildung* A des Phasenraumes auf sich selbst wie folgt beschreiben:

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = A(\mathbf{x}(t)). \quad (2.2)$$

Im Falle einer kontinuierlichen zeitlichen Entwicklung (sogenannten *Flüssen*) ändern sich die Systemzustände in infinitesimal kleinen Zeitschritten und lassen sich durch gewöhnliche Differentialgleichungen der Form

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = f(\mathbf{x}(t)) \quad (2.3)$$

beschreiben. Der Fluss bzw. die Funktion $f : \mathbb{R}^D \rightarrow \mathbb{R}^D$ kann entweder linear oder nicht-linear sein. Dementsprechend wird die Dynamik des Systems als linear oder nicht-linear bezeichnet. Im Gegensatz zu linearen dynamischen Systemen, bei denen ein linearer Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung vorliegt, kann bei nicht-linearen dynamischen Systemen eine stark sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen vorliegen. Der Abstand zweier ursprünglich benachbarten Trajektorien im Phasenraum kann exponentiell divergieren und zu unterschiedlichen Zuständen führen. Solche Systeme werden als *chaotische* dynamische Systeme bezeichnet. Der Meteorologe Edward Lorenz veranschaulichte dieses Verhalten mit der Frage, ob ein Flügelschlag eines Schmetterlings in Brasilien einen Tornado in Texas hervorrufen könne [94]. Diese Fragestellung wird in der Literatur daher häufig als *Schmetterlingseffekt* bezeichnet. Als Maß für die Geschwindigkeit, mit der sich zwei benachbarte Punkte im Phasenraum voneinander entfernen, dienen *Lyapunov-Exponenten*. Es gibt für jede Dimension des Phasenraumes einen Lyapunov-Exponenten; Häufig wird jedoch nur der größte Lyapunov-Exponent λ_{\max} angegeben [95].

Ein dynamisches System ist *deterministisch*, wenn durch vollständige Kenntnis eines Systemzustandes alle zukünftigen Zustände eindeutig bestimmbar sind. Da die zeitliche Entwicklung von Systemen im Phasenraum nur implizit enthalten ist können sich folglich Trajektorien deterministischer Systeme im Phasenraum nicht überschneiden. In der klassischen Mechanik wird zwischen *konservativen* und *dissipativen* Systemen unterschieden: Konservative Systeme sind abgeschlossene Systeme, in denen die Energieerhaltung gilt. Somit bleibt das vom System ausgefüllte Volumen im Phasenraum konstant (nach dem Satz von Liouville gilt: $\text{div } f = 0$). Geben die Systeme (im Fall dissipativer Systeme) hingegen Energie an ihre Umgebung ab, so gilt $\text{div } f < 0$, und das Phasenraumvolumen wird im zeitlichen Mittel kontrahiert.

Übertragen auf dynamische Systeme wird die Untermenge des Phasenraumes dissipativer dynamischer Systeme, auf den sich die Dynamik des Systems im Laufe der Zeit hinbewegt und nicht mehr verlässt, als *Attraktor* (lat. *ad trahere*: „zu sich hin ziehen“) bezeichnet. Der Attraktor linearer, dissipativer, dynamischer Systeme ist ein *Fixpunktattraktor*, da solche Systeme gegen einen stabilen Zustand (Fixpunkt) konvergieren. Der Attraktor regulärer dynamischer Systeme kann ein ein- oder mehrdimensionaler Grenzzyklus oder Tori ganzzahliger Dimension sein. Bei nicht-linearen dynamischen Systemen kann jedoch aufgrund der durch f induzierten Falt- und Streckmechanismen ein *seltsamer*

Attraktor auftreten, der sich nicht durch eine geschlossene geometrische Form beschreiben lässt und eine *fraktale Dimension* aufweist [96, 97]. Seltsame Attraktoren weisen fraktale (auf beliebig kleinen Längenskalen vergleichbare) Strukturen auf und sind ein wesentliches Merkmal eines chaotischen dynamischen Systems.

2.2. Interagierende dynamischer Systeme

Seien X and Y zwei dynamische Systeme, dann lassen sich die Dynamiken der Systeme durch folgende Sätze von gewöhnlichen Differentialgleichungen beschreiben:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} &= f_X(\mathbf{x}(t)) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^{D_X}, \quad f_X : \mathbb{R}^{D_X} \rightarrow \mathbb{R}^{D_X} \\ \frac{d\mathbf{y}(t)}{dt} &= f_Y(\mathbf{y}(t)) \quad \text{mit} \quad \mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^{D_Y}, \quad f_Y : \mathbb{R}^{D_Y} \rightarrow \mathbb{R}^{D_Y} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ein gerichteter, einseitiger Einfluss eines Systems auf ein anderes System wird als *unidirektional*, ein gleichzeitiger gegenseitiger Einfluss als *bidirektional* bezeichnet.

2.2.1. Kopplung

Seien X und Y zwei bidirektional gekoppelte Systeme, dann sind die Dynamiken der Systeme voneinander abhängig und lassen sich als ein neues, gemeinsames System Z auffassen. Die Gesamtdynamik lässt sich daher wie folgt beschreiben:

$$\frac{d\mathbf{z}(t)}{dt} = \begin{cases} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \tilde{f}_X(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)) & \text{mit} \quad \tilde{f}_X : \mathbb{R}^{D_X \times D_Y} \rightarrow \mathbb{R}^{D_X} \\ \frac{d\mathbf{y}(t)}{dt} = \tilde{f}_Y(\mathbf{y}(t), \mathbf{x}(t)) & \text{mit} \quad \tilde{f}_Y : \mathbb{R}^{D_Y \times D_X} \rightarrow \mathbb{R}^{D_Y}. \end{cases} \quad (2.5)$$

Für den ungekoppelten Fall gilt $\tilde{f}_X(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)) = f_X(\mathbf{x}(t))$, \tilde{f}_Y analog. Der Phasenraum \mathbb{R}^{D_Z} dieses gemeinsamen Systems weist dabei folgende Dimension auf:

$$D_Z \leq D_X + D_Y. \quad (2.6)$$

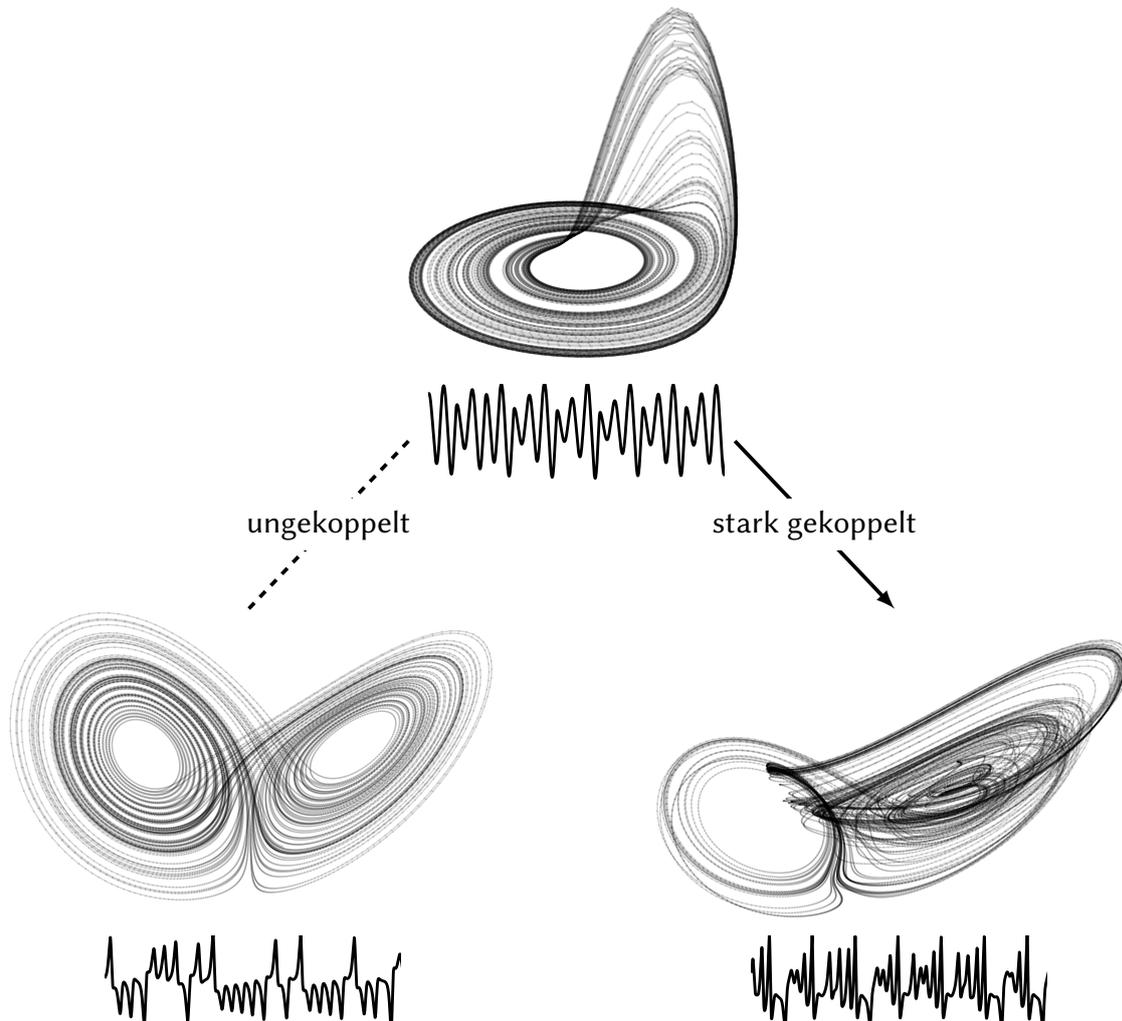


Abbildung 2.1.: Attraktoren eines Rössler-Oszillators (oben) und eines Lorenz-Oszillators (unten) sowie jeweils darunter ein Ausschnitt der Zeitreihe der zweiten Komponente des entsprechenden Oszillators. Sind die Systeme ungekoppelt, so lässt sich deutlich eine flügelartige Struktur des Lorenz-Attraktors erkennen (unten links). Wird der Rössler-Oszillator jedoch unidirektional diffusiv in den Lorenz-Oszillator eingekoppelt, so wird der Lorenz-Oszillator ab einer gewissen Kopplungsstärke beeinflusst. Mit steigender Kopplungsstärke wird die Dynamik zunehmend durch die des Rössler-Oszillators bestimmt, der Attraktor wird verformt und verliert infolgedessen mit steigender Kopplungsstärke seine flügelartige Struktur. Der Einfluss der Kopplung lässt sich ebenfalls in den Zeitreihen der Oszillatoren beobachten. Modifiziert nach [98].

2.2.2. Diffusive Kopplung

In dieser Arbeit wird die Kopplung zweier interagierender dynamischer Systeme durch einen additiven Kopplungsterm angenommen:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} &= \tilde{f}_X(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)) = f_X(\mathbf{x}(t)) + c_{Y \rightarrow X} \mathbf{C}_X(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)) \\ \frac{d\mathbf{y}(t)}{dt} &= \tilde{f}_Y(\mathbf{y}(t), \mathbf{x}(t)) = f_Y(\mathbf{y}(t)) + c_{X \rightarrow Y} \mathbf{C}_Y(\mathbf{y}(t), \mathbf{x}(t))\end{aligned}\quad (2.7)$$

Dazu wird die eigenständige Dynamik $f_{X,Y}$ der Systeme X und Y mit der gegenseitigen Wechselwirkung (beschrieben durch $\mathbf{C}_{X,Y}$) ergänzt. In dieser Arbeit wird eine *diffusive Kopplung* angewendet, d. h. es wird z. B. in System X in anderes System Y additiv eingekoppelt und zugleich die eigene Dynamik von X subtrahiert. Die Stärke der Interaktion lässt sich durch die Parameter $c_{X \rightarrow Y}$ und $c_{Y \rightarrow X}$ (im Folgenden als *Kopplungsstärke* bezeichnet) festlegen und kann somit variiert werden.

Eine unidirektionale Kopplung lässt sich mittels $c_{X \rightarrow Y} = 0, c_{Y \rightarrow X} \neq 0$ beziehungsweise $c_{X \rightarrow Y} \neq 0, c_{Y \rightarrow X} = 0$ realisieren. Diese einseitige Abhängigkeit der Systeme wird oft auch als *Treiber-Responder-Beziehung* bezeichnet, d. h. ein System *treibt* das andere. Die Auswirkung einer unidirektionalen diffusiven Kopplung zweier Oszillatoren ist in Abb. 2.1 exemplarisch dargestellt.

2.2.3. Retardierte Kopplung

In der Natur kann eine Vielzahl dynamischer Systeme beobachtet werden, bei denen eine Wirkung erst zeitverzögert (retardiert) auf eine Ursache erfolgt [73–78]. Bekannte Beispiele sind in der Biologie (Fortpflanzung ist erst zu Geschlechtsreife möglich und benötigt Schwangerschaftszeit), Epidemiologie (Krankheit bricht nach Infektion erst nach einer Inkubationszeit aus) oder Physiologie (Neuron feuert erst, nachdem es ausreichend angeregt wurde) [99–101].

Mathematisch lässt sich die Dynamik eines Systems X , dessen zeitliche Entwicklung nicht nur von der Ableitung zur Zeit t sondern auch von mehreren früheren Zeitpunkten $t - \delta_i$ mit $i = \{1, \dots, \kappa\}$ abhängt, durch *retardierte Differentialgleichungen* (im Folgenden als *Delayed Differential Equation (DDE)* bezeichnet) beschreiben:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = f(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t - \delta_1), \dots, \mathbf{x}(t - \delta_\kappa)). \quad (2.8)$$

Eine DDE mit kontinuierlicher Verzögerung kann mittels einer Gewichtungsfunktion g wie folgt beschrieben werden:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = f \left(t, \mathbf{x}(t), \int_0^\infty \mathbf{x}(t - \delta) dg(\delta) \right). \quad (2.9)$$

Ein Ziel dieser Arbeit ist die Identifikation und Charakterisierung retardierter, gerichteter Interaktionen komplexer Systeme. Dazu wird in Kap. 4 eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Kenngröße für Interaktionsrichtung sowie -verzögerung vorgestellt und zunächst anhand von Zeitreihen von Modellsystemen mit wohldefinierten Eigenschaften auf ihre Eignung zur Identifikation und Charakterisierung retardierter Interaktionen in unbekannt Systemen aus Felddaten überprüft. Zur Vereinfachung werden in dieser Arbeit zunächst Interaktionen mit einer festen Verzögerung je Interaktionsrichtung realisiert, d. h. System X beeinflusst System Y erst nach einer endlichen Zeit $\delta_{X \rightarrow Y}$, System Y nach $\delta_{Y \rightarrow X}$. Diese retardierten Interaktionen dynamischer Systeme werden in dieser Arbeit mittels einer diffusiven Kopplung wie folgt realisiert:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} &= f_X(\mathbf{x}(t)) + c_{Y \rightarrow X} \mathbf{C}_X(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t - \delta_{Y \rightarrow X})) \\ \frac{d\mathbf{y}(t)}{dt} &= f_Y(\mathbf{y}(t)) + c_{X \rightarrow Y} \mathbf{C}_Y(\mathbf{y}(t), \mathbf{x}(t - \delta_{X \rightarrow Y})). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Die Dynamik des durch die Kopplung entstehenden gemeinsamen Systems lässt sich vollständig durch einen Satz retardierter Differentialgleichungen beschreiben.

2.3. Synchronisation

Synchronisation ist ein wichtiges Phänomen, das bei der Interaktion dynamischer Systeme beobachtet werden kann. Der Begriff *synchron* wird sowohl im Alltag als auch in der Wissenschaft verwendet und umfasst dabei eine Vielzahl von Phänomenen und theoretischen Ansätzen. Der Begriff setzt sich aus den griechischen Begriffen $\sigma\acute{\upsilon}\nu$ (*syn*: mit, zusammen) und $\chi\rho\acute{o}\nu\omicron\varsigma$ (*chronos*: die Zeit) zusammen und bedeutet ursprünglich „gleichzeitig“ oder „zeitlich übereinstimmend“.

Bereits im 17. Jahrhundert beschrieb der niederländische Wissenschaftler Christiaan Huygens erstmals das Phänomen der Synchronisation, als er zwei an einen Holzbalken befestigte Pendeluhren beobachtete. Er stellte dabei fest, dass sich nach einer gewissen Zeit die Pendelbewegung der Uhren angleichen und sich die Pendel gleichzeitig, in entgegengesetzter Richtung bewegten und selbst das Geräusch der beiden Uhren simultan wahrzunehmen war. Dieses Phänomen beschrieb Huygens als “sympathy of two clocks” [102] und wird heute unter dem Begriff der *Phasensynchronisation*, die durch eine schwache

Kopplung der beiden Uhren (Oszillatoren) durch den Holzbalken verursacht wurde, zusammengefasst.

Der Begriff Synchronisation umfasst eine Vielzahl von Konzepten und theoretischen Ansätzen zur Definition von Synchronisation dynamischer Systeme, die sich im allgemeinen nicht vereinigen lassen [103, 104], jedoch als verschiedene Ansätze benutzt werden können, um aufgrund einer Interaktion vorliegende „wahre“ Synchronisation zu detektieren [105]. Im Folgenden werden wichtigsten Konzepte von Synchronisation aufgeführt, auf denen die in dieser Arbeit verwendeten Kenngrößen zur Quantifizierung des *Grades an Synchronisation*¹ und schließlich zur Charakterisierung retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen beruhen.

2.3.1. Vollständige Synchronisation

Zwei Systeme X und Y sind vollständig synchronisiert, wenn gilt:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\mathbf{x}(t) - \mathbf{y}(t)| = 0, \quad (2.11)$$

das heißt die Zustände der Systeme sind nicht unterscheidbar. Diese Synchronisationsform kann jedoch nur für $t \rightarrow \infty$ und in Systemen gleicher Dynamik beobachtet werden [23] und stellt somit die stärkste Bedingung für Synchronisation dar.

2.3.2. Zeitversatz-Synchronisation (Lag-Synchronisation)

Zeitversatz-Synchronisation beschreibt das Verhalten von Systemen, die bis auf einen Zeitversatz τ identisch sind:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\mathbf{x}(t + \tau) - \mathbf{y}(t)| = 0. \quad (2.12)$$

Für $\tau \rightarrow 0$ geht die Zeitversatz-Synchronisation in die vollständige Synchronisation über. Sind Systeme über einen Zeitversatz synchronisiert, so lässt sich die Verzögerung der Interaktion relativ einfach z. B. über die Verzögerung der Kreuzkorrelationsfunktion bestimmen, für welche diese maximal wird [106]. Da nur die wenigsten „interessanten“ Systeme bis auf einen Zeitversatz vollständig synchronisiert sind lässt sich diese Form der Bestimmung der Interaktionsverzögerung im allgemeinen daher nicht verwenden und es sind weitere Kenngrößen für Interaktionsverzögerungen vonnöten.

¹Unabhängige, nicht synchronisierte Systeme weisen einen Grad von 0 auf; Liegt eine bestimmte Form von Synchronisation vor ist der Grad dieser gleich 1.

2.3.3. Phasensynchronisation

Die von Huygens beschriebene „sympathy of two clocks“ (s. o.) entspricht der klassischen Definition von Phasensynchronisation zwischen zwei periodischen, linearen, ungedämpften, gekoppelten Systemen [102]. Dabei besteht zwischen den Phasen φ^X und φ^Y der gekoppelten Systeme X und Y folgende konstante Relation:

$$a\varphi^X(t) - b\varphi^Y(t) = \text{const.}, \quad \text{mit } a, b \in \mathbb{N}. \quad (2.13)$$

Dieses *phase locking* wurde für chaotische Systeme erweitert, sodass von einer *Phasenkopplung* gesprochen wird, wenn lediglich die Differenz der Phasen beschränkt ist [107] und es gilt:

$$|a\varphi^X(t) - b\varphi^Y(t)| < \text{const.}, \quad \text{mit } a, b \in \mathbb{N}. \quad (2.14)$$

Somit lässt sich das Konzept der Phasensynchronisation auch auf nicht-periodische Systeme übertragen. Die Amplituden zweier phasensynchronisierter, chaotischer Systeme können dabei völlig unkorreliert sein.

2.3.4. Generalisierte Synchronisation

Die allgemeinste hier vorgestellte Definition von Synchronisation stellt die *generalisierte Synchronisation* [108] dar, bei der lediglich ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Zuständen $\mathbf{x}(t)$ und $\mathbf{y}(t)$ der unidirektional gekoppelten Systeme X und Y (X treibt Y) gefordert wird:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{G}(\mathbf{x}(t)). \quad (2.15)$$

Zwei gekoppelte Systeme sind demnach generalisiert synchronisiert, wenn ihre Attraktoren durch das Funktional $\mathbf{y}(t) = \mathbf{G}(\mathbf{x}(t))$ ineinander überführt werden können. Die ursprünglich nur für unidirektional gekoppelte Systeme formulierte Definition wurde mittlerweile auch für bidirektional gekoppelte Systeme erweitert [109]. Anhand der mathematischen Eigenschaften des Funktionals \mathbf{G} , wie z. B. Differenzierbarkeit, Invertierbarkeit und Stetigkeit, können weitere Rückschlüsse auf die vorliegende generalisierte Synchronisation gezogen werden [110, 111]; Sie sind in der Literatur jedoch nicht einheitlich [112].

Die Definition der generalisierten Synchronisation beinhaltet ebenfalls die bereits vorgestellten Konzepte der vollständigen- und Zeitversatz-Synchronisation wie folgt:

Sei

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{x}(t + \Delta t), \quad (2.16)$$

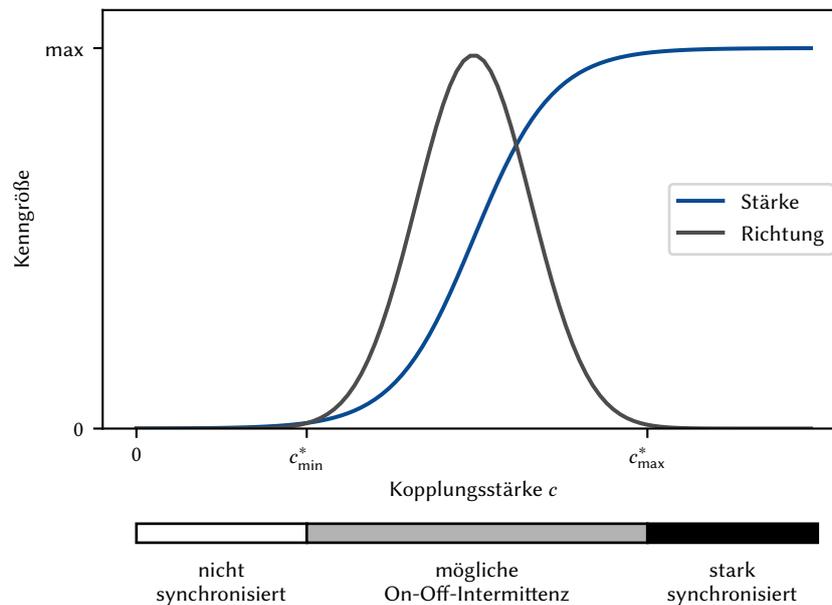


Abbildung 2.2.: Synchronisationsregime und Verlauf idealisierter Stärke- und Richtungskenngrößen unidirektional gekoppelter nicht-linearer dynamischer Systeme in Abhängigkeit der Kopplungsstärke.

dann folgt:

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{y}(t) = 0. \quad (2.17)$$

2.3.5. Synchronisationsregime

Das dynamische Verhalten chaotischer interagierender Systeme (Kap. 2.2) und somit der Grad an Synchronisation hängt zum einen von den vorliegenden Kopplungsstärken $c_{X \rightarrow Y}$ bzw. $c_{Y \rightarrow X}$ und zum anderen von der chaotischen Dynamik selbst ab. Der Grad an Synchronisation lässt sich zwar in der Regel für $t \rightarrow \infty$ durch eine Erhöhung der Kopplungsstärke c erhöhen [113], jedoch führt die exponentielle Divergenz der Systeme zu einer *effektiven Kopplung*, die sich über den größten Lyapunov-Exponenten λ_{\max} wie folgt definieren lässt:

$$c^* \propto \frac{c}{\ln(\lambda_{\max})}. \quad (2.18)$$

Mit Hilfe der effektiven Kopplung lässt sich die Interaktion dynamischer Systeme in drei Regime unterschiedlicher Synchronisation unterteilen:

- $c < c_{\min}^*$: Bereich kleiner Kopplungsstärken bis zu einem kritischen Wert c_{\min}^* , bis zu dem die Systeme annähernd unabhängig sind und der gegenseitige Einfluss vernachlässigbar ist.
- $c > c_{\max}^*$: Bereich großer Kopplungsstärken, in dem ab einem kritischen Wert c_{\max}^* die Systeme vollständig synchronisiert sind und somit Systemzustände identisch sind.
- $c_{\min}^* < c < c_{\max}^*$: Bereich *intermittenter Kopplung* [114–116] in dem die Systeme merklich miteinander interagieren und sich gegenseitig beeinflussen. In diesem Bereich kann es zur *On-Off-Intermittenz* kommen, d. h. synchrone und nicht-synchrone Zustände wechseln einander ab.

Diese Regime spiegeln sich ebenfalls in Kenngrößen für Stärke und Richtung von Interaktion wider, deren idealisierter Verlauf in Abb. 2.2 für eine unidirektionale Kopplung in Abhängigkeit der Kopplungsstärke dargestellt ist: Bis zu einer kritischen effektiven Kopplungsstärke c_{\min}^* sind die Systeme nahezu unabhängig, sodass weder eine von 0 verschiedene Stärke gemessen noch eine Richtung der Kopplung identifiziert werden kann. Ab dieser Grenze steigt der Grad an Synchronisation mit der Kopplungsstärke an, was sich im idealerweise monoton ansteigenden Stärkemaß widerspiegelt. Die Richtungsmaße hingegen nehmen in diesem Bereich ihr Extremum an (das Vorzeichen des Richtungsmaßes indiziert nach Konvention die Richtung der Interaktion). Mit steigender Kopplungsstärke steigt jedoch der Synchronisationsgrad und die Systeme gleichen sich immer weiter an, bis diese vollständig synchronisiert sind ($c > c_{\max}^*$). Daher nimmt die Detektierbarkeit der Interaktionsrichtung und somit der Amplitudenwert des Richtungsmaßes ab. Sobald die Systeme vollständig synchronisiert sind, bleiben die Systemzustände trotz steigender Kopplungsstärke bei den meisten Systemen identisch ($\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{y}(t)$); der Synchronisationsgrad ist maximal; folglich wird das Stärkemaß maximal und eine Interaktionsrichtung kann nicht mehr detektiert werden. Daher können mithilfe des Richtungsmaßes die Regime der stark synchronisierten von nicht synchronisierten Systemen nicht voneinander unterschieden werden und es empfiehlt sich die Hinzunahme des Stärkemaßes [2, 4, 117].

3. Messung von Stärke, Richtung und Verzögerung von Interaktionen

In diesem Kapitel werden Konzepte und Kenngrößen zur Identifikation und Charakterisierung gerichteter und gewichteter Interaktionen mittels Zeitreihenanalyse erläutert. Auf Grundlage dieser wird anschließend die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Kenngröße zur Detektion und Identifikation retardierter gerichteter Interaktionen vorgestellt [1].

3.1. Zeitreihenanalyse

Häufig können Interaktionen in unbekanntem Systemen nicht direkt detektiert und charakterisiert werden. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn das zu untersuchende System nicht gemäß dem *Actio-und-Reactio-Prinzip*¹ beeinflussbar ist, da das System dabei entweder zerstört werden könnte (wie z. B. das menschliche Gehirn) oder unzugänglich (wie z. B. das Klima) ist. Verschiedene Methoden der *Zeitreihenanalyse* bieten die Möglichkeiten, allein aus passiven Beobachtungen, d. h. aus (meist zu diskreten Zeitschritten gemessenen) *Zeitreihen* von Observablen des Systems, die Dynamik des Systems zu charakterisieren und Interaktionen innerhalb dessen datengetrieben zu detektieren und zu charakterisieren. Methoden der Zeitreihenanalyse stellen somit eine Datenkompression dar, bei der aus Zeitreihen wenige charakteristische Kenngrößen abgeleitet und später interpretiert werden. Eine sinnvolle Interpretation ist jedoch nur dann sinnvoll, wenn eine ausreichend große Kenntnis über das zu untersuchende System vorliegt: So kann zwar beispielsweise von einem System, welches nur zwei Zustände annehmen kann, der Mittelwert und Varianz der Observablen bestimmt werden; diese Kenngrößen sind jedoch für solch ein System wenig informativ.

Abhängig von der Anzahl der simultan abgetasteten und analysierten Observablen wird zwischen *uni-*, *bi-* oder *multivariaten* Zeitreihenanalyse-Methoden unterschieden und

¹Durch aktives Testen bzw. Stören einzelner Subsysteme kann untersucht werden, ob sich andere Subsysteme oder das Gesamtsystem aufgrund der Störung verändert und somit Interaktion zwischen Subsystemen vorliegt.

diese in *lineare* und *nicht-lineare* unterteilt. Für die Charakterisierung der Dynamik unbekannter Systeme können univariate Methoden ausreichend sein – um Interaktionen zwischen oder innerhalb unbekannter Systeme zu charakterisieren werden jedoch mindestens bivariate Methoden benötigt. Mittlerweile wurde hierfür eine Vielzahl an linearen und nicht-linearen Kenngrößen vorgeschlagen, die Eigenschaften wie *Stärke* und *Richtung* von Interaktionen zur Charakterisierung der Systeme quantifizieren; Übersichten sind in [7–9, 50, 60, 84, 118] gegeben. Bisher nahezu unberücksichtigt scheint die *Verzögerung* von Interaktionen in unbekannt Systemen zu bleiben, für deren Quantifizierung nur wenige nicht-lineare Kenngrößen bisher existieren.

Einige Analysemethoden zur Messung von Stärke sowie Identifikation von Richtung von Interaktionen beruhen auf dem Konzept der Phasensynchronisation. Hierfür wird angenommen, dass die zu untersuchenden Systeme ein annähernd periodisches Verhalten zeigen, sodass eine Phase sinnvoll definiert werden kann. Da die Phasenwerte meist nicht direkt zugänglich sind ist für diese Methoden eine Definition einer Phase sowie Ableitung von Phasenwerten aus den Zeitreihen erforderlich. Kenngrößen zur Charakterisierung der Interaktionsstärke, basierend auf dem Konzept der Phasensynchronisation, nutzen entweder zirkuläre Statistik [63, 119–127] oder Ansätze aus der Informationstheorie [61, 62]. Letztere Kenngrößen können sogar für die Bestimmung der Richtung von Interaktion erweitert werden [128, 129]. Eine von Rosenblum & Pikovsky vorgeschlagene Kenngröße [130] modelliert die gegenseitige Abhängigkeit der Phasendynamik der Systeme und stellt die Grundlage vieler neuerer Methoden zur Charakterisierung der Asymmetrie der Wechselwirkung und somit der Richtung von Interaktion dar [126, 129, 131–136].

Andere Analysemethoden basieren auf dem Konzept der generalisierten Synchronisation, welche über Attraktoren in mittels Einbettungstheoreme [9, 137, 138] rekonstruierten Phasenräumen bestimmt werden kann [139]. So kann aus geometrischen Aspekten der Attraktoren [64, 67, 111, 140], mathematischen Eigenschaften des Funktional (siehe Kap. 2.3.4) [110, 141] oder der Vorhersagbarkeit künftiger Zustände [142, 143] werden Kenngrößen für Stärke und Richtung von Interaktionen abgeleitet. Weitere Ansätze beruhen auf Rekurrenzen [144] (vgl. Poincaré’sche Wiederkehr [145]), bei denen ähnliche wiederkehrende² Zustände im Phasenraum untersucht werden. Analog zu diesem Ansatz konnten weitere Rekurrenz-basierte Kenngrößen für Stärke und Richtung abgeleitet werden [49, 50, 144, 146–149]. Ein weiteres Konzept ist die Informationstheorie durch die eine gegenseitige Abhängigkeit dynamischer Systeme über den gemeinsamen Informationsgehalt [150, 151] quantifiziert wird und somit eine Vielzahl von Kenngrößen zur Charakterisierung von Interaktionen aus Zeitreihen abgeleitet wurden [60]. So konnten auf Basis des Konzeptes von Vorhersagbarkeit [152] bzw. *Granger-Kausalität* [57] fußende

²Die Periodizität bezieht sich hier nicht auf zeitlich wiederkehrende Zustände, sondern auf erneute Schnitte der Trajektorie mit der Poincaré-Fläche im Phasenraum.

Kenngrößen zur Quantifizierung eines Informationsflusses [153–156] und somit Stärke von Interaktion entwickelt werden. Zur Quantifizierung gerichteter Informationsflüsse und somit Bestimmung einer Interaktionsrichtung wurde eine auf der Granger-Kausalität basierende, oft angewendete Kenngröße vorgestellt, die Transferentropie [59], und ähnliche Kenngrößen [128, 157–161] abgeleitet. Zur Schätzung der Informationsflüsse wird Kenntnis über Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen Systemzuständen benötigt, welche bei den meisten Methoden relativ aufwändig über rekonstruierte Phasenräume mit anschließender Dichtemessung von Zuständen erlangt werden kann [60]. Alternativ wurden informationstheoretische Methoden entwickelt, die mittels Konzept der *symbolischen Dynamik* [162] eine konzeptionell einfache Möglichkeit bieten, diese Übergangswahrscheinlichkeiten zu schätzen. Abgeleitet von der *Permutationsentropie* [163] konnten so weitere Kenngrößen für Stärke [66] und Richtung von Interaktionen [164] entwickelt werden, die *symbolische Transferentropie*, die sich insbesondere in Hinblick auf die Analyse von Felddaten durch eine hohe Robustheit gegenüber Messrauschen und gleichzeitig numerischer Einfachheit auszeichnet.

In dieser Arbeit werden zwei Ansätze verfolgt, um Stärke und Richtung von Interaktionen zu quantifizieren, die jeweils auf einem der beiden gängigsten Konzepten von Synchronisation beruhen, der Phasensynchronisation (im Folgenden als *auf Phasendynamik basierender Ansatz (PA)* bezeichnet) und der generalisierten Synchronisation; Letztere wird mittels informationstheoretischen Kenngrößen quantifiziert. Daher wird dieser Ansatz im Folgenden *informationstheoretischer Ansatz (IA)* genannt und stellt aufgrund der geringen Annahmen an die zu analysierenden Systeme den Schwerpunkt dieser Arbeit dar: So müssen für IA im Gegensatz zu PA die Systeme weder eine kontinuierliche Zeitentwicklung aufweisen, noch sich eine Phase definieren lassen. Beide Ansätze beruhen dabei auf der Annahme, dass wenn dynamische Systeme miteinander interagieren, sie ab einer gewissen Kopplungsstärke anfangen zu synchronisieren und eine Interaktion durch den Grad an Synchronisation detektiert und charakterisiert werden kann. Da jeder Ansatz unterschiedliche Aspekte der Dynamik erfasst und konstruktionsbedingt auf unterschiedlichen Formen der Synchronisation beruht wird untersucht, inwiefern eine Charakterisierung der Interaktionen von der Wahl des zugrundeliegenden Ansatzes abhängt und inwiefern Stärke und Richtung von Interaktionen bestimmt werden können.

3.2. Phasenbasierte Ansätze (PA)

Im folgenden Abschnitt werden zwei oft verwendete Kenngrößen zur Bestimmung von Stärke und Richtung von Interaktionen aus Zeitreihen der Systeme X und Y erläutert, die auf dem Konzept der Phasensynchronisation beruhen und im Folgenden verwendet

werden. Zudem wird die verwendete Methode zur Gewinnung von Phasenzitreihen aus Zeitreihen von Observablen erläutert.

3.2.1. Phasenbestimmung

Seien $(x(1), \dots, x(N))$ und $(y(1), \dots, y(N))$ Zeitreihen der Systeme X und Y mit Observable $x(t)$ zur Zeit t , $y(t)$ analog; $(\varphi^X(1), \dots, \varphi^X(N))$ und $(\varphi^Y(1), \dots, \varphi^Y(N))$ bezeichnet die entsprechenden Phasenzitreihen. Ein naiver Ansatz, Phasenwerte aus Zeitreihen abzuleiten, beruht auf der Poincaré-Abbildung, indem Schnittpunkte der Trajektorie mit einer Poincaré-Fläche bestimmt werden, zwischen diesen linear interpoliert und daraus der Winkel bzw. Phase geschätzt wird [165, 166]. Ein Nachteil dieser Methode besteht allerdings in der Wahl adäquater Einbettungsparameter [9, 137, 138] und der Wahl der Fläche, sodass sinnvoll Phasenwerte bestimmt werden können. Daher wurde in der vorliegenden Arbeit die Hilbert-Transformation benutzt, die eine datengetriebene Methode darstellt. Generell wird zwischen *frequenzselektiven* und *frequenzadaptiven* Methoden zur Phasenbestimmung unterschieden: Bei letzter werden die Phasenwerte aus dem Breitbandsignal (der ursprünglichen Zeitreihe) bestimmt, indem die mittleren Frequenzen der Phase mit der Schwerpunktfrequenz des ursprünglichen Signals übereinstimmen [167, 168]. Bei der frequenzselektiven Methode wird das ursprüngliche Signal zunächst auf ein Frequenzband beschränkt und anschließend werden die Phasenwerte abgeleitet.

In der vorliegenden Arbeit wurden die Phasenwerte frequenzadaptiv aus dem Breitbandsignal mittels Hilbert-Transformation wie folgt abgeleitet: Zunächst wird das *analytische Signal* $\tilde{x}(t)$ [169, 170] bestimmt, das um $\pi/2$ zum ursprünglichen Signal $x(t)$ verschoben ist, und zusammen mit diesem Imaginärteil und Realteil eines komplexen Signals widerspiegelt. Das analytische Signal wird dazu mittels Hilbert-Transformation, die einer Faltung des Signals mit $(\pi t)^{-1}$ entspricht, wie folgt bestimmt:

$$\tilde{x}(t) = x(t) \otimes \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \text{CH} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tilde{t})}{t - \tilde{t}} d\tilde{t} \quad (3.1)$$

mit dem Cauchy Prinzipalwert CH des Integrals. Schließlich kann die *instantane Phase* wie folgt bestimmt werden:

$$\varphi^X(t) = \arctan \frac{\tilde{x}(t)}{x(t)} \quad (3.2)$$

Die so erhaltene instantane Phase ist auf das Interval $\varphi^X(t) \in [0, 2\pi)$ beschränkt und muss vor weiteren Analysen *entfaltet* bzw. *kontinuierlich* [167, 171], d. h. um den Wert 2π verschoben werden, wenn die Phase von 2π auf 0 zurück „springt“. Alternativ können

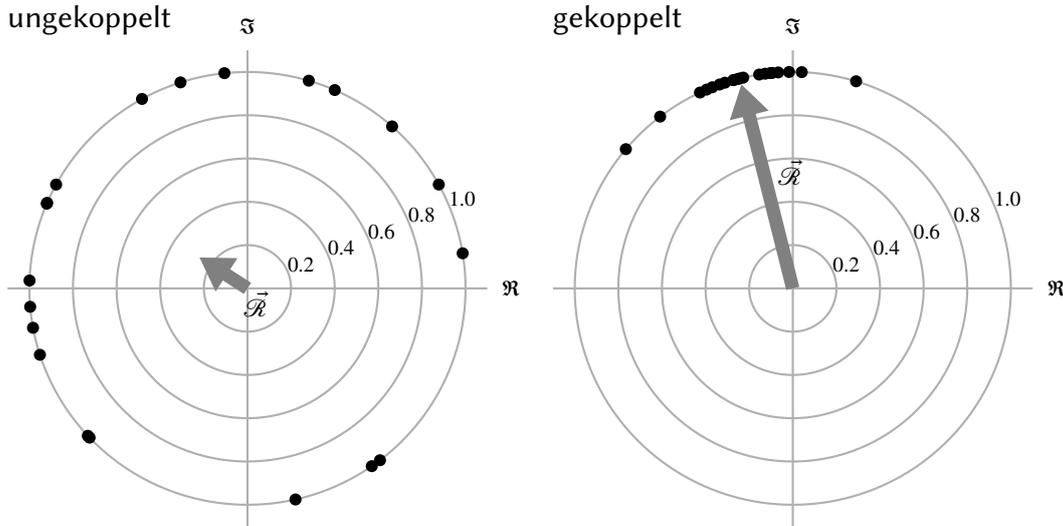


Abbildung 3.1.: Schematische Darstellung der mittleren Phasenkohärenz \mathcal{R} : Die schwarzen Punkte symbolisieren Phasendifferenzen der Systeme X und Y , der graue Pfeil zeigt die mittlere Phasenkohärenz \mathcal{R} . Links: die Systeme sind ungekoppelt und somit die Phasendifferenzen zufällig verteilt. Folglich ist die Länge des resultierenden Vektors $\vec{\mathcal{R}}$ sehr klein und indiziert keine Kopplung. Rechts: Phasendifferenzen sowie $\vec{\mathcal{R}}$ für stark gekoppelte Systeme. Aufgrund der vorliegenden Phasensynchronisation sind die Phasendifferenzen gemäß Gl. (2.14) mit $a = b = 1$ auf einen kleinen Wertebereich beschränkt. Folglich ist die Länge des Vektor $\vec{\mathcal{R}}$ annähernd gleich 1

Phasenwerte mittels *Wavelet-Transformation* erlangt werden. Es konnte jedoch in anderen Studien gezeigt werden, dass sich bei geeigneter Frequenzfilterung die Phasenwerte denen der mittels Hilbert-Transformation erlangten Phasenwerte angleichen [172] und wird daher in dieser Arbeit nicht verwendet.

3.2.2. Mittlere Phasenkohärenz

Die *mittlere Phasenkohärenz (MPC)* basiert auf der Annahme von Phasensynchronisation mit $a = b = 1$ (Kap. 2.3.3) und quantifiziert Stärke von Interaktionen über eine zirkuläre Statistik von Phasendifferenzen. MPC kann wie folgt definiert werden [63]:

$$\mathcal{R} = \left| \vec{\mathcal{R}} \right| := \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \exp[i(\varphi^X(t) - \varphi^Y(t))] \right|, \quad (3.3)$$

mit $\mathcal{R} \in [0, 1]$. Die Kenngröße ist in Abb. 3.1 exemplarisch schematisch dargestellt: Bei nicht synchronisierten Systemen sind die Phasendifferenzen zufällig verteilt, sodass die Länge \mathcal{R} des resultierenden Vektors gegen 0 geht (Abb. 3.1, links). Sind die Systeme hingegen annähernd phasensynchronisiert, sind die Phasendifferenzen ähnlich und

\mathcal{R} geht gegen 1 (Abb. rechts). Für $\mathcal{R} = 1$ liegt vollständige Phasensynchronisation vor (Gl. (2.13)). Da die mittlere Phasenkohärenz symmetrisch unter der Vertauschung der Systeme X mit Y ist, kann mit ihr keine Richtung von Interaktion bestimmt werden.

Mittels \mathcal{R} kann somit der Grad an Synchronisation wie folgt gemessen werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{R} = 0 & \quad \text{Systeme unabhängig bzw. nicht phasensynchronisiert} \\ \mathcal{R} = 1 & \quad \text{Systeme vollständig phasensynchronisiert.} \end{aligned} \quad (3.4)$$

3.2.3. Cross-dependency

Die von Rosenblum & Pikovsky [130] vorgeschlagene *Cross-Dependency (CD)* zur Identifikation einer Interaktionsrichtung beruht auf der Annahme, dass für einen festen Zeitversatz Δt die *Phaseninkremente* der interagierenden Systeme X und Y

$$\Phi^X(t) = \varphi^X(t + \Delta t) - \varphi^X(t) \quad (3.5)$$

mittels einer unbekanntenen zweidimensionalen Abbildung M^X mit

$$\Phi^X(t) = M^X(\varphi^X(t), \varphi^Y(t)) + \epsilon^X \quad (3.6)$$

durch einen deterministischen Anteil M^X sowie stochastischen Anteil ϵ^X beschrieben werden können. Die Phaseninkremente Φ^Y können analog definiert und beschrieben werden. Dabei ist der Zeitversatz $\Delta t = \min(P(X), P(Y))$ gemäß [131] als Minimum der mittleren Periode P der Systeme zu wählen. Die Abbildung M^X kann dann zur Bestimmung des gegenseitigen Einflusses und somit zur Richtungsbestimmung mit Hilfe einer Fourierreihe der Ordnung N_F approximiert werden:

$$M^X(\varphi^X(t), \varphi^Y(t)) \approx \mathfrak{M}^X := \sum_{a,b}^{N_F} F_{a,b} \exp[i(a\varphi^X(t) + b\varphi^Y(t))], \quad (3.7)$$

mit $a, b \in \mathbb{Z}$. Nach [130, 173] werden jedoch nur Fourierreihe $F_{a,b}$ verwendet, für die gilt: $|a| \leq 3$ für $|b| = 0$ und $|b| \leq 3$ für $|a| = 0$ und $a = b = 1$. Die Approximation von $M^X \approx \mathfrak{M}^X$ erfolgt über die Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers folgendermaßen:

$$\sum_{t=1}^{N-1} \|\Phi^X(t) - \mathfrak{M}^X(t)\|^2 \rightarrow \min. \quad (3.8)$$

Der Einfluss von System Y auf X kann mittels der Abhängigkeit der Fourierreihe \mathfrak{M}^X von der Phase φ^Y wie folgt quantifiziert werden [130]:

$$\mathfrak{C}^2(X | Y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \mathfrak{M}^X}{\partial \varphi^Y} \right)^2 d\varphi^X d\varphi^Y, \quad (3.9)$$

$\mathfrak{C}^2(Y | X)$ analog. Schließlich kann die Richtung einer Interaktion mit dem *Direktionalitätsindex* \mathcal{C} wie folgt identifiziert werden:

$$\mathcal{C} := \frac{\mathfrak{C}(Y | X) - \mathfrak{C}(X | Y)}{\mathfrak{C}(X | Y) + \mathfrak{C}(Y | X)}, \quad (3.10)$$

mit $\mathcal{C} \in [-1, 1]$ und

$$\begin{aligned} \mathcal{C} > 0 & \quad X \text{ treibt } Y \\ \mathcal{C} = 0 & \quad \text{keine oder symmetrisch bidirektionale Kopplung} \\ \mathcal{C} < 0 & \quad Y \text{ treibt } X. \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.3. Informationstheoretische Ansätze (IA)

Im folgenden Abschnitt wird der informationstheoretische Ansatz für Kenngrößen zur Bestimmung von Stärke und Richtung von Interaktionen aus Zeitreihen von Systemen erläutert. Dieser geht auf den Begriff Entropie zurück, der ein griechisches Kunstwort ist und sich aus $\epsilon\nu$ (*en*: in) und $\tau\rho\pi\eta$ (*trope*: Wendung, Umwandlung) zusammensetzt. Entropie findet in vielen Bereichen der Wissenschaft Anwendung: Prominente Beispiele sind klassische Thermodynamik, statistische Physik und Informationstheorie. In diesem Kapitel wird zunächst der Begriff Entropie erläutert und später im Kontext der Informationstheorie [174] interpretiert. Mit Hilfe des Konzeptes einer Symboldynamik werden anschließend die in dieser Arbeit verwendeten informationstheoretischen Kenngrößen für Stärke und Richtung erläutert und schließlich die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Kenngröße für retardierte gerichtete Interaktionen vorgestellt.

3.3.1. Entropie

Statistische Mechanik Bereits um 1880 begründeten Ludwig Boltzmann und James Maxwell die statistische Physik, in der makroskopische Eigenschaften thermodynamischer Systeme mittels seiner Komponenten, sogenannter *Mikrozustände*, erklärt werden können. Solche Mikrozustände können klassisch durch die Angabe des Ortes und Impulses der Teilchen im sechsdimensionalen Phasenraum beschrieben werden. Boltzmann

verwendete die Größe Entropie S , um die Anzahl aller zugänglichen Zustände zu quantifizieren, die durch makroskopische Randbedingungen (Teilchenanzahl N_T , Gesamtenergie E und Volumen V) ein im Phasenraum zusammenhängendes Phasenraumvolumen Ω einnehmen. Die Entropie, also die Anzahl der zugänglichen Zustände eines thermodynamischen Systems in Ω , ist dann wie folgt definiert:

$$S = k_B \log \Omega, \quad [S] = \text{J K}^{-1}, \quad (3.12)$$

mit der Boltzmann-Konstante k_B . Boltzmann konnte beweisen, dass die Entropie adiabatischer thermodynamischer Systeme nicht abnehmen kann und dass jeder der zugänglichen Mikrozustände im thermodynamischen Gleichgewicht mit gleicher Wahrscheinlichkeit p auftritt und somit die Entropie maximal ist. Bei nicht adiabatischen Systemen, welche also Wärme mit ihrer Umgebung austauschen, sind die Auftrittswahrscheinlichkeiten der Zustände inhomogen. Somit gilt für die Wahrscheinlichkeit eines Mikrozustands p_i :

$$S = -k_B \sum_i^{N_T} p_i \log p_i, \quad (3.13)$$

mit $p_i \in [0, 1]$, wobei die Auftrittswahrscheinlichkeiten einer Boltzmann-Verteilung folgen. Für verschwindende Auftrittswahrscheinlichkeiten $p_i = 0$ wird $0 \log 0$ gemäß des Grenzwertes $\lim_{p_i \rightarrow 0} p_i \log p_i$ auf 0 gesetzt. Somit gilt $S = -k_B \sum_i^{N_T} p_i \log p_i \geq 0$.

Es lag daher nahe, Entropie als Maß für *Unordnung* zu interpretieren: Makroskopische Zustände sind „ordentlich“, wenn es nur sehr wenige Realisierungsmöglichkeiten wie z. B. in einem Festkörper gibt und „unordentlich“, wenn es sehr viele Realisierungsmöglichkeiten gibt, wie es beispielsweise in Gasen der Fall ist. Die „Unordnung“ bzw. Entropie ist 0, wenn es nur eine einzige Realisierungsmöglichkeit gibt.

Informationstheorie In Analogie zur Entropie in der Thermodynamik und statistischen Mechanik prägte Claude E. Shannon ebenfalls den Begriff der Entropie in seinen Arbeiten: Er analysierte die Bedingungen, unter denen eine von einem Sender kodierte Nachricht durch einen gestörten Übertragungskanal gesendet und am Ziel ohne Informationsverlust wiederhergestellt werden kann [150, 175]. Er gilt als Begründer der modernen Informationstheorie und führte (nachdem er Beziehungen zur aus der statistischen Physik bekannten Entropie erkannte) die Entropie als Kenngröße für den mittleren Informationsgehalt oder auch die Informationsdichte einer Nachricht ein. Dabei stellte sich Shannon die Frage, wie er die Bandbreite eines Übertragungskanals und somit die Information-Übertragungsrate bestimmen kann und wie hoch der Informationsgehalt einer Nachricht ist. Letzterer soll im Folgenden näher erläutert werden.

Eine Nachricht aus einer Informationsquelle X besteht aus einer Folge von Zeichen x_i aus einem Alphabet $\mathfrak{X} = \{x_1, \dots, x_{\mathfrak{N}}\}$ der Länge \mathfrak{N} . Dabei tritt jedes Zeichen mit einer Auftrittswahrscheinlichkeit $p(x_i)$ auf, mit:

$$\sum_{i=1}^{\mathfrak{N}} p(x_i) = \sum_{x_i \in \mathfrak{X}} p(x_i) = 1 \quad \text{mit} \quad 0 \leq p(x_i) \leq 1. \quad (3.14)$$

Vor dem Sendevorgang besteht für den Empfänger eine gewisse *Unsicherheit* bzw. *Überraschung* darüber, welches der \mathfrak{N} möglichen Zeichen als nächstes auftreten wird. Dabei ist es für den Empfänger um so *überraschender*, dass ein bestimmtes Zeichen als nächstes auftritt, je seltener dieses bisher aufgetreten ist. Durch den tatsächlichen Empfang dieses Zeichens wird dabei eine bestimmte Menge an Unsicherheit beseitigt. Somit liegt es nahe, den Informationsgehalt (bzw. die beseitigte Unsicherheit) über die Auftrittswahrscheinlichkeit des Zeichens wie folgt zu quantifizieren: Je geringer die Auftrittswahrscheinlichkeit des Zeichens ist, desto größer ist die Information für den Empfänger. Folglich sollte der Informationsgehalt eine Funktion von $1/p(x_i)$ sein. In Anlehnung an die Thermodynamik hat es sich in der Informationstheorie als praktikabel erwiesen, den Informationsgehalt logarithmisch darzustellen:

$$h_i(X) := \log \frac{1}{p(x_i)} = -\log p(x_i). \quad (3.15)$$

Ein Vorteil dieser Wahl besteht darin, dass für stochastisch unabhängige Zeichen die Auftrittswahrscheinlichkeiten faktorisieren und der Informationsgehalt somit eine additive Größe ist. Der Informationsgehalt eines Zeichens, das immer auftritt ($p(x_i) = 1$) ist somit $h_i = 0$, folglich wird keine neue Information durch den Empfang gewonnen. Ein Zeichen, welches wiederum sehr selten vorkommt, bietet ein Maximum an Information.

