

BONNER METEOROLOGISCHE ABHANDLUNGEN

Heft 18 (1973)

Michael Hantel

EIN VERTIKAL-INTEGRIERTES MODELL  
DER PASSATSCHICHT

METEOROLOGISCHES INSTITUT DER UNIVERSITÄT  
BONN

Herausgeber: Professor Dr. Hermann Flohn



FERD. DÜMMLER'S VERLAG · BONN



Michael Hantel  
Ein vertikal-integriertes Modell  
der Passatschicht



BONNER METEOROLOGISCHE ABHANDLUNGEN

Heft 18 (1973)

Michael Hantel

EIN VERTIKAL-INTEGRIERTES MODELL  
DER PASSATSCHICHT

METEOROLOGISCHES INSTITUT DER UNIVERSITÄT  
BONN

Herausgeber: Professor Dr. Hermann Flohn



FERD. DÜMMLER'S VERLAG · BONN

Dümmlerbuch 7578

ISBN 3-427-75781-1

Alle Rechte, insbesondere auch die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrages, der Verfilmung und Radiosendung sowie jede Art der fotomechanischen Wiedergabe und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, auch auszugsweise, vorbehalten.

© 1973 Ferd. Dummlers Verlag, 53 Bonn 1, Kaiserstraße 31–37 (Dümmlerhaus)  
Printed in Germany by Hans Richarz, Sankt Augustin-Niederpleis

## Inhalt

1. Einleitung . . . . .	1
2. Der Entrainmentmechanismus . . . . .	2
3. Der Hot-Tower-Mechanismus . . . . .	4
4. Das Modell . . . . .	7
5. Grundgleichungen . . . . .	8
6. Die Kontinuitätsgleichung . . . . .	11
7. Die Transportgleichungen . . . . .	14
8. Die Energiegleichung . . . . .	18
9. Umformung der integrierten Druckterme . . . . .	21
10. Skalenanalyse des stationären Gleichungssystems . . . . .	24
11. Diskussion der Antriebsfunktionen anhand der "METEOR"-Daten 1965 . . . . .	29
12. Zonal symmetrischer Fall – Lösungsformeln . . . . .	32
13. Zonal symmetrischer Fall – Ergebnisse . . . . .	35
14. Schlußbemerkungen . . . . .	45
Literatur . . . . .	47
Symbolliste . . . . .	49



## Vorbemerkung

Die vorliegende Arbeit stellt die Habilitationsschrift des Verfassers in der Form dar, in der sie von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Bonn am 14. Juni 1972 angenommen wurde. Sie trägt in einigen Punkten vorläufigen Charakter, beispielsweise bei der Wahl der Größenordnung von  $h$  und  $e$  (diese Funktionen können Werte von  $> 100$  annehmen), der Interpretation der "Rossby-Zahl"  $Ro'$  oder bei der Formulierung der Randbedingungen. Diese lassen es hier zu, daß die Zirkulation in  $30^\circ$  Breite nicht geschlossen ist und damit keine reine Hadleyzelle darstellt, was das schlecht interpretierbare Minimum der Entrainmentfunktion am Übergang der Subtropenzone zum ITCZ-Bereich (Bilder 6.2., 13.1.) sowie das gelegentliche Imaginärwerden der Passatschichtdicke hervorruft.

Der Verfasser hält es trotzdem für richtig, die Arbeit unverändert vorzulegen und die notwendigen Revisionen einer vollständigen Neubearbeitung zu überlassen, über die in Kürze berichtet werden soll. Hier wurden lediglich Schreibfehler verbessert sowie die Symbolliste alphabetisch angeordnet.

Der Verfasser dankt allen, die direkt oder indirekt zum Zustandekommen dieser Arbeit beigetragen haben, vor allem dem Direktor des Meteorologischen Instituts der Universität Bonn, Herrn Professor Dr. Hermann Flohn, für das von ihm geschaffene freie Arbeitsklima und seine beständige Anteilnahme an den hier erörterten Problemen; ferner Herrn Professor Dr. Herbert Riehl, Fort Collins, für kritische Diskussionen und die Durchsicht des Manuskripts. Er dankt außerdem sehr herzlich Frau Sigrid Lange, welche die technische Herstellung des Manuskripts in zuvorkommender Weise besorgte.

Die numerischen Rechnungen wurden durchgeführt auf der Großrechenanlage IBM 370/165 der Gesellschaft für Mathematik und Datenverarbeitung, Bonn. Die Zeichnungen besorgte Frl. Beatrice Eggemann, die Reinschrift geschah durch Frau Helga Ruprecht und Frau Karina Winterscheidt.

## Abstract: A vertically integrated model of the trade layer

In the present paper a driven model is designed of the lowest tropical-subtropical atmosphere for the region from the equator to  $30^\circ$  latitude. Model equations are the conservation relations for horizontal momentum, mass, and enthalpy, integrated vertically from the sea surface up to a level ("trade inversion") which varies both horizontally and with time — the "trade layer". Forcing functions are (a) the net energy input into the layer (mainly the sum of the vertical fluxes of sensible and latent heat from the sea surface), (b) the so-called entrainment function which parameterizes the mass input due to large-scale subsidence, and (c) the so-called hot-tower-function which describes the RIEHL-MALKUS mechanism of needle-like ejection of mass and other transportable properties within deep convection cells out of the planetary boundary layer into the middle and higher troposphere. The main question is: What is the large-scale impact of the forcing functions, specifically (b) and (c), on the circulation pattern of the trade layer? While the entrainment function should have moderately positive values throughout the model area (higher values in the trades, lower values in the deep tropics), the hot-tower-function is expected to have very high values in the ITCZ and to practically vanish in the trades.

A scale analysis is performed with the model equations. The nondimensionalized equations, in zonally symmetric form, are applied to the measurements of the German research vessel "METEOR" 1965 in the Atlantic; the results corroborate the previously discussed ideas concerning the latitudinal profile of the entrainment- and hot-tower-function. Subsequently the nonlinear model equations are integrated for this case with specified forcing functions. The principal response of the model is: (1) Development of a broad zone of a tropical easterly current which, however, vanishes at the equator; this points at the tendency of the model to create a zone of equatorial westerlies; (2) a latitudinal pattern of the thickness of the trade layer which is low in the subtropics and rises considerably towards the equator; and (3) a latitudinal pattern of the energy content of the layer that runs, on the whole, parallel to (2), but shows characteristic deviations. Variations of the model parameters and forcing functions lead to conclusions concerning characteristic instabilities that show up in form of imaginary values of the layer thickness in certain zones.

The significance of this model within the framework of a classification of models of theoretical climatology is discussed.



## Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein getriebenes Modell der untersten tropisch-subtropischen Atmosphäre für den Bereich vom Äquator bis etwa  $30^\circ$  Breite entworfen. Modellgleichungen sind die von der Meeresoberfläche bis zu einem horizontal und zeitlich variablen Niveau ("Passatinversion") vertikal-integrierten Erhaltungssätze für Horizontalimpuls, Masse und Enthalpie. Antriebsfunktionen sind (a) die Nettoenergiezufuhr in die Schicht (im wesentlichen Summe der Vertikalflüsse fühlbarer und latenter Wärme von der Meeresoberfläche), (b) die sogenannte Entrainmentfunktion, welche die Massenzufuhr durch großräumiges Absinken parametrisiert sowie (c) die sogenannte Hot-Tower-Funktion, die den RIEHL-MALKUS'schen Mechanismus der nadelähnlichen Ejektion von Masse und anderen transportierbaren Eigenschaften innerhalb hochreichender Konvektionszellen aus der planetarischen Grenzschicht in die mittlere und hohe Troposphäre beschreibt. Wesentliche Fragestellung ist die nach den großskaligen Auswirkungen, welche die Antriebsfunktionen, vor allem (b) und (c), auf die Zirkulationsstruktur der Passatschicht haben. Während die Entrainmentfunktion im gesamten Modellbereich maßvoll positive Werte haben sollte (höhere Werte im Passat, geringere in den inneren Tropen), erwartet man von der Hot-Tower-Funktion sehr hohe Werte in der ITCZ, dagegen praktisches Verschwinden im Passat.

Die stationären Modellgleichungen werden einer Skalenanalyse unterworfen. Die dimensionsfreien Gleichungen werden in zonal symmetrischer Formulierung auf die Messungen des deutschen Forschungsschiffes „METEOR“ 1965 im Atlantik angewandt; die Ergebnisse stützen die entwickelten Vorstellungen über das Breitenprofil von Entrainment- und Hot-Tower-Funktion. Für denselben Gleichungssatz werden anschließend bei vorgegebenen Antriebsfunktionen die nichtlinearen, jedoch durch Quadraturen lösbaren Modellgleichungen integriert. Die Reaktion des Modells besteht in (1) der Ausbildung einer breiten Zone tropischer Ostströmung, die jedoch am Äquator verschwindet und damit eine Tendenz zur Bildung einer äquatorialen Westwindzone zeigt; (2) einem Breitenprofil der Dicke der Passatschicht, die in den Subtropen niedrig liegt und zum Äquator hin kräftig ansteigt und (3) in einem Breitenprofil des Energieinhalts der Passatschicht, das weitgehend parallel zu (2) verläuft, jedoch charakteristische Abweichungen zeigt. Variationen der Modellparameter und Antriebsfunktionen gestatten Rückschlüsse auf das Auftreten charakteristischer Instabilitäten, die sich im Imaginärwerden der Passatschichtdicke innerhalb gewisser Zonen äußern.

Der Standort dieses Modells im Rahmen einer Klassifikation von Modellen der theoretischen Klimatologie wird diskutiert.

# 1. Einleitung

In der vorliegenden Untersuchung wird ein Modell der atmosphärischen Zirkulation in den Tropen abgeleitet und in seinen Ergebnissen diskutiert. Der Modellbereich erstreckt sich in der Horizontalen vom Äquator bis  $30^\circ$  Breite (gleich der Hälfte der Fläche einer Hemisphäre) und in der Vertikalen vom Meeresniveau bis zu einem Niveau  $h = h(x, y, t)$ , das im allgemeinen von den geographischen Koordinaten und der Zeit abhängt; vorläufig werde  $h$  als gleichbedeutend mit dem Niveau der Passatinversion angesehen. Das Modell reicht damit in der Vertikalen bis zum Ein- bis Zweifachen der atmosphärischen Grenzschicht und gilt insofern für die Passatschicht. Die Erhaltungssätze für die Masse, den horizontalen Impuls sowie die Gesamtenthalpie werden vertikal zwischen dem Meeresniveau und dem Niveau  $h$  integriert und stellen die Modellgleichungen dar. Die vier Unbekannten des Modells (Gesamtmasse, Massentransportkomponenten, Gesamtenthalpie) sind damit nur von den geographischen Koordinaten und der Zeit abhängig, jedoch nicht von der Höhe.

Die drei wesentlichen Antriebsfunktionen des Modells sind einmal die diabatische Heizungsfunktion, die sich aus der Nettostrahlungsabkühlung der Schicht sowie der Zufuhr fühlbarer und latenter Wärme von der Meeresoberfläche her zusammensetzt und ferner zwei Funktionen, welche den vertikalen Masse-, Impuls- und Enthalpieaustausch zwischen der Modellschicht und der freien Atmosphäre beherrschen (vgl. Bild 1.1). Die eine von ihnen, "Hot-Tower-Funktion" genannt, beschreibt die räumlich scharf begrenzte, nadelähnliche Ejektion von Eigenschaften der Grenzschicht innerhalb der hochreichenden tropischen Cumulonimben, vor allem in der innertropischen Konvergenzzone (ITCZ). Die andere Massenaustauschfunktion, die als "Entrainmentfunktion" bezeichnet wird, parametrisiert den vertikal abwärts gerichteten Massentransport durch großräumiges Absinken in den wolkenfreien Gebieten, vor allem im Passat. Die genannten Antriebsfunktionen werden als bekannt angesehen und die Reaktion des Modells auf sie nach Vorgabe der sonstigen Modellparameter und der Randwerte untersucht.

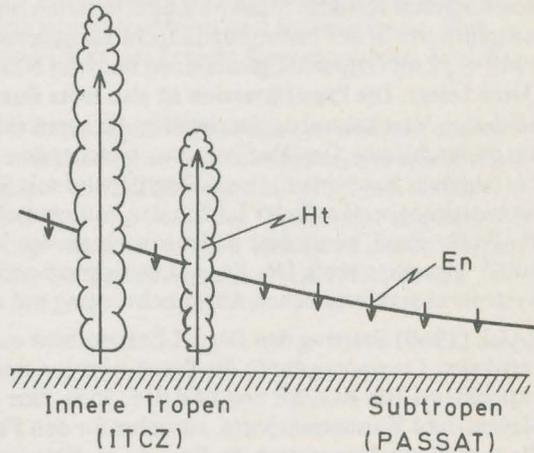


Bild 1.1. Schema der Mechanismen der vertikalen Massentransporte in den Tropen und Subtropen mit Hot-Tower-Funktion und Entrainment-Funktion

Zur näheren Erläuterung vor allem der Antriebsfunktionen betrachten wir gesondert den Entrainment- und den Hot-Tower-Mechanismus.

## 2. Der Entrainmentmechanismus

Wir gehen aus von der Beobachtung großskaliger, annähernd horizontaler Diskontinuitätsflächen in der Atmosphäre wie der Tropopause und der Passatinversion. Seit den frühen Arbeiten von v. FICKER (z.B. v. FICKER, 1936) weiß man, daß der atlantische Passat in seinem überwiegenden Bereich gekennzeichnet ist durch eine kräftige Temperaturinversion, deren untere Basis im Osten des Ozeans in den Subtropen bei 500 m liegt, während sie äquatorwärts und westwärts ansteigt, teilweise bis über 2000 m. Eine moderne Zusammenfassung der heute bestehenden Vorstellungen von Passat und seiner Energetik, insbesondere der untersten Schichten, im Zusammenhang mit der allgemeinen Zirkulation gibt AUGSTEIN (1972). Die vorliegende Darstellung ist den in dieser Arbeit entwickelten Gedankengängen in wesentlichen Punkten verpflichtet.

Diskontinuitätsflächen wie die Passatinversion sind gewöhnlich Niveaus hoher statischer Stabilität, in denen der Vertikalaustausch behindert ist. Wenn wir als Maß für die Stabilität den vertikalen Temperaturgradienten wählen (zu anderen Stabilitätsmaßen vgl. GATES, 1961) und als Maß für die Behinderung des turbulenten Vertikalaustausches die Richardson-Zahl (vgl. etwa SUTTON, 1953)

$$Ri = \frac{g \partial \ln \Theta / \partial z}{(\partial |V| / \partial z)^2} \quad (2.1)$$

so zeigt sich, daß statische Stabilität und  $Ri$  im gleichen Niveau ihren Extremwert erreichen (KÖHNE, 1972; vgl. auch Bild 11.1). Danach sollte man zunächst erwarten, daß Diskontinuitätsflächen dieser Art, insbesondere die Passatinversion, partikelkonstante Grenzflächen im Sinne von ERTEL (1936) sind.

Seit der Arbeit von RIEHL et al. (1951) ist jedoch bekannt, daß durch die Passatinversion hindurch vertikale Massentransporte treten und die Divergenz der horizontalen Massentransporte in der Passatgrundschicht balancieren. Dies wurde zusätzlich durch die 1949 – 52 im Ostpazifik gemessenen und von NEIBURGER et al. (1961) ausgewerteten Daten belegt. Die Passatinversion ist also trotz ihrer Eigenschaft, eine Schicht stark behinderten Vertikalaustausches zu sein, für vertikale Eigenschaftstransporte nicht schlechthin undurchlässig. Den Mechanismus, welcher den Austausch besorgt, wollen wir mit Entrainment bezeichnen. Dieser Begriff wird seit STOMMEL (1947) auf den Prozeß der Einbeziehung wolkenfreier Luft in den Aufwindschlauch einer Wolke angewandt, wobei der Wolkenrand, zumindest in der ursprünglichen Version von STOMMEL, als Diskontinuität angesehen wird. Der Entrainmentprozeß stellt also einen für physikalisch offene Systeme charakteristischen Austauschvorgang mit der Umgebung dar.

BALL (1960) übertrug den Begriff Entrainment aus der Wolkenphysik in den Bereich der vertikalen Transporte durch die Passatinversion und gab, auf der Grundlage eines Modell-experiments von ROUSE und DODU (1955), eine einfache quantitative Theorie für die Massen- und Wärmetransporte, zunächst für den Fall trockener Konvektion. Danach führt die thermische Konvektion, bedingt durch Heizung von der Unterlage, zu vertikaler Vermischung bis zum Inversionsniveau und zum "Anfressen" der stabilen Schicht oberhalb der Inversion, was eine weitere Heizung von oben durch adiabatisches Absinken bedeutet und die Inversion nach oben wandern läßt. Die Inversion bleibt, bei Stabilität der Oberschicht, scharf, denn die Unterschicht wird gut durchmischt, die Oberschicht jedoch führt laufend potentiell wärmere Luft nach unten. Gleichzeitig tritt durch die aufwärts wan-

dernde Inversion ein abwärts gerichteter Massentransport in die Unterschicht ein. Diese Modellvorstellung ist nicht auf den Fall trockener Konvektion beschränkt. Wenn die konvektiven Elemente nicht trockene "Thermals" sondern "Moistals" sind, so übernimmt der Fluß der latenten Wärme einen Teil der Produktion der zur Schichtdurchmischung erforderlichen kinetischen Energie, der von gleicher Ordnung oder größer ist als der vom sensiblen Wärmefluß beigetragene Teil.

GEISLER und KRAUS (1969) erweiterten das BALL'sche Modell zu einer Theorie der gut durchmischten Ekman-Schicht. Unter der Annahme, daß ein bestimmter Bruchteil (50 – 100 %) der reibungserzeugten kinetischen Energie zur Vertikalvermischung der Schicht zur Verfügung steht, berechneten sie die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten, die mittlere Temperatur sowie die Dicke der Schicht, jeweils als Funktion der Zeit bis zum Erreichen eines stationären Zustandes.

In den bisher genannten Untersuchungen wird das Schwergewicht der Betrachtung auf das physikalische Verständnis der Austauschvorgänge senkrecht zu atmosphärischen Diskontinuitätsflächen gelegt; eine ähnliche theoretische – und durch Modellexperimente erhärtete – Darstellung für die ozeanische Dichtesprungfläche geben KRAUS und TURNER (1967). Wenn man andererseits den Entrainment-Vorgang als gegeben hin- nimmt, so stellt sich die Frage nach den großskaligen Auswirkungen, die er hat. HANTEL (1972) berechnete für ein zonal symmetrisches Modell die horizontalen Massentransporte sowie den Energietransport in der Passatgrundschicht bei vorgegebener Entrainmentfunktion. Der sich ergebende meridionale Massentransport ist äquatorwärts gerichtet mit Divergenz in den Subtropen und Konvergenz in den inneren Tropen. Der resultierende zonale Massentransport entspricht im allgemeinen einer Ostströmung mit Ausnahme einer engen, am Äquator zentrierten Westwindzone. Eine in der vorliegenden Arbeit beseitigte Schwäche dieses Modells liegt darin, daß der meridionale Energietransport bis auf eine Konstante mit dem meridionalen Massentransport identisch ist. Mit anderen Worten: Die Nicht-Berücksichtigung des Hot-Tower-Mechanismus' in einem reinen Entrainmentmodell führt zur Entkoppelung der kinematischen von den thermodynamischen Vorgängen; die sich ergebende Hadley-Zelle wird getrieben von Entrainment und Bodenreibung. Eine korrekte Berechnung von Energieinhalt und Dicke der Schicht kann ein solches Modell nicht leisten.

Demgegenüber ist für die Modellierung der ozeanischen Oberschicht, in welcher, anders als in der Atmosphäre, hochreichende Konvektion keine dominierende Rolle spielt, das Entrainmentkonzept ausreichend. Es gestattet die Berechnung des baroklinen Anteils der Oberflächenströmungen sowie der Enthalpie und Dicke der Oberschicht tropisch-subtropischer Ozeane. Ein interessantes Ergebnis einer solchen Theorie ist das Auftreten zweier äquatorialer Gegenströme auf beiden Seiten des Äquators (HANTEL, 1971).

### 3. Der Hot-Tower-Mechanismus

Der Divergenz der passatischen Grundströmung in den Subtropen steht die Konvergenz der Strömung im Bereich der innertropischen Konvergenzzone gegenüber. Dabei ist zu beachten, daß nach den neueren Ergebnissen sowohl von der Seite der Beobachtungen (z.B. KORNFELD et al., 1967) wie auch von theoretischen Ansätzen her (z.B. BATES, 1970) die ITCZ keineswegs eine Zone einheitlicher Konvergenz ist. Je nach der synoptischen Situation wechseln Konvergenz- und Divergenzsituationen ab und selbst in Störungen ist außerhalb der Wolken Absinken zu beobachten. Davon bleibt natürlich die Tatsache unberührt, daß in der Bilanz der aufwärts gerichtete Massentransport überwiegt, der damit die Hadleyzelle niederer Breiten auf der Äquatorseite schließt.

RIEHL und MALKUS (1958) haben diesen Prozeß des Netto-Aufwärtstransportes von Masse und Wärme in den inneren Tropen mit ihrem Konzept der "undilute chimneys" bzw. der "hot towers" beschrieben. Danach existiert im Bereich des äquatorialen Troges stets eine Ansammlung hochreichender Cumulonimbus-Konvektionszellen, welche den Aufwärtstransport von Eigenschaften aus der atmosphärischen Grenzschicht unmittelbar in die Hochtroposphäre hinein besorgen. Die Vertikaltransporte in diesen heißen Türmen werden durch horizontale Vermischung nur wenig gestört. RIEHL und MALKUS entwickelten diese Vorstellung im Zusammenhang mit ihrer quantitativen Auswertung der Energietransporte in der äquatorialen Trogzone, gerechnet vom Trog um  $10^\circ$  Breite polwärts. Sie fanden das charakteristische Minimum der Gesamtenthalpie (bzw. der äquivalent-potentiellen Temperatur; vgl. auch Abschnitt 8) in der Vertikalen in ca. 600 mb, das sich zu den Subtropen hin absenkt; polwärts von etwa  $30^\circ$  Breite hat die Enthalpie kein Minimum in der Vertikalen, sondern wächst überall nach oben hin an — einer der grundlegenden Unterschiede der tropischen und der mittleren außertropischen Atmosphäre (vgl. dazu die neuere Abbildung Fig. 17.4 bei PALMEN und NEWTON, 1969).

