

**Numerische Modellierung
der Wasseraufnahme von Pflanzenwurzeln**

Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Dipl.-Physiker Markus Mendel

aus

Koblenz

Bonn 2001

Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Inhaltsverzeichnis

Summary	3
Zusammenfassung	5
1 Zum Wasserhaushalt von Pflanzen	7
2 Das Modell	13
2.1 Die Richardsgleichung	13
2.2 Wahl einer Extraktionsfunktion	15
2.3 Kohäsionstheorie	17
2.4 Bestimmung des Wurzelwasserpotentials	19
2.5 Modellierte Prozesse	20
2.5.1 Fluidfluß: Makroskala	21
2.5.2 Mesoskalige Matrixdiffusion	23
2.5.3 Wasseraufnahme der Wurzeln	25
2.5.4 Fluß durch das Wurzelsystem	26
2.5.5 Hydraulic lift	29
2.5.6 Hormonelle Steuerung der Transpiration	30
2.5.7 Unberücksichtigte Prozesse	31
3 Numerische Realisierung	33
3.1 Das gekoppelte Differentialgleichungssystem	33
3.2 Einkaliger und mehrskaliger Ansatz	34
3.3 Gitterstruktur	35

3.4	Zeitliche Diskretisierung	38
3.5	Räumliche Diskretisierung	39
3.6	Anfangs- und Randbedingungen	41
3.7	Mehrgitterverfahren	44
3.8	Test der Numerik	45
3.9	Technische Realisierung der Ventilwirkung	46
4	Anwendungen	49
4.1	Periodischer Zustand	49
4.2	Analytische stationäre Lösung der Richardsgleichung	51
4.3	Modellierung der Wasseraufnahme unter Verwendung von zwei Wurzelordnungen	52
4.4	Optimierung der Wurzeldichteverteilungen	55
4.5	Ist <i>hydraulic lift</i> ein rein passiver Transportvorgang?	59
4.6	Einbeziehung des Jahresgangs der Evapotranspiration	61
4.7	Abhängigkeit der umgeschichteten Wassermenge von der radialen Konduktivität	63
4.8	Modellierung der Wasseraufnahme für eine Trockenperiode	67
4.8.1	Realisierung und Simulationsbeispiel	67
4.8.2	Tagesverlauf der Transpirationsrate	71
4.8.3	Zusammenfassung	74
4.9	Periodischer Zustand bei wasserdurchlässigem Untergrund	75
5	Diskussion	81
6	Ausblick	85
	Literaturverzeichnis	87

Summary

The soil-root-stem water pathway is a major component of the subsurface hydrological system. During the summer season large trees may transpire more than 400 litres per day. The water taken up by the roots has to be refilled either by matrix diffusion or by macropore flow within the soil matrix. Detailed quantitative studies of water extraction by plant roots date back to studies by Gardner (1960). Gardner computed analytically steady state soil water flow towards and into a root which was approximated by an infinitely long cylinder of uniform radius. Later, in order to investigate water uptake by whole root systems a number of macroscopic models have been proposed based on the Richards equation.

This work aims at a better understanding of the process of the spacial and temporal water uptake by plant root systems or, generally spoken, the interactions between plants and the unsaturated zone. Water uptake and water transport through the root system and the soil matrix are considered as passive, coupled processes: On a macroscale, fluid flow through the soil matrix within and outside of the root system is modelled using a two-dimensional, axialsymmetric Richards equation. Fluid flow through the roots is described using a Darcy equation. In order to obtain the source and sink distribution of the root system, mesoscale soil water potentials (near a single root) are computed in a one-dimensional approximation in a further step. The coupled non-linear equation system is solved numerically. The modifications of the multiscale approach compared to the purely macroscopic model become significant assuming large radial root conductivities, furthermore if one regards small time scale variations of the transpiration signal.

The model is capable of tracing a phenomenon called hydraulic lift, which is the transport of water from moist into drier, in general upper, soil layers through plant root systems: Plant roots sometimes do not only take up water but also release water if the soil is dry. The quantity of hydraulically lifted water can exceed one quarter of the daily transpired amount. The purpose of this behaviour is not fully understood. Although the effect has been shown only for a relatively small number of species, it is believed to be a more general phenomenon. The numerically calculated amount of passively shifted water agrees well with the experimental data. This supports the thesis that hydraulic lift is a purely passive process without the need of an active component. Besides, hydraulic lift seems to be an advantageous strategy for the plant as transpiration can be guaranteed by smaller xylem suction.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

Die Wasseraufnahme und die Transpiration von Pflanzen spielen für ein hydrologisches System eine bedeutende Rolle. Bei starker Sonneneinstrahlung transpirieren große Bäume manchmal über 400 Liter pro Tag. Das entstehende Wasserdefizit kann im Boden entweder durch Matrixdiffusion oder durch Grobporenfluß ausgeglichen werden. Quantitative Untersuchungen der Wasseraufnahme von Pflanzenwurzeln gehen auf die grundlegenden Arbeiten von Gardner (1960) zurück. Für den stationären Fall berechnete Gardner den Fluidfluß in eine zylindrisch angenommene Wurzel analytisch. Seitdem sind eine Reihe vergleichbarer, makroskopischer Modelle auf der Grundlage der Richardsgleichung vorgeschlagen worden.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, zu einem besseren Verständnis der Wechselwirkungen zwischen der ungesättigten Zone und der Wasseraufnahme von Pflanzen beizutragen. Die Wasseraufnahme sowie der Wassertransport durch die Bodenmatrix und das Wurzelsystem werden dabei als passive, gekoppelte Prozesse betrachtet: Auf einer Makroskala wird der Fluidfluß durch die Bodenmatrix mittels einer zweidimensionalen, axialsymmetrischen Richardsgleichung modelliert. Der Fluidfluß durch das Wurzelsystem wird durch eine Darcygleichung beschrieben. Der Ansatz ist mehrskalig: Während der Transpiration auftretende, lokale Bodenwasserpotentialgradienten um einzelne Saugwurzeln werden durch Ankopplung einer mesoskaligen Richardsgleichung aufgelöst. Das gekoppelte, nichtlineare Differentialgleichungssystem wird numerisch gelöst. Die Simulationen zeigen, daß eine mehrskalige (im Vergleich zu einer einskaligen) Rechnung in einem für Pflanzenwurzeln realistischen Parameterbereich zu signifikanten Änderungen führt. Daneben ist der mehrskalige Ansatz zur Simulation eines in der Natur beobachteten nichtlinearen (konvexen) Transpirationsverlaufs notwendig.

Mit dem Modell kann *hydraulic lift* simuliert werden. Unter *hydraulic lift* versteht man den Wassertransport von feuchten, in der Regel tieferen Bodenschichten in trockenere Bodenschichten durch das Wurzelsystem. Warum bestimmte Pflanzen Wasser nicht nur aufnehmen, sondern auch an den Boden abgeben, ist unter Pflanzenphysiologen umstritten. Der Effekt ist zwar nur für eine relativ kleine Zahl von Spezies gemessen worden; man geht aber von einem eher häufig verbreiteten Phänomen aus. Die numerisch bestimmte Menge an umgeschichteten Wasser stimmt mit experimentellen Daten gut überein. Wir schließen daraus, daß *hydraulic lift* ein rein passiver Prozeß ist, also keiner aktiven (osmotischen) Komponente bedarf. Weiterhin scheint *hydraulic lift* ein für die Pflanze vorteilhaftes Konzept zu sein, da eine vorgegebene Transpiration unter Verwendung kleinerer Xylemspannung gewährleistet werden kann.