Zur Berechnung des mittleren Informationsgehaltes wird der Erwartungswert der Einzelinformationen h_i verwendet:

$$H(X) := \langle h_i(X) \rangle = \sum_{i=1}^{\mathfrak{N}} p(x_i) h_i(X) = - \sum_{x_i \in \mathfrak{X}} p(x_i) \log p(x_i). \quad (3.16)$$

Diese Kenngröße wurde von Shannon [150] eingeführt und wegen der formalen Übereinstimmung aus der Thermodynamik und statistischen Mechanik ebenfalls als *Entropie* bezeichnet. Für verschwindende Auftrittswahrscheinlichkeiten $p_i = 0$ wird $0 \log 0$ gemäß des Grenzwertes $\lim_{p_i \rightarrow 0} p_i \log p_i$ auf 0 gesetzt. In der Informationstheorie wird Entropie meistens, wie auch in dieser Arbeit, in der Einheit „bit“ angeben und somit der Logarithmus zur Basis 2 verwendet. Die Basis kann gemäß der Logarithmus-Gesetze wie folgt

geändert werden:

$$\tilde{H}(X) = - \sum_{x_i \in \mathfrak{X}} p(x_i) \log_a p(x_i) = - \sum_{x_i \in \mathfrak{X}} p(x_i) \frac{\log_a p(x_i)}{\log_a(2)} = \frac{1}{\log_a(2)} H(X). \quad (3.17)$$

Die Entropien unterscheiden sich lediglich um einen konstanten Faktor; Somit ist die Wahl der Basis arbiträr. Eine verallgemeinerte Form der *Shannon-Entropie* wurde durch Alfréd Rényi [176] vorgeschlagen. Die *Rényi-Entropie* der Ordnung α lautet:

$$H_\alpha(X) := \frac{1}{1 - \alpha} \sum_{x_i \in \mathfrak{X}} \log p(x_i)^\alpha \quad (3.18)$$

mit $\alpha > 0$ und für $\alpha \leq \beta$ gilt: $H_\alpha(X) \leq H_\beta(X)$. Für den Grenzfall von $\alpha \rightarrow 1$ (via Regel von L'Hôpital) geht die Rényi-Entropie in die Shannon-Entropie (Gl. (3.16)) über. In dieser Arbeit werden keine Rényi-Entropien verwendet, da sie bei faktorisierten Auftretswahrscheinlichkeiten für $\alpha > 1$ nicht additiv sind.

Zeitreihenanalyse Die Kenngröße Entropie lässt sich ebenfalls zur Analyse dynamischer Systeme (vgl. Kap. 3.1) wie folgt übertragen: Ein System X stellt eine Informationsquelle dar, welche zur Zeit i einen Zustand x_i annimmt. Dieser wird durch eine geeignete Messung kodiert und übertragen, sodass ein Zeichen x_i empfangen (observiert) werden kann, welches aus dem Alphabet \mathfrak{X} (Menge aller möglichen Observablenwerte) stammt. Die Störung des Übertragungskanals entspricht etwaigem Messrauschen. Die Dekodierung des Zeichens kann z. B. einem Zustand im rekonstruierten Phasenraum (s. o.) entsprechen.

Bei der Betrachtung mehrerer Informationsquellen sind häufig *bedingte Wahrscheinlichkeiten* und *Verbundwahrscheinlichkeiten* von Interesse. Dabei gibt die Verbundwahrscheinlichkeit $p(x_i, y_j)$ die Wahrscheinlichkeit an, dass System X zur Zeit i Zeichen x_i und „gleichzeitig“ System Y zum Zeitpunkt j Zeichen y_j liefert. Sind beide Systeme statistisch unabhängig, faktorisieren die Einzelwahrscheinlichkeiten und es gilt: $p(x_i, y_j) = p(x_i)p(y_j)$. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(x_i | y_j)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein System X zum Zeitpunkt i das Zeichen x_i sendet unter der Voraussetzung, dass zuvor System Y das Zeichen y_j gesendet hat und ist definiert durch:

$$p(x_i | y_j) = \frac{p(x_i, y_j)}{p(y_j)}. \quad (3.19)$$

Analog zur Shannon-Entropie lassen sich somit die *Verbundentropie*

$$H(X, Y) = - \sum_{x_i, y_j} p(x_i, y_j) \log p(x_i, y_j) \quad (3.20)$$

und die *bedingte Entropie*

$$H(X | Y) = - \sum_{x_i, y_j} p(x_i | y_j) \log p(x_i | y_j) \quad (3.21)$$

definieren. Es lässt sich leicht zeigen, dass gilt:

$$H(X | Y) = H(X, Y) - H(Y) \quad (3.22)$$

und somit der mittlere Informationsgehalt von X unter der Bedingung Y gleich dem mittleren Informationsgehalt von X und Y abzüglich des mittleren Informationsgehalts von Y ist. Mit Hilfe der Shannon-Entropie und der bedingten und Verbundentropie lässt sich eine Kenngröße für den statistischen Zusammenhang zweier Systeme definieren:

$$I(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) = H(X) - H(X | Y). \quad (3.23)$$

$I(X, Y)$ quantifiziert die Abweichung von der Annahme, dass die Systeme X und Y unabhängig sind und wird daher als *Transinformation* oder auch *Mutual Information (MI)* bezeichnet [151, 177]. $I(X, Y)$ ist symmetrisch unter Vertauschung der Systeme X und Y , d. h. es gilt:

$$I(X, Y) = I(Y, X) \geq 0, \quad (3.24)$$

mit $H(X, Y) \leq H(X) + H(Y)$. Dabei gilt die Gleichheit nur für statistisch unabhängige Systeme und $I(X, Y)$ wird maximal, wenn sich die Zustände eines Systems durch das andere System vollständig berechnen lassen. Ein zeitlich verzögerter statistischer Zusammenhang zwischen den Systemen kann durch Einführung eines Zeitversatzes τ und Betrachtung der (verzögerten) Systemzustände x_i und $y_{i-\tau}$ analog definiert werden [178, 179].

Häufig entsprechen die beobachteten Auftrittswahrscheinlichkeiten $q(x_i)$ nicht den wahren Wahrscheinlichkeiten $p(x_i)$, da entweder im Kontext der Zeitreihenanalyse zu wenig Übergänge beobachtet oder Zustände ungenau bestimmt wurden oder im Kontext der Nachrichtenübertragung eine suboptimale Kodierung verwendet wurde, die zu anderen Auftrittswahrscheinlichkeiten führt. Die aufgrund der verschiedenen Auftrittswahrscheinlichkeiten verursachten Unterschiede der resultierenden Entropien kann mit Hilfe

der Kullback-Leibler-Entropie [180] wie folgt quantifiziert werden:

$$K_{p,q}(X) = \sum_{x_i} p(x_i) \log \frac{p(x_i)}{q(x_i)}. \quad (3.25)$$

Unter der Annahme, dass $p(x_i)$ einer optimalen Kodierung entspricht, folgt mit Hilfe der Jensen-Ungleichung [181]:

$$K_{p,q}(X) \geq \left(\sum_{x_i} p(x_i) \right) \log \frac{\sum_i p(x_i)}{\sum_i q(x_i)} = 0. \quad (3.26)$$

Somit gilt $K_{p,q}(X) = 0$, wenn die Wahrscheinlichkeitsverteilungen $p(x_i)$ und $q(x_i)$ identisch sind, andernfalls ist $K_{p,q}(X)$ positiv. Übertragen auf das Beispiel der Nachrichtenübertragung kann mit $K_{p,q}(X)$ die Menge an zusätzlicher benötigter Information quantifiziert werden.

Für zwei Systeme X und Y lässt sich die Kullback-Leibler-Entropie wie folgt formulieren:

$$K_{p,q}(X, Y) = \sum_{x_i, y_j} p(x_i, y_j) \log \frac{p(x_i, y_j)}{q(x_i, y_j)} \quad (3.27)$$

Unter der Annahme, dass die Systeme X und Y statistisch unabhängig sind, faktorisieren die Auftretswahrscheinlichkeiten wie folgt:

$$p(x_i, y_j) \stackrel{!}{=} p(x_i)p(y_j) =: q(x_i, y_j). \quad (3.28)$$

Mit Hilfe der Kullback-Leibler-Entropie (Gl. (3.27)) kann die Abweichung zu dieser Annahme und schließlich Menge an gemeinsamer Information quantifiziert werden, welche als MI (Gl. (3.23)) bekannt ist:

$$K_{p,q}(X, Y) = \sum_{x_i, y_j} p(x_i, y_j) \log \frac{p(x_i, y_j)}{p(x_i)p(y_j)} = H(X) + H(Y) - H(X, Y) = I(X, Y). \quad (3.29)$$

3.3.2. Dynamische Entropie

Ein *Markov-Prozess* [182] der Ordnung κ beschreibt einen stochastischen Prozess, dessen zukünftige Entwicklung sich genauso gut nur aus seinen κ letzten Systemzuständen vorhersagen lässt, als wenn die vollständige Vergangenheit bekannt ist. Die Ordnung κ gibt dabei an, wie lang das „Gedächtnis“ des Prozesses ist und somit über welchen Zeitraum Systemzustände die zukünftige Entwicklung beeinflussen. Im Gegensatz zu den bisher

aufgeführten statischen Entropien kann durch Zuhilfenahme von *Übergangswahrscheinlichkeiten*

$$p(x_i | x_{i-1}, \dots, x_{i-\kappa}) = p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)}) \quad (3.30)$$

die Dynamik eines stationären Markov-Prozesses der Ordnung κ charakterisiert werden. Mit der Übergangswahrscheinlichkeit $p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)})$, d. h., der Wahrscheinlichkeit, dass ein System X die Observable x_i annimmt unter Voraussetzung der letzten κ Observablen befindet, kann die *bedingte Shannon-Entropie* analog zur Shannon-Entropie wie folgt formuliert werden:

$$H(X | X^{(\kappa)}) = - \sum_{x_{i-1}^{(\kappa)} \in \mathfrak{X}^\kappa} p(x_{i-1}^{(\kappa)}) \sum_{x_i \in \mathfrak{X}} p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)}) \log p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)}) \quad (3.31)$$

$$= - \sum_{x_i, x_i^{(\kappa)}} p(x_i, x_i^{(\kappa)}) \log p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)}). \quad (3.32)$$

Analog zu Gl. (3.25) lässt sich mit der *bedingten Kullback-Leibler-Entropie*

$$K_{p,q}(X | X^{(\kappa)}) = \sum_{x_i, x_i^{(\kappa)}} p(x_i, x_i^{(\kappa)}) \log \frac{p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)})}{q(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)})} \quad (3.33)$$

die Menge an Information bestimmen, die durch eine alternative Kodierung benötigt wird. Diese kann analog zur MI (siehe Gl. (3.23)) benutzt werden, um die Abhängigkeit der zeitlichen Entwicklung zweier Systeme X und Y zu bestimmen:

$$I(X, Y | X^{(\kappa)}, Y^{(\lambda)}) = \sum_{x_i, y_i} \sum_{x_{i-1}^{(\kappa)}, y_{i-1}^{(\lambda)}} p(x_i, y_i, x_{i-1}^{(\kappa)}, y_{i-1}^{(\lambda)}) \log \frac{p(x_i, y_i | x_{i-1}^{(\kappa)}, y_{i-1}^{(\lambda)})}{p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)}) p(y_i | y_{i-1}^{(\lambda)})}. \quad (3.34)$$

Die so formulierte *Conditional Mutual Information (CMI)* [183, 184] quantifiziert jedoch keine Treiber-Responder-Beziehung der beiden Systeme, da sie symmetrisch unter Vertauschung beider Systeme ist. Um jedoch einen Einfluss eines Systems Y auf ein System X und somit einen *Informationsfluss* von Y nach X messen zu können, wird die Abweichung von der Markov-Eigenschaft quantifiziert. D. h. analog zu Gl. (3.28) kann die Annahme

$$p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)}, y_{i-1}^{(\lambda)}) \stackrel{!}{=} p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)}) \quad (3.35)$$

formuliert werden, dass die zeitliche Entwicklung von X nur von der eigenen Vergangenheit abhängt. Die Abweichung zu dieser Annahme kann mittels der bedingten Kullback-Leibler-Entropie quantifiziert werden und die so definierte *Transferentropie (TE)* [59]

lautet:

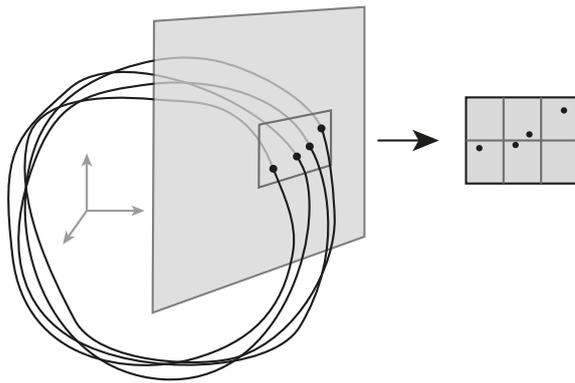
$$T_{Y \rightarrow X} = T(X | X^{(\kappa)}, Y^{(\lambda)}) = \sum_{x_i, x_{i-1}, y_{i-1}}^{x_i^{(\kappa)}, y_{i-1}^{(\lambda)}} p(x_i, x_{i-1}, y_{i-1}) \log \frac{p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)}, y_{i-1}^{(\lambda)})}{p(x_i | x_{i-1}^{(\kappa)})}. \quad (3.36)$$

Diese ist, im Gegensatz zur CMI, Gl. (3.34), nicht symmetrisch unter der Vertauschung der Systeme X mit Y und quantifiziert somit den Informationsfluss von Y nach X bzw. den Grad der Abhängigkeit des Systems X von Y . Die Kenngröße $T_{X \rightarrow Y}$ lässt sich analog definieren.

3.3.3. Symbolische Dynamik

Für die Bestimmung von Entropien ist Kenntnis über Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zuständen, sowie Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen Zuständen eines oder mehrerer Systeme notwendig. Diese sind jedoch in der Praxis selten bekannt und können beispielsweise aus rekonstruierten Phasenräumen mittels Korrelations-Integralen [185] oder Kerndichteschätzung [186] geschätzt werden. Ein Überblick über mögliche Methoden ist in [60] aufgelistet. Ist jedoch die Menge an Zuständen wohl bekannt (und die Zustände somit diskret und die Anzahl klein genug) können durch Zählen der aufgetretenen Zustände und (bedingten) Kombinationen von Zuständen die Übergangswahrscheinlichkeiten geschätzt werden. Es existiert eine Vielzahl von Systemen, die bereits inherent diskrete Zustände annehmen, die als *Symbol* eines Alphabets (vgl. Nachrichtenübertragung in der Informationstheorie) aufgefasst werden können: So sind beispielsweise die Ergebnisse eines Münzwurfs oder auch das Auftreten von DNA-Basenpaaren diskrete Abfolgen von möglichen Zuständen bzw. Symbolen. Die Zeitreihen dieser diskreten Symbole werden *Symbolzeitreihen* genannt.

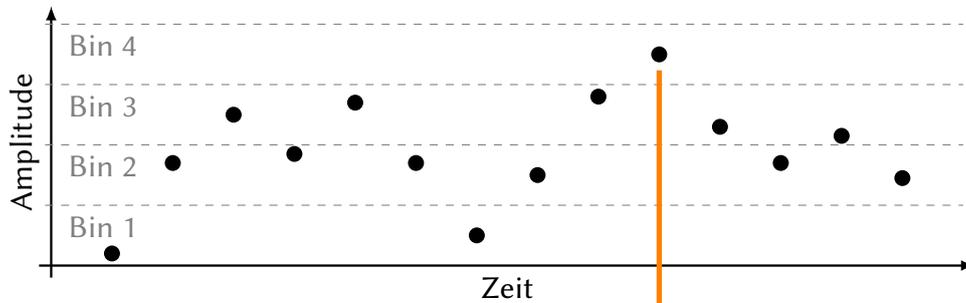
Durch eine *Symbolisierung*, d. h. Diskretisierung von Zuständen oder Zusammenfassung und Diskretisierung ein oder mehrerer Observablenwerte, können in beliebigen Systemen Symbole generiert werden. Obwohl dieser Ansatz zunächst unintuitiv erscheinen mag, da hierbei Information über das System reduziert und somit „verloren“ geht, nutzte der Mathematiker Hadamard [187] erstmals Symbole, um die Bewegung eines Geodäts auf einer Riemannschen Fläche mit negativer Krümmung zu beschreiben. Er entdeckte dabei diskrete Zustände beziehungsweise Symbole, die scheinbar verboten waren und nie vom System angenommen werden konnten. Diese Idee, eine Symbolisierung zu verwenden, wurde von Morse [188] und später in Zusammenarbeit mit Hedlund [189] weiterentwickelt, die den Begriff der *symbolischen Dynamik* erstmals zur Beschreibung der Dynamik eines Systems durch Symbole einführten.

**Abbildung 3.2.:**

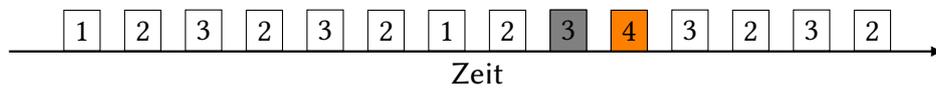
Zusammenhang zwischen der Trajektorie eines Flusses und einer Poincaré-Abbildung des Flusses im Phasenraum nach [162]. Links: Die Trajektorie schneidet eine Poincaré-Fläche (Schnittpunkte mit Punkten markiert). Diese lässt sich diskretisieren. Rechts: Schnittpunkte der Trajektorie mit einer Poincaré-Fläche. Durch Diskretisierung der Fläche können schließlich Werte der Poincaré-Abbildung Symbolen zugeordnet werden.

Parallel arbeitete Poincaré an der Analyse des klassischen Dreikörper-Problems [145] und entwickelte dabei eine mathematische Methode zur vereinfachten Charakterisierung D -dimensionaler dynamischer Systeme mit kontinuierlicher Zeitentwicklung [190]. Dazu definierte er eine Fläche im Phasenraum, welche die Trajektorie schneidet (siehe Abb. 3.2, links). Die Poincaré-Abbildung ordnet dabei jedem Schnittpunkt den jeweils (räumlich) nächsten Schnittpunkt zu. Daher wird die Poincaré-Abbildung häufig auch *first recurrence map* bzw. Poincaré'sche Wiederkehr genannt. Die so erhaltene Poincaré Abbildung kann als diskretes dynamisches System interpretiert werden, dessen Dimension um eine Dimension kleiner ist als die des ursprünglichen Flusses. Durch diese Abbildung konnte Poincaré sowohl die Dimensionalität reduzieren, als auch den Fluss in eine diskrete Abbildung konvertieren und somit einfacher charakterisieren. Später konnte gezeigt werden, dass durch eine Partitionierung der Poincaré-Fläche im Phasenraum auf eine natürliche Weise Symbole definiert werden können (siehe Abb. 3.2, rechts): Wird die Poincaré-Fläche so partitioniert, dass jede Trajektorie eindeutig auf eine Folge von Symbolen abgebildet wird, so kann die so generierte Symbolzeitreihe in vielen Fällen anstelle der ursprünglichen Zeitreihe verwendet werden, um die Dynamik zu charakterisieren [189]. Diese Annahme basiert jedoch auf der Existenz einer solchen *generierenden Partitionierung* [191], die zwar für manche Modellsysteme hergeleitet werden konnte [192]; ein allgemeingültiger Ansatz, eine generierende Partitionierung für unbekannte Systeme a priori zu bestimmen, ist bisher jedoch nicht bekannt [193]. Zudem sind generierende Partitionierungen für Systeme, die verrauscht gemessen worden sind, unbekannt, selbst wenn die Partitionierung der nicht-verrauschten Systeme bekannt ist. Nichtsdestotrotz werden Symbolisierungstechniken bevorzugt in Bereichen der klassischen Physik, Plasmaphysik, Medizin, Linguistik, etc., für die Analyse dynamischer Systeme verwendet, da selbst eine heuristisch und empirisch ermittelte Partitionierung eine effektive, numerisch simple Charakterisierung bietet [194–196]. Einen Überblick über Vorteile sowie mögliche Varianten einer Symbolisierung wird in [162, 197] aufgelistet.

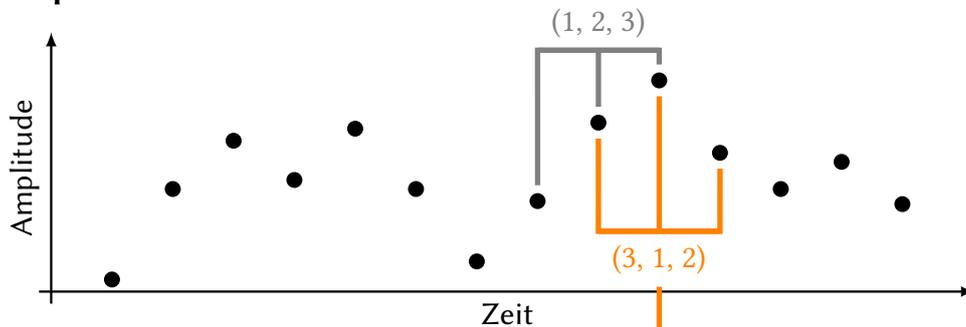
Amplitudenzeitreihe



Symbolzeitreihe



Amplitudenzeitreihe



Symbolzeitreihe

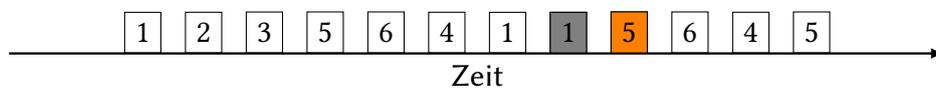


Abbildung 3.3.: Illustration verschiedener Techniken zur Erzeugung von Symbolzeitreihen. Die Symbolisierung ist exemplarisch zur Zeit i in orange hervorgehoben, zur Zeit $i - 1$ in grau. Oben: Mittels threshold-crossing Technik werden meist äquidistante Bins definiert und somit die Zeitreihe auf eine Folge von Bins reduziert. Unten: Mehrere Amplitudenwerte werden entsprechend ihrer Rangordnung zu Permutationssymbolen zusammengefasst.

Eine weit verbreitete Symbolisierungstechnik für Zeitreihen besteht darin, den Phasenraum in Hyperkuben zu zerlegen und diesen Kuben eindeutige Symbole zuzuordnen. Somit ließe sich die zeitliche Entwicklung des Systems in eine Symbolzeitreihe transformieren, indem der Trajektorie die Folge von Kuben zugeordnet wird, welche durchlaufen werden. Analog lässt sich die Zeitreihe entsprechend ihrer Amplitude partitionieren, was der *threshold-crossing Technik* entspricht (siehe Abb. 3.3, oben). Nachteil der zuvor genannten Techniken besteht in der mehr oder weniger willkürlichen Wahl der Hyperkuben bzw. Schwellwerte: Werden die Kuben beziehungsweise Abstände der Schwellwerte zu groß gewählt, geht die gesamte Information über die Dynamik verloren, da praktisch nur wenige unterschiedliche Symbole existieren; werden die Kuben beziehungsweise Schwellwerte zu klein gewählt, erfolgt de facto keine Datenreduktion.

In dieser Arbeit wurde eine weitere Technik verwendet, bei der Symbole definiert werden, indem einer Folge von Amplitudenwerten eine der möglichen durchnummerierten Permutationen (entsprechend ihrer Rangordnung untereinander) zugeordnet wird. Diese *Permutationssymbole* [163] (Abb. 3.3, unten) bieten den Vorteil, dass bei geeignet gewählten Einbettungsparametern [9, 137, 138, 198] approximativ eine generierende Partitionierung vorliegt. Folglich können die Begriffe *Symbol* und *Zustand* synonym verwendet werden. Schließlich können lediglich durch die Wahl der Einbettungsparameter datengetrieben Symbole generiert werden und die Dynamik somit optimal auf eine Symbolzeitreihe reduziert werden. Die zur Berechnung informationstheoretischer Kenngrößen notwendigen Übergangswahrscheinlichkeiten lassen sich numerisch einfach durch einfaches Zählen von Symbolfolgen abschätzen. Das genaue Prozedere wird im nächsten Kapitel beschrieben.

3.3.4. Permutationsentropie

In den folgenden Abschnitten werden die auf Permutationssymbolen basierende informationstheoretischen Kenngrößen erläutert, die in dieser Arbeit verwendet werden. Gegeben seien die Einbettungsdimension m , die gemäß der Einbettungstheoreme [137, 138, 198] geeignet gewählt wird, und die Einbettungsverzögerung l , die beispielsweise mittels Autokorrelationsfunktion (AKF) geeignet gewählt wird [9]. Mit diesen Einbettungsparametern kann ein topologisch zum ursprünglichen Phasenraum äquivalenter Phasenraum rekonstruiert werden. Für jeden beliebigen Zeitschritt i lassen sich m Amplitudenwerte einer gegebenen Zeitreihe (x_1, \dots, x_N)

$$s_i = (x_i, x_{i+l}, \dots, x_{i+l(m-1)}) \quad (3.37)$$

dem Rang k_{ij} nach mit $j \in \{1, \dots, m\}$ wie folgt aufsteigend sortieren:

$$x_{i+l(k_{i1}-1)} \leq x_{i+l(k_{i2}-1)} \leq \dots \leq x_{i+l(k_{im}-1)}. \quad (3.38)$$

Gleiche Amplitudenwerte werden entsprechend ihres Zeitindexes sortiert und es gilt:

$$k_{i1} < k_{i2} \quad \text{wenn} \quad x_{i+l(k_{i1}-1)} = x_{i+l(k_{i2}-1)}. \quad (3.39)$$

Somit kann sichergestellt werden, dass jedes s_i eindeutig auf eines der $m!$ möglichen *Permutationssymbole* abgebildet wird, welche dann wie folgt definiert werden können:

$$\hat{x}_i := (k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{im}). \quad (3.40)$$

Aufgrund der Eindeutigkeit gilt für die Menge aller möglichen Symbole somit:

$$\sum_{\hat{x}_i} p(\hat{x}_i) = 1. \quad (3.41)$$

An dieser Stelle sei angemerkt, dass je nach Dynamik nicht alle möglichen Permutationen auftreten müssen und daraus Informationen über die zugrundeliegende Dynamik gewonnen werden können (vgl. Riemannsche Flächen [187], s. o.). Zum einen können – je nach numerischer Implementation der Kenngrößen – Speicherbedarf und Laufzeit immens reduziert werden. Analog zu Gl. (3.16) lässt sich schließlich durch Symbolisierung der Zeitreihe eine schnelle und zuverlässige Schätzung der Shannon-Entropie, die *Permutationsentropie* [163], definieren:

$$H(\hat{X}) = - \sum_{\hat{x}_i} p(\hat{x}_i) \log p(\hat{x}_i). \quad (3.42)$$

Es konnte gezeigt werden, dass selbst bei der Gegenwart dynamischen Rauschens oder bei Kontamination durch Messrauschen sich die Kenngröße bei chaotischen Systemen robust verhält [163], was sie insbesondere bei der Analyse von Felddaten attraktiv macht. Bandt & Pompe [163] empfehlen in der Regel Einbettungsdimensionen $m \in \{3, \dots, 7\}$ zu verwenden, da einerseits für kleinere m nur wenige unterschiedliche Symbole existieren und andererseits für sehr große m zeitlich schnelle Änderungen der Dynamik eventuell nicht mehr detektiert werden können, da die Symbolisierung mit steigender Symbollänge einer Tiefpassfilterung entspricht. Auf Grundlage der Permutationsentropie werden im Folgenden die informationstheoretischen Kenngrößen zur Messung von Stärke, Richtung und Verzögerung von Interaktionen erläutert.

3.3.5. Synchronisationsindex

Eine Möglichkeit, den Grad an generalisierter Synchronisation und somit Stärke von Interaktion interagierender dynamischer Systeme aus Zeitreihen von Observablen zu messen, stellt der *Synchronisationsindex (SI)* [66] dar. Er basiert auf der Permutationsentropie und der Annahme, dass wenn generalisierte Synchronisation vorliegt, sich gekoppelte Systeme gleich oder zumindest ähnlich verhalten sollten. Die von Liu vorgestellte Kenngröße charakterisiert die Änderungen lokaler topologischer Strukturen über die Permutationsentropie und quantifiziert Gleichheit von Änderungstendenzen der beobachteten Systeme, die er als Maß für den Grad von generalisierter Synchronisation verwendet und als Interaktionsstärke interpretiert werden kann.

Seien (x_1, \dots, x_N) und (y_1, \dots, y_N) Zeitreihen von Observablen der Systeme X und Y . Um die Änderungstendenzen zu bestimmen, werden die Zeitreihen zunächst in Segmente w_η mit $\eta \in \{1, \dots, N_\eta\}$ und der Länge N_w unterteilt. Anschließend wird für jedes der N_η Segmente die Permutationsentropie $H(w_\eta)$ nach Gl. (3.42) bestimmt, um die lokale topologische Struktur zu charakterisieren. Die erhaltenen Permutationsentropien sind für generalisiert synchronisierte Systeme im Allgemeinen nicht für jedes Segment w_η als identisch zu erwarten; aufgrund des funktionellen Zusammenhangs der Systeme (siehe Gl. (2.15)) kann jedoch davon ausgegangen werden, dass diese ähnlich sind. Anschließend wird die Änderungstendenz für jedes der N_η Segmente mit einer Hilfsgröße g quantifiziert:

$$g(w_\eta) = \begin{cases} +1 & \text{wenn } H(w_\eta) < H(w_{\eta+1}) \\ -1 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.43)$$

Die Kenngröße $g(w_\eta)$ entspricht somit einer weiteren Informationsreduktion bzw. Symbolisierung. Schließlich kann der Grad gleicher Änderungstendenz und somit Grad an generalisierter Synchronisation Systemen über die Korrelation der Änderungstendenzen $g_X(w_\eta)$ von System X mit $g_Y(w_\eta)$ von System Y für alle N_η Segmente geschätzt werden und der Synchronisationsindex gemäß [66] wie folgt definiert werden:

$$\mathcal{F} := \frac{1}{N_\eta} \sum_{\eta=1}^{N_\eta} g_X(w_\eta) g_Y(w_\eta), \quad (3.44)$$

mit $\gamma \in [-1, 1]$. Für die Kenngröße gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} \leq 0 & \quad \text{Systeme unabhängig bzw. nicht phasensynchronisiert} \\ \mathcal{F} = 1 & \quad \text{Systeme generalisiert synchronisiert.} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Negative Werte von \mathcal{F} treten in der Praxis selten auf; Die Systeme werden für diesen Fall als unabhängig betrachtet. Wenn im Folgenden nicht anders darauf hingewiesen

wird, wird folgende Größe und Anzahl überlappender Segmente gemäß [199] verwendet:

Länge der Zeitreihen N	4096
Länge der Segmente N_w	2048
Anzahl Segmente N_η	204

Tabelle 3.1.: Parameterwahl für den Synchronisationsindex \mathcal{F}

3.3.6. Symbolische Transferentropie (STE)

Basierend auf der Kenngröße Transferentropie [59] (siehe Gl. (3.36)) stellten Staniek & Lehnertz eine numerisch einfache und robuste Methode zum Messen des Informationsflusses von System Y nach X vor, die *Symbolische Transferentropie (STE)* [164]. Im Gegensatz zur Transferentropie, die relativ sensitiv etwaigem Messrauschen [158, 200, 201] ist, basiert die STE analog zur Permutationsentropie auf der Verwendung von Permutationssymbolen [163], um Übergangswahrscheinlichkeiten von Zuständen zu schätzen und schließlich einen Fluss von Information zwischen Systemen zu schätzen. Durch Analyse relativer Häufigkeiten von Permutationssymbolen und Kombinationen von Symbolen können Verbund- und bedingte Wahrscheinlichkeiten relativ einfach geschätzt werden und STE nach [164] wie folgt definiert werden:

$$\mathcal{S}_{Y \rightarrow X} = \mathcal{S}(X | X^{(\kappa)} Y^{(\lambda)}) := \sum_{\hat{x}_i, \hat{x}_{i-1}^{(\kappa)}, \hat{y}_{i-1}^{(\lambda)}} p(\hat{x}_i, \hat{x}_{i-1}^{(\kappa)}, \hat{y}_{i-1}^{(\lambda)}) \log \frac{p(\hat{x}_i | \hat{x}_{i-1}^{(\kappa)}, \hat{y}_{i-1}^{(\lambda)})}{p(\hat{x}_i | \hat{x}_{i-1}^{(\kappa)})}, \quad (3.46)$$

mit $\mathcal{S}_{Y \rightarrow X} \geq 0$, $\mathcal{S}_{X \rightarrow Y}$ analog. Wie in Gl. (3.36) werden die Zeitreihen der Systeme X und Y durch Markov-Prozesse der Länge κ bzw. λ approximiert. In der vorliegenden Arbeit wird ein Gedächtnis der Länge $\kappa = \lambda = 1$ angenommen und somit zur Schätzung der Übergangswahrscheinlichkeiten nur Übergänge des jeweils vorherigen Zustandes zu den aktuellen Zuständen der Systeme berücksichtigt. Andernfalls würden sehr viele unterschiedliche mögliche Übergänge existieren, die aufgrund der bei der Analyse von Felddaten meist beschränkten Länge der Zeitreihen nicht mehr robust genug geschätzt werden könnten.

$\mathcal{S}_{Y \rightarrow X}$ misst die Abweichung von der Markov-Eigenschaft und quantifiziert somit den Informationsfluss von System Y nach X , $\mathcal{S}_{X \rightarrow Y}$ analog. Mit dem *Direktionalitätsindex* \mathcal{S} lässt sich die bevorzugte Richtung der Interaktion mittels Asymmetrie der Informationsflüsse wie folgt quantifizieren:

$$\mathcal{S} := \mathcal{S}_{X \rightarrow Y} - \mathcal{S}_{Y \rightarrow X}, \quad (3.47)$$

mit $\mathcal{S} \in [-\infty, \infty]$. Da die einzelnen Transferentropien Werte von 0 annehmen können ist eine Definition analog zu Gl. (3.10) an dieser Stelle nicht sinnvoll. Somit kann die Interaktionsrichtung wie folgt ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{S} > 0 & \quad X \text{ treibt } Y \\ \mathcal{S} = 0 & \quad \text{keine oder symmetrisch bidirektionale Kopplung} \\ \mathcal{S} < 0 & \quad Y \text{ treibt } X. \end{aligned} \tag{3.48}$$

3.3.7. Retardierte Symbolische Transferentropie (DSTE)

Für die bisherigen aufgeführten Kenngrößen zur Charakterisierung von Interaktionen wurden instantane Wechselwirkungen und Reaktionen angenommen. Häufig können Wechselwirkungen jedoch erst nach einer endlichen Zeit (also retardiert) beobachtet werden [73–78]. Zudem ist bekannt, dass retardierte Interaktionen zu Änderungen der Dynamik und Synchronisationsform führen können [82, 202–204]. Daher ist die Kenntnis über diese retardierte Interaktionen notwendig und kann teilweise erst zu einer sinnvollen Interpretierbarkeit der Beobachtungen führen [79–81]. In den letzten Jahren wurden verschiedene Kenngrößen vorgestellt, die in der Lage sind, retardierte Interaktionen zu charakterisieren [75, 81, 205–213]. Diese Kenngrößen können jedoch entweder nur die Verzögerung von Interaktionen messen oder sind numerisch sehr aufwändig bzw. unbeständig gegenüber Messrauschen. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit auf Basis der zuvor dargestellten informationstheoretischen Kenngröße \mathcal{S} die *Delayed Symbolic Transfer-Entropy (DSTE)* entwickelt [1]. Mit dieser können sowohl retardierte gerichtete Interaktionen detektiert, als auch die Verzögerung gemessen sowie Richtung der Interaktion identifiziert werden. Dazu wurde STE erweitert, sodass Übergänge zeitlich vergangener Zuständen betrachtet werden, die zeitlich τ_1 bzw. τ_2 Zeitschritte vor dem aktuellen Zustand vorlagen, $\tau_1, \tau_2 \geq 1$. Diese Parameter sind nicht mit den Gedächtnislängen κ und λ der Systeme gleichzusetzen. DSTE ist wie folgt definiert [1]:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2) & := \sum p(\hat{y}_i, \hat{y}_{i-\tau_1}, \hat{x}_{i-\tau_2}) \log \frac{p(\hat{y}_i \mid \hat{y}_{i-\tau_1}, \hat{x}_{i-\tau_2})}{p(\hat{y}_i \mid \hat{y}_{i-\tau_1})} \\ \mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2) & := \sum p(\hat{x}_i, \hat{x}_{i-\tau_1}, \hat{y}_{i-\tau_2}) \log \frac{p(\hat{x}_i \mid \hat{x}_{i-\tau_1}, \hat{y}_{i-\tau_2})}{p(\hat{x}_i \mid \hat{x}_{i-\tau_1})}. \end{aligned} \tag{3.49}$$

Der Parameter τ_1 gibt die Anzahl an Zeitschritten in die Vergangenheit des betrachteten Systems an; τ_2 die Anzahl der Zeitschritte in die Vergangenheit eines beeinflussenden Systems an, d. h. dem System, von dem der Informationsfluss erwartet wird. Daher

werden die Parameter τ_1 und τ_2 in der Definition von $\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ nicht miteinander vertauscht. $\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ geht mit $\tau_1 = \tau_2 = 1$ in $\delta_{Y \rightarrow X}$ (Gl. (3.46)) mit $\kappa = \lambda = 1$ über, Rückrichtung analog.

Theoretisch könnte auch der Einfluss der vergangenen Zustände inklusive des jeweiligen Gedächtnisses der Zustände mit $\tau_1^{(\kappa)} = \{\tau_1, \dots, \tau_1 - \kappa - 1\}$ und $\tau_2^{(\lambda)} = \{\tau_2, \dots, \tau_2 - \lambda - 1\}$ berücksichtigt werden. Dies führt jedoch in der Praxis zu einer Vielzahl an möglichen Übergängen die berücksichtigt werden müssen, die mit endlichen, insbesondere bei der Analyse von Felddaten häufig geringen, Zeitreihen nicht korrekt geschätzt werden können. In der vorliegenden Arbeit wird davon ausgegangen, dass ein Zustand bereits die Information aus vergangenen Zuständen, die zu ihm geführt haben, implizit beinhaltet und es somit ausreicht, nur den Informationsfluss von dem direkt beeinflussenden Zustand zum aktuellen Zustand zu schätzen.

Analog zu Gl. (3.47) lässt sich ein *Direktionalitätsindex* $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ wie folgt definieren:

$$\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2) := \mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2) - \mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2). \quad (3.50)$$

Mit diesem kann der bevorzugte retardierte Informationsfluss (Richtung der Interaktion) für ein gegebenes Parameterpaar (τ_1, τ_2) wie folgt ermittelt werden: Liegt eine retardierte Interaktion von X nach Y mit einer Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y}$ vor (vgl. Gl. (2.10)), so wird ein retardierter Informationsfluss mit $\tau_2 = \delta_{X \rightarrow Y}$ für jedes τ_1 erwartet. Folglich werden für diese Parameterpaare (τ_1, τ_2) maximale Werte von $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ erwartet, umgekehrte Interaktionsrichtung analog. In Abb. 3.4 ist eine retardierte Interaktion von System X nach Y zusammen mit der Generierung von Permutationssymbolen sowie anschließender Schätzung des retardierten Informationsflusses mittels $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ veranschaulicht. Für den Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ gilt:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(\tau_1, \delta_{X \rightarrow Y}) > 0 \quad \forall \tau_1 & \quad X \text{ treibt } Y \text{ mit Verzögerung } \delta_{X \rightarrow Y} \\ \mathcal{D}(\tau_1, \delta_{X \rightarrow Y}) = 0 \quad \forall \tau_1 & \quad \text{keine oder symmetrisch bidirektionale, retardierte Kopplung} \\ \mathcal{D}(\tau_1, \delta_{X \rightarrow Y}) < 0 \quad \forall \tau_1 & \quad Y \text{ treibt } X \text{ mit Verzögerung } \delta_{Y \rightarrow X}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Die Einführung des Parameters τ_1 erscheint an dieser Stelle zunächst willkürlich und überflüssig; es konnte jedoch gezeigt werden, dass für bestimmte Paare von (τ_1, τ_2) der Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ ebenfalls Informationen bezüglich der retardierten gerichteten Interaktion trägt, die insbesondere bei Analyse von Felddaten von Vorteil sein kann [1]. Diese Beobachtungen sind in Kap. 4.3.1 beschrieben.

Im folgenden Kapitel werden die genannten Kenngrößen bezüglich ihrer grundsätzlichen Eignung zur Charakterisierung von (retardierten) Interaktionen in Systemen anhand von Zeitreihen von Modellsystemen untersucht.

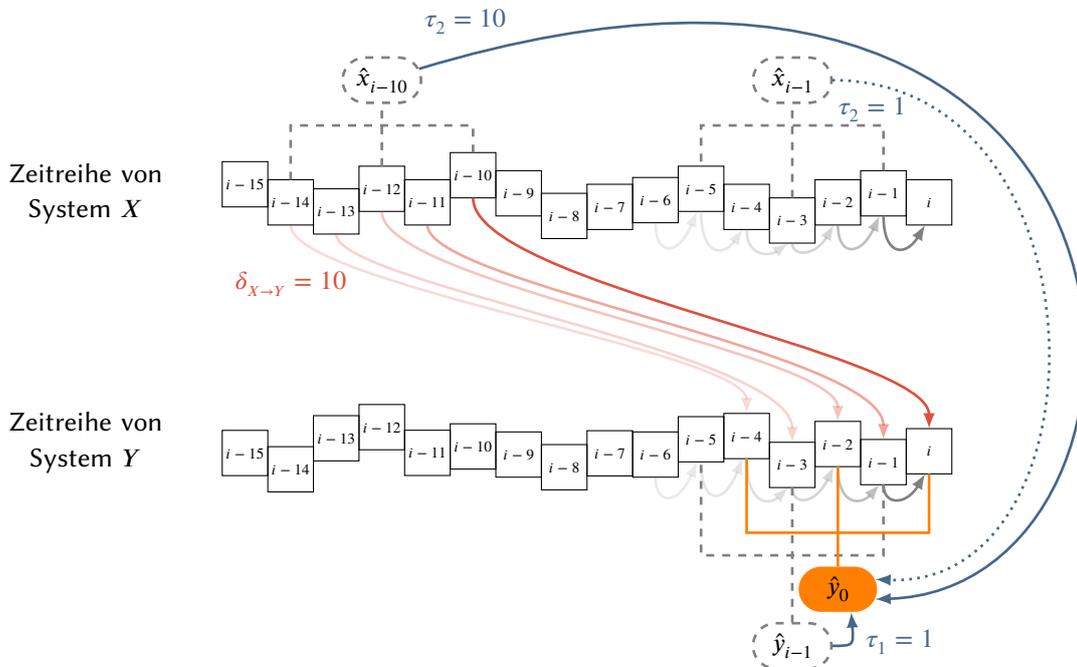


Abbildung 3.4.: Schematische Darstellung des Informationsflusses zwischen zwei unidirektional retardiert gekoppelten Systemen (X treibt Y), sowie der Symbolisierung und Schätzung des Informationsflusses: Die Amplitudenwerte der Zeitreihen der jeweiligen Observablen sind in der vertikalen Position der Boxen kodiert. Der Informationsfluss innerhalb der Systeme wird durch die grauen Pfeile dargestellt; die Helligkeit stellt dabei den Informationsverlust über die Zeit aufgrund der Markov-Eigenschaft dar. In rot ist der retardierte Informationsfluss von System X nach Y dargestellt mit einer Verzögerung von $\delta_{X \rightarrow Y} = 10$ Zeitschritten gekennzeichnet (Deckkraft wie zuvor). In schwarz wird exemplarisch die Symbolisierung mehrerer Amplitudenwerte zu Permutationssymbolen (hier mit $m = 3$ und $l = 2$) illustriert. In orange ist das aktuelle Symbol bzw. der aktuelle Zustand des Systems Y markiert; die blauen Pfeile kennzeichnen mögliche Übergänge von vorherigen Zuständen in den aktuellen Zustand \hat{y}_i , die in die Schätzung des Informationsflusses eingehen: Zum einen wird mit $\tau_1 = 1$ der Informationsfluss von \hat{y}_{i-1} nach \hat{y}_i , zum anderen der retardierte Informationsfluss von System X von \hat{x}_{i-10} mit $\tau_2 = 10$ geschätzt. Der blaue gestrichelte Pfeil zeigt den nicht-retardierten Fall mit $\tau_2 = 1$, für den kein Informationsfluss zu erwarten ist.

4. Analyse retardierter, gewichteter und gerichteter Interaktion in Modellsystemen

In diesem Kapitel wird die Performanz der im vorherigen Kapitel aufgeführten Kenngrößen für Stärke (\mathcal{R} , \mathcal{I}) und Richtung (\mathcal{C} , \mathcal{S}) von nicht-retardierten Interaktionen anhand von Modellsystemen mit wohldefinierten Eigenschaften auf Basis vorheriger Untersuchungen [70, 72, 129, 131, 134, 164, 199, 214–216] erläutert und die Ansätze auf Phasendynamik basierender Ansatz (PA) und informationstheoretischer Ansatz (IA) verglichen. Dabei wird insbesondere untersucht, inwiefern verschiedene Synchronisationsregime (Kap. 2.3.5) effektiv unterschieden werden können und daraus ein Analyseansatz entwickelt [2, 4], um Fehlinterpretationen von Kenngrößen für die Interaktionsrichtung zu vermeiden. Schließlich wird die Performanz der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Kenngröße \mathcal{D} zur Detektion und Charakterisierung retardierter Interaktionen anhand von retardiert gekoppelten Modellsystemen analysiert, sowie Einflussfaktoren und Grenzen in Hinblick auf die Analyse von Felddaten untersucht.

In den letzten Jahrzehnten hat die Analyse chaotischer Systeme an Wichtigkeit in verschiedenen Bereichen der Biologie, Geowissenschaften, Physik bis hin zu Medizin gewonnen [23, 217, 218]. Diese Systeme stellen aufgrund ihrer großen Sensitivität gegenüber von Anfangsbedingungen hohe Anforderungen an die Performanz von Kenngrößen zur Charakterisierung von Interaktionen. Um die Performanz der Kenngrößen in Hinblick auf die Analyse von Felddaten zu untersuchen werden daher im Folgenden exemplarisch chaotische, deterministische Systeme verwendet: Diffusiv (retardiert) gekoppelte *Rössler-Oszillatoren* [219], sowie diffusiv, retardiert gekoppelte *logistische Abbildungen* [220]. Für die folgenden Analysen wurden je untersuchter Interaktion mehrere *Realisationen* (Lösungen der Differentialgleichungen) der (retardiert) gekoppelten Systeme erzeugt und anschließend die Kenngrößen bestimmt. Für jede dieser Realisationen wurden die Anfangsbedingungen der Systeme zufällig in der Nähe der jeweiligen Attraktoren gewählt. Wenn nicht anders angegeben werden nur Median sowie der 1.5-fache Interquartilabstand (im Folgenden mit *Schwankungsbreite* bezeichnet)¹ der Verteilung der Kenngrößen über die Realisationen angegeben. Um Stationarität der Systeme zu gewährleisten, wurde transientes Verhalten eliminiert, indem die ersten 10^4 Zeiteinheiten verworfen wurden, und anschließend Zeitreihen mit bis zu $N = 10^6$ Datenpunkten

¹Intervall zwischen dem 12.5 % und 87.5 % Perzentil, in dem somit 75 % aller Amplitudenwerte liegen.

generiert. Weitere Details zu den Modellsystemen und zur numerischen Integration siehe Anhang A und B.

4.1. Gekoppelte Rössler-Oszillatoren

Zunächst wurden die Kenngrößen zur Charakterisierung der Stärke und Richtung von Interaktionen an zwei unidirektional, diffusiv gekoppelten *Rössler-Oszillatoren* (siehe Anhang A.2) untersucht. Für die folgenden Untersuchungen treibt System X System Y , indem die erste Komponente des Treibers $x_t^{(1)}$ in die erste Komponente des Responders $y_t^{(1)}$ mit Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ wie folgt diffusiv unidirektional eingekoppelt wurde:

$$\begin{aligned}\dot{x}_t^{(1)} &= \omega_X \left(-x_t^{(2)} - x_t^{(3)} \right), \\ \dot{x}_t^{(2)} &= \omega_X \left(x_t^{(1)} + 0.165x_t^{(2)} \right), \\ \dot{x}_t^{(3)} &= \omega_X \left(0.2 + x_t^{(3)}(x_t^{(1)} - 10.0) \right),\end{aligned}\tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}\dot{y}_t^{(1)} &= \omega_Y \left(-y_t^{(2)} - y_t^{(3)} \right) + c_{X \rightarrow Y} \left(x_t^{(1)} - y_t^{(1)} \right), \\ \dot{y}_t^{(2)} &= \omega_Y \left(y_t^{(1)} + 0.165y_t^{(2)} \right), \\ \dot{y}_t^{(3)} &= \omega_Y \left(0.2 + y_t^{(3)}(y_t^{(1)} - 10.0) \right),\end{aligned}$$

Die Parameter ω_X und ω_Y beschreiben die Eigenfrequenzen der Systeme X und Y . Details zu den weiteren Parametern siehe Anhang A.2. Als Zeitreihen dienten die Amplitudenwerte der jeweils ersten Komponenten der Systeme $x_t^{(1)}$ und $y_t^{(1)}$, welche mit $\Delta t = 0.3$ abgetastet wurden.

Um den Übergang zu Phasensynchronisation oder sogar vollständiger Synchronisation zu erschweren, wurden für jede der 100 Realisationen zusätzlich zu den Anfangsbedingungen die Eigenfrequenzen ω_X und ω_Y aus einer Gauß-Verteilung mit Mittelwert $\overline{\omega_X} = 0.89$ und Standardabweichung $\sigma(\omega_X) = 0.1$ gezogen, $\overline{\omega_Y}$ und $\sigma(\omega_Y)$ analog. Wenn nicht anders angegeben wird, wurden bei gegebenen Eigenfrequenzen und Abtastraten die Einbettungsdimension mit $m = 5$ sowie -verzögerung mit $l = 7$ gemäß Anhang C gewählt.

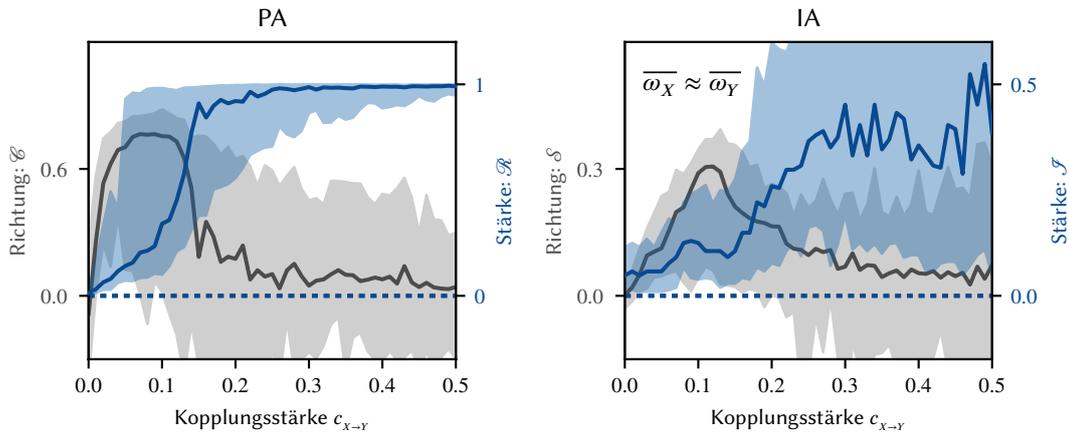


Abbildung 4.1.: Kenngrößen für Stärke (blau) und Richtung (grau) der Interaktion zweier unidirektional gekoppelter Rössler-Oszillatoren in Abhängigkeit der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$. Links: Phasenbasierte Kenngrößen \mathcal{R} und \mathcal{C} , rechts: Informationstheoretische Kenngrößen \mathcal{J} und \mathcal{S} für Stärke und Richtung von Interaktionen. Die Linien kennzeichnen jeweils die Mediane, die Flächen die jeweiligen Schwankungsbreiten (1.5-fachen Interquartilabstände) über die 100 Realisationen.

4.1.1. Abhängigkeit von der Kopplungsstärke

In Abb. 4.1 sind die Mediane sowie die Schwankungsbreite der Kenngrößen \mathcal{R} , \mathcal{C} , \mathcal{J} und \mathcal{S} in Abhängigkeit der Kopplungsstärke über 100 Realisationen dargestellt. Mit beiden Ansätzen (PA und IA) konnte sowohl für die Kenngröße für Interaktionsstärke als auch -richtung die zu erwartende Abhängigkeit von der Kopplungsstärke beobachtet werden (vgl. Abb. 2.2, Kap. 2.3.5). Die Kenngrößen aus PA wiesen insgesamt eine höhere *Differenzierbarkeit* (Unterschied zu 0) auf als das jeweilige Pendant aus IA.

Die Kenngrößen für die Interaktionsstärken zeigten jeweils eine (nicht monoton) ansteigende Abhängigkeit von der eingestellten Kopplungsstärke. Für hohe Kopplungsstärken strebte die MPC \mathcal{R} gegen den Wert 1, welcher vollständige Phasensynchronisation indiziert. Der SI \mathcal{J} hingegen erreichte für hohe Kopplungsstärken nur Werte um 0.4 und nicht das mögliche Maximum von 1 und indiziert somit, dass nicht ausschließlich generalisierte Synchronisation vorliegt. Generell waren die Schwankungsbreiten über die Realisationen von \mathcal{J} ab einer Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.3$ um eine Größenordnung höher als mit \mathcal{R} .

Die Kenngrößen für die Interaktionsrichtung wiesen ebenfalls qualitativ die zu erwartende Abhängigkeit von der Kopplungsstärke (vgl. Abb. 2.2) auf: Die Kenngrößen stiegen bis zu einer Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.1$ zu einem Maximum an und fielen ab $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.2$ wieder auf Amplitudenwerte um 0 ab. Für 75 % der Amplitudenwerte (eingezeichnete Schwankungsbreiten) konnte mit \mathcal{S} im Kopplungsstärkebereich von ca. $c_{X \rightarrow Y} \in [0.02, 0.18]$ eine korrekte (von 0 verschiedene) Richtungsindikation beobachtet werden;

für \mathcal{E} lediglich für einen halb so großen Kopplungsstärkebereich mit $c_{X \rightarrow Y} \in [0.02, 0.08]$. Oberhalb der entsprechenden Kopplungsstärke wurden für bis zu 50 % der Realisationen negative Amplitudenwerte der Direktionalitätsindizes beobachtet und somit eine falsche Richtung indiziert.