Wie läßt sich der beobachtete Anstieg der Enthalpie in der ITCZ oberhalb des Minimums angesichts der Tatsache erklären, daß die gesamte Troposphäre aufgrund der langwelligen Ausstrahlung eine Wärmesenke darstellt? Der mittlere Wärmetransport der Hadleyzelle kann die Balance nicht leisten, denn er müßte die Hochtroposphäre sogar advektiv abkühlen. Hier liefert nun das Konzept der "undilute chimneys" einen plausiblen Mechanismus zum Hochtransport der oberflächennahen Wärme, deren Werte immer noch größer sind als die Enthalpiewerte oberhalb des Minimums bis etwa zur Tropopause, und die damit die Strahlungsverluste zwischen Minimum und Tropopause balancieren können. Die Autoren fanden jedoch darüber hinaus, daß selbst dann, wenn der gesamte Massentransport des aufsteigenden Astes der Hadleyzelle die Eigenschaften der Oberflächenluft unvermischt nach oben schaffen würde, der Energiehaushalt der Hochtroposphäre nicht ausgeglichen wäre. Sie nahmen daher weiter an, daß der Aufwärtstransport von Masse in den heißen Türmen größer ist als zur Massenbilanz nötig und durch entsprechendes Absinken im wolkenfreien Raum kompensiert wird. Die infolgedessen zuviel nach oben transportierte Wärme wird jedoch durch die abwärts transportierte Wärme nicht ausgeglichen, und dieser Effekt gestattet schließlich, sowohl Massen- wie Energiebilanz ins Gleichgewicht zu bringen.

Mit den Bezeichnungen von RIEHL und MALKUS (Anmerkung: Diese Bezeichnungen gelten nur für diesen Abschnitt; sie sind auch in der Symbolliste nicht aufgeführt) schreibt sich demnach der Wärmetransport:

$$H = \bar{M}_z \bar{Q}_0 + (\bar{Q}_0 - \bar{Q}) M' \quad (3.1)$$

Hier ist  $Q$  die Wärme im Niveau  $z$ ,  $Q_0$  die im Meeresniveau;  $M_z$  ist der vertikale Massentransport der Hadleyzelle,  $M'$  der zusätzliche Auf- bzw. Abwärtstransport, der Querstrich bedeutet zeitliche und horizontale Mittelung. Die Autoren betonen, daß die übliche formale Zerlegung des Wärmetransports in mittleren und fluktuativen Anteil hier physikalisch nicht korrekt ist, weil der mittlere Massenfluß  $M_z$  in der Tat keine mittlere Enthalpie  $Q$  transportiert. Vielmehr wirken die heißen Türme wie Injektionsnadeln, die Masse und Energie (und voraussichtlich auch andere Eigenschaften) aus der planetarischen Grenzschicht in die mittlere und hohe Troposphäre ejsizieren. Dabei bedecken diese Aufwärtsschlote im Mittel nur 1 Promille der Fläche des  $20^\circ$  breiten Äquatorialstreifens, und etwa 1500 – 5000 solcher Zellen genügen für den benötigten Wärmetransport.

Wir sehen es nicht als die Aufgabe der vorliegenden Untersuchung an, diese heute allgemein anerkannten Vorstellungen von RIEHL und MALKUS im einzelnen weiter zu verfolgen. Dazu sind in jedem Falle detaillierte Studien der tropischen Konvektionszelle, ihrer Auftriebs- und Absinkgebiete erforderlich. Insbesondere spielen die Entrainment- und Detrainmentvorgänge an der einzelnen Wolke mit Sicherheit eine beherrschende Rolle für ihren Energiehaushalt (vgl. etwa BREUER et al., 1972). Wir betrachten hier vielmehr das Hot-Tower-Konzept als einen differentiellen Transportmechanismus, dessen Fruchtbarkeit für großskalige Zirkulationsprozesse wir prüfen wollen. Dementsprechend notieren wir die ursprüngliche Gleichung (3.1) in der Form

$$H = (\bar{M}_z + M') \bar{Q}_0 - M' \bar{Q} \quad (3.2)$$

und bezeichnen den aufwärts gerichteten Massentransport  $\bar{M}_z + M'$  als Hot-Tower-Funktion HT, und den abwärts gerichteten Massentransport  $M'$  als Entrainmentfunktion EN. Beide Funktionen werden im allgemeinen von den Horizontalkoordinaten und der Zeit abhängen. Sie sind nicht-negativ. Bild 1.1 zeigt schematisch die Modellvorstellung.

Während RIEHL und MALKUS den Ansatz (3.2) zunächst nur auf den Wärmetransport anwandten, benutzen wir diese Gleichung nun überhaupt als Transportgleichung auch für andere austauschbare Eigenschaften  $Q$ : Zunächst, wie vorher, für die totale Enthalpie, sodann für die Masse und schließlich für die Komponenten des Horizontalimpulses. Entsprechende Formulierungen für die spezifische Feuchte, die potentielle und äquivalent-potentielle Temperatur oder atmosphärische Spurenstoffe wären ebenfalls möglich.

Zum Schluß dieses Abschnitts sei noch ein interessanter Reibungsansatz von GRIESSEIER und JACOBSEN (1970) erwähnt, bei dem der Vektor der horizontalen Schubspannung nicht in üblicher Weise durch die vertikale Windscherung parametrisiert wird, sondern in der zusätzlich ein zum aktuellen Wind proportionaler Reibungsterm auftritt. Die Proportionalitätskonstante  $k^*$  hat die Dimension einer Geschwindigkeit und parametrisiert den Einfluß der konvektiven Zusatzbewegungen auf das mittlere Strömungsfeld. Dieser von kinematischen Gesichtspunkten ausgehende Ansatz ist zunächst nur anwendbar auf die Impulstransport-Gleichungen; eine Übertragung auf die Energiegleichung erscheint nicht ohne weiteres möglich. Es zeigt sich jedoch (vgl. Abschnitt 7), daß nach Vertikalintegration der Impulstransport-Gleichungen der Ansatz von GRIESSEIER und JACOBSEN mit dem Ausdruck (3.2) im wesentlichen identisch wird: Die Konstante dieser Autoren erweist sich als das gewogene Mittel aus der Entrainmentgeschwindigkeit und der Aufquellgeschwindigkeit im Cumulonimbus. Damit wird auch von kinematischer Seite her die Fruchtbarkeit des in (3.2) formulierten differentiellen Transportmechanismus' unterstrichen. Einschränkend sei allerdings bemerkt, daß die verschiedenen denkbaren Reibungsansätze, wie stark sie auch das vertikale Windfeld in der planetarischen Grenzschicht

beeinflussen, für die großskalige horizontale Struktur der integrierten Massentransporte von geringerer Bedeutung sind. Qualitativ erkennt man dies so: Der Hot-Tower-Mechanismus transportiert den bodennahen Wind aufwärts — dieser ist jedoch relativ klein. Man erwartet also den größeren Einfluß vom Höhenwind, der durch Entrainment abwärts transportiert wird. Eine Skalenargumentation (vgl. Abschnitt 10) zeigt jedoch, daß das Entrainmentglied mit der Rossbyzahl belegt ist, und so für großskalige Bewegungen vernachlässigbar wird<sup>1)</sup>. Damit setzt sich letzten Endes im vertikalen Impulstransport der Hot-Tower-Mechanismus als dominant durch.

---

1) Anmerkung: Dies gilt nicht mehr bei sehr scharfer ITCZ (Breitenerstreckung  $< 1^\circ$ ), weil dann die Skala von Hot-Tower- und Entrainmentfunktion die Größenordnung 10 – 100 annehmen kann und dadurch der Abwärtstransport von Höhenwind ebenfalls sehr an Einfluß gewinnt. Über entsprechende Lösungen der Modellgleichungen für diese Fälle wird an anderer Stelle berichtet werden.

## 4. Das Modell

Der Modellbereich zusammen mit dem benutzten Koordinatensystem ist in Bild 4.1 skizziert. Die im nächsten Abschnitt zusammengestellten Grundgleichungen werden anschließend in der Vertikalen vom Meeresniveau bis zur Grenzfläche  $h(x, y, t)$  integriert (Abschnitte 6 bis 8). Prinzipiell ist die Höhenlage von  $h$  beliebig (natürlich soll  $h$  überall stetig sein) und stellt (über die Funktion  $Q$ ) eine der wesentlichen Unbekannten des Modells dar. Die weiteren Unbekannten sind die horizontalen Massentransport-Komponenten und die Gesamthalpie. Die Schließung des Gleichungssystems geschieht in den vertikalen Korrelationsausdrücken durch Bezug auf Beobachtungsdaten (Abschnitte 7, 8), während bei den Druckgradienten eine eingehendere Betrachtung nötig ist (Abschnitt 9). Für das damit abgeschlossene Modell wird in Abschnitt 10 eine Skalenanalyse für den stationären Spezialfall durchgeführt. Für den zusätzlich zonal symmetrischen Spezialfall werden in Abschnitt 11 numerische Lösungen anhand von Beobachtungen und in den Abschnitten 12, 13 analytische Lösungen anhand synthetischer Antriebsfunktionen angegeben. In Abschnitt 14 werden die Resultate im Rahmen allgemeiner Modellvorstellungen diskutiert.

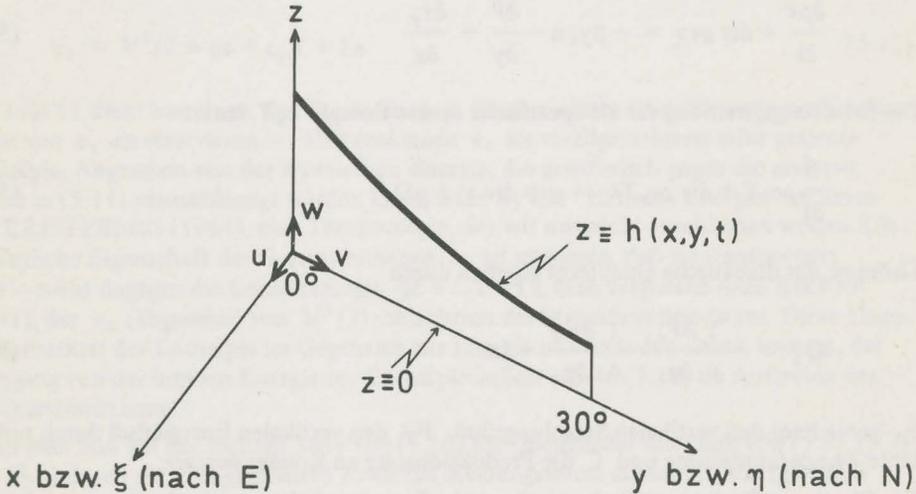


Bild 4.1. Modellbereich (Äquator bis  $30^\circ$  geographische Breite) und benutztes Koordinatensystem

## 5. Grundgleichungen

Als Grundgleichungen für das Modell verwenden wir die üblichen Bilanzbeziehungen für die konservativen physikalischen Größen Masse, Impuls, Energie und Wasserdampf. Wir gehen dabei von solchen Formulierungen der Erhaltungssätze aus, in denen die irreversiblen molekularen und turbulenten Flüsse bereits durch zeitliche oder räumliche Filtrierung (FORTAK, 1968) isoliert und in geeigneter Weise parametrisiert sind. Die Kontinuitätsgleichung sowie die horizontalen Impulserhaltungsgleichungen in der äquatorialen  $\beta$ -Ebene lauten (vgl. Symbolliste; die weniger üblichen Bezeichnungen werden überdies im Text erläutert):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \underline{v} = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div } \rho u \underline{v} = \beta y \rho v - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial z} \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div } \rho v \underline{v} = -\beta y \rho u - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_y}{\partial z} \quad (5.3)$$

Die Erhaltungsgleichung für die spezifische innere Energie  $c_v T$  lautet

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho c_v T + \text{div } \rho c_v T \underline{v} = -p \text{div } \underline{v} + \rho Q_T \quad (5.4)$$

Dabei ist der diabatische Quellterm gegeben durch

$$Q_T := -\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_T}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_T}{\partial z} + LC \quad (5.5)$$

$F_T$  bezeichnet den vertikalen Strahlungsfluß,  $F_T$  den vertikalen Energiefluß durch turbulente Temperaturleitung und  $C$  die Produktionsrate an Kondenswasser.

Die Gleichung für die spezifische mechanische Energie erhält man aus den horizontalen Impulserhaltungsgleichungen zusammen mit der hydrostatischen Näherung (die wir in diesem Modell durchweg als gültig annehmen wollen) in der Form

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho (\mathbb{W}^2/2 + gz)] + \text{div} [\rho (\mathbb{W}^2/2 + gz + p/\rho) \underline{v}] = p \text{div } \underline{v} + \rho F \quad (5.6)$$

Dabei ist der (positive oder negative) Produktionsterm der mechanischen Energie durch die Reibung bedingt und lautet

$$\rho F := u \frac{\partial \tau_x}{\partial z} + v \frac{\partial \tau_y}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \mathbb{W} \mathbb{T} - \mathbb{T} \frac{\partial \mathbb{W}}{\partial z} \quad (5.7)$$

Schließlich gilt für Wasserdampf (Mischungsverhältnis bzw. spezifische Feuchte  $s$ ) die Bilanzgleichung

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \operatorname{div} \rho s \underline{v} = \rho Q_s \quad (5.8)$$

mit dem Feuchtequellterm

$$Q_s := -\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_s}{\partial z} - C \quad (5.9)$$

C tritt hier mit umgekehrtem Vorzeichen auf als in (5.5);  $F_s$  ist der vertikale Fluß von Wasserdampf aufgrund turbulenter Diffusion.

Addition der Energiegleichungen (5.4), (5.6) und (5.8) – letztere nach vorheriger Durchmultiplikation mit  $L$  – liefert nach einfacher Umformung

$$\frac{\partial \rho e_1}{\partial t} + \operatorname{div} \rho e_1 \underline{v} = \rho (Q_T + LQ_s + F) + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (5.10)$$

Dabei ist  $e_1$  gegeben durch

$$e_1 := \mathbb{V}^2/2 + gz + c_p T + Ls \quad (5.11)$$

Der Index 1 dient hier dazu, den Buchstaben  $e$  für eine später einzuführende einfachere Form von  $e_1$  zu reservieren. – Wir bezeichnen  $e_1$  als verallgemeinerte oder gesamte Enthalpie. Abgesehen von der kinetischen Energie, die gewöhnlich gegen die anderen Terme in (5.11) vernachlässigt werden kann, wäre  $e_1$  die "statische Energie" im Sinne von KREITZBERG (1964), eine Terminologie, der wir uns nicht anschließen wollen. Die wesentliche Eigenschaft der Gesamtenthalpie  $e_1$  ist es gerade, daß sie transportiert wird – nicht dagegen die Gesamtenergie  $gz + c_p T + Ls$ . Man vergleiche dazu KIEFER (1941), der  $e_1$  (abgesehen von  $\mathbb{V}^2/2$ ) schlechthin die Stromfunktion nennt. Diese Transportierbarkeit der Enthalpie im Gegensatz zur Energie ist durch den Druck bedingt, der Übergang von der inneren Energie zur Enthalpie äußert sich in (5.10) im Auftreten des Drucktendenzterms.

Wenn man nun auf der rechten Seite von (5.10) die Quellglieder mit Hilfe von (5.5), (5.7) und (5.9) durch die Flußgradienten sowie die Reibungsterme ausdrückt, so ergibt sich

$$\frac{\partial \rho e_1}{\partial t} + \operatorname{div} \rho e_1 \underline{v} = -\frac{\partial}{\partial z} (F_r + F_T + LF_s - \mathbb{V}\mathbb{T}) - \mathbb{T} \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (5.12)$$

Hier erscheint der Reibungseinfluß zerlegt in den Vertikalgradienten eines Energieflusses und einen Dissipationsterm. Letzterer schreibt sich mit der üblichen Parametrisierung

$$\mathbb{T} \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial z} = \mu \left( \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial z} \right)^2 \quad (5.13)$$

wobei  $\mu$  die (positive) dynamische turbulente Zähigkeit ist. Dieses Glied leistet daher stets einen negativen Beitrag zur Energieerzeugung; es ist nicht darstellbar durch die Divergenz eines Flusses, sondern beschreibt die dissipative Energievernichtung (vgl. etwa LANDAU und LIFSCHITZ, 1959, § 16).

Die Energiegleichung (5.12) hat die wesentliche Eigenschaft, vom Transport flüssigen Wassers im Volumen unabhängig zu sein. Ihre Gültigkeit wird beispielsweise nicht verändert, wenn Wassertropfen von oben durch die Grenzfläche ins Volumen hineinfallen, im Innern vollständig oder teilweise verdampfen und das Volumen wieder verlassen. Ebenso wenig wird (5.12) gestört durch Kondensation von Wasserdampf im Innern und anschließendes Ausregnen. Lediglich der Transport von Wasserdampf geht maßgeblich ein, ist jedoch in der Gesamtenthalpie auch berücksichtigt. In dieser Unabhängigkeit von den Kondensations-, Verdampfungs- und Niederschlagsprozessen liegt einer der Vorzüge der Bilanzgleichung für die Gesamtenthalpie. Vorsicht ist natürlich geboten bei Verwendung des Begriffes diabatische Heizung. Wenn wir vom Dissipationsterm und vom Drucktendenzterm absehen, so geschieht die diabatische Heizung in (5.12) nur durch Strahlung, mikroturbulente Wasserdampf- und Wärmeflüsse sowie durch Konversion turbulenter kinetischer Energie. In der Literatur wird dagegen häufig die diabatische Heizung der "trockenen" Energiegleichung angegeben (NEWELL et al., 1969) oder in Modellrechnungen benutzt (so in der gedankenreichen Abhandlung von DICKINSON, 1971 a, b) – in diesen Fällen ist natürlich, anders als hier, die Produktionsrate an Kondenswasser das entscheidende Glied in der Heizungsfunktion.

Die Grundgleichungen des vorliegenden Modells sind die Erhaltungssätze (5.1) – (5.3) sowie (5.12).

## 6. Die Kontinuitätsgleichung

Die zwischen  $z \equiv 0$  und  $z \equiv h(x, y, t)$  vertikalintegrierte Kontinuitätsgleichung (5.1) lautet

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = -\rho_h w^* \quad (6.1)$$

Hier ist

$$Q := \int_0^h \rho dz = (p_0 - p_h)/g \quad (6.2)$$

die Gesamtmasse der Schicht zwischen 0 und  $h$ , bezogen auf die Fläche. Der Vektor des horizontalen Massentransportes ist gegeben durch

$$\begin{pmatrix} M \\ N \end{pmatrix} = \int_0^h \rho \nabla dz = \frac{1}{g} \int_0^h \nabla dp \quad (6.3)$$

Die Größe

$$w^* := w_h - \left( \frac{\partial h}{\partial t} + u_h \frac{\partial h}{\partial x} + v_h \frac{\partial h}{\partial y} \right) \quad (6.4)$$

beschreibt die Vertikalgeschwindigkeit von Luftquanten im Niveau  $h$ , jedoch relativ zu  $h$ . Diese Geschwindigkeitskomponente relativ zur  $h$ -Fläche ist Null, wenn diese Schicht eine materielle massendurchlässige Grenzfläche ist (partikelkonstante Grenzfläche im Sinne von ERTEL, 1936). Gerade diese Voraussetzung ist aber im allgemeinen nicht erfüllt, und zwar insbesondere nicht für die Passatinversion, wie die hohen Werte der vertikal abwärts gerichteten Massentransporte der Hadley-Zelle zeigen (z.B. NEWELL et al., 1969). Wir setzen daher die Grenzfläche als massendurchlässig voraus und interpretieren  $w^*$  als die vertikale Entrainmentgeschwindigkeit.