Inhaltsverzeichnis

1 Zum Wasserhaushalt von Pflanzen

Gut die Hälfte des Gesamtniederschlags auf den Kontinenten geht durch Evaporation und Transpiration wieder in die Atmosphäre über (Clothier & Green 1997), der Rest fließt durch Oberflächenabfluß, Interflow oder Grundwasserabfluß ab. Evaporation ist die Verdunstung von der Bodenoberfläche; aber auch die Verdunstung von Blattoberflächen, auf denen bis zu 5 mm des Niederschlags mittels Interzeption gespeichert werden können, wird als Evaporation bezeichnet. Wichtiger für ein hydrologisches System ist dagegen meistens die Transpiration, die Wasserabgabe von Pflanzen mittels Stomata (Spaltöffnungen der Blätter). Die Summe aus Transpiration und Evaporation wird als Evapotranspiration bezeichnet. Die hydrologischen Zusammenhänge sind in Abbildung 1.1 dargestellt.

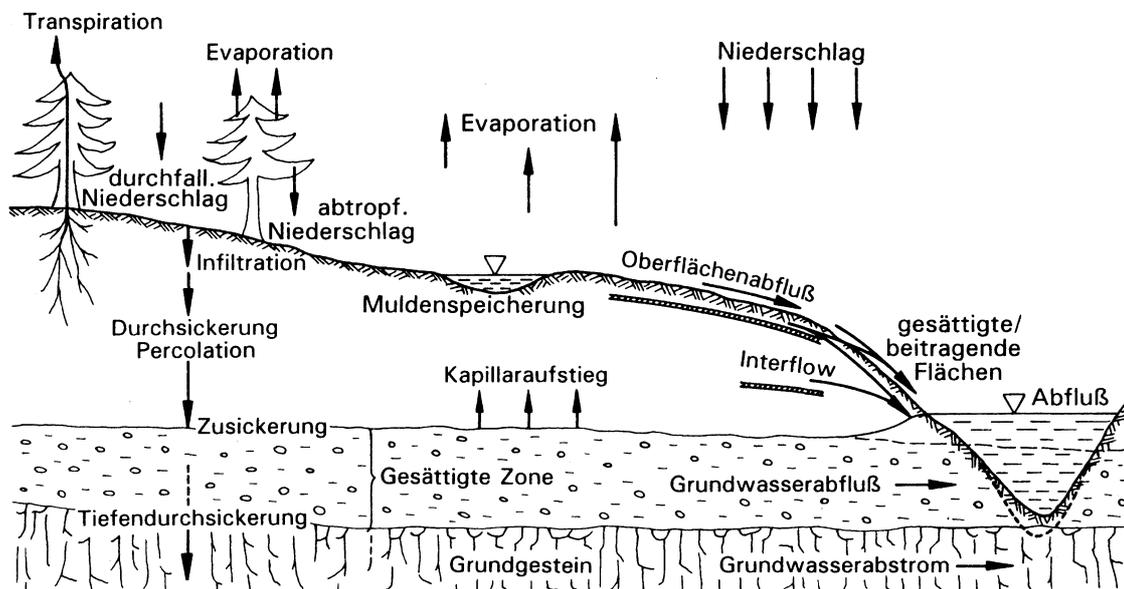


Abbildung 1.1: Hydrologische Prozesse auf der Hangskala, nach Bronstert (1994)

Ausgewachsene Bäume transpirieren bis zu 400 Liter pro Tag (Mohr & Schopfer 1992). Voraussetzung für die Transpiration ist entsprechend der Kohäsionstheorie ein Wasserpotentialgradient

zwischen Boden und Atmosphäre. Dieser Gradient ist besonders groß, wenn der Boden feucht und die relative Luftfeuchtigkeit der Atmosphäre klein ist. Die Grundlagen der Kohäsionstheorie werden in Abschnitt 2.3 skizziert.

Pflanzen benötigen Wasser zur Kühlung (Verdunstungskälte) und für die Photosynthese. Das transpirierte Wasser wird dem Boden durch Saugwurzeln und Wurzelhaare entnommen. Das dabei entstehende Wasserdefizit muß dem durchwurzelten Bodengebiet wieder nachgeführt werden. Dabei kommen grundsätzlich zwei Prozesse in Frage: Matrixdiffusion und Makroporenfluß. Bei der Matrixdiffusion ist die Flußrate proportional zum Wasserpotentialgradienten. Das Wasserpotential ist eine Funktion der Bodenfeuchtigkeit. Makroporen sind durch Regenwürmer, Insekten oder abgestorbene Wurzeln erzeugte Bodengänge oder größere Trocknungsrisse (Germann 1990), in denen Fluidfluß rein gravitativ stattfindet. Sie führen zu einer Verbesserung der Durchsickerung und damit zu einer Reduzierung des Oberflächenabflusses.

Die Untersuchung der Wechselwirkungen zwischen der Vegetation und der ungesättigten Bodenzone ist zum einen aus rein pflanzenphysiologischer Sicht interessant. Die zu untersuchenden Prozesse zielen aber auch auf landwirtschaftliche und klimatische Fragestellungen ab. Zum Beispiel ist es Gegenstand aktueller wissenschaftlicher Diskussion, welche Bäume und Sträucher Wasser durch ihr Wurzelsystem von tieferen, feuchten Bodenschichten in oberflächennahe Bodenschichten umschichten können und dort zu einer Verbesserung der Wasserversorgung von Nutzpflanzen führen. Tatsächlich sind einige Spezies bekannt, die Wasser innerhalb der Bodenmatrix auf diese Art umschichten. Der Effekt wird in der englischen Literatur als *hydraulic lift* bezeichnet (Caldwell & Richards 1989). Die durch *hydraulic lift* umgeschichtete Wassermenge kann ein bedeutender Teil der Transpirationsmenge sein. Bei Bermudagrass ist die pro Tag umgeschichtete Wassermenge z. B. auf 42 % der Transpirationsmenge bestimmt worden (Bavel & Baker 1985). Die Bedeutung von *hydraulic lift* für die Pflanze ist unter Pflanzenphysiologen umstritten (Emerman 1996, Dawson 1996); auch sind experimentelle Daten meist ungenau. Es bietet sich also an, diesen Effekt im Rahmen eines Modells genauer zu untersuchen.

Voraussetzung für jedes numerische Modell ist eine Abstraktion und Beschränkung der Prozesse. Aus pflanzenphysiologischer Sicht gibt es strenggenommen eine Reihe von Faktoren, die den Wasserhaushalt und die Transpiration von Pflanzen beeinflussen. Neben dem Bodenwasservorrat selbst sind dies atmosphärische Größen wie Lufttemperatur, Luftfeuchtigkeit, CO₂-Gehalt, Wind und Sonneneinstrahlung. Wichtige Bodenparameter sind Bodenart, Bodentemperatur, Bodenluft, Konzentrationen verschiedener Nährstoffe wie Phosphor, evtl. die Anordnung mehrerer Bodenschichtungen mit unterschiedlichem Penetrationswiderstand für die Wurzeln, weiterhin symbiotische (z. B. Mykorrhiza) oder parasitäre Einflüsse. Die Morphologie des Wurzelsystems, d. h. die Verteilung von Saug- und Leitungswurzeln oder – allgemeiner ausgedrückt – die Verteilung von Wurzeln verschiedener Ordnung ist aber in erster Linie typabhängig: Man unterscheidet zwischen Flach- und Tiefwurzeln, weiterhin nach der Form und Funktion des Wurzelsystems,

z. B. der Pfahlwurzel einer Erbse, der Faserwurzel einer Weizenpflanze oder der Wurzelknolle einer Dahlie.