Generell gilt, dass je unterschiedlicher die Eigenfrequenzen der Oszillatoren sind, desto höhere Kopplungsstärken werden benötigt, bis die Systeme synchronisieren können. Der Kopplungsstärkebereich, in dem Synchronisation möglich ist, wird *Synchronisationsregion* oder *Arnold-Zunge* genannt [23]. Die beobachteten teils großen Schwankungsbreiten über die Realisationen können dadurch erklärt werden, dass der Frequenzunterschied der Oszillatoren realisationsabhängig ist und somit unterschiedliche Grade in Phasen- oder generalisierter Synchronisation vorliegen und mittels der Kenngrößen gemessen werden. Ab einer Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.2$ liegt bereits für über 50 % der Realisationen im untersuchten Kopplungsstärkebereich Phasensynchronisation vor, was sich in der MPC mit $\mathcal{R} \approx 1$ widerspiegelt. Erst für höhere Kopplungsstärken wechselt die Synchronisationsart von Phasen- zu Zeitversatz-Synchronisation [221], die als eine spezielle Form der generalisierten Synchronisation aufgefasst werden kann. Bezüglich der generalisierten Synchronisation befinden sich die Systeme daher in einem größeren Kopplungsstärkebereich in der On-Off-Intermittenz (Kap. 2.3.5) und führen bei \mathcal{S} im Vergleich zu \mathcal{R} folglich zu größeren Schwankungsbreiten über die Realisationen. Der Einfluss verschieden großer Frequenzunterschiede der Oszillatoren wird im nächsten Abschnitt untersucht.

4.1.2. Abhängigkeit von der Eigenfrequenz

Neben der Frequenzunterschied-abhängigen notwendigen Kopplungsstärke, für die Systeme synchronisieren können [23] konnte in früheren Studien je nach Frequenzunterschied eine teils fälschlicherweise umgekehrt indizierte Treiber-Responder-Responder-Beziehung beobachtet werden [222]. Daher wird im Folgenden untersucht, inwiefern bei unterschiedlich gewählte mittlere Eigenfrequenzen der Oszillatoren die Richtung von Interaktionen mittels des phasenbasierten Ansatzes PA bzw. informationstheoretischen Ansätzen IA korrekt identifiziert werden kann.

Analog zum vorherigen Kapitel (4.1.1) wurden für die folgenden Untersuchungen zwei Rössler-Oszillatoren unidirektional gekoppelt und unterschiedliche Eigenfrequenzen aus einer Gauß-Verteilung mit Mittelwert $\overline{\omega_X} \in [0.78, 1.00]$ und Standardabweichung $\sigma(\omega_X) = 0.1$ für jede Realisation gezogen; ω_Y analog. Anschließend wurden die Kenngrößen mit Einbettungsparametern ($m = 5, l = 7$) berechnet.

In Abb. 4.2 sind die auf PA bzw. IA basierenden Kenngrößen für Stärke und Richtung von Interaktionen in Abhängigkeit der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ für zwei Konstellationen

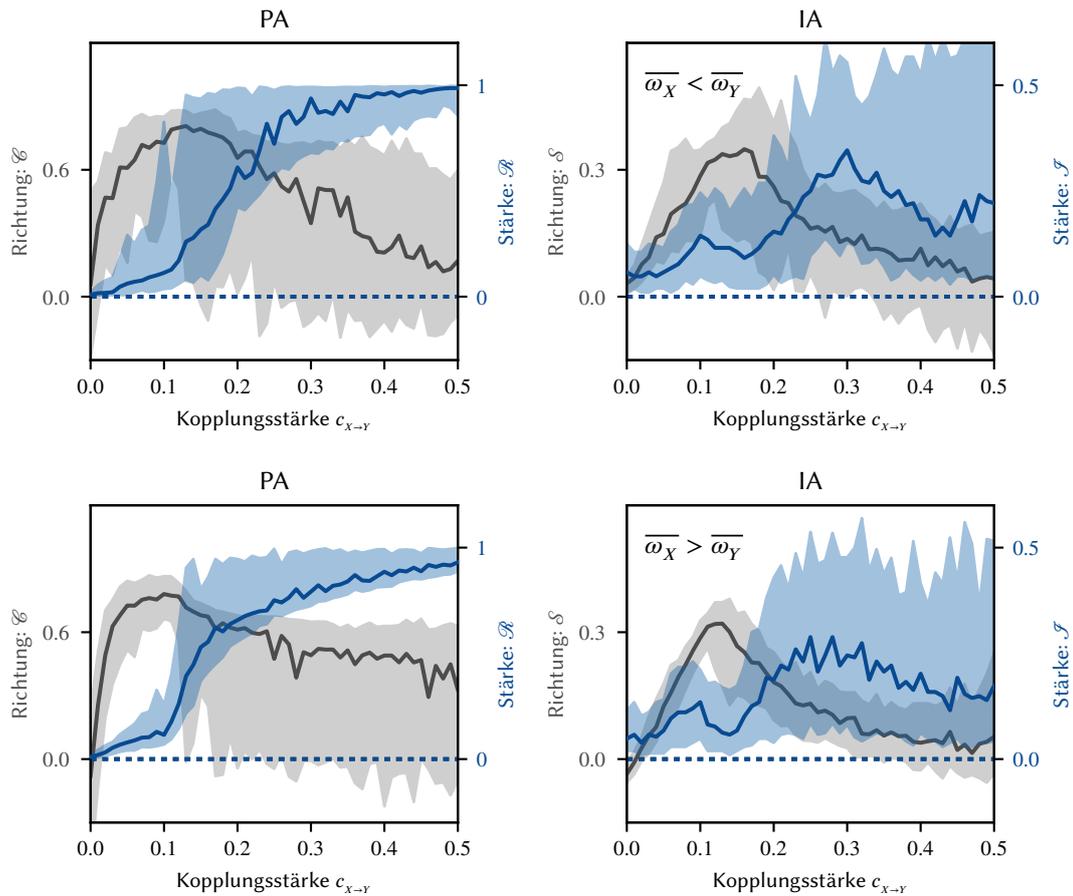


Abbildung 4.2.: Wie Abb. 4.1 jedoch mit unterschiedlichen mittleren Eigenfrequenzen. Oben: Die Eigenfrequenz des Treibers ($\overline{\omega_X} = 0.78$) ist im Mittel niedriger als die des Responders ($\overline{\omega_Y} = 1.0$). Unten: Die Eigenfrequenz des Treibers ($\overline{\omega_X} = 1.0$) ist im Mittel höher als die Eigenfrequenz des Responders ($\overline{\omega_Y} = 0.78$).

der mittleren Eigenfrequenzen dargestellt. Im ersten Fall weist der Treiber eine im Mittel niedrigere Eigenfrequenz als der Responder auf (obere Zeile Abb. 4.2); im zweiten Fall eine höhere Eigenfrequenz (obere Zeile).

Generell wiesen die Kenngrößen für Stärke- und Richtung von Interaktionen qualitativ einen zu Abb. 4.1 und Abb. 2.2 analogen Verlauf in Abhängigkeit der Kopplungsstärke auf. Mit beiden Ansätzen konnte beobachtet werden, dass wenn der Treiber eine im Mittel niedrigere Eigenfrequenz als der Responder aufwies die Systeme für kleinere Kopplungsstärken einen höheren Grad an Synchronisation aufwiesen, als für den umgekehrten Fall. Folglich war der Kopplungsstärkebereich größer, in dem für den Großteil der Realisationen die Richtung der Interaktionen korrekt indiziert wurde. Diese Beobachtungen bestätigen die Beobachtungen in [222]. Im Vergleich zu den unidirektional gekoppelten Oszillatoren gleicher mittlerer Eigenfrequenz konnte jedoch für weniger Realisationen eine fälschliche Richtungsindikation beobachtet werden. Dies kann mittels der Arnhold-Zunge [23] erklärt werden, da mit zunehmendem Frequenzunterschied eine höhere Kopplungsstärke vonnöten ist, ab der die Systeme synchronisieren können. Folglich wird der Kopplungsstärkebereich größer, in dem die Richtung der Interaktionen korrekt indiziert werden. Es bleibt in weiteren Arbeiten zu zeigen, unter welchen Bedingungen genau bei welchen Systemen Frequenzunterschiede zu falschen Richtungsindikationen führen.

4.2. Richtungsindikation: Probleme und Lösungsansatz

In den vorherigen Abschnitten 4.1.1 und 4.1.2 konnten für sehr niedrige und sehr hohe Kopplungsstärken Richtungen von Interaktionen für maximal die Hälfte der Realisationen korrekt indiziert werden. Diese Beobachtungen bestätigen vorherige Überlegungen (Kap. 2.3.5) und lassen sich darauf zurückführen, dass für sehr hohe Kopplungsstärken die Systeme synchronisieren, ähnliche Zustände annehmen woraufhin eine Interaktionsrichtung nicht mehr gemessen werden kann. Zudem wurde in anderen Studien häufig der Wert der Kenngröße für Interaktionsrichtung zur Charakterisierung einer Interaktionsstärke verwendet. Dies erscheint aus den Beobachtungen, die an Modellsystemen gewonnen werden konnten, nicht sinnvoll zu sein, da es zwar einen Kopplungsstärkebereich gibt, in dem sowohl die Kenngröße für Stärke als auch Richtung von Interaktionen mit der Kopplungsstärke steigt; im Allgemeinen gilt dies jedoch nicht. Daher kann die Verwendung der Amplitudenwerte der Kenngröße für die Interaktionsrichtung als Kenngröße für die Interaktionsstärke zu Fehlinterpretationen führen [4, 117, 159], da sowohl

für ungekoppelte, als auch stark gekoppelte Systeme Amplitudenwerte um 0 beobachtet werden können und somit die Stärke der Interaktion nicht adäquat widerspiegelt werden. Die Synchronisationsregime (Kap. 2.3.5) schwacher und starker Synchronisation können folglich nicht unterschieden werden. Daher empfiehlt sich die Hinzunahme einer Kenngröße für die Interaktionsstärke, um die Regime effektiv voneinander unterscheiden zu können.

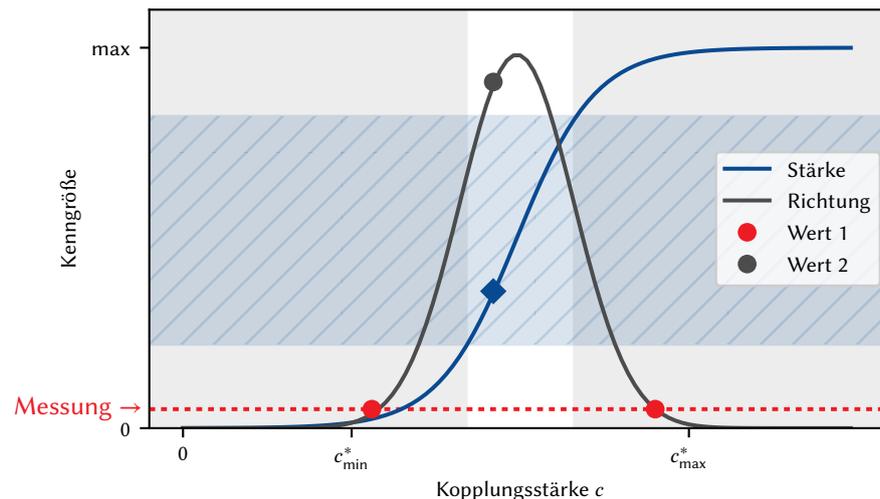


Abbildung 4.3.: Schematische Darstellung des Analyseansatzes zur Verminderung von Fehlinterpretationen einer Kenngröße für die Interaktionsrichtung: Sehr geringe Amplitudenwerte einer Kenngröße für die Interaktionsrichtung können sowohl für sehr niedrige als auch sehr hohe Kopplungsstärken beobachtet werden (rote Punkte). Zur Vermeidung dieser Doppeldeutigkeit wird das Vorzeichen des Amplitudenwerte einer Kenngröße für Interaktionsrichtungen (grauer Punkt) nur dann als Richtungsindikation interpretiert, wenn gleichzeitig eine entsprechende Kenngröße für die Interaktionsstärke Amplitudenwerte innerhalb des Interquartilabstandes der Kenngröße (blau schraffierter Bereich) annimmt (blaue Raute). Aus dem Interquartilabstand der Kenngröße für die Interaktionsstärke resultiert ein Kopplungsstärkebereich, in dem eine Richtungsindikation möglich ist (weißer Bereich).

Aufgrund der vorherigen Beobachtungen wurde für die vorliegende Arbeit folgender Ansatz zur Vermeidung von Fehlinterpretationen einer Kenngröße für die Interaktionsrichtung entwickelt: Unter der Annahme, dass die Systeme weder ungekoppelt noch stark gekoppelt, folglich nicht vollständig synchronisiert sind befinden sich die Systeme in der On-Off-Intermittenz (vgl. Kap. 2.3.5 und [23]). Werden die Systeme nun ausreichend lang beobachtet, so werden über die Zeit verschiedene Grade an Synchronisation mittels der Kenngrößen für Interaktionsstärke quantifiziert, die einer Verteilung folgen. Die Interaktionsrichtung wird nur unter Berücksichtigung der vorherrschenden Interaktionsstärke, die durch die respektive Kenngröße geschätzt wurde, wie folgt interpretiert: Die

Richtungsindikation² wird nur verwendet, wenn die entsprechende Kenngröße für die Interaktionsstärke gleichzeitig einen Wert oberhalb des ersten und unterhalb des dritten Quartils³ aus der Verteilung aller angenommenen Amplitudenwerte aufweist. Somit wird der Kopplungsstärkebereich auf ein Intervall reduziert, in dem eine Detektion der Interaktionsrichtung möglich ist (vgl. Abb. 4.3). Für alle anderen Amplitudenwerte der Kenngröße für die Interaktionsstärke wird der Richtungsindikation der Wert 0 zugewiesen. Dieser indiziert somit eine aufgrund einer schwachen, starken oder bidirektional symmetrischen Kopplung eine nicht ausgezeichnete Interaktionsrichtung.

Bisher wurden nur die Kenngrößen für die Charakterisierung nicht-retardierter Interaktionen untersucht. Daher wird im folgenden Abschnitt die in dieser Arbeit entwickelte Kenngröße \mathcal{D} zur Charakterisierung retardierter gerichteter Interaktionen anhand von Modellsystemen untersucht und überprüft, ob für diese Kenngröße ebenfalls der vorgestellte Lösungsansatz verwendet werden muss.

4.3. Retardiert gekoppelte logistische Abbildungen

Zunächst wird die vorgestellte Delayed Symbolic Transfer-Entropy (DSTE) (Kap. 3.3.7) anhand von retardiert gekoppelten Modellsystemen untersucht, ob mittels \mathcal{D} retardierte Interaktionen zum einen detektiert, etwaige Verzögerungen quantifiziert sowie Richtungen der Interaktionen identifiziert werden können. In diesem Kapitel dient als Modellsystem retardiert gekoppelte chaotische *logistische Abbildungen* [220] (siehe Anhang A.1), die im nicht-retardierten Fall die Markov-Eigenschaft erfüllt und somit per Definition ein gut geeignetes System zur Untersuchung der DSTE darstellt. Anschließend werden die Untersuchungen in Kap. 4.4 an retardiert gekoppelten Rössler-Oszillatoren wiederholt, um zu überprüfen, ob die Beobachtungen an der logistischen Abbildung verallgemeinerbar sind, wenn das zu untersuchende System beispielsweise weder die Markov-Eigenschaft erfüllt, noch eine diskrete Zeitentwicklung aufweist.

Für die folgenden Analysen werden zwei logistische Abbildungen der Form

$$\mathbf{x}_{i+1} = L(\mathbf{x}_i) := r\mathbf{x}_i(1 - \mathbf{x}_i) \quad (4.2)$$

²Vorzeichens der Kenngröße, wobei ein positives Vorzeichen ein Treiben, negatives ein Respondieren indiziert

³Die Wahl der Perzentile beruht auf Voruntersuchungen in [4].

mit Kontrollparameter $r \in (0, 4]$ und Abbildung $L(\mathbf{x}_i) \in [0, 1]$, wie folgt diffusiv, retardiert gekoppelt [1, 223]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_i &= L_X(\mathfrak{g}_{Y \rightarrow X} \bmod 1), \\
 \mathfrak{g}_{Y \rightarrow X} &= c_{Y \rightarrow X} \mathbf{y}_{i-1-\delta_{Y \rightarrow X}} + (1 - c_{Y \rightarrow X}) \mathbf{x}_{i-1}, \\
 \mathbf{y}_i &= L_Y(\mathfrak{g}_{X \rightarrow Y} \bmod 1), \\
 \mathfrak{g}_{X \rightarrow Y} &= c_{X \rightarrow Y} \mathbf{x}_{i-1-\delta_{X \rightarrow Y}} + (1 - c_{X \rightarrow Y}) \mathbf{y}_{i-1},
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

mit einer Verzögerung von $\delta_{X \rightarrow Y}$ und einer Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ von System X nach Y , $\delta_{Y \rightarrow X}$ und $c_{Y \rightarrow X}$ analog. Die Verwendung des Modulo ist für den retardiert gekoppelten Fall notwendig um den Wertebereich von Gl. (4.2) sicherzustellen. Die Kontrollparameter der jeweiligen Abbildungen wurden mit $r_X = 3.9999$ und $r_Y = 3.9998$ leicht unterschiedlich so gewählt, dass die Abbildungen chaotisches Verhalten zeigen (siehe Anhang A.1, Abb. A.1). Wenn nicht anders beschrieben wurden zu jeder untersuchten Kopplungsstärke und -verzögerung je 20 Realisationen der gekoppelten Abbildungen mit zufällig gewählten Anfangsbedingungen mit $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0 \in [0, 1]$ durchgeführt. Anschließend Zeitreihen, nachdem die ersten 10^4 Datenpunkte verworfen wurden, um transientes Verhalten zu eliminieren, mit je $N = 10^4$ Datenpunkten erzeugt. Schließlich wurde für jede Realisation aus den Zeitreihen die Kenngröße \mathcal{D} berechnet. Wenn nicht anders angegeben werden nur Median sowie die Schwankungsbreite (der 1.5-fache Interquartilabstand) der Verteilung der Kenngrößen über die Realisationen dargestellt. Für die Abbildungen werden im Folgenden die Einbettungsparameter $m = 3$ und $l = 1$ gemäß Anhang C als optimale Wahl angesehen.

4.3.1. Allgemeine Beobachtungen

In Abb. 4.4 sind die Kenngrößen für retardierte Informationsflüsse $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ (links) und $\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ (Mitte, Gl. (3.49)), sowie der Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ (rechts, Gl. (3.50)) exemplarisch für zwei unidirektional gekoppelter logistischer Abbildungen $c_{X \rightarrow Y} = 0.45, c_{Y \rightarrow X} = 0$ mit Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y} = 10$ dargestellt.

Zunächst fällt auf, dass für $\tau_2 = \delta_{X \rightarrow Y}$ und alle τ_1 erwartungsgemäß der größte retardierte Informationsfluss mittels $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ (siehe Abb. 4.4, links) beobachtet werden kann, der bis zu drei Größenordnungen höher ist als für alle anderen Parameterpaare (τ_1, τ_2) . Diese Beobachtung wird im Folgenden mit *resonanzartige Struktur* bezeichnet. Anzumerken sei an dieser Stelle, dass für den Fall $\tau_1 = \tau_2 = 1$ die DSTE der nicht-retardierten Symbolische Transferentropie (STE) entspricht und erwartungsgemäß retardierte gerichtete Interaktionen nicht korrekt detektiert werden können, da $\mathcal{D}(1, 1) = \mathcal{S} \approx 0$. Zudem kann beobachtet werden, dass der retardierte Informationsfluss $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$

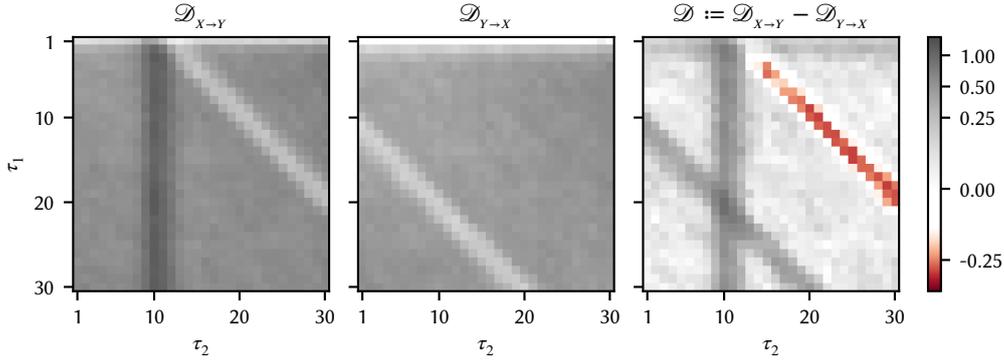


Abbildung 4.4.: Kenngrößen $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ (links), $\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ (Mitte) sowie der Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ (rechts) zweier unidirektional retardiert gekoppelter logistischer Abbildungen ($c_{Y \rightarrow X} = 0, c_{X \rightarrow Y} = 0.45, \delta_{X \rightarrow Y} = 10$; Einbettungsparameter $m = 3$ und $l = 1$; $N = 100$ Datenpunkte). Die Amplitudenwerte sind für eine bessere Visualisierung für Werte aus dem Intervall $[-0.25, 0.25]$ linear dargestellt; außerhalb logarithmisch. Die Parameter τ_1 und τ_2 geben an, der wieviel Zeitschritte vergangene Zustand des eigenen bzw. beeinflussenden Systems zur Schätzung des retardierten Informationsflusses betrachtet wurde.

vom Betrag minimal wird, wenn $\tau_2 = \tau_1 + \delta_{X \rightarrow Y}$ und $\tau_1 > 1$. Das Gleiche gilt für den rückwärtsgerichteten retardierten Informationsfluss $\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ für die Parameter $\tau_2 = \tau_1 - \delta_{X \rightarrow Y}$ und $\tau_1 > \delta_{X \rightarrow Y}$. Interessanterweise kann gezeigt werden, dass selbst dieser stark verminderte oder sogar nicht messbare retardierte Informationsfluss (im Folgenden als *Nebendiagonalen* bezeichnet) ebenfalls Informationen bezüglich der Verzögerung und Richtung der retardierter Interaktionen bereitstellt (siehe Abb. 4.4 links: obere Nebendiagonale, Mitte: untere Nebendiagonale). Diese Beobachtung lässt sich dadurch erklären, dass genau für diese Parameterpaare (τ_1, τ_2) der Informationsaustausch gerade stattgefunden hat und somit die betrachteten vergangenen Zustände der beiden Systeme X und Y ungefähr die gleiche Menge an Information über die zeitliche Entwicklung des aktuellen Zustandes von System Y bereithalten (siehe Abb. 3.4). Es kommt zu einer sehr begrenzten Anzahl an Kombinationen möglicher Symbole, die zu den wenigen Übergangswahrscheinlichkeiten ungleich 0 beitragen können. Daher strebt das Verhältnis der bedingten Wahrscheinlichkeiten in Gl. (3.49) gegen eins und somit strebt der retardierte Informationsfluss $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ gegen 0 ($\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ analog). Für alle anderen Parameterpaare (τ_1, τ_2) , die nicht die obigen Bedingungen erfüllen, werden die beobachteten Amplitudenwerte von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ im Folgenden als *Untergrund* bezeichnet. Somit lässt sich eine *Differenzierbarkeit* als Differenz von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ zum Untergrund definieren. Der retardierte Informationsfluss $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ bzw. $\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ für Wertepaare (τ_1, τ_2) aus dem Untergrund nimmt dabei nur Werte nahe 0 an, wenn die Einbettungsparameter optimal gewählt worden sind (siehe Kap. 3.3.3) und die Übergangswahrscheinlichkeiten mit einer ausreichend großen Datenpunktzahl N geschätzt worden

Struktur	Parameterpaare	$\text{sign}(\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2))$
resonanzartige Struktur	$\tau_2 = \delta_{X \rightarrow Y}$	positiv (negativ)
untere Nebendiagonale	$\tau_2 = \tau_1 - \delta_{X \rightarrow Y} \quad \forall \tau_1 > \delta_{X \rightarrow Y}$	positiv (negativ)
obere Nebendiagonale	$\tau_2 = \tau_1 + \delta_{X \rightarrow Y} \quad \forall \tau_1 > 1$	negativ (positiv)
Untergrund	sonst	≈ 0

Tabelle 4.1.: Zusammenfassung der beobachtbaren Strukturen im Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ in Abhängigkeit der Parameterpaare (τ_1, τ_2) : Parameterpaare (τ_1, τ_2) , für die ein asymmetrischer retardierter Informationsfluss (bevorzugte Richtung) zwischen retardiert gekoppelten Systemen mit Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y}$ vorliegt kann die Richtung mittels des Vorzeichens des Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ aus Zeitreihen gemessen werden kann. Das Vorzeichen ist für einen Informationsfluss von X nach Y (bzw. Y nach X) angegeben.

sind.

Der Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ (siehe rechter Teil von Abb. 4.4 und Gl. (3.50)) liefert Informationen bezüglich der Verzögerung (je nach Differenzierbarkeit zum Untergrund mittels resonanzartiger Struktur oder der Nebendiagonalen) und der Richtung der Interaktion (Vorzeichen der resonanzartigen Struktur oder der unteren Nebendiagonale bzw. umgekehrtes Vorzeichen der oberen Nebendiagonale). Unter Vertauschung der Systeme X mit Y wechselt per Definition das Vorzeichen der Strukturen. Die beobachtbaren Strukturen sowie die Parameterpaare, unter denen diese zu beobachten sind, werden in Tab. 4.1 noch einmal zusammengefasst.

Bei nicht-optimal gewählten Einbettungsparametern, d. h. zu groß gewählter Einbettungsdimension, oder bei sehr geringen Datenpunktanzahlen N lassen sich die Nebendiagonalen über einen großen Kopplungsstärkebereich vom Untergrund besser differenzieren als mit großen Datenpunktanzahlen und optimal gewählter Einbettungsdimension. Für das gezeigte Beispiel (Abb. 4.4) mit Einbettungsparametern $m = 3$ und $l = 1$ lassen sich die Nebendiagonalen für $N = 10^5$ Datenpunkte so gut wie gar nicht vom Untergrund unterscheiden, aber die resonanzartige Struktur ist gut differenzierbar; mit sinkender Datenpunktanzahl bis hin zu $N = 10^2$ steigt die Differenzierbarkeit der Nebendiagonalen jedoch annähernd exponentiell, wohingegen die resonanzartige Struktur nicht mehr differenzierbar ist. Daher eignen sich die Nebendiagonalen insbesondere in der Analyse von Felddaten, bei denen häufig nur eine begrenzte Anzahl an Datenpunkten zur Verfügung steht und die Einbettungsparameter a priori unbekannt sind. Dieser Zusammenhang wird im folgenden Kapitel genauer untersucht.

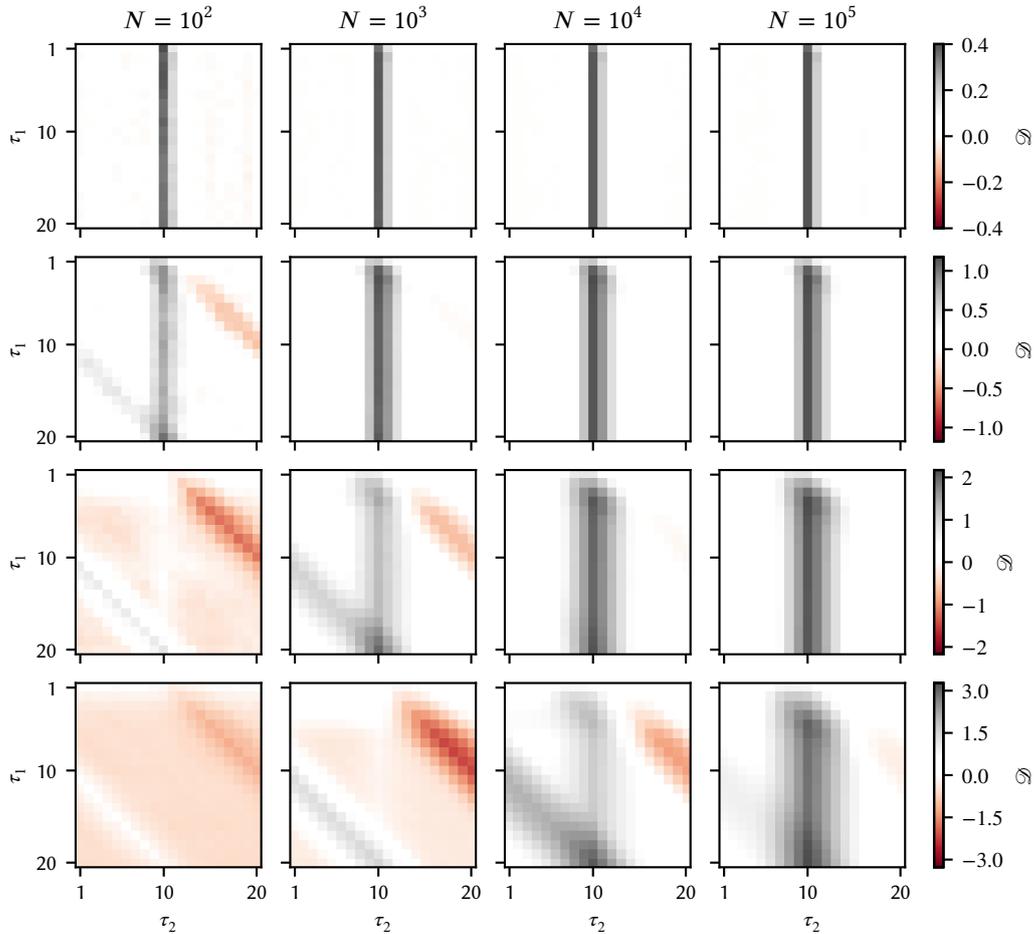


Abbildung 4.5.: *Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ zweier unidirektional retardiert gekoppelte logistische Abbildung mit Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y} = 10$ und Kopplungsstärken $c_{X \rightarrow Y} = 0.45$ und $c_{Y \rightarrow X} = 0$. Von oben nach unten: steigende Einbettungsdimension $m \in \{2, \dots, 5\}$; Einbettungsverzögerung jeweils $l = 1$. Von links nach rechts: steigende Anzahl an Datenpunkten N . Positive (negative) Amplitudenwerte von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ indizieren treibendes (respondierendes) Verhalten von System X .*

4.3.2. Abhängigkeit von Datenpunktanzahl und Einbettungsparametern

In diesem Abschnitt wird untersucht, inwiefern eine nicht-optimale Wahl der Einbettungsparameter die Richtungsindikation und Charakterisierung einer Interaktionsverzögerung mittels DSTE beeinflusst wird. Zudem wird die Menge an Datenpunkten abgeschätzt, die für die Charakterisierung retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen notwendig ist. Für die folgenden Analysen wurden zwei logistische Abbildungen unidirektional ($c_{Y \rightarrow X} = 0$) retardiert miteinander mit einer Verzögerung von $\delta_{X \rightarrow Y} \in \{1, \dots, 25\}$ und Kopplungsstärken $c_{X \rightarrow Y} \in [0, 0.7]$ gekoppelt. Die Zeitreihen der Systeme

bestanden jeweils aus $N \in \{10^2, \dots, 10^6\}$ Datenpunkten, aus denen anschließend die retardierten Interaktionen mit Einbettungsdimension $m \in \{2, \dots, 5\}$ und -verzögerung $l \in \{1, \dots, 5\}$ mittels \mathcal{D} mit $\tau_1, \tau_2 \in \{1, \dots, 50\}$ charakterisiert wurden.

In Abb. 4.5 ist $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ in Abhängigkeit von der Datenpunktzahl N , sowie der Einbettungsdimension m exemplarisch für die Verzögerung $\delta_{x \rightarrow y} = 10$ und Kopplungsstärke $c_{x \rightarrow y} = 0.45$ dargestellt. Es lassen sich zwei dominante Abhängigkeiten beobachten: Zum einen nimmt mit steigender Datenpunktzahl N die Breite der resonanzartigen Struktur und der Nebendiagonalen zu. Mittels der Parameterpaare, für die maximale bzw. minimale Amplitudenwerte von \mathcal{D} beobachtet werden können, kann gemäß Tab. 4.1 sowohl die eingestellte Verzögerung als auch die Interaktionsrichtung weiterhin korrekt ermittelt werden. Die Verbreiterung der Strukturen kann auf die verwendete Symbolisierungstechnik [1, 163] zurückgeführt werden, da mit steigender Einbettungsdimension m die Länge der Symbole linear größer wird und sich die Symbole daher stärker zeitlich überlappen. Desweiteren lässt sich mit sinkender Datenpunktzahl N und steigender Einbettungsdimension m eine Abnahme der Amplitudenwerte von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ innerhalb der resonanzartigen Struktur beobachten, bis die Struktur schließlich nicht mehr vom Untergrund differenzierbar ist (siehe Abb. 4.5 links unten). Gleichzeitig treten anstelle dessen die Nebendiagonalen stärker hervor bis sich nur noch diese vom Untergrund differenzieren lassen. Zumindest für das untersuchte System lässt sich als „Faustformel“ eine untere Schranke für eine Datenpunktzahl von

$$N_{\min.} \approx 10^{m-1} \quad (4.4)$$

definieren, oberhalb derer die Interaktionsrichtung und -verzögerung noch mittels der resonanzartigen Struktur bestimmt werden können. Unterhalb dieser Schranke lassen sich primär Nebendiagonalen beobachten, mit denen die Interaktionen ebenfalls charakterisiert werden können.

In Abb. 4.6 ist der Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ in Abhängigkeit der Einbettungsverzögerung l exemplarisch anhand der resonanzartigen Struktur dargestellt. Dazu wurde die Datenpunktzahl gemäß Gl. (4.4) mit $N = 10^5$ so hoch gewählt, sodass nur diese Struktur vom Untergrund differenzierbar ist. Mit steigender Einbettungsverzögerung l lassen sich erwartungsgemäß höchste Amplitudenwerte von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ mit $\tau_2 = \delta_{x \rightarrow y}$ für alle τ_1 beobachten. Die resonanzartige Struktur selbst scheint jedoch zu „zerfasern“ und es können weitere resonanzartige Strukturen bei $\tau_2 \approx \delta_{x \rightarrow y} \pm al \quad \forall \tau_1$ mit $a \in \{0, \dots, m-1\}$ beobachtet werden, wobei die Amplitudenwerte von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ für diese Parameterpaare niedriger ausfallen. Diese bis zu $2m+1$ mal auftretenden Strukturen haben einen horizontalen Abstand von $\Delta\tau_1 \approx l$ und weisen innerhalb dieser Strukturen für $\tau_1 \in \{\tau_1, \dots, (m-1)l\}$ einen zusätzlich zu den anderen Parameterpaaren verringerten

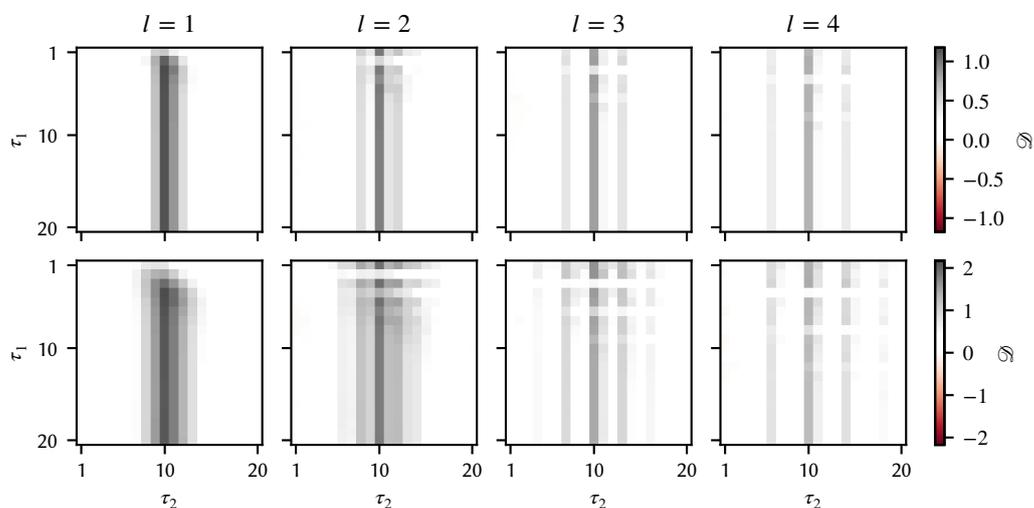


Abbildung 4.6.: *Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ für zwei unidirektional retardiert gekoppelte logistische Abbildungen mit Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y} = 10$, Kopplungsstärken $c_{X \rightarrow Y} = 0.45$ und $c_{Y \rightarrow X} = 0$. Die Datenpunktzahl wurde entsprechend Gl. (4.4) mit $(N = 10^5)$ so hoch gewählt, sodass nur die resonanzartige Struktur sichtbar ist. Von links nach rechts: ansteigende Einbettungsverzögerung $l \in \{1, \dots, 4\}$. Oben: Einbettungsdimension $m = 3$, unten: $m = 4$. Positive (negative) Amplitudenwerte von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ indizieren treibendes (respondierendes) Verhalten von System X.*

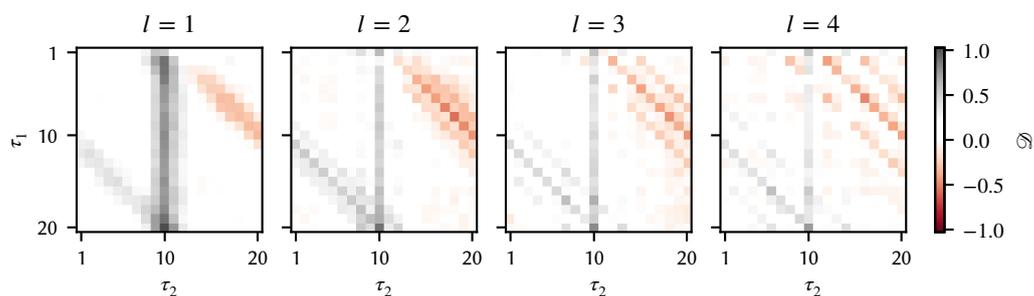


Abbildung 4.7.: *Wie obere Zeile von Abb. 4.6, jedoch für Zeitreihen der Länge $N = 10^2$, sodass gemäß Gl. (4.4) mit $m = 3$ hauptsächlich nur Nebendiagonalen beobachtbar sind.*

Direktionalitätsindex \mathcal{D} auf. Diese Beobachtung kann wieder auf die angewendete Symbolisierungstechnik zurückgeführt werden, da überlappende Symbole aus bis zu $m - 1$ gleichen Amplitudenwerten gebildet werden und somit nicht unabhängig sind. Folglich kann für diese ähnlichen Symbole ein ähnlich großer Informationsfluss detektiert werden. Kugiumtziš [224] schlug für die nicht-retardierte STE eine Methode vor, welche diese Abhängigkeit bei der Schätzung der Übergangswahrscheinlichkeiten berücksichtigt und letztere besser geschätzt werden können. Möglicherweise können durch Übertragen dieses Ansatzes auf DSTE diese zusätzlichen Strukturen verringert oder sogar eliminiert werden.

In Abb. 4.7 ist die Abhängigkeit von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ von der Einbettungsverzögerung l exemplarisch am Beispiel der Nebendiagonalen dargestellt. Es ist analog zur resonanzartigen Struktur sowohl eine Verbreiterung der Strukturen mit steigender Einbettungsdimension m , als auch die „Zerfaserung“ der Nebendiagonalen zu erkennen. Analoge Ergebnisse lassen sich für andere Interaktionsverzögerungen in einem weiten Kopplungsstärkebereich beobachten. In welchem Kopplungsstärkebereich retardierte gerichtete und gewichtete Interaktionen mittels DSTE identifiziert und charakterisiert werden können wird im folgenden Abschnitt untersucht.

4.3.3. Abhängigkeit von Kopplungsstärke

Nachdem der Einfluss nicht-optimal gewählter Einbettungsparameter und stark begrenzter Datenpunktanzahl untersucht wurde, wird in diesem Abschnitt untersucht, für welchen Kopplungsstärkebereich (vgl. Kap. 2.3.5 und Kap. 4.1.1) retardierte gerichtete Interaktionen mittels DSTE detektiert und Richtung und Verzögerung charakterisiert werden können. Hierfür wurden zwei logistische Abbildungen wie im vorherigen Abschnitt unidirektional retardiert miteinander gekoppelt und die Einbettungsparameter zur Berechnung von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ auf $m = 3$ und $l = 1$ gemäß Anhang C festgesetzt.

Mit Hilfe der bisher gewonnenen Erkenntnisse (Kap. 4.3.1 und 4.3.2) lassen sich die Ergebnisse exemplarisch anhand einzelner Parameterpaare (τ_1, τ_2) darstellen, für die der retardierte Informationsfluss bestimmt und die Differenzierbarkeit zum Untergrund in Abhängigkeit der Kopplungsstärke analysiert wird. Dazu wird jeweils ein Parameterpaar aus der resonanzartigen Struktur (\mathfrak{D}_*^R) , den jeweiligen Nebendiagonalen $(\mathfrak{D}_*^U, \mathfrak{D}_*^L)$ sowie dem mittleren Untergrund $(\overline{\mathfrak{D}}^B)$ gemäß Tab. 4.1 mit Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y} = 10$ gewählt. Diese Parameterpaare sind in Abb. 4.8 gekennzeichnet und in Tab. 4.2 mit den jeweiligen zu erwartenden Differenzierbarkeiten zum Untergrundes aufgelistet.

In Abb. 4.9 ist die Abhängigkeit von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ von der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ und Datenpunktanzahl N für exemplarisch ausgewählte Parameterpaare aus der resonanzartigen

Struktur	Informationsfluss	Erwartete Differenzierbarkeit	
		$X \rightarrow Y$	$Y \rightarrow X$
resonanzartige Struktur	$\mathfrak{D}_\star^R := \mathfrak{D}_\star(11, 10)$	> 0	$= 0$
untere Nebendiagonale	$\mathfrak{D}_\star^L := \mathfrak{D}_\star(11, 1)$	$= 0$	< 0
obere Nebendiagonale	$\mathfrak{D}_\star^U := \mathfrak{D}_\star(11, 21)$	< 0	$= 0$
(mittlerer) Untergrund	$\mathfrak{D}_\star^B := \mathfrak{D}_\star(25, 25)$	$\overline{\mathfrak{D}}^B := (\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^B + \mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^B) / 2$	

Tabelle 4.2.: Liste retardierter Informationsflüsse, die für jeweils ein exemplarisches Parameterpaar (τ_1, τ_2) aus den beobachtbaren Strukturen (Resonanzartige Struktur, untere und obere Nebendiagonale) sowie dem Untergrund gemäß Tab. 4.1 mit Verzögerung $\delta_{x \rightarrow y} = 10$ definiert werden. Der Index \star steht für die jeweils betrachtete Richtung des Informationsflusses. Die erwartete Differenzierbarkeit des jeweiligen Informationsflusses zum Untergrund für eine unidirektionale Interaktion von X nach Y ist in den rechten beiden Spalten angegeben.

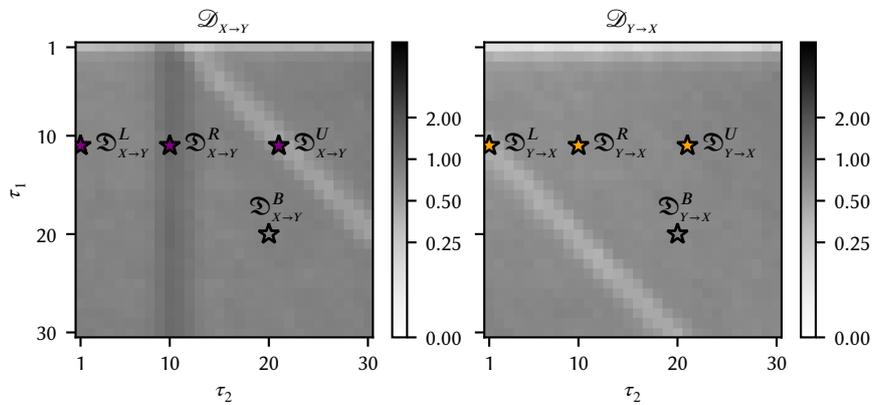


Abbildung 4.8.: Wie Abb. 4.4, jedoch zusätzlich mit jeweils einem exemplarischem hervorgehobenen Parameterpaar aus den beobachtbaren Strukturen, für welches der retardierte Informationsfluss bestimmt wird: Resonanzartige Struktur \mathfrak{D}_\star^R , untere und obere Nebendiagonalen \mathfrak{D}_\star^L und \mathfrak{D}_\star^U , sowie dem Untergrund $\overline{\mathfrak{D}}^B$; Definition der Informationsflüsse siehe Tab. 4.2. Der Index \star steht für die jeweils betrachtete Richtung des Informationsflusses. Für die Richtung $X \rightarrow Y$ sind die Parameterpaare in lila markiert (links), für die Rückrichtung in orange (rechts). Das Parameterpaar für Untergrund ist jeweils in grau markiert.

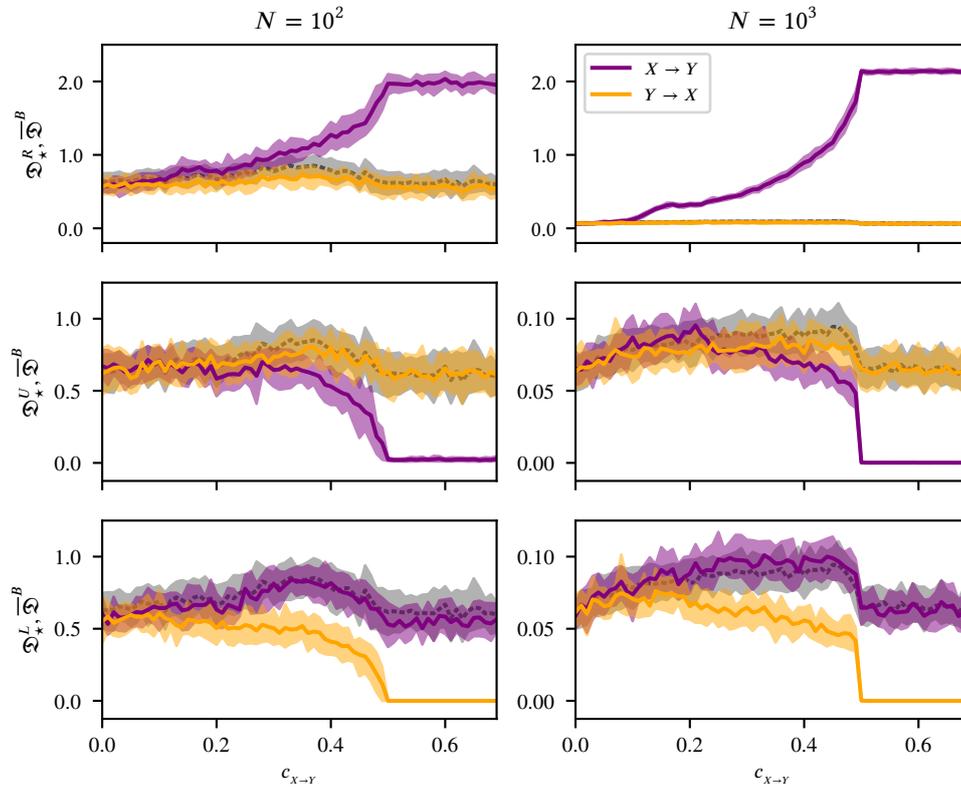


Abbildung 4.9.: Median des Informationsflusses von System X nach Y (lila Linien), sowie von Y nach X (orange Linien) in Abhängigkeit der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ für exemplarische Informationsflüsse aus den beobachtbaren Strukturen sowie dem Untergrund; Definition der Kenngrößen, sowie Wahl der Parameterpaare siehe Tab. 4.2. Obere Reihe: \mathfrak{D}_{\star}^R aus der resonanzartigen Struktur; Mittlere Reihe: \mathfrak{D}_{\star}^U aus der oberen Nebendiagonale; Untere Reihe: \mathfrak{D}_{\star}^L aus der unteren Nebendiagonale. Der Index \star der Kenngrößen steht für die jeweilige Richtung. Der mittlere Wert aus dem Hintergrund $\overline{\mathfrak{D}}^B$ ist in grau dargestellt. Im Bild oben rechts wird er von der gelben Linie verdeckt. Der Informationsfluss wurde jeweils aus Zeitreihen zweier unidirektional retardiert gekoppelter logistischer Abbildungen mit $\delta_{X \rightarrow Y} = 10$, bestehend aus jeweils $N = 10^2$ (links) bzw. $N = 10^3$ (rechts) Datenpunkten geschätzt. Einbettungsparameter $m = 3$ und $l = 1$. Die Flächen unter den Linien indizieren die jeweilige Schwankungsbreite der Kenngrößen über die Realisationen.

Struktur (\mathfrak{D}_*^R), den Nebendiagonalen ($\mathfrak{D}_*^U, \mathfrak{D}_*^L$), sowie dem Untergrund ($\overline{\mathfrak{D}}^B$) dargestellt. Für eine große Datenpunktzahl ($N \geq 10^3$, rechts) kann der vorliegende Informationsfluss von System X nach Y (in lila) bereits ab einer verhältnismäßig geringen Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.1$ mittels resonanzartiger Struktur (Abb. 4.9, obere Reihe) detektiert werden, wobei die Differenzierbarkeit zum Untergrund mit steigender Kopplungsstärke weiter steigt und bei $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.5$ das Maximum erreicht. Ab dieser Kopplungsstärke sind die logistischen Abbildungen bis auf einen Zeitversatz synchronisiert. Mit weiter ansteigender Kopplungsstärke verweilt die Differenzierbarkeit auf dem Maximum. Somit lässt sich im Gegensatz zu den nicht-retardierte Kenngrößen die Interaktionsrichtung ebenfalls für das Regime starker Synchronisation (vgl. Kap. 2.3.5 und 4.2) mittels DS-TE korrekt identifizieren. Für die entgegengesetzte Richtung (in orange) kann unabhängig von der Kopplungsstärke erwartungsgemäß kein vom Untergrund unterscheidbarer Informationsfluss gemessen werden ($\mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^R \approx \overline{\mathfrak{D}}^B$). Für geringere Datenpunktzahlen ($N = 10^2$, links), ist sowohl die Schwankungsbreite über die Realisationen als auch der Mittelwert der Informationsflüsse größer, da die Übergangswahrscheinlichkeiten schlechter geschätzt werden können. Aufgrund dessen kann der tatsächlich vorliegende Informationsfluss $\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^R$ erst ab einer Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \geq 0.4$ vom Untergrund differenziert werden.

Für die obere Nebendiagonale kann ein Informationsfluss und somit Richtung und Verzögerung der Interaktion bereits ab einer Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \geq 0.45$ bei einer Datenpunktzahl von $N = 10^3$ detektiert werden (vgl. Abb. 4.9, Mitte). Für geringere Datenpunktzahlen ($N = 10^2$) kann dieser ab Kopplungsstärken $c_{X \rightarrow Y} \geq 0.4$ vom Untergrund differenziert werden. Die Schwankungsbreite der Kenngrößen über die Realisationen ist generell für $N = 10^2$, wie bei der resonanzartigen Struktur schon beobachtbar, um ungefähr eine Größenordnung größer als bei $N = 10^3$. Der entgegengesetzt gerichtete Informationsfluss lässt sich jedoch wie bei der resonanzartigen Struktur unabhängig von der Kopplungsstärke und Datenpunktzahl nicht vom Untergrund differenzieren ($\mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^U \approx \overline{\mathfrak{D}}^B$). Interessanterweise lässt sich jedoch ein Informationsfluss zwischen den Systemen X und Y mit Hilfe der unteren Nebendiagonalen bereits für kleinere Kopplungsstärken mit $c_{X \rightarrow Y} \geq 0.25$ beobachten: Hier kann der $\mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^L$ deutlich für beide Datenpunktzahlen vom Untergrund differenziert werden (vgl. Abb. 4.9, unten). Die Beobachtungen bezüglich der Schwankungsbreite und der entgegengesetzten Richtung sind analog zu denen, die mit Hilfe der oberen Nebendiagonale gewonnen worden sind.

Zusammenfassend können Richtung und Verzögerung von Interaktionen mit Hilfe von retardierten Informationsflüssen bei geringer Datenpunktzahl selbst für kleine Kopplungsstärken mit Hilfe der unteren Nebendiagonale $\mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^L$ detektiert werden. Mit einer

großen Datenpunktzahl kann mit Hilfe der resonanzartige Struktur $\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^R$ eine robustere Schätzung der Richtung und Verzögerung von Interaktionen erreicht werden.

4.3.4. Einfluss von Messrauschen

Im Folgenden wird mit Hilfe von Messrauschen die Robustheit der DSTE in Hinblick auf die Tauglichkeit für die Analyse von Felddaten untersucht. Bei letzterer ist es wahrscheinlich, dass eine asymmetrische Kontamination mit Rauschen anzutreffen ist [225] und kann bei der Schätzung von Interaktionsrichtungen zu Fehlinterpretationen führen [65, 129, 140, 226, 227].

Daher wurden zwei logistische Abbildungen mit einer Verzögerung von $\delta_{X \rightarrow Y} = 10$ unidirektional miteinander gekoppelt und den Zeitreihen des Treibers (x_1, \dots, x_N) als auch denen des Responders (y_1, \dots, y_N) additiv Rauschen hinzugefügt. Diese Kontamination mit Rauschen erfolgte entweder *symmetrisch* (d. h. mit demselben Signal-Rausch-Verhältnis (SNR)) oder *asymmetrisch* (d. h. mit unterschiedlichem SNR), mit

$$\mathfrak{s} := \frac{\sigma_s}{\sigma_n}, \quad (4.5)$$

wobei σ_s für die Standardabweichung einer rauschfreien und σ_n für die einer verrauschten Zeitreihe steht.

Es wurden verschiedene Typen von Rauschen verwendet, um zwei verschiedene Arten eines möglichen Einflusses zu untersuchen: Zum einen wurden mit Hilfe von gleichverteiltem bzw. Gauß-verteiltem δ -korreliertem Rauschen Messfehler simuliert. Zum anderen wurden mit Hilfe von *Surrogaten* [228] Ersatzzeitreihen erzeugt, die dasselbe Spektrum und dieselbe Amplitudenverteilung wie die Zeitreihe selbst aufweisen. Diese wurden als sogenanntes *In-Band-Rauschen* verwendet, um Messrauschen zu simulieren.