Die anschauliche Bedeutung von  $w^*$  im Bereich der Passatinversion wird klarer durch die Analogie zu dem oben genannten inkompressiblen Experiment von ROUSE und DODU (1955). Danach ist die positive Entrainmentgeschwindigkeit eine Mischungsgeschwindigkeit, die durch turbulente Austauschprozesse in der Passatgrundschicht zustande kommt. Die Interpretation dieser Austauschprozesse als Entrainment, d.h. durch eine virtuelle "Vertikalgeschwindigkeit der Passatinversion", stellt die eigentliche Parametrisierung des Prozesses dar, hat aber mit den Vorgängen selbst nichts zu tun. Man kann sich die Grenzfläche etwa realisiert denken durch eine durchlässige Membran oder ein Sieb. Fassen wir den Fall einer horizontalen Grenzfläche ins Auge, die sich in einer ruhenden Flüssigkeit aufwärts bewegt (Bild 6.1). In dem Ausdruck (6.4) für  $w^*$  verschwindet dann  $w_h$  (Flüssigkeit ruht) ebenso wie  $\partial h/\partial x$  und  $\partial h/\partial y$ , woraus folgt

$$w^* = -\frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.5)$$

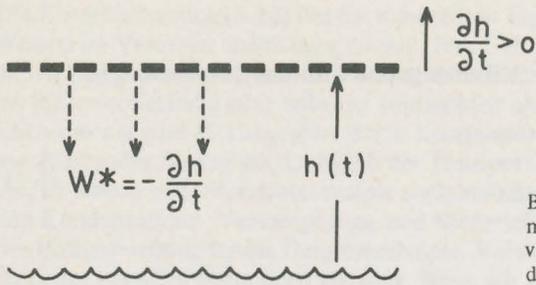


Bild 6.1. Parametrisierung des Entrainmentprozesses senkrecht zur Passatinversion durch virtuelle Vertikalgeschwindigkeit der Grenzfläche (schematisch)

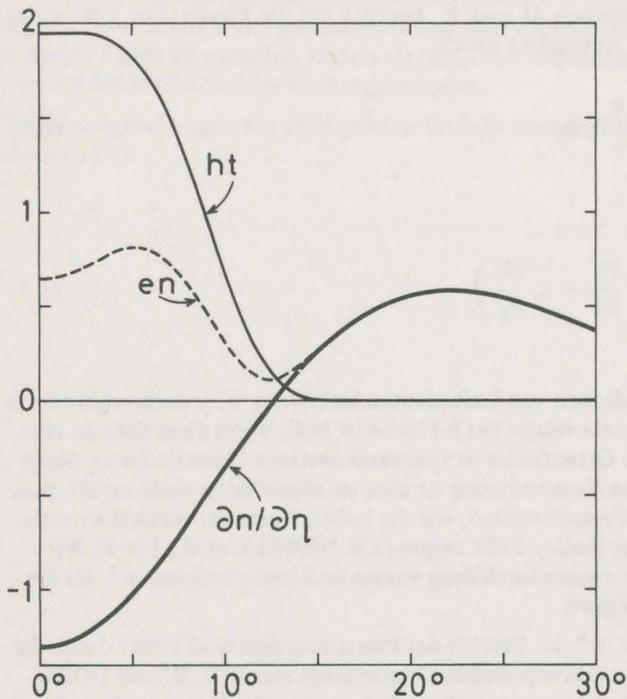


Bild 6.2. Schematischer Verlauf der Entrainmentfunktion, der Hot-Tower-Funktion und der Divergenz des horizontalen Massentransports mit der geographischen Breite

$w^*$  ist also die Vertikalgeschwindigkeit der Massenpartikel relativ zur Grenzfläche, und in diesem Fall negativ. Der Massenzuwachs der Grundschicht wird im Fall stationärer Lage der Passatinversion balanciert durch die horizontale Divergenz des Massenflusses, wie man an (6.1) erkennt. Im Fall konvergenten Massenflußfeldes muß dagegen ein Massentransport durch die Grenzfläche nach oben hin vor sich gehen. Mit dem in Abschnitt 3 entwickelten differentiellen Transportmechanismus, der durch die Entrainment- und Hot-Tower-Funktion parametrisiert wird, schreibt sich die rechte Seite von (6.1):

$$-\rho_h w^* \equiv EN - HT$$

(6.6)

Beide Funktionen der rechten Seite hängen im allgemeinen Fall von den Horizontalkoordinaten  $x, y$  und der Zeit  $t$  ab. Sie sind entweder positiv oder Null, negative Werte für EN oder HT betrachten wir nicht als sinnvoll. Während die Entrainmentfunktion in den Subtropen den ROUSE und DODU-Mechanismus des Abwärtstransports von Masse und Energie durch die Passatinversion hindurch nach unten und in der ITCZ den "downdraft"-Mechanismus außerhalb der tropischen Cumuli parametrisiert und damit voraussichtlich überall in der Tropenzone maßvoll positive Werte hat, wird man von der Hot-Tower-Funktion erwarten, daß sie im ITCZ-Bereich extreme positive Werte annimmt, in den Subtropen jedoch praktisch verschwindet. Der ungefähre Verlauf der Antriebsfunktionen EN und HT wird etwa so zu erwarten sein wie in Bild 6.2 skizziert. Man erkennt, daß das Massentransportfeld nach (6.1) in den Subtropen divergent, in der ITCZ dagegen konvergent ist, wie es den Beobachtungen der Hadleyzelle entspricht.

## 7. Die Transportgleichungen

Die Vertikalintegration zwischen 0 und  $h(x, y, t)$  führt die Impulserhaltungsgleichungen (5.2), (5.3) in die horizontalen Transportgleichungen über:

$$\frac{\partial M}{\partial t} + I_x = u_h EN - u_o HT + \beta y N - \int_0^h \frac{\partial p}{\partial x} dz + \tau_{xh} - \tau_{xo} \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + I_y = v_h EN - v_o HT - \beta y M - \int_0^h \frac{\partial p}{\partial y} dz + \tau_{yh} - \tau_{yo} \quad (7.2)$$

Die Funktionsnamen  $M, N, EN, HT$  sind bereits im vorigen Abschnitt eingeführt worden. Die Indizes  $0, h$  bezeichnen wie vorher das Niveau des Meeresspiegels bzw. der oberen Grenzfläche des Modells. Die integrierten Advektionsterme

$$\left. \begin{aligned} I_x &:= \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u \rho u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h v \rho u dz \\ I_y &:= \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u \rho v dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h v \rho v dz \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

lassen sich näherungsweise durch

$$\left. \begin{aligned} I_x &\simeq \frac{\partial}{\partial x} \frac{MM}{Q} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{NM}{Q} \\ I_y &\simeq \frac{\partial}{\partial x} \frac{MN}{Q} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{NN}{Q} \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

ersetzen. Dabei sind die vertikalen Korrelationen zwischen den Geschwindigkeitskomponenten und der Dichte vernachlässigt worden. Eine komplexere Parametrisierung nach FORTAK (1969) ergibt sich bei Berücksichtigung der vertikalen Fluktuationen des horizontalen Geschwindigkeitsfeldes, jedoch ebenfalls unter Vernachlässigung der Dichteschwankungen, beispielsweise

$$\int_0^h u \rho v dz = \widehat{uv}Q = \widehat{u} \widehat{v} Q \left( 1 + \frac{\widehat{u^* v^*}}{\widehat{u} \widehat{v}} \right) \quad (7.5)$$

Dabei bezeichnet der Operator  $\widehat{\phantom{x}}$  das vertikale baryzentrische Mittel und  $u^*/\widehat{u}, v^*/\widehat{v}$  die relativen Geschwindigkeitsfluktuationen als Abweichungen vom Mittel. Man separiert den Korrelationsterm in der Klammer durch die plausible Annahme, daß  $u, v$  im Niveau  $h$  in den geostrophischen Wind übergehen, der als gegeben betrachtet wird, sowie daß das Profil  $u^*(z), v^*(z)$  als geeignet vorgegebene Windspirale theoretisch oder aus Messungen bekannt sei.

Schwierigkeiten mit (7.5) sind zu erwarten; wenn das Niveau  $h$  so hoch liegt, daß es zwei übereinanderliegende Schichten entgegengesetzter Windrichtungen umfaßt; dann können die Mittelwerte  $\widehat{u}, \widehat{v}$  sehr klein werden oder verschwinden, und die Schreibweise

(7.5) wird dann nicht besonders brauchbar sein. In der vorliegenden Darstellung wird man dies nicht erwarten, denn hier nehmen wir eher an, daß das Niveau von  $h$  zwischen den beiden von PALMEN (1956) für  $13^\circ$  N angegebenen Niveaus: Maximum der E-Winde (905 mb) und Verschwinden der N-Winde (700 mb) liegt; unter diesen Voraussetzungen verschwinden weder  $\hat{u}$  noch  $\hat{v}$ , vielmehr geben sie einen repräsentativen Mittelwert für den Horizontalwind in dieser Schicht. In der Tat zeigen Datenauswertungen, daß diese Annahmen erfüllt sind (KÖHNE, 1972).

Die Formulierung (7.5) würde es hier ermöglichen, die vertikalen Korrelationsglieder als zusätzliche Antriebsfunktionen anzusehen. Im Rahmen der vorliegenden Darstellung verzichten wir auf diese Parametrisierung, weil sich zeigen wird, daß für die vorwiegend interessierende großskalige stationäre Zirkulation mit kleiner Rossbyzahl die Terme (7.4) vernachlässigbar werden.

Zur weiteren Umformung von (7.1), (7.2) setzen wir für den Zusammenhang von Wind und Windschub an der Untergrenze des Modells die übliche Randbedingung an:

$$\mathbb{T}_0 = C_D \rho_0 |\mathbb{V}_0| \mathbb{V}_0 \quad (7.6)$$

Diese Gleichung dient zur Elimination von  $u_0, v_0$  in (7.1), (7.2). Den Windschub  $\mathbb{T}_h$  im Niveau der Obergrenze des Modells vernachlässigen wir demgegenüber. In der Tat ist die Schubspannung oberhalb der planetarischen Reibungsschicht voraussichtlich um eine Ordnung kleiner als an ihrer Untergrenze (vgl. etwa die Auswertung von ESTOQUE, 1971, für Christmas Island,  $2^\circ$  N). Den Windschub an der Untergrenze im Niveau des Meeresspiegels parametrisieren wir mit einem GULDBERG-MOHN'schen Ansatz durch den Massentransportvektor:

$$\mathbb{T}_0 = k \begin{pmatrix} M \\ N \end{pmatrix}, \quad k = \text{magn} (10^{-5} \text{ sec}^{-1}) \quad (7.7)$$

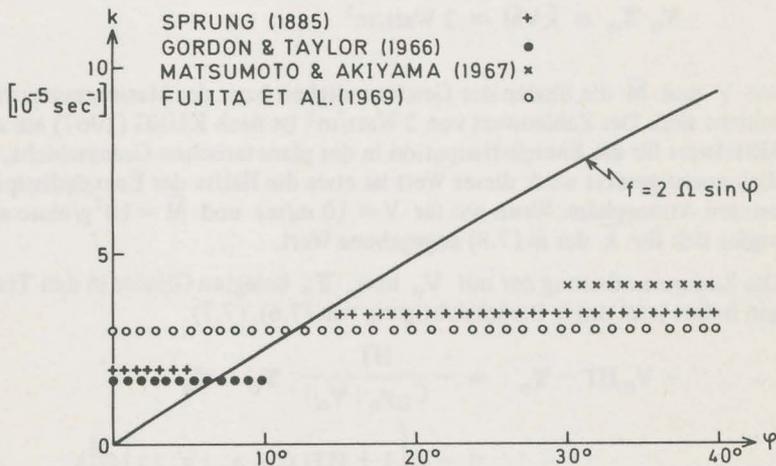


Bild 7.1. Meßwerte des GULDBERG-MOHN'schen Bodenreibungskoeffizienten als Funktion der Breite

Dieser Ansatz wurde auch von GORDON und TAYLOR (1966) für die Tropen verwendet; er ist selbstverständlich nur gültig für gemittelte (d.h. vertikal integrierte) Bewegungsgleichungen. Für den Proportionalitätsfaktor  $k$  (im folgenden stets in der Einheit  $10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ ) haben FUJITA et al. (1969) aus Bewegungen von ATS-Wolkenbildern durch Anwendung der Vorticitygleichung mit Reibung Werte zwischen 1 und 5 erhalten. Diese Werte gelten für den Bereich des tropischen Pazifiks zwischen etwa  $30^\circ\text{N} - 20^\circ\text{S}$  und  $90^\circ\text{W} - 160^\circ\text{W}$ ; eine Darstellung von  $k$  als Funktion der geographischen Breite geben FUJITA et al. nicht. Nach Bild 7.1 scheint jedoch die Existenz einer derartigen Abhängigkeit nicht ausgeschlossen zu sein. Eingetragen sind soweit wie möglich nur über dem Ozean gewonnene Werte von  $k$ ; die alten Angaben hat SPRUNG (1885) von GULDBERG und MOHN übernommen. Die Daten von MATSUMOTO und AKIYAMA sind unzugänglich; sie werden von FUJITA et al. zitiert und sollen für Starkregenfälle über Japan gelten. Von den von FUJITA et al. gewonnenen Daten ist nur der Mittelwert 3 eingetragen. Auch für die Daten von GORDON und TAYLOR ist nur der Mittelwert 1.7 gezeichnet. Diese Autoren geben keinen genauen Gültigkeitsbereich ihrer Reibungskonstanten bezüglich der geographischen Breite an, sondern nur, daß sie für die inneren Tropen gelten; für ihre Modellrechnungen in diesem Bereich benutzen sie  $k = 2.5$ , während nach ihren Angaben Flugzeugauswertungen über dem Indischen Ozean in ca. 500 m Höhe  $k = 0.6$  lieferten.

Nach diesen Bemerkungen erscheint es nicht überflüssig, der Frage der Breitenabhängigkeit von  $k$ , jeweils in Relation zum Coriolisparameter, mehr Aufmerksamkeit zu schenken. Für die vorliegende Untersuchung beschränken wir uns auf einen Ansatz mit linearem polwärtigem Anstieg:

$$k = \bar{k}(1 + y/30^\circ), \quad \bar{k} = 2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1} \quad (7.8)$$

Die Größenordnung des Skalenwertes  $\bar{k}$  stimmt mit der beobachteten Energiedissipation in der planetarischen Grenzschicht überein. Mit den bisherigen Näherungen ist diese gegeben durch

$$\mathbb{V}_0 \mathbb{T}_0 \simeq \bar{k} \bar{V} \bar{M} \simeq 2 \text{ Watt/m}^2 \quad (7.9)$$

wo  $V$  und  $\bar{M}$  die Skalen der Geschwindigkeit bzw. des Massentransports in der Grenzschicht sind. Der Zahlenwert von  $2 \text{ Watt/m}^2$  ist nach KUNG (1967) ein repräsentativer Mittelwert für die Energiedissipation in der planetarischen Grenzschicht, die als 100 mb dick vorausgesetzt wird; dieser Wert ist etwa die Hälfte der Energiedissipation in der gesamten Atmosphäre. Wenn wir für  $V = 10 \text{ m/sec}$  und  $\bar{M} = 10^7 \text{ g/msec}$  annehmen, so ergibt sich für  $\bar{k}$  der in (7.8) angegebene Wert.

Die Zusammenfassung der mit  $\mathbb{V}_0$  bzw.  $\mathbb{T}_0$  belegten Glieder in den Transportgleichungen liefert jetzt unter Berücksichtigung von (7.6), (7.7):

$$\begin{aligned} -\mathbb{V}_0 \text{HT} - \mathbb{T}_0 &= -\frac{\text{HT}}{C_D \rho_0 |\mathbb{V}_0|} \mathbb{T}_0 - \mathbb{T}_0 \\ &= -\underbrace{k \left\{ 1 + \text{HT} / (C_D \rho_0 |\mathbb{V}_0|) \right\}}_{\text{IF}(x, y, t)} \left( \frac{M}{N} \right) \end{aligned} \quad (7.10)$$

Der unterklammerte Ausdruck bekommt den Funktionsnamen IF. Diese Reibungsfunktion ("internal friction"), welche die Breitenabhängigkeit von  $k$ , HT und  $\mathbb{V}_0$  enthält, stellt einen der zu spezifizierenden Parameter des vorliegenden Modells dar. Wir betrachten IF nicht als Antriebsfunktion, weil dieser Ausdruck in den Transportgleichungen nur als Koeffizient in den Reibungsgliedern auftritt.

An dieser Stelle sei nochmals auf den Zusammenhang der hier versuchten Parametrisierung der Konvektion mit dem von GRIESSEIER und JACOBSEN (1970) diskutierten Ansatz hingewiesen. Letzterer schreibt sich nach Vertikalintegration in der hier benutzten Terminologie und mit den obigen Vernachlässigungen (nur für die x-Koordinate):

$$u_h \rho \kappa^* - u_0 \rho \kappa^* - kM \quad (7.11)$$

Der Vergleich mit (7.1) zeigt, daß man den Faktor  $\rho \kappa^*$  im ersten Term mit der Entrainmentfunktion zu identifizieren hat, im zweiten Term dagegen mit der Hot-Tower-Funktion; Gleichung (6.6) weist darüber hinaus auf einen Zusammenhang von  $-\kappa^*$  und unserer virtuellen Massenaustauschgeschwindigkeit  $w^*$  hin. Die Autoren benutzen in ihrer Theorie keine thermodynamische Information und setzen den Geschwindigkeitsparameter  $\kappa^*$  daher zunächst vertikal konstant. In der Darstellung hier zeigt sich der wesentliche Einfluß, den die thermodynamischen Vorgänge auf die konvektiven Prozesse haben; er äußert sich in einem starken und variablen Vertikalgradienten von  $\kappa^*$ , der in den inneren Tropen negativ, im Passat positiv ist. — Die Umformung des integrierten Druckgradienten verschieben wir auf den übernächsten Abschnitt, weil dazu eine nähere Betrachtung der energetischen Größen notwendig ist.

## 8. Die Energiegleichung

Die Gleichung (5.10) für die gesamte Enthalpie lautet nach Vertikalintegration

$$\frac{\partial E_1}{\partial t} + E_{1xy} = e_{1h}EN - e_{10}HT + RLS + \int_0^h \frac{\partial p}{\partial t} dz \quad (8.1)$$

Die integrierte Gesamtenthalpie ist

$$E_1 := \int_0^h \rho e_1 dz = \frac{1}{g} \int_0^h (\mathbb{V}^2/2 + gz + c_p T + Ls) dp \quad (8.2)$$

Für die integrierten advektiven Transporte

$$E_{1xy} := \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h \rho e_1 u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^h \rho e_1 v dz \quad (8.3)$$

zeigt sich (KÖHNE, 1972), daß die Gesamtenthalpie mit dem Geschwindigkeitsfeld praktisch nicht korreliert ist, so daß mit großer Näherung gilt

$$E_{1xy} \simeq \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{ME_1}{Q} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{NE_1}{Q} \right) \quad (8.4)$$

In der Abkürzung RLS sind alle diabatischen Energieterme zusammengefaßt:

$$RLS(x, y, t) := (r_o - r_h) + (h_{TO} - h_{Th}) + L(h_{so} - h_{sh}) - \mathbb{V}_o \mathbb{T}_o - \int_0^h \mathbb{T} \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial z} dz \quad (8.5)$$

Die mikroturbulenten Vertikalflüsse  $h_{Th}$  und  $h_{sh}$  im Niveau der Obergrenze des Modells sind so gut wie unbekannt und voraussichtlich von kleinerer Ordnung als die in (8.5) vertretenen gerichteten Transporte; wir vernachlässigen sie daher. Für die Strahlungsflüsse und die mikroturbulenten Flüsse fühlbarer und latenter Wärme nehmen wir Daten von BUNKER (1971), vgl. Tabelle 8.1. Der Quellterm  $\mathbb{V}_h \mathbb{T}_h$  verschwindet wegen der oben genannten Gründe. Für  $\mathbb{V}_o \mathbb{T}_o$  ergibt sich mit dem Ansatz (7.6) für konservative Größenordnungen von  $C_D, \rho_o, |\mathbb{V}_o|$  der Tabellenwert. Für den Dissipationsterm in (8.5) verwenden wir den Ansatz (5.13) zur Elimination von  $\partial \mathbb{V} / \partial z$ , mit  $\mu = 100 \text{ g/cmsec}$  (ROLL, 1965); eine mittlere Höhe der Schicht von  $h = 1000 \text{ m}$  liefert den Tabellenwert, der mit dem in (7.9) gegebenen Wert nach KUNG (1967) genau übereinstimmt. Man erkennt, daß Reibungs- und Dissipationsglieder um mehrere Ordnungen kleiner sind als die Quellterme fühlbarer und latenter Wärme. Danach betrachten wir die Antriebsfunktion RLS als praktisch ausschließlich durch die Komponenten  $r_o - r_h, h_{TO}$  und  $Lh_{so}$  gegeben, wobei in erster Näherung auch die Strahlung vernachlässigt werden kann.

Bei Darstellungen der totalen Enthalpie fällt auf, daß diese mit der äquivalent-potentiellen Temperatur weitgehend identische Größe in der gesamten tropischen und subtropischen Troposphäre nur relativ geringe Schwankungen von etwa 10 % aufweist (RIEHL und MALKUS, 1958, Fig. 15; PALMEN und NEWTON, 1969, Fig. 17.4; MADDEN und

ROBITAILLE, 1970, Fig. 1). Es liegt daher nahe, entsprechend dem Konzept der verfügbaren potentiellen Energie, einen konstanten Nullwert von  $e_1$  bzw.  $E_1$  abzuspalten. Wenn wir diesen Nullwert als durch eine passende mittlere und überall konstante Temperatur  $\bar{T}$ , gültig für die untere tropische Troposphäre, gegeben denken, so setzen wir für die reduzierte Gesamtenthalpie

$$e_2 := e_1 - c_p \bar{T} = \mathbb{V}^2/2 + gz + c_p (T - \bar{T}) + Ls \quad (8.6)$$

Tabelle 8.1 Größenordnung einiger diabatischer Energiequellterme (in cal/m<sup>2</sup>sec)

	13°N–3°N	3°N–3°S	3°S–13°S	Mittelwert	Quelle
$r_o - r_h$	-3.5	-8.8	-2.1		BUNKER, 1971
$h_{TO} + Lh_{so}$	33.7	26.3	45.7		BUNKER, 1971
$\mathbb{V}_o \mathbb{T}_o$				.25	Geschätzt
$\int_o^h \mathbb{T} \frac{\partial \mathbb{V}}{\partial z} dz$				.4	Geschätzt

und für die reduzierte und integrierte Gesamtenthalpie

$$E := \int_o^h \rho e_2 dz = E_1 - \int_o^h \rho c_p \bar{T} dz = E_1 - c_p \bar{T} Q \quad (8.7)$$

Von jetzt an werden wir der Kürze halber stets  $e_2$  als reduzierte Enthalpie und  $E$  als Gesamtenthalpie oder als Enthalpie schlechthin bezeichnen. – Welchen Wert  $\bar{T}$  im Einzelfall hat, bleibt zunächst un spezifiziert; jedoch fassen wir für die späteren Datenauswertungen einen Wert von  $\bar{T} = 290^\circ \text{K} = 17^\circ \text{C}$  ins Auge.