Es ist grundsätzlich nicht möglich, aber auch nicht sinnvoll, alle diese die Wasseraufnahme einer Pflanze beeinflussenden Größen in einem Modellkonzept zu berücksichtigen. In einem Modell ist es vielmehr angebracht, sich auf wesentliche Aspekte zu beschränken.

Eine der ersten mathematischen Untersuchungen der Wasseraufnahme durch Pflanzenwurzeln wurde von Gardner (1960) vorgestellt. Gardner betrachtete eine einzelne Wurzel als einen Zylinder unendlicher Länge, umgeben von einer Bodenmatrix. Er berechnete den stationären, diffusiven Fluß in Richtung dieses Zylinders analytisch auf Grundlage der Richardsgleichung (siehe Abschnitt 2.1). Seitdem sind eine Reihe vergleichbarer Modellkonzepte zur Modellierung der Wasseraufnahme publiziert worden. Die meisten stellen makroskalige Ansätze dar, bei denen die einzelnen Wurzeln durch eine Wurzel-dichte ersetzt sind und die Wasseraufnahme durch eine spezielle Wahl des Quellterms der Richardsgleichung beschrieben wird. Einen Überblick zu solchen kontinuierlichen Ansätzen geben Molz (1981) sowie Clothier & Green (1997).

Ein erster Schwerpunkt dieser Arbeit ist die Untersuchung des gekoppelten Systems aus Fluidfluß durch Boden und Wurzelsystem. Dafür wird neben der Richardsgleichung zumindest eine weitere makroskalige Differentialgleichung benötigt. Als Motivation dienen uns die Modelle von Alm et al. (1992) sowie Doussan et al. (1998), die den Fluß durch eine bzw. mehrere verzweigte Wurzeln als Röhrenfluß nach dem Poiseuille'schen Gesetz beschreiben. Ziel der Untersuchungen ist es u. a., ein besseres Prozeßverständnis von *hydraulic lift* zu entwickeln; insbesondere wird untersucht, ob *hydraulic lift* als passiver, nicht osmotischer Prozeß in quantitativer Übereinstimmung mit Meßdaten realisierbar ist und welchen Nutzen dieser Effekt für die Pflanze haben kann.

Es ist bekannt, daß der Transpirationsverlauf wie die räumliche Verteilung der Wasseraufnahme u. a. stark vom Niederschlag, allgemeiner ausgedrückt von der Wassernachführung des durchwurzelten Bodengebiets, abhängen. Letztere kann vertikal oder lateral sein. Die Niederschlagsrate ist sowohl auf der Zeitskala eines Tages als auch auf der eines Jahres stark irregulär. Es stellt sich daher die Frage, welcher Term für die obere Randbedingung der Richardsgleichung anzusetzen ist. Da im Rahmen dieser Arbeit kein konkreter Vergleich mit einer Meßreihe vorgesehen ist, ist es sinnvoll, einige grundsätzliche, unterschiedliche Szenarien zu betrachten:

1. Periodischer Zustand bei wasserundurchlässigem unteren Gebietsrand: Wir vernachlässigen hierbei Niederschlagsfluktuationen auf einer großen Zeitskala und nehmen weiterhin an, daß die Transpirationrate im Tagesmittel mit der Niederschlagsrate übereinstimmt; unter der Voraussetzung, daß der untere Rand dicht und der seitliche Rand periodisch bzw. dicht ist, erwartet man einen tagesperiodischen Zustand. Das Konzept und die Ergebnisse werden in den Abschnitten 4.1 bis 4.7 dargestellt.
2. Transpiration und Wasseraufnahmeverteilung während einer längeren Trockenperiode: Zur

Realisierung der Transpirationsreduzierung bei abnehmender Bodensättigung wird das Konzept der hormonellen Steuerung der Transpiration („*root-to-shoot communication*“, Davies & Zhang 1991) integriert. Grundlage dieser Theorie ist die Erkenntnis, daß Pflanzenwurzeln vor Erreichen des permanenten (absoluten) Welkepunktes bestimmte Hormone produzieren, die mit dem Transpirationsstrom zu den Blättern transportiert werden und eine teilweise Schließung der Stomata bewirken. Die meisten landwirtschaftlichen Nutzpflanzen welken bei einem Bodenwasserpotential von -1 bis -2 MPa, Pflanzen mäßig trockener Biotope und verschiedene Holzpflanzen bei -2 bis -3 MPa (Sitte et al. 1991). Die landwirtschaftliche Praxis nimmt vereinbarungsgemäß einen permanenten Welkepunkt bei -1.5 MPa an. Die Theorie der hormonellen Transpirationssteuerung wird genauer im Abschnitt 2.5.6 dargestellt; die Präsentation der Simulationsergebnisse folgt im Abschnitt 4.8.

3. Periodischer Zustand bei wasserdurchlässigem Untergrund: Für den unteren Gebietsrand wird die no-flow Randbedingung (z.B. eine Tonschicht) durch eine gravity-Randbedingung ersetzt. Die Wahl einer solchen Randbedingung ist angebracht, wenn Wasser vertikal ungehindert abfließen kann. In der Natur kann dies ein Karstgebiet (Entwässerung durch Risse und Klüfte) oder eine mächtige, drainierende Kiesschicht sein. Zur Darstellung siehe Abschnitt 4.9.

In den bisherigen Erläuterungen wurde ein kontinuierlicher, makroskaliger Ansatz motiviert. Bei einem solchen Ansatz wird dem Boden für jede Zelle des makroskaligen Berechnungsgitters Wasser räumlich homogen entnommen. Eine Zelle des makroskaligen Gitters hat eine Länge in der Größenordnung von 10 cm. Der Radius einer einzelnen Saugwurzel liegt dagegen in der Größenordnung von 1 mm. Eine typische Saugwurzel-dichte beträgt 1 Wurzel pro cm^3 Boden. Mit einem makroskaligen Ansatz können daher lokale Druckgradienten, die sich während der Transpiration um einzelne Saugwurzeln ausbilden, nicht aufgelöst werden. Seit den sechziger Jahren herrscht eine bis heute anhaltende Diskussion unter Pflanzenphysiologen, ob und inwieweit diese lokalen Druckgradienten für die Wasseraufnahme von Pflanzen von Bedeutung sind. Einen Überblick zu publizierten Arbeiten bietet Oertli (1996). Die zeitliche und räumliche Mehrskaligkeit der Prozesse in das Modell zu integrieren stellt einen zweiten Schwerpunkt dieser Arbeit dar. Die technische Realisierung basiert dabei auf einer Trennung der Skalen: Auf einer Makroskala werden auf einem groben Gitter die Gleichungen für den Fluidfluß durch den Boden und durch das Wurzelsystem gelöst. Für jedes Element des makroskaligen Gitters wird aus der Saugwurzel-dichte das durchschnittliche Einzugsgebiet einer einzelnen Saugwurzel bestimmt. Auf dieser Mesoskala wird dann der Fluidfluß zu und in die Saugwurzeln hinein berechnet. Ein alternativer, mehrskaliger Ansatz wäre die Verwendung einer adaptiven Gitterauflösung. Lafolie et al. (1991) und Tardieu et al. (1992) haben mit dieser Technik die Wasseraufnahme und die Transpiration in zweidimensional-horizontaler Näherung modelliert. Ein wesentlicher Nachteil eines solchen Verfahrens ist die aus Rechenzeit- und Speicherplatzgründen notwendige Beschränkung auf eine

stark reduzierte Anzahl von Wurzeln.