In Abb. 4.10 sind exemplarisch Beobachtungen für eine symmetrische Rauschkontamination mittels In-Band-Rauschen für verschiedene SNR mit $\mathfrak{s} \in [1, 128]$ und verschiedene Datenpunktzahlen N in Abhängigkeit der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ dargestellt. Analog zum vorherigen Kapitel werden die Beobachtungen nur exemplarisch für Parameterpaare dargestellt, von denen eine korrekte Indikation für Richtung und Verzögerung zu erwarten ist: Zum einen wird der Informationsfluss für ein Parameterpaar aus der resonanzartigen Struktur ($\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^R$, obere Reihe) und jeweils ein Parameterpaar aus der oberen (unteren) Nebendiagonale ($\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^U$ und $\mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^L$, mittlere und untere Reihe) dargestellt. Als Vergleich dient jeweils der Informationsfluss für ein Parameterpaar aus dem Untergrund ($\overline{\mathfrak{D}}^B$, jeweils in grau).

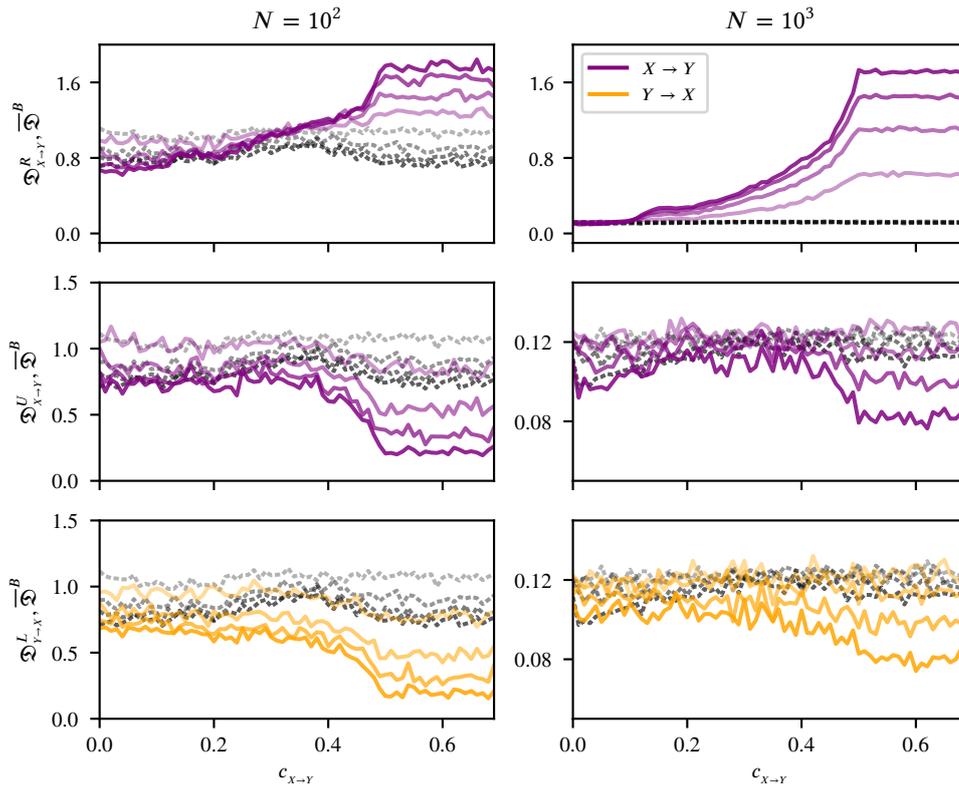


Abbildung 4.10.: Median des Informationsflusses von System X nach Y (lila Linien), sowie von Y nach X (orange Linien) in Abhängigkeit der Kopplungsstärke c_{X-Y} analog zu Abb. 4.9, jedoch zusätzlich für verschiedene Signal-Rausch-Verhältnisse. Definition der Kenngrößen, sowie Wahl der Parameterpaare siehe Tab. 4.2. Die Deckkraft der Linien von hoch zu niedrig stellt das sinkende SNR mit $\mathfrak{s} \in \{128, 32, 8, 2\}$ dar. Die Schwankungsbreiten der Kenngrößen über die Realisationen, sowie die nicht zum Untergrund differenzierbaren Informationsflüsse (siehe vorheriger Abschnitt) wurden zugunsten der Unterscheidbarkeit weggelassen.

Es konnte beobachtet werden, dass die Differenzierbarkeit der Kenngrößen zum Untergrund für retardierten Informationsfluss mit sinkendem \mathfrak{s} (Linien mit abnehmender Deckkraft, Abb. 4.10) abnahm. Zudem konnten mit sinkendem \mathfrak{s} erst für höhere Kopplungsstärken retardierte gewichtete und gerichtete Interaktion korrekt detektiert werden. Somit ist der Kopplungsstärkebereich, in dem eine Charakterisierung möglich ist, kleiner.

Bei geringen Mengen von Datenpunkten ist eine Bestimmung retardierter Informationsflüsse und somit Identifikation von Interaktionsrichtung und -verzögerung mit Hilfe der Nebendiagonalen ($\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^U$ und $\mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^L$) robuster gegenüber Kontamination mit Rauschen als es für größere Datenpunktanzahlen der Fall ist. Für die Identifikation mit Hilfe der resonanzartigen Struktur ($\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^R$) gilt – wie zu erwarten – Gegenteiliges, da die Amplitudenwerte der Kenngrößen deutlich geringer von denen des Untergrundes abweichen, als es für die Schätzer aus den Nebendiagonalen der Fall ist. Qualitativ ähnliche Beobachtungen konnten für andere Rauschtypen gemacht werden (hier nicht gezeigt). Für andere Interaktionsverzögerungen und nicht- optimal gewählte Einbettungsparameter wurden analoge Ergebnisse erzielt.

4.3.5. Beobachtungen für bidirektionale Kopplung

Abschließend wurde untersucht, inwiefern sich die bisherigen Beobachtungen für bidirektional ($c_{Y \rightarrow X} \neq 0$) retardiert gekoppelte logistische Abbildungen verallgemeinern lassen. Hierfür wurde eine feste Kopplung von Y nach X mit Kopplungsstärke $c_{Y \rightarrow X} = 0.2$ und Verzögerung $\delta_{Y \rightarrow X} = 10$ eingestellt und der Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ in Abhängigkeit der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ mit den Einbettungsparametern $m = 3$ und $l = 1$ untersucht. Die Zeitreihen umfassten $N = 10^3$ Datenpunkte gemäß Gl. (4.4), sodass hauptsächlich die resonanzartige Struktur beobachtbar ist und somit die Informationsflüsse besser unterscheidbar sind.

In Abb. 4.11 sind die Direktionalitätsindizes $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ in Abhängigkeit der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ dargestellt: Für den Fall unterschiedlicher Verzögerungen in Hin- und Rückrichtung (Abb. 4.11, links) können die retardierten gerichteten Interaktionen, sowie die entsprechenden Verzögerungen anhand der resonanzartigen Struktur mittels $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ detektiert werden. Der retardierte Informationsfluss und somit Verzögerung und Richtung der Interaktion von X nach Y kann analog zu Abb. 4.9 ab einer Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.2$ anhand der resonanzartigen Struktur detektiert werden; Die Interaktion in umgekehrter Richtung (Y nach X) konnte erwartungsgemäß unabhängig von der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ beobachtet werden, da die Kopplungsstärke $c_{Y \rightarrow X}$ konstant gewählt wurde. Sind die Verzögerungen der Interaktionen jedoch gleich (Abb. 4.11, rechts), so

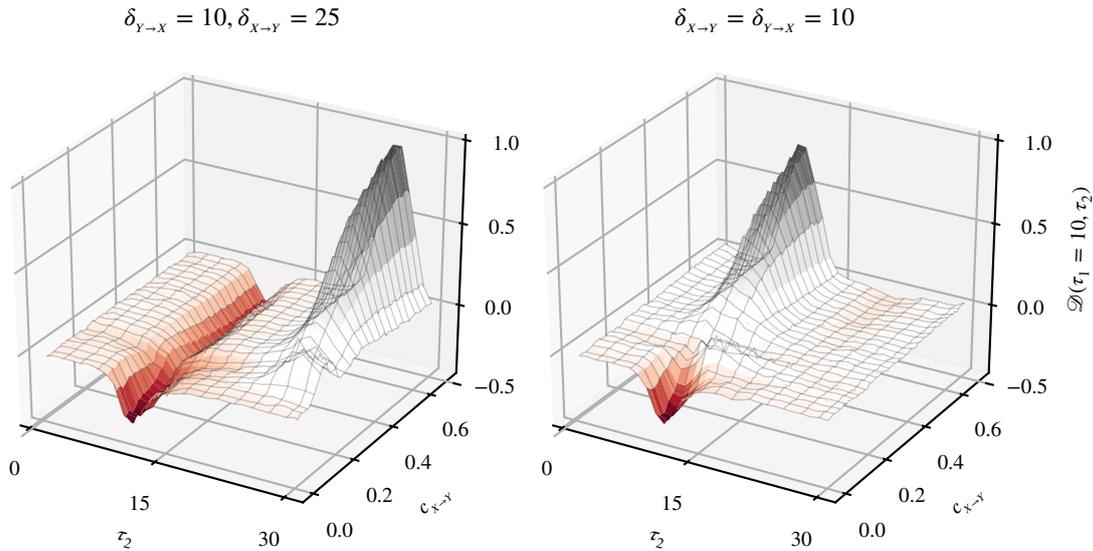


Abbildung 4.11.: Median des Direktionalitätsindexes $\mathcal{D}(\tau_1 = 11, \tau_2)$ in Abhängigkeit der Kopplungsstärke $c_{x \rightarrow y}$ und des Parameters τ_2 für zwei bidirektional retardiert gekoppelte logistische Abbildungen mit $c_{y \rightarrow x} = 0.2$ und $\delta_{y \rightarrow x} = 10$ über die 20 Realisationen. Zur besseren Visualisierung wurden die Amplitudenwerte von \mathcal{D} zusätzlich analog zu Abb. 4.4 farblich kodiert. Links: die Verzögerungen der beiden Systeme wurde unterschiedlich gewählt ($\delta_{x \rightarrow y} = 25$ und $\delta_{y \rightarrow x} = 10$); Rechts: Die Verzögerung sind identisch ($\delta_{x \rightarrow y} = \delta_{y \rightarrow x} = 10$). Aufgrund der gewählten Datenpunktzahl ($N = 10^3$), sowie Einbettungsparameter ($m = 3, l = 1$) sind hauptsächlich die resonanzartigen Strukturen beobachtbar.

kann nur der dominante Informationsfluss gemessen werden d. h. die retardierte gerichtete Interaktion, deren Kopplungsstärke höher ist. Diese Beobachtung gilt allerdings nur für identische Systeme: Für topologisch unterschiedlich komplexe Systeme mit endlich langen Zeitreihen könnte das komplexere System als das dominantere System identifiziert werden und die Interaktionsrichtung somit fälschlich geschätzt werden (vgl. [159]).

Für andere Einbettungsparameter m und l , sowie andere Kombinationen bidirektionaler Kopplung konnten analoge Ergebnisse beobachtet werden: Die Schätzung des Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ unterlag analog zu Kap. 4.3.2 der Wahl der Einbettungsparameter. Folglich konnten die bekannten Strukturen je nach Datenpunktzahl N und Einbettungsparametern je Interaktionsrichtung und -verzögerung beobachtet werden.

4.4. Retardiert gekoppelte Rössler-Oszillatoren

In Folgenden wird untersucht, inwiefern sich die Beobachtungen (Kap. 4.3) für diskrete dynamische Systeme, welche die Markov-Eigenschaft erfüllen, auch auf Systeme mit

kontinuierlicher Zeitentwicklung (siehe Kap. 2.1) übertragen lassen, die per Definition nicht die Markov-Eigenschaft erfüllen und somit nicht die Annahme von DSTE erfüllen. Dazu wurden zwei Rössler-Oszillatoren analog zu Gl. (4.1) jeweils in der ersten Komponente der Oszillatoren miteinander diffusiv mit Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ bzw. $c_{Y \rightarrow X}$ und Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y}$ und $\delta_{Y \rightarrow X}$ wie folgt gekoppelt:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_t^{(1)} &= \omega_X \left(-x_t^{(2)} - x_t^{(3)} \right) + c_{Y \rightarrow X} \left(y_{t-\delta_{Y \rightarrow X}}^{(1)} - x_t^{(1)} \right), \\
 \dot{x}_t^{(2)} &= \omega_X \left(x_t^{(1)} + 0.165x_t^{(2)} \right), \\
 \dot{x}_t^{(3)} &= \omega_X \left(0.2 + x_t^{(3)} \left(x_t^{(1)} - 10.0 \right) \right), \\
 \dot{y}_t^{(1)} &= \omega_Y \left(-y_t^{(2)} - y_t^{(3)} \right) + c_{X \rightarrow Y} \left(x_{t-\delta_{X \rightarrow Y}}^{(1)} - y_t^{(1)} \right), \\
 \dot{y}_t^{(2)} &= \omega_Y \left(y_t^{(1)} + 0.165y_t^{(2)} \right), \\
 \dot{y}_t^{(3)} &= \omega_Y \left(0.2 + y_t^{(3)} \left(y_t^{(1)} - 10.0 \right) \right).
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Die Parameter ω_X und ω_Y beschreiben die Eigenfrequenzen der Systeme X und Y . Details siehe Anhang A.2. Als Zeitreihen dienten die Amplitudenwerte der jeweils ersten Komponenten der Systeme $x_t^{(1)}$ und $y_t^{(1)}$, welche mit $\Delta t = 0.3$ abgetastet wurden.

Um den Übergang zu Phasensynchronisation oder sogar vollständiger Synchronisation zu erschweren, wurden für jede der 50 Realisationen zusätzlich zu den Anfangsbedingungen die Eigenfrequenzen ω_X und ω_Y aus einer Gauß-Verteilung mit Mittelwert $\overline{\omega_X} = 0.89$ und Standardabweichung $\sigma(\omega_X) = 0.01$ gezogen, $\overline{\omega_Y}$ und $\sigma(\omega_Y)$ analog. Wenn nicht anders angegeben wird, wurden bei gegebenen Eigenfrequenzen und Abtastraten die Einbettungsdimension mit $m = 5$ sowie -verzögerung mit $l = 7$ gemäß Anhang C gewählt. Anschließend wurde die Kenngröße $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ für alle Realisationen und untersuchten Kopplungsstärken und Interaktionsverzögerungen berechnet. Die Kenngröße wird als Median über die Realisationen zusammen mit den Schwankungsbreiten dargestellt. Die Parameter τ_1 und τ_2 , sowie die Verzögerungen $\delta_{X \rightarrow Y}$ und $\delta_{Y \rightarrow X}$ werden in Zeiteinheiten (und nicht in abgetasteten Zeitschritten) angegeben.

4.4.1. Allgemeine Beobachtungen

In Abb. 4.12 sind, analog zu Abb. 4.4, die Kenngrößen für retardierte Informationsflüsse $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ (links), $\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ (Mitte), sowie des Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ (rechts) exemplarisch für zwei unidirektional retardiert gekoppelte Rössler-Oszillatoren ($c_{X \rightarrow Y} = 0.20$, $c_{Y \rightarrow X} = 0$ und Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y} = 9.0$) für $N = 10^3$ Datenpunkte dargestellt.

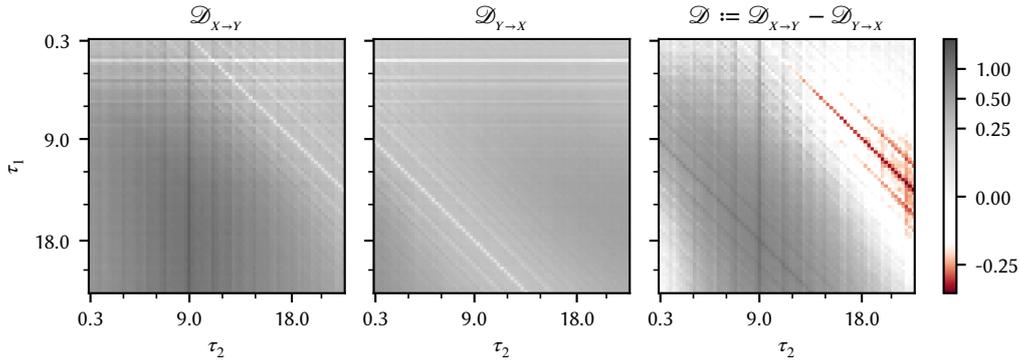


Abbildung 4.12.: Wie Abb. 4.4, jedoch für zwei unidirektional ($c_{X \rightarrow Y} = 0$) retardiert gekoppelte Rössler-Oszillatoren mit $c_{X \rightarrow Y} = 0.2$ und Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y} = 9.0$. Die Parameter τ_1 und τ_2 , sowie die Verzögerungen $\delta_{X \rightarrow Y}$ und $\delta_{Y \rightarrow X}$ werden in Zeiteinheiten (und nicht in abgetasteten Zeitschritten) angegeben. Einbettungsparameter: $m = 5$ und $l = 7$; $N = 10^3$ Datenpunkte.

Analog zu den Beobachtungen in Kap. 4.3.1 (Tab. 4.1) lässt sich bei $\tau_1 = \delta_{X \rightarrow Y}$ die zu erwartende resonanzartige Struktur beobachten. Desweiteren können die Nebendiagonalen (d. h. retardierte Informationsflüsse mit verringerten Amplitudenwerten) mit $\mathcal{D}_{X \rightarrow Y}(\tau_1, \tau_2)$ für $\tau_2 = \tau_1 + \delta_{X \rightarrow Y}$ und $\tau_1 > 1$ sowie $\mathcal{D}_{Y \rightarrow X}(\tau_1, \tau_2)$ für $\tau_2 = \tau_1 - \delta_{X \rightarrow Y}$ und $\tau_1 > \delta_{X \rightarrow Y}$ beobachtet werden. Somit lässt sich mittels des Richtungsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ sowohl die Richtung, als auch die Verzögerung retardierter gerichteter Interaktionen zwischen den Oszillatoren korrekt identifizieren und messen. Das bereits in Kap. 4.3.2 beobachtete „Zerfasern“ der resonanzartigen Struktur, sowie der Nebendiagonalen aufgrund der gewählten Symbolisierungstechnik konnte ebenfalls beobachtet werden.

Neben den bekannten Strukturen (Tab. 4.1) lassen sich für weitere Parameterpaare τ_1, τ_2 im Vergleich zum Untergrund erhöhte oder verringerte retardierte Informationsflüsse beobachten, die sich auf Eigendynamik der Oszillatoren zurückführen lassen: Die Oszillatoren weisen eine hohe Periodizität auf und haben zudem eine lange Zerfallszeit der Autokorrelationsfunktion (AKF) (vgl. Anhang C), weshalb im Gegensatz zur logistischen Abbildung je nach Zeitversatz τ_1 bzw. τ_2 , wenn dieser einem Vielfachen der Periodendauer der Oszillatoren entspricht, ähnliche Zustände bzw. Observablenwerte der Oszillatoren beobachtet werden können. Die Observablenwerte werden durch die Symbolisierung auf dieselben oder sehr ähnliche Symbole abgebildet; Infolgedessen sind die Übergangswahrscheinlichkeiten erhöht und es wird ein hoher Informationsfluss geschätzt. Die Amplitudenwerte von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ für Parameterpaare aus diesen zusätzlichen Strukturen sind niedriger als für die aus den bekannten Strukturen und werden daher ebenfalls als Untergrund gewertet. Somit kann die vorliegende Interaktionsrichtung und -verzögerung weiterhin korrekt identifiziert werden.

Generell nahm der Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ für Parameterpaare aus dem Untergrund (also Parameterpaare, die nicht den bekannten Strukturen zugeordnet werden) selbst für eine große Datenpunktzahl N Amplitudenwerte ungleich 0 an, sodass scheinbar immer eine Indikation für die Richtung vorlag. Dies könnte ebenfalls an der Periodizität der Oszillatoren liegen. Für bidirektional gekoppelte Systeme (hier nicht gezeigt) ließen sich eine der Interaktionsrichtung und somit vom Vorzeichen des Direktionalitätsindex abhängige Überlagerung der Strukturen beobachten.

In den folgenden Abschnitten wird analog zu den Untersuchungen an der logistischen Abbildung (Kap. 4.3) untersucht, inwiefern eine Detektion retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen sowie Charakterisierung der Interaktionen mittels \mathcal{D} bei nicht-optimal gewählten Einbettungsparametern und geringen Datenpunktzahlen möglich ist. In Hinblick auf die Analyse von Felddaten wird zudem untersucht, inwiefern die Charakterisierung von retardierten gerichteten Interaktionen zwischen Systemen unterschiedlicher Eigenfrequenzen möglich ist, da dies im Allgemeinen den wahrscheinlicheren Fall darstellt, der bei Felddaten anzutreffen ist.

4.4.2. Abhängigkeit von Datenpunktzahl und Einbettungsparameter

Zunächst wird untersucht, inwiefern retardierte gerichtete und gewichtete Interaktionen bei (nicht)-optimal gewählten Einbettungsparametern und teils stark begrenzter Datenpunktzahl mittels \mathcal{D} zwischen Systemen kontinuierlicher Zeitentwicklung charakterisiert werden können. In Abb. 4.13 ist die Abhängigkeit des Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ von der Datenpunktzahl $N \in \{10^3, \dots, 10^6\}$, sowie der Einbettungsdimension $m \in \{3, \dots, 5\}$ dargestellt. Die Kopplungsstärke wurde dabei mit $c_{X \rightarrow Y} = 0.1$ so gewählt, dass nur On-Off-Intermittenz und keine Phasensynchronisation bzw. Zeitversatz-Synchronisation vorlag (vgl. Kap. 2.3.5).

Für alle untersuchten Datenpunktzahlen und Einbettungsdimensionen konnte mittels \mathcal{D} die Interaktionsrichtung korrekt identifiziert sowie -verzögerung quantifiziert werden. Dies war sowohl mit einer optimal gewählten Einbettungsdimension von $m = 5$ (Abb. 4.13, obere Reihe), als auch mit nicht-optimal gewählten Einbettungsdimensionen (Abb. 4.13, zweite und dritte Reihe) möglich. Zusätzlich zu den bekannten Strukturen konnten für bestimmte Parameterpaare (τ_1, τ_2) periodisch wiederkehrende Muster mit niedrigeren Amplitudenwerten von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ beobachtet werden (vgl. Kap. 4.4.1), welche sich von den bekannten Strukturen unterscheiden lassen und auf die Periodizität der Oszillatoren zurückführen lassen.

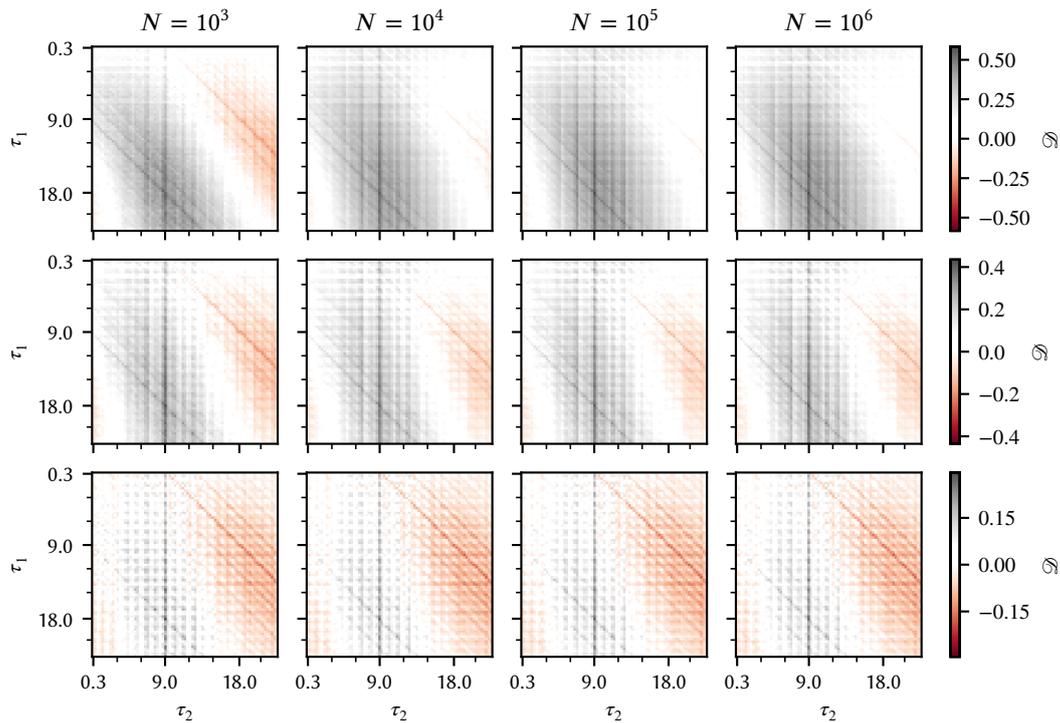


Abbildung 4.13.: *Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ in Abhängigkeit der Einbettungsdimension m und Datenpunktzahl N . Von links nach rechts: ansteigende Datenpunktzahl N ; Von oben nach unten: ansteigende Einbettungsdimension $m \in \{5, \dots, 3\}$; Die Einbettungsverzögerung wurde konstant auf $l = 7$ gesetzt. Interaktion zwischen zwei unidirektional ($c_{Y \rightarrow X} = 0$) retardiert gekoppelten Rössler-Oszillationen mit Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y} = 9$ Zeiteinheiten und Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y} = 0.15$. Positive (bzw. negative) Amplitudenwerte von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ indizieren das System X als Treiber (bzw. Responder).*

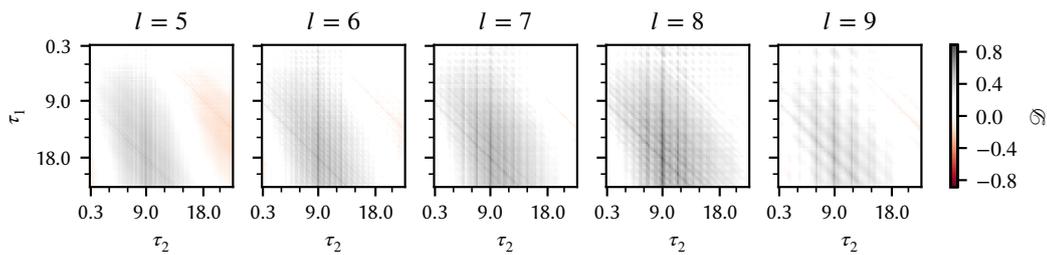


Abbildung 4.14.: Wie Abb. 4.13, jedoch in Abhängigkeit der Einbettungsverzögerung l . Von links nach rechts: ansteigende Einbettungsverzögerung $l \in \{5, \dots, 9\}$. Die Einbettungsdimension wurde konstant auf $m = 5$ gesetzt und Zeitreihen mit $N = 10^6$ Datenpunkten verwendet.

Analog zu den Beobachtungen in Kap. 4.3.2 konnte eine Schranke an Datenpunkten beobachtet werden, oberhalb derer die Interaktionsrichtung und -verzögerung noch mittels der resonanzartigen Struktur identifiziert werden konnte und unterhalb derer die Identifizierung mittels der Nebendiagonalen möglich war. Die Faustformel Gl. (4.4) erwies sich zumindest für die Einbettungsdimensionen $m \in \{4, 5\}$ als korrekt – nicht jedoch für die deutlich zu gering gewählte Einbettungsdimension $m = 3$. Für diese Einbettungsdimension ließen sich für alle untersuchten Datenpunktanzahlen sowohl die resonanzartige Struktur als auch die Nebendiagonalen beobachten.

In Abb. 4.14 ist die Abhängigkeit des Direktionalitätsindexes $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ von der Einbettungsverzögerung l für die optimale Einbettungsdimension $m = 5$ sowie $N = 10^5$ Datenpunkte exemplarisch dargestellt. Analog zu den Beobachtungen in Kap. 4.3.2 konnte ein „Zerfasern“ der bekannten Strukturen und somit bis zu $2m+1 = 11$ weitere Strukturen im Abstand von $\tau_1 = l$ beobachtet werden. Diese Beobachtungen lassen sich wieder durch die verwendete Symbolisierungstechnik erklären.

4.4.3. Abhängigkeit von Kopplungsstärke

Nachdem der Einfluss nicht-optimal gewählter Einbettungsparameter und stark begrenzter Datenpunktanzahl untersucht wurde, wird in diesem Abschnitt untersucht, für welchen Kopplungsstärkebereich (vgl. Kap. 2.3.5 und Kap. 4.3.3) retardierte gerichtete Interaktionen mittels DSTE detektiert und charakterisiert werden können. Nicht Gegenstand der folgenden Untersuchungen ist die Analyse verschiedener Synchronisationsformen in Abhängigkeit der Kopplungsstärke und der zugrundeliegenden Interaktionsverzögerung, wie in [229] beobachtet wurde.

Analog zu den Untersuchungen an logistischen Abbildungen (Kap. 4.3.3) werden die Ergebnisse exemplarisch anhand einzelner Parameterpaare (τ_1, τ_2) für eine Verzögerung von $\delta_{X \rightarrow Y} = 9.0$ dargestellt, für die der retardierte Informationsfluss ermittelt und die Differenzierbarkeit zum Untergrund in Abhängigkeit der Kopplungsstärke analysiert

Struktur	Informationsfluss	Erwartete Differenzierbarkeit	
		$X \rightarrow Y$	$Y \rightarrow X$
resonanzartige Struktur	$\mathfrak{D}_\star^R := \mathcal{D}_\star(9.3, 9.0)$	> 0	$= 0$
untere Nebendiagonale	$\mathfrak{D}_\star^L := \mathcal{D}_\star(9.3, 0.3)$	$= 0$	< 0
obere Nebendiagonale	$\mathfrak{D}_\star^U := \mathcal{D}_\star(9.3, 18.3)$	< 0	$= 0$
(mittlerer) Untergrund	$\mathfrak{D}_\star^B := \mathcal{D}_\star(20.3, 20.3)$	$\overline{\mathfrak{D}}^B := (\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^B + \mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^B) / 2$	

Tabelle 4.3.: Wie Tab. 4.2 jedoch mit $\delta_{X \rightarrow Y} = 9.0$.

wird. Die Parameterpaare sowie die Definition der retardierten Informationsflüsse sind in Tab. 4.3 mit den jeweiligen zu erwartenden Differenzierbarkeiten zum Untergrund aufgelistet. Für die weiteren Analysen wurden die Einbettungsparameter auf $m = 5$ und $l = 7$ festgesetzt (s. o.).

In Abb. 4.15 ist die Abhängigkeit von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ von der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ für verschiedene Datenpunktzahlen N für exemplarisch ausgewählte Parameterpaare (τ_1, τ_2) aus der resonanzartigen Struktur (\mathfrak{D}_\star^R), den Nebendiagonalen ($\mathfrak{D}_\star^U, \mathfrak{D}_\star^L$) sowie dem mittleren Untergrund ($\overline{\mathfrak{D}}^B$) in dargestellt. Die Ergebnisse sind qualitativ vergleichbar mit denen aus Kap. 4.3.3. Die kritische Kopplungsstärke, ab der für einen Großteil der Realisationen ein retardierter Informationsfluss detektiert und Richtung von Interaktion identifiziert werden kann, liegt bei geringer Datenpunktzahl ($N = 10^3$) bei $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.17$ und für große Datenpunktzahlen ($N = 10^6$) bei $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.1$. Die Differenzierbarkeit der Kenngrößen zum Untergrund stieg analog zur den Beobachtungen in Kap. 4.3.3 bis zur Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.2$ an, bis der jeweilige Informationsfluss maximale Amplitudenwerte annahm. Die Kopplungsstärke, ab der maximale Amplitudenwerte von \mathcal{D} beobachtet werden konnten, ist zum einen systembedingt verschieden zu der in Kap. 4.3.3 und zum anderen abhängig von der vorliegenden Verzögerung (vgl. [229]). Entgegen der Erwartung (Tab. 4.3) fällt die scheinbare Differenzierbarkeit des Schätzers aus der unteren Nebendiagonale $\mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^L$ zum Untergrund $\overline{\mathfrak{D}}^B$ (Abb. 4.15 unten, lila) auf. Diese konnte unabhängig von der Datenpunktzahl selbst für große Datenpunktzahlen beobachtet werden. Der Schätzer aus der oberen Nebendiagonale $\mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^U$ konnte ebenfalls, entgegen der Erwartung, ein zum Untergrund differenzierbarer Informationsfluss bei großen Datenpunktzahlen (Mitte rechts, orange) beobachtet werden. Dieser scheinbare Informationsfluss lässt sich auf eine ungünstige Wahl des Parameterpaares (τ_1, τ_2) zur Definition eines Untergrundes und der anschließenden Mittelung zurückführen, da aufgrund der zusätzlichen Muster (dem *Zerfaserns* aufgrund der Einbettungsparameter

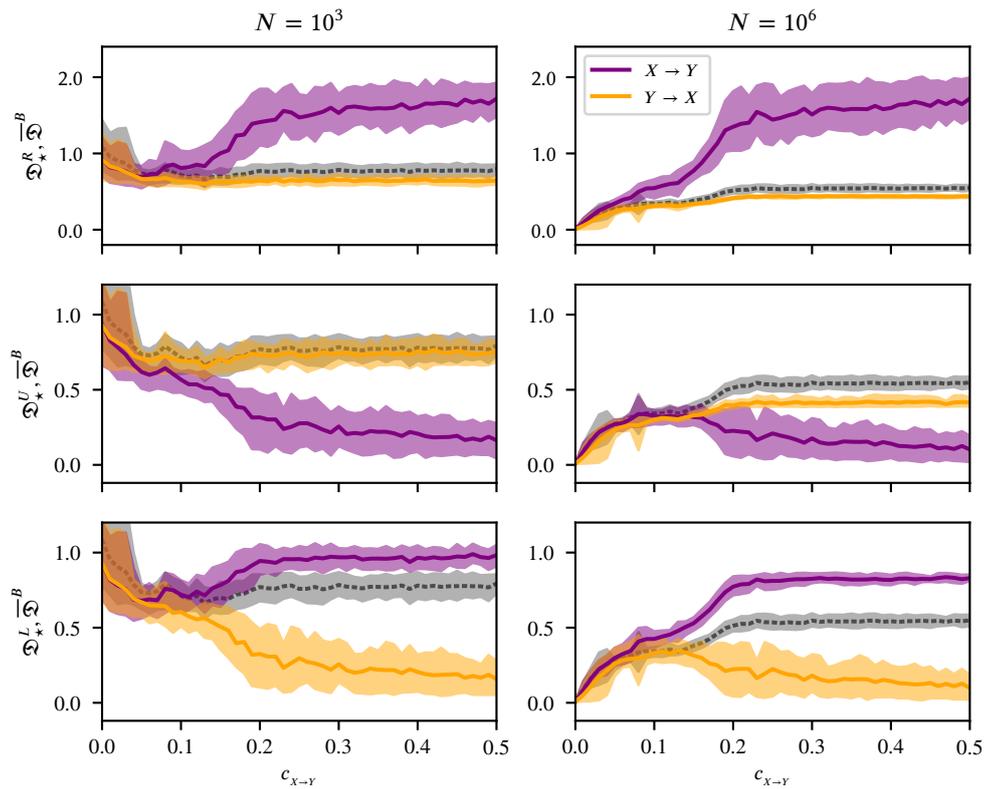


Abbildung 4.15.: Analog wie Abb. 4.9 jedoch für zwei unidirektional ($c_{Y \rightarrow X} = 0$) retardiert gekoppelte Rössler-Oszillatoren: Mittlerer Informationsfluss von System X nach Y (lila Linien), sowie von Y nach X (orange Linien) in Abhängigkeit der Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$ für drei exemplarische Parameterpaare (τ_1, τ_2) aus den beobachtbaren Strukturen, sowie einem Paar aus dem Untergrund; Definition der Schätzer, sowie Wahl der Parameterpaare siehe Tab. 4.2.

sowie der dazukommenden Periodizität der Systeme, s. o.) nahezu kein Parameterpaar existiert, für das der Direktionalitätsindex unabhängig ist und somit kein gut geeigneter Untergrund definiert werden kann.

4.4.4. Abhängigkeit von Eigenfrequenzen

In diesem Abschnitt wird in Hinblick auf die Analyse von Felddaten untersucht, inwiefern die Charakterisierung von retardierten gerichteten Interaktionen zwischen Systemen unterschiedlicher Eigenfrequenzen möglich ist, da dies im Allgemeinen den wahrscheinlicheren Fall darstellt, der bei Felddaten anzutreffen ist. Für die folgenden Analysen wurde zwei Rössler-Oszillatoren mit unterschiedlicher mittlerer Eigenfrequenz unidirektional ($c_{Y \rightarrow X} = 0$) retardiert mit Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y} \in [0, 0.5]$ und Verzögerung $\delta_{X \rightarrow Y} = 9.0$ gekoppelt und Zeitreihen mit $N = 10^5$ Datenpunkten je Realisation erzeugt. Je analysierter mittlerer Eigenfrequenz $\overline{\omega_X} \in [0.78, 1.00]$ wurden je Realisation die Eigenfrequenzen einer Gauß-Verteilung mit Mittelwert $\overline{\omega_X}$ und Standardabweichung $\sigma(\omega_X) = 0.01$ gezogen, $\overline{\omega_Y}$ und $\sigma(\omega_Y)$ analog.

Unter Berücksichtigung der bisherigen Beobachtungen und der relativ hohen Datenpunktzahl wird die höchste Differenzierbarkeit des Direktionalitätsindex $\mathfrak{D}(\tau_1, \tau_2)$ gegenüber dem Untergrund für Parameterpaare aus der resonanzartigen Struktur erwartet. Zur Vergleichbarkeit der Beobachtungen untereinander werden die Ergebnisse exemplarisch für ein Parameterpaar aus der resonanzartigen Struktur (Tab. 4.3) über die *relative Differenzierbarkeit* des Direktionalitätsindex \mathfrak{D}^R zum Untergrund \mathfrak{D}^B mittels

$$\Delta \mathfrak{D}^R := (\mathfrak{D}^R - \mathfrak{D}^B) / \mathfrak{D}^R \quad (4.7)$$

mit $\mathfrak{D}^R := \mathfrak{D}_{X \rightarrow Y}^R - \mathfrak{D}_{Y \rightarrow X}^R$, angegeben, \mathfrak{D}^B analog.

An dieser Stelle ist zu beachten, dass *a priori* die Kenntnis der korrekten Interaktionsverzögerung aus Gleichung (4.6) benutzt wird, um ein Parameterpaar (τ_1, τ_2) gemäß Tab. 4.3 aus der resonanzartigen Struktur zu wählen. Unter der Voraussetzung, dass die tatsächlich vorliegende Verzögerung der angenommenen Verzögerung entspricht, indizieren positive Amplitudenwerte somit die korrekte Interaktionsrichtung, negative eine fälschlicherweise umgekehrte Interaktionsrichtung.

Die Wahl der Einbettungsverzögerung birgt zunächst Probleme: Da die mittleren Eigenfrequenzen der Oszillatoren teils unterschiedlich gewählt werden, gibt es keine allgemein gültige optimale Einbettungsverzögerung, die für beide Systeme gleichzeitig optimal ist. Um nicht eine Richtungsindikation durch die Wahl der Einbettungsverzögerung l zu bevorzugen (vgl. Kap. 4.1.2) wurde l über das nächste ganzzahlige Mittel der optimalen Einbettungsverzögerungen der jeweils ungekoppelten Oszillatoren nach Anhang C

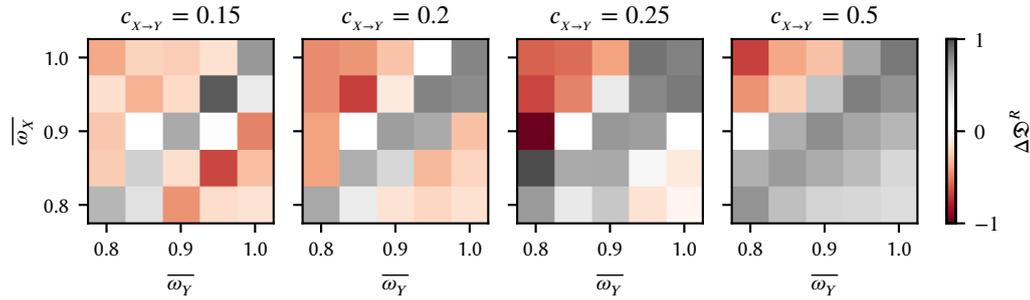


Abbildung 4.16.: Relative Differenzierbarkeit $\Delta\mathfrak{D}^R$ des Direktionalitätsindex zum Untergrund (Gl. (4.7)) für zwei unidirektional, retardiert gekoppelte Rössler-Oszillatoren in Abhängigkeit der mittleren Eigenfrequenz des Treibers $\overline{\omega}_X$ bzw. des Responders $\overline{\omega}_Y$. Von links nach rechts: ansteigende Kopplungsstärke $c_{X \rightarrow Y}$.

gewählt. Diese waren auf das Intervall $l \in \{5, \dots, 9\}$ beschränkt. Für diesen Bereich konnte für Oszillatoren gleicher mittlerer Eigenfrequenz selbst bei nicht-optimaler Wahl der Einbettungsverzögerung eine resonanzartige Struktur (siehe Abb. 4.14) beobachtet werden. Somit scheint die Wahl zunächst unproblematisch.

In Abb. 4.16 ist die relative Differenzierbarkeit $\Delta\mathfrak{D}^R$ in Abhängigkeit der mittleren Eigenfrequenzen der Rössler-Oszillatoren für verschiedene Kopplungsstärken dargestellt. Für alle untersuchten Oszillator-Paare gleicher mittlerer Eigenfrequenz (siehe *Hauptdiagonalen* mit $\forall \overline{\omega}_X : \overline{\omega}_X = \overline{\omega}_Y$) konnte ab einer Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.15$ die Interaktionsrichtung korrekt indiziert und -verzögerung charakterisiert werden. Die relative Differenzierbarkeit der resonanzartigen Struktur zum Untergrund betrug dabei mindestens $\Delta\mathfrak{D}^R \approx 0.5$. Unter dieser Kopplungsstärke konnte erwartungsgemäß zu Kap. 4.4.3 für nur wenige Realisationen eine retardierte Interaktion detektiert und charakterisiert werden. Bei unterschiedlich gewählten mittleren Eigenfrequenzen wurde eine vermeintlich umgekehrte Interaktionsrichtung indiziert. Mit ansteigender Kopplungsstärke konnten für zunehmend unterschiedliche mittlere Eigenfrequenzen die Interaktionsrichtung korrekt indiziert und -verzögerung korrekt quantifiziert werden. Für eine Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} = 0.5$ ließ sich die Interaktionsrichtung für $\overline{\omega}_X \geq \overline{\omega}_Y$ korrekt indizieren und die Verzögerung korrekt quantifizieren. Wies der Responder jedoch eine höhere mittlere Eigenfrequenz als der Treiber auf, so wurde weiterhin fälschlicherweise eine umgekehrte Richtung analog zu den Beobachtungen in [159] indiziert. Es könnte jedoch auch sein, dass der Responder zukünftige Zustände des Treibers *vorausahnt* und mit diesen synchronisiert [230] und schließlich mittels \mathfrak{D} fälschlicherweise als Treiber indiziert wird.

Diese Beobachtungen lassen sich wie folgt erklären: Zum einen können Oszillatoren unterschiedlicher Eigenfrequenz erst ab einer bestimmten Kopplungsstärke synchronisieren (vgl. Arnold-Zunge, Kap. 4.1.1 und Synchronisationsregime, Kap. 2.3.5) und somit

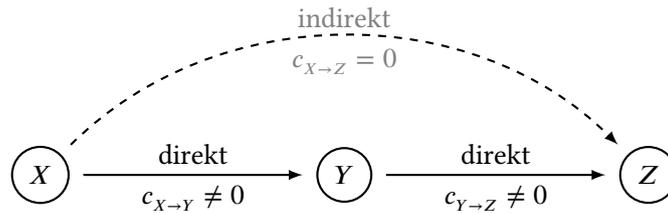
retardierte Interaktionen zwischen diesen mittels DSTE charakterisiert werden. Zum anderen muss die beobachtete Frequenz der retardiert gekoppelten Oszillatoren nicht den Eigenfrequenzen der ungekoppelten Oszillatoren entsprechen, da die beobachtete Frequenz abhängig von der vorliegenden Interaktionsverzögerung [231] ist. Vorherige Studien konnten zudem zeigen, dass die vorherrschende Art und Grad an Synchronisation neben der Kopplungsstärke zusätzlich vom Verhältnis der Interaktionsverzögerung zur Periodendauer der Oszillatoren abhängig ist [232]. Daher werden für unterschiedliche Eigenfrequenzen und Verzögerungen unterschiedliche Kopplungsstärken benötigt, ab denen die Systeme synchronisieren und retardierte Interaktion charakterisiert werden können.

Zur Quantifizierung der relativen Differenzierbarkeit $\Delta\mathfrak{D}^R$ wurde a priori ein Parameterpaar aus der resonanzartigen Struktur gemäß Tab. 4.1 mit der eingestellten Verzögerung $\delta_{x \rightarrow y} = 9.0$ gewählt. Es konnten jedoch für bestimmte Kombinationen von Kopplungsstärke zu Periodendauer, Frequenzunterschied der Oszillatoren, sowie Interaktionsverzögerung eine von der eingestellten Verzögerung abweichende Interaktionsverzögerung mittels $\mathfrak{D}(\tau_1, \tau_2)$ beobachtet werden; Diese wichen bis zu 30 % von der eingestellten Verzögerung ab. Es bleibt zu klären, ob die Systeme tatsächlich mit einer anderen als der eingestellten Verzögerung synchronisieren oder ob die Messung der Interaktion mittels \mathfrak{D} für diese Konstellation von Kopplungsstärke, Verhältnis von Periodendauer zu Interaktionsverzögerung, sowie Frequenzunterschied verfälscht wird.

4.5. Netzwerk retardiert gekoppelter Rössler-Oszillatoren

In einem letzten Schritt wird analysiert, ob mittels DSTE retardierte Interaktionen in Netzwerken retardiert interagierender dynamischer Systeme charakterisiert werden können. Diese Netzwerke können entweder aus vielen kleinen biologischen, chemischen, neuronalen, miteinander interagierenden Elementen (Subsystemen) bestehen und sogar als Modell zur Charakterisierung globaler Dynamiken wie sozialem Verhalten ganzer Gesellschaften dienen [14]. Häufig ist die Struktur der Netzwerke nicht von primärem Interesse, sondern vielmehr die Interaktionen der einzelnen (Sub)-Systeme, die zu einer emergenten komplexen Gesamtdynamik des Netzwerkes führen können. Kenntnis über Eigenschaften von Interaktionen ermöglicht eine Konstruktion sogenannter *funktionaler Netzwerke*, deren Analyse zu einem tieferen Verständnis der beobachteten Dynamiken in vielen Bereichen der Wissenschaft beitragen kann [5, 14, 26, 39, 41–43, 51, 52, 54,

Schema A



Schema B

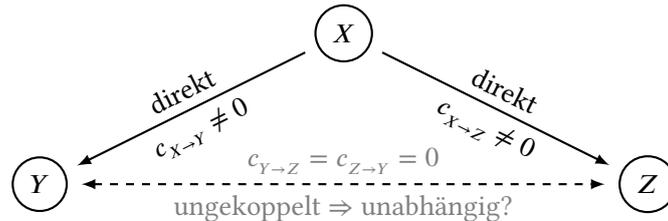


Abbildung 4.17.: Kopplungsschemata von Netzwerken retardiert-gekoppelter Rössler-Oszillatoren. Schema A : System X treibt System Y, welches wiederum System Z treibt. Somit ist X indirekt über Y mit Z gekoppelt. Schema B : System X treibt sowohl System Y als auch System Z. Somit stellt X eine gemeinsame Quelle für Y und Z dar; Y und Z sind ungekoppelt. Alle direkten Kopplungen erfolgen mit Verzögerungen δ_* , \star indiziert die jeweilige Interaktionsrichtung.

60, 233]. Eine wichtige Fragestellung, ist dabei, ob direkte von indirekten Interaktionen⁴ differenziert werden können und letztere nicht fälschlicherweise als direkte überschätzt werden [234–236].

In diesem Kapitel wird untersucht, inwiefern direkte von indirekten retardierten Interaktionen mittels DSTE in einem Netzwerk interagierender dynamischer Systeme differenziert werden können und ob sowohl die jeweiligen Interaktionsrichtungen als auch -verzögerungen korrekt identifiziert werden können. Zudem wird untersucht, inwiefern sogenannte *gemeinsame Quellen*, d. h. nicht beobachtete (Sub)-Systeme, die andere gemessene (Sub)-Systeme beeinflussen, dazu führen, dass fälschlicherweise Interaktionen zwischen den beeinflussten Systemen geschätzt werden. Diese können insbesondere bei der Analyse von Felddaten aufgrund falscher räumlicher oder gar fehlender Abtastung anzutreffen sein und zu fälschlicherweise geschätzten Interaktionen führen [5, 86, 127, 237–239]. Für die folgenden Analysen werden zwei Grundtypen von Netzwerken untersucht, um einerseits den Einfluss indirekter Interaktionen (Schema A) und andererseits den Einfluss gemeinsamer Quellen (Schema B) auf die Identifikation und Charakterisierung retardierter Interaktionen mittels \mathcal{D} in Netzwerken zu untersuchen. In Abb. 4.17 sind die Kopplungsschemata der Netzwerk-Grundtypen dargestellt: Schema A ahmt eine indirekte Kopplung nach, indem System X unidirektional retardiert mit System Y gekoppelt ist, welches wiederum unidirektional retardiert mit System Z gekoppelt ist. Der Einfluss

⁴Als indirekte Interaktionen werden im Folgenden solche bezeichnet, bei denen Systeme nicht direkt miteinander interagieren, sondern über ein weiteres System interagieren.

von System X auf System Z liegt somit nur indirekt vor und es ist zu erwarten, dass ein möglicher Einfluss mit einer Verzögerung von

$$\delta_{X \rightarrow Z} \geq \delta_{X \rightarrow Y} + \delta_{Y \rightarrow Z} \quad (4.8)$$

stattfinden sollte. Gleichheit sollte nur beobachtbar sein, wenn System Y selbst keine zusätzliche Verzögerung induziert. Schema B ahmt den Einfluss einer gemeinsamen Quelle X nach: System X ist unidirektional retardiert in die Systeme Y und Z eingekoppelt. Die Systeme Y und Z sollten aufgrund abwesender Kopplung unabhängig sein. Sollte dennoch aufgrund von Endlichkeit der zugrundeliegenden Daten oder andere Einflussfaktoren eine Kopplung fälschlicherweise indiziert werden, so wäre eine Verzögerung von

$$\begin{aligned} \delta_{Y \rightarrow Z} &= \delta_{X \rightarrow Z} - \delta_{X \rightarrow Y} & \forall \delta_{X \rightarrow Y} < \delta_{X \rightarrow Z} \\ \delta_{Z \rightarrow Y} &= \delta_{X \rightarrow Y} - \delta_{X \rightarrow Z} & \forall \delta_{X \rightarrow Y} > \delta_{Y \rightarrow Z} \end{aligned} \quad (4.9)$$

intuitiv zu erwarten. Desweiteren sollte die scheinbare Interaktion so gerichtet sein, dass das zeitlich früher von X beeinflusste System als Treiber des anderen indiziert wird.

Für die folgenden Untersuchungen wurden je 20 Realisationen der Differentialgleichungen mit zufällig gewählten Anfangsbedingungen in der Nähe der Attraktoren mit $c_\star \in [0, 0.5]$ und Verzögerung $\delta_\star \in [0, 10]$ erzeugt, \star kennzeichnet die jeweilige Interaktionsrichtung. Das Differentialgleichungssystem für X wurden gemäß Anhang A.2 wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \dot{x}_t^{(1)} &= \omega_X \left(-x_t^{(2)} - x_t^{(3)} \right) + c_{Y \rightarrow X} \left(y_{t-\delta_{Y \rightarrow X}}^{(1)} - x_t^{(1)} \right) + c_{Z \rightarrow X} \left(z_{t-\delta_{Z \rightarrow X}}^{(1)} - x_t^{(1)} \right), \\ \dot{x}_t^{(2)} &= \omega_X \left(x_t^{(1)} + 0.165x_t^{(2)} \right), \\ \dot{x}_t^{(3)} &= \omega_X \left(0.2 + x_t^{(3)} \left(x_t^{(1)} - 10.0 \right) \right), \end{aligned} \quad (4.10)$$

Kopplungsstärken gemäß Abb. 4.17, Gleichungssysteme für Y und Z analog zu Gl. (4.6). Eigenfrequenzen, Observablen, Abtastung sowie Zeitreihen analog zu Kap. 4.4.3. Anschließend wurden paarweise alle Interaktionen mittels \mathcal{D} aus den Zeitreihen mit $N = 10^5$ und Einbettungsparametern $m = 5$ und $l = 7$ sowie Parameterpaaren $\tau_1, \tau_2 \in \{0.3, \dots, 22.5\}$ geschätzt. Das Intervall der Parameterpaare wurde so groß gewählt, dass alle möglichen Verzögerungen nach Gl. (4.8) und (4.9) detektiert werden können.

Verzögerung	Indizierte Verzögerung und Richtung mittels \mathcal{D}		
	$X \rightleftharpoons Y$	$X \rightleftharpoons Z$	$X \rightleftharpoons Z$
$\delta_{X \rightarrow Y} > \delta_{Y \rightarrow Z}$	korrekt	korrekt	scheinbarer Informationsfluss $X \rightarrow Z$ mit Verzögerung
$\delta_{X \rightarrow Y} < \delta_{Y \rightarrow Z}$	korrekt	korrekt	$\delta_{X \rightarrow Z} = \delta_{X \rightarrow Y} + \delta_{Y \rightarrow Z}$
$\delta_{X \rightarrow Y} = \delta_{Y \rightarrow Z}$	korrekt	korrekt	

Tabelle 4.4.: Zusammenfassung der paarweisen Charakterisierung von Interaktionen im Oszillator-Netzwerk mit Kopplungsschema A: Die Interaktionsrichtungen direkter Interaktionen sind in schwarz dargestellt, die indirekter in grau. Korrekt bedeutet, dass sowohl die Interaktionsrichtung korrekt indiziert als auch -verzögerung korrekt mittels \mathcal{D} quantifiziert wurden.