Man erkennt nun ohne weiteres, daß Gleichung (8.1) mit den reduzierten Größen  $e_2$ ,  $E$  die Form annimmt

$$\begin{aligned} c_p \bar{T} \left[ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} \right] + \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{ME}{Q} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{NE}{Q} = \\ = c_p \bar{T} [EN - HT] + e_{2h} EN - e_{20} HT + RLS + \int_o^h \frac{\partial p}{\partial t} dz \end{aligned} \quad (8.8)$$

Man sieht weiter, daß bei Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung (6.1) in Verbindung mit dem Ansatz (6.6) die in der vorstehenden Gleichung mit  $c_p \bar{T}$  belegten Terme fortfallen. Mit anderen Worten: Gleichung (8.8) geht aus (8.1) hervor, indem man einfach die Gesamtwerte  $e_1$ ,  $E_1$  durch ihre reduzierten Werte  $e_2$ ,  $E$  ersetzt. Insbesondere erkennt man, daß es für die Beurteilung, wie gut die Näherung (8.4) für die Transportglieder der Enthalpie ist, ebenfalls nicht darauf ankommt, ob man in den Formulierungen (8.3), (8.4) die Ausdrücke  $e_1$ ,  $E_1$  durch  $e_2$ ,  $E$  ersetzt. Diese Umformung hat daher zwar keinen Ein-

fluß auf die absoluten (räumlichen oder zeitlichen) Gradienten der beteiligten Enthalpien und ihrer Transporte; sie wirkt sich aber sehr vorteilhaft aus bei der Auswertung und Diskussion beobachteter Daten, deren Absolutwerte wesentlich verkleinert werden, was insbesondere die energetisch bedeutsame Rolle des Wasserdampfs klarer hervortreten läßt.

Ein weiteres Argument, das für die Benutzung der reduzierten Enthalpie  $E$  spricht, wird im nächsten Abschnitt bei der Umformung des Druckterms in den Massentransportgleichungen deutlich werden.

## 9. Umformung der integrierten Druckterme

Wir zeigen in diesem Abschnitt, daß sich die integrierten Druckterme in den Massentransportgleichungen

$$\int_0^h \frac{\partial p}{\partial x} dz, \quad \int_0^h \frac{\partial p}{\partial y} dz, \quad \int_0^h \frac{\partial p}{\partial t} dz \quad (9.1)$$

in unkonventioneller Weise durch die Unbekannten  $Q, E$  ausdrücken lassen, wodurch der Zusammenhang der Transportgleichungen mit Kontinuitäts- und Energiegleichung hergestellt wird. Wir beschränken uns im folgenden auf die Anschrift jeweils nur einer Komponente von (9.1).

Die  $x$ -Komponente schreibt sich nach der LEIBNIZ'schen Regel

$$\int_0^h \frac{\partial p}{\partial x} dz = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \int_0^h (p - p_h) dz}_{=: P_1} + \underbrace{h \frac{\partial p_h}{\partial x}}_{=: P_2} \quad (9.2)$$

Wir untersuchen zunächst das erste Integral. Es läßt sich umformen zu

$$P_1 = \int_0^h \rho R_L T_v (1 - p_h/p) dz \quad (9.3)$$

Dabei ist  $R_L$  die Gaskonstante für trockene Luft und  $T_v$  die virtuelle Temperatur. Mit der Näherung

$$p(z) \approx p_0 - g \hat{\rho} z, \quad (9.4)$$

wobei die mittlere Dichte durch

$$\hat{\rho} := \frac{\int_0^h \rho dz}{\int_0^h dz} = \frac{Q}{h} \quad (9.5)$$

definiert ist, schreibt sich (9.3) weiter

$$P_1 \approx \int_0^h \rho R_L T_v \frac{g \hat{\rho}}{p_0} (h - z) dz \quad (9.6)$$

Dieser Ausdruck beschreibt im wesentlichen die vertikale Korrelation zwischen der virtuellen Temperatur und der Funktion  $h - z$ . Während  $T_v$  vertikal schwach variabel ist,

variiert  $h - z$  zwischen den Werten  $h$  und  $0$ ; es ist also naheliegend, die Korrelation zu zerlegen:

$$P_1 \simeq \frac{g\hat{\rho}R_L}{p_o} \frac{\int_0^h \rho T_v dz}{h} \int_0^h (h - z) dz \quad (9.7)$$

Für  $\int_0^h \rho T_v dz$  setzen wir, wegen des überragenden Einflusses der Temperatur, näherungsweise  $E_1/c_p$ . Das gibt nach einfacher Umformung

$$P_1 \simeq \frac{gR_L}{2c_p p_o} E_1 Q \quad (9.8)$$

Dem Zahlenfaktor vor  $E_1 Q$  geben wir die Bezeichnung  $\bar{c}$ ; näherungsweise gilt

$$\bar{c} \simeq \frac{gR_L}{2c_p p_o} \simeq 1.4 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{g} \quad (9.9)$$

$\bar{c}$  hat damit die reziproke Dimension von  $Q$ .

Selbstverständlich ist die eben gegebene Abschätzung nur insoweit stichhaltig, als sie plausibel macht, wie die Zerlegung von  $P_1$  durchgeführt werden kann. Zur näheren Prüfung definieren wir jetzt die Größe  $\bar{c}$  in verallgemeinerter Weise durch

$$\bar{c} := P_1/E_1 Q \quad (9.10)$$

wobei  $P_1$  durch (9.3),  $Q$  durch (6.2) und  $E_1$  durch (8.2) definiert sind. Auswertung von Daten eines Meridionalschnittes im Atlantik im November-Dezember 1965 von "METEOR" (KÖHNE, 1972) gemäß (9.10) zeigt wie erwartet, daß  $\bar{c}$  in der Tat nur eine schwache Struktur hat und in der unteren Troposphäre bis 5 km Höhe Werte zwischen  $1.2$  und  $1.5 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{g}$  annimmt. Bemerkenswert ist dabei, daß der Verlauf von Konstanzwerten von  $\bar{c}$  auffällig parallel zu der als "Passatinversion" bezeichneten Grenzfläche verläuft. KÖHNE (1972) hat eine größere Anzahl von Feldgrößen zur Charakterisierung der Passatinversion geprüft, insbesondere  $\partial T/\partial z$ ,  $\partial s/\partial z$ ,  $\partial f/\partial z$ , ( $f$  = relative Feuchte),  $\partial \Theta_e/\partial z$  und der parallele Verlauf der  $\bar{c}$ -Profile mit diesen Größen legt nahe, nun überhaupt eine passende Konstanzlinie von  $\bar{c}$  zur Definition der Obergrenze des Modellbereichs zu wählen. Diesen Standpunkt nehmen wir für die Zwecke des hier beschriebenen Modells ein, wobei eine solche Definition den Vorteil hat, eine "Passatinversion" als Obergrenze auch dort festzulegen, wo gar keine ist, nämlich im Bereich der ITCZ.

Es sei betont, daß diese Definition in erster Linie für den Vergleich mit beobachteten Daten gewählt wird; sie legt keineswegs das Niveau der  $h$ -Funktion im Modell von vornherein fest. Im Gegenteil, das Modell liefert als Lösungsfunktion das Profil von  $Q$  und daraus, durch passende Wahl einer mittleren Dichte  $\hat{\rho}$ , die Verteilung von  $h$ ; mit anderen Worten,  $h(x, y, t)$  wird nicht durch die Festlegung von  $\bar{c}$ , sondern durch die Antriebsfunktionen bestimmt, also durch den Energieinput RLS sowie durch Entrainment- und Hot-Tower-Funktion.

Wenn wir uns jetzt der Umformung des zweiten noch offenen Ausdrucks in (9.2) zuwenden, so nehmen wir den oben eingeführten Bodendruck  $p_o$  als räumlich und zeitlich unveränderlich an. Damit und mit der hydrostatischen Gleichung gilt

$$P_2 = h \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_o^h \frac{\partial p}{\partial z} dz + p_o \right) = -gh \frac{\partial}{\partial x} \int_o^h \rho dz = -\frac{g}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial x} \frac{Q^2}{2} \quad (9.11)$$

Die Verteilung von  $\hat{\rho}$  zeigt für die unterste Troposphäre ebenso geringe Schwankungen wie die von  $\bar{c}$  und wir betrachten daher auch diese Größe als konstant. – Die Zusammenfassung von (9.8), (9.9), (9.11) liefert für den integrierten Druckterm

$$\int_o^h \frac{\partial p}{\partial x} dz = \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{c} E_1 Q - \frac{g}{\hat{\rho}} \frac{Q^2}{2} \right) \quad (9.12)$$

Wir zerlegen nun wie vorher  $E_1$  gemäß Gleichung (8.7) in die reduzierte Gesamtenthalpie und einen nur von  $Q$  abhängigen Term und erhalten

$$\int_o^h \frac{\partial p}{\partial x} dz = \bar{c} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ Q (E - c_1^2 Q) \right\} \quad (9.13)$$

mit der zusätzlichen Abkürzung

$$c_1^2 := \frac{g}{2\hat{\rho}\bar{c}} - c_p \bar{T} \simeq 16 \text{ cal/g} \simeq (260 \text{ m/sec})^2 \quad (9.14)$$

Die gleiche Beziehung wie (9.13) gilt, wenn wir  $x$  durch  $y$  oder  $t$  ersetzen. Zunächst sieht man, daß durch die Beziehung (9.13) ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen dem Druckgradienten und der Masse und Enthalpie der unteren Schicht der Atmosphäre hergestellt ist, und zwar wegen der nur schwachen Veränderlichkeit von  $\bar{c}$  und  $\hat{\rho}$  ein Zusammenhang, der relativ unempfindlich gegen die spezielle Wahl des Profils  $h(x, y, t)$  sein wird. Zweitens erkennt man, daß die Konstante  $c_1^2$  stets positiv ist – jedenfalls für alle vernünftigen Werte von  $\bar{T}$  – und die Dimension eines Geschwindigkeitsquadrats hat. Mit dem in (9.9) gefundenen Wert von  $\bar{c}$  und einer Mitteltemperatur  $\bar{T} = 290^\circ \text{K}$  ergibt sich die in (9.14) angegebene Größenordnung für  $c_1$ .

Schließlich können wir diese Geschwindigkeitskonstante noch etwas anders interpretieren. Dazu schreiben wir (9.14) mit (9.9) und der Gasgleichung in der Form

$$c_1^2 = \frac{c_p}{R} g \left[ \frac{\rho_o}{\hat{\rho}} \left( \frac{RT_o}{g} \right) - \left( \frac{R\bar{T}}{g} \right) \right] \quad (9.15)$$

Die in runden Klammern stehenden Ausdrücke sind die zu den jeweiligen Temperaturen gehörenden Skalenhöhen. Für eine Oberflächentemperatur von  $27^\circ \text{C}$  ergibt sich ein Wert von 8.7 km, für die Mitteltemperatur  $\bar{T}$  dagegen eine Skalenhöhe von 8.4 km. Die Geschwindigkeitskonstante  $c_1$  ist also, abgesehen von dem nahe bei 1 liegenden Quotienten  $\rho_o/\hat{\rho}$ , gegeben durch die Differenz zweier Skalenhöhen. Die dynamischen Konsequenzen dieser Interpretation können hier nicht näher verfolgt werden.

## 10. Skalenanalyse des stationären Gleichungssystems

Die bisher abgeleiteten Modellgleichungen lauten

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = EN - HT \quad (10.1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{MM}{Q} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{NM}{Q} = u_h EN - IfM + \beta y N - \bar{c} \frac{\partial}{\partial x} \{Q(E - c_1^2 Q)\} \quad (10.2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{MN}{Q} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{NN}{Q} = v_h EN - IfN - \beta y M - \bar{c} \frac{\partial}{\partial y} \{Q(E - c_1^2 Q)\} \quad (10.3)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{ME}{Q} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{NE}{Q} = e_{2h} EN - e_{20} HT + RLS + \bar{c} \frac{\partial}{\partial t} \{Q(E - c_1^2 Q)\} \quad (10.4)$$

Wir führen die folgende Skalenanalyse nur für den stationären Fall durch, bei dem die lokalzeitlichen Ableitungen vernachlässigt werden. Dies ist dann eine sinnvolle Näherung, wenn – was wir hier annehmen wollen – die Antriebsfunktionen als zeitlich konstant vorgegeben werden. In der Tat ist die tropische Zirkulation, zumal im Zentrum der extremen Jahreszeiten und im zonal gemittelten Bild, in so hohem Maße stationär, daß eine solche Betrachtung gerechtfertigt erscheint und Aussichten bietet, wesentliche Züge der Zirkulation der untersten tropischen Troposphäre zu erfassen. Ein nächster Schritt der Untersuchung, der hier jedoch nicht vollzogen werden soll, bestünde darin, die Reaktion des Systems auf kleine überlagerte Störungen der Antriebsfunktionen zu prüfen; vgl. dazu weiter unten.

Wir wollen versuchen, die Skalen der Lösungsfunktionen soweit wie möglich durch die Skalen der Antriebsfunktionen bestimmen zu lassen. Diese Absicht wird dadurch erschwert, daß über Entrainment- und Hot-Tower-Funktion nur wenig bekannt ist. Aus der stationären Kontinuitätsgleichung schließen wir jedoch, daß diese Funktionen durch die Größenordnung der Massentransportdivergenz skaliert werden müssen. Wenn  $a$  der Erdradius ist, so ist  $a/2$  die Horizontalskala des Modellbereichs ( $0 - 30^\circ$  Breite). Die dimensionsbehafteten Größen schreiben sich nunmehr

$$\left. \begin{aligned} x &= : \frac{a}{2} \xi \\ y &= : \frac{a}{2} \eta \end{aligned} \right\} \begin{aligned} Q &= : \bar{Q} q(\xi, \eta) \\ M &= : \bar{M} m(\xi, \eta) \\ N &= : \bar{N} n(\xi, \eta) \\ E &= : c_1^2 \bar{Q} e(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (10.5)$$

In gleicher Weise setzen wir für die Randwert-, Koeffizienten- und Antriebsfunktionen:

$$\left. \begin{aligned}
 u_h &= : V u'(\xi, \eta) & \text{IF} &= : \bar{k} \text{ if}(\xi, \eta) \\
 v_h &= : V v'(\xi, \eta) & \text{EN} &= : \frac{\bar{M}}{a/2} \text{en}(\xi, \eta) \\
 e_{2h} &= : c_1^2 \epsilon_h(\xi, \eta) & \text{HT} &= : \frac{\bar{M}}{a/2} \text{ht}(\xi, \eta) \\
 e_{20} &= : c_1^2 \epsilon_o(\xi, \eta) & \text{RLS} &= : \bar{F} \text{rls}(\xi, \eta)
 \end{aligned} \right\} \quad (10.6)$$

Tabelle 10.1 Zusammenstellung der Skalenfaktoren

### Geometrie

$$\begin{aligned}
 a/2 &= 3000 \text{ km} \\
 \beta &= 2 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ sec}^{-1}
 \end{aligned}$$

### Unbekannte

$$\begin{aligned}
 \bar{Q} &= 10^6 \text{ g/m}^2 \\
 \bar{M} &= 10^7 \text{ g/msec} \\
 c_1^2 Q &= 1.6 \times 10^7 \text{ cal/m}^2
 \end{aligned}$$

### Koeffizienten und Randwerte

$$\begin{aligned}
 V &= \bar{M}/\bar{Q} = 10 \text{ m/sec} \\
 c_1^2 &= 16.0 \text{ cal/g} (= gH^* \text{ mit } H^* = 6.7 \text{ km}) \\
 k &= 2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}
 \end{aligned}$$

### Antriebsfunktionen

$$\begin{aligned}
 \bar{M}/2 &= 3 \text{ g/m}^2 \text{ sec} (= \hat{\rho} w^* \text{ mit } w^* = 0.3 \text{ cm/sec}) \\
 \bar{F} &= 50 \text{ cal/m}^2 \text{ sec}
 \end{aligned}$$

### Sonstige

$$\begin{aligned}
 \bar{c} &= 1.4 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{g} \\
 \hat{\rho} &= 10^3 \text{ g/m}^3 \\
 \bar{H} &= 1000 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Die jeweils klein geschriebenen und mit den dimensionsfreien Argumenten  $\xi, \eta$  versehenen Symbole stellen die Unbekannten, Randwert- und Antriebsfunktionen dar. Für sie lautet der entdimensionierte stationäre Gleichungssatz (10.1) – (10.4):

$$\frac{\partial m}{\partial \xi} + \frac{\partial n}{\partial \eta} = en - ht \quad (10.7)$$

$$Ro \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{mm}{q} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{nm}{q} \right) = Ro' u' en - \frac{Ro}{Re} ifm + \eta n - \frac{1}{Fr} \frac{\partial}{\partial \xi} \{q(e-q)\} \quad (10.8)$$

$$Ro \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{mn}{q} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{nm}{q} \right) = Ro' v' en - \frac{Ro}{Re} ifn - \eta m - \frac{1}{Fr} \frac{\partial}{\partial \eta} \{q(e-q)\} \quad (10.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{me}{q} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{ne}{q} = \epsilon_h en - \epsilon_o ht + \alpha rls \quad (10.10)$$

Die dimensionsfreien Konstanten sind die Rossby-, Reynolds- und Froudezahl sowie die Konstante  $\alpha$ :

$$Ro := \frac{\bar{M}/\bar{Q}}{\beta (a/2)^2} \quad Ro' := \frac{V}{\beta (a/2)^2} \quad (10.11)$$

$$Re := \frac{a/2 \bar{M}/\bar{Q}}{(a/2)^2 k} \quad Fr := \frac{\beta \left(\frac{a}{2}\right)^2 \bar{M}/\bar{Q}}{c \bar{Q} c_1^2} \quad (10.12)$$

$$\alpha := \frac{\bar{F} a/2}{c_1^2 \bar{M}} \quad (10.13)$$

Die Skala  $\bar{M}$  des horizontalen Massentransportes legen wir fest durch die Forderung, daß  $\alpha = 1$  sein soll. Physikalisch besagt dies, daß  $rls$  als Antriebsfunktion in der Energiegleichung (10.10) für die Skalierung maßgeblich ist. Wenn wir für  $\bar{F}$  einen Wert von 50 cal/m<sup>2</sup>sec ansetzen (Tab. 8.1; vgl. HANEY, 1971), so ergibt sich  $\bar{M} \approx 10^7$  g/msec. Dies entspricht einer mittleren Horizontalgeschwindigkeit von 10 m/sec. Wenn wir diesen Wert als  $V$  ansetzen, so ergibt sich

$$Ro \approx Ro' \approx 0.05 \quad (10.14)$$

Für Reibungskonstanten der in Abschnitt 7 diskutierten Größenordnung hat der Nenner der Reynoldszahl die Ordnung

$$(a/2)^2 \bar{k} \approx 2 \times 10^8 \text{ m}^2/\text{sec} \quad (10.15)$$

Dieser Wert entspricht der Skala des horizontalen Großaustausches der planetarischen Zirkulation der Troposphäre (vgl. LETTAU, 1952, Abb. 5). Die Reynoldszahl bekommt damit den Wert

$$Re = \frac{V a/2}{\bar{k} (a/2)^2} \approx 0.16 \quad (10.16)$$

und die Reibungszahl

$$Ro/Re \approx 0.3 \quad (10.17)$$

Daß der Ausdruck  $Fr$  in der Tat die Form einer Froudezahl hat, erkennt man daran, daß (a) der Zähler in (10.12) das Produkt zweier Geschwindigkeiten ist; (b) der Ausdruck  $\frac{c}{\bar{Q}}$  dimensionslos ist sowie (c) daß  $c_1^2$  nach den Schlußbemerkungen des vorigen Abschnitts sich in der Form  $gH^*$  schreiben läßt, mit einer charakteristischen Höhe von  $H^* \approx 6.7$  km. Der Zahlenwert der Froudezahl ist für die hier gewählten Konstanten

$$Fr \approx 2 \quad (10.18)$$

Diese Betrachtungen zeigen, daß in den dimensionsfreien Bilanzgleichungen (10.7) – (10.10) alle Terme die gleiche Größenordnung haben, mit Ausnahme der mit der Rossbyzahl belegten Glieder, die um eine bis zwei Ordnungen kleiner sind. Physikalisch besagt dies, daß für die großskalige Zirkulation die nichtlinearen Advektionsglieder sowie die durch Entrainmentabsinken bewirkten Konvektionstransporte von Impuls vernachlässigbar sind – ein unmittelbar anschauliches Ergebnis, wenn man bedenkt, daß die resultierende Balance in den Transportbeziehungen damit ein Gleichgewicht zwischen Coriolis-, Druckgradient- und Reibungskraft beschreibt. Der Konvektionsmechanismus wirkt sich auch hier noch, allerdings nur implizit, in der Reibungsfunktion  $if$  aus, die in den Subtropen schwach, in der ITCZ jedoch stark von der Hot-Tower-Funktion beeinflusst wird, vgl. (7.10). Die nichtlinearen Energietransporte in Gleichung (10.10) haben, im Gegensatz zu den Impulsadvektionsgliedern, die Entdimensionierung unversehrt überstanden. Sie, die Funktionen  $en$  und  $ht$  und schließlich die mit der Froudezahl belegten Druckterme in den Massentransportgleichungen stellen eine enge Wechselwirkung zwischen den energetischen und den dynamischen Größen in diesem Modell sicher. Die stationären Modellgleichungen lauten nunmehr:

$$\frac{\partial m}{\partial \xi} + \frac{\partial n}{\partial \eta} = en - ht \quad (10.19)$$

$$0 = -\frac{Ro}{Re} if m + \eta n - \frac{1}{Fr} \frac{\partial}{\partial \xi} \{q(e - q)\} \quad (10.20)$$

$$0 = -\frac{Ro}{Re} if n - \eta m - \frac{1}{Fr} \frac{\partial}{\partial \eta} \{q(e - q)\} \quad (10.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{me}{q} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{ne}{q} = \epsilon_h en - \epsilon_o ht + rls \quad (10.22)$$

Antriebsfunktionen des Modells sind die Funktionen des differentiellen Vertikalaustausches  $en$  und  $ht$  sowie die Energiequellfunktion  $rls$ . Koeffizienten und Randwertfunktionen sind die Reibungsfunktion  $if$  und die reduzierten Energien  $\epsilon_h, \epsilon_o$ . Unbekannt sind  $m, n, e$  und  $q$ . Offene Parameter des Modells sind Rossby-, Reynolds- und Froudezahl; wir verwenden sie hier mit den Zahlenwerten  $Ro/Re \approx 0.3$  und  $1/Fr \approx 0.5$ .