Die wesentlichen Fragestellungen und Ziele dieser Arbeit werden hier noch einmal zusammengefaßt:

- Wie unterscheidet sich die Wasseraufnahmeverteilung einer Pflanze in Abhängigkeit der Ventilwirkung der Wurzelmembran?
- Ist *hydraulic lift* als rein passiver Vorgang vorstellbar?
- Ist *hydraulic lift* ein evolutives Defizit oder stellt es eine Optimierung dar?
- Welche Beobachtungsgrößen sind von der Wahl der Randbedingungen abhängig und welche sind weitgehend unabhängig?
- Inwieweit führt eine mehrskalige Betrachtung zu einer Erweiterung des Prozeßverständnisses und wann ist ein einkaliger Ansatz ausreichend?

1 *Zum Wasserhaushalt von Pflanzen*

2 Das Modell

2.1 Die Richardsgleichung

Seit den sechziger Jahren werden in der Literatur Ansätze zur Modellierung der Wasseraufnahme durch Pflanzenwurzeln beschrieben. Ausgangspunkt dabei ist meistens die Richardsgleichung, die die Diffusion des Fluids durch das poröse Medium beschreibt. Die Richardsgleichung ist eine elliptisch - parabolische, partielle Differentialgleichung. Sie ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \rho_b}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = q \quad (2.1)$$

zusammen mit dem Darcy - Gesetz (*Darcy' s law*)

$$\vec{v}_{Da} = -K_f(S) \cdot (\nabla P_s - \rho_f \vec{g}). \quad (2.2)$$

zu

$$\phi \frac{\partial S(P_s)}{\partial t} - \nabla [K_f(P_s) \{ \nabla P_s - \rho_f \vec{g} \}] = -q \quad (2.3)$$

$\rho_b = \phi S \rho_f$ [kg m⁻³] ist die effektive Dichte (*bulk density*) des Fluides, ϕ die Porosität, S die Sättigung, ρ_f [kg m⁻³] die Dichte von Wasser, $\vec{j} = \rho_b \vec{v}$ [kg m⁻² s⁻¹] der volumetrische Fluß, \vec{v} [m s⁻¹] die Porengeschwindigkeit und q [s⁻¹] der Senke- bzw. Quellterm. Die Sättigung S liegt zwischen 0 und 1. P_s [Pa] ist das Bodenwasserpotential, im gesättigten häufig als Porenwasserdruck ($P_s > 0$), im ungesättigten als Matrixpotential ($P_s < 0$) oder betraglich als Saugspannung bezeichnet. Das Bodenwasserpotential hat weiterhin eine osmotische Komponente. Der Einfluß der Ionenkonzentration auf den Matrixfluß sowie auf die Wasseraufnahme der Pflanzenwurzeln wird in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Hierzu wäre die Ankopplung sowohl einer Temperaturgleichung (Wasserdampftransport) als auch einer Konzentrationsgleichung notwendig. Für eine detaillierte Darstellung des gekoppelten Wärme-, Wasser- und Konzentrationstransports im ungesättigten porösen Medium siehe Nassar & Horton (1992).

Die Darcygeschwindigkeit $v_{Da} = \phi S \vec{v}$ [m s⁻¹] ist die gemittelte, also effektive Fluidgeschwindigkeit durch die Bodenmatrix. K_f [m²Pa⁻¹s⁻¹] ist die hydraulische Leitfähigkeit der Matrix.

2 Das Modell

Sie hängt stark von der Bodenart und von der Sättigung ab. K_f nimmt mit kleiner werdender Sättigung schnell ab. Beachte: In vielen Arbeiten wird K_f anders als hier in $[\text{m s}^{-1}]$ und P_s in $[\text{m}]$ angegeben. Für die $K_f(S)$ - und $S(P_s)$ - Verteilungen nehmen wir die Relationen von van Genuchten (1980) an:

$$\begin{aligned} S(P_s) &= \frac{1}{\left(1 + \left(-\frac{1}{h_b} \frac{P_s}{\rho_f g}\right)^{\lambda+1}\right)^{\frac{\lambda}{\lambda+1}}} \\ K_f(S) &= K_{max} S^{\frac{1}{2}} \left(1 - \left(1 - S^{\frac{\lambda+1}{\lambda}}\right)^{\frac{\lambda}{\lambda+1}}\right)^2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

mit

$$\begin{aligned} K_{max} &= K_f(S = 1) \\ \lambda &= \text{pore size index} \in [0,03; 1,1] \\ h_b &= \text{bubbling pressure} \in [0,013 \text{ m}; 1,87 \text{ m}] \end{aligned}$$

Die Werte von λ (*pore size index*) und h_b (*bubbling pressure*) variieren stark mit der Bodentextur. In Abbildung 2.1 ist K_f/K_{max} gegen P_s doppellogarithmisch für je zwei Werte von λ und h_b aufgetragen. Der Parameter h_b bestimmt die Steigung der Kurve für kleine P_s und λ die maximale Steigung der Kurve.

Streng genommen hängt K_f nicht nur von S ab, sondern auch von der Vorgeschichte, also z. B. davon, ob der zeitliche Sättigungsverlauf zu- oder abnehmend ist, außerdem von der Größe der Sättigungsschwankungen. Dieser Hystereseeffekt wird im folgenden vernachlässigt.

Wasserdampftransport im porösen Medium wird signifikant bei großen Temperaturgradienten oder bei einer sehr kleinen Sättigung. Der Dampfdruck ist in erster Linie temperaturabhängig. Er steigt exponentiell mit der Temperatur an. Der Einfluß der Temperatur sowohl auf den Fluidtransport in der Bodenmatrix, vor allem für die Dampfphase, als auch auf die physiologischen Eigenschaften der Pflanze, vor allem auf die radiale Konduktivität K_r (Definition siehe Abschnitt 2.2), werden im vorgestellten Ansatz nicht berücksichtigt.

Die Richardsgleichung besteht aus drei Termen. Sie drückt aus, daß sich die Sättigung eines Bodenelements (bzw. eines Elements des diskretisierten Gitters) vergrößert, wenn Fluid über die Ränder des Elements einfließt (Divergenzterm), oder wenn innerhalb des Elements eine Quelle existiert (rechte Seite). Aus diesem Grund kann die Wasseraufnahme durch Pflanzenwurzeln durch Wahl einer speziellen rechten Seite der Richardsgleichung modelliert werden. Im Zusammenhang mit der Wasseraufnahme durch Pflanzenwurzeln wird der Quellterm als Extraktionsfunktion (*extraction function*) bezeichnet. Der nächste Abschnitt gibt einen Überblick über publizierte Extraktionsfunktionen.