Schema A

In Abb. 4.18 sind die Direktionalitätsindizes $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ für die retardierten Interaktionen im Oszillator-Netzwerk A für exemplarische Konstellationen der Interaktionsverzögerungen zusammengefasst: Von oben nach unten: $\delta_{X \rightarrow Y} < \delta_{Y \rightarrow Z}$, $\delta_{X \rightarrow Y} > \delta_{Y \rightarrow Z}$ und $\delta_{X \rightarrow Y} = \delta_{X \rightarrow Z}$. Direkte Interaktionen ($X \rightarrow Y$ und $Y \rightarrow Z$) konnten sowohl bezüglich ihrer Richtungsindikation als auch -verzögerung erwartungsgemäß (Kap. 4.4.3) ab einer Kopplungsstärke von $c_\star \approx 0.15$ (\star kennzeichnet die Interaktionsrichtungen) jeweils korrekt mittels der resonanzartigen Struktur sowie Nebendiagonalen charakterisiert werden. Unabhängig von der Konstellation der Interaktionsverzögerungen $\delta_{X \rightarrow Y}$ zu $\delta_{Y \rightarrow Z}$ konnte zudem nahezu unabhängig von dem Verhältnis der Kopplungsstärke untereinander ab einer Mindest-Kopplungsstärke von $c_\star \approx 0.15$ ein scheinbarer retardierter Informationsfluss von X nach Z detektiert werden. Die daraus ermittelbare Interaktionsverzögerung entsprach der Erwartung gemäß Gl. (4.8) der Summe der einzelnen Verzögerungen der direkten Interaktionen. Der jeweils maximal gemessene Informationsfluss war zwischen X und Y am größten und zwischen X und Z am geringsten.

Die Ergebnisse der Charakterisierung retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen in Netzwerken nach Schema A sind in Tab. 4.4 zusammengefasst.

Schema B

Analog zu Abb. 4.18 sind in Abb. 4.19 die Direktionalitätsindizes $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ für die retardierten Interaktionen im Oszillator-Netzwerk B für exemplarische Konstellationen der Interaktionsverzögerungen dargestellt. Wie bei den Analysen am Oszillator-Netzwerk Schema A konnte erwartungsgemäß ab einer Kopplungsstärke von $c_{X \rightarrow Y} \approx 0.15$

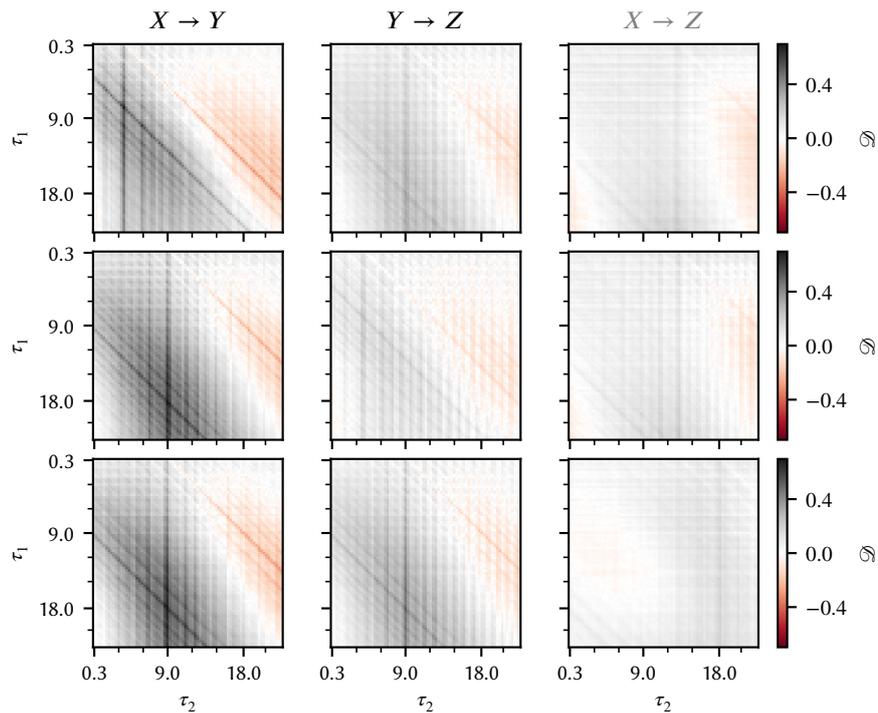


Abbildung 4.18.: *Direktionalitätsindizes \mathcal{D} aller paarweisen Interaktionen im Oszillator-Netzwerk (Schema A) für unterschiedliche Konstellationen der Interaktionsverzögerungen. Linke und mittlere Spalte: dominanter retardierter Informationsfluss zwischen direkt gekoppelten Oszillatoren; rechte Spalte: gemessener dominanter retardierter Informationsfluss zwischen den ungekoppelten Oszillatoren. Oben: $\delta_{X \rightarrow Y} = 3.9, \delta_{Y \rightarrow Z} = 9$ Zeiteinheiten, Mitte: $\delta_{X \rightarrow Y} = 9, \delta_{Y \rightarrow Z} = 3.9$ Zeiteinheiten, Unten: $\delta_{X \rightarrow Y} = \delta_{Y \rightarrow Z} = 9$ Zeiteinheiten. Einbettungsparameter $m = 5$ und $l = 7$, Kopplungsstärken $c_{X \rightarrow Y} = c_{Y \rightarrow Z} = 0.15$. Gemäß des Kopplungsschemas sollte kein (retardierter) Informationsfluss zwischen den Systemen Y und Z vorliegen.*

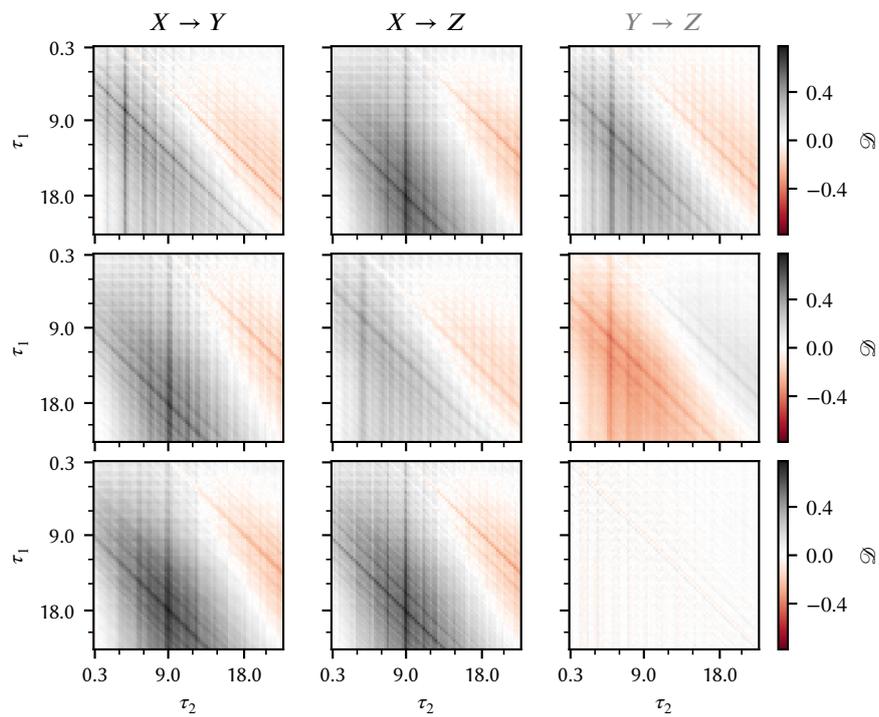


Abbildung 4.19.: Wie Abb. 4.18, jedoch für Interaktionen im Oszillatoren-Netzwerk vom Typ B. Gemäß des Kopplungsschemas sollte kein (retardierter) Informationsfluss zwischen den Systemen Y und Z vorliegen.

Verzögerung	Indizierte Verzögerung und Richtung mittels \mathcal{D}		
	$X \rightleftharpoons Y$	$X \rightleftharpoons Z$	$Y \rightleftharpoons Z$
$\delta_{X \rightarrow Y} > \delta_{X \rightarrow Z}$	korrekt	korrekt	scheinbare Interaktion $Y \rightarrow Z$ mit $\delta_{Y \rightarrow Z} = \delta_{X \rightarrow Z} - \delta_{X \rightarrow Y}$
$\delta_{X \rightarrow Y} < \delta_{X \rightarrow Z}$	korrekt	korrekt	scheinbare Interaktion $Z \rightarrow Y$ mit $\delta_{Z \rightarrow Y} = \delta_{Y \rightarrow X} - \delta_{X \rightarrow Z}$
$\delta_{X \rightarrow Y} = \delta_{X \rightarrow Z}$	korrekt	korrekt	scheinbare Interaktion für $c_{X \rightarrow Y} \neq c_{X \rightarrow Z}$

Tabelle 4.5.: Wie Tab. 4.4, jedoch für das Oszillator-Netzwerk mit Kopplungsschema B.

die Interaktionsrichtung direkter retardierter Interaktionen korrekt detektiert und die Verzögerung korrekt identifiziert werden. Zusätzlich konnten jedoch von 0 verschiedene Amplitudenwerte des Direktionalitätsindex \mathcal{D} für scheinbare Interaktionen zwischen den ungekoppelten Systemen $Y \rightleftharpoons Z$ beobachtet werden, wenn entweder die Interaktionsverzögerungen (vgl. Tab. 4.5 obere und mittlere Zeile) oder die Kopplungsstärken bei sonst gleicher Verzögerung unterschiedlich waren (hier nicht gezeigt) und zudem oberhalb einer Schwelle $c_* \approx 0.15$, ab der Interaktionen detektiert werden können (Kap. 4.4.3), lagen. Bei ungleichen Interaktionsverzögerungen $\delta_{X \rightarrow Y} \neq \delta_{X \rightarrow Z}$ wurde das System mit der geringeren Verzögerung als Treiber des jeweils anderen ausschließlich von X getriebenen Systems indiziert. Die mittels \mathcal{D} quantifizierte Verzögerung entsprach der Differenz der jeweiligen Verzögerungen. Im Falle gleicher Interaktionsverzögerung und asymmetrischen Kopplungsstärken $c_{X \rightarrow Y} \neq c_{X \rightarrow Z}$ wurde ein von der Asymmetrie der Kopplungsstärken abhängiger Informationsfluss indiziert: das zum gemeinsamen Treiber X stärker gekoppelte System wurde als Treiber des anderen ausschließlich von System X getriebenen Systems indiziert. In Tab. 4.5 sind die Ergebnisse der Charakterisierung von Interaktionen im Oszillator-Netzwerk (Schema B) für verschiedene Konstellationen der Interaktionsverzögerungen zusammengefasst.

Insgesamt lässt sich zusammenfassen, dass zwar die identifizierten Richtungen und -verzögerungen direkter Interaktionen korrekt erfasst wurden, jedoch konnten auch indirekte Interaktionen nicht-gekoppelter Oszillatoren beobachtet werden, die aufgrund der bivariaten Eigenschaft der Kenngröße nicht von den direkten Interaktionen eindeutig unterschieden werden konnten. Zudem konnte fälschlicherweise je nach Konstellation der Interaktionsverzögerungen und Kopplungsstärken eine scheinbare Interaktion zwischen gemeinsam beeinflussten, untereinander ungekoppelten Systemen beobachtet werden. Die dabei ermittelten Interaktionsverzögerungen und -richtungen entsprachen den Erwartungen.

4.6. Zwischenfazit

Anhand von Untersuchungen an synthetischen Zeitreihen von Modellsystemen mit wohldefinierten Eigenschaften wurden Methoden zur Charakterisierung retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen in Netzwerken gegenübergestellt und ihre Eignung zur Analyse von Felddaten untersucht. Dazu wurden zwei Ansätze verfolgt, die auf den beiden gängigsten Konzepten von Synchronisation basieren, Phasensynchronisation (PA) und generalisierte Synchronisation mittels Informationstheorie (IA), und jeweils ein repräsentatives Maß zur Charakterisierung der Stärke bzw. Richtung gewählt. Da jeder Ansatz unterschiedliche Aspekte der Dynamik erfasst und konstruktionsbedingt auf unterschiedlichen Formen der Synchronisation basiert wurde untersucht, inwiefern eine Charakterisierung der Interaktionen von der Wahl des zugrundeliegenden Ansatzes abhängt und inwiefern Stärke und Richtung von Interaktionen bestimmt werden können.

Trotz ihrer konzeptionellen Unterschiede konnten ab einer bestimmten Kopplungsstärke mit beiden Ansätzen Interaktionen detektiert und charakterisiert werden. Es konnten die in Kap. 2.3.5 diskutierten verschiedenen Synchronisationsregime für unterschiedliche Kopplungsstärken beobachtet werden, wobei die Ansätze eine unterschiedliche Sensitivität gegenüber der Form der Synchronisation konstruktionsbedingt aufzeigten. Beide Ansätze hatten gemein, dass sowohl für sehr kleine als auch sehr große Kopplungsstärken keine gerichtete Interaktion detektiert und somit diese Synchronisationsregime nicht voneinander unterschieden werden konnten. Diese Ambiguität können jedoch durch zusätzliche Kenntnis über die Stärke der Interaktion vermieden werden [2, 4, 117]. Anhand dieser Beobachtungen wurde schließlich ein Analyseansatz entwickelt, mit dem die Synchronisationsregime unterschieden werden können und Fehlinterpretationen der Kenngrößen für die Interaktionsrichtung vermieden werden können.

Auf Grundlage der konzeptionell einfachen Symbolischen Transferentropie (STE) wurde im Zuge dieser Arbeit eine Methode zur Charakterisierung retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen entwickelt, die Delayed Symbolic Transfer-Entropy (DSTE) [1]. Diese wurde anhand verschiedener Modellsysteme bezüglich ihrer Eignung zur Analyse von Felddaten auf verschiedene Einflussfaktoren untersucht sowie Grenzen der Kenngröße \mathcal{D} analysiert. Es konnte gezeigt werden, dass prinzipiell sowohl die Richtung identifiziert als auch Verzögerung von retardierten Interaktionen quantifiziert werden kann. Für gleich starke bidirektionale Interaktionen gleicher Verzögerung war dies erwartungsgemäß jedoch nicht möglich. Für die Charakterisierung von Interaktionen sind Kenntnis über geeignete Einbettungsparameter (Anhang C), sowie die maximal zu erwartende Interaktionsverzögerung notwendig. Gerade bei der Analyse von Felddaten ist die Wahl der Einbettungsparameter nicht trivial [9], wenn das zu untersuchende System

unbekannt ist. In weiteren Analysen konnte gezeigt werden, dass selbst bei schlecht gewählten Einbettungsparametern und geringer Datenpunktanzahl eine Identifikation der Interaktionsrichtung und Messung der Verzögerung möglich war.

In dieser Arbeit wurden mögliche Verzögerungen mittels \mathcal{D} mit Hilfe eines *Brute-Force-Ansatzes* bestimmt, indem alle bis zur maximal zu erwartenden Verzögerungen betrachtet wurden. Für die Charakterisierung retardierter Interaktionen mit beispielsweise Verzögerungen bis zu 50 Zeitschritten können die Interaktionsrichtung und -verzögerung aus Zeitreihen mit 4096 Datenpunkten mit Einbettungsparametern $m = 5$ und $l = 7$ in ca. 30 s auf einem handelsüblichen Desktop-PC identifiziert werden. Die Laufzeit der Schätzung skaliert wie STE mit der Datenpunktanzahl und der Menge möglicher Symbole gemäß $\mathcal{O}(N(m!)^3)$. Zusätzlich skaliert die Laufzeit bei der verwendeten Implementation quadratisch mit der Anzahl möglicher Verzögerungen N_τ . Somit ergibt sich eine Gesamtkomplexität von $\mathcal{O}(N(m!)^3 N_\tau^2)$. An dieser Stelle anzumerken sei, dass die Anzahl der möglichen Symbole hinreichend kleiner als die Datenpunktanzahl N gewählt werden sollte ($m! \ll N$) [199, 240], da sonst die Übergangswahrscheinlichkeiten nicht zuverlässig geschätzt werden können. Durch Reduzierung des Alphabets möglicher Symbole auf z. B. nur die tatsächlich beobachteten Symbole oder durch Verwendung anderer Symbolisierungstechniken [223, 241–243] könnte die Komplexität von \mathcal{D} in weiteren Studien reduziert werden. Desweiteren könnte ein optimierter Parameter-Scan möglicher Verzögerungszeiten durch Kenntnis über die beobachtbaren Abhängigkeiten von $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ von der verwendeten Symbolisierungstechnik und zugrundeliegenden Verzögerung die Komplexität weiter reduziert werden.

Ein offenes Problem stellt die Messung der Sensitivität und Spezifität dar, die z. B. über eine auf Surrogaten basierenden Nullhypothese realisiert werden kann [147, 228, 244–246]. Für retardierte gerichtete Interaktionen scheint zur Zeit jedoch keine geeignete Surrogat-Methode zu existieren. Um die Sensitivität und Spezifität der vorgestellten Kenngröße dennoch abschätzen zu können, wurde die Robustheit der Charakterisierung durch Kontamination der Zeitreihen mit Rauschen analysiert und ein kritisches Signal-Rausch-Verhältnis ermittelt. Die DSTE wies dabei eine relativ hohe Robustheit gegenüber Rauschen auf, was sie insbesondere für die Analyse von Felddaten attraktiv macht.

In einem letzten Schritt wurde analysiert, ob mittels DSTE retardierte Interaktionen in Netzwerken retardiert interagierender dynamischer Systeme charakterisiert werden können, die zu einem verbesserten Verständnis komplexer Dynamiken führen können [79–81] oder eine Charakterisierung retardierter Netzwerkdynamiken erst ermöglichen. Durch sukzessive Charakterisierung aller paarweisen Interaktionen konnten retardierte Interaktionen mittels DSTE in Netzwerken retardiert gekoppelter Oszillatoren detektiert und charakterisiert werden. Die identifizierten Interaktionsrichtungen und -verzögerungen

entsprachen zwar den eingestellten Kopplungen, jedoch konnten zudem indirekte Interaktionen nicht-gekoppelter Oszillatoren beobachtet werden, die aufgrund der bivariaten Eigenschaft der Kenngröße nicht von den direkten Interaktionen eindeutig unterschieden werden konnten. Insbesondere in Hinblick auf Vielteilchensysteme oder räumlich ausgedehnte komplexe Systeme haben Partialisierungstechniken [133, 234, 235, 247] oder multivariate Ansätze vermehrt an Wichtigkeit zugenommen [248–254]. Solche Erweiterungen sind für DSTE denkbar, aber konstruktionsbedingt nur mit sehr großen Datenpunkanzahlen realisierbar, um die Übergangswahrscheinlichkeiten ausreichend robust schätzen zu können. Zudem bleibt zu zeigen, ob indirekte von direkten Interaktionen mit diesen Techniken überhaupt zuverlässig unterschieden werden können [127, 236].

Im nächsten Kapitel werden auf Grundlage der Untersuchungen in diesem Kapitel mit Hilfe des vorgestellten Analyseansatzes und Kenngröße \mathcal{D} (retardierte) Interaktionen im wohl prominentesten zeitlich veränderlichen komplexen System, dem menschliche Gehirn charakterisiert [2, 3]. Synchronisationsphänomene spielen im Gehirn sowohl bei der Funktion wie Kognition oder Lernprozessen [38, 40] als auch Dysfunktion wie neuronalen Erkrankungen [37, 39, 84–87] eine tragende Rolle. Am Beispiel des epileptischen Prozesses, der seit einiger Zeit als Netzwerkphänomen aufgefasst wird [88–91], wird die Rolle einzelner Hirnregionen durch ihre Interaktionen mit anderen Hirnregionen bei der Entstehung und Terminierung epileptischer Anfälle untersucht.

5. Analyse komplexer Dynamiken im epileptischen Hirnnetzwerk

Auf Grundlage der Untersuchungen in Kap. 4 werden im Folgenden mit Hilfe der phasenbasierten (\mathcal{R} , \mathcal{C}) und informationstheoretischen Kenngrößen (\mathcal{S} , \mathcal{J}) für Stärke und Richtung von Interaktionen, dem entwickelten Analyseansatz sowie der entwickelten Kenngröße \mathcal{D} (retardierte) gerichtete und gewichtete Interaktionen aus Felddaten charakterisiert. In den vergangenen Jahren konnte mehrfach plausibel gezeigt werden, dass Synchronisationsphänomene (siehe Kap. 2.3) eine zentrale Rolle in der (Dys)-Funktion des Gehirns spielen [37, 40, 87]. Daher wird als prominentes Analyseobjekt hierbei das menschliche Gehirn herangezogen, das insbesondere im Falle einer vorliegenden Erkrankung an Epilepsie eine komplexe Dynamik aufweisen kann. Da Epilepsie einen gravierenden Einschnitt in das Alltagsleben der Patienten darstellt, ist es wichtig, neue Therapieformen zu erforschen und zu entwickeln. In diesem Kapitel wird untersucht, inwiefern sich einzelne Hirnregionen von anderen Hirnregionen im epileptischen Hirnnetzwerk anhand von Eigenschaften der Interaktionen zwischen diesen abgrenzen lassen und somit tiefere Einblicke in die komplexe Dynamik im epileptischen Hirnnetzwerk gewähren.

Das Kapitel ist wie folgt gegliedert: Zunächst wird ein Überblick über das Krankheitsbild Epilepsie und die Messung hirnelektrischer Aktivität mittels intrakranieller Elektroenzephalographie (iEEG) nach [255], sowie ein Überblick über Ergebnisse vorhergehender Analysen räumlich und zeitlich veränderlicher funktioneller Hirnnetzwerke gegeben. Anschließend werden die Ergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Analysen von gerichteten und gewichteten Interaktionen in epileptischen Hirnnetzwerken [2, 4] dargestellt. Schließlich werden auf derselben Datengrundlage retardierte gerichtete und gewichtete Interaktionen in Hirnnetzwerken mittels der in dieser Arbeit entwickelten Methode DSTE [1] charakterisiert, um Verzögerungen von Interaktionen im epileptischen Hirnnetzwerk zu identifizieren und quantifizieren.

5.1. Epilepsie

Mit Epilepsie (von altgriechisch ἐπίληψις, *epilepsis*: Anfall, Überfall) wird ein Krankheitsbild bezeichnet, unter dem mindestens ein spontaner Krampfanfall beobachtet wurde, der keiner anderen Ursache wie z. B. Entzündungen oder Fieber zuzuordnen ist, sowie einer pathologisch begründeten dauerhaften Tendenz zu wiederkehrenden Anfällen [256]. Epilepsie ist eine der häufigsten neurologischen Erkrankungen und betrifft über 65 Millionen Menschen weltweit [257]. Bei einem *epileptischen Anfall* kommt es auf neuronaler Ebene zu einer *anfallsartigen* abnormalen, exzessiven oder gleichzeitigen (hypersynchronen) neuronalen Aktivität, d. h. Entladungen von Neuronengruppen, die zu Funktionsstörungen in der betroffenen Hirnregion führen [256, 258, 259]. Ein Anfall kann von wenigen Sekunden bis hin zu mehreren Minuten andauern; seltene sogar mehrere Stunden andauernde Anfälle werden als *status epilepticus* bezeichnet.

Seit einiger Zeit wird Epilepsie als Netzwerkphänomen aufgefasst [88–91], in dem strukturelle oder funktionelle abnormale Verbindungen auf nahezu jeglichen räumlichen Skalen dazu führen, dass sich ein Anfall manifestieren kann [5, 260]. Demnach besteht ein ausgedehntes epileptisches Hirnnetzwerk sowohl aus *kortikalen* (in der Gehirnrinde lokalisiert), als auch *subkortikalen Strukturen*, die nicht zwangsläufig den gesamten zerebralen Kortex beinhalten müssen. Es ist dabei sowohl für die Generierung und Aufrechterhaltung der normalen physiologischen Hirnaktivität während der anfallsfreien Intervalle zuständig als auch in patho-physiologischen Aktivitäten wie Anfallsgenerierung, -aufrechterhaltung, -ausbreitung und -terminierung beteiligt. Die Hirnregion, in der sich die ersten Anzeichen eines epileptischen Anfalls manifestieren, wird als *Anfallsursprungszone (AUZ)* [261] (häufig auch *Fokus* oder *Herd*) bezeichnet. Ihr wird daher oft eine besondere Rolle im epileptischen Hirnnetzwerk zugesprochen.

Epileptische Anfälle werden nach ihrer Verlaufsform gemäß der Definition der Internationalen Liga gegen Epilepsie [91, 262] in zwei wesentliche Gruppen gegliedert: Bei *fokal epileptischen Anfällen* treten (partielle) Anfälle auf, deren Beginn auf eine räumlich umschriebene Region der Großhirnrinde beschränkt ist. Dabei ist es unerheblich, ob sich der Anfall sekundär auf die gesamte Hirnrinde ausbreitet (*sekundär generalisierte Anfälle*). Der Beginn der jeweiligen Anfälle ist räumlich konstant und mit einem bevorzugten Propagationsmuster verknüpft. Dabei können sich Anfälle von der Hemisphäre, in welcher der Anfall startet (*ipsilateral*), auf die gegenüberliegende Hemisphäre (*kontralateral*) ausbreiten. *Generalisierte epileptische Anfälle* stellen die zweite Gruppe der Anfälle dar, die von einem bestimmten Punkt der Großhirnrinde starten und sich sehr schnell auf die gesamte Großhirnrinde ausbreiten. Obwohl der Beginn der jeweiligen Anfälle räumlich begrenzt und somit fokal erscheinen kann sind die AUZ sowie die Hemisphäre von Anfall

zu Anfall räumlich nicht konstant [262]. Alle anderen Anfallsformen werden als nicht kategorisierbar angenommen, da bis jetzt unzureichende Charakterisierungsmöglichkeiten vorliegen.

Etwa die Hälfte der Epilepsiepatienten leidet unter fokalen epileptischen Anfällen. Durch moderne krampfunterdrückende Medikamente können etwa zwei Drittel aller Patienten erfolgreich therapiert werden [263]. Im Falle von pharmakoresistenten Epilepsien können weitere ca. 5 % der Patienten durch Methoden der *Epilepsiechirurgie* therapiert werden [264]. Die übrigen 20–30 % sprechen jedoch auf keine der verfügbaren Therapieformen erfolgreich an oder eignen sich nicht für einen chirurgischen Eingriff und bleiben somit medizinisch unterversorgt [265–267]. Da Epilepsie einen gravierenden Einschnitt in das Alltagsleben der Patienten darstellt, ist es wichtig, neue Therapieformen zu erforschen und zu entwickeln.

Die Diagnostik erfolgt nach einer eingehenden Anamnese mit neurologischen und labor-gestützten Untersuchungen im Wesentlichen in einer Kombination aus elektro-physiologischen Methoden [268], wie z. B. der Messung der hirnelektrischen Aktivität mittels Elektroenzephalogramm (EEG) und bildgebenden Verfahren, wie z. B. der Magnetresonanztomographie (MRT). Für eine erfolgreiche Therapie durch einen chirurgischen Eingriff ist die exakte Lokalisation der AUZ elementar [261, 269]. Dazu wird im Zuge der *prächirurgischen Diagnostik* die hirnelektrische Aktivität räumlich und zeitlich hochauflösend mittels iEEG [270, 271] oder Magnetenzephalographie (MEG) [272] vor und vor allem während epileptischer Anfälle des Patienten aufgezeichnet. Über die funktionelle Magnetresonanztomographie (fMRT) [273] kann die Hirnaktivität über den Sauerstoffgehalt im Blut (*Blood Oxygenation Level Dependent (BOLD)-Kontrast*) ebenfalls gemessen werden. Trotz relativ hoher räumlicher Auflösung liegt die zeitliche Auflösung mehrere Größenordnungen unter der von iEEG und MEG. Da Anfälle meist unvorhersagbar auftreten können, kann eine Aufzeichnung über mehrere Tage mit anfallsfördernden Maßnahmen wie Hyperventilation, Photostimulation oder Schlafentzug notwendig sein. Mit Kenntnis des Anfallszeitpunktes und simultaner Videoaufzeichnung des Patienten können die so gewonnenen hirnelektrischen Aktivitäten retrospektiv analysiert und somit die AUZ identifiziert werden, die sich dadurch auszeichnet, dass sich in dieser Hirnregion die ersten Anzeichen eines epileptischen Anfalls manifestieren.

Ziel der Analyse hirnelektrischer Aktivität mit Methoden aus der Zeitreihenanalyse ist es, die Mechanismen der Anfallsgenerierung und -terminierung zu untersuchen und somit das Krankheitsbild Epilepsie besser zu verstehen. Dabei wird weiteren Fragestellungen wie einer möglichen objektiven Lokalisation der AUZ aus EEG-Aufzeichnungen während des anfallsfreien Intervalls (*inter-iktal*) oder Voranfallszuständen (*prä-iktal*) zur Reduzierung der Aufenthaltsdauer der Patienten und somit auch der Kosten mit Nachdruck verfolgt.

5.2. Elektroenzephalographie (EEG)

Die mittels Elektroenzephalographie (EEG) zu messende hirnelektrische Aktivität hat ihren Ursprung in den ca. 10^{11} Zellen im menschlichen Gehirn eines Erwachsenen, von denen ca. 10 % Nervenzellen (*Neuronen*) sind, die für die Informationsverarbeitung im Gehirn zuständig [274] und über bis zu 10^{12} Synapsen miteinander verbunden sind [275]. Die anderen Zellen, die den Großteil des Gehirns ausmachen, sind die Gliazellen, die vor allem für eine Stütz- und Haltefunktion sowie elektrische Isolation der Neuronen zuständig sind [276, 277]. Neuronen werden im Zuge der Signalverarbeitung aufgeladen und geben ab einer bestimmten Schwelle das *Aktionspotential* als Signal ab, welches aufgrund der Schwelle nur nach dem Alles-oder-Nichts-Prinzip ausgegeben werden kann. Im Zuge der Informationsverarbeitung kann dieses nach außen abgeschirmte Potential jedoch nicht gemessen werden¹, sondern das durch die Potentiale der einzelnen Synapsen [278] verursachte *postsynaptische Potential* [255, 279]. Dabei überlagern sich viele Potentiale zwischen Synapsen und der subsynaptischen Membran (Zellwand des Dendrit oder Soma) entlang der Zellwand und unterliegen somit nicht dem Alles-oder-Nichts-Prinzip. Dieses postsynaptische Potential ist zwar im Vergleich zum Aktionspotential der Neuronen klein, kann jedoch über einen längeren Zeitraum (10–100 ms) aufrecht erhalten werden und führt extrazellulär zu Ladungsverschiebungen im Interzellulärraum, die aufgrund der Menge an Synapsen und Ladungsträgern ein messbares Feldpotential verursacht. Bei einem ausreichend großen Feld kommt es somit zu unterschiedlichen Ionenbewegungen, die auf der Kortexoberfläche eine Ladungsdifferenz verursachen, welche schließlich das *kortikale Feldpotential* verursacht. Die postsynaptischen Potentiale sind nicht die einzigen Generatoren, die für die Entstehung des kortikalen Feldes zuständig sind, da auch die Gliazellen ein Potential erzeugen. Der Anteil am kortikalen Feld ist jedoch noch nicht vollständig geklärt [280]. Viele Membranstrukturen (Hirnhäute, Schädelknochen und Kopfhaut) wirken unterschiedlich auf die Ladungsträger wie kapazitive Widerstände und führen so zu unterschiedlich starken Feldern.

Damit das kortikale Feldpotential auf der Kopfoberfläche gemessen werden kann, müssen elektrische Dipole vorhanden sein, die nicht destruktiv interferieren. Diese Konstellation ist bei senkrecht zum Kortex orientierten Dipolen wie den großen Pyramidzellen gegeben, die etwa ein Drittel aller Neuronen ausmachen. Die anderen Zellen sind häufig Sternzellen, welche ein nach außen geschlossenes Dipolfeld erzeugen, das nicht gemessen werden kann. Wenn ausreichend viele Synapsen an Pyramidzellen gleichzeitig aktiv sind, können sich die Dipole zu einem großen Dipol überlagern, der an der Kopfoberfläche erfasst werden kann. Daher spiegelt das gemessene Potential im Wesentlichen den

¹Das Aktionspotential der Neuronen entwickelt zwar Spannungsunterschiede von bis zu 100 mV, das nur zwischen dem Zellinneren und der äußeren Zellmembran gemessen werden kann. Außerhalb der Zelle hingegen sind Feldpotentiale in der Größenordnung von 100 μ V messbar, die nur 1–2 ms andauern.

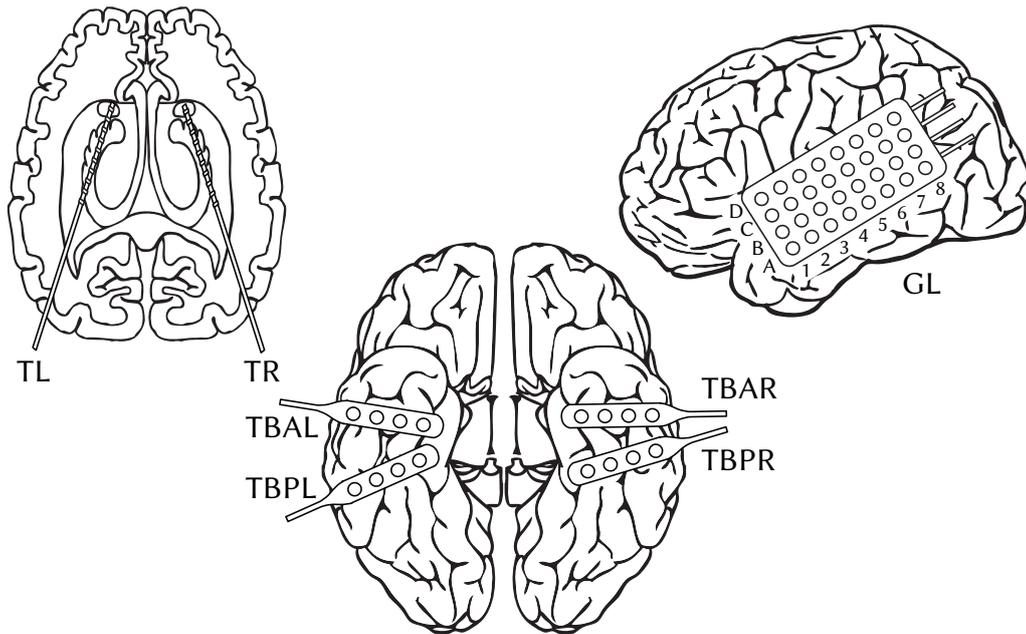


Abbildung 5.1.: Exemplarisches Implantationsschema. Links: Horizontaler Schnitt durch das Gehirn mit Tiefenelektroden TL und TR bestehend aus jeweils 10 zylindrischen Kontakten (Abstand 4 mm, Durchmesser 1 mm, Länge 2.5 mm, Nickel-Chrom-Legierung) im Hippokampus der jeweiligen Hemisphäre. Die Kontakte sind auf einem elastischen Kunststoff befestigt und können bei der Implantation mit einem Metallstab eingeführt werden. Mitte: Basale Ansicht auf das Gehirn mit jeweils einer anterior (TBAL bzw. TBAR) und einer posterior (TBPL bzw. TBPR) temporo-basal anliegenden Streifenelektrode (bis zu 16 auf Kunststoff aufgebrachte Platinkontakte mit einem Durchmesser von 2.5 mm und einem Abstand 10–15 mm) je Hemisphäre. Rechts: Seitliche Ansicht des Gehirns mit temporo-lateral angebrachter Grid-Elektrode (bestehend aus 4×8 oder 8×8 Platinkontakten mit einem Abstand von 2.5 mm). Die Platzierung der Elektroden erfolgte unter klinischen Gesichtspunkten für jeden Patienten individuell.

Grad an Synchronisation synaptischer Aktivität wider [255]. Viele der pathologischen EEG-Veränderungen liegen daher in Störungen der Synapsen- oder Transmitterfunktion begründet.

Bei der Messung des kortikalen Feldpotentials (der Elektroenzephalographie) werden Elektroden auf die Kopfoberfläche nach einem festen Schema aufgebracht (z. B. dem 10-20-Schema [281]) und die Potentialdifferenzen gemessen. Da diese mit 5–100 μV relativ klein sind, müssen die Spannungen geeignet verstärkt werden. Bereits kleinste Verunreinigungen der Elektroden oder mangelnder Kontakt können jedoch zu Veränderungen der Impedanz führen und in einer fehlerbehafteten Messung münden. Ein weiteres Problem stellen bei der Messung auf der Kopfoberfläche *Bewegungsartefakte* dar, die durch elektrische Signale bei Muskelbewegungen verursacht werden. Um sowohl den Effekt der unterschiedlichen elektrischen oder kapazitiven Widerstände (*Volumenleitung*, s. o.) und das Problem der nicht senkrecht zum Kortex orientierten Dipole oder nach außen neutralen Dipolfelder zu minimieren, werden daher häufig Elektroden unter den Schädel und die Hirnhäute direkt auf die Hirnoberfläche oder sogar in das Gehirn eingebracht. Diese intrakranielle Messung mit Vielkontaktelektroden (siehe Abb. 5.1) wird daher als intrakranielles Elektroenzephalogramm (iEEG) bezeichnet und bietet den Vorteil eines besseren Signal-Rausch-Verhältnisses und einer höheren räumlichen Auflösung [270]. Exemplarische iEEG-Aufzeichnungen zwischen Anfällen und während eines Anfalls sind in Abb. 5.2 für die beiden Tiefenelektroden im Hippokampus (vgl. Abb. 5.1) dargestellt.

Zur Messung der elektrischen Potentiale muss ein *Referenzpotential* definiert werden, dessen Wahl ein offenes Problem darstellt [282–286]. Da jede Referenzierungsmethode Vor- und Nachteile bietet, gibt es bisher keine allgemeingültige optimale Wahl. Die häufigsten Methoden sind:

- **Gemeinsame Referenzelektrode:** Es wird für alle Elektroden (oder alle einer Hemisphäre) das Potential gegen eine Referenzelektrode gemessen. Beim Oberflächen-EEG wird daher häufig das kontralateral liegende Ohr läppchen oder die zentral liegende Elektrode verwendet. Häufig wird auch gegen den Mittelwert zweier Elektroden gemessen.
- **Durchschnittsreferenz:** Hier wird die Potentialdifferenz gegen das mittlere Potential aller Elektroden gemessen.
- **Bipolar:** Hier wird die Potentialdifferenz paarweise benachbarter Elektroden gemessen. Nachteil dieser Methode besteht in der Besonderheit, dass die Spannungsdifferenz räumlich weit ausgedehnter synchroner Potentiale sehr gering ausfällt und somit im EEG unbemerkt bleiben können.

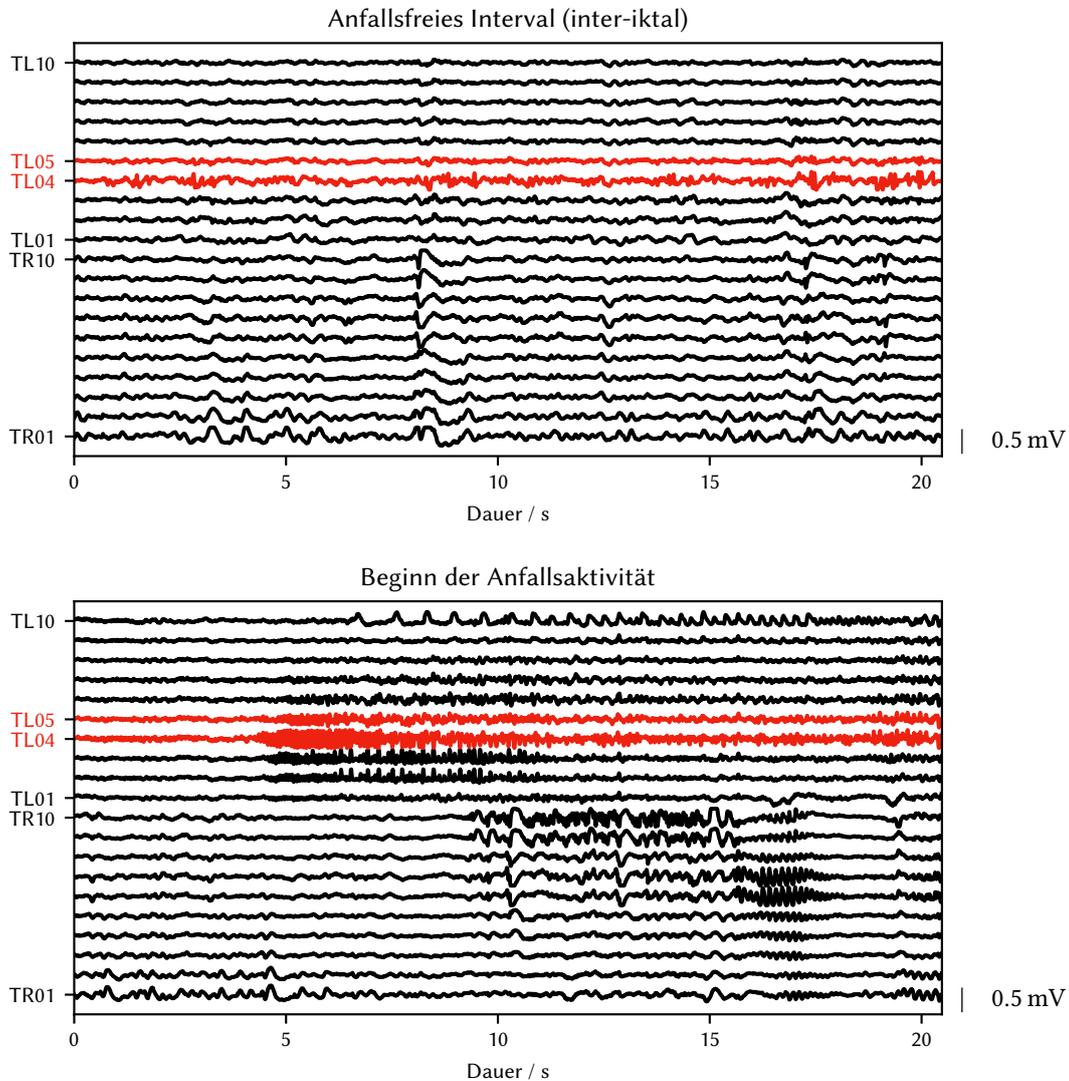


Abbildung 5.2.: Exemplarische zeitliche Entwicklung des kortikalen Feldpotentials (iEEG-Aufzeichnung), abgeleitet über zwei Vielkanalelektroden (Tiefenelektroden TL und TR) mit jeweils zehn Kontakten, gemessen gegen gemeinsame Referenzelektroden. Oben: Anfallsfreies, inter-iktales Zeitintervall, Unten: Beginn einer Anfallsaktivität. Dauer der Aufzeichnung 20.48 s (entspricht 4096 Datenpunkten). In rot sind Kanäle markiert, die der Anfallsursprungszone zugeordnet wurden.

In der vorliegenden Arbeit wurden iEEG-Zeitreihen analysiert, die gegen eine gemeinsame Referenz, bestehend aus zwei Elektroden weit außerhalb der AUZ, gemessen wurden. Die Zeitreihen der Referenzelektroden selbst sind nicht Gegenstand der folgenden Untersuchungen und wurden daher verworfen.

5.3. Charakterisierung funktioneller epileptischer Hirnnetzwerke

In den letzten Jahren haben sich vermehrt Konzepte und Methoden aus der Netzwerktheorie [14] für die Charakterisierung struktureller und funktioneller epileptischer Netzwerke durchgesetzt und zu einem verbesserten Verständnis des Netzwerkphänomens Epilepsie geführt, indem mit Methoden aus der Zeitreihenanalyse Eigenschaften von Interaktionen, insbesondere Stärke und Richtung, zwischen abgetasteten Hirnregionen charakterisiert wurden [5, 64, 72, 117, 222, 287–292].

Ein Netzwerk (Graph) ist eine Menge von Knoten, die mit einer Menge von Kanten verbunden ist [14]. Die Knoten in ausgedehnten epileptischen Hirnnetzwerken werden üblicherweise mit abgetasteten Hirnregionen (d. h. räumlich abgetrennte Netzwerke von Neuronen) und Kanten mit gewichteten und/oder gerichteten Interaktionen zwischen den Hirnregionen assoziiert (vgl. Abb. 5.3). Im Gegensatz zu *strukturellen Netzwerken*, bei denen physikalische Verbindungen von Netzwerken von Neuronen als Kante aufgefasst werden, werden bei *funktionellen Netzwerken* diverse lineare oder nicht-lineare Eigenschaften von Interaktionen als Kanten aufgefasst [37, 60, 84, 118]. Somit können sich Kanten auf unterschiedlichen (deutlich kürzeren) Zeitskalen aufgrund von physiologischer oder patho-physiologischer Aktivität ändern als es bei strukturellen Netzwerken der Fall ist.

Vorherige Studien haben die AUZ [261] als eine Hirnregion im Netzwerk charakterisiert, innerhalb derer stärkste Interaktionen beobachtet werden können [72, 293–301] und die im Sinne einer Treiber-Responder-Beziehung andere Hirnregionen im Netzwerk zu treiben scheint [302–312]. Obwohl diese Ergebnisse relativ schlüssig scheinen und der AUZ eine zentrale Rolle für die dynamische Entwicklung des epileptischen Hirnnetzwerkes insbesondere in Hinblick auf den epileptischen Prozess selbst zugesprochen wurde, scheint die Bedeutung einer fokalen AUZ insbesondere bei der Hirnlappen- oder sogar Hemisphären-übergreifenden Ausbreitung von Anfällen eher eine begrenzte Rolle zu spielen. Diese Rolle könnte aufgrund der folgenden methodischen und konzeptionellen Einschränkungen begünstigt sein: Der Großteil der vorherigen Studien stützt sich auf Eigenschaften von Interaktionen, die mittels iEEG von entweder ausgewählten Elektrodenkontakten oder ausgewählten Zeitbereichen, die nur pathologische Aktivitäten

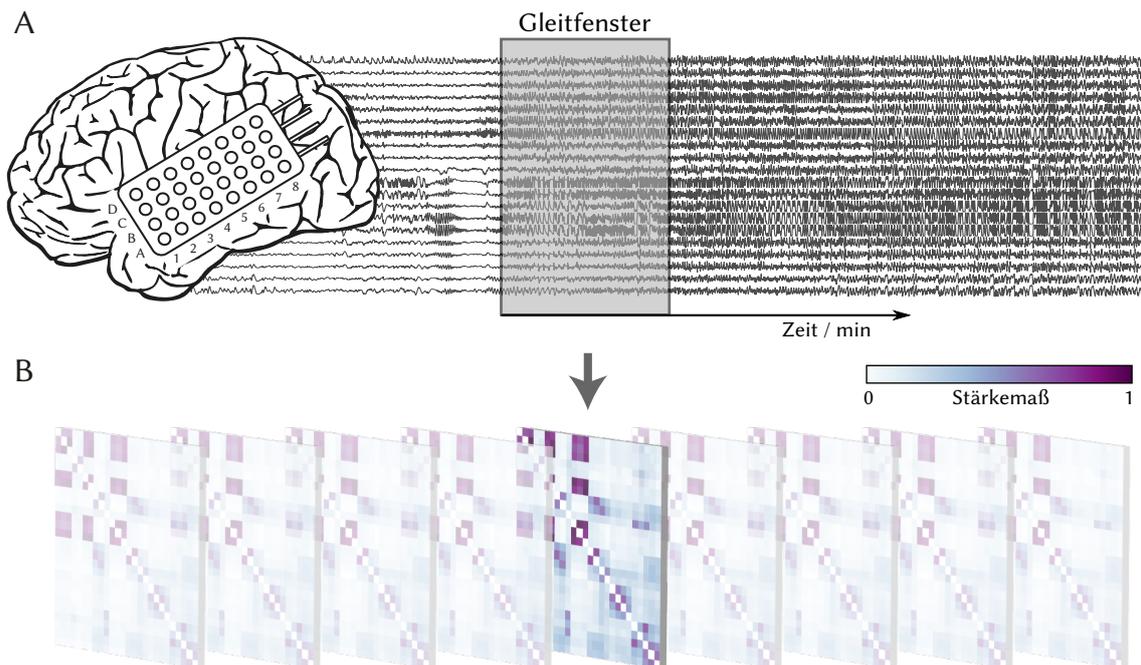


Abbildung 5.3.: Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur zeitlich aufgelösten Charakterisierung von Interaktionsnetzwerken im epileptischen Gehirn: Zunächst wird das iEEG an mehreren Kontakten abgeleitet (A) und anschließend alle paarweisen Interaktionen mittels Gleitfensteranalyse geschätzt. Die so gewonnene Zeitreihe von Interaktionsmatrizen (B) wird mit einem zeitlich veränderlichen Netzwerk assoziiert und bildet die Grundlage für die folgenden Analyseschritte.

wie Anfälle oder epilepsieartige Entladungen umspannen, abgeleitet wurden. Die Auswahl der Elektroden wurde dabei meist auf definierte Zonen [261, 313] wie z. B. der AUZ eingeschränkt, die im Zuge der prächirurgischen Diagnostik meist händisch anhand diverser Kriterien definiert wurden. Dennoch ist bisher nicht eindeutig geklärt, inwiefern diese ausgewählten Zonen in Hinblick auf ihre dynamische Entwicklung in das moderne Konzept des zeitlich veränderlichen epileptischen Netzwerkes passen. Eine Reduktion der Analyse auf diese a priori definierten Zonen des Netzwerkes könnten daher die erzielten Ergebnisse beeinflussen. Zudem scheint die Reduktion der analysierten Daten auf begrenzte Zeitabschnitte fragwürdig, da die zeitlich veränderlichen epileptischen Netzwerke auf mannigfaltigen Zeitskalen (von Minuten bis hin zu mehreren Tagen) durch diverse pathologische und patho-physiologische Prozesse beeinflusst zu sein scheinen [314–316].

Desweiteren stellt die Wahl der Kenngrößen für die verschiedenen Eigenschaften von Interaktionen wie Stärke und Richtung eine noch nicht abschließend geklärte Frage dar, da aufgrund der verwendeten Messtechnik und vorliegenden Dynamik die Kenngrößen unterschiedlich sensitiv sein könnten (vgl. Kap. 4). Häufig wird zwar das Vorzeichen von

Kenngrößen für Richtung korrekt als eine Richtungsindikation verwendet, jedoch wird zudem der Wert der Kenngröße als eine Art Stärke verwendet, was nicht zwangsläufig korrekt sein muss und somit zu Fehlinterpretationen führen kann, insbesondere bei ungekoppelten bzw. stark gekoppelten Systemen (siehe Kap. 2.3.5 und Kap. 4.2). Letzteren können insbesondere bei patho-physiologischen Synchronisationsphänomenen, wie sie z. B. während epileptischer Anfälle beobachtet werden können [37], ein Problem bei der Messung der Interaktionsrichtung darstellen.

Im folgenden Abschnitt wird die für die folgenden Analysen entwickelte Analysestrategie [2] beschrieben, mit der die beschriebenen methodischen und konzeptionellen Probleme angegangen werden und schließlich Charakterisierungen gerichteter und gewichteter Interaktionen in zeitlich veränderlichen räumlich ausgedehnten funktionellen Hirnnetzwerken ohne a-priori-Einschränkungen durchgeführt werden.

5.3.1. Analysestrategie

Für die folgenden Analysen werden gerichtete und gewichtete Interaktionen aufgrund unterschiedlicher im Gehirn beobachtbarer Synchronisationsphänomene [37, 40, 87] sowohl mit den phasenbasierten (PA) Kenngrößen \mathcal{R} und \mathcal{C} als auch mit den informationstheoretischen (IA) Kenngrößen \mathcal{I} und \mathcal{S} charakterisiert. Hierfür kommt eine *Gleitfensteranalyse* ($N = 4096$, entspricht 20.48 s) zum Einsatz, in der für jedes Gleitfenster die in Kap. 4 evaluierten Kenngrößen bestimmt werden und somit eine zeitlich aufgelöste Charakterisierung von Stärke und Richtung von Interaktionen ermöglichen. Die Wahl von $N = 4096$ Datenpunkten wurde als Kompromiss zwischen einer hinreichend großen Datenpunktanzahl für eine statistisch robuste Berechnung der Kenngrößen und der notwendigen Quasi-Stationarität der Hirn-Dynamik [317] gewählt.

Trotz ihrer konzeptionellen und methodischen Unterschiede werden Kanten die Amplitudenwerte der Kenngrößen für die Interaktionsstärke als Kantengewicht zugeordnet. Die Interaktionsrichtung wird nur unter Berücksichtigung der vorherrschenden Interaktionsstärke, die durch die respektive Kenngröße geschätzt wurde, gemäß Kap. 4.2 zugeordnet, d. h. es wird nur eine Direktionalität (d. h. das Vorzeichen der Kenngröße für Richtung) zugeordnet, wenn die entsprechende Kenngröße für die Interaktionsrichtung zu einem Zeitpunkt einen Wert oberhalb des ersten und unterhalb des dritten Quartils aus der Verteilung aller beobachteten Werte der Kenngröße für die Interaktionsstärke dieser einzelnen Interaktion annahm [2, 4]; andernfalls wird der Wert „0“ zugewiesen. Somit kennzeichnet die Richtungsindikation „0“ aufgrund von entweder zu schwacher oder starker oder bidirektionaler symmetrischer Kopplung eine nicht ausgezeichnete Interaktionsrichtung.

Um mögliche Abhängigkeiten der Stärke und Richtung der Interaktionen diverser physiologischer und patho-physiologischer Prozesse zu ermitteln, wurden die Charakterisierungen zusätzlich für die folgenden Untermengen aller gemessenen Daten (*Gesamt*) durchgeführt wurden:

- *Tag* umfasst alle Daten, die zwischen 6 und 22 Uhr aufgezeichnet wurden,
- *Nacht* umfasst alle Daten, die zwischen 22 und 6 Uhr aufgezeichnet wurden. Da keine Schlafstadien während der iEEG-Aufzeichnung differenziert wurden, konnte keine Abhängigkeit von verschiedenen Wachheitszuständen (sogenannten *Vigilanzstadien*) untersucht werden.
- *Prä-iktal* umfasst alle Daten, die in retrospektiver Analyse einem Voranfallszustand [318–320] mit einer Dauer von 4 h zugeordnet werden konnten,
- *Inter-iktal* umfasst alle Daten aus dem anfallsfreien Intervall, d. h. der Voranfallszustand (prä-iktal), die Anfallsaktivität (iktal) sowie die post-iktale Phase von 30 min wurde verworfen.