Zum Schluß dieses Abschnitts sei noch kurz auf die zeitabhängige Form der Modellgleichung hingewiesen. Wir geben dem zeitabhängigen Term in Massen- und Energiegleichun-

gen willkürlich die Ordnung eins. Das bedeutet für die Zeitskala die Ordnung  $\bar{\tau} = 3 \times 10^5 \text{ sec} \simeq 3 - 4 \text{ Tage}$ . Es sind also nur Zirkulationsschwankungen auf mindestens synoptischer Skala zugelassen. Unter sonst gleichen Voraussetzungen wie oben, insbesondere der Vernachlässigung der Terme  $Ro$  und  $Ro'$  lauten die dimensionsfreien Transportgleichungen wie vorher. Für Massen- und Energiegleichung erhalten wir jedoch statt (10.19), (10.22) jetzt ( $\tau = t/\bar{\tau}$  dimensionslose Zeitkoordinate):

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{\partial m}{\partial \xi} + \frac{\partial n}{\partial \eta} = en - ht \quad (10.23)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{me}{q} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{ne}{q} = \epsilon_n en - \epsilon_o ht + rls \quad (10.24)$$

Auf dieser Skala wirken sich also Fluktuationen der Antriebsfunktionen, vor allem von  $rls$ , unmittelbar auf solche von  $q$ ,  $e$  und damit auf dem Wege über die diagnostischen Beziehungen (10.20), (10.21) auch mittelbar auf die Transporte aus. Auf eine Prüfung der Fortpflanzungscharakteristiken der linearisierten Fassung des zeitabhängigen Gleichungssatzes müssen wir hier verzichten. Man erkennt aber, daß der lineare Einfluß von Änderungen aller Antriebsfunktionen auf  $e$  und  $q$  mit den beobachteten synoptischen Fluktuationen der Höhe der Passatinversion ebenso wie mit ihrem Energieinhalt in engem Zusammenhang steht (vgl. dazu die Auswertungen von AUGSTEIN, 1972, für die Ankerstation "METEOR", vor allem die Abb. 14, 15 und die zugehörige Diskussion).

## 11. Diskussion der Antriebsfunktionen anhand der METEOR-Daten 1965

RIEHL und MALKUS (1958) verwendeten Breitenmittel der thermodynamischen Feldgrößen und des Windes zur Belegung des Hot-Tower-Mechanismus, wobei sie die ganze Tropenzone zwischen der ITCZ und einer  $10^\circ$  weiter polwärts gelegenen Grenze als Bereich für ihren Energiehaushalt zugrunde legten. Wenn in der vorliegenden Darstellung der Versuch gemacht wird, Hot-Tower- und Entrainmentmechanismus als Antriebsfunktionen eines Zirkulationsmodells zu verwenden, so läge es nahe, den Verlauf dieser Funktionen mit der Breite aus zonal gemittelten Daten zu bestimmen.

Eine derartige Bestimmung aus den existierenden Beobachtungsdaten sollte ausgehen von (relativ zur ITCZ) zonal gemittelten Verteilungen von Wind, Temperatur, Feuchte sowie den beobachteten Massentransporten für verschiedene Höhen der Passatinversion. Die meisten dieser Größen, vor allem die Stromfunktion des Massentransportvektors in der Meridional-Vertikal-Ebene für die vier Jahreszeiten, sind veröffentlicht bei NEWELL et al. (1969). Eine Übersicht über die existierenden Auswertungen des großskaligen Wasserdampf-Feldes in der Atmosphäre gibt FERGUSON (1972). Natürlich basieren alle diese Verteilungen der atmosphärischen Feldgrößen auf Radiosondenbeobachtungen, deren vertikale Auflösung gerade in der planetarischen Reibungsschicht bis zum Niveau der Passatinversion (500 – 2000 m) nicht ausreichend ist, vor allem nicht für dort stark variable Größen wie den Wasserdampf. PALMEN (1967) schlägt in diesem Zusammenhang vor, für hydrologische Zwecke zusätzlich zu den Standardniveaus auch die Zwischenniveaus 950 und 900 mb in die Routinemeldungen aufzunehmen.

Wir wollen daher in diesem Abschnitt einige Beobachtungen auf dem Meridionalschnitt in etwa  $19^\circ$  W heranziehen, die das deutsche Forschungsschiff "METEOR" im November-Dezember 1965 durchgeführt hat. Die Daten wurden uns freundlicherweise vom Meteorologischen Institut der Universität Hamburg bzw. dem Seewetteramt Hamburg zur Verfü-

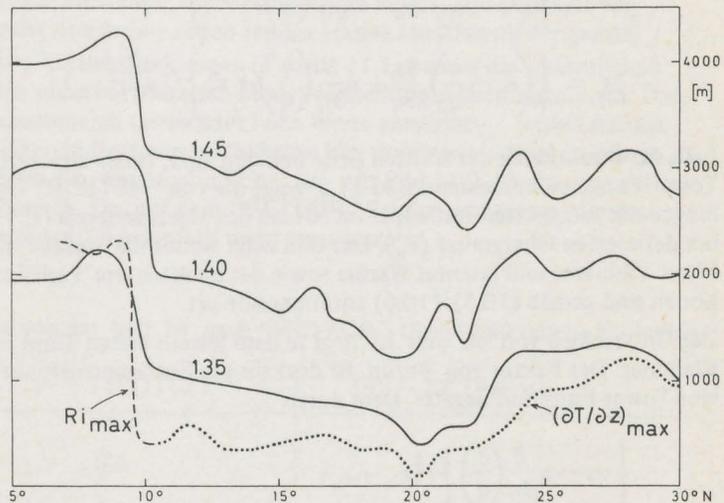


Bild 11.1. Meridionalprofil der Höhenlage von  $\bar{c}$  für die Werte  $\bar{c} = 1.35, 1.40, 1.45 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{g}$ ; ferner Höhenlage der maximalen Richardson-Zahl und des maximalen vertikalen Temperaturgradienten (vgl. Text). Daten "METEOR" 1965.

gung gestellt und im Rahmen der bereits oben genannten systematischen Untersuchung der konservativen Größen ausgewertet (KÖHNE, 1972). Die Daten sind nicht synoptisch gewonnen, erweisen sich aber als nützliche Unterlage. Sie stellen eine Ergänzung der umfangreichen Auswertungen von AUGSTEIN (1972) dar.

Bild 11.1 zeigt das Niveau der Höhenlage verschiedener konstanter Werte von  $\bar{c}$ . Man erkennt die nur sehr geringe Variabilität dieser Größe, die in der untersten Troposphäre Variationen von höchstens 10 % zeigt, man erkennt jedoch auch das charakteristische Ansteigen von  $\bar{c}$  in  $10^\circ\text{N}$ , das den Übergang vom Passatbereich in den ITCZ-Bereich kennzeichnet. Zum Vergleich ist ferner eingetragen die Höhenlage der maximalen Richardson-Zahl (von  $7^\circ - 10^\circ\text{N}$  gestrichelt, weiter polwärts punktiert). Das Niveau von  $R_{i\max}$  ist polwärts von  $10^\circ\text{N}$  mit dem Niveau des maximalen (positiven) vertikalen Temperaturgefälles identisch, das ja üblicherweise die Höhenlage der Passatinversion definiert. Äquatorwärts von  $10^\circ\text{N}$  ist kein positiver Extremwert von  $|\partial T/\partial z|$  definiert. Die Parallelität der so im ganzen Beobachtungsbereich definierten "Passatinversion" zu den Konstanzlinien von  $\bar{c}$  legt es nahe, umgekehrt eine geeignete  $\bar{c}$ -Linie zur Definition der Obergrenze des Modells zu verwenden. Für den Rest dieses Abschnitts wird das Niveau von

$$\bar{c} = 1.35 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{g} \quad (11.1)$$

als  $h(y)$  angenommen und alle Vertikalintegrationen zwischen der Meeresoberfläche und diesem Niveau durchgeführt.

Wir beschränken uns hier auf die Betrachtung von Kontinuitäts- und Energiegleichung im Breitenmittel. Wenn man die entsprechend spezialisierten Gleichungen (10.19), (10.22) nach den Antriebsfunktionen auflöst, so ergibt sich

$$en = \left\{ \left( \epsilon_o - \frac{e}{q} \right) \frac{\partial n}{\partial \eta} - n \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{e}{q} \right) + rls \right\} / (\epsilon_o - \epsilon_h) \quad (11.2)$$

$$ht = \left\{ \left( \epsilon_h - \frac{e}{q} \right) \frac{\partial n}{\partial \eta} - n \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{e}{q} \right) + rls \right\} / (\epsilon_o - \epsilon_h) \quad (11.3)$$

Falls die Funktionen der rechten Seite bekannt sind, lassen sich Entrainment- und Hot-Tower-Funktion berechnen. Bild 11.2 zeigt die von "METEOR" beobachteten Verteilungen der reduzierten Enthalpie im Niveau des Meeresspiegels ( $\epsilon_o$ ) und im Niveau der vorher definierten Obergrenze ( $\epsilon_h$ ). Das Bild zeigt weiter die Summe  $rls$  der beobachteten Flüsse fühlbarer und latenter Wärme sowie das beobachtete Verhältnis  $e/q$ . Alle Funktionen sind gemäß (10.5), (10.6) entdimensioniert.

Der Unterschied von  $en$  und  $ht$  liegt in dem jeweils ersten Term in der geschweiften Klammer. Der Faktor von  $\partial n/\partial \eta$  ist dort für die Entrainmentfunktion positiv, für die Hot-Tower-Funktion negativ. Dem durch

$$\left\{ rls - n \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{e}{q} \right) \right\} / (\epsilon_o - \epsilon_h) \quad (11.4)$$

gegebenen Grundprofil dieser Antriebsfunktionen (welches im allgemeinen positiv ist) überlagert sich also im Divergenzgebiet des Passats ein positiver Beitrag zur Entrainmentfunktion, ein negativer Beitrag zur Hot-Tower-Funktion, d.h. dort dominiert  $en$ . Das

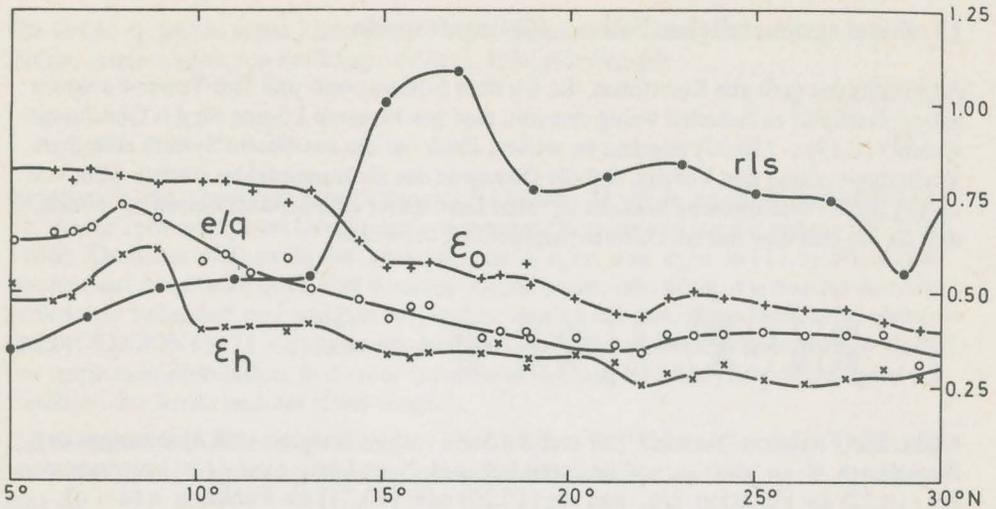


Bild 11.2. Beobachtete Meridionalprofile folgender Größen: Antriebsfunktion  $r_{ls}$ ; reduzierte Gesamtenthalpie  $\epsilon = \{V^2/2 + gz + c_p(T - \bar{T}) + Ls\} / c_1^2$  im Meeresniveau ( $\epsilon_0$ ) und Niveau  $\bar{c} = 1.35 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{g}$  ( $\epsilon_h$ );  $e/q = (E/c_1^2)/Q$ . Daten "METEOR" 1965.

Umgekehrte geschieht im Konvergenzgebiet der ITCZ, wo dementsprechend  $ht$  dominant wird.

Wir müssen uns hier auf diese qualitative Diskussion beschränken, weil die "METEOR"-Messungen in der Zone  $11^\circ - 16^\circ \text{N}$ , d.h. gerade im Übergangsbereich zwischen ITCZ und Passat, keine Windmessungen aufweisen; die Messungen im Passat, also polwärts von  $20^\circ \text{N}$ , sind teilweise gestört. Immerhin zeigen repräsentative Mittelwerte der gemäß (11.2), (11.3) berechneten Antriebsfunktionen (Tabelle 11.1) bereits die wesentlichen Eigenschaften, die mit den oben entwickelten Modellvorstellungen übereinstimmen. Daß dabei  $en$  und  $ht$  im Passatbereich unerwartet hohe Werte annehmen – wobei freilich die das Absinken beschreibende Entrainmentfunktion klar dominiert – liegt an den gerade dort sehr hohen Werten der Antriebsfunktion  $r_{ls}$ , vgl. Bild 11.2, die fast doppelt so hoch sind wie im ITCZ-Bereich. Das auf dem "METEOR"-Schnitt gemessene Meridionalprofil von  $r_{ls}$  ist für Breitenmittel jedenfalls nicht repräsentativ.

Tabelle 11.1 Mittelwerte von  $en$  und  $ht$  nach "METEOR" 1965 (willkürliche Einheiten)

	$7^\circ - 11^\circ$ (ITCZ)	$16^\circ - 20^\circ$ (Passat)
$en$	0.6	8.0
$ht$	3.1	5.3

## 12. Zonal symmetrischer Fall – Lösungsformeln

Angeichts der geringen Kenntnisse, die wir über Entrainment- und Hot-Tower-Funktion haben, erscheint es zunächst wenig sinnvoll, eine geschlossene Lösung für das Gleichungssystem (10.19) – (10.22) angeben zu wollen. Zwar hat die aus diesem System ableitbare Vorticitygleichung den Vorzug, daß die Divergenz des Strömungsfeldes (rechte Seite von 10.19) nach Voraussetzung bekannt ist. Man kann daher eine Stromfunktion  $\psi$  einführen, für die sich eine lineare Differentialgleichung der Form

$$\frac{Ro}{Re} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \text{if} \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \text{if} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) \right\} + \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = \text{“Antrieb”} \quad (12.1)$$

ergibt. Die Funktion “Antrieb” der rechten Seite enthält Integrale und Ableitungen der Funktionen  $\text{if}$ ,  $e_n$  und  $h_t$  und ist damit bekannt. Nach Lösung von (12.1) gewinnt man aus (10.22) die Funktion  $e/q$ , und aus (10.20) oder (10.21) die Funktion  $q(e - q)$ , womit alle vier unbekanntenen Funktionen bestimmt sind.

Wir verzichten hier darauf, dieses Programm weiter zu verfolgen und begnügen uns mit der Untersuchung des zonal symmetrischen Spezialfalles. Ein solches Vorgehen hat den Vorzug, die Spekulation über die nur wenig bekannten Antriebsfunktionen nicht allzuweit treiben zu müssen. Nur wenige charakteristische Eigenschaften der Antriebsfunktionen gehen ein, und schon sie liefern eine große Reichhaltigkeit in der Reaktion des Modells. Der zonal symmetrische Spezialfall ergibt sich durch Mittelung von (10.19) – (10.22) in  $\xi$ -Richtung und liefert

$$\frac{\partial n}{\partial \eta} = e_n - h_t \quad (12.2)$$

$$0 = -\frac{Ro}{Re} \text{if} m + \eta n \quad (12.3)$$

$$0 = -\frac{Ro}{Re} \text{if} n - \eta m + \frac{1}{Fr} \frac{\partial}{\partial \eta} \{q(q - e)\} \quad (12.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{ne}{q} = \epsilon_h e_n - \epsilon_o h_t + rls \quad (12.5)$$

Ab jetzt interpretieren wir alle auftretenden Funktionen als zonal gemittelte Größen, ohne dies besonders zu kennzeichnen. Man erkennt, daß alle Korrelationsterme vernachlässigt sind, das System (12.2) – (12.5) beschreibt nur den Beitrag, den die Hadley-Zelle zur Zirkulation der untersten tropisch-subtropischen Atmosphäre leistet und läßt die fluktuativen Anteile unberücksichtigt. Betrachten wir etwa das Produkt  $q(q - e)$  im Ausdruck für den Druckgradienten in (12.4). Nach den Ergebnissen des vorigen Abschnitts ist  $e$  proportional zu  $q$ , der Proportionalitätsfaktor hängt schwach von der geographischen Breite ab. Wir setzen also

$$q(q - e) \propto q^2 \quad (12.6)$$

Die Größe  $q$  gibt in erster Linie die Höhe der Passatinversion an, die nicht nur von der Breite, sondern auch von der Länge abhängt. Infolgedessen gilt

$$\overline{q^2} = \overline{q}^2 + \overline{q'^2} \quad (12.7)$$

(Querstrich und Apostroph hier als zonales Mittel und Abweichung davon aufgefaßt) und der zweite Term wird unter Umständen von gleicher Ordnung sein wie der erste (v. FICKER, 1936). Ähnliches trifft zu für die Ausdrücke  $ne/q$ ,  $\epsilon_h n$  und  $\epsilon_o ht$  in (12.5). Wir stellen uns hier auf den Standpunkt, daß derartige Zusatzterme, falls nötig, wie weitere Antriebsfunktionen behandelt und geeignet vorgegeben werden können. Diese Denkweise verwendet DICKINSON (1971 a, b) in seinem bereits oben zitierten zonal symmetrischen Modell der tropischen Zirkulation, in dem er diabatische Heizung und Eddy-Impulstransport als Funktion der Breite und der Höhe vorgibt.

Das nichtlineare Differentialgleichungssystem (12.2) – (12.5) ist sofort durch Quadraturen lösbar ( $\zeta$  im folgenden gebundene Integrationsvariable, Index O für  $\eta = 0$ , d.h. Äquator)

$$n(\eta) = n_o + \int_0^\eta \{ \epsilon n(\zeta) - ht(\zeta) \} d\zeta \quad (12.8)$$

$$m(\eta) = \eta n(\eta) / \frac{Ro}{Re} \text{ if } (\eta) \quad (12.9)$$

$$q(\eta) = \left\{ \frac{A(\eta)}{1 - B(\eta)/n(\eta)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (12.10)$$

$$e(\eta) = \left\{ \frac{B(\eta)}{n(\eta)} \frac{A(\eta)}{n(\eta)/B(\eta) - 1} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (12.11)$$

Dabei sind die Hilfsfunktionen A und B durch die aus (12.4), (12.5) folgenden Integrationen definiert

$$q(\eta) \{ q(\eta) - e(\eta) \} = q_o (q_o - e_o) + Fr \int_0^\eta \left\{ \frac{Ro}{Re} \text{ if } (\zeta) n(\zeta) + \zeta m(\zeta) \right\} d\zeta =: A(\eta) \quad (12.12)$$

$$\frac{n(\eta) e(\eta)}{q(\eta)} = \frac{n_o e_o}{q_o} + \int_0^\eta \{ \epsilon_h(\zeta) n(\zeta) - \epsilon_o(\zeta) ht(\zeta) + rls(\zeta) \} d\zeta =: B(\eta) \quad (12.13)$$

Die für die Lösung aller Unbekannten maßgeblichen Funktionen sind  $n(\eta)$ ,  $A(\eta)$  und  $B(\eta)$ . Die  $\eta$ -Integration am Äquator beginnen zu lassen, bedeutet, daß der Äquator als Rand des Modellbereichs angesehen wird (was übrigens nicht besagt, daß die sich ergebende Zirkulation zum Äquator symmetrisch ist – symmetrisch wird sie nur für  $n_o = 0$ ). Diese Einschränkung kann sofort zugunsten von Randwerten fallengelassen werden, die in einer beliebigen anderen Breite vorgegeben werden. Jedoch erkennt man, daß nur ein Randwert in Nord-Süd-Richtung vorgegeben werden darf: Randwerte, die unab-

hängig voneinander etwa bei  $\eta = 0$  und  $\eta = 1$  vorgegeben würden, kann das Differentialgleichungssystem im allgemeinen nicht erfüllen; dies liegt natürlich daran, daß es nur von erster Ordnung ist.

Der Randwert für  $m$  wird über (12.9) durch den Randwert von  $n$  eindeutig festgelegt. Nicht ganz so offensichtlich ist, daß auch die Randwerte  $q_0, e_0$  nicht unabhängig voneinander sind. Wir betrachten zunächst den Fall  $n_0 = 0$ . Dann liefert (12.13) zusammen mit der Forderung, daß  $e/q$  am Äquator stetig sein muß, den gesuchten Zusammenhang:

$$e_0 = \left\{ \frac{\epsilon_h e_n - \epsilon_0 h t + r l s}{e_n - h t} \right\}_0 q_0 \quad (12.14)$$

Eine entsprechende Beziehung gilt auch für  $n_0 \neq 0$ . Dieser Fall läßt sich auf (12.14) dadurch zurückführen, daß man die Integrationen (12.8), (12.12) und (12.13) gerade in der Breite anfangen läßt, wo  $n$  verschwindet. Dies bedeutet weiterhin, daß  $n = 0$  sonst in keiner anderen Breite erlaubt ist (andernfalls wächst  $e/q$  dort über alle Grenzen), was sich so ausdrücken läßt: unter der Forderung, daß  $e/q$  überall endlich bleiben soll, läßt das vorliegende zonal symmetrische Modell nur eine einfache ITCZ zu.

Es ist nicht uninteressant, einen Augenblick die Konsequenzen zu bedenken, die sich ergeben, wenn  $n = 0$  mehr als einmal in der Tropenzone angenommen wird. Die Notwendigkeit zweier Hadley-Zellen (je eine auf einer Halbkugel, wobei die Zelle der jeweiligen Winterhalbkugel viel intensiver ist als die der gleichzeitigen Sommerhalbkugel, vgl. NEWELL et al., 1969) besagt: Beim Auftreten einer zusätzlichen inneren tropischen Zirkulation (vgl. Modell II bei HASTENRATH, 1968) muß  $n$  in der Tropenzone dreimal verschwinden. Im Rahmen der allgemeinen Zirkulation ist also für  $n$  nur eine ungerade Zahl von Nullstellen möglich.