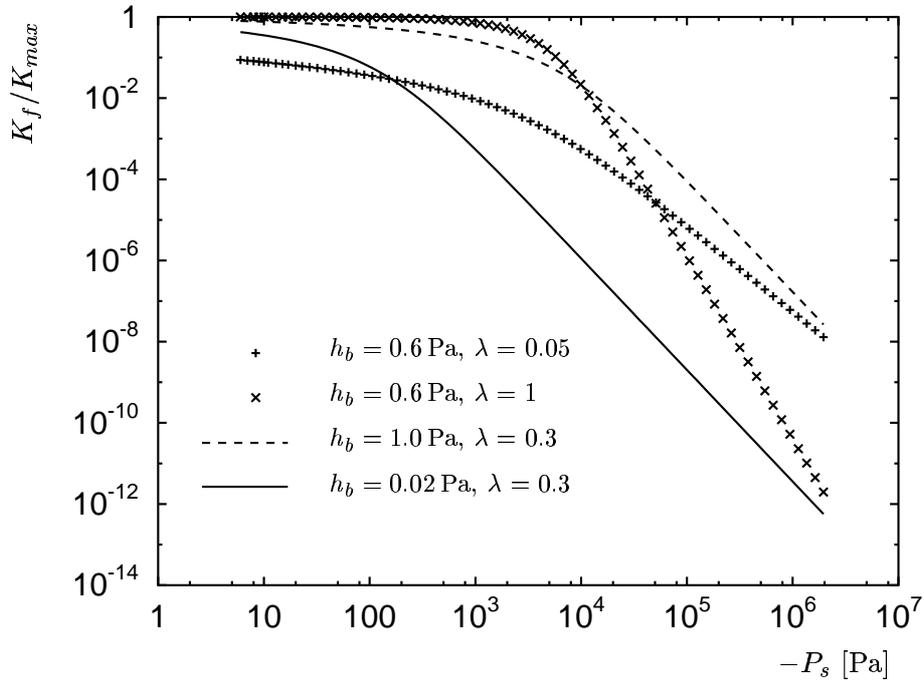


Abbildung 2.1: K_f/K_{max} als Funktion von P_s bei verschiedener Wahl der van Genuchten Parameter. Die hydraulische Leitfähigkeit der Bodenmatrix nimmt mit größer werdender Saugspannung schnell ab.

2.2 Wahl einer Extraktionsfunktion

Einen guten Überblick zu differentialgleichungsbasierten Modellen zur Wasseraufnahme von Pflanzen bieten die Publikationen von Molz (1981) sowie Clothier & Green (1997). Die wichtigsten Arbeiten hierzu werden im folgenden besprochen.

In empirischen Ansätzen geben Molz & Remson (1970) und Raats (1974, 1976) die Wasseraufnahme als Funktion der Transpirationsrate T [ld^{-1}] ($T > 0$), der Wurzeldichte ρ_r [m^{-2}] und der Tiefe der Bodenschicht an. Die Wurzeldichte ist die Gesamtlänge der Wurzeln pro Bodenvolumen. Spezielle Eigenschaften der Wurzeln, wie die radiale und axiale Konduktivität und das Wurzelwasserpotential sowie des Bodens (hydraulische Leitfähigkeit) werden nicht verwendet. Die mit solchen Ansätzen simulierte Wasseraufnahme ist prinzipiell größer als Null.

Gardner (1964), Whisler et al. (1968) und Feddes et al. (1974) setzen die Wasseraufnahme als proportional zum Wasserpotentialunterschied Boden - Wurzel und zur hydraulischen Leitfähigkeit K_f des Bodens an. Die Proportionalität zu K_f kann dadurch motiviert werden, daß nur soviel Wasser von Wurzeln aufgenommen werden kann, wie auch durch den Boden mit der Dar-

cy - Geschwindigkeit ($v_{Da} \sim K_f$) fließt. Ein solcher Ansatz bevorzugt die Wasserentnahme in feuchteren Bodenschichten unabhängig von der Lage eines betrachteten, durchwurzelten Bodenvolumens. Durch die Verwendung des Wurzelwasserpotentials P_r kann prinzipiell auch die Wasserabgabe durch Wurzeln modelliert werden.

Herkelrath et al. (1977) und Rowse et al. (1978) nehmen die radiale Konduktivität der Wurzel, also den reziproken Widerstand der Wurzeloberfläche bei der Wasseraufnahme, als Parameter in die Extraktionsfunktion auf.

Die in Extraktionsfunktionen verwendeten Variablen und Parametern werden hier noch einmal aufgelistet:

- Dicke der Bodenschicht
- Bodenwasserpotential P_s
- hydraulische Leitfähigkeit des Bodens K_s
- Sättigung des Bodens S
- maximale Tiefe der Wurzeln
- Wurzelwasserpotential P_r
- Transpirationsrate T
- Wurzelichte ρ_r
- explizit vorgegebene exponentielle (Raats 1976, Vrugt et al. 2001) bzw. lineare (Molz & Remson 1970) Wasseraufnahme als Funktion der Tiefe
- empirischer Term, der die Geometrie des Flusses repräsentiert (Feddes et al. 1974)

Wir werden im folgenden die Extraktionsfunktion von Herkelrath al. (1977) verwenden, da sie sowohl die hydraulischen Eigenschaften des Bodens als auch der Wurzeln enthält. Weiterhin werden auf empirische Terme, die durch Kalibrierung an einer bestimmten Spezies unter speziellen Randbedingungen bestimmt werden müssen und daher für einen allgemeinen Ansatz nicht geeignet sind, verzichtet.

Unter Verwendung der Notation dieser Arbeit lautet diese Extraktionsfunktion:

$$q = 2\pi R_r \rho_r K_r S (P_s - P_r) \quad (2.5)$$

K_r hat die Einheit $[\text{m Pa}^{-1} \text{s}^{-1}]$. Ein typischer Wert für die Wurzelichte von Pflanzen ist 10^4 m^{-2} . R_r ist der Radius der Saugwurzel. Der Term $2\pi R_r \rho_r$ stellt die Gesamtoberfläche der

Wurzeln dar. Die Proportionalität $q \sim S$ wird dadurch begründet, daß bei austrocknender Bodenmatrix ein kleinerer Teil der Wurzeloberfläche an fluidgesättigte Poren angrenzt.

Die Transpirationsrate kommt als Faktor in Gleichung 2.5 nicht vor; sie ist konzeptionell durch das Wurzelwasserpotential ersetzt. Tatsächlich hängen in der Natur beide Größen zusammen; wir werden darauf später noch eingehen.

Die Wurzelichte einer Pflanze kann in situ bestimmt werden, oder aber im Labor z. B. durch Rhizotronmessungen (z. B. Wraith & Baker 1991). Ein Rhizotron ist ein Zylinder, zur Beobachtung mit zum Teil durchsichtiger Wand, bei welchem Randbedingungen wie Temperatur und Bodenfeuchtigkeit kontrolliert werden und Prozesse wie Wurzelwachstum durch eingebaute und bewegbare Minikameras beobachtet werden können. Auch können in Rhizotronen räumlich variierende Sättigungsschwankungen z. B. mittels TDR (*Time Domain Reflectrometrie*) gemessen werden.

2.3 Kohäsionstheorie

Grundlage der Modellierung des Fluidflusses durch das Wurzelsystem der Pflanze ist für diese Arbeit die (Böhmsche) Kohäsionstheorie (Böhm 1893).