Im Zuge der prächirurgischen Diagnostik wurden unter rein klinischen Gesichtspunkten individuell intra-hippokampale Tiefen-, Streifen- sowie Gridelektroden (vgl. Abb. 5.1) implantiert und die hirnelektrische Aktivität mittels iEEG abgeleitet. Um eine Vergleichbarkeit der Beobachtungen zwischen den Patienten (Tab. D.1) und zu bisherigen Studien in Hinblick auf die Rolle der AUZ zu ermöglichen, wurden die Kontakte folgenden drei Kategorien zugeordnet [2–4]:

- **fokal (*f*)**: Kontakte, die der klinisch definierten AUZ zugeordnet werden konnten,
- **benachbart (*n*)**: Kontakte, die ein oder zwei Kontakte Abstand zur AUZ aufweisen,
- **andere (*o*)**: alle anderen Kontakte.

Schließlich wurde für jede paarweise Kombination abgetasteter Hirnregionen der zeitliche (gekennzeichnet mit $\overline{\mathcal{R}_t}$ und $\overline{\mathcal{F}_t}$) sowie der zeitlich-räumliche Median der Kenngrößen ($\overline{\mathcal{R}_{t,s}}$ und $\overline{\mathcal{F}_{t,s}}$) für die zuvor beschriebenen Daten-(Unter)-mengen für jeden Patienten berechnet.

Zur Charakterisierung einer ausgezeichneten, bevorzugten Interaktionsrichtung zwischen Hirnregionen wurden unter Berücksichtigung der vorherrschenden Interaktionsstärke (Kap. 4.2) die Rate Δ^\star bestimmt, mit derer eine bestimmte Richtung indiziert wurde, \star steht für den auf der Phasendynamik basierenden Ansatz oder den informationstheoretischen Ansatz. Die Rate Δ^{PA} wurde als Quotient aus der Anzahl der Gleitfenster, für ein Treiben (Respondieren) mittels \mathcal{C} unter Berücksichtigung von \mathcal{R} indiziert wurde, und der Anzahl der Gleitfenster, für die eine beliebige Richtung indiziert wurde, bestimmt. Gleitfenster, für die keine oder bidirektionale Interaktionen ($\mathcal{C} = 0$) indiziert

wurden, wurden nicht berücksichtigt. Definition von Δ^{IA} erfolgt mittels \mathcal{S} und \mathcal{I} analog. Mit der Asymmetrie der Kenngrößen für die Interaktionsrichtung unter Vertauschung von X mit Y (siehe Kap. 3.2.3 und Kap. 3.3.6) lassen sich die Raten wie folgt interpretieren:

$$\Delta^{\text{PA}}, \Delta^{\text{IA}} \begin{cases} > 0.5 & \text{häufigeres Treiben als Respondieren} \\ = 0.5 & \text{gleiche Raten: keine ausgezeichnete Richtung} \\ < 0.5 & \text{häufigeres Respondieren.} \end{cases} \quad (5.1)$$

Anschließend wurden räumlich der Median der Raten ermittelt; dieser wird im Folgenden mit $\overline{\Delta_s^{\text{PA}}}$ bzw. $\overline{\Delta_s^{\text{IA}}}$ bezeichnet. Zur Quantifizierung der räumlich gemittelten Raten $\overline{\Delta_s^{\text{PA}}}$ und $\overline{\Delta_s^{\text{IA}}}$, die per Zufall zu erwarten sind, und zur Bestimmung eines Schwellwertes ϑ , ab dem eine bevorzugte Richtung vorherrscht, wurden die Raten mit denen verglichen, welche durch eine zufälligen Permutation der paarweisen Interaktionen und anschließender Rück-Zuordnung zu den Kategorien² erzielt wurden. Für beide Ansätze PA und IA wurden dafür je 20 Realisationen zufälliger Zuweisungen für jeden Patienten und jede Interaktion durchgeführt und anschließend die räumlichen Mittelwerte sowie Standardabweichungen der Raten berechnet. Die Schwellwerte ϑ^+ und ϑ^- lassen sich dann mittels der Mittelwerte plus/minus Standardabweichungen definieren. Mit dem so definierten Intervall $[\vartheta^-, \vartheta^+]$ wurden anschließend die Raten für *präferenzielles* Treiben von Hirnregionen wie folgt definiert:

$$\Delta^{\text{PA}}, \Delta^{\text{IA}} \begin{cases} > \vartheta^+ & \text{präferenzielles Treiben} \\ < \vartheta^- & \text{präferenzielles Respondieren} \\ \text{sonst} & \text{keine ausgezeichnete Richtung.} \end{cases} \quad (5.2)$$

Somit kann – im Gegensatz zu Gl. (5.1) – ermittelt werden, ob statistisch signifikant eine bevorzugte Richtung indiziert wird.

5.3.2. Statistische Auswertung

In einem letzten Schritt wird überprüft, ob sich die Mediane der Kenngrößen über Hirnregionen oder Patienten hinweg statistisch unterscheiden und von physiologischen und patho-physiologischen Prozesse abhängig sind. Hierfür wird ein Mann-Whitney-U-Test (MWT) angewendet und Unterschiede in den Kenngrößen statistisch validiert. Mittels MWT wurde zum einen für die Verteilungen der Mediane der Kenngrößen über alle Patienten überprüft, ob Interaktionen zwischen oder innerhalb von Hirnregionen signifikant unterschiedlich waren (Einseitiger Test mit $p < 0.05$ nach Korrektur gegenüber multiplen

²Die ursprüngliche Anzahl der Kontakte pro Hirnregion wurde dabei beibehalten.

Tests mittels *Bonferroni-Korrektur*). Zum anderen wurde statistische Unterschiede in den Verteilungen der Mediane der Kenngrößen über alle Patienten zwischen den verschiedenen Daten-(Unter)-mengen ermittelt, (Einseitiger MWT, gegenüber multiple Tests *Bonferroni-korrigiert*, signifikant wenn $p < 0.05$).

Zusätzlich wurde untersucht, ob sich mögliche Unterschiede auf die deutlich verschiedenen große Anzahl an Elektrodenpaaren (vgl. Tab. 5.1) zurückführen lassen, mit denen Interaktionen zwischen Hirnregionen charakterisiert wurden. Dazu wurden für jeden Patienten die Interaktionen mit den höchsten Amplitudenwerten der Kenngrößen für Stärke (\mathcal{R} , \mathcal{I}) bzw. höchsten Raten für eine ausgezeichnete Richtung (Δ^{PA} , Δ^{IA}) aus der Menge aller Interaktionen ohne Zurücklegen gezogen und anschließend die assoziierten Kategorien identifiziert und schließlich ein Test gegen die hypergeometrische Verteilung (HGT) angewendet. Wenn eine Interaktion zwischen Hirnregion häufiger beobachtbar war, als es per Zufall zu erwarten wäre ($p < 0.05$), wurde diese ausgezeichnete Interaktion als signifikant überrepräsentiert gewertet. Schließlich wurde die Anzahl an Patienten ermittelt, in denen die 20 stärksten Interaktionen bzw. höchsten Raten für eine ausgezeichnete Interaktionsrichtung zwischen Hirnregionen signifikant ($p < 0.05$) überrepräsentiert waren.

Schließlich wird quantifiziert, inwiefern die Kenngrößen der beiden Ansätze PA und IA unabhängige, nicht redundante Informationen bezüglich der charakterisierten Stärke und Richtung liefern. Es wird erwartet, dass aufgrund der konzeptionellen Unterschiede der Kenngrößen komplementäre Charakterisierungen erfolgen. Der Grad an Gleichheit wird für die Kenngrößen der Interaktionsstärke dazu mittels *Pearson-Korrelationskoeffizient* ρ zwischen den zeitlichen Entwicklungen von \mathcal{R} und \mathcal{I} ermittelt, wobei nur die Korrelationskoeffizienten ρ betrachtet wurden, deren Signifikanzniveau nach Bonferroni-Korrektur $p < 0.05$ betrug. Alle anderen Korrelationskoeffizienten wurden verworfen. Der Grad an gleicher Richtungsindikation wurde unter Anwendung des Analyseansätzen quantifiziert, indem der relative Zeitanteil bestimmt wurde, für den PA und IA dieselbe Richtungsindikation (treiben, respondieren oder ungekoppelt/bidirektional) lieferten. Die Quantifizierung erfolgte mittels *Allens Intervallalgebra* [321], indem die *Basis-Relation* $a = b$ verwendet wurde, Zeitpunkte gleicher Richtungsindikation zu identifizieren.

5.4. Datengrundlage

Für die folgenden Analysen wurden Interaktionen im epileptischen Gehirn von 35 Patienten aus iEEG-Zeitreihen charakterisiert. Eine Übersicht wird in Anhang D, Tab. D.1

Interaktionen						gesamt
$f-f$	$f-n$	$f-o$	$n-n$	$n-o$	$o-o$	
63.3	48.1	327.1	13.2	161.8	830.0	1513.4

Tabelle 5.1.: Mittlere Anzahl an Kombinationen von Elektrodenkontakten, die Interaktionen innerhalb oder zwischen Hirnregionen erfassen.

gegeben. Die Patienten (18 weiblich, 17 männlich) hatten zum Zeitpunkt der prächirurgischen Diagnostik ein mittleres Alter von 35 a und litten im Mittel 22 a unter einer pharmakoresistenten Epilepsie. Diese äußerte sich in fokalen Anfällen, die sich in anatomisch unterschiedlich ausgeprägten AUZ manifestierten. Daher wurden im Zuge der prächirurgischen Diagnostik rein unter klinischen Gesichtspunkten individuell intrahippokampale Tiefenelektroden, Streifen- oder Gridelektroden (vgl. Abb. 5.1) implantiert und iEEG an im Mittel 51 (14–88) Kontakten abgeleitet. Als Referenzierung wurde der Mittelwert zweier Elektroden gewählt, die außerhalb der AUZ lagen; die Wahl der Referenzelektroden erfolgte bei jedem Patienten individuell. Postoperativ waren alle Patienten anfallsfrei (gemäß der *Engel-Klasse* 1A [322]). Somit kann die anatomische Position der AUZ in den folgenden retrospektiven Analysen als gesichert angenommen werden.

Die mittlere Aufzeichnungsdauer betrug 118 h (25–324 h), während derer im Mittel 5 (0–24) klinische Anfälle registriert wurden. Die Anfallszeiten selbst wurden manuell von Klinikern anhand der iEEG-Zeitreihen als Zeitpunkt der ersten Abweichung von der normalen EEG-Aktivität identifiziert, aus der ein Anfall hervorging. Insgesamt wurden 4116 h iEEG mit 173 klinischen Anfällen analysiert. Das iEEG-Signal wurde mit 200 Hz ($\Delta t = 5$ ms) und einem 16 bit Analog-Digital-Umsetzer (ADC) abgetastet und anschließend mit einer Bandpass-Filterung zwischen 1–45 Hz gefiltert und anschließend mittels Bandstopp-Filterung (50 Hz) von möglichen Einflüssen der Netzspannung befreit. Aufgrund der verwendeten Abtastrate wurden Stärke und Richtung von Interaktionen gemäß Anhang C, analog zu [199] mit den Einbettungsparametern $m = 5$ und $l = 3$ mittels \mathcal{I} und \mathcal{S} charakterisiert.

Anschließend wurden die abgetasteten Hirnregionen den zuvor definierten Kategorien f , n und o zugeordnet: Im Mittel wurden 9 (1–30) Kontakte pro Patient der fokalen Kategorie f zugeordnet, was einem Anteil von ca. 20 % aller Kontakte entspricht; weitere 4 (0–25) Kontakte pro Patient der Kategorie benachbarter Kontakte n (entspricht 9 % aller Kontakte) und alle anderen im Mittel 37 (7–82) Kontakte pro Patient (71 % aller Kontakte) der Kategorie o .

In Tab. 5.1 ist die durchschnittliche Anzahl an Kombinationen von Elektrodenkontakten aufgelistet, die Interaktionen innerhalb oder zwischen Kategorien von Hirnregionen erfassen.

5.5. Ergebnisse

In Abb. 5.4 sind die zeitlichen Entwicklungen der Kenngrößen für Stärke (\mathcal{R} , \mathcal{F}) und Richtung (\mathcal{C} , \mathcal{S}) exemplarisch für Interaktionen innerhalb und zwischen Hirnregionen eines Patienten über eine Zeitspanne von ca. sechs Tagen dargestellt. Es sei anzumerken, dass die Kenngrößen \mathcal{C} und \mathcal{S} zunächst ohne Anwendung der Analysestrategie (Kap. 5.3.1) dargestellt werden. Die durchweg höchsten Interaktionsstärken konnten dabei innerhalb der AUZ ($f-f$) beobachtet werden, wobei die Stärke mit zunehmendem Abstand zur AUZ abzunehmen schien. Die Interaktionsstärken innerhalb der Nachbarschaft der AUZ ($n-n$) und innerhalb anderer Hirnregionen ($o-o$) wurden mit \mathcal{R} anders als mit \mathcal{F} charakterisiert. Beide Kenngrößen für Interaktionsrichtung (\mathcal{C} , \mathcal{S}) indizierten über annähernd den gesamten zeitlichen Verlauf eine gerichtete Interaktion zwischen der AUZ, ihrer Nachbarschaft und anderen Hirnregionen: So scheinen die weiter entlegenen Hirnregionen (o) sowohl die AUZ ($o \rightarrow f$) als auch die Nachbarschaft der AUZ ($o \rightarrow n$) über die gesamte Aufnahme hinweg zu treiben.

Sowohl die Kenngrößen für Stärke als auch für Richtung der Interaktionen weisen über den Beobachtungszeitraum eine mehr oder weniger starke Variabilität auf, die sowohl von den miteinander interagierenden Hirnregionen als auch von der verwendeten Kenngröße abhängig zu sein schien. Diese Variabilität schien jedoch nicht mit Anfallsaktivität (Abb. 5.4, rote senkrechte Linien) zu korrelieren. Abgesehen davon wies die zeitliche Entwicklung eine gewisse Struktur und Periodizität auf, die teilweise mit Tageszeiten zusammenfiel und somit mögliche Abhängigkeiten von zirkadianer Rhythmik oder der Dosis krampfunterdrückender Medikamente repräsentiert.

In Abb. 5.5 sind die zeitlichen sowie räumlich-zeitlichen Mediane der Kenngrößen für Interaktionsstärke und -richtung zwischen und innerhalb jeder Hirnregion für beide Ansätze exemplarisch dargestellt. Die zeitlichen sowie räumlich-zeitlichen Mediane von \mathcal{R} und \mathcal{F} sowie von \mathcal{C} und \mathcal{S} sind qualitativ vergleichbar. Nichtsdestotrotz schienen die Kenngrößen \mathcal{R} und \mathcal{S} differenziertere, kontrastreichere Informationen bezüglich der Interaktionseigenschaften zu liefern, als es bei ihrem Pendant der Fall war. Außerdem lässt sich erwartungsgemäß gemäß Kap. 2.3.5 und Kap. 4.2 beobachten, dass eine Richtung nur dann indiziert wurde, wenn die zeitlichen Mittelwerte der Kenngröße für die Interaktionsstärke weder hoch noch niedrig waren. Sie verdeutlichen die Notwendigkeit

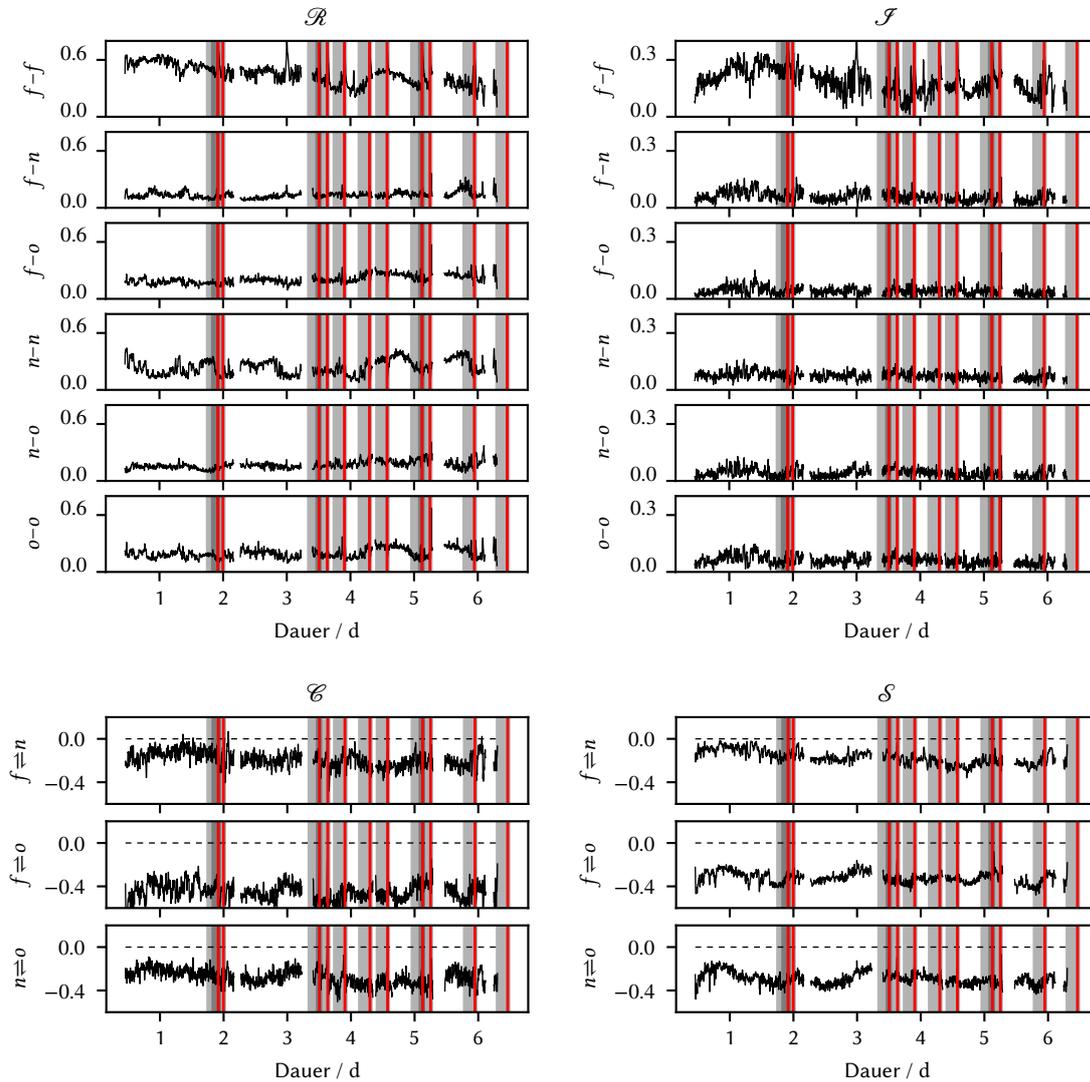


Abbildung 5.4.: Exemplarische zeitliche Entwicklung der Kenngrößen für Stärke (mit \mathcal{R} und \mathcal{J} , obere sechs Reihen) und Richtung von Interaktionen (mit \mathcal{C} und \mathcal{S} , untere drei Reihen) im Gehirn eines Epilepsiepatienten. Während der Aufzeichnung wurden zehn spontane epileptische Anfälle registriert (rote vertikale Linien). Die jeweiligen angenommenen Voranfallszustände sind in grau markiert. Die Kenngrößen wurden für Interaktionen aus der AUZ ($f-f$), zwischen AUZ und ihrer Nachbarschaft ($f-n$), innerhalb dieser ($n-n$), zwischen der Nachbarschaft und anderen Hirnregionen ($n-o$) und innerhalb anderer Hirnregionen ($o-o$) geschätzt. Die Richtung der Interaktion ($X \rightleftharpoons Y$) ist im Vorzeichen der jeweiligen Kenngröße (\mathcal{C} und \mathcal{S}) kodiert: positive Werte indizieren ein Treiben von X ($X \rightarrow Y$); negative Werte ein Respondieren von X ($X \leftarrow Y$); Die Interaktionsrichtungen innerhalb einer Hirnregion wurden nicht berücksichtigt. Alle Zeitreihen der Kenngrößen wurden zur Steigerung der Lesbarkeit mit einem Hamming-Fenster mit einer Fensterlänge von 5 min geglättet; Unterbrechungen haben ihren Ursprung in Aufzeichnungslücken. Der Tageswechsel (Mitternacht) ist auf der x-Achse jeweils gekennzeichnet. Darstellung nach [2].

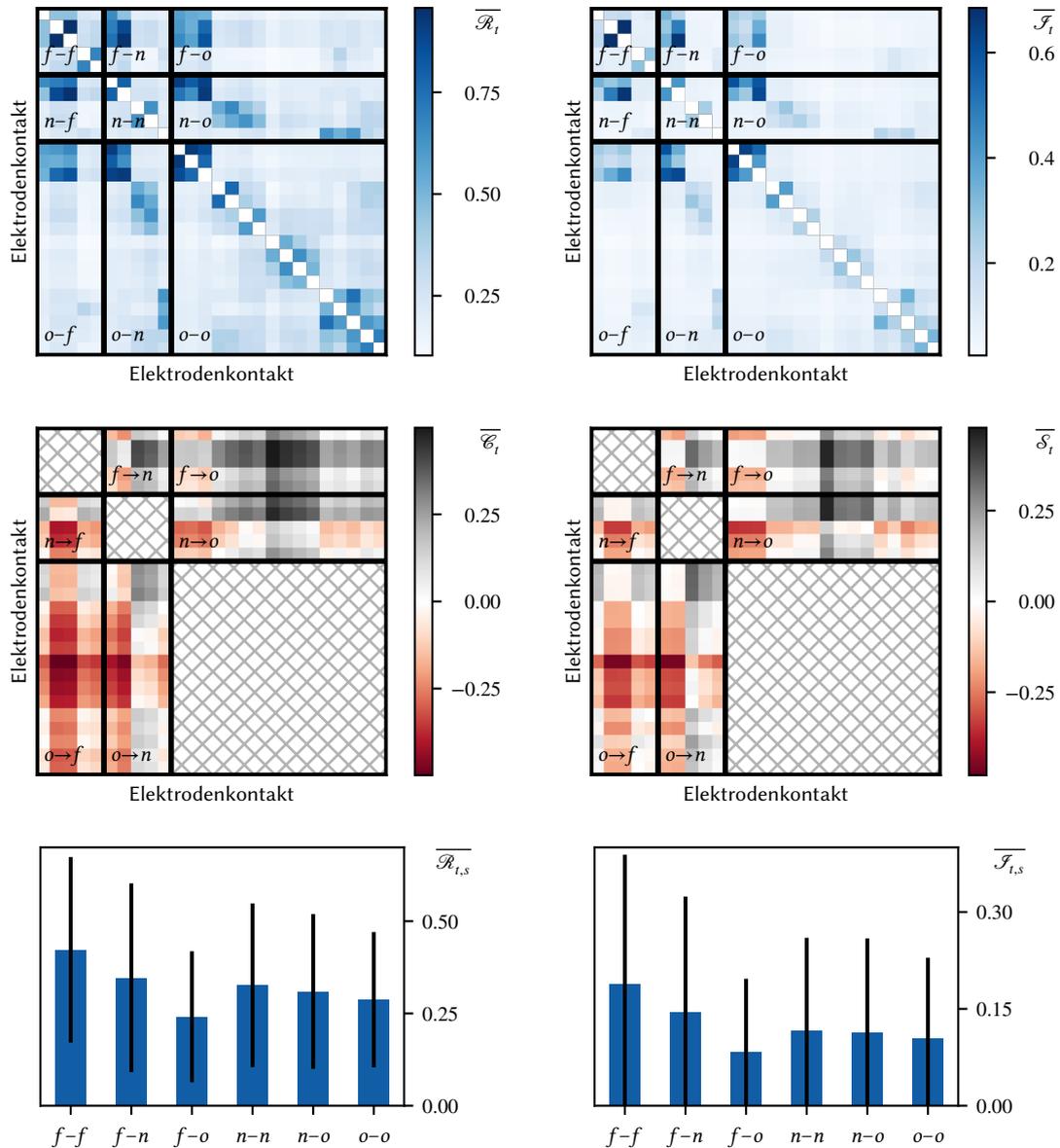


Abbildung 5.5.: *Oben und Mitte:* Zeitliche Mittelwerte der Stärke (obere Reihe: $\overline{\mathcal{R}}_t$, $\overline{\mathcal{F}}_t$) und Richtung (untere Reihe: $\overline{\mathcal{E}}_t$, $\overline{\mathcal{S}}_t$) aller paarweisen Interaktionen, geschätzt aus Langzeit-Vielkanal-iEEG-Aufnahmen eines Patienten (vgl. Abb. 5.4). Die schwarzen Linien indizieren die Grenzen verschieden kategorisierter Hirnregionen. Die Kenngrößen für Richtung von Interaktionen innerhalb einer Hirnregion wurden nicht in Betracht gezogen (schraffierte Flächen). Positive Werte der Kenngröße für Richtung indizieren, dass die auf der Ordinate aufgetragene Hirnregion die auf der Abzisse aufgetragene Hirnregion treibt; negative Werte indizieren die umgekehrte Richtung. *Unten:* Zeitliche und räumliche Mittelwerte der Kenngrößen für Stärke ($\overline{\mathcal{R}}_{t,s}$, $\overline{\mathcal{F}}_{t,s}$) aller Interaktionen innerhalb oder zwischen Hirnregionen. Darstellung nach [2].

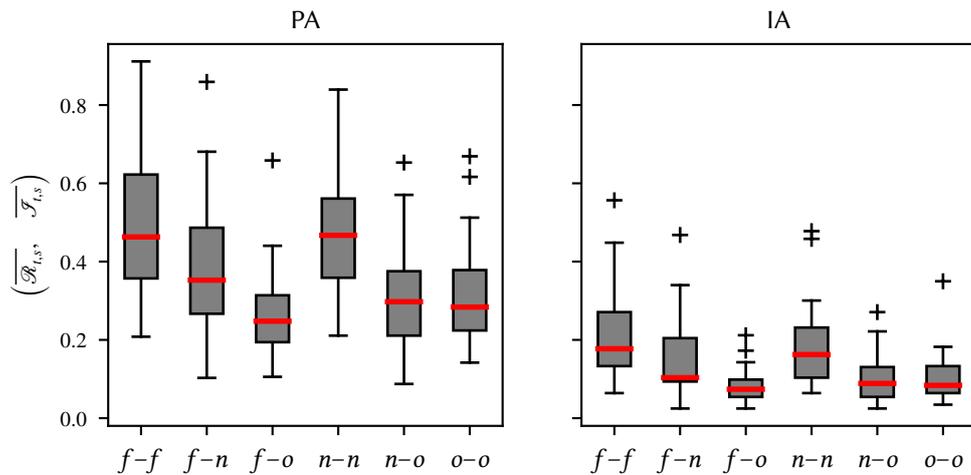


Abbildung 5.6.: Verteilungen der zeitlichen und räumlichen Mediane der Kenngrößen für die Interaktionsstärke innerhalb und zwischen Hirnregionen über die 35 Patienten. Die Interaktionsstärke wurde mittels PA (\mathcal{R} , links) bzw. IA (\mathcal{J} , rechts) geschätzt. Auf der Abzisse sind die jeweiligen Interaktionen innerhalb der AUZ ($f-f$), zwischen der AUZ und ihrer Nachbarschaft ($f-n$), zwischen der AUZ und entlegenen Hirnregionen ($f-o$), innerhalb der Nachbarschaft ($n-n$), zwischen der Nachbarschaft und entlegenen Hirnregionen ($n-o$) und innerhalb entlegener Hirnregionen ($o-o$) aufgetragen. Das untere und obere Ende der Box kennzeichnet das erste und dritte Quartil der Verteilungen, der rote Balken innerhalb der Box den Median. Der höchste und niedrigste vorkommende Wert innerhalb des 1.5-fachen Interquartilabstandes wird als whisker (Antenne) dargestellt, alle anderen Werte werden als Ausreißer gewertet und individuell mit einem + gekennzeichnet. Darstellung nach [2].

für die folgenden Analysen nur die Raten für eine Richtungsindikation gemäß Kap. 5.3.1 und [2, 4] zu verwenden.

In den folgenden Kapiteln wird die Allgemeingültigkeit der an den exemplarischen Daten gewonnenen Ergebnisse überprüft und dazu die Verteilungen der zeitlichen und räumlichen Mittelwerte der Kenngrößen für Interaktionsstärke und -richtung aller Patienten (Tab. D.1) mit den jeweiligen (Unter-)Datenmengen untersucht und auf Unterschiede überprüft.

5.5.1. Stärke der Interaktionen

In Abb. 5.6 sind die Verteilungen der zeitlich-räumlichen Mediane der Kenngrößen für die Interaktionsstärke innerhalb und zwischen Hirnregionen über die 35 Patienten dargestellt. Auf *Patientengruppen-Ebene* (d. h. der Median der Verteilung über alle Patienten) konnten die höchsten Interaktionsstärken für Interaktionen innerhalb der AUZ ($f-f$), innerhalb der Nachbarschaft ($n-n$) und zwischen der AUZ und ihrer Nachbarschaft ($f-n$)

Ansatz	Interaktionen					
	<i>f-f</i>	<i>f-n</i>	<i>f-o</i>	<i>n-n</i>	<i>n-o</i>	<i>o-o</i>
PA	21 (62 %)	3 (10 %)	1 (3 %)	6 (24 %)	1 (3 %)	13 (37 %)
IA	22 (65 %)	3 (10 %)	1 (3 %)	6 (24 %)	0 (0 %)	12 (34 %)

Tabelle 5.2.: Anzahl (prozentualer Anteil) der Patienten, in denen die 20 höchsten Interaktionsstärken signifikant häufiger (HGT: $p < 0.05$) für eine gegebene Interaktion zwischen Hirnregionen beobachtet werden konnten, als es per Zufall zu erwarten wäre.

beobachtet werden. Die Verteilungen der mittleren Stärken dieser kurzreichweitigen Interaktionen innerhalb von Hirnregionen unterschieden sich jedoch weder für PA noch für IA signifikant voneinander (MWT-Test), was auf die große interindividuelle Variabilität zurückgeführt werden kann. Im Gegensatz zu den kurzreichweitigen Interaktionen konnten mit beiden Ansätzen eine deutlich niedrigere mittlere Interaktionsstärke für langreichweitige Interaktionen zwischen Hirnregionen beobachtet werden: Interaktionen zwischen der AUZ mit (*f-o*, MWT-Test: $p < 0.005$), der Nachbarschaft mit (*n-o*, MWT-Test: $p < 0.05$) und Interaktionen innerhalb weit entfernter Hirnregionen (*o-o*, MWT-Test: $p < 0.005$) waren signifikant geringer als die kurzreichweitigen Pendanten. Analog zu den Beobachtungen in Kap. 4.1.1 konnten für PA höhere Amplitudenwerte und ein größerer angenommener Wertebereich (im Folgenden als *Kontrast* bezeichnet) beobachtet werden, als dies mit IA der Fall war.

Zur Kontrolle, ob diese Beobachtungen auf die räumliche Mittelung der Kenngrößen (für Interaktionen innerhalb bzw. zwischen Hirnregionen) zurückzuführen ist, wurde im Folgenden getestet, ob stärkste Interaktionen gehäuft für eine bestimmte Kombination von Hirnregionen beobachtbar sind (siehe Kap. 5.3.1). In Tab. 5.2 ist die Anzahl (bzw. prozentualer Anteil) der Patienten aufgelistet, in denen unter Berücksichtigung der individuellen Implantationsschemata die zwanzig höchsten Interaktionsstärken signifikant häufiger (HGT: $p < 0.05$) als per Zufall für eine gegebene Interaktion zwischen Hirnregionen beobachtet werden konnten. In etwa 2/3 der Patienten konnten die höchsten Interaktionsstärken innerhalb der AUZ (*f-f*) und in 1/4 der Patienten innerhalb der Nachbarschaft (*n-n*) beobachtet werden, also primär für kurzreichweitige Interaktionen. In weiteren 1/3 der Patienten konnten stärkste Interaktionen innerhalb von der AUZ weit entlegener Hirnregionen (*o-o*) beobachtet werden, innerhalb derer kurz- bis hin zu langreichweitige Interaktionen stattfanden. Trotz der Heterogenität in der Lokalisation der AUZ konnte kein Zusammenhang zwischen der anatomischen Lokalisation der AUZ und den beobachteten Stärken identifiziert werden. Insgesamt konnten zumindest auf Patientengruppen-Ebene keine signifikanten Unterschiede zwischen den Ergebnissen der

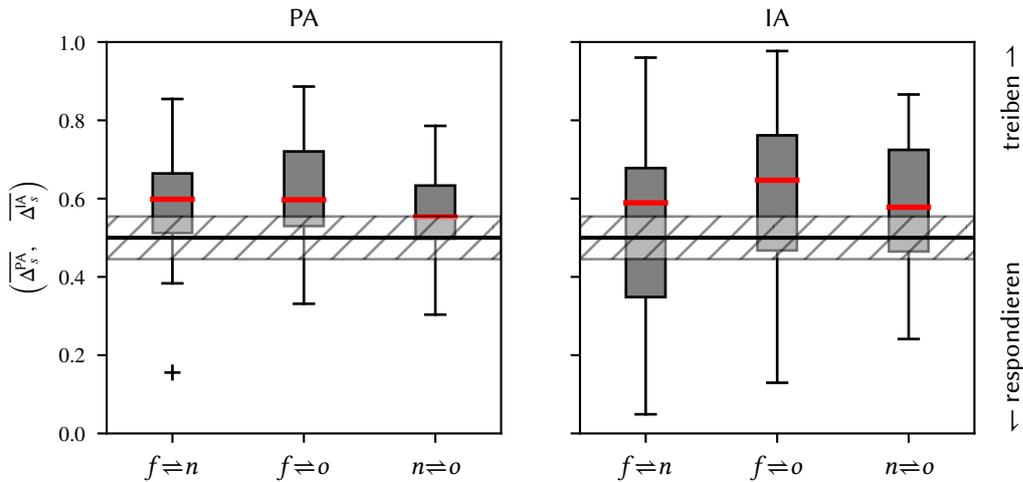


Abbildung 5.7.: Verteilungen der räumlichen Mediane der Raten für eine Richtungsindikation $\overline{\Delta_s^{PA}}$ (links) und $\overline{\Delta_s^{IA}}$ (rechts) über die 35 Patienten. Auf der Abzisse sind die jeweiligen Interaktionen zwischen der AUZ und ihrer Nachbarschaft ($f \rightleftharpoons n$), zwischen der AUZ und entlegenen Hirnregionen ($f \rightleftharpoons o$) und zwischen der Nachbarschaft und entlegenen Hirnregionen ($n \rightleftharpoons o$) aufgetragen. Die Richtung der Interaktion ($X \rightleftharpoons Y$) ist über den Median der Rate für eine ausgezeichnete Richtungsindikation kodiert (vgl. Gl. (5.2)): Wenn $\overline{\Delta_s^*} > \vartheta^+$, so treibt X präferenziell Y ($X \rightarrow Y$); falls $\overline{\Delta_s^*} < \vartheta^-$, so wird X präferenziell von Y getrieben ($X \leftarrow Y$). Die schwarze horizontale Linie kennzeichnet eine Rate gleichen Treibens / Respondierens ($\overline{\Delta_s^*} = 0.5$). Der grau schraffierte Bereich kennzeichnet die Raten, für die keine präferenzielle Richtung vorliegt (s. o.). Aufbau und Bedeutung der Boxen wie in Abb. 5.6. Darstellung nach [2].

Gesamtdaten zu denen der einzelnen Datenuntermengen *Tag*, *Nacht*, *Prä-iktal* und *Inter-iktal* festgestellt werden. Somit scheinen die zeitlich und räumlichen mittleren Interaktionsstärken weitestgehend von physiologischen und patho-physiologischen Aktivitäten unabhängig zu sein.

5.5.2. Richtung der Interaktionen

Als nächstes wurde untersucht, ob eine bevorzugte Interaktionsrichtung zwischen Kategorien von Hirnregionen beobachtet werden konnte. Dafür wurden je Patient und Hirnregion die räumlich gemittelten Raten $\overline{\Delta_s^{PA}}$ und $\overline{\Delta_s^{IA}}$ bestimmt, mit denen eine bestimmte Richtung indiziert wurde (siehe Kap. 5.3.1). In Abb. 5.7 sind die Verteilungen der räumlichen Mediane der Raten für Treiben über alle 35 Patienten dargestellt. Fast alle Mediane der Verteilungen liegen über den entsprechenden Schwellwerten ϑ^+ , was darauf hindeutet, dass in der Mehrzahl der Patienten die AUZ alle anderen Hirnregionen ($f \rightarrow n$ und $f \rightarrow o$) treibt und zudem die Nachbarschaft ebenfalls weit entlegene Hirnregionen

Ansatz	Interaktionen					
	$f \rightarrow n$	$f \rightarrow o$	$n \rightarrow f$	$n \rightarrow o$	$o \rightarrow f$	$o \rightarrow n$
PA	3 (10 %)	24 (69 %)	3 (10 %)	8 (27 %)	6 (17 %)	5 (17 %)
IA	4 (13 %)	16 (46 %)	2 (7 %)	11 (37 %)	6 (17 %)	5 (17 %)

Tabelle 5.3.: Anzahl (prozentualer Anteil) an Patienten, in denen die zwanzig höchsten Raten für eine bestimmte Richtungsindikation signifikant häufiger (HGT: $p < 0.05$) auftraten, als es per Zufall für eine gegebene Interaktion zwischen Hirnregionen zu erwarten wäre.

($n \rightarrow o$) treibt. Die entsprechenden Raten unterschieden sich allerdings weder mit PA noch für IA signifikant voneinander (MWT). Insgesamt konnte für Δ_s^{IA} eine höhere interindividuelle Variabilität als für Δ_s^{PA} beobachtet werden. Mit beiden Ansätzen schien die AUZ ihre Nachbarschaft ($f \rightarrow n$) und weit entlegene Hirnregionen ($f \rightarrow o$) in über 60 % der Patienten präferenziell zu treiben. Nennenswerte, jedoch nicht signifikante Unterschiede zwischen den Ansätzen ließen sich nur in Interaktionen zwischen der AUZ und ihrer Nachbarschaft beobachten: Während mit PA in ca. 20 % der Patienten die AUZ von ihrer Nachbarschaft präferenziell getrieben wurde, konnte mit IA sogar in 33 % der Patienten ein Respondieren der AUZ beobachtet werden. Einer der beiden Patienten, für die mit PA ein Respondieren der AUZ beobachtet werden konnte, sollte als Ausreißer (siehe Abb. 5.7, + links) betrachtet werden, da in diesem Patienten nur eine Kombination an Elektroden der Kategorie $f \rightarrow n$ zugeordnet werden konnte.

Analog zu Kap. 5.5.1 wurde in einem weiteren Schritt überprüft, ob die beobachteten präferentiellen Interaktionsrichtungen lediglich aufgrund der durchgeführten räumlichen Mittelung beobachtbar sind. Hierfür wurden die 20 höchsten Raten für eine bestimmte Richtungsindikation ausgewählt und untersucht, ob diese signifikant häufiger (HGT: $p < 0.05$) für eine gegebene Interaktion zwischen Hirnregionen auftraten, als es per Zufall zu erwarten wäre. Die Ergebnisse sind in Tab. 5.3 zusammengefasst: In etwa zwei Drittel (mittels PA) bzw. etwa der Hälfte der Patienten (mittels IA) konnte ein präferenzielles Treiben der AUZ weit entlegener Hirnregionen ($f \rightarrow o$) beobachtet werden. In weiteren 30 % der Patienten konnte ein Treiben der Nachbarschaft anderer Hirnregionen ($n \rightarrow o$) verzeichnet werden. Anders gerichtete Interaktionen, insbesondere das Respondieren der AUZ auf andere Hirnregionen ($o \rightarrow f$), konnte in nur 7–17 % der Patienten beobachtet werden. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die betrachteten 20 höchsten Raten für eine bestimmte Richtungsindikation äußerst prägnant und stabil waren und deutlich die entsprechenden Schwellwerte ϑ^+/ϑ^- über/unterschritten: Mit PA überschritten die höchsten Raten einen relativen Zeitanteil von $\Delta^{PA} > 0.61$; mit IA konnte sogar $\Delta^{IA} > 0.91$ beobachtet werden.

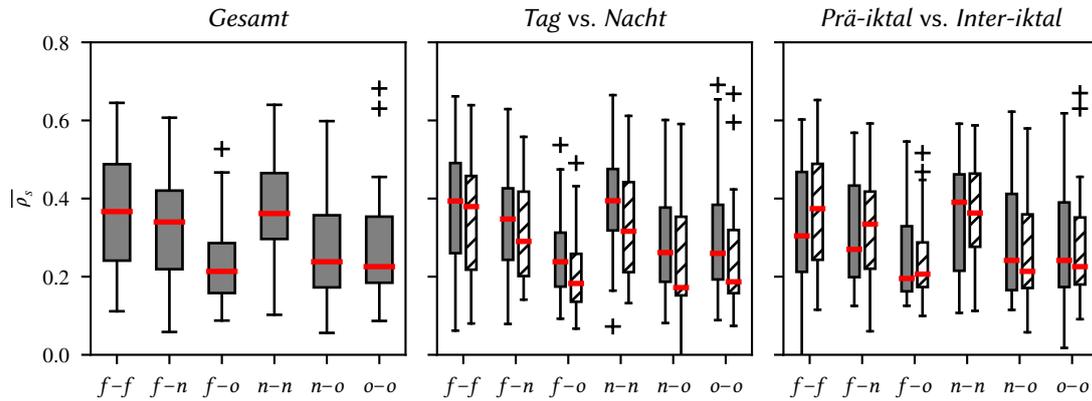
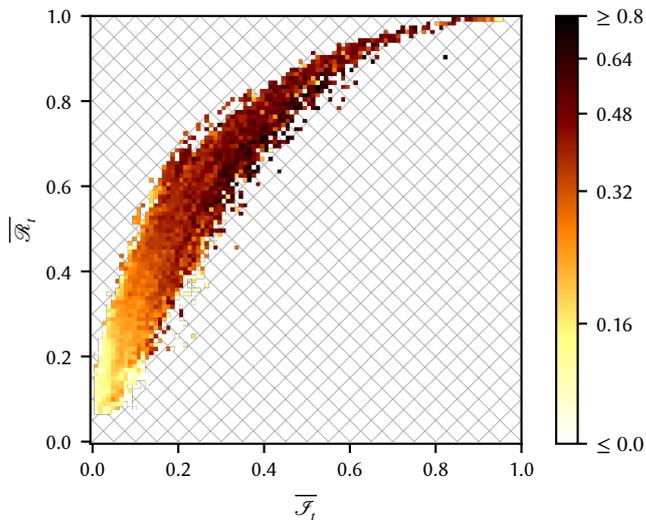


Abbildung 5.8.: Verteilungen der räumlich gemittelten Pearson-Korrelationskoeffizienten $\overline{\rho}_s$ zwischen den Kenngrößen \mathcal{R} und \mathcal{F} für Interaktionen zwischen Hirnregionen über die 35 Patienten. Korrelationskoeffizienten wurden entweder vom Datensatz Gesamt (links) oder im Vergleich für Tag (graue Boxen) und Nacht (schraffierte Boxen, mitte) oder für Prä-iktal (graue Boxen) und Inter-iktal (schraffierte Boxen, rechts) durchgeführt. Aufbau und Bedeutung der Boxen und Interaktionen auf Abzisse wie in Abb. 5.6. Darstellung nach [2].

Wie zuvor bei den Beobachtungen für die Interaktionsstärke wurden auch hier die Analysen auf die Daten-Untermengen *Tag*, *Nacht*, *Inter-iktal*, bzw. *Prä-iktal* beschränkt und die Beobachtungen verglichen. Dabei schien die Interaktionsrichtung wie auch die Interaktionsstärke zumindest auf Patientengruppen-Ebene nahezu unbeeinflusst von physiologischen und patho-physiologischen Aktivitäten zu sein. Zudem schienen die Raten von der anatomische Lokalisation der AUZ unabhängig zu sein.

5.5.3. Vergleich der Ansätze

Die bisherigen Beobachtungen suggerieren, dass auf Patientengruppen-Ebene die auf den Ansätzen PA und IA basierenden Kenngrößen vergleichbare Informationen bezüglich Stärke und Richtung der Interaktionen in ausgedehnten epileptischen Hirnnetzwerken liefern. Daher wurde untersucht, zu welchem Grad die charakterisierten Interaktionsstärken für jede einzelne Kombination abgetasteter Hirnregionen und jeden Patienten korrelieren. In Abb. 5.8 sind die gemäß Kap. 5.3.1 ermittelten Verteilungen der räumlichen Mediane der Pearson-Korrelationskoeffizienten $\overline{\rho}_s$ dargestellt. Trotz der scheinbaren gleichen Information bezüglich der Interaktionsstärke (Kap. 5.5.1) konnten nur relative geringe mittlere Korrelationskoeffizienten $\overline{\rho}_s$ zwischen Werten von 0.2 und 0.35 beobachtet werden (vgl. Abb. 5.8, links). Die höchsten mittleren Korrelationskoeffizienten konnten dabei für Interaktionen innerhalb der AUZ, der Nachbarschaft und zwischen diesen ($f-f$, $n-n$, $f-n$) beobachtet werden. Die dabei beobachtbare interindividuelle Variabilität von

**Abbildung 5.9.:**

Korrelationen der auf PA und IA basierenden Kenngrößen für Stärke: Streudiagramm der zeitlich gemittelten Interaktionsstärken $\overline{\mathcal{R}}_t$ gegen $\overline{\mathcal{F}}_t$ aller paarweisen Interaktionen für die 35 Patienten (Datenmenge Gesamt). Farblich kodiert ist der für die entsprechenden Interaktionsstärken über alle Patienten und Interaktionen gemittelte Pearson-Korrelationskoeffizient ρ . Negative Korrelationen konnten nur sehr selten für die Stärken $0 < (\overline{\mathcal{R}}_t, \overline{\mathcal{F}}_t) \leq 0.2$ beobachtet werden und werden daher nicht dargestellt. Darstellung nach [2].

ρ war wie bei den vorherigen Beobachtungen relativ hoch und umfasste einen Wertebereich von 0.05 bis 0.7; Im Vergleich dazu war die Variabilität von ρ zwischen den einzelnen Interaktionen relativ gering. Es konnte weder ein Zusammenhang zwischen der Lokalisation der AUZ und den Korrelationskoeffizienten noch zwischen der stark inhomogenen Anzahl an Elektrodenkontakten je Hirnregion und den Korrelationskoeffizienten beobachtet werden.

Durch Einschränkung der Analysen auf die definierten Untermengen (*Tag*, *Nacht*, *Interiktal* und *Prä-iktal*) konnten auf Patientengruppen-Ebene vergleichbare Beobachtungen erreicht werden (vgl. Abb. 5.8, Mitte und rechts). Für die Untermenge *Nacht* konnte jedoch eine Verringerung der mittleren Korrelationskoeffizienten im Vergleich zur Untermenge *Tag* für alle Interaktionen mit Ausnahme von Interaktionen innerhalb der AUZ (*f-f*) beobachtet werden (Abb. 5.8, Mitte), was auf eine mögliche Abhängigkeit der Kenngrößen für die Interaktionsstärke von einer zirkadianen Rhythmik hindeutet. Die Unterschiede zwischen den Untermengen *Prä-iktal* und *Inter-iktal* waren zumindest auf Patientengruppen-Ebene (rechter Teil von Abb. 5.8) vernachlässigbar.

Analog zu den Ergebnissen für die Interaktionsstärke (vgl. Abb. 5.6) zeigten die mittleren Werte der Korrelationskoeffizienten eine Reduktion der Werte mit steigendem Abstand zur AUZ. Dies könnte dadurch erklärt werden, dass innerhalb der AUZ vermehrt höhere Interaktionsstärken vorlagen, für die tendenziell höhere Korrelationskoeffizienten beobachtet werden können (siehe Abb. 5.9).

Anschließend wurde analysiert, inwiefern zu welchem Grad mit beiden Ansätze PA und IA dieselben Richtungsindikationen (treiben, respondieren, oder nicht auflösbar durch keine oder bidirektionale Kopplung) beobachtbar waren. Gemäß Kap. 5.3.1 wurde dafür der Zeitanteil \mathcal{S} selber Richtungsindikation ermittelt. Die räumlichen Mediane mit $\overline{\mathcal{S}}_s \approx 45\%$

indizierten nur geringe Zusammenhänge (Daten hier nicht gezeigt). Diese Beobachtung war für alle Interaktionen zwischen und innerhalb von Hirnregionen vergleichbar. Erwartungsgemäß konnte keine Abhängigkeit von \mathcal{S} von physiologischer oder patho-physiologischer Aktivität durch Reduktion der Analysen auf die Untermengen beobachtet werden. Somit lässt sich zusammenfassen, dass sowohl die Kenngrößen \mathcal{R} und \mathcal{S} , sowie \mathcal{C} und \mathcal{S} größtenteils unabhängige, nicht redundante Informationen bezüglich der Interaktionsstärke bzw. -richtung liefern.

5.6. Zeitverzögerung von Interaktion

Abschließend wurde untersucht, ob retardierte gerichtete und gewichtete Interaktionen zwischen Hirnregionen eine bevorzugte Interaktionsverzögerung aufweisen. Dazu wurde exemplarisch je Patient und je Kombination von Kategorien die Interaktion mit der höchsten Rate für eine bestimmte Richtungsindikation (vgl. Kap. 5.5.2), also die über die Zeit stabilste Interaktion, ausgewählt. Für diese retardierten Interaktionen wurde mittels Gleitfensteranalyse der Direktionalitätsindex DSTE zeitlich aufgelöst bestimmt und die jeweilige Interaktionsrichtung sowie -verzögerung bestimmt. Da Verzögerungen im menschlichen Gehirn je nach Hirnregion und Aktivität relativ unterschiedlich sein können und bis zu 200 ms [323] betragen können wurden Interaktionen mittels $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ mit $(\tau_1, \tau_2) \in \{\Delta t, \dots, 50\Delta t\} = \{5 \text{ ms}, \dots, 250 \text{ ms}\}$ charakterisiert. Bei gegebenen Einbettungsparametern gemäß Anhang C mit $m = 5$ und $l = 3$ geforderter Quasi-Stationarität der Hirn-Dynamik [317] mit Gleitfenster der Länge $N = 4096$ sind nur Nebendiagonalen und keine resonanzartige Struktur gemäß Kap. 4.3.2 bei der Charakterisierung mittels $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ zu erwarten.

Da im menschlichen Gehirn sowohl uni- als auch bidirektionale retardierte Interaktionen mit verschiedenen Verzögerungen zu erwarten sind, wurde nur die Verzögerung und Richtung der Interaktion berücksichtigt, für die für eine gegebene Kombination an abgetasteten Hirnregionen der größte retardierte Informationsfluss detektiert wurde. Dieser wurde wie folgt datengetrieben ermittelt: Zunächst wurde für die Interaktion höchster Rate einer bestimmten Richtungsindikation der Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ bestimmt (siehe Abb. 5.10, links). Anschließend wurde zur Steigerung der Robustheit $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ entlang möglicher Nebendiagonalen für alle möglichen Verzögerungen wie folgt gemittelt:

$$\overline{\mathcal{D}_{\delta_{X \rightarrow Y}}} = \frac{1}{\#(\tau_1, \tau_2)} \sum_{\substack{\tau_1, \tau_2 \\ \tau_2 = \tau_1 - \delta_{X \rightarrow Y}}} \mathcal{D}(\tau_1, \tau_2), \quad (5.3)$$

mit der Anzahl $\#(\tau_1, \tau_2)$ zur Mittelung herangezogener Parameterpaare. Das Mittel entlang aller möglichen Nebendiagonalen $\overline{\mathcal{D}_{\tau_1, \tau_2}}$ ist in Abb. 5.10 exemplarisch dargestellt.

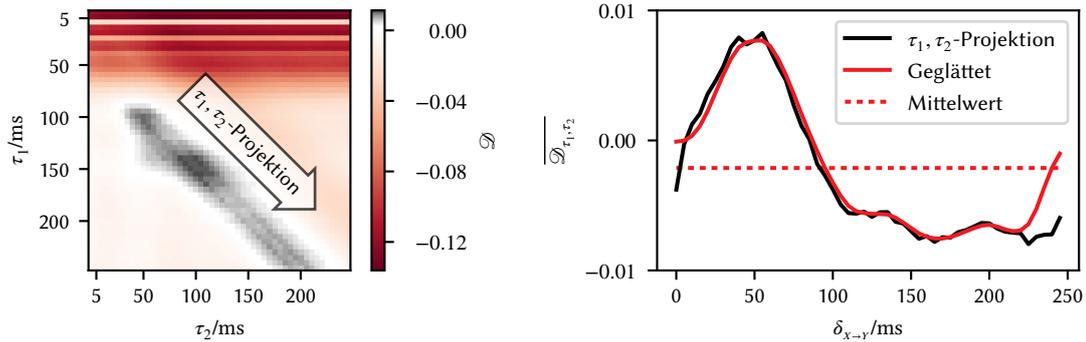


Abbildung 5.10.: Schematische Darstellung der datengetriebenen Identifikation der Richtung sowie Quantifizierung der Verzögerung retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen mittels \mathcal{D} . Links: Direktionalitätsindex $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ für eine exemplarische Interaktion zwischen Hirnregionen. Zur Bestimmung der Position und Vorzeichen der Nebendiagonalen wurde $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ entlang aller möglichen Nebendiagonalen gemittelt (τ_1, τ_2 -Projektion). Rechts: Mittlerer Direktionalitätsindex $\overline{\mathcal{D}}_{\tau_1, \tau_2}$ (gemittelt entlang möglicher Nebendiagonalen) in Abhängigkeit der Verzögerung $\delta_{x \rightarrow y}$.

Anschließend wurde das Mittel mittels Hamming-Fenster der Länge $N = 6$ geglättet und schließlich die Verzögerung gewählt, für die der Betrag $|\overline{\mathcal{D}}_{\tau_1, \tau_2}|$ maximale Werte annahm und eine relative Abweichung von mindestens 10 % zum Mittel³ über alle möglichen Verzögerungen aufwies. Die Richtung der Interaktion wurde anhand des Vorzeichens von $\overline{\mathcal{D}}_{\tau_1, \tau_2}$ gewählt: positives Vorzeichen indiziert ein Treiben, negatives Vorzeichen ein Respondieren. Für die in Abb. 5.10 charakterisierte exemplarische Interaktion wurde ein Treiben mit einer Verzögerung von ca. 50 ms indiziert. An dieser Stelle sei anzumerken, dass unter Vernachlässigung möglicher verzögerter Einflüsse für diese Interaktionen mittels $\mathcal{D}(\tau_1 = 1, \tau_2 = 1) = \mathcal{S}$ eine umgekehrte Interaktionsrichtung indiziert wird.