Angenommen, das Divergenzfeld  $e_n - h t$  erzwingt eine derartige Konfiguration von drei Nullstellen von  $n$ . Dann kann nur bei der einen, etwa der mittleren,  $e/q$  gemäß (12.14) und (12.13) stetig sein. Für die beiden anderen wird  $e/q$  unendlich. Hier sind nun offenbar zwei Möglichkeiten denkbar, die von den Vorzeichen von  $B$  und  $n$  in der Umgebung der Nullstelle abhängen. Geht  $e/q$  gegen  $+\infty$ , so wird man sagen: Da Wärme und Wasserdampfgehalt extreme Werte annehmen, handelt es sich um eine warme oder eigentliche ITCZ. Gilt dagegen  $e/q \rightarrow -\infty$ , so handelt es sich um eine kalte oder uneigentliche ITCZ. Wenn wir also die mittlere Nullstelle von  $n$  in diesem Fall nicht als ITCZ ansprechen, so gibt es, je nach der meridionalen Struktur der anderen Antriebsfunktionen, keine, eine oder zwei ITCZ's. Wesentlich für die Anzahl der Nullstellen des meridionalen Massentransportfeldes ist dabei die Divergenz  $e_n - h t$ , wesentlich für das Auftreten mehrerer ITCZ's dagegen die Verteilung des Divergenzfeldes auf Entrainment- und Hot-Tower-Prozeß. Diese qualitativen Bemerkungen zur Mehrfachbildung der ITCZ mögen hier genügen; sie sind offenkundig in Übereinstimmung mit den Beobachtungen, welche die regelmäßige Existenz von praktisch keiner (Indischer Ozean) oder einer ITCZ (Pazifik, Atlantik), gelegentlich auch von zweien belegen (MILLER und FEDDES, 1971).

Im folgenden Abschnitt untersuchen wir quantitative Lösungen des hier besprochenen Spezialfalles.

### 13. Zonal symmetrischer Fall – Ergebnisse

Wir diskutieren in diesem Abschnitt einige wenige Verteilungen der Lösungsfunktionen (12.8) – (12.11), die sich bei vorgeschriebenen Antriebsfunktionen ergeben. Pro Einzelmodell betrug die reine Rechenzeit für die Bestimmung der insgesamt 10 in (12.2) – (12.5) vertretenen Funktionen und einiger Hilfsfunktionen, sowie für die Aufbereitung des graphischen Outputs etwa 0.5 sec; dabei ist unter je einem Einzelmodell eine Parameterkombination mit 5 verschiedenen Verteilungen der Hot-Tower-Funktion verstanden.

Für die Randwertfunktionen und die Antriebsfunktion wurden einheitlich die folgenden linearen Verteilungen zugrunde gelegt:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_h(\eta) &= 0.6 - 0.35\eta \\ \epsilon_o(\eta) &= 1.0 - 0.60\eta \\ rls(\eta) &= 0.15 + 0.10\eta \end{aligned} \right\} \quad (13.1)$$

und für alle folgenden Rechnungen festgehalten. Diese Ansätze orientierten sich an den in Abschnitt 11 beobachteten Verteilungen sowie für  $rls$  an großräumigen Breitenmitteln für die Flüsse fühlbarer und latenter Wärme (PALMEN und NEWTON, 1969, Tab. 2.3).

Beim Testen des Einflusses von  $\epsilon_n$  und  $ht$  wurde zwecks besserer Vergleichbarkeit der Ergebnisse jeweils das Profil des meridionalen Massentransports festgehalten:

$$n(\eta) = -n_o \eta \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\eta}{\eta_o} \right)^2 \right\} \quad (13.2)$$

Diese Funktion verschwindet am Äquator und ist überall sonst im Modellgebiet negativ. Ihre Skala wird durch  $n_o$  festgelegt (getestete Zahlenwerte  $n_o = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$ ), ihre Struktur durch  $\eta_o$ , d.h. diejenige Breite, in der  $n$  sein Minimum erreicht und die Massentransportdivergenz verschwindet. Für  $\eta_o$  wurden die Werte  $7.5^\circ, 10^\circ, 12.5^\circ$  getestet (Anmerkung: Angaben über die dimensionslose Koordinate  $\eta$  werden der leichten Lesbarkeit halber hier stets in geographischer Breite gemacht).

Für die weiteren Funktionen wurde gesetzt:

$$ht(\eta) = c n_o \exp \left\{ -\ln 2 \left( \frac{\eta}{\eta_{1/2}} \right)^i \right\} \quad (13.3)$$

$$\epsilon_n(\eta) = -n_o \left\{ 1 - \left( \frac{\eta}{\eta_o} \right)^2 \right\} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\eta}{\eta_o} \right)^2 \right\} + ht(\eta) \quad (13.4)$$

Die Hot-Tower-Funktion hängt von folgenden Parametern ab: (a) Der Skala  $c$  (Zahlenwerte 1.0, 1.5, 2.0), welche den Einfluß von  $ht$  (und damit  $\epsilon_n$ ) relativ zur Massentransportskala angibt. (b) Der Halbwertsbreite  $\eta_{1/2}$  (Zahlenwerte:  $3^\circ, 6^\circ, 9^\circ, 12^\circ, 15^\circ$ ). Dieser Parameter kennzeichnet die Grenze zwischen dem Passat- und dem ITCZ-Bereich. (c) Der Steilheit des Abfalls von Konstanzwerten in den inneren Tropen auf Null in den Subtropen (Werte des Parameters  $i$ : 2, 4, 6). Die Reibungsfunktion  $if$  wurde gemäß den in Abschnitt 7 skizzierten Überlegungen gewählt.

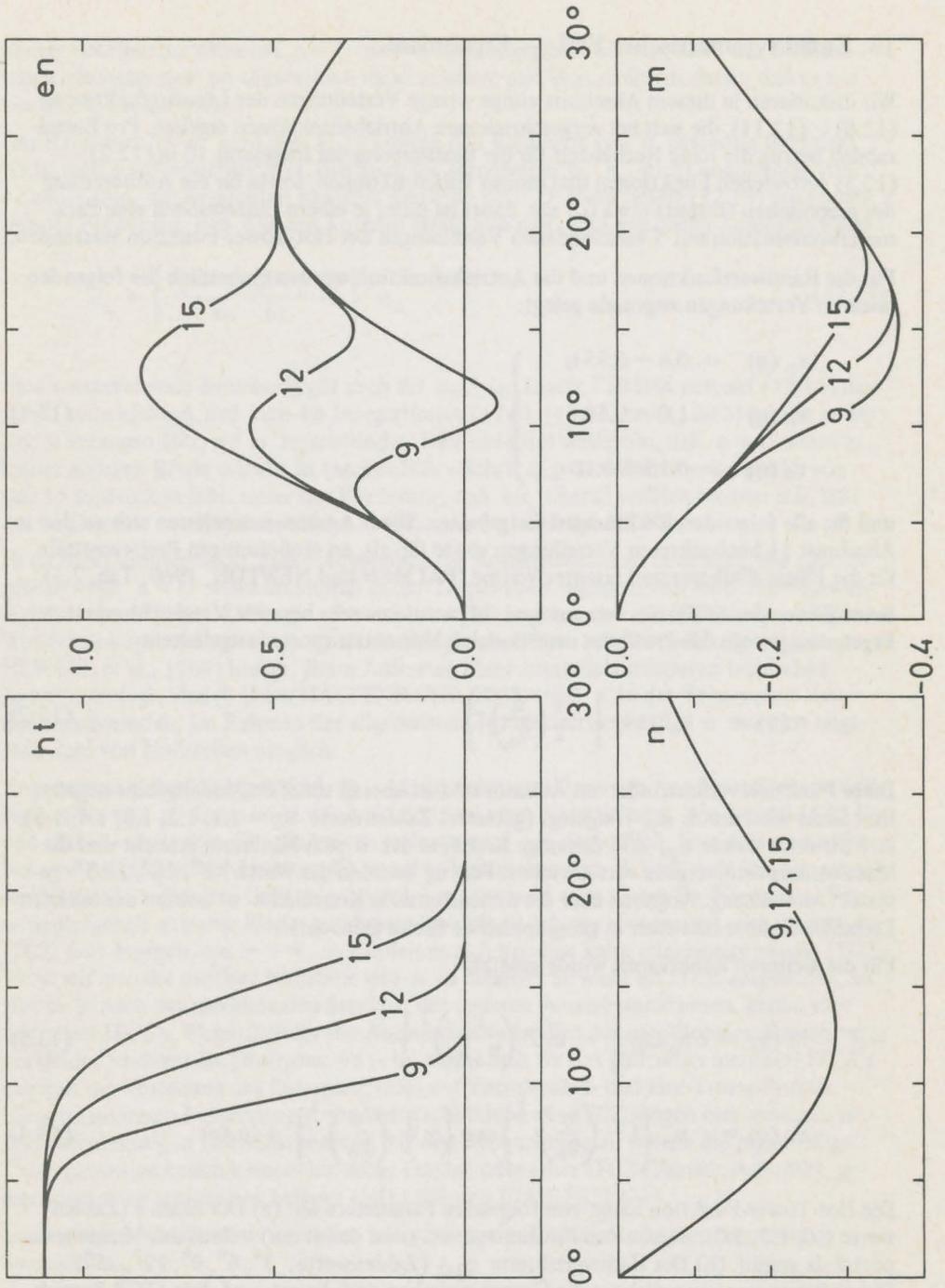


Bild 13.1. Antriebsfunktionen  $ht$  und  $en$  sowie Responsefunktionen  $m$ ,  $n$  für  $c = 1$ . Variierter Parameter: Halbwertsbreite  $\eta_{1/2}$  der Hot-Tower-Funktion.

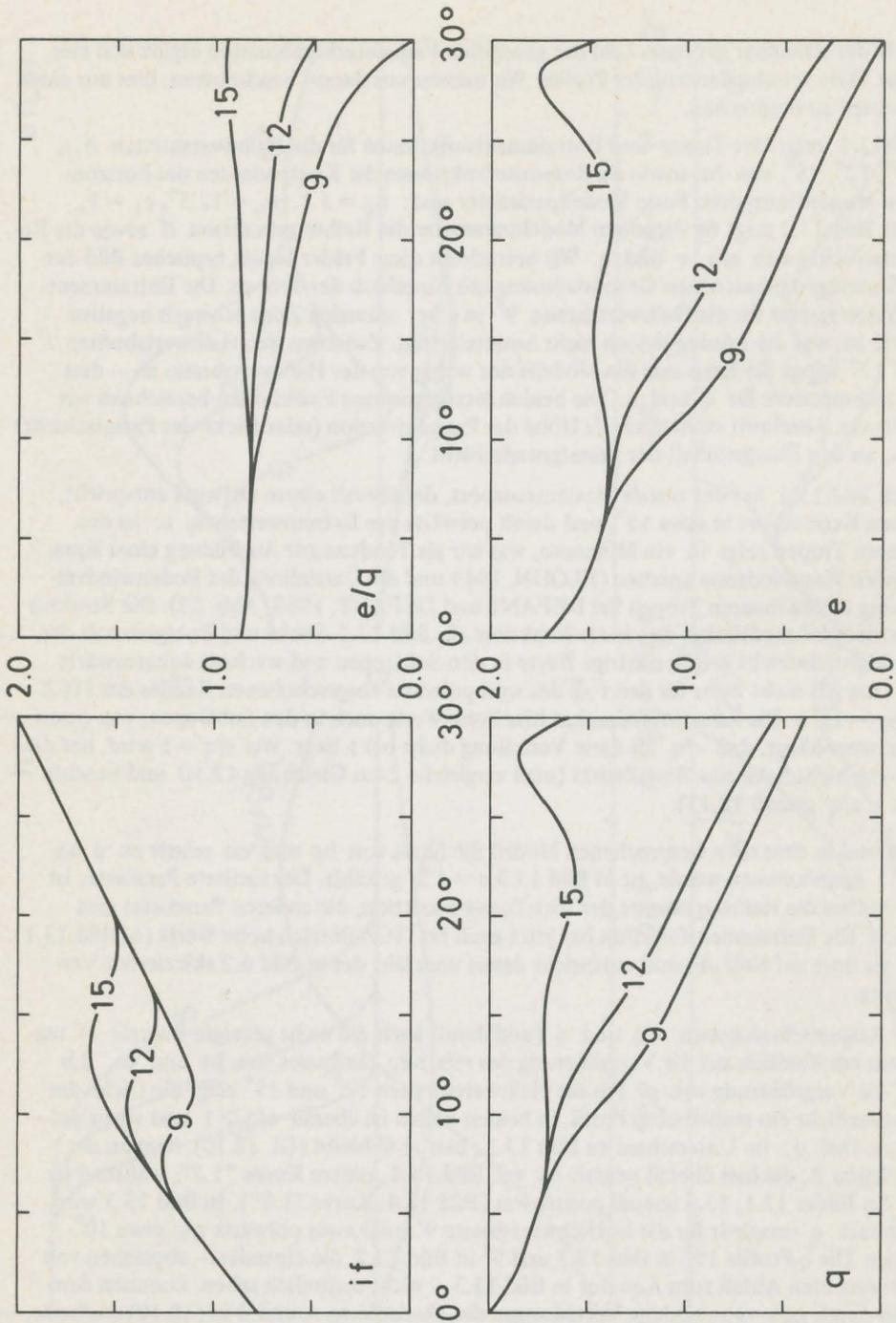


Bild 13.2. Koeffizientenfunktion  $if$  und Responsefunktionen  $e/q$ ,  $e$ ,  $q$  für Modelle gem. Bild 13.1.  $q$  gibt im wesentlichen die Dicke,  $e$  den Energieinhalt der Passatschicht wieder.

Trotz der scheinbar geringen Zahl der gewählten Parameterkombination ergibt sich eine große Fülle verschiedenartigster Profile. Wir müssen uns darauf beschränken, hier nur einen Bruchteil zu besprechen.

Bild 13.1 zeigt Hot-Tower- und Entrainmentfunktionen für die Halbwertsbreiten  $\eta_{1/2} = 9^\circ, 12^\circ, 15^\circ$  von  $ht$  sowie als Responsefunktionen die Komponenten des horizontalen Massentransports. Feste Modellparameter sind:  $n_o = 1.1, \eta_o = 12.5^\circ, c_1 = 1, i = 6$ . Bild 13.2 zeigt für dieselben Modellparameter die Reibungsfunktion  $if$  sowie die Responsefunktionen  $e/q, e$  und  $q$ . Wir betrachten diese Felder als ein typisches Bild der großräumigen passatischen Grundströmung mit Einschluß der Tropen. Die Entrainmentfunktion nimmt für die Halbwertsbreite  $9^\circ$  in einer schmalen Zone schwach negative Werte an, was die Lösung jedoch nicht beeinträchtigt. Zwischen den Halbwertsbreiten  $9^\circ$  und  $12^\circ$  hängt die Response des Modells nur wenig von der Halbwertsbreite ab – dies gilt insbesondere für  $q$  und  $e$ . Die beiden letztgenannten Funktionen bezeichnen wir in diesem Abschnitt einheitlich als Höhe der Passatinversion (oder Dicke der Passatschicht) bzw. als den Energieinhalt der Passatgrundschicht.

Nach Bild 13.1 hat der zonale Massentransport, der überall einem Ostwind entspricht, seinen Extremwert in etwa  $15^\circ$ , und damit polwärts des Extremwerts von  $n$ . In den inneren Tropen zeigt  $m$  ein Minimum, was wir als Tendenz zur Ausbildung einer äquatorialen Westwindzone ansehen (FLOHN, 1949 und die Darstellung der Bodenwindverteilung in den inneren Tropen bei DEFANT und DEFANT, 1958, Abb. 62). Die Struktur von  $m$  wird modifiziert durch die Funktion  $if$ , Bild 13.2. Dicke und Energieinhalt der Passatgrundschicht zeigen niedrige Werte in den Subtropen und wachsen äquatorwärts an. Dies gilt nicht mehr für den Fall des weit polwärts vorgeschobenen Randes der ITCZ ( $\eta_{1/2} = 15^\circ$ ): Die Passatinversion hat hier hohe Werte auch in den Subtropen, was damit zusammenhängt, daß  $e/q$  für diese Verteilung dicht bei 1 liegt: Wo  $e/q = 1$  wird, hat die Passatschichtdicke eine Singularität (man vergleiche dazu Gleichung 12.10 und beachte  $B/n = e/q$  gemäß 12.13).

Während in dem eben besprochenen Modell die Skala von  $ht$  und  $en$  relativ zu  $n$  als  $c = 1$  angenommen wurde, ist in Bild 13.3  $c = 1.5$  gewählt. Der variierte Parameter ist wie vorher die Halbwertsbreite der Hot-Tower-Funktion, die anderen Parameter sind gleich. Die Entrainmentfunktion hat jetzt auch im ITCZ-Bereich hohe Werte (in Bild 13.1 fiel sie dort auf Null ab) und entspricht damit ungefähr der in Bild 6.2 skizzierten Verteilung.

Die Responsefunktionen  $e/q$  und  $q$  (und damit auch die nicht gezeigte Energie  $e$ ) reagieren empfindlich auf die Vergrößerung des relativen Einflusses von  $ht$  und  $en$ , d.h. auf die Vergrößerung von  $c$ . Für die Halbwertsbreiten  $12^\circ$  und  $15^\circ$  zeigt die Dicke der Passatschicht ein realistisches Profil, in beiden Fällen ist überall  $e/q > 1$  und steigt polwärts. Daß  $q$ , im Unterschied zu Bild 13.2, hier reell bleibt (Gl. 12.10), liegt an der Funktion  $A$ , die hier überall negativ ist, vgl. Bild 13.4, untere Kurve "1.5", während sie für die Bilder 13.1, 13.2 überall positiv war (Bild 13.4, Kurve "1.0"). In Bild 13.3 wird demnach  $q$  imaginär für die  $ht$ -Halbwertsbreite  $9^\circ$ , und zwar polwärts von etwa  $10^\circ$  Breite. Die  $q$ -Profile  $15^\circ$  in Bild 13.3 und  $9^\circ$  in Bild 13.2, die einander – abgesehen von dem erneuten Abfall zum Äquator in Bild 13.3 – nicht unähnlich sehen, kommen demnach durch ganz verschiedene Verteilungen der Funktionen  $A$  und  $B$  in (12.10) zustande, was durch den Parameter  $c$  verursacht wird. Aus der Tatsache, daß die Beobachtungen einen polwärtigen Abfall von  $e/q$  nahelegen (Bild 11.2), läßt sich jedoch nicht schließen, daß  $c = 1$  eine bessere Parametrisierung darstellt als  $c = 1.5$ .

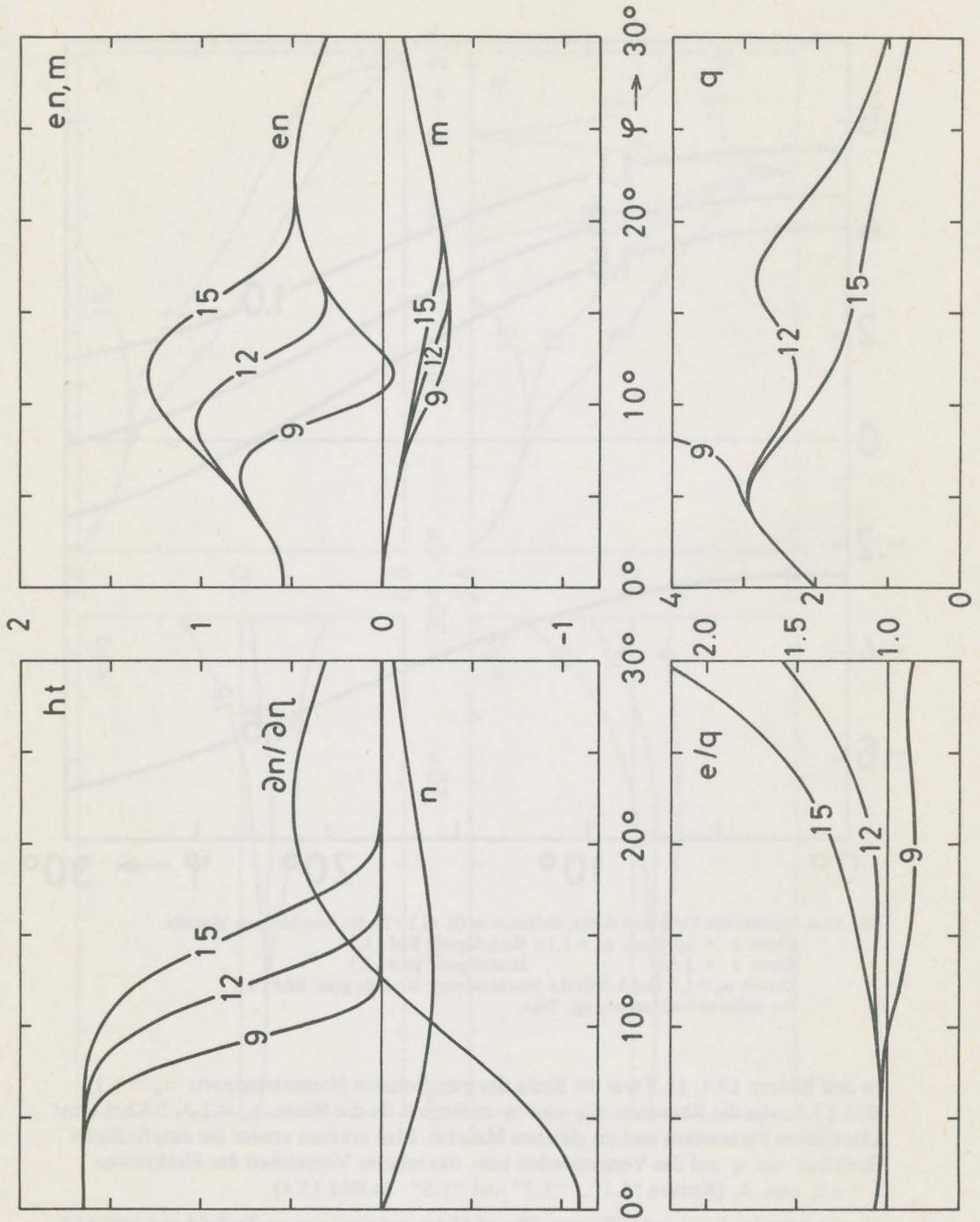


Bild 13.3. Antriebsfunktionen  $ht$ ,  $en$  und Responsefunktionen  $n$ ,  $\partial n/\partial \eta$ ,  $m$ ,  $e/q$ ,  $q$ . Parameter wie in Bild 13.1; Unterschied: Skala von  $ht$  und  $en$  hier  $c = 1.5$ .