Die Kohäsionstheorie ist die Theorie des passiven Wassertransports vom Boden in die Atmosphäre durch die Pflanze. Der Transport des Wassers in der Pflanze geschieht im Xylem der Leitbündel bzw. im Holz. Die leitenden Elemente sind die Gefäße (Tracheen, Tracheiden). Sie haben die Dimension von Kapillaren.

Es gibt zwei zu unterscheidende Mechanismen für den Wassertransport und die Wasserabgabe der Pflanze: Transpiration und Guttation. Guttation ist die Abgabe von Wasser in der flüssigen Phase aus sogenannte Hydathoden (Öffnungen an Blattzipfeln). Das Wasser wird hierbei osmotisch, also aktiv durch Wurzeln aufgenommen und bis zu den Blättern geleitet. Die Guttation spielt bei einigen Pflanzen im Frühjahr (dem sogenannten Frühjahrsbluten) eine bedeutende Rolle, wenn Transpiration wegen fehlender Belaubung noch nicht möglich ist.

Als Transpiration wird demgegenüber die Abgabe von Wasserdampf an die Atmosphäre, im wesentlichen durch die Stomata (Spaltöffnungen) der Blätter (stomatäre Transpiration) bezeichnet. Die sogenannte cuticuläre Transpiration trägt nur zu etwa 10 % zur Gesamttranspiration bei. Die Transpiration ist die Folge eines Wasserpotentialgradienten Boden - Atmosphäre. Das Wasserpotential von feuchten Boden P_s liegt in der Größenordnung von -0.1 MPa (siehe Abbildung 2.2). Das Wasserpotential der Atmosphäre P_{Atm} ist eine Funktion der relativen Luftfeuchtigkeit. P_{Atm} nimmt mit abnehmender relativer Luftfeuchtigkeit betraglich exponentiell zu. Bei 50 % relativer Luftfeuchte gilt: $P_{Atm} = -94$ MPa. Die Differenz $P_{Atm} - P_s$ entspricht in diesem Fall einer Wassersäule von fast 10 km. Die Transpiration kann somit im Gegensatz zur Guttation als

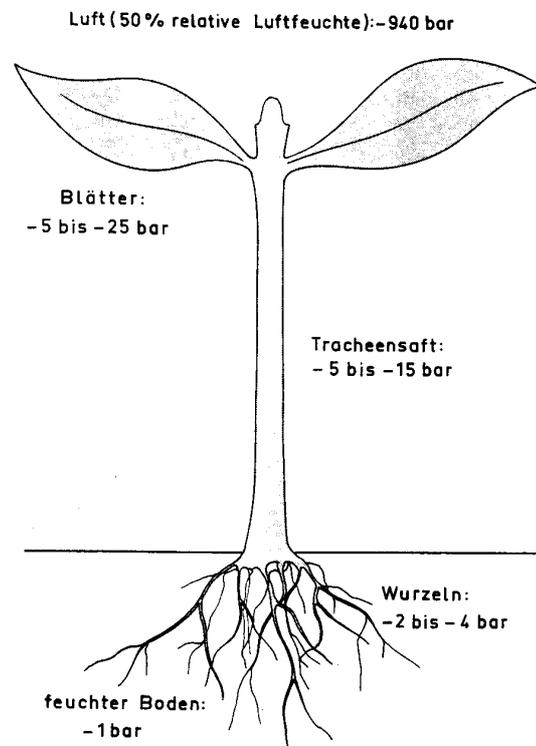


Abbildung 2.2: Typische Werte für die Wasserpotentialverteilung im Boden - Pflanze - Atmosphäre - Kontinuum (aus Mohr & Schopfer 1992); beachte: 1 bar = 0.1 MPa.

ein rein passiver Vorgang verstanden werden.

Die Existenz negativer Xylemdrücke ist zum erstenmal von Böhm (1893) experimentell nachgewiesen worden. Da während der Transpiration ein negatives Wurzelwasserpotential herrscht, ist eine hohe Zerreißfestigkeit (Zugfestigkeit) der kapillaren Wasserfäden notwendig. Voraussetzung für die Zerreißfestigkeit ist die Kohäsion der Wassermoleküle (intermolekulare Wasserstoffbrückenbindung) und die Adhäsion der Wasserfäden an der Gefäßwand. Die Wände der Gefäße sind versteift, um dem negativen Druck standzuhalten. Oberhalb eines artspezifischen Schwellenwertes, der zwischen -1 und -10 MPa liegt, treten Kavitationen (Embolien) auf. Die kavitierten Gefäße sind dann für den Wassertransport unbrauchbar. Kavitationen sind bei starker Transpiration üblich, sie sind aber im allgemeinen reversibel (Tyree 1997).

Es gibt verschiedene Methoden, negative Xylemdrcke zu messen. Infolge des metastabilen, negativen Druckzustandes führt eine direkte Messung des Wurzelwasserpotentials zu einer Kavitation und ist daher nicht sinnvoll. Indirekte Messungen des Wurzelwasserpotentials z. B. mit der *pressure probe* (Abbildung 2.3) sind ungenau bzw. zumindest umstritten (Holbrook et al.

1995, Milburn 1996). Aus diesem Grund wird bis heute die „Richtigkeit“ der Kohäsionstheorie von Pflanzenphysiologen vereinzelt diskutiert (z. B. Zimmermann et al. 1995). Trotzdem kann gesagt werden, daß die Kohäsionstheorie die generell akzeptierte Theorie des Wassertransports in der Pflanze darstellt (Tyree 1997).

In dieser Arbeit wird daher von einem rein passiven Wassertransport gemäß der Kohäsionstheorie innerhalb der Pflanze ausgegangen.

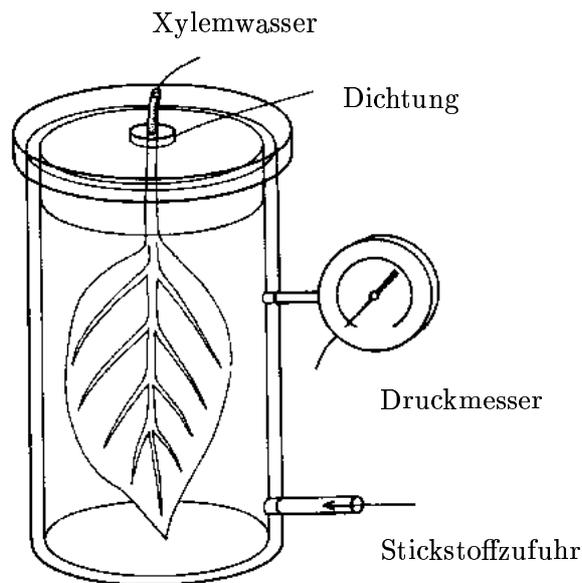


Abbildung 2.3: Messung negativer Wasserpotentiale eines Blattes mit der *pressure bomb*. Ein Gas (Stickstoff) wird in die Kammer gelassen und so der Druck erhöht. Derjenige Druck, bei dem Xylemwasser austritt (*exudation*), entspricht dem Betrag des Xylemwasserpotentials abzüglich des Atmosphärendrucks. Auf die gleiche Weise kann das Wasserpotential von Wurzeln gemessen werden. Graphik aus Niklas (1992).