In Abb. 5.11 sind die Verteilungen der mittleren Verzögerung $\overline{\delta}_i$ exemplarischer Interaktionen zwischen Hirnregionen über die Gesamtheit aller Patienten dargestellt. Im Median konnten Interaktionsverzögerungen von ca. 75 ms beobachtet werden, unabhängig von den miteinander interagierenden Hirnregionen. D. h. es konnte im Mittel über alle Patienten trotz der unterschiedlich räumlichen Distanzen kein signifikanter Unterschied in der Interaktionsverzögerung beobachtet werden (MWT). Es zeichnet sich allerdings ein Trend zu steigenden minimalen Verzögerungen mit zunehmender Distanz der Interaktion ab. Zudem wurden die Analysen auf die Daten-Untermengen *Tag*, *Nacht*, *Prä-iktal* und *Inter-iktal* beschränkt und die Beobachtungen verglichen. Dabei konnten keine signifikanten Unterschiede in den Verzögerungszeiten beobachtet werden (MWT). Für die exemplarisch analysierten Interaktionen zeichnet sich allerdings eine Vergrößerung

³Die Verwendung eines Schwellwertes von 10 % erwies sich in Voruntersuchungen an den untersuchten Modellsystemen (Kap. 4.3.2 und 4.4.3) als notwendig, um Falschindikationen zu minimieren.

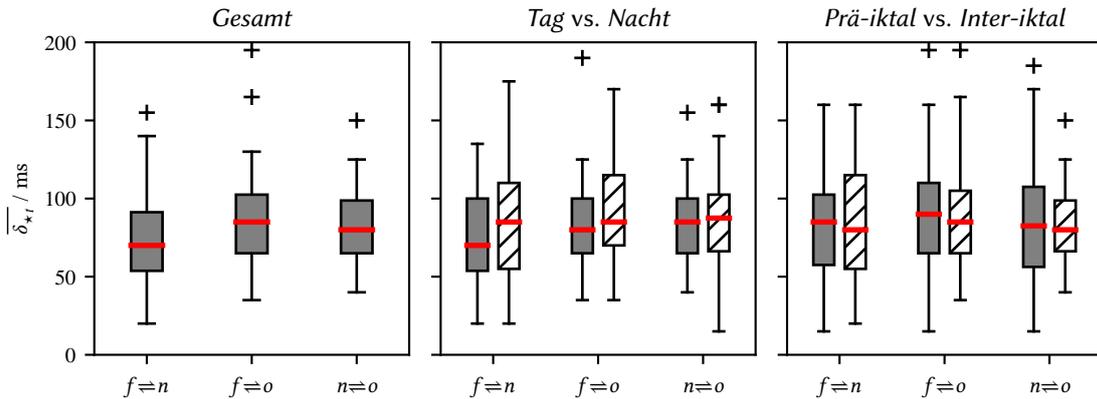


Abbildung 5.11.: Verteilungen der zeitlich mittleren Verzögerung $\overline{\delta_{*t}} = \{\overline{\delta_{x \rightarrow y_t}}, \overline{\delta_{y \rightarrow x_t}}\}$ retardierter Interaktionen zwischen Hirnregionen über die Gesamtheit aller Patienten. Die Verzögerungen wurden entweder für Interaktionen vom Datensatz Gesamt (links) oder im Vergleich für Tag (graue Boxen) und Nacht (schraffierte Boxen, mitte) oder für Prä-iktal (graue Boxen) und Inter-iktal (schraffierte Boxen, rechts) bestimmt. Aufbau und Bedeutung der Boxen und Interaktionen auf Abzisse wie in Abb. 5.6.

der Interaktionsverzögerung für die Untermenge *Nacht* im Vergleich zu *Tag* und für *Prä-iktal* im Vergleich zu *Inter-iktal* ab.

Zudem wurde untersucht, inwiefern sich die Richtung retardierter Interaktionen zu denen unterscheiden, die ohne Berücksichtigung von etwaigen Verzögerungen mit dem Direktionalitätsindex \mathcal{S} der Symbolischen Transferentropie geschätzt wurden. In 20–30 % der Patienten konnte unabhängig von den interagierenden Hirnregionen mit $\mathcal{D}(\tau_1, \tau_2)$ eine der mit \mathcal{S} identifizierte, entgegengesetzte Interaktionsrichtung beobachtet werden. Es bleibt in zukünftigen Studien zu untersuchen, ob es sich hier um mehrere entgegengesetzte Interaktionen verschiedener Verzögerungen handelt.

5.7. Diskussion und Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden retardierte gerichtete und gewichtete Interaktionen in zeitlich veränderlichen, räumlich ausgedehnten funktionellen epileptischen Hirnnetzwerken charakterisiert. Zunächst wurden nicht-retardierte Interaktionen mit den in Kap. 4 untersuchten Kenngrößen untersucht und die phasenbasierten (PA) Kenngrößen mit den informationstheoretischen (IA) Kenngrößen bei der Charakterisierung gegenübergestellt und untersucht, inwiefern die Wahl des Ansatzes Auswirkung auf die charakterisierte Stärke und Richtung von Interaktionen hat. Die Kenngrößen wurden hierfür zeitlich

hoch aufgelöst aus Langzeit-, Vielkanal-iEEG-Aufzeichnungen von 35 Epilepsiepatienten bestimmt, die an einer pharmakoresistenten Epilepsie erkrankt waren. Unter Verwendung des in Kap. 4.2 entwickelten Analyseansatzes wurden Interaktionsstärke und -richtung zwischen Hirnregionen mit dem Ziel charakterisiert,

- Hirnregionen zu identifizieren, die sich durch Interaktionseigenschaften von anderen abgrenzen lassen,
- dabei mögliche Einflüsse physiologischer und patho-physiologischer Aktivitäten auf die Interaktionseigenschaften zu identifizieren und
- Ähnlichkeiten bzw. Unterschiede der verwendeten Ansätze zu quantifizieren.

Trotz der konzeptionellen Unterschiede wurde mit beiden Ansätzen die Anfallsursprungszone (AUZ) als die Hirnregion identifiziert, deren Interaktionseigenschaften sich zu denen anderer abgetasteter Hirnregionen in der Mehrheit der Patienten selbst im anfallsfreien Intervall unterschieden. Auf Patientengruppen-Ebene war die Interaktionsstärke innerhalb der AUZ am höchsten und nahm mit zunehmendem Abstand zu dieser ab. In etwa der Hälfte der Patienten wurde die AUZ als eine präferenziell treibende Struktur (Hirnregion) identifiziert, die sowohl ihre direkte Nachbarschaft als auch weiter entlegene Hirnregionen trieb. Diese Beobachtungen schienen weitestgehend unabhängig von physiologischen (wie zirkadianer Rhythmik) als auch pathologischen Aktivitäten (wie prä-iktaler Aktivität im Vergleich zu inter-iktaler Aktivität) zu sein.

Im Mittel über Patienten und Kategorien von Hirnregionen waren die Ergebnisse bezüglich räumlicher Verteilung sowie Höhe der Interaktionsstärke mit denen vorheriger Studien [72, 293–301] übereinstimmend. Diese Ergebnisse unterstreichen einerseits die zentrale Rolle der AUZ durch ihre Interaktionen mit anderen Hirnregionen im epileptischen Hirn. Andererseits konnten durch weitere Analysen in ca. einem Drittel der Patienten andere Hirnregionen identifiziert werden, die fernab von der AUZ lagen und ähnlich starke, wenn nicht sogar höhere Interaktionsstärken als die AUZ aufwiesen. Diese Beobachtung ist in Einklang mit weiteren Studien, die eine Analyse von fernab der AUZ gelegenen Hirnregionen empfehlen [37, 314, 320]. In weiteren Studien konnte sogar eine wichtige Rolle der fernab liegenden Hirnregionen bei der Anfallsentstehung im epileptischen Hirnnetzwerk nachgewiesen werden [3]. Diese Ergebnisse in Kombination mit den im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Ergebnissen lassen so vorherige Studien, die eine datengetriebene Lokalisation der AUZ mittels Identifikation von Hirnregionen stärkster Interaktionen mit allen anderen Hirnregionen [293–296, 299, 324] vorgeschlagen haben, in einem anderen Licht erscheinen. Auf Grundlage der in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse erscheint diese Art der Lokalisation im Zuge der prächirurgischen Diagnostik als nicht ausreichend robust. Diese zu vorherigen Studien widersprüchlichen Beobachtungen könnten in den a priori-Einschränkungen der Studien bezüglich

Aufzeichnungsdauer (lediglich ausgewählte Segmente weniger Minuten bis Stunden im Vergleich zu Langzeitaufnahmen bis zu Tagen) sowie räumlicher Abtastung begründet sein.

In puncto Interaktionsrichtung wurden bisher nur Interaktionen in Patienten mit fokalen Epilepsien und nur während Anfällen [302–309, 312, 325, 326] oder für ausgewählte Zeitabschnitte oder Perioden anfallsähnlicher Aktivitäten [303, 309–311] analysiert. Der Großteil dieser Studien verwendete Analysetechniken, die auf dem Konzept der Granger-Kausalität [57] beruhen, und kamen zum Ergebnis, dass die AUZ eine Hirnregion sei, die einen gerichteten Einfluss auf andere Hirnregionen ausübe. Dieses *fokale Treiben* [222] kann jedoch auch fälschlicherweise beobachtet werden, wenn die vorherrschende Interaktionsstärke nicht mitberücksichtigt wird und somit die Interaktionsrichtung falsch interpretiert wird [4, 117, 159]. Der in dieser Arbeit verwendete Analyseansatz (Kap. 4.2), Interaktionsrichtung unter Berücksichtigung der -stärke zu interpretieren, berücksichtigt dieses Manko und bietet somit eine einfache Möglichkeit, die verschiedenen Synchronisationsregime (siehe Kap. 2.3.5) voneinander zu unterscheiden und Fehlinterpretationen zu vermeiden. Obwohl die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse ebenfalls auf ein präferenziell fokales Treiben hindeuten, welches selbst über große Zeiträume im anfallsfreien Intervall beobachtet werden kann, kann dieses nur in ca. 50 % der Patienten beobachtet werden. Es bleibt weiterhin zu klären, ob das Respondieren der AUZ auf ihre Nachbarschaft oder sogar weiter entlegene Hirnregionen (beobachtbar insbesondere mit Ansatz IA) ein Effekt einer Art *inhibitorischen Umgebung* [327, 328] ist, d. h. eine AUZ-umgebende Struktur, die eine Ausbreitung anfallsartiger Aktivitäten während des anfallsfreien Intervalls effektiv unterbindet.

Desweiteren wurde untersucht, inwiefern die Charakterisierung von Interaktionen von der Wahl des verwendeten Ansatzes abhängt und den Grad gleicher Stärke bzw. Richtungsindikation unter Verwendung von PA und IA untersucht. Die verwendeten Analyseansätze (PA und IA) erfassen unterschiedliche Aspekte der Dynamik und zeigen somit unterschiedliche Charakteristika für Interaktionen in komplexen dynamischen Systemen wie dem epileptischen Hirn [37, 72, 291]: Während die auf PA basierenden Kenngrößen kaum von Amplitudenänderungen in den Zeitreihen beeinflusst sind, erfassen die auf IA basierenden Kenngrößen explizit Änderungen in der Phase als auch der Amplitude, um den Informationsfluss interagierender Hirnregionen zu messen. Daher scheint es wenig verwunderlich, dass der beobachtete Zusammenhang der Kenngrößen für die Interaktionsstärke zwischen unkorreliert und stark korreliert variiert. Die Kenngrößen für die Interaktionsrichtung zeigten im Mittel lediglich zu 40 % der Zeit die selbe Information bezüglich der Richtung (Treiben, Respondieren oder keine Richtungsindikation). Diese Beobachtungen lassen darauf schließen, dass die untersuchten Ansätze größtenteils unabhängige, nicht redundante Informationen bezüglich der Interaktionsrichtung und

-stärke bieten. Nichtsdestotrotz lassen sich auf Patientengruppen-Ebene im Mittel vergleichbare Stärken und Richtungen von Interaktionen in epileptischen Hirnnetzwerken beobachten. Daher bleibt zu zeigen, ob diese scheinbare Unabhängigkeit vom Ansatz auf Patientengruppen-Ebene der durchgeführten räumlichen Mittelung geschuldet ist. Interessanterweise konnten im Mittel über alle Patienten insbesondere für Interaktionen zwischen der AUZ und ihrer Nachbarschaft relativ hohe Korrelationen zwischen den jeweiligen Kenngrößen für die Interaktionsstärke beobachtet werden. Somit scheinen beide Ansätze gut geeignet zu sein, die Dynamik der Interaktionen mit der AUZ zu charakterisieren. Im direkten Vergleich der Kenngrößen konnte beobachtet werden, dass die auf PA basierende Kenngröße für die Interaktionsstärke \mathcal{R} und die auf IA basierende Kenngröße für die Interaktionsrichtung \mathcal{S} einen höheren Kontrast als ihr Pendant zu bieten scheinen. Diese Beobachtung spiegelt wahrscheinlich die bereits in dieser Arbeit an Modellsystemen beobachteten verschiedenen Sensitivitäten gegenüber den verschiedenen Synchronisationsarten wider [23], die den verschiedenen pathologischen und patho-physiologischen Dynamiken im epileptischen Hirnnetzwerk zugrundeliegen [37]. Ob der höhere Kontrast ebenfalls eine höhere Sensitivität und Spezifität für Interaktionen im epileptischen Gehirn widerspiegelt bleibt eine spannende Frage, der z. B. durch Anwendung von Surrogat-Techniken [4, 147, 244, 246, 289] nachgegangen werden sollte.

Desweiteren wurde untersucht, ob und wenn ja mit welcher Verzögerung Hirnregionen bevorzugt miteinander interagieren. Es konnten im Mittel über alle Patienten Interaktionsverzögerungen von 75 ms (Interquartilabstand 50–125 ms) beobachtet werden, was sich mit der Erwartung möglicher Verzögerungen bei Signalausbreitungen im menschlichen Gehirn bisheriger Studien deckt [323]. Nichtsdestotrotz konnte trotz räumlich unterschiedlicher Distanzen der interagierenden Hirnregionen kein signifikanter Unterschied zwischen den Verzögerungen der Interaktionen zwischen den verschiedenen Kategorien beobachtet werden. In einem weiteren Schritt wurde untersucht, inwiefern sich die indizierte Richtung unterscheidet, wenn Verzögerungen von Interaktionen vernachlässigt werden. Hierfür wurde die Richtung jeweils mittels \mathcal{D} und \mathcal{S} identifiziert und verglichen: In 20–30 % der Patienten wurden entgegengesetzte Interaktionsrichtungen indiziert. Es bleibt zu klären, ob es sich um eine Überlagerung bidirektionaler Interaktionen mit mehreren Verzögerungen handelt oder welche der bestimmten Interaktionsrichtungen die dominante ist.

Zusammenfassend weisen die räumlich und zeitlich aufgelösten komplementären Analysen retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen in epileptischen Hirnnetzwerken darauf hin, dass die Anfallsursprungszone eine besondere Rolle durch sehr starke,

gerichtete Einflüsse auf alle anderen Hirnregionen im funktionellen epileptischen Hirnnetzwerk einnimmt. Zusammen mit den jüngsten Fortschritten im Bereich der datengetriebenen Charakterisierung von Interaktionseigenschaften (durch beispielsweise Vermeidung von Fehlinterpretationen von Richtungsinformationen [2] oder der Berücksichtigung retardierter Interaktionen [1]) oder einer Kombination von Analyseansätzen [2] oder multivariater Analyseansätze [247, 329, 330] können in Zukunft verbesserte Charakterisierungen komplexer dynamischer Systeme erwartet werden.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war eine verbesserte Charakterisierung (retardierter) gerichteter und gewichteter Interaktionen in komplexen dynamischen Systemen. Diese erfolgte datengetrieben mittels Methoden der Zeitreihenanalyse, welche auf unterschiedlichen Ansätzen basierten und die entsprechenden Kenngrößen verschiedene Aspekte der Dynamik erfassen und quantifizieren. Daher wurde untersucht, inwiefern die Wahl des Ansatzes Auswirkung auf die charakterisierte Stärke und Richtung von Interaktionen hat und unter welchen Bedingungen Interaktionsrichtung falsch interpretiert werden können. Auf Grundlage dessen wurde ein Analyseansatz vorgestellt [2, 4], mit dem Fehlinterpretationen vermieden werden können. Zur Berücksichtigung möglicher retardierter Einflüsse wurden anschließend eine Kenngröße zur Identifizierung retardierter Interaktionen in komplexen Systemen und Quantifizierung der entsprechenden Interaktionsverzögerung entwickelt [1] und bezüglich ihrer Eignung zur Analyse von Felddaten analysiert.

Zunächst wurde die Performanz der verwendeten Kenngrößen für Stärke und Richtung nicht-retardierten Interaktionen anhand von Modellsystemen mit wohldefinierten Eigenschaften auf Basis vorheriger Untersuchungen [70, 72, 129, 131, 134, 164, 199, 214–216] erläutert und der phasenbasierte mit dem informationstheoretischen Ansatz verglichen. Dabei wurde insbesondere untersucht, inwiefern verschiedenen Synchronisationsregime unterschieden werden können, Einschränkungen identifiziert und anhand dieser ein Analyseansatz entwickelt [2, 4], um Fehlinterpretationen von Kenngrößen für die Interaktionsrichtung zu vermeiden. Trotz ihrer konzeptionellen Unterschiede konnten ab einer bestimmten Kopplungsstärke mit beiden Ansätzen Interaktionen detektiert und Stärke und Richtung quantifiziert werden. Beide Kenngrößen für die Interaktionsrichtung hatten gemeinsam, dass sowohl für sehr kleine, als auch für sehr große Kopplungsstärken keine gerichtete Interaktion detektiert werden konnten und somit diese beiden Synchronisationsregime nicht eindeutig voneinander unterschieden werden können. Diese möglichen Fehlinterpretationen konnten jedoch durch zusätzliche Kenntnis über die vorherrschende Interaktionsstärke vermieden werden und somit die Synchronisationsregime wieder unterschieden werden. Diese Ergebnis bildet die Basis des in dieser Arbeit entwickelten Analyseansatzes zur Untersuchung unbekannter komplexer Systeme (Kap. 4 und [2, 4])

Anschließend wurde eine Methode zur Identifikation und Charakterisierung retardierter, gerichteter Interaktionen komplexer Systeme vorgestellt, die *Retardierte Symbolische Transferentropie* [1], und bezüglich ihrer Eignung zur Analyse von Felddaten analysiert. Es konnte gezeigt werden, dass mit dieser Kenngröße retardierte Interaktionen detektiert, die Richtung retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen identifiziert sowie Verzögerungen quantifiziert werden können. Für die Charakterisierung von Interaktionen sind Kenntnis über geeignete Einbettungsparameter, sowie die maximal zu erwartende Interaktionsverzögerung notwendig. Gerade bei der Analyse von Felddaten ist die Wahl der Einbettungsparameter nicht trivial [9], wenn das zu untersuchende System unbekannt ist. Es konnte jedoch gezeigt werden, dass selbst bei schlecht gewählten Einbettungsparametern und geringer Datenpunktzahl eine Identifikation der Interaktionsrichtung und Messung der Verzögerung möglich war. Die Kenngröße wies zudem eine relativ hohe Robustheit gegenüber Rauschen auf, was sie insbesondere für die Analyse von Felddaten attraktiv macht. In einem letzten Schritt wurde analysiert, ob mit Hilfe der Kenngröße Interaktionen in Netzwerken retardiert interagierender dynamischer Systeme charakterisiert werden können, die zu einem verbesserten Verständnis komplexer Dynamiken führen können [79–81] oder eine Charakterisierung retardierter Netzwerkodynamiken erst ermöglichen. Durch sukzessive Charakterisierung aller paarweisen Interaktionen konnte die retardierte Interaktionen in Netzwerken retardiert gekoppelter Oszillatoren detektiert und charakterisiert werden. Die identifizierten Interaktionsrichtungen und -verzögerungen entsprachen zwar den eingestellten Kopplungen, jedoch konnten auch indirekte Interaktionen nicht-gekoppelter Oszillatoren beobachtet werden, die aufgrund der bivariaten Eigenschaft der Kenngröße nicht von den direkten Interaktionen eindeutig unterschieden werden konnten. Ein Möglicher Ansatz stellt die Verwendung von Partialisierungstechniken [133, 234, 235, 247] oder multivariater Kenngrößen [248–254] dar, jedoch scheinen diese Ansätze bisher nicht für komplexe Netzwerke geeignet zu sein [127, 236].

Schließlich wurden (retardierte) gerichtete und gewichtete Interaktionen im menschlichen Gehirn von Epilepsiepatienten analysiert und charakterisiert. Es wurde untersucht, inwiefern sich einzelne Hirnregionen von anderen Hirnregionen im epileptischen Hirnnetzwerk anhand von Eigenschaften der Interaktionen zwischen diesen abgrenzen lassen und somit tiefere Einblicke in die komplexe Dynamik im epileptischen Hirnnetzwerk gewähren. Insbesondere wurde die oft als gesondert angesehene Rolle der sogenannten Anfallsursprungszone, der Hirnregion in der sich Anfälle zuerst manifestieren und über weite Bereiche des epileptischen Hirn-Netzwerkes ausbreiten können, untersucht und diskutiert. Zusammenfassend weisen die räumlich und zeitlich aufgelösten komplementären Analysen retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen in epileptischen Hirnnetzwerken darauf hin, dass die Anfallsursprungszone eine besondere Rolle durch

sehr starke, gerichtete Einflüsse auf alle anderen Hirnregionen im funktionellen epileptischen Hirnnetzwerk einnimmt. Im Mittel über Patienten und Kategorien von Hirnregionen stimmten die Ergebnisse bezüglich räumlicher Verteilung sowie Höhe der Interaktionsstärke mit denen vorheriger Studien [72, 293–301] überein. Andererseits konnten durch weitere Analysen in ca. einem Drittel der Patienten andere Hirnregionen identifiziert werden, die fernab von der Anfallsursprungszone lagen und ähnlich starke, wenn nicht sogar höhere Interaktionsstärken aufwiesen. Diese Beobachtung legen daher die Einbeziehung fernab der Anfallsursprungszone gelegenen Hirnregionen in Analysen nahe [37, 314, 320]. In einer weiteren auf der für diese Arbeit entwickelten Analysestrategie basierenden Studien konnte sogar eine wichtige Rolle der fernab liegenden Hirnregionen bei der Anfallsentstehung im epileptischen Hirnnetzwerk nachgewiesen werden [3]. Diese Ergebnisse in Kombination mit den im Rahmen dieser Arbeit gewonnenen Ergebnissen lassen so vorherige Studien, die eine datengetriebene Lokalisation der Anfallsursprungszone (AUZ) mittels Identifikation von Hirnregionen stärkster Interaktionen mit allen anderen Hirnregionen [293–296, 299, 324] vorgeschlagen haben, in einem anderen Licht erscheinen. Desweiteren wurde untersucht, ob und wenn ja mit welcher Verzögerung Hirnregionen bevorzugt miteinander interagieren. Es konnten im Mittel über alle Patienten Interaktionsverzögerungen beobachtet werden, die sich mit den Erwartungen möglicher Verzögerungen bei Signalausbreitungen im menschlichen Gehirn bisheriger Studien deckt [323]. Nichtsdestotrotz konnte eine relativ hohe interindividuelle Variabilität der Verzögerung beobachtet werden, die um eine Größenordnung höher war als die der Reichweite von Interaktionen. Zudem konnten in bis zu einem Drittel der Patienten unter Berücksichtigung von Verzögerungen entgegengesetzte Interaktionsrichtung indiziert im Vergleich zu derer nicht-retardierter Interaktionen. Während das durch Mittelung über alle Patienten und räumliche Mittel über Hirnregionen hinweg erzielte Ergebnis konsistent mit vorherigen Studien ist lässt die hohe interindividuelle Variabilität jedoch darauf schließen, dass der Einfluss diverser physiologischer und pathophysiologischer Aktivitäten noch nicht vollends verstanden wurde. So können Interaktionen im epileptischen Hirnnetzwerk durch Änderung der Medikamentation [331–333] oder verschiedene Vigilanzstadien [334] beeinflusst sein und somit Netzwerkcharakteristika funktionaler epileptischer Hirnnetzwerke auf unterschiedlichsten Zeitskalen variieren [314–316].

Zusammenfassend konnte mit Hilfe des entwickelten Analyseansatzes zur Vermeidung von Fehlinterpretationen sowie der entwickelten Kenngröße zur Charakterisierung retardierter gerichteter und gewichteter Interaktionen eine detaillierte Charakterisierung komplexer Systeme erzielt werden sowie Verzögerungen von Interaktionen innerhalb komplexer Systeme quantifiziert werden. Durch diese konnten erstmals tiefere Einblicke in die Dynamik und Mechanismen komplexer dynamischer Systeme gewonnen werden. Es bleibt eine spannende Frage, inwiefern zeitliche Stabilität von Interaktionen,

Richtungswechsel dominanter Einflüsse sowie Verzögerungen retardierter Interaktionen weitere Auskünfte über die zugrundeliegenden Mechanismen und Dynamik bisher unbekannter zeitlich veränderlicher komplexer Systeme liefern können.

A. Modellsysteme

A.1. Logistische Abbildung

Die logistische Abbildung [220] ist ein Modell zur Beschreibung einer Populationsgröße. Diese steigt durch Fortpflanzung und wird durch den Effekt einer begrenzten Menge an Nahrung reduziert, die dafür sorgt, dass Individuen verhungern und schließlich die Populationsgröße wieder sinkt. Die Populationsgröße x im Jahr $i + 1$ lässt sich durch die des Vorjahres wie folgt beschreiben:

$$x_{i+1} = L(x_i) := rx_i(1 - x_i), \quad (\text{A.1})$$

mit Kontrollparameter $r \in (0, 4]$ und Abbildung $L(x_i) \in [0, 1]$, welche eine Wachstumsrate bzw. Sterberate repräsentiert. Je nach Kontrollparameter (vgl. Abb. A.1) kann Periodenverdopplung (z. B. für $r \approx 3$), bis hin zu chaotischem Verhalten ($r \approx 4$) beobachtet werden. Die Anfangsbedingungen wurden je Realisationen mit $x_0 \in [0, 1]$ zufällig gewählt.

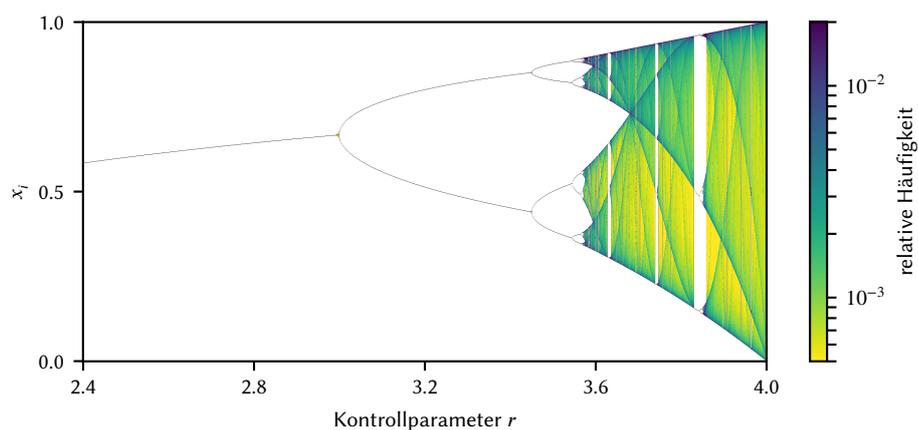


Abbildung A.1.: Bifurkationsdiagramm der logistischen Abbildung: Relative Häufigkeit der Amplitudenwerte x_i in Abhängigkeit des Kontrollparameters r . Ab Werten von $r \geq 3.6$ zeigt die Logistische Abbildung für die meisten Parameter r chaotisches, nicht-lineares Verhalten. Dazwischen liegen jedoch diverse periodische Fenster. Für $r \approx 4$ kann mit deterministischem chaotischem Verhalten gerechnet werden.

A.2. Rössler-Oszillator

Der *Rössler-Oszillator* [219] ist ein deterministisches dynamisches System, dessen Dynamik durch drei nicht-lineare gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden kann. Folgende Differentialgleichungen wurden in dieser Arbeit gemäß [335] verwendet:

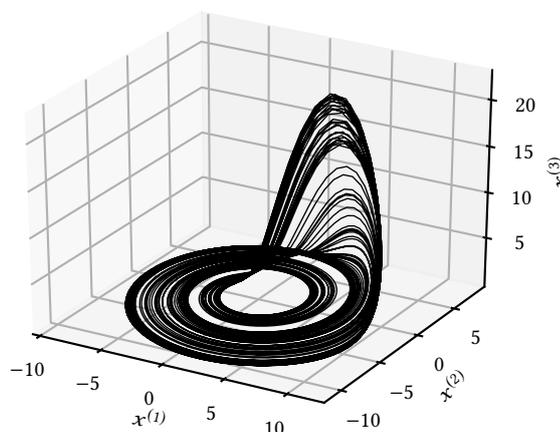
$$\begin{aligned}\dot{x}_t^{(1)} &= \omega_X \left(-x_t^{(2)} - x_t^{(3)} \right), \\ \dot{x}_t^{(2)} &= \omega_X \left(x_t^{(1)} + \alpha x_t^{(2)} \right), \\ \dot{x}_t^{(3)} &= \omega_X \left(\beta + x_t^{(3)} (x_t^{(1)} - \gamma) \right),\end{aligned}\tag{A.2}$$

Der Parameter ω_X gibt die Eigenfrequenz des Oszillators an; Die übrigen Parameter wurden mit $\alpha = 0.165$, $\beta = 0.2$ und $\gamma = 10$ gemäß [117, 335] so gewählt, dass das System chaotisches Verhalten annimmt und eine fraktale Lyapunov-Dimension $D < 2.8$ aufweist [336, 337]. Die Anfangsbedingungen für die numerische Integration wurden für jede Realisation zufällig in der Nähe des Asstraktors (Abb. A.2) wie folgt gewählt:

$$x_{t_0}^{(2)}, x_{t_0}^{(3)} \in [-5, 5] \quad x_{t_0}^{(1)} \in [0, 0.2]\tag{A.3}$$

Abbildung A.2.:

Exemplarischer Attraktor eines Rössler-Oszillators mit Eigenfrequenz $\omega_X = 0.89$. Darstellung mit $N = 10^4$ Datenpunkten bei einer Abtastrate von $\Delta t = 0.03$, nachdem die ersten 10^4 Zeiteinheiten transienten Verhaltens verworfen worden sind.



Inspiziert zur Erstellung dieses Modells wurde Rössler durch Beobachtung einer Bonbon-Knetmaschine, in der eine Bonbon-Masse durch mehrfaches Rühren (Drehen) und Falten (Auftürmen und Zurückfallen am Gefäßrand) der Masse über die Zeit vermischt wird.

B. Numerische Integration

Zur Lösung von Differentialgleichungen nicht-retardiert interagierender Systemen mit kontinuierlicher Zeitentwicklung und Erzeugung von Zeitreihen wurde die *Dormand-Prince-Methode* [338] verwendet, welche ein Runge-Kutta Verfahren [339] fünfter Ordnung mit adaptiver Schrittweite ist.

Verzögerte Differentialgleichungssysteme (DDE) hingegeben wurden mit dem Shampine-Thomson-Verfahren (dde23) [340] numerisch integriert, welches auf dem Bogacki-Shampine-Verfahren [341] beruht. Letzteres gehört zur Klasse der Runge-Kutta Verfahren [339] dritter Ordnung mit der Besonderheit, dass es die *First same as last (FSAL)* Eigenschaft aufweist, d. h. dass der letzte Parameter als erster Parameter in der nächsten Iteration benutzt werden kann. Zudem kann bei diesem Verfahren ähnlich der Dormand-Prince-Methode ein Integrationsfehler abgeschätzt und somit eine adaptive Schrittweite implementiert werden.

Zu Beginn der Integration einer DDE wird ohne verzögerte Einflüsse integriert, bis ausreichend Zeiteinheiten vergangen sind, um auf vergangene Zustände zurückzugreifen zu können und somit einen retardierten Einfluss zu berücksichtigen. In der vorliegenden Arbeit wurden Modellsysteme mittels der Python-Implementation *PyDelay* [342] numerisch integriert.

C. Wahl der Einbettungsparameter

Bei optimaler Wahl der Einbettungsdimension m und -verzögerung l kann nach dem *Takens-Theorem* [137] ein topologisch äquivalenter Phasenraum aus Zeitreihen von Observablen rekonstruiert werden [9, 138, 343]. Dann entsprechen die verwendeten Permutationssymbole einer Einbettung im Phasenraum und stellen eine approximative generierende Partitionierung des Phasenraumes dar (siehe Kap. 3.3.3). Ist die Dimension des zu untersuchenden Systems unbekannt, so kann diese z. B. über die Methode falscher Nachbarn (engl. *false-nearest-neighbor*) [9, 343] abgeschätzt werden und gemäß des Takens-Theorems eine geeignete Einbettungsdimension gewählt werden.

Die Einbettungsverzögerung l ist von der Eigenfrequenz der Oszillatoren sowie der gewählten Abtastrate Δt abhängig und kann entweder mittels verzögerter Mutual Information (MI) [344] oder Autokorrelationsfunktion (AKF) [9] abgeschätzt werden. Letztere quantifiziert die Korrelation einer Zeitreihe zu einer um τ verschobenen Kopie ihre selbst und kann wie folgt definiert werden:

$$\Psi(\tau) = \int_0^N x(t)x(t + \tau) dt. \quad (\text{C.1})$$

Die Einbettungsverzögerung l ist so zu wählen, dass sie einerseits nicht zu klein ist und somit der Attraktor im rekonstruierten Phasenraum vollständig entfaltet ist; Andererseits darf sie nicht zu groß gewählt werden, da andernfalls Systemzustände zeitlich unkorreliert sein können.

In Abb. C.1 ist $\Psi(\tau)$ für 20 Realisationen zweier unidirektional gekoppelter Rössler-Oszillatoren mit unterschiedlichen Eigenfrequenzen ω_X und ω_Y dargestellt. Die mittlere Frequenz der Treiber wurde höher als die der Responder gewählt und für jede Realisation die jeweiligen Frequenzen aus einer Gaußverteilung gewählt. Für schwach gekoppelte Subsysteme mit $c_{X \rightarrow Y} \approx 0$ (Abb. C.1, oben) konnte ein Einfluss der Wahl der unterschiedlichen mittleren Eigenfrequenzen auf Ψ beobachtet werden: Der erste Nulldurchgang von $\Psi(\tau)$ ist für den langsameren Responder im Mittel über die Realisationen höher als für den schnelleren Treiber. Mit steigender Kopplungsstärke werden die Eigenfrequenzen der Responder immer weiter an die der Treiber angepasst, sodass sich für hohe Kopplungsstärken (Abb. C.1, unten) im Rahmen der für die Eigenfrequenzen gewählten

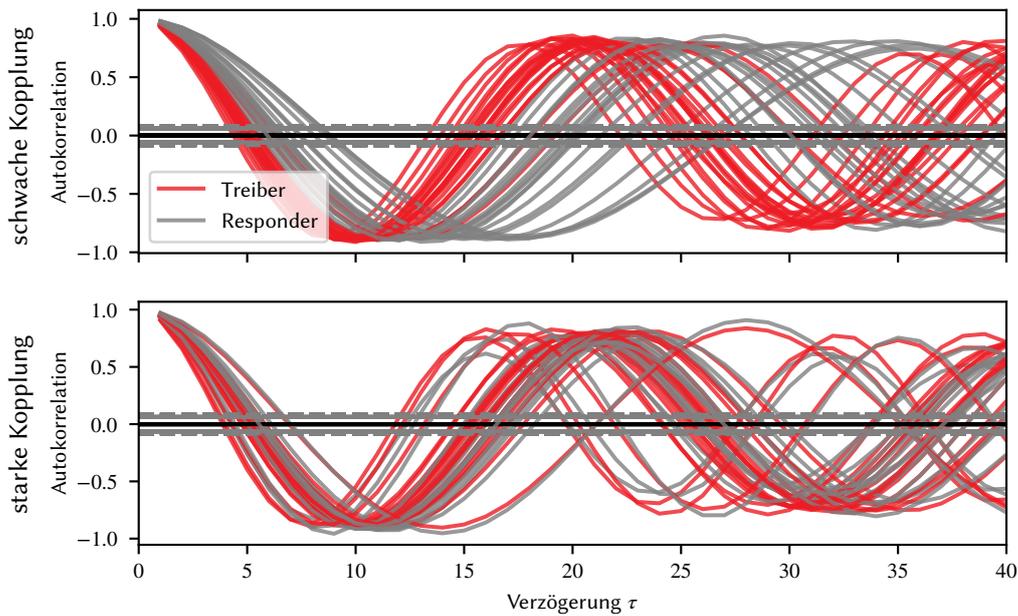


Abbildung C.1.:

Autokorrelationsfunktion $\Psi(\tau)$ zweier retardiert, unidirektional diffusiv gekoppelter Rössler-Oszillatoren in Abhängigkeit der Verzögerung τ . Die AKF von jeweils 20 Realisationen des Treibers sind in rot dargestellt; die des Responders in grau. Oben: schwache Kopplung ($c_{x \rightarrow y} \approx 0$); unten: starke Kopplung ($c_{x \rightarrow y} = 0.3$). Die mittlere Eigenfrequenz des Treibers betrug $\overline{\omega_X} = 0.89$, die des Responders $\overline{\omega_Y} = 0.78$.

Standardabweichung gleiche Verzögerungen τ als erster Nulldurchgang von $\Psi(\tau)$ beobachten ließen. Es konnte gezeigt werden, dass als „Faustformel“ die Verzögerung τ , bei der $\Psi(\tau) = 1/e$ gilt, eine gute Wahl für die Einbettungsverzögerung l darstellt [9]. Für nicht-lineare Systeme bietet es sich an, die Verzögerung mittels MI zu schätzen, die im Gegensatz AKF ebenfalls nichtlineare statistische Zusammenhänge quantifizieren kann. Eine geeignete Einbettungsverzögerung l kann über das erste Minimum der MI gewählt werden – dieses Minimum muss jedoch nicht zwangsläufig existieren. Sollte die Einbettungsverzögerung mittels MI größer als die mittels AKF gewählte Verzögerung sein empfiehlt sich eine Verzögerung aus dem Intervall der beiden Verzögerungen zu wählen [9].

D. Datengrundlage Felddaten

D. Datengrundlage Felddaten

Patient	Geschlecht	Alter / a	T_E / a	Hemisphäre	T_R / h	N_E	N_A
1	M	34	29	L	125.04	26	11
2	W	65	54	L	30.52	50	1
3	W	25	21	R	181.74	58	4
4	M	22	22	R	128.6	74	12
5	M	58	51	R	90.42	72	5
6	M	26	24	L	47.0	58	4
7	M	38	15	L	85.5	46	4
8	W	44	30	L	117.57	14	4
9	M	53	51	L	138.33	42	2
10	W	49	35	R	323.65	88	0
11	M	25	13	R	49.26	30	12
12	W	26	10	L	129.39	16	1
13	W	55	48	R	120.96	62	2
14	W	28	16	L	167.99	48	2
15	M	14	1	L	100.41	62	0
16	M	38	5	R	108.28	46	4
17	M	37	2	L	100.64	65	7
18	M	35	6	L	24.67	62	1
19	W	16	11	L	45.6	30	3
20	M	24	4	L	111.71	65	2
21	M	22	18	L	37.51	38	3
22	W	27	13	L	84.59	30	24
23	W	46	42	L	209.74	48	5
24	W	40	11	R	114.45	52	10
25	W	44	44	L	235.73	52	8
26	M	22	16	R	46.36	72	1
27	M	34	33	L	105.12	52	7
28	W	38	10	L	175.54	72	11
29	W	9	9	L	118.29	56	3
30	M	57	56	L	166.3	72	1
31	W	32	14	R	91.69	36	12
32	W	53	13	L	67.35	24	1
33	W	44	30	L	232.92	46	3
34	M	21	7	R	37.31	38	3
35	W	37	22	R	165.75	70	0
\emptyset		35.37	22.46		117.6	50.63	4.94
Σ	18 W, 17 M			23 L, 12 R	4115.93		173

Tabelle D.1.:

Auflistung der Patienten mit jeweiligen Eckdaten der prächirurgischen Diagnostik: Dauer der Epilepsie T_E , Hemisphäre der AUZ, Aufzeichnungsdauer des iEEG T_R , Anzahl der iEEG Kontakte N_E sowie Anzahl der beobachteten Anfälle N_A während der Aufnahme. Fußzeilen: Mittelwert \emptyset und Summe Σ der Eckdaten über die Patienten.



Symbolverzeichnis

$\overline{\star_s}$	Räumliches Mittel von \star
$\sigma(\star)$	Standardabweichung von \star
$\overline{\star_{s,t}}$	Räumlich-Zeitliches Mittel von \star
$\overline{\star_t}$	Zeitliches Mittel von \star
$\overline{\star_{t,s}}$	Zeitlich-Räumliches Mittel von \star
\star	Platzhalter
α	Konstante mit $\alpha \in \mathbb{R}$
a	Konstante mit $a \in \mathbb{N}$
A	Abbildung
β	Konstante mit $\beta \in \mathbb{R}$
b	Konstante mit $b \in \mathbb{N}$
CH	cauchyscher Hauptwert
\mathcal{E}	Direktionalitätsindex der Cross dependency
C	Kopplungsterm (vgl. Adjazenzmatrix)
\mathcal{C}	Gegenseitiger Einfluss der Phasenentwicklung
c^*	effektive Kopplungsstärke
c	Kopplungsstärke
\mathcal{D}	Direktionalitätsindex der Retardierten Symbolischen Transferentropie
Δ^*	Rate an Treiben bzw. Respondieren mit Ansatz \star
D	Dimension eines Systems
Δt	Zeitversatz
δ	Verzögerung der Interaktion
ϵ	Störungsterm
η	Segmentnummer

F	Fourierkoeffizient
\mathfrak{F}	Fourierentwicklung
f	Kategorie aller Elektroden, welche die AUZ abtasten
f	Fluss
g	Hilfsfunktion des Orderparameters
γ	Konstante mit $\gamma \in \mathbb{R}$
g	Fluss
G	Funktional generalisierter Synchronisation
H	Entropie (Informationstheorie)
h_i	Informationsgehalt eines Zeichens
\mathcal{J}	Orderparameter
I	(Conditional) Mutual Information
i	(Zeit)-Index
j	alternativer (Zeit)-Index
$K_{p,q}$	(bedingte) Kullback-Leibler-Entropie
κ	Gedächtnislänge
k	Rang
\mathfrak{L}	Hilfsfunktion der logistischen Abb.
L	Logistische Abbildung
λ_{\max}	größter Lyapunov-Exponent
λ	alternative Gedächtnislänge
l	Einbettungsverzögerung
\mathfrak{M}	approximierte Abbildung der Phasen
M	Abbildung von Phasen
m	Einbettungsdimension
N_F	maximaler Fourierkoeffizient
N_E	Anzahl EEG-Kontakte

N_τ	Anzahl unterschiedlicher Verzögerungszeiten
N	Anzahl Datenpunkte
N_T	Anzahl Teilchen
N_R	Anzahl Realisationen
N_η	Anzahl an Segmenten
N_A	Anzahl epileptischer Anfälle
N_w	Datenpunktanzahl je Segment
\mathfrak{N}	Anzahl aller Symbole
n	Kategorie aller Elektroden, die benachbart zur AUZ sind
Ω	Unterraum des Phasenraumes
\mathcal{O}	Landau-Symbol für asymptotische obere Schranke
o	Kategorie aller anderen Elektroden
ω	Eigenfrequenz eines Systems
P	Periodendauer
Ψ	Autokorrelationsfunktion
$p(\star \star)$	Bedingte Wahrscheinlichkeit
$p(\star, \star)$	Verbundwahrscheinlichkeit
Φ	Phaseninkrement
φ^X	Phase von System X
φ	Phase
$p(\star)$	Wahrscheinlichkeit
Q	Wärmeenergie
$q(\star)$	alternative, geschätzte Wahrscheinlichkeit
\mathcal{R}	Mittlere Phasenkohärenz
r	Kontrollparameter der logistischen Abbildung
ρ	Pearson's Produkt-Moment-Korrelation
\mathcal{S}	Direktionalitätsindex der Symbolischen Transferentropie
S	Entropie (Physik)
\mathfrak{s}	Signal-Rausch-Verhältnis
T	Transferentropie

T	Zeitspanne
T_E	Dauer der Epilepsie
T_R	Aufnahmedauer
T	Temperatur
ϑ^+	untere Schranke für präferenzielles Treiben
ϑ^-	obere Schranke für präferenzielles Respondieren
ϑ	Schwellwert
τ_2	Zeitversatz des beeinflussenden Systems
τ_1	Zeitversatz deselben Systems
τ	Zeitversatz
t	Zeit
t_0	Startzeitpunkt
w	Segment einer Zeitreihe
$x_j^{(i)}$	i -te Komponente eines Systemzustandes von System X zur Zeit j
x	Observable von System X
\mathfrak{X}	Menge aller Symbole
x_i	Zustand von System X zum Zeitpunkt i
\hat{x}	Symbol, Symbolisierter Zustand von System X
X	Dynamisches (Sub)-System
y	Observable von System Y
\hat{y}	Symbol, Symbolisierter Zustand von System Y
Y	Dynamisches (Sub)-System
z	Observable von System Z
Z	Dynamisches (Sub)-System

Abkürzungsverzeichnis

ADC	Analog-Digital-Umsetzer
AKF	Autokorrelationsfunktion
ARMA	Autoregressive-Moving-Average
AUZ	Anfallsursprungszone
BOLD	Blood Oxygenation Level Dependent
CD	Cross-Dependency
CMI	Conditional Mutual Information
DDE	Delayed Differential Equation
DSTE	Delayed Symbolic Transfer-Entropy
EEG	Elektroenzephalogramm
iEEG	intrakranielles Elektroenzephalogramm
fMRT	funktionelle Magnetresonanztomographie
HGT	Test gegen hypergeometrische Verteilung
IA	informationstheoretischer Ansatz
MEG	Magnetenzephalographie
MI	Mutual Information
MPC	mittlere Phasenkohärenz
MRT	Magnetresonanztomographie
MWT	Mann-Whitney-U-Test
PA	auf Phasendynamik basierender Ansatz

SI	Synchronisationsindex
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis
STE	Symbolische Transferentropie
TE	Transferentropie

Literaturverzeichnis

1. Dickten, H. & Lehnertz, K. Identifying delayed directional couplings with symbolic transfer entropy. *Phys. Rev. E* **90**, 062706 (6 2014).
2. Dickten, H., Porz, S., Elger, C. E. & Lehnertz, K. Weighted and directed interactions in evolving large-scale epileptic brain networks. *Sci. Rep.* **6**, 34824 (2016).
3. Lehnertz, K., Dickten, H., Porz, S., Helmstaedter, C. & Elger, C. E. Predictability of uncontrollable multifocal seizures – towards new treatment options. *Sci. Rep.* **6**, 24584 (2016).
4. Lehnertz, K. & Dickten, H. Assessing directionality and strength of coupling through symbolic analysis: an application to epilepsy patients. *Phil. Trans. R. Soc. A* **373**, 20140094 (2015).
5. Lehnertz, K. *et al.* Evolving networks in the human epileptic brain. *Physica D* **267**, 7–15 (2014).
6. Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. *Time Series Analysis: Forecasting and Control. Revised Ed.* (Holden-Day, San Francisco, 1993).
7. Brillinger, D. *Time Series: Data Analysis and Theory* (Holden-Day, San Francisco, USA, 1981).
8. Abarbanel, H. D. I. *Analysis of Observed Chaotic Data* (Springer, New York, 1996).
9. Kantz, H. & Schreiber, T. *Nonlinear Time Series Analysis 2nd* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2003).
10. Costa, L. d. F. *et al.* Analyzing and modeling real-world phenomena with complex networks: a survey of applications. *Adv. Phys.* **60**, 329–412 (2011).
11. Strogatz, S. H. Exploring complex networks. *Nature* **410**, 268–276 (2001).
12. Albert, R. & Barabási, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. *Rev. Mod. Phys.* **74**, 47–97 (2002).
13. Newman, M. E. J. The structure and function of complex networks. *SIAM Rev.* **45**, 167–256 (2003).
14. Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M. & Hwang, D.-U. Complex Networks: Structure and dynamics. *Phys. Rep.* **424**, 175–308 (2006).

15. Castellano, C., Fortunato, S. & Loreto, V. Statistical physics of social dynamics. *Rev. Mod. Phys.* **81**, 591–646 (2009).
16. Costa, L. d. F., Rodrigues, F. A., Travieso, G. & Villas Boas, P. R. Characterization of complex networks: A survey of measurements. *Adv. Phys.* **56**, 167–242 (2007).
17. Kim, J. & Wilhelm, T. What is a complex graph? *Physica A* **387**, 2637–2652 (2008).
18. Zanin, M. *et al.* Combining complex networks and data mining: Why and how. *Phys. Rep.-Rev. Sec. Phys. Lett.* **635**, 1–44 (2016).
19. Banisch, S. & Araujo, T. On the empirical relevance of the transient in opinion models. *Phys. Lett. A* **374**, 3197–3200 (2010).
20. Centola, D. The Spread of Behavior in an Online Social Network Experiment. *Science* **329**, 1194–1197 (2010).
21. Hopfield, J. Neural networks and physical systems with emergent computational abilities. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **79**, 2554–2558 (1982).
22. Stieg, A. Z. *et al.* Self-organized atomic switch networks. *Jpn. J. Appl. Phys.* **53** (2014).
23. Pikovsky, A. S., Rosenblum, M. G. & Kurths, J. *Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2001).
24. Boccaletti, S., Kurths, J., Osipov, G., Valladares, D. L. & Zhou, C. S. The synchronization of chaotic systems. *Phys. Rep.* **366**, 1–101 (2002).
25. Osipov, G. V., Kurths, J. & Zhou, C. *Synchronization in Oscillatory Networks* (Springer, Berlin, 2007).
26. Arenas, A., Díaz-Guilera, A., Kurths, J., Moreno, Y. & Zhou, C. Synchronization in complex networks. *Phys. Rep.* **469**, 93–153 (2008).
27. Tang, Y., Qian, F., Gao, H. & Kurths, J. Synchronization in complex networks and its application—A survey of recent advances and challenges. *Annu. Rev. Control* **38**, 184–198 (2014).
28. Kinney, R., Crucitti, P., Albert, R. & Latora, V. Modeling cascading failures in the North American power grid. *Eur. Phys. J. B* **46**, 101–107 (2005).
29. Dörfler, F., Chertkov, M. & Bullo, F. Synchronization in complex oscillator networks and smart grids. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **110**, 2005–2010 (2013).
30. Motter, A. E., Myers, S. A., Anghel, M. & Nishikawa, T. Spontaneous synchrony in power-grid networks. *Nat. Phys.* **9**, 191–197 (2013).
31. Martens, E. A., Thutupalli, S., Fourrière, A. & Hallatschek, O. Chimera states in mechanical oscillator networks. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A* **110**, 10563–10567 (2013).

32. Rothkegel, A. & Lehnertz, K. Irregular macroscopic dynamics due to chimera states in small-world networks of pulse-coupled oscillators. *New J. Phys.* **16**, 055006 (2014).
33. Panaggio, M. J. & Abrams, D. M. Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators. *Nonlinearity* **28**, R67 (2015).
34. Andrzejak, R. G., Rummel, C., Mormann, F. & Schindler, K. All together now: Analogies between chimera state collapses and epileptic seizures. *Sci. Rep.* **6**, 23000 (2016).
35. Schoell, E. Synchronization patterns and chimera states in complex networks: Interplay of topology and dynamics. *Eur. Phys. J.-Spec. Top.* **225**, 891–919 (2016).
36. Buzsáki, G. *Rhythms of the brain* (Oxford University Press, USA, 2006).
37. Lehnertz, K. *et al.* Synchronization phenomena in human epileptic brain networks. *J. Neurosci. Methods* **183**, 42–48 (2009).
38. Bressler, S. L. & Menon, V. Large-scale brain networks in cognition: emerging methods and principles. *Trends Cogn. Sci.* **14**, 277–290 (2010).
39. Barabási, A.-L., Gulbahce, N. & Loscalzo, J. Network medicine: a network-based approach to human disease. *Nat. Rev. Genet.* **12**, 56–68 (2011).
40. Fell, J. & Axmacher, N. The role of phase synchronization in memory processes. *Nat. Rev. Neurosci.* **12**, 105–118 (2011).
41. Sporns, O. *Networks of the Brain* (MIT Press, Cambridge, MA, 2011).
42. Bashan, A., Bartsch, R. P., Kantelhardt, J. W., Havlin, S. & Ivanov, P. C. Network physiology reveals relations between network topology and physiological function. *Nat. Commun.* **3**, 702 (2012).
43. Stam, C. J. & van Straaten, E. C. W. The organization of physiological brain networks. *Clin. Neurophysiol.* **123**, 1067–1087 (2012).
44. Engel, A. K., Gerloff, C., Hilgetag, C. C. & Nolte, G. Intrinsic coupling modes: Multiscale interactions in ongoing brain activity. *Neuron* **80**, 867–886 (2013).
45. Schulz, S. *et al.* Cardiovascular and cardiorespiratory coupling analyses: a review. *Phil. Trans. Roy. Soc. A* **371**, 20120191 (2013).
46. Turk-Browne, N. B. Functional Interactions as Big Data in the Human Brain. *Science* **342**, 580–584 (2013).
47. Albert, R., Jeong, H. & Barabasi, A. L. Error and attack tolerance of complex networks. *Nature* **406**, 378–382 (2000).
48. Holme, P., Kim, B. J., Yoon, C. N. & Han, S. K. Attack vulnerability of complex networks. *Phys. Rev. E* **65**, 056109 (2002).