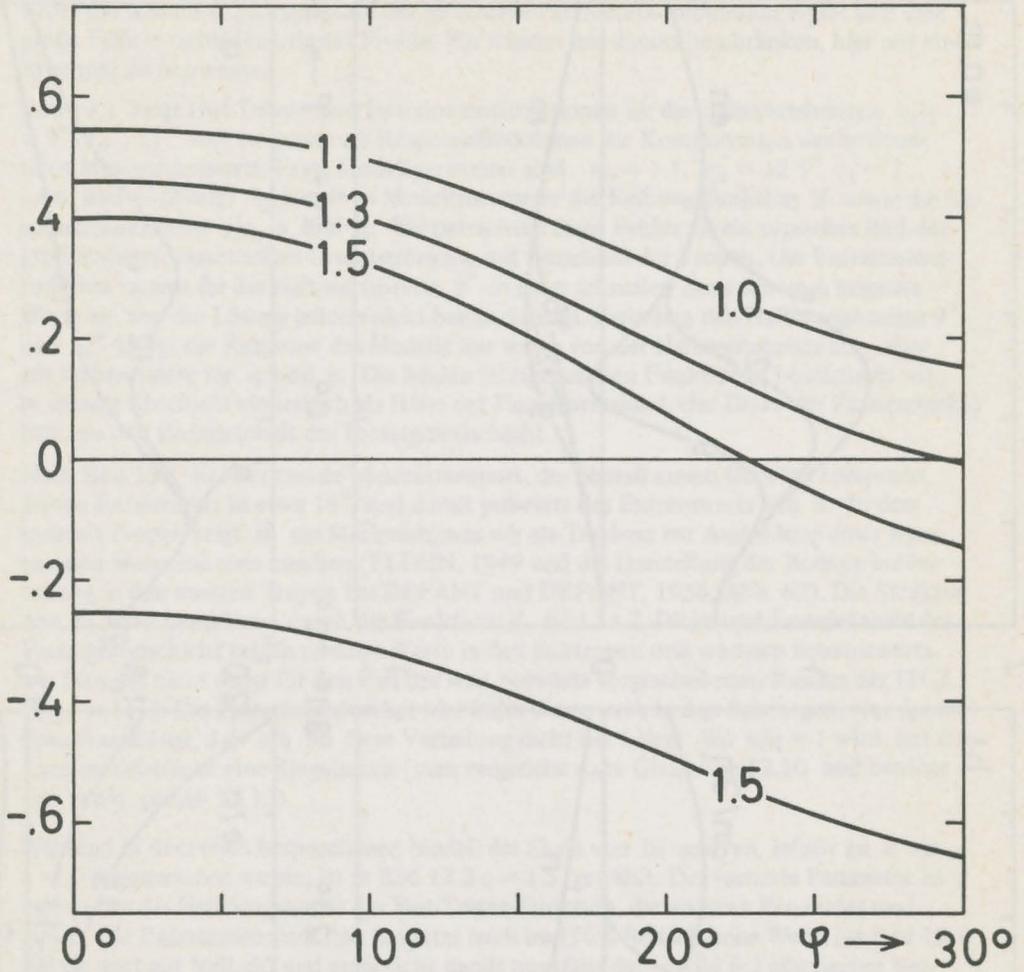


Bild 13.4. Verlauf der Funktion  $A(\eta)$ , definiert in Gl. (12.12), für verschiedene Modelle.

Kurve  $c = 1.0$  (und  $n_o = 1.1$ ): Modell gem. Bild 13.1

Kurve  $c = 1.5$ : Modell gem. Bild 13.3

Kurven  $n_o = 1.3$  und  $1.5$  (linke Beschriftung): Modelle gem. Bild 13.5

Zur näheren Erläuterung vgl. Text.

In den Bildern 13.1, 13.2 war die Skala des meridionalen Massentransports  $n_o = 1.1$ ; Bild 13.5 zeigt die Response  $e/q$  und  $q$  zusätzlich für die Werte  $n_o = 1.3, 1.5$  bei sonst identischen Parametern und im gleichen Maßstab. Man erkennt erneut die empfindliche Reaktion von  $q$  auf das Verschwinden bzw. das relative Vorzeichen der Funktionen  $1 - e/q$  und  $A$  (Kurven "1.1", "1.3" und "1.5" in Bild 13.4).

Der gestrichelte Bereich der Kurven 12 und 15 im rechten unteren Teilbild von Bild 13.5 bedeutet Imaginärwerte von  $q$ . Diese eigentümliche Instabilität der Höhe der Passatinversion, weit außerhalb der ITCZ, mag ein Mechanismus sein, der eine Störung im Passat kennzeichnet; er tritt ein, wenn die Balance der eng miteinander zusammenhängenden

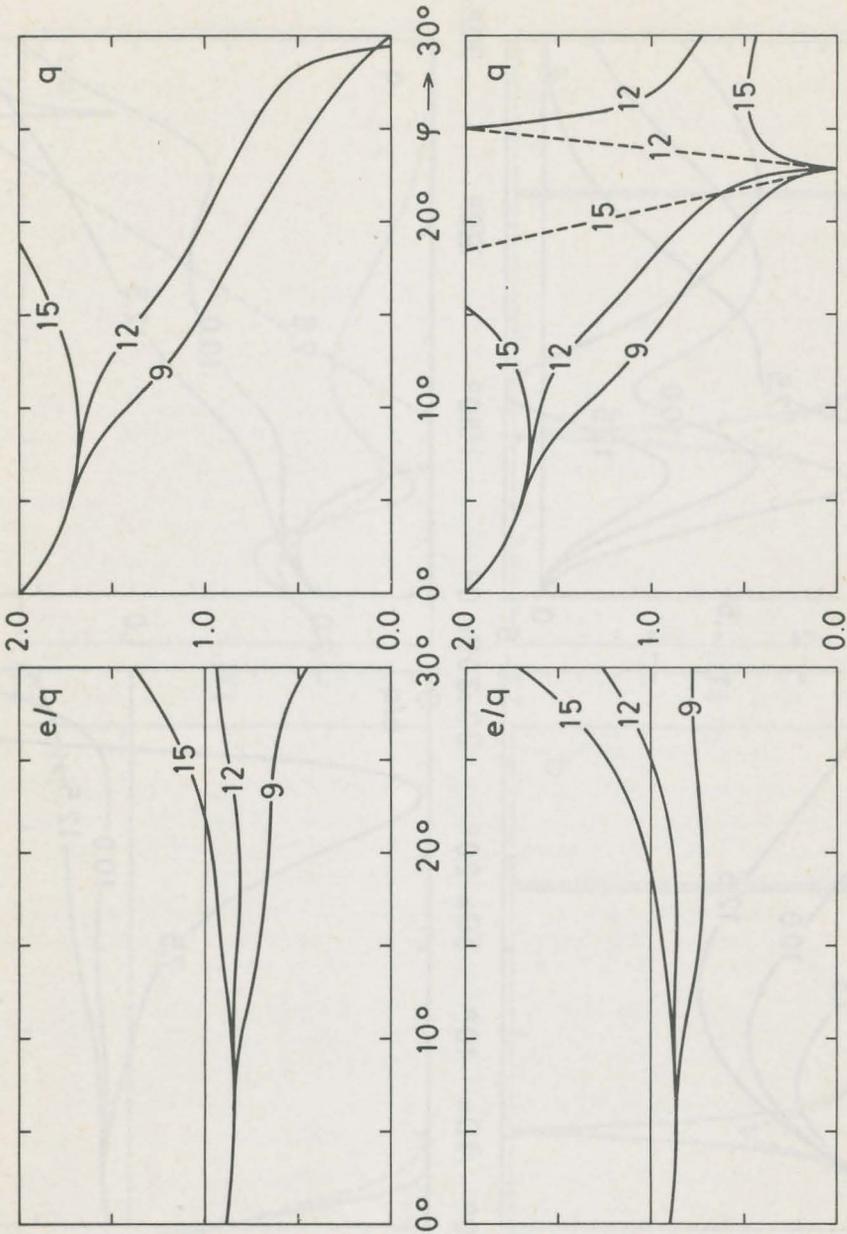


Bild 13.5. Responsefunktionen  $e/q$  und  $q$  für verschiedene Skalen der Massentransporte.  
 Obere Teilbilder:  $n_0 = 1.3$   
 Untere Teilbilder:  $n_0 = 1.5$   
 Gestrichelte Partien der Passatschichtdicke:  $q$  dort imaginär. Vgl. auch Text.

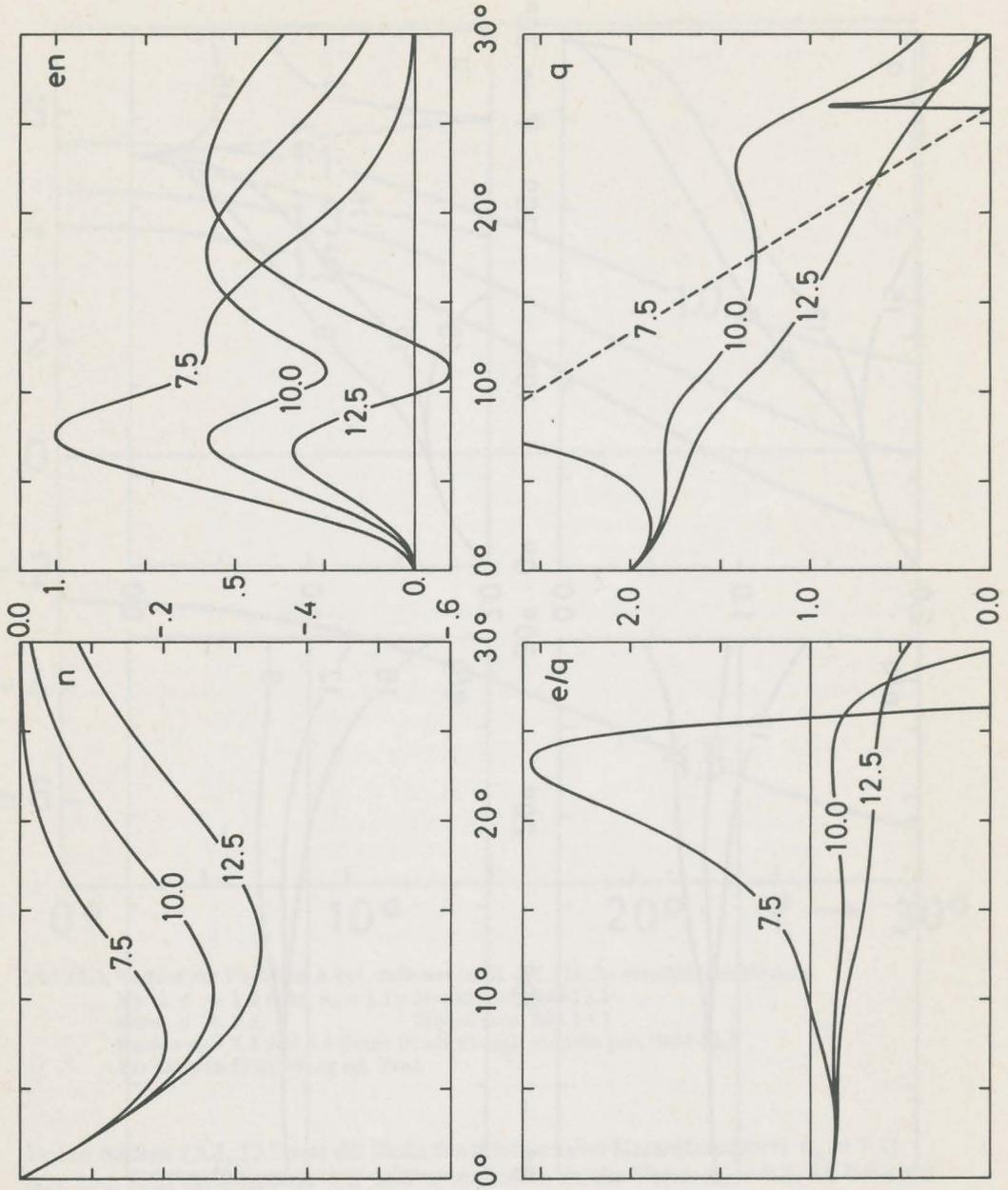


Bild 13.6. Responsefunktionen  $n$ ,  $e/q$ ,  $q$  für verschiedene Antriebsfunktionen  $e_n$ ; variierter Parameter:  $\eta_0 = 7.5^\circ, 10.0^\circ, 12.5^\circ$ . Konstant gehalten:  $ht$  gem. (13.3) mit  $c = 1.0$ ,  $n_0 = 1.3$ ,  $\eta_{1/2} = 9^\circ$   
 Gestrichelt: Passatschichtdicke imaginär. Vgl. auch Text.

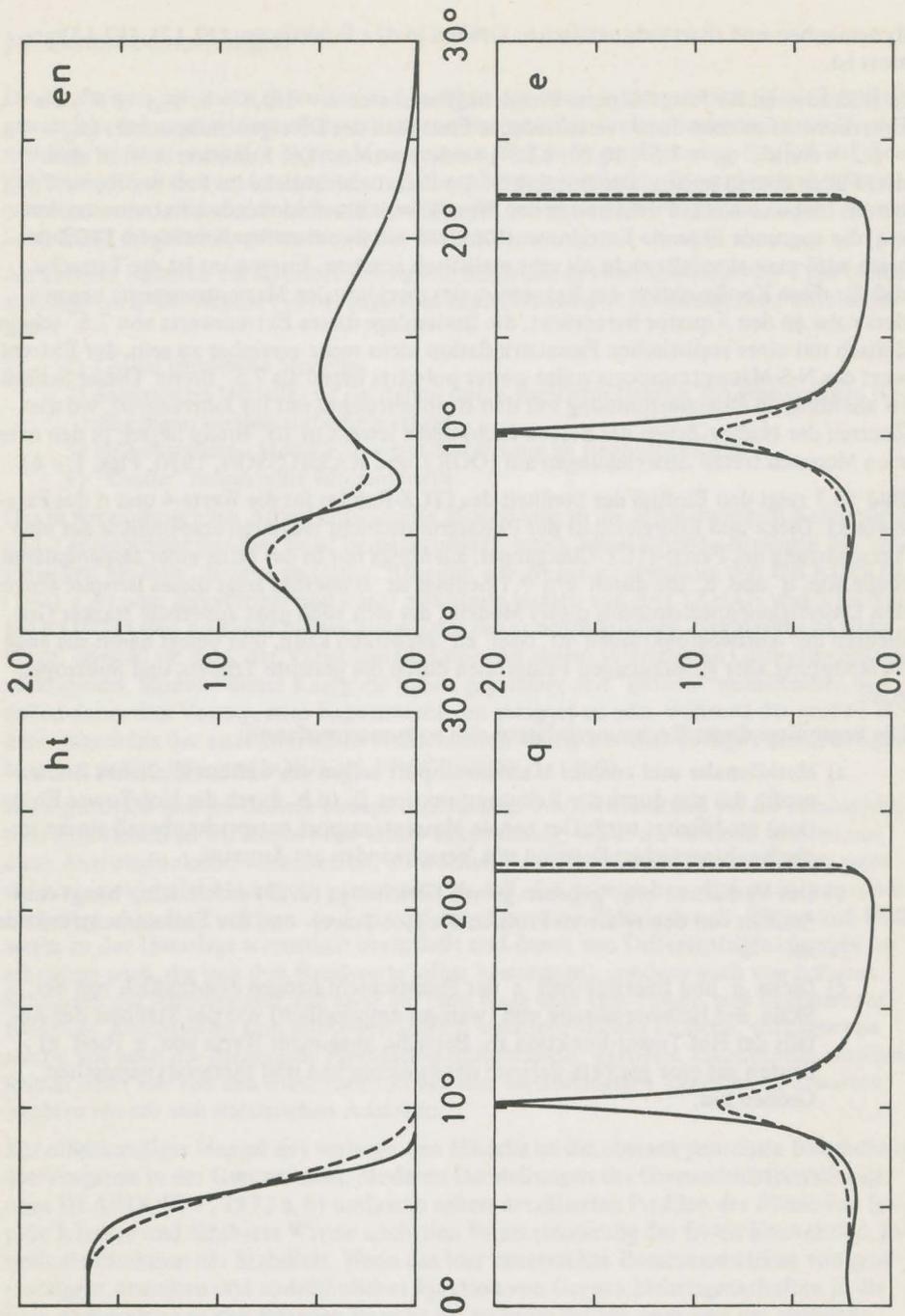


Bild 13.7. Antriebsfunktionen  $ht$  und  $en$  sowie Responsefunktionen  $q$ ,  $e$  für verschiedene Steilheit des Abfalls der Hot-Tower-Funktion. Festgehaltene Parameter:  $n_0 = 1.1$ ,  $c = 1.5$ ,  $\eta_0 = 7.5^\circ$ .

dynamischen und thermodynamischen Größen in den Funktionen (12.12), (12.13) gestört ist.

In Bild 13.6 ist für festgehaltenes Profil  $ht$  (Parameter  $c = 1.0$ ,  $i = 6$ ,  $\eta_{1/2} = 9^\circ$ ) die Entrainmentfunktion durch verschiedenes Einstellen des Divergenznullpunktes ( $n_0 = 1.3 = \text{const.}$ ,  $\eta_0 = 7.5^\circ, 10.0^\circ, 12.5^\circ$ ) variiert worden. Die Funktion  $A$  ist in allen drei Fällen überall positiv. Die Instabilität der Passatschichtdicke im Fall der Kurve 7.5 beruht hier also nur auf dem hohen den Wert 1 weit überschießenden Extremwert von  $e/q$ ; die zugrunde liegende Entrainmentfunktion mit ihrem steilen Anstieg im ITCZ-Bereich wird man ebenfalls nicht als sehr realistisch ansehen. Interessant ist die Tatsache, daß für diese Konfiguration das Extremum des meridionalen Massentransports besonders nahe an den Äquator heranrückt; die Breitenlage dieses Extremwerts von  $7.5^\circ$  scheint danach mit einer realistischen Passatzirkulation nicht mehr vereinbar zu sein, der Extremwert des N-S-Massentransports sollte weiter polwärts liegen als  $7.5^\circ$  Breite. Dieser Schluß ist allerdings in Übereinstimmung mit den Beobachtungen nur im Jahresmittel, wo die Zentren der Hadley-Zellen der beiden Hemisphären jeweils in  $10^\circ$  Breite liegen; in den extremen Monaten treten Abweichungen auf (OORT und RASMUSSEN, 1970, Figs. 1 – 6).

Bild 13.7 zeigt den Einfluß der Steilheit des ITCZ-Randes für die Werte 4 und 6 des Parameters  $i$ . Dicke und Energieinhalt der Passatgrundschicht reagieren empfindlich auf eine Verschärfung des Passat-ITCZ-Überganges, allerdings nur in der Nähe einer fastsingulären Stelle von  $q$  und  $e$ , die durch  $e/q \approx 1$  bedingt ist. Immerhin zeigt dieses Beispiel erneut den Unstetigkeitsmechanismus dieses Modells, der sich auch ganz außerhalb starker Gradienten der Antriebsfunktionen  $ht$  oder  $en$  auswirken kann, und belegt damit die enge Verknüpfung aller großräumigen Feldgrößen durch die gesamte Tropen- und Subtropenzone.

Die Ergebnisse dieser Rechnungen lassen sich so zusammenfassen:

- a) Meridionaler und zonaler Massentransport zeigen ein weithin ähnliches Breitenprofil, das nur durch die Reibungsfunktion  $if$  (d.h. durch die Hot-Tower-Funktion) modifiziert wird. Der zonale Massentransport entspricht überall einem tropisch-subtropischen Ostwind mit Verschwinden am Äquator.
- b) Das Verhältnis  $e/q$ , gegeben gemäß Gleichung (12.13) durch  $B/n$ , hängt empfindlich von den relativen Profilen der Hot-Tower- und der Entrainmentfunktion ab.
- c) Dicke  $q$  und Energieinhalt  $e$  der Passatschicht hängen empfindlich von der Skala, der Halbwertsbreite und (weniger empfindlich) von der Steilheit des Abfalls der Hot-Tower-Funktion ab. Bereiche imaginärer Werte von  $q$  (und  $e$ ) deuten auf eine gestörte Balance der dynamischen und thermodynamischen Größen hin.

## 14. Schlußbemerkungen

Die im vorigen Abschnitt diskutierten Lösungen der zonal symmetrischen Modellgleichungen stellen den ersten Versuch dar, die Auswirkungen des aus Beobachtungen erschlossenen Entrainment- und Hot-Tower-Mechanismus und ihren gemeinsamen Einfluß auf die großskalige Zirkulation der tropischen Atmosphäre zu studieren. Dieser Versuch ist notwendigerweise vorläufig, vor allem angesichts der weitgehenden Vereinfachungen, die zur Schließung des Modells gemacht werden mußten.

Als äußerer Rahmen zur Kennzeichnung von Modellen des hier entwickelten Typs bietet sich eine im SMIC-Report (1971) gegebene Klassifizierung an. Dieser Bericht unterscheidet

- 1) Global gemittelte Modelle;
- 2) Statistische Modelle; sie entstehen durch Breitenmittelung, die großskaligen Bewegungen werden statistisch erfaßt;
- 3) Halbempirische Modelle in enger Anlehnung an Beobachtungen;
- 4) "Große" numerische Klimamodelle.