2.4 Bestimmung des Wurzelwasserpotentials

Neben der Wurzeldichte ist auch die radiale Konduktivität K_r meßtechnisch zu bestimmen (Doussan et al. 1998, Tyree et al. 1998); die Meßwerte können dann vom Modellierer für die Extraktionsfunktion verwendet werden. Wie im letzten Abschnitt ausgeführt, ist es wesentlich schwieriger und ungenauer, das Wurzelwasserpotential P_r zu messen.

Wie kommt man nun trotz unzureichender Kenntnis dieser Größe zu einer quantitativen Beschreibung der Wasseraufnahme von Pflanzenwurzeln im Rahmen eines numerischen oder ana-

lytischen Modells? Im folgenden werden einige publizierte Ansätze besprochen:

- Im einfachsten Falle ersetzt man den Term $P_s - P_r$ durch den integralen Wert der Transpirationsrate T (Selim & Iskandar 1978). Es wird also vorausgesetzt, daß die Transpiration an allen Stellen der Bodenmatrix gleich angreift. *Hydraulic lift* ist mit diesem Ansatz nicht modellierbar. Selim und Iskandar setzen weiterhin statt K_r die hydraulische Leitfähigkeit K_f entsprechend dem klassischen Modell von Gardner (1964) als Proportionalitätskonstante in der Extraktionsfunktion an.
- Lafolie et al. (1991) modellieren die Wasseraufnahme von Maiswurzeln unter der Voraussetzung eines räumlich konstanten Wurzelwasserpotentials und einer vorgegebener potentiellen Transpirationsrate. Die Wasseraufnahme wird proportional zur Wasserpotentialdifferenz Wurzel - Rhizosphäre angenommen. Die tatsächliche Transpirationsrate weicht von der potentiellen Transpirationsrate ab, wenn der Betrag des Wurzelwasserpotential einen bestimmten Schwellenwert erreicht. Innerhalb des diskretisierten Gitters ist das Wurzelwasserpotential dann eine Dirichlet - Randbedingung für die Zellen, in denen sich eine Wurzel befindet. Auf dieses Modell werden wir im Abschnitt 2.5.6 und später im Rahmen der Modellierung der Wasseraufnahme während einer Trockenperiode im Abschnitt 4.8 noch genauer eingehen.
- Canarius (1999) berechnet die Wasseraufnahme mit Hilfe einer parabolischen Variationsgleichung analytisch, wobei Fluidfluß in die Wurzel bei Erreichen eines Schwellwertes für die Druckdifferenz stattfindet. Dadurch werden die konkreten Werte der Wasserpotentiale P_r und P_{Rhi} nicht benötigt.

In unserem Ansatz wird das Problem, die Variablen P_r festzulegen, durch die Ankopplung einer weiteren Differentialgleichung gelöst. Diese Differentialgleichung beschreibt den Fluidfluß durch das Wurzelsystem. Lösung der Differentialgleichung ist das (räumlich und zeitlich variierende) Wurzelwasserpotential P_r . Die Herleitung der Gleichung erfolgt im Abschnitt 2.5.4. Die verwendeten Randbedingungen werden im Abschnitt 3.6 besprochen.

2.5 Modellierte Prozesse

Betrachtet wird nun genauer das Einzugsgebiet einer einzelnen Pflanze, das im Hinblick auf die Fragestellungen in dieser Arbeit die Makroskala ist. Wie in der Einleitung begründet, müssen in einem Modell vereinfachte Annahmen für die verschiedenen Prozesse getroffen werden.

Dem Fluidtransport vom Boden in die Atmosphäre durch die Pflanze wirken eine Reihe von Widerständen entgegen. Die Größenverteilung dieser Widerstände bestimmen die räumliche und

zeitliche Verteilung des Wasserpotentials im Boden und in der Wurzel sowie der Wasseraufnahme. Folgende in der Natur relevanten Prozesse sind im Modell konzeptionell integriert:

1. Infiltration und Fluidfluß auf der Makroskala durch die Bodenmatrix (Diffusion) und durch Makroporen
2. Matrixdiffusion im Einzugsgebiet der einzelnen Wurzel (Mesoskala)
3. Wasseraufnahme der Wurzeln
4. Fluidfluß durch das Wurzelsystem
5. *Hydraulic lift*
6. Hormonelle Steuerung der Transpiration

Die im Modell integrierten Prozesse (1-6) werden im folgenden genauer besprochen:

2.5.1 Fluidfluß: Makroskala

Grundlage des Modells ist die Richardsgleichung, die die Diffusion durch die Bodenmatrix beschreibt. Diese Gleichung, Bestandteil der meisten differentialgleichungsbasierten Modelle zur Berechnung der Wasseraufnahme durch Pflanzenwurzeln, wurde bereits im Abschnitt 2.1 hergeleitet.

Als Quellterm der Richardsgleichung verwenden wir, wie in Abschnitt 2.2 begründet, die Extraktionsfunktion von Herkelrath et al. (1977) (Gleichung 2.5). Für den **mehrskaligen Ansatz** ist diese Funktion nun noch wie folgt zu modifizieren:

$$q = 2\pi R_r \rho_r K_r S_{rhi} (P_{rhi} - P_r) \quad (2.6)$$

P_{rhi} und S_{rhi} sind in dieser Darstellung als lokale Variable zu verstehen, die den Wert des Bodenwasserpotentials und der Sättigung für die Bodenmatrix unmittelbar an der Wurzeloberfläche angeben. Es ist die Idee des **mehrskaligen Ansatzes**, den Wert dieser Variablen durch die Ankopplung einer weiteren Differentialgleichung zu bestimmen.

Der Ansatz ermöglicht es nun, sowohl den makroskaligen als auch den mesoskaligen Fluidfluß im Einzugsgebiet einer einzelnen Saugwurzel als Funktion von Raum und Zeit zu berücksichtigen. Ein alternativer Ansatz zur Bestimmung lokaler Druckgradienten wäre die Verwendung einer adaptiven Gitterauflösung, wie sie z. B. von Lafolie et al. (1991) für die Berechnung des Transpirationsverlaufs durchgeführt wird. Ein solches Verfahren ist aus Rechenzeit- und Speicherplatzgründen aber nur für ein Wurzelsystem mit einer stark reduzierten Anzahl von Wurzeln möglich.