49. Zou, Y., Romano, M. C., Thiel, M. & Kurths, J. (eds Webber Jr., L. C. & Marwan, N.) 65–99 (Springer International Publishing, Cham, 2015).
50. Marwan, N., Romano, M. C., Thiel, M. & Kurths, J. Recurrence plots for the analysis of complex systems. *Phys. Rep.* **438**, 237–329 (2007).
51. Bullmore, E. & Sporns, O. Complex brain networks: graph theoretical analysis of structural and functional systems. *Nat. Rev. Neurosci.* **10**, 186–198 (2009).
52. Newman, M. E. J. Communities, modules and large-scale structure in networks. *Nat. Phys.* **8**, 25–31 (2012).
53. Sugihara, G. *et al.* Detecting Causality in Complex Ecosystems. *Science* **338**, 496–500 (2012).
54. Timme, M. & Casadiego, J. Revealing networks from dynamics: an introduction. *J. Phys. A: Math. Theor.* **47**, 343001 (2014).
55. Clemson, P., Lancaster, G. & Stefanovska, A. Reconstructing time-dependent dynamics. *Proc. IEEE* **104**, 223–241 (2016).
56. Friston, K. J. Functional and effective connectivity: a review. *Brain Connect.* **1**, 13–36 (2011).
57. Granger, C. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica* **37**, 424–438 (1969).
58. Eichler, M. A graphical approach for evaluating effective connectivity in neural systems. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. B Biol. Sci.* **360**, 953–967 (2005).
59. Schreiber, T. Measuring Information Transfer. *Phys. Rev. Lett.* **85**, 461–464 (2000).
60. Hlaváčková-Schindler, K., Paluš, M., Vejmelka, M. & Bhattacharya, J. Causality detection based on information-theoretic approaches in time series analysis. *Phys. Rep.* **441**, 1–46 (2007).
61. Tass, P. A. *et al.* Detection of $n : m$ phase locking from noisy data: Application to magnetoencephalography. *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3291–3294 (1998).
62. Rosenblum, M. G., Pikovsky, A. S., Kurths, J., Schaefer, C. & Tass, P. A. *Handbook of Biological Physics* (eds Moss, F. & Gielen, S.) 297–321 (Elsevier Science, Amsterdam, 2001).
63. Mormann, F., Lehnertz, K., David, P. & Elger, C. E. Mean phase coherence as a measure for phase synchronization and its application to the EEG of epilepsy patients. *Physica D* **144**, 358–369 (2000).
64. Arnhold, J., Grassberger, P., Lehnertz, K. & Elger, C. E. A robust method for detecting interdependences: application to intracranially recorded EEG. *Physica D* **134**, 419–430 (1999).

65. Quian Quiroga, R., Arnhold, J. & Grassberger, P. Learning driver-response relationships from synchronization patterns. *Phys. Rev. E* **61**, 5142–5148 (2000).
66. Liu, Z. Measuring the degree of synchronization from time series data. *Europhys. Lett.* **68**, 19–25 (2004).
67. Andrzejak, R. G., Schindler, K. & Rummel, C. Nonrandomness, nonlinear dependence, and nonstationarity of electroencephalographic recordings from epilepsy patients. *Phys. Rev. E* **86**, 046206 (2012).
68. Dorogovtsev, S. N. & Mendes, J. F. F. Evolution of networks. *Adv. Phys.* **51**, 1079–1187 (2002).
69. David, O., Cosmelli, D. & Friston, K. J. Evaluation of different measures of functional connectivity using a neural mass model. *NeuroImage* **21**, 659–673 (2004).
70. Kreuz, T. *et al.* Measuring synchronization in coupled model systems: a comparison of different approaches. *Physica D* **225**, 29–42 (2007).
71. Quian Quiroga, R., Kraskov, A., Kreuz, T. & Grassberger, P. Performance of different synchronization measures in real data: A case study on electroencephalographic signals. *Phys. Rev. E* **65**, 041903 (2002).
72. Osterhage, H., Mormann, F., Staniek, M. & Lehnertz, K. Measuring synchronization in the epileptic brain: A comparison of different approaches. *Int. J. Bifurcation Chaos Appl. Sci. Eng.* **17**, 3539–3544 (2007).
73. Mackey, M. C. & Glass, L. Oscillations and chaos in physiological control-systems. *Science* **197**, 287–288 (1977).
74. De Carvalho, C. A. A. & Nussenzveig, H. M. Time delay. *Phys. Rep.* **364**, 83–174 (2002).
75. Müller, T. *et al.* Estimation of delay times in biological systems. *Ann. Biomed. Eng.* **31**, 1423–1439 (2003).
76. Ermentrout, B. & Ko, T. Delays and weakly coupled neuronal oscillators. *Phil. Trans. R. Soc. A* **367**, 1097–1115 (2009).
77. Batzel, J. J. & Kappel, F. Time delay in physiological systems: Analyzing and modeling its impact. *Math. Biosci.* **234**, 61–74 (2011).
78. Martin, E. A. & Davidsen, J. Estimating time delays for constructing dynamical networks. *Nonlinear Proc. Geophys.* **21**, 929–937 (2014).
79. Bünner, M. *et al.* Reconstruction of systems with delayed feedback: I. Theory. *Eur. Phys. J. D* **10**, 165–176 (2000).
80. Bünner, M. *et al.* Reconstruction of systems with delayed feedback: II. Application. *Eur. Phys. J. D* **10**, 177–187 (2000).

81. Cimponeriu, L., Rosenblum, M. & Pikovsky, A. Estimation of delay in coupling from time series. *Phys. Rev. E* **70**, 046213 (2004).
82. Jalan, S. & Singh, A. Impact of heterogeneous delays on cluster synchronization. *Phys. Rev. E* **90**, 042907 (2014).
83. Novicenko, V. Delayed feedback control of synchronization in weakly coupled oscillator networks. *Phys. Rev. E* **92** (2015).
84. Pereda, E., Quiñan Quiroga, R. & Bhattacharya, J. Nonlinear multivariate analysis of neurophysiological signals. *Prog. Neurobiol.* **77**, 1–37 (2005).
85. Stam, C. J. Nonlinear dynamical analysis of EEG and MEG: Review of an emerging field. *Clin. Neurophysiol.* **116**, 2266–2301 (2005).
86. Osterhage, H. & Lehnertz, K. Nonlinear time series analysis in epilepsy. *Int. J. Bifurcation Chaos Appl. Sci. Eng.* **17**, 3305–3323 (2007).
87. Siegel, M., Donner, T. H. & Engel, A. K. Spectral fingerprints of large-scale neuronal interactions. *Nat. Rev. Neurosci.* **13**, 121–134 (2012).
88. Bertram, E. H., Zhang, D. X., Mangan, P., Fountain, N. & Rempe, D. Functional anatomy of limbic epilepsy: a proposal for central synchronization of a diffusely hyperexcitable network. *Epilepsy Res.* **32**, 194–205 (1998).
89. Bragin, A., Wilson, C. L. & Engel Jr, J. Chronic epileptogenesis requires development of a network of pathologically interconnected neuron clusters: a hypothesis. *Epilepsia* **41** (Suppl. 6), S144–S152 (2000).
90. Spencer, S. S. Neural networks in human epilepsy: Evidence of and implications for treatment. *Epilepsia* **43**, 219–227 (2002).
91. Berg, A. T. & Scheffer, I. E. New concepts in classification of the epilepsies: Entering the 21st century. *Epilepsia* **52**, 1058–1062 (2011).
92. Schuster, H. G. *Deterministic Chaos: An Introduction*. (VCH, Weinheim, 1989).
93. Ott, E. *Chaos in Dynamical Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, 1994).
94. Lorenz, E. N. Dimension of weather and climate attractors. *Nature* **353**, 241 (1991).
95. Kantz, H. A robust method to estimate the maximal Lyapunov exponent of a time series. *Phys. Lett. A* **185**, 77 (1994).
96. Grassberger, P. & Procaccia, I. On the characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.* **50**, 346 (1983).
97. Chlouverakis, K. E. & Sprott, J. C. A comparison of correlation and Lyapunov dimensions. *Physica D* **200**, 156–164 (2005).

98. Staniek, M. *Symbolische Transferentropie: Charakterisierung gerichteter Interaktionen in nichtlinearen dynamischen Netzwerken* Deutsch. Dissertation (Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät der Universität Bonn, 2010).
99. Pijn, J. & Lopes da Silva, F. *Basic mechanisms of the EEG, brain dynamics* (eds Zschocke, S. & Speckmann, E.) 41–61 (Birkhäuser, Boston, 1993).
100. Richard, J.-P. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems. *Automatica* **39**, 1667–1694 (2003).
101. Lubenov, E. V. & Siapas, A. G. Decoupling through Synchrony in Neuronal Circuits with Propagation Delays. *Neuron* **58**, 118–131 (2008).
102. Huygens, C. *Horologium Oscillatorium* (Apud F. Muguet, Paris, 1673).
103. Brown, R. & Kocarev, L. A unifying definition of synchronization for dynamical systems. *Chaos* **10**, 344–349 (2000).
104. Boccaletti, S., Pecora, L. M. & Pelaez, A. Unifying framework for synchronization of coupled dynamical systems. *Phys. Rev. E* **63**, 066219 (2001).
105. Stankovski, T., McClintock, P. V. E. & Stefanovska, A. Dynamical inference: Where phase synchronization and generalized synchronization meet. *Phys. Rev. E* **89**, 062909 (2014).
106. Rabiner, L. R. & Schafer, R. W. *Digital processing of speech signals* (Prentice Hall, 1978).
107. Rosenblum, M. G., Pikovsky, A. S. & Kurths, J. Phase synchronization of chaotic oscillators. *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1804–1807 (1996).
108. Afraimovich, V. S., Verichev, N. N. & Rabinovich, M. I. General synchronization. *Radiophys. Quantum Electron.* **29**, 795–803 (1986).
109. Zheng, Z., Wang, X. & Cross, M. Transitions from partial to complete generalized synchronizations in bidirectionally coupled chaotic oscillators. *Phys. Rev. E* **65**, 56211 (2002).
110. Pecora, L. M., Carroll, T. L. & Heagy, J. F. Statistics for mathematical properties of maps between time series embeddings. *Phys. Rev. E* **52**, 3420–3439 (1995).
111. Rulkov, N. F., Sushchik, M. M., Tsimring, L. S. & Abarbanel, H. D. I. Generalized synchronization of chaos in directionally coupled chaotic systems. *Phys. Rev. E* **51**, 980–994 (1995).
112. Pecora, L. M., Carroll, T. L., Johnson, G. A., Mar, D. J. & Heagy, J. F. Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts and applications. *Chaos* **7**, 520 (1997).
113. Pikovsky, A. S. On the interaction of strange attractors. *Z. Physik B* **55**, 149–154 (1984).

114. Platt, N., Spiegel, A. & Tresser, C. On-off intermittency: a mechanism for bursting. *Phys. Rev. Lett.* **70**, 279–282 (1993).
115. Ott, E. & Summerer, J. C. Blowout bifurcations: the occurrence of riddled basins and on-off intermittency. *Phys. Lett. A* **188**, 39–47 (1994).
116. Zaks, M. A., Park, E. H., Rosenblum, M. G. & Kurths, J. Alternating locking ratios in imperfect phase synchronization. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4228 (1999).
117. Osterhage, H., Mormann, F., Wagner, T. & Lehnertz, K. Detecting directional coupling in the human epileptic brain: Limitations and potential pitfalls. *Phys. Rev. E* **77**, 011914 (2008).
118. Lehnertz, K. Assessing directed interactions from neurophysiological signals – an overview. *Physiol. Meas.* **32**, 1715–1724 (2011).
119. Hoke, M., Lehnertz, K., Pantev, C. & Lütkenhöner, B. *Spatiotemporal aspects of synergetic processes in the auditory cortex as revealed by the magnetoencephalogram Dynamics of cognitive and sensory processing in the brain* (eds Başar, E. & Bullock, T.) (Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1988), 84–108.
120. Lachaux, J. P., Rodriguez, E., Martinerie, J. & Varela, F. J. Measuring Phase Synchrony in Brain Signals. *Hum. Brain Mapp.* **8**, 194–208 (1999).
121. Tallon-Baudry, C., Bertrand, O. & Fischer, C. Oscillatory synchrony between human extrastriate areas during visual short-term memory maintenance. *J. Neurosci.* **21**, RC177 (2001).
122. Canolty, R. T. *et al.* High Gamma Power Is Phase-Locked to Theta Oscillations in Human Neocortex. *Science* **313**, 1626–1628 (2006).
123. Winterhalder, M., Schelter, B., Kurths, J., Schulze-Bonhage, A. & Timmer, J. Sensitivity and specificity of coherence and phase synchronization analysis. *Phys. Lett. A* **356**, 26–34 (2006).
124. Schelter, B., Winterhalder, M., Timmer, J. & Peifer, M. Testing for phase synchronization. *Phys. Lett. A* **366**, 382–390 (2007).
125. Stam, C. J., Nolte, G. & Daffertshofer, A. Phase lag index: assessment of functional connectivity from multi channel EEG and MEG with diminished bias from common sources. *Hum. Brain Mapp.* **28**, 1178–1193 (2007).
126. Wagner, T., Fell, J. & Lehnertz, K. The detection of transient directional couplings based on phase synchronization. *New J. Phys.* **12**, 053031 (2010).
127. Porz, S., Kiel, M. & Lehnertz, K. Can spurious indications for phase synchronization due to superimposed signals be avoided? *Chaos* **24**, 033112 (2014).
128. Paluš, M. & Stefanovska, A. Direction of coupling from phases of interacting oscillators: an information-theoretic approach. *Phys. Rev. E* **67**, 055201(R) (2003).

129. Smirnov, D. A. & Bezruchko, B. P. Estimation of interaction strength and direction from short and noisy time series. *Phys. Rev. E* **68**, 046209 (2003).
130. Rosenblum, M. G. & Pikovsky, A. S. Detecting direction of coupling in interacting oscillators. *Phys. Rev. E* **64**, 045202(R) (2001).
131. Rosenblum, M. G., Cimponeriu, L., Bezerianos, A., Patzak, A. & Mrowka, R. Identification of coupling direction: Application to cardiorespiratory interaction. *Phys. Rev. E* **65**, 041909 (2002).
132. Cimponeriu, L. *et al.* Inferring asymmetric relations between interacting neuronal oscillators. *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **150**, 22–36 (2003).
133. Smirnov, D., Schelter, B., Winterhalder, M. & Timmer, J. Revealing direction of coupling between neuronal oscillators from time series: Phase dynamics modeling versus partial directed coherence. *Chaos* **17**, 013111 (2007).
134. Smirnov, D. A. & Bezruchko, B. P. Detection of couplings in ensembles of stochastic oscillators. *Phys. Rev. E* **79**, 046204 (2009).
135. Stankovski, T., Duggento, A., McClintock, P. V. E. & Stefanovska, A. Inference of Time-Evolving Coupled Dynamical Systems in the Presence of Noise. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 024101 (2012).
136. Wilting, J. & Lehnertz, K. Bayesian inference of interaction properties of noisy dynamical systems with time-varying coupling: capabilities and limitations. *Eur. Phys. J. B* **88**, 193 (2015).
137. Takens, F. *Dynamical Systems and Turbulence (Warwick 1980)* (eds Rand, D. A. & Young, L.-S.) 366–381 (Springer, Berlin, 1981).
138. Sauer, T., Yorke, J. & Casdagli, M. Embedology. *J. Stat. Phys.* **65**, 579–616 (1991).
139. Packard, N. H., Crutchfield, J. P., Farmer, J. D. & Shaw, R. S. Geometry from a time series. *Phys. Rev. Lett* **45**, 712–716 (1980).
140. Chicharro, D. & Andrzejak, R. G. Reliable detection of directional couplings using rank statistics. *Phys. Rev. E* **80**, 026217 (2009).
141. Abarbanel, H. D. I., Rulkov, N. & Sushchik, M. Generalized synchronization of chaos: The auxiliary system approach. *Phys. Rev. E* **53**, 4528–4535 (1996).
142. Schiff, S. J., So, P., Chang, T., Burke, R. E. & Sauer, T. Detecting dynamical interdependence and generalized synchrony through mutual prediction in a neural ensemble. *Phys. Rev. E* **54**, 6708–6724 (1996).
143. Quyen, M. L. V., Martinerie, J., Adam, C. & Varela, F. J. Nonlinear analyses of interictal EEG map the brain interdependences in human focal epilepsy. *Physica D* **127**, 250–266 (1999).

144. Marwan, N. & Meinke, A. Extended Recurrence Plot Analysis and its Application to ERP Data. *Int. J. Bifurcation Chaos* **14**, 761 (2004).
145. Poincaré, H. Sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique. French. *Acta Math.* **13**, A3–A270 (1890).
146. Thiel, M., Romano, M., Read, P. & Kurths, J. Estimation of dynamical invariants without embedding by recurrence plots. *Chaos* **14**, 234–243 (2004).
147. Thiel, M., Romano, M. C., Kurths, J., Rolf, M. & Kliegl, R. Twin surrogates to test for complex synchronisation. *Europhys. Lett.* **75**, 535–541 (2006).
148. Schinkel, S., Marwan, N. & Kurths, J. Order patterns recurrence plots in the analysis of ERP data. *Cogn. Neurodyn.* **1**, 317–325 (2007).
149. Romano, M. C., Thiel, M., Kurths, J. & Grebogi, C. Estimation of the direction of the coupling by conditional probabilities of recurrence. *Phys. Rev. E* **76**, 036211 (2007).
150. Shannon, C. E. A mathematical theory of communication. *Bell System Technol. J* **27**, 379–423 (1948).
151. Kraskov, A., Stögbauer, H. & Grassberger, P. Estimating mutual information. *Phys. Rev. E* **69**, 066138 (2004).
152. Wiener, N. *The theory of prediction Modern Mathematics for Engineers* (ed Beckenbach, E. F.) (McGraw-Hill, New York, 1956).
153. Ancona, N., Marinazzo, D. & Stramaglia, S. Radial basis function approach to nonlinear Granger causality of time series. *Phys. Rev. E* **70**, 056221 (2004).
154. Chen, Y., Rangarajan, G., Feng, J. & Ding, M. Analyzing multiple nonlinear time series with extended Granger causality. *Phys. Lett. A* **324**, 26–35 (2004).
155. Gourevitch, B., Bouquin-Jeannes, R. L. & Faucon, G. Linear and nonlinear causality between signals: methods, examples and neurophysiological applications. *Biol. Cybern.* **95**, 349–369 (2006).
156. Dhamala, M., Rangarajan, G. & Ding, M. Estimating Granger Causality from Fourier and Wavelet Transforms of Time Series Data. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 018701 (2008).
157. Paluš, M., Komárek, V., Hrnčíř, Z. & Štěrbová, K. Synchronization as adjustment of information rates: Detection from bivariate time series. *Phys. Rev. E* **63**, 046211 (2001).
158. Lungarella, M., Pitti, A. & Kuniyoshi, Y. Information transfer at multiple scales. *Phys. Rev. E* **76**, 056117 (2007).
159. Paluš, M. & Vejmelka, M. Directionality of coupling from bivariate time series: How to avoid false causalities and missed connections. *Phys. Rev. E* **75**, 056211 (2007).

160. Waddell, J. *et al.* Causal entropies—A measure for determining changes in the temporal organization of neural systems. *J. Neurosci. Methods* **162**, 320–332 (2007).
161. Liang, X. S. Information flow within stochastic dynamical systems. *Phys. Rev. E* **78**, 031113 (2008).
162. Daw, C., Finney, C. & Tracy, E. A review of symbolic analysis of experimental data. *Rev. Sci. Instrum.* **74**, 915–930 (2003).
163. Bandt, C. & Pompe, B. Permutation Entropy: A Natural Complexity Measure for Time Series. *Phys. Rev. Lett.* **88**, 174102 (2002).
164. Staniek, M. & Lehnertz, K. Symbolic transfer entropy. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 158101 (2008).
165. Rice, S. O. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Techn. J* **23/24**, 46–156 (1944).
166. Callenbach, L., Hänggi, P., Linz, S. J., Freund, J. A. & Schimansky-Geier, L. Oscillatory systems driven by noise: Frequency and phase synchronization. *Phys. Rev. E* **65**, 051110 (2002).
167. Boashash, B. *Time frequency signal analysis: methods and applications* (Longman Cheshire, Melbourne, 1992).
168. Frei, M. G. *et al.* Controversies in epilepsy: Debates held during the Fourth International Workshop on Seizure Prediction. *Epilepsy Behav.* **19**, 4–16 (2010).
169. Gabor, D. Theory of communication. Part 1: The analysis of information. *J. I. Electr. Eng.* **93**, 429–441 (1946).
170. Panter, P. *Modulation, Noise, and Spectral Analysis* (McGraw-Hill, New York, 1965).
171. Itoh, K. Analysis of the phase unwrapping algorithm. *Appl. Optics* **21**, 2470 (1982).
172. Bruns, A. Fourier-, Hilbert- and wavelet-based signal analysis: Are they really different approaches? *J. Neurosci. Methods* **137**, 321–332 (2004).
173. Wagner, T., Axmacher, N., Lehnertz, K., Elger, C. E. & Fell, J. Sleep-dependent directional coupling between human neocortex and hippocampus. *Cortex* **46**, 256–263 (2010).
174. Billingsley, P. *Ergodic Theory and Information* (Wiley, New York, 1965).
175. Weaver, W. & Shannon, C. E. *The Mathematical Theory of Communication* (University of Illinois Press, 1949).
176. Rényi, A. *On Measures of Entropy and Information Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 1: Contributions to the Theory of Statistics* (University of California Press, Berkeley, Calif., 1961), 547–561.

177. Cover, T. M. & Thomas, J. A. *Elements of Information Theory* (Jon Wiley and Sons, New York, 1991).
178. Kaneko, K. *Physica (Amsterdam)* 23D, 436 (1986); JA Vastano and HL Swinney. *Phys. Rev. Lett* **60**, 1773 (1988).
179. Albers, D. J. & Hripcsak, G. Using time-delayed mutual information to discover and interpret temporal correlation structure in complex populations. *Chaos* **22**, 013111 (2012).
180. Kullback, S. & Leibler, R. A. On Information and Sufficiency. *Annals of Mathematical Statistics* **22**, 79–86 (1951).
181. Jensen, J. Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes. French. *Acta Mathematica* **30**, 175–193 (1906).
182. Markov, A. A. An Example of Statistical Investigation of the Text Eugene Onegin Concerning the Connection of Samples in Chains. *Sci. Context* **19**, 591–600 (04 2006).
183. Gallager, R. G. *Information theory and reliable communication* (Springer, 1968).
184. Wyner, A. D. Definition of Conditional Mutual Information for arbitrary ensembles. English. *Inform. and Control* **38**, 51–59 (1978).
185. Grassberger, P. & Procaccia, I. Measuring the strangeness of strange attractors. *Physica D* **9**, 189–208 (1983).
186. Parzen, E. On estimation of a probability density function and mode. *Ann. Math. Stat.* **33**, 1065–1076 (1962).
187. Hadamard, J. Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques. French. *J. Math. Pures Appl.* **5**, 27–73 (1898).
188. Morse, M. Recurrent Geodesics on a Surface of Negative Curvature. *Trans. Amer. Math. Soc.* **22**, 84–100 (1921).
189. Morse, M. & Hedlund, G. A. Symbolic Dynamics. *Am. J. Math.* **60**, 815–866 (1938).
190. Holmes, P. Poincaré, celestial mechanics, dynamical-systems theory and “chaos”. *Phys. Rep.* **193**, 137–163 (1990).
191. Cornfeld, I. P., Fomin, S. V. & Sinai, Y. G. *Ergodic theory, volume 245 of Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften [Fundamental Principles of Mathematical Sciences]* Deutsch. 1982.
192. Grassberger, P. & Kantz, H. Generating partitions for the dissipative Hénon map. *Phys. Lett. A* **113**, 235–238 (1985).
193. Hirata, Y., Judd, K. & Kilminster, D. Estimating a generating partition from observed time series: Symbolic shadowing. *Phys. Rev. E* **70**, 016215 (2004).

194. Kennel, M. B. & Buhl, M. Estimating Good Discrete Partitions from Observed Data: Symbolic False Nearest Neighbors. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 084102 (8 2003).
195. Buhl, M. & Kennel, M. B. Statistically relaxing to generating partitions for observed time-series data. *Phys. Rev. E* **71**, 046213 (4 2005).
196. Hirata, Y. & Aihara, K. Estimating optimal partitions for stochastic complex systems. *Eur. Phys. J.-Spec. Top.* **222**, 303–315 (2013).
197. Hao, B. L. *Elementary Symbolic Dynamics and Chaos in Dissipative Systems*. (World Scientific, Singapore, 1989).
198. Schürmann, T. & Grassberger, P. Entropy estimation of symbol sequences. *Chaos* **6**, 414–427 (1996).
199. Staniek, M. & Lehnertz, K. Parameter selection in permutation entropy measurements. *Int. J. Bifurcation Chaos Appl. Sci. Eng.* **17**, 3729 (2007).
200. Kaiser, A. & Schreiber, T. Information transfer in continuous processes. *Physica D* **166**, 43–62 (2002).
201. Verdes, P. F. Assessing causality from multivariate time series. *Phys. Rev. E* **72**, 026222 (2005).
202. Haken, H. Effect of delay on the phase locking in a pulse coupled neural network. *Eur. Phys. J. B* **18**, 545–550 (2000).
203. Kinzel, W., Englert, A., Reents, G., Zigzag, M. & Kanter, I. Synchronization of networks of chaotic units with time-delayed couplings. *Phys. Rev. E* **79**, 056207 (2009).
204. Kantner, M., Yanchuk, S. & Schöll, E. Delay-induced patterns in a two-dimensional lattice of coupled oscillators. *Sci. Rep.* **5**, 8522 (2015).
205. Nichols, J. M. *et al.* Detecting nonlinearity in structural systems using the transfer entropy. *Phys. Rev. E* **72**, 046217 (2005).
206. Nichols, J. M., Seaver, M. & Trickey, S. T. A method for detecting damage-induced nonlinearities in structures using information theory. *J. Sound Vibr.* **297**, 1–16 (2006).
207. Overbey, L. & Todd, M. Dynamic system change detection using a modification of the transfer entropy. *J. Sound Vibr.* **322**, 438–453 (2009).
208. Ito, S. *et al.* Extending transfer entropy improves identification of effective connectivity in a spiking cortical network model. *PLoS ONE* **6**, e27431 (2011).
209. Runge, J., Heitzig, J., Petoukhov, V. & Kurths, J. Escaping the curse of dimensionality in estimating multivariate transfer entropy. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 258701 (2012).

210. Runge, J., Heitzig, J., Marwan, N. & Kurths, J. Quantifying causal coupling strength: A lag-specific measure for multivariate time series related to transfer entropy. *Phys. Rev. E* **86**, 061121 (2012).
211. Naghoosi, E., Huang, B., Domlan, E. & Kadali, R. Information transfer methods in causality analysis of process variables with an industrial application. *J. Proc. Contr.* **23**, 1296–1305 (2013).
212. Shu, Y. & Zhao, J. Data-driven causal inference based on a modified transfer entropy. *Comp. Chem. Eng.* **57**, 173–180 (2013).
213. Wibral, M. *et al.* Measuring information-transfer delays. *PLoS ONE* **8**, e55809 (2013).
214. Ansari-Asl, K., Senhadji, L., Bellanger, J.-J. & Wendling, F. Quantitative evaluation of linear and nonlinear methods characterizing interdependencies between brain signals. *Phys. Rev. E* **74**, 031916 (2006).
215. Faes, L., Porta, A. & Nollo, G. Mutual nonlinear prediction as a tool to evaluate coupling strength and directionality in bivariate time series: Comparison among different strategies based on k nearest neighbors. *Phys. Rev. E* **78**, 026201 (2008).
216. Wagner, T., Osterhage, H., Elger, C. E. & Lehnertz, K. Improving the detection of seizure precursors by identifying driver-responder relationships in the epileptic network. *Epilepsia* **49** (Suppl. 7), 26 (2008).
217. Baker, G. L. & Gollub, J. P. *Chaotic dynamics: an introduction* (Cambridge University Press, 1996).
218. Rasband, S. N. *Chaotic dynamics of nonlinear systems* (Courier Dover Publications, 2015).
219. Rössler, O. E. An equation for continuous chaos. *Phys. Lett. A* **57**, 397–398 (1976).
220. May, R. M. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature* **261**, 459–467 (1976).
221. Rosenblum, M. G., Pikovsky, A. S. & Kurths, J. From phase to lag synchronization in coupled chaotic oscillators. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4193–4196 (1997).
222. Osterhage, H., Mormann, F., Wagner, T. & Lehnertz, K. Measuring the directionality of coupling: phase versus state space dynamics and application to EEG time series. *Int. J. Neural. Syst.* **17**, 139–148 (2007).
223. Pompe, B. & Runge, J. Momentary information transfer as a coupling measure of time series. *Phys. Rev. E* **83**, 051122 (2011).
224. Kugiumtzis, D. *Improvement of Symbolic Transfer Entropy 3rd International Conference on Complex Systems and Applications, Conference Proceedings, Special Sessions*, Eds C. Bertelle, X. Liu and MA Aziz-Alaoui (2009), 338–342.

-
225. Martini, M., Kranz, T. A., Wagner, T. & Lehnertz, K. Inferring directional interactions from transient signals with symbolic transfer entropy. *Phys. Rev. E* **83**, 011919 (2011).
226. Albo, Z. *et al.* Is partial coherence a viable technique for identifying generators of neural oscillations? *Biol. Cybern.* **90**, 318–326 (2004).
227. Nolte, G. *et al.* Identifying true brain interaction from EEG data using the imaginary part of coherency. *Clin. Neurophysiol.* **115**, 2292–2307 (2004).
228. Schreiber, T. & Schmitz, A. Improved surrogate data for nonlinearity tests. *Phys. Rev. Lett.* **77**, 635–638 (1996).
229. Shrii, M. M., Senthilkumar, D. V. & Kurths, J. Delay coupling enhances synchronization in complex networks. *EPL (Europhysics Letters)* **98**, 10003 (2012).
230. Voss, H. U. Anticipating chaotic synchronization. *Phys. Rev. E* **61**, 5115–5119 (5 2000).
231. Yanchuk, S. Discretization of frequencies in delay coupled oscillators. *Phys. Rev. E* **72**, 036205 (3 2005).
232. Jüngling, T., Benner, H., Shirahama, H. & Fukushima, K. Complete chaotic synchronization and exclusion of mutual Pyragas control in two delay-coupled Rössler-type oscillators. *Phys. Rev. E* **84**, 056208 (5 2011).
233. Barthélemy, M. Spatial networks. *Phys. Rep.* **499**, 1–101 (2011).
234. Schelter, B., Winterhalder, M., Dahlhaus, R., Kurths, J. & Timmer, J. Partial phase synchronization for multivariate synchronizing systems. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 208103 (2006).
235. Nawrath, J. *et al.* Distinguishing Direct from Indirect Interactions in Oscillatory Networks with Multiple Time Scales. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 038701 (2010).
236. Rings, T. & Lehnertz, K. Distinguishing between direct and indirect directional couplings in large oscillator networks: Partial or non-partial phase analyses? *Chaos* **26** (2016).
237. Smirnov, D. A., Bodrov, M. B., Velazquez, J. L. P., Wennberg, R. A. & Bezruchko, B. P. Estimation of coupling between oscillators from short time series via phase dynamics modeling: Limitations and application to EEG data. *Chaos* **15**, 024102 (2005).
238. Peraza, L. R., Asghar, A. U. R., Green, G. & Halliday, D. M. Volume conduction effects in brain network inference from electroencephalographic recordings using phase lag index. *J. Neurosci. Methods* **207**, 189–199 (2012).
239. Papo, D., Zanin, M. & Buldú, J. M. Reconstructing functional brain networks: have we got the basics right? *Front. Hum. Neurosci.* **8**, 107 (2014).

240. Cao, Y., Tung, W., Gao, J. B., Protopopescu, V. A. & Hively, L. M. Detecting dynamical changes in time series using the permutation entropy. *Phys. Rev. E* **70**, 046217 (2004).
241. Vlachos, I. & Kugiumtzis, D. Nonuniform state-space reconstruction and coupling detection. *Phys. Rev. E* **82**, 016207 (2010).
242. Kugiumtzis, D. Direct-coupling information measure from nonuniform embedding. *Phys. Rev. E* **87**, 062918 (2013).
243. Erbschwendner, S. *Gewichtete Symbolische Transferentropie* Deutsch. Bachelorarbeit (Klinik für Epileptologie und Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik, Universität Bonn, 2015).
244. Schreiber, T. & Schmitz, A. Surrogate time series. *Physica D* **142**, 346–382 (2000).
245. Andrzejak, R. G., Kraskov, A., Stögbauer, H., Mormann, F. & Kreuz, T. Bivariate surrogate techniques: Necessity, strengths, and caveats. *Phys. Rev. E* **68**, 066202 (2003).
246. Romano, M. C., Thiel, M., Kurths, J., Mergenthaler, K. & Engbert, R. Hypothesis test for synchronization: Twin surrogates revisited. *Chaos* **19**, 015108 (2009).
247. Kugiumtzis, D. Partial transfer entropy on rank vectors. *Eur. Phys. J.-Spec. Top.* **222**, 401–420 (2013).
248. Blinowska, K. J., Kuś, R. & Kamiński, M. Granger causality and information flow in multivariate processes. *Phys. Rev. E* **70**, 050902(R) (2004).
249. Osterhage, H. *et al.* (eds Schelter, B., Timmer, J. & Schulze-Bonhage, A.) 189–208 (Wiley-VCH, Berlin, 2008).
250. Frenzel, S. & Pompe, B. Partial Mutual Information for Coupling Analysis of Multivariate Time Series. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 204101 (2007).
251. Winterhalder, M., Schelter, B. & Timmer, J. Detecting coupling directions in multivariate oscillatory systems. *Int. J. Bifurcation Chaos Appl. Sci. Eng.* **17**, 3725–3739 (2007).
252. Blinowska, K. J. Review of the methods of determination of directed connectivity from multichannel data. *Med. Biol. Eng. Comput.* **49**, 521–529 (2011).
253. Faes, L., Nollo, G. & Porta, A. Information-based detection of nonlinear Granger causality in multivariate processes via a nonuniform embedding technique. *Phys. Rev. E* **83**, 051112 (2011).
254. Sommerlade, L. *et al.* Inference of Granger causal time-dependent influences in noisy multivariate time series. *J. Neurosci. Methods* **203**, 173–185 (2012).
255. Zschocke, S. *Klinische Elektroenzephalographie* (Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2002).

256. Fisher, R. S. *et al.* ILAE Official Report: A practical clinical definition of epilepsy. *Epilepsia* 55, 475–482 (2014).
257. Moshé, S. L., Perucca, E., Ryvlin, P. & Tomson, T. Epilepsy: new advances. *The Lancet* 385, 884–898 (2015).
258. Niedermeyer, E. *The Epilepsies - Diagnosis and Management* (Urban and Schwarzenberg, Baltimore, 1990).
259. Engel Jr, J. & Pedley, T. A. *Epilepsy: A Comprehensive Textbook* (Lippincott-Raven, Philadelphia, 1997).
260. Richardson, M. P. Large scale brain models of epilepsy: dynamics meets connectomics. *J. Neurol. Neurosurg. Psychiatry* 83, 1238–1248 (2012).
261. Rosenow, F. & Lüders, H. Presurgical evaluation of epilepsy. *Brain* 124, 1683–1700 (2001).
262. Berg, A. T. *et al.* Revised terminology and concepts for organization of seizures and epilepsies: Report of the ILAE Commission on Classification and Terminology, 2005-2009. *Epilepsia* 51, 676–685 (2010).
263. Perucca, E. & Tomson, T. The pharmacological treatment of epilepsy in adults. *Lancet Neurol.* 10, 446–456 (2011).
264. Ryvlin, P., Cross, J. H. & Rheims, S. Epilepsy surgery in children and adults. *Lancet Neurol.* 13, 1114–1126 (2014).
265. De Tisi, J. *et al.* The long-term outcome of adult epilepsy surgery, patterns of seizure remission, and relapse: a cohort study. *Lancet* 378, 1388–1395 (2011).
266. Ben-Menachem, E. Medical management of refractory epilepsy – Practical treatment with novel antiepileptic drugs. *Epilepsia* 55, 3–8 (2014).
267. Mula, M. & Cock, H. R. More than seizures: improving the lives of people with refractory epilepsy. *Eur. J. Neurol.* 22, 24–30 (2015).
268. Engel Jr., J. & Pedley, T. A. *Epilepsy: A Comprehensive Textbook* 2nd (Lippincott, Williams & Wilkins, Philadelphia, 2007).
269. Kahane, P., Landré, E., Minotti, L., Francione, S. & Ryvlin, P. The Bancaud and Talairach view on the epileptogenic zone: a working hypothesis. *Epileptic Disord.* 8 (Suppl. 2), 16–26 (2006).
270. Engel, A. K., Moll, C. K. E., Fried, I. & Ojemann, G. A. Invasive recordings from the human brain: clinical insights and beyond. *Nat. Rev. Neurosci.* 6, 35–47 (2005).
271. Nunez, P. L. & Srinivasan, R. *Electric Fields of the Brain: The Neurophysics of EEG* 2nd (Oxford University Press, Oxford, UK, 2006).

272. Hämäläinen, M., Hari, R., Ilmoniemi, R. J., Knuutila, J. & Lounasmaa, O. V. Magnetoencephalography – theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain. *Rev. Mod. Phys.* **65**, 413–497 (1993).
273. Logothetis, N. K. What we can do and what we cannot do with fMRI. *Nature* **453**, 869–878 (2008).
274. Hille, B. *Ion Channels of Excitable Membrans* third (Sinauer Associates, Inc., Sunderland, MA, U.S.A., 2001).
275. Mountcastle, V. B. The columnar organization of the neocortex. *Brain* **120**, 701–722 (1997).
276. Haydon, P. G. Glia: Listening and talking to the synapse. *Nat. Rev. Neurosci.* **2**, 185–193 (2001).
277. Volterra, A. & Meldolesi, J. Astrocytes, from brain glue to communication elements: the revolution continues. *Nat. Rev. Neurosci.* **6**, 626–640 (2005).
278. Li, C. L. & Jasper, H. Microelectrode studies of the electrical activity of the cerebral cortex in the cat. *J. Physiol.-London* **121**, 117–140 (1953).
279. Niedermeyer, E. & Lopes da Silva, F. *Electroencephalography: Basic Principles, Clinical Applications, and Related Fields* (eds Niedermeyer, E. & Lopes da Silva, F.) (Lippincott Williams and Williams, Philadelphia, 2005).
280. Araque, A. & Navarrete, M. Glia cells in neuronal network function. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. B Biol Sci* **365**, 2375–2381 (2010).
281. Jasper, H. H. Report of the committee on methods of clinical examination in electroencephalography: 1957. *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* **10**, 370–375 (1958).
282. Zaveri, H. P., Duckrow, R. B. & Spencer, S. S. On the use of bipolar montages for time-series analysis of intracranial electroencephalograms. *Clin. Neurophysiol.* **117**, 2102–2108 (2006).
283. Marzetti, L., Nolte, G., Perrucci, M. G., Romani, G. L. & Del Gratta, C. The use of standardized infinity reference in EEG coherency studies. *Neuroimage* **36**, 48–63 (2007).
284. Horstmann, M.-T. *et al.* State dependent properties of epileptic brain networks: Comparative graph-theoretical analyses of simultaneously recorded EEG and MEG. *Clin. Neurophysiol.* **121**, 172–185 (2010).
285. Arnulfo, G., Hirvonen, J., Nobili, L., Palva, S. & Palva, J. M. Phase and amplitude correlations in resting-state activity in human stereotactical EEG recordings. *Neuroimage* **112**, 114–127 (2015).

286. Van Diessen, E. *et al.* Opportunities and methodological challenges in EEG and MEG resting state functional brain network research. *Clin. Neurophysiol.* **126**, 1468–1481 (2015).
287. Prusseit, J. & Lehnertz, K. Measuring interdependences in dissipative dynamical systems with estimated Fokker-Planck coefficients. *Phys. Rev. E* **77**, 041914 (2008).
288. Wendling, F., Bartolomei, F. & Senhadji, L. Spatial analysis of intracerebral electroencephalographic signals in the time and frequency domain: identification of epileptogenic networks in partial epilepsy. *Phil. Trans. Roy. Soc. A* **367**, 297–316 (2009).
289. Andrzejak, R. G., Chicharro, D., Lehnertz, K. & Mormann, F. Using bivariate signal analysis to characterize the epileptic focus: The benefit of surrogates. *Phys. Rev. E* **83**, 046203 (2011).
290. Andrzejak, R. G. & Kreuz, T. Characterizing unidirectional couplings between point processes and flows. *EPL* **96** (2011).
291. Jalili, M., Barzegaran, E. & Knyazeva, M. G. Synchronization of EEG: Bivariate and Multivariate Measures. *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.* **22**, 212–221 (2014).
292. Wang, H. E. *et al.* A systematic framework for functional connectivity measures. *Front. Neurosci.* **8**, 405 (2014).
293. Towle, V. L., Carder, R. K., Khorasani, L. & Lindberg, D. Electrocorticographic coherence patterns. *J. Clin. Neurophysiol.* **16**, 528–547 (1999).
294. Ben-Jacob, E., Boccaletti, S., Pomyalov, A., Procaccia, I. & Towle, V. L. Detecting and localizing the foci in human epileptic seizures. *Chaos* **17**, 043113 (2007).
295. Schevon, C. A. *et al.* Cortical abnormalities in epilepsy revealed by local EEG synchrony. *NeuroImage* **35**, 140–148 (2007).
296. Ortega, G. J., Menendez de la Prida, L., Sola, R. G. & Pastor, J. Synchronization Clusters of Interictal Activity in the Lateral Temporal Cortex of Epileptic Patients: Intraoperative Electrocorticographic Analysis. *Epilepsia* **49**, 269–280 (2008).
297. Zaveri, H. P. *et al.* Localization-related epilepsy exhibits significant connectivity away from the seizure-onset area. *NeuroReport* **20**, 891–895 (2009).
298. Warren, C. *et al.* Synchrony in normal and focal epileptic brain: The seizure onset zone is functionally disconnected. *J. Neurophysiol.* **104**, 3530–3539 (2010).
299. Palmigiano, A., Pastor, J., Garcia de Sola, R. & Ortega, G. J. Stability of synchronization clusters and seizurability in temporal lobe epilepsy. *PLoS ONE* **7**, e41799 (2012).
300. Burns, S. P. *et al.* Network dynamics of the brain and influence of the epileptic seizure onset zone. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **111**, E5321–E5330 (2014).

301. Khambhati, A. N. *et al.* Dynamic network drivers of seizure generation, propagation and termination in human neocortical epilepsy. *PLoS Comput. Biol.* **11**, 1–19 (2015).
302. Franaszczuk, P. J. & Bergey, G. K. Application of the directed transfer function method to mesial and lateral onset temporal lobe seizures. *Brain Topogr.* **1**, 13–21 (1998).
303. Wilke, C., Worrell, G. & He, B. Graph analysis of epileptogenic networks in human partial epilepsy. *Epilepsia* **52**, 84–93 (2011).
304. Varotto, G., Tassi, L., Franceschetti, S., Spreafico, R. & Panzica, F. Epileptogenic networks of type II focal cortical dysplasia: A stereo-EEG study. *NeuroImage* **61**, 591–598 (2012).
305. Flamm, C., Graef, A., Pirker, S., Baumgartner, C. & Deistler, M. Influence analysis for high-dimensional time series with an application to epileptic seizure onset zone detection. *J. Neurosci. Methods* **214**, 80–90 (2013).
306. Panzica, F., Varotto, G., Rotondi, F., Spreafico, R. & Franceschetti, S. Identification of the epileptogenic zone from stereo-EEG signals: A connectivity-graph theory approach. *Front. Neurol.* **4**, 175 (2013).
307. Van Mierlo, P. *et al.* Ictal-onset localization through connectivity analysis of intracranial EEG signals in patients with refractory epilepsy. *Epilepsia* **54**, 1409–1418 (2013).
308. Epstein, C. M., Adhikari, B. M., Gross, R., Willie, J. & Dhamala, M. Application of high-frequency Granger causality to analysis of epileptic seizures and surgical decision making. *Epilepsia* **55**, 2038–2047 (2014).
309. Korzeniewska, A. *et al.* Ictal propagation of high frequency activity is recapitulated in interictal recordings: Effective connectivity of epileptogenic networks recorded with intracranial EEG. *NeuroImage*, 96–113 (2014).
310. Coito, A. *et al.* Dynamic directed interictal connectivity in left and right temporal lobe epilepsy. *Epilepsia* **56**, 207–217 (2015).
311. Li, W. *et al.* Lateralization of Epileptic Foci Through Causal Analysis of Scalp-EEG Interictal Spike Activity. *J. Clin. Neurophysiol.* **32**, 57–65 (2015).
312. Zubler, F. *et al.* Detecting functional hubs of ictogenic networks. *Brain Topogr.* **28**, 305–317 (2015).
313. Lüders, H. O., Najm, I., Nair, D., Widdess-Walsh, P. & Bingman, W. The epileptogenic zone: general principles. *Epileptic Disord.* **8**, 1–9 (2006).
314. Kuhnert, M.-T., Elger, C. E. & Lehnertz, K. Long-term variability of global statistical properties of epileptic brain networks. *Chaos* **20**, 043126 (2010).

-
315. Kramer, M. A. *et al.* Emergence of persistent networks in long-term intracranial EEG recordings. *J. Neurosci.* **31**, 15757–15767 (2011).
316. Geier, C., Lehnertz, K. & Bialonski, S. Time-dependent degree-degree correlations in epileptic brain networks: from assortative to disassortative mixing. *Front. Hum. Neurosci.* **9**, 462 (2015).
317. Blanco, S., Garcia, H., Quiñan Quiroga, R., Romanelli, L. & Rosso, O. A. Stationarity of the EEG series. *IEEE Eng. Med. Biol.* **4**, 395–399 (1995).
318. Mormann, F. *et al.* On the predictability of epileptic seizures. *Clin. Neurophysiol.* **116**, 569–587 (2005).
319. Kuhlmann, L. *et al.* Patient-specific bivariate-synchrony-based seizure prediction for short prediction horizons. *Epilepsy Res.* **91**, 214–231 (2010).
320. Feldwisch-Drentrup, H. *et al.* Identification of pre-seizure states in epilepsy: A data-driven approach for multichannel EEG recordings. *Front. Comput. Neurosci.* **5**, 32 (2011).
321. Allen, J. F. Maintaining knowledge about temporal intervals. *Commun. ACM* **26**, 832–843 (1983).
322. Engel Jr, J., van Ness, P. C., Rasmussen, T. B. & Ojemann, L. M. *Surgical Treatment of the Epilepsies* (ed Engel Jr, J.) 609 (Raven Press, New York, 1993).
323. Nunez, P. L. *Neocortical Dynamics and Human EEG Rhythms* (Oxford University Press, Oxford, UK, 1995).
324. Bettus, G. *et al.* Interictal functional connectivity of human epileptic networks assessed by intracerebral EEG and BOLD signal fluctuations. *PLoS ONE* **6**, e20071 (2011).
325. Franaszczuk, P. ., Bergey, G. K. & Kaminski, M. J. Analysis of mesial temporal seizure onset and propagation using the directed transfer function method. *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* **91**, 413–427 (1994).
326. Wilke, C., Van Dronghelen, W., Kohrman, M. & He, B. Neocortical seizure foci localization by means of a directed transfer function method. *Epilepsia* **51**, 564–572 (2010).
327. Prince, D. A. & Wilder, J. Control mechanisms in cortical epileptogenic foci. "Surround" inhibition. *Arch. Neurol.* **16**, 194–202 (1967).
328. Elger, C. E. & Speckmann, E.-J. Penicillin induced epileptic foci in the motor cortex: vertical inhibition. *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* **56**, 604–622 (1983).
329. Kralemann, B., Pikovsky, A. & Rosenblum, M. Reconstructing effective phase connectivity of oscillator networks from observations. *New J. Phys.* **16**, 085013 (2014).

330. Stankovski, T., Ticcinelli, V., McClintock, P. V. E. & Stefanovska, A. Coupling functions in networks of oscillators. *New J. Physics* **17**, 035002 (2015).
331. Lehnertz, K. & Elger, C. E. Neuronal complexity loss in temporal lobe epilepsy: Effects of carbamazepine on the dynamics of the epileptogenic focus. *Electroencephalogr. Clin. Neurophysiol.* **103**, 376–380 (1997).
332. Monto, S., Vanhatalo, S., Holmes, M. D. & Palva, J. M. Epileptogenic neocortical networks are revealed by abnormal temporal dynamics in seizure-free subdural EEG. *Cereb. Cortex* **17**, 1386–1393 (2007).
333. Meisel, C. *et al.* Intrinsic excitability measures track antiepileptic drug action and uncover increasing/decreasing excitability over the wake/sleep cycle. *Proc. Nat. Acad. Sci. (USA)* **112**, 14694–14699 (2015).
334. Schelter, B. *et al.* Do false predictions of seizures depend on the state of vigilance? A report from two seizure-prediction methods and proposed remedies. *Epilepsia* **47**, 2058–2070 (2006).
335. Staniek, M. & Lehnertz, K. Symbolic transfer entropy: inferring directionality in biosignals. *Biomed. Tech.* **54**, 323–328 (2009).
336. Gilmore, R. Topological analysis of chaotic dynamical systems. *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1455–1529 (1998).
337. Leonov, G. A. Rossler systems: Estimates for the dimension of attractors and homoclinic orbits. *Dokl. Math.* **89**, 369–371 (2014).
338. Dormand, J. & Prince, P. A family of embedded Runge-Kutta formulae. *J. Comput. Appl. Math.* **6**, 19–26 (1980).
339. Kutta, W. Beitrag zur näherungsweise Integration totaler Differentialgleichungen. *Z. Math. Phys* **46**, 435–453 (1901).
340. Shampine, L. & Thompson, S. Solving DDEs in MATLAB. *Appl. Numer. Math.* **37**, 441–458 (2001).
341. Bogacki, P. & Shampine, L. A 3(2) pair of Runge - Kutta formulas. *Applied Mathematics Letters* **2**, 321–325 (1989).
342. Flunkert, V. & Schöll, E. Pydelay - a python tool for solving delay differential equations. *arXiv* **0911.1633** (2009).
343. Kennel, M. B., Brown, R. & Abarbanel, H. D. I. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction. *Phys. Rev. A* **45**, 3403–3411 (6 1992).
344. Fraser, A. & Swinney, H. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Phys. Rev. A* **33**, 1134 (1986).

Eigene Veröffentlichungen

Journalartikel

- Feldwisch-Drentrup, H., Staniek, M., Schulze-Bonhage, A., Timmer, J., **Dickten, H.**, Elger, C. E., Schelter, B. & Lehnertz, K. Identification of pre-seizure states in epilepsy: A data-driven approach for multichannel EEG recordings. *Front. Comput. Neurosci.* 5, 32 (2011).
- Lehnertz, K., Ansmann, G., Bialonski, S., **Dickten, H.**, Geier, C. & Porz, S. Evolving networks in the human epileptic brain. *Physica D* 267, 7–15 (2014).
- Lehnertz, K. & **Dickten, H.** Assessing directionality and strength of coupling through symbolic analysis: an application to epilepsy patients. *Phil. Trans. R. Soc. A* 373, 20140094 (2015).
- Lehnertz, K., **Dickten, H.**, Porz, S., Helmstaedter, C. & Elger, C. E. Predictability of uncontrollable multifocal seizures – towards new treatment options. *Sci. Rep.* 6, 24584 (2016).
- **Dickten, H.** & Lehnertz, K. Identifying delayed directional couplings with symbolic transfer entropy. *Phys. Rev. E* 90, 062706 (6 2014).
- **Dickten, H.**, Porz, S., Elger, C. E. & Lehnertz, K. Weighted and directed interactions in evolving large-scale epileptic brain networks. *Sci. Rep.* 6, 34824 (2016).

Buchartikel

- **Dickten, H.**, Elger, C. E. & Lehnertz, K. *Recent Advances in Predicting and Preventing Epileptic Seizures* (eds Tetzlaff, R., Elger, C. E. & Lehnertz, K.) 242–252 (World Scientific, Singapore, 2013).

Konferenzbeiträge

- **Dickten, H., Elger, C. E. & Lehnertz, K.** *Measuring Directed Interactions using Cellular Neural Networks (CNN) with Complex Topologies* 5th International Workshop on Seizure Prediction (Dresden, Deutschland, 2011).
- **Porz, S., Dickten, H., Elger, C. E. & Lehnertz, K.** *Inferring directed interactions in the human epileptic brain: information theory- or phase-based approaches.* XXXII Dynamic Days Europe (Göteborg, Schweden, 2012).
- **Dickten, H., Elger, C. E. & Lehnertz, K.** *Driving or Being Driven: Short- and Long-ranged Network Interactions of the Epileptic Focus* 66th American Epilepsy Society Annual Meeting (San Diego, USA, 2012).
- **Dickten, H., Porz, S., Elger, C. E. & Lehnertz, K.** *Kurz- und langreichweitige gerichtete Netzwerkinteraktionen des epileptischen Fokus* Deutsch. 52. Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Epileptologie e. V. (Bonn, Deutschland, 2014).
- **Dickten, H. & Lehnertz, K.** *Measuring Delayed Directed Interactions with Symbolic Transfer Entropy Causality, Information Transfer and Dynamical Networks* (Dresden, Deutschland, 2014).
- **Dickten, H., Elger, C. E. & Lehnertz, K.** *Identifying Delayed Directed Interactions In Epileptic Brain Networks IWSP7: Epilepsy Mechanisms, Models, Prediction and Control* (Melbourne, Australia, 2015).

Vorträge

- **Dickten, H., Porz, S., Elger, C. E. & Lehnertz, K.** *Are temporal changes of neural synchronization predictive of epileptic seizures?* XXXII Dynamic Days Europe (Göteborg, Schweden, 2012).
- **Dickten, H., Elger, C. E. & Lehnertz, K.** *Unsolved issues in the data-driven inference of weighted and directed networks* XXXV Dynamic Days Europe (Exeter, United Kingdom, 2015).

Auszeichnungen

- **Dickten, H., Porz, S., Elger, C. E. & Lehnertz, K.** *Posterpreis 52. Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Epileptologie e.V.* (Bonn, Deutschland, 2014).