Das in der vorliegenden Arbeit entwickelte Modell mag in die Mitte zwischen Kategorie 2 und 3 eingeordnet werden. Es ist bemerkenswert, welche weitreichende Aussagen die "statistischen Modelle" bereits gestatten. Arbeiten wie die schon erwähnte von DICKINSON (1971 a, b) oder das vertikal und zonal gemittelte Modell von SALTZMAN und VERNEKAR (1971) sind in diesem Sinne, wesentliche Züge der atmosphärischen Zirkulation zu simulieren, obwohl sie dank der Variablenreduktion mit einem vertretbaren Computeraufwand auskommen. Modelle dieser Kategorie haben gegenüber den "großen" numerischen Modellen daher den Vorzug, zum Experimentieren geeignet zu sein, während die großen Modelle angesichts der astronomischen Rechenzeiten häufig nur eine einzige Parameterkombination prüfen können (LONDON PROCEEDINGS, 1969).

Die eigentliche und im Grunde einzige unabhängige Antriebsfunktion für die atmosphärische Zirkulation ist die kurzweilige solare Einstrahlung. Wenn wir Modelle, welche nur diese Antriebsfunktion voraussetzen, als wechselwirkende Modelle bezeichnen, so wäre das hier entwickelte Modell ein getriebenes Modell, das angetrieben wird nicht nur von der Unterlage, d.h. der Funktion  $r_{ls}$  (obwohl die allgemeine Zirkulation die Flüsse und Feldwerte an der Unterlage wesentlich beeinflußt und damit von Differentialgleichungen beschrieben wird, die sich ihre Randwerte selbst bestimmen), sondern auch von höheren Schichten der Atmosphäre, und zwar auf dem Wege über Hot-Tower- und Entrainmentfunktion. Anzustreben sind selbstverständlich wechselwirkende Modelle, vorzugsweise solche, die auch die ozeanische Zirkulation mitumfassen. Vertiefte Erkenntnisse sind hier jedoch nicht nur von den dreidimensionalen und zeitabhängigen Modellen zu erwarten, sondern ebenso von statistischen Ansätzen.

Ein offenkundiger Mangel des vorliegenden Modells ist die überaus pauschale Behandlung der Vorgänge in der Grenzschicht. Moderne Darstellungen der Grenzschichtphysik (vgl. etwa DEARDORFF, 1972 a, b) umfassen neben detaillierten Profilen der Flüsse von Impuls, latenter und fühlbarer Wärme auch eine Parametrisierung der freien Konvektion, jeweils als Funktion der Stabilität. Wenn das hier untersuchte Zusammenwirken von großräumigem Absinken und nadelähnlicher Ejektion von Grenzschichteigenschaften in die freie Atmosphäre in den Bilanzen korrekt ist, so sollte jedoch auch eine die physikalischen Prozesse tiefer erfassende Parametrisierung die sich ergebenden Strukturen nicht grundsätzlich ändern. Bemerkenswert erscheint jedenfalls die Fähigkeit derartiger statistischer Modelle mit relativ glatten Antriebsfunktionen, für bestimmte Parameterkombi-

nationen scharfe Strukturen zu liefern — ein Beispiel wurde in Bild 13.7 gegeben. Ergebnisse dieses Typs liefert auch das zonal periodische ITCZ-Modell von BATES (1970), in dem der dort benutzte Parameter  $\eta$  die Stärke der ITCZ modelliert; die Response des Modells zeigt scharf ausgeprägte Strukturen beispielsweise im Breitenprofil der Vertikalgeschwindigkeit.

Es ist zu hoffen, daß derart vereinfachte, wenn auch nichttriviale Modelle das Verständnis der Mechanismen der allgemeinen Zirkulation (RIEHL, 1969) vertiefen helfen. Die Philosophie der "großen" Modelle im Sinne der obigen Kategorie 4 hat mit dem Argument zu kämpfen, die Grenze ihrer Ausdehnungsfähigkeit liege da, wo die Aufbereitung, Durchführung und vor allem Interpretation der Ergebnisse der numerischen Experimente anfangs, ähnlich viel Aufwand zu erfordern wie die Beobachtung und Beschreibung der wirklichen Atmosphäre (vgl. dazu auch die Ausführungen von SMAGORINSKY, 1969), einem Einwand, der gelegentlich in der Zuspitzung gipfelt, ein die Natur lediglich imitierendes Modell erkläre im Grunde nichts, und statt kostspieliger Computerexperimente solle man lieber deskriptive Meteorologie und Klimatologie betreiben. Es scheint, als seien vereinfachte Modelle einer theoretischen Klimatologie imstande, hier eine Lücke auszufüllen. Die Isolierung der einzelnen die Zirkulation bestimmenden Mechanismen muß dem Zusammenbau dieser Prozesse in wechselwirkende, jedoch immer noch hinreichend durchsichtige Klimamodelle vorausgehen. Der in dieser Untersuchung diskutierte Ansatz will ein Versuch in dieser Richtung sein.

## Literatur

- AUGSTEIN, E. (1972): Untersuchungen zur Struktur und zum Energiehaushalt der Passatgrundschrift. Berichte des Instituts für Radiometeorologie und Maritime Meteorologie an der Universität Hamburg, Nr. 19, 71 pp.
- BALL, F.K. (1960): Control of inversion height by surface heating. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 86, 483 – 494.
- BATES, J.R. (1970): Dynamics of disturbances on the intertropical convergence zone. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 96, 677 – 701.
- BREUER, L., FRAEDRICH, K., MUSTER, C., RUPRECHT, E., SCHEIDTMANN, E. (1972): Radar-Index und Schauersysteme in den Tropen – Ein Vergleich zwischen Kontinent und Ozean. In: *Bonner Meteorologische Abhandlungen* Nr. 17 (im Druck).
- BUNKER, A.F. (1971): Energy transfer and tropical cell structure over the Central Pacific. *Journal of the Atmospheric Sciences* 28, 1101 – 1116.
- DEARDORFF, J.W. (1972 a): Numerical investigation of neutral and unstable planetary boundary layers. *Journal of the Atmospheric Sciences* 29, 91 – 115.
- DEARDORFF, J.W. (1972 b): Parameterization of the planetary boundary layer for use in general circulation models. *Monthly Weather Review* 100, 93 – 106.
- DEFANT, A. und DEFANT, F. (1958): *Physikalische Dynamik der Atmosphäre*. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt/M., 527 pp.
- DICKINSON, R.E. (1971 a): Analytic model for zonal winds in the Tropics. I. Details of the model and simulation of gross features of the zonal mean troposphere. *Monthly Weather Review* 99, 501 – 510.
- DICKINSON, R.E. (1971 b): Analytic model for zonal winds in the Tropics. II. Variation of the tropospheric mean structure with season and differences between hemispheres. *Monthly Weather Review* 99, 511 – 523.
- ERTEL, H. (1936): Die Arten der Unstetigkeiten des Windfeldes an der Propopause. *Meteorologische Zeitschrift* 53, 450 – 455.
- ESTOQUE, M.A. (1971): The planetary boundary layer wind over Christmas Island. *Monthly Weather Review* 99, 193 – 201.
- FERGUSON, H.L. (1972): Hydrology – the computation and use of large-scale water balances. *VMO-Bulletin* 21, 41 – 45.
- v. FICKER, H. (1936): Die Passatinversion. *Veröffentlichungen des Meteorologischen Instituts der Universität Berlin* 1, Heft 4, Berlin, 33 pp.
- FLOHN, H. (1949): Eine äquatoriale Westwindzone als Glied der allgemeinen Zirkulation. *Zeitschrift für Meteorologie* 3, 240 – 246.
- FORTAK, H. (1968): Die Methode der Filteranalyse in der atmosphärischen Energetik. *Institut für Theoretische Meteorologie der Freien Universität Berlin*, 16 pp.
- FORTAK, H. (1969): Die Parametrisierung der Divergenz des vertikal gemittelten Impulsstromtensors der planetarischen Grenzschicht. *Institut für Theoretische Meteorologie der Freien Universität Berlin*, 15 pp.
- FUJITA, T.T., K. WATANABE and T. IZAWA (1969): Formation and structure of equatorial anticyclones caused by large-scale cross-equatorial flows determined by ATS-I photographs. *Journal of Applied Meteorology* 8, 649 – 667.
- GATES, W.L. (1961): Static stability measures in the atmosphere. *Journal of Meteorology* 18, 526 – 533.
- GEISLER, J.E. and E.B. KRAUS (1969): The well-mixed Ekman boundary layer. *Deep-Sea Research* 16, (Supplement, Fuglister Anniversary Volume), 73 – 84.
- GORDON, A.H. and R.C. TAYLOR (1966): Lagrangian dynamics and low latitude weather. *International Indian Ocean Expedition, Meteorology Program, Report No. 1*, Hawaii Institute of Geophysics, HIG – 66 – 12, 32 pp.
- GRIESSEIER, H. und I. Jacobsen (1970): Versuch der Einbeziehung konvektiver Prozesse in die Theorie der Ekman-Schicht. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie A*, 19, 283 – 298.
- HANEY, R.L. (1971): Surface thermal boundary condition for ocean circulation models. *Journal of Physical Oceanography* 1, 241 – 248.
- HANTEL, M. (1971): The entrainment influence on the ocean surface layer in tropical latitudes. *Journal of Physical Oceanography* 1, 130 – 138.
- HANTEL, M. (1972): Der Entrainmentmechanismus – eine Parametrisierung vertikaler Eigenschaftstransporte. *Annalen der Meteorologie, Neue Folge*, Nr. 6 (im Druck).

- HASTENRATH, S.L. (1968): On mean meridional circulations in the Tropics. *Journal of the Atmospheric Sciences* 25, 979 – 983.
- KIEFER, P.J. (1941): The thermodynamic properties of water and water vapor. *Monthly Weather Review* 69, 329 – 331.
- KÖHNE, R. (1972): Struktur der Passatschicht im östlichen Nordatlantik anhand der „METEOR“-Daten 1965. Diplomarbeit, Bonn, in Vorbereitung.
- KORNFELD, J., HASLER, A.F., HANSON, K.J. and SUOMI, V.E. (1967): Photographic cloud climatology from ESSA III and V computer produced mosaics. *Bulletin of the American Meteorological Society* 48, 878 – 883.
- KRAUS, E.B. and TURNER, J.S. (1967): A one-dimensional model of the seasonal thermocline. Part II: The general theory and its consequences. *Tellus* 19, 98 – 106.
- KREITZBERG, C.W. (1964): The structure of occlusions as determined from serial ascents and vertically-directed radar. Research Report, AFCRL-64-26, 121 pp.
- KUNG, E. (1967): Diurnal and long-term variations of the kinetic energy generation and dissipation for a five-year period. *Monthly Weather Review* 95, 593 – 606.
- LANDAU, L.D. and LIFSCHITZ, E.M. (1959): *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, London, 536 pp.
- LETTAU, H. (1952): Austausch. In: LANDOLDT-BÖRNSTEIN, Zahlenwerte und Funktionen, Bd. III (Astronomie und Geophysik), Hrsg. J. BARTELS und P. Ten BRUGGENCATE, Berlin-Göttingen-Heidelberg, p. 666 – 674.
- LONDON PROCEEDINGS (1969): *The Global Circulation of the Atmosphere*. Proceedings London, Royal Meteorological Society, ed. CORBY, G.A., 257 pp.
- MADDEN, R.A. and ROBITAILLE, F.E. (1970): A comparison of equivalent potential temperature and the static energy. *Journal of the Atmospheric Sciences* 27, 327 – 329.
- MILLER, D.B. and FEDDES, R.G. (1971): *Global Atlas of Relative Cloud Cover 1967–70 Based on Data from Meteorological Satellites*. U.S. Department of Commerce and United Air Force, Washington, D.C., 237 pp.
- NEIBURGER, M., JOHNSON, D.S. and CHEN-WU CHIEN (1961): Studies of the structure of the atmosphere over the Eastern Pacific Ocean in summer. I. The inversion over the Eastern North Pacific Ocean. University of California, Publications in Meteorology, Vol. 1, No. 1, 94 pp., University of California Press.
- NEWELL, R.E., VINCENT, D.G., DOPPLICK, T.G., FERRUZA, D. and KIDSON, J.W. (1969): The energy balance of the global atmosphere. In: LONDON PROCEEDINGS (1969), 42 – 90.
- OORT, A.H. and RASMUSSEN, E.M. (1970): On the annual variation of the monthly mean meridional circulation. *Monthly Weather Review* 98, 423 – 442.
- PALMEN, E. (1956): The mean vertical-meridional circulation in low latitudes of the northern hemisphere. *Scientific Proceedings, Int. Ass. of Meteorology, Rome, Sept. 1954*. Butterworth's Scientific Publications, London 1956, 409 – 412.
- PALMEN, E. (1967): Evaluation of atmospheric moisture transport for hydrological purpose. WMO-IHD Project Report No. 1, WMO, Geneva, 63 pp.
- PALMEN, E. and NEWTON, C.W. (1969): *Atmospheric Circulation Systems; Their Structure and Physical Interpretation*. International Geophysics Series, Vol. 13, Academic Press New York and London, 603 pp.
- RIEHL, H. (1969): Mechanisms of the General Circulation of the Troposphere. In: *World Survey of Climatology, Vol. 2 (General Climatology)*, Elsevier Publishing Company, pp. 1 – 37.
- RIEHL, H., YEH, T.C., MALKUS, J.S. and La SEUR, N.E. (1951): The North-East Trade of the Pacific Ocean. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 77, 598 – 626.
- RIEHL, H. and MALKUS, J.S. (1958): On the heat balance in the equatorial trough zone. *Geophysica* 6, 503 – 538.
- ROLL, H.U. (1965): *Physics of the Marine Atmosphere*. International Geophysics Series, Vol. 7, Academic Press, New York and London, 426 pp.
- ROUSE, H. and DODU, J. (1955): Diffusion turbulente à travers une discontinuité de densité (mit englischer Übersetzung). *La Houille Blanche* 10, 522 – 532.
- SALTZMAN, B. and VERNEKAR, A.D. (1971): An equilibrium solution for the axially symmetric component of the Earth's macroclimate. *Journal of Geophysical Research* 76, 1498 – 1524.
- SMAGORINSKY, J. (1969): Numerical simulation of the global atmosphere. In: LONDON PROCEEDINGS (1969), 24 – 41.
- SMIC-Report (1971): Report of the Study of Man's Impact on Climate (SMIC). MIT-Press, Cambridge, Mass., 308 pp.
- SPRUNG, A. (1885): *Lehrbuch der Meteorologie*. Hoffmann und Campe, Hamburg, 407 pp.
- STOMMEL, H. (1947): Entrainment of air into a cumulus cloud. *Journal of Meteorology* 4, 91 – 94.
- SUTTON, O.G. (1953): *Micrometeorology*. McGraw-Hill Book Comp., New York, 333 pp.

## Symbolliste

a	Erdradius
c	Parameter der analytischen Funktionen (Abschn. 13)
$\frac{c}{c_1^2}$	Konstante in den integrierten Drucktermen
$c_1^2$	Quadrat einer charakteristischen Geschwindigkeit
$c_p, c_v$	spezifische Wärme von Luft bei konstantem Druck bzw. bei konstantem Volumen
div	dreidimensionaler Divergenzoperator
$e(\xi, \eta)$	dimensionsfreie reduzierte Gesamtenthalpie E
$e_1^1$	Gesamtenthalpie
$e_2$	reduzierte Gesamtenthalpie
$e_n(\xi, \eta)$	dimensionsfreie Entrainmentfunktion
g	Schwerebeschleunigung
h(x, y, t)	Obergrenze des Modells
h	Index des Niveaus $z \equiv h(x, y, t)$
ht( $\xi, \eta$ )	dimensionsfreie Hot-Tower-Funktion HT
i	Parameter der analytischen Funktionen (Abschn. 13)
if( $\xi, \eta$ )	dimensionsfreie Reibungsfunktion IF
k	Reibungskoeffizient im GULDBERG-MOHN'schen Ansatz
$k = 2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$	mittleres k
$\left(\frac{M}{N}\right)(\xi, \eta)$	dimensionsfreier Massentransportvektor $\left(\frac{M}{N}\right)$
$n_0$	Parameter der analytischen Funktionen (Abschn. 13)
o	Index des Niveaus $z \equiv 0$
p	Druck
q	dimensionsfreie Masse der Schicht (praktisch proportional zur Dicke der Passatschicht)
rls	dimensionsfreie diabatische Heizungsfunktion RLS
s	spezifische Feuchte
t	Zeit
$\underline{v} := \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = : \begin{pmatrix} V \\ w \end{pmatrix}$	dreidimensionaler Geschwindigkeitsvektor mit Komponenten in x-, y-, z- bzw. horizontaler Richtung
$u', v'$	dimensionsfreie Geschwindigkeitskomponenten (Randwerte an Obergrenze der Passatschicht)
$w^*$	vertikale Massenaustauschgeschwindigkeit senkrecht zur Passatinversion
x	horizontale Koordinate, positiv nach Osten
y	horizontale Koordinate, positiv nach Norden
z	vertikale Koordinate, positiv nach oben
A( $\eta$ ), B( $\eta$ )	integrierte Funktionen, Gl. (12.12), (12.13)
C	Produktionsrate an Kondenswasser
$C_D$	Reibungskoeffizient im Schubspannungsansatz
E(x, y, t)	integrierte reduzierte Gesamtenthalpie
$E_k$	Ekman-Zahl
$E_1$	integrierte Gesamtenthalpie
EN(x, y, t)	Entrainmentfunktion
F	Energieproduktionsrate durch Reibung
$\bar{F}$	Skala der Antriebsfunktion RLS
Fr	Froude-Zahl
$F_r$	vertikaler Strahlungsfluß
$F_s$	vertikaler turbulenter Fluß von Wasserdampf
$F_T$	vertikaler Energiefluß durch turbulente Temperaturleitung
HT(x, y, t)	Hot-Tower-Funktion
$\bar{H} = 1000 \text{ m}$	Skala der Passatschichtdicke
IF(x, y, t)	Reibungsfunktion ("internal friction")
$I_X, I_Y$	integrierte Advektionsterme
L	Kondensationswärme von Wasserdampf
$\left(\frac{M}{N}\right)(x, y, t)$	Vektor des integrierten horizontalen Massentransports

$\bar{M} = 10^7 \text{ g m}^{-1} \text{ sec}^{-1}$	Skala des Betrages von $\left(\frac{M}{N}\right)$
$P_1, P_2$	Abkürzungen für integrierte Druckterme
$Q(x, y, t)$	Gesamtmasse der Passatschicht
$\bar{Q} = 10^6 \text{ g m}^{-2}$	Skala von Q
$Q_T$	diabatischer Quellterm für innere Energie
$Q_s$	Quellterm für spezifische Feuchte
Ri	Richardson-Zahl
RLS (x y, t)	Antriebsfunktion (Strahlung, latente und fühlbare Wärme) in Energiegleichung
Re	Reynolds-Zahl
Ro, Ro'	Rossby-Zahlen
$R_L = 0.069 \text{ cal g}^{-1} \text{ grad}^{-1}$	Gaskonstante für trockene Luft
T	Temperatur
$T_v := (1 + 0.604 \text{ s}) T$	virtuelle Temperatur
$\bar{T} := 290^\circ\text{K}$	Mitteltemperatur der unteren tropischen Troposphäre
$V = 10 \text{ m/sec}$	Skala der Horizontalgeschwindigkeit in der Passatschicht
$\alpha$	Konstante in der Energiegleichung
$\beta := \partial f / \partial y \simeq 2.2 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ sec}^{-1}$	Rossby-Parameter
$\epsilon_0, \epsilon_h$	dimensionsfreie Randwerte der Enthalpie
$\zeta$	gebundene Integrationsvariable (statt $\eta$ ) in meridionaler Richtung
$\eta$	dimensionsfreie y-Koordinate
$\eta_0$	Parameter der analytischen Funktionen (Abschn. 13)
$\Theta$	potentielle Temperatur
$\kappa^*$	Turbulenzkoeffizient (nach GRIESSEIER und JACOBSEN, 1970), Dimension m/sec
$\mu$	dynamischer Reibungskoeffizient
$\xi$	dimensionsfreie x-Koordinate
$\rho$	Dichte
$\tau_x, \tau_y$	Komponenten der horizontalen Schubspannung
$\mathbb{T} := \begin{pmatrix} \tau_x \\ \tau_y \end{pmatrix}$	horizontaler Schubspannungsvektor
$\mathbb{V} := \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$	horizontaler Windvektor
$\wedge, *$	vertikales baryzentrisches Mittel und Abweichung davon





- Heft 11: *Rolf Doberitz*: Cross-Spectrum and Filter Analysis of Monthly Rainfall and Wind Data in the Tropical Atlantic Region. 1969, 53 S. DM 10,—
- Heft 12: *Michael Agi*: Globale Untersuchungen über die räumliche Verteilung der kinetischen Energie in der Atmosphäre. 1970, 82 S. DM 10,—
- Heft 13: *Jens-Ole Strüning*: Untersuchungen zur Divergenz des Wasserdampftransportes in Nordwestdeutschland. 1970, 61 S. DM 10,—
- Heft 14: *H. Flohn, M. Hantel, E. Ruprecht*: Investigations on the Indian Monsoon Climate. 1970, 100 S. DM 10,—
- Heft 15: *Hermann Flohn*: Tropical Circulation Patterns. 1971, 55 S. DM 10,—
- Heft 16: *Frank Schmidt*: Entwurf eines Modells zur allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre und Simulation klimatologischer Strukturen. 1971, 68 S. DM 10,—
- Heft 17: Klimatologische Forschung — Climatological Research (Festschrift Flohn), 1973, 624 S., Subskriptionspreis bis 31.12.73: DM 98,— danach DM 118,—
- Heft 18: *Michael Hantel*: Ein vertikal-integriertes Modell der Passatschicht. 1973, 60 S. DM 18,—