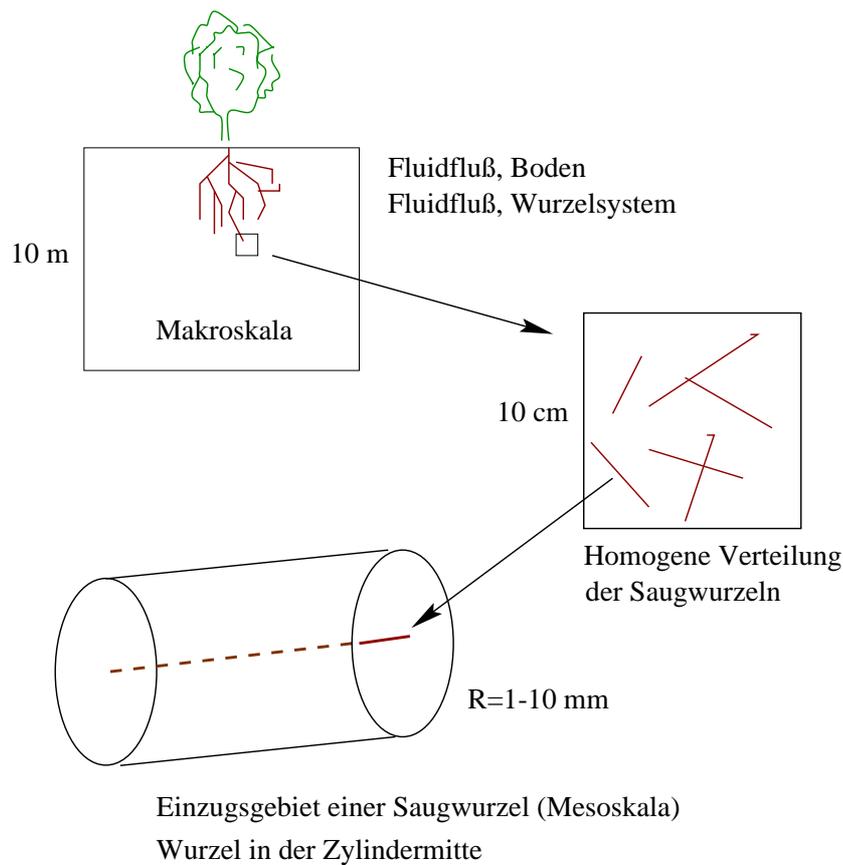


Abbildung 2.4: Zu betrachtende Skalen: In einem zweidimensionalen axialsymmetrischen Gebiet wird das Bodenwasserpotential P_s und das Wurzelwasserpotential P_r gekoppelt berechnet. Auf der Wurzelskala (Mesoskala) wird die Wasserpotentialverteilung P_{lok} innerhalb eines Zylinders um eine exemplarisch ausgewählte Saugwurzel eindimensional ermittelt. Der Zylinderradius ergibt sich dabei aus der Saugwurzel-dichte ρ_r , die für jedes Element des makroskaligen Gitters einen festgelegten Wert hat.

In vielen Feldexperimenten hat sich gezeigt, daß der Fluß durch **Makroporen** einen bedeutenden, zum Teil dominierenden Beitrag zum Gesamtfluß liefert (z. B. Germann & Levy 1986). Makroporen sind durch Regenwürmer, Insekten oder abgestorbene Wurzeln erzeugte Bodengänge oder größere Trocknungsrisse. In der englischen Literatur werden die Begriffe *bypass flow*, *macropore flow*, *throughflow* und *pipe flow* verwendet, wobei letzterer eher für besonders große Röhren (Röhrendurchmesser > 10 mm) üblich ist. Allgemein kann Makroporenfluß als vorwiegend gravitativ, d.h. nicht durch Kapillarkräfte bedingtes Fließen definiert werden. In humiden Klimaten erreichen Makroporen Tiefen von 0.5 bis 3 m, in den Tropen treten sie in Tiefen von mehr als 20 m auf (Germann 1990). Fließgeschwindigkeiten in Makroporen erreichen Werte bis zu einigen cm/s (z.B. Beven & Germann 1981). Bei der Modellierung des Makroporenfluß geht

man von einer empirischen Relation zwischen der Makroporenstromdichte j_{ma} und dem Makroporenwassergehalt S_{ma} aus:

$$j_{ma} = \alpha_{ma} S_{ma}^{\beta_{ma}}$$

Die Parameter α_{ma} and β_{ma} beschreiben die Geometrie des Makroporensystems. Unter Verwendung der Massenerhaltung gelangt man zu einer Differentialgleichung erster Ordnung in Raum und Zeit (Ansatz der kinematischen Welle), die numerisch gelöst werden kann. Fluidfluß von der Makropore in die Bodenmatrix wird mit der Richardsgleichung modelliert.

Grundlage für die Berücksichtigung des Makroporenflusses in dieser Arbeit ist eine Meßstudie von Merz (1996). Merz vergleicht darin gemessene Infiltrationsraten und Sättigungsfronten mit drei Modellrechnungen:

1. Annahme reiner Matrixdiffusion.
2. Vernachlässigung des exakten Fließweges durch das Makroporensystem; d.h. Makroporen sollen bei Niederschlag gleichmäßig mit Wasser gefüllt werden, von dort diffundiert das Wasser in die Matrix.
3. Explizite Berechnung von Makroporenfluß und Matrixdiffusion.

Modell 3 stimmt mit den gemessenen Werten am besten überein. Aber auch das reine Matrixmodell (Modell 1) reproduziert die experimentell ermittelten Sättigungsfronten relativ gut für den Fall, daß man den K_{max} -Wert um etwa eine Zehnerpotenz erhöht annimmt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird auf eine exakte Berechnung des Makroporenflusses entsprechend Ansatz 3 verzichtet. Erstens würde dadurch das Modell um zwei unbekannte Parameter erweitert, zweitens ist eine exakte Berechnung der Infiltration ohne eine adaptive Gitterverfeinerung, auf die wir verzichten wollen, auch innerhalb des reinen Matrixmodells schon nicht möglich. Wir berücksichtigen den Makroporenfluß entsprechend dem Vorschlag von Merz daher nur durch Annahme eines um eine Zehnerpotenz erhöhten (vertikalen) K_{max} -Wertes auf der Makroskala. Da Makroporen nicht nur vertikal ausgerichtet sind, wird der (horizontale) K_{max} -Wert in erster Näherung um einen Faktor 5 erhöht.

2.5.2 Mesoskalige Matrixdiffusion

In allen von Molz (1981) publizierten Extraktionsfunktionen stellt das Bodenwasserpotential eine gemittelte, makroskalige Größe dar. Auftretende lokale Druckgradienten, die während der Transpiration um eine Wurzel auftreten, können mit so einem Ansatz nicht berücksichtigt werden. Seit den grundlegenden Untersuchungen von Gardner (1960) wird unter Pflanzenphysiologen die

Bedeutung solcher lokaler Gradienten für die Transpiration kontrovers diskutiert. Einen Überblick zu Autoren, die sich sowohl durch Messungen als auch mittels theoretische Überlegungen für die eine oder andere Seite aussprechen, gibt Oertli (1996). Die Mehrzahl von Autoren betonen, daß die lokalen Gradienten zumindest bei Bodenwasserpotentialwerten in der Nähe des Welkepunkts von Pflanzen ($\approx -1,5$ MPa) für die Wasseraufnahme bedeutsam werden können (z. B. McCoy et al. 1984). Gerade dieser Druckbereich ist pflanzenphysiologisch ein interessantes Regime, denn bei großen Wasserpotentialgradienten werden in der Natur Effekte wie *hydraulic lift* oder die hormonelle Regulierung der Transpiration (Abschnitt 2.5.6) beobachtet.

Wir halten daher die Entwicklung eines mehrskaligen Modellansatzes für sinnvoll. Die mesoskalige Fluidbewegung wird als reine Diffusion angenommen. Prozesse wie das Nachwachsen von Wurzelhaaren in gesättigte Poren werden nicht betrachtet. Die Berechnung der lokalen Bodenwasserpotentialverteilung erfolgt dann wie auf der Makroskala auch mit der Richardsgleichung. Die Mesoskala ist als die Skala definiert, die „hinreichend“ viele Poren enthält, bei der die Information über den Fluidtransport innerhalb der einzelnen Poren nur statistisch eingeht. Etwas konkreter formuliert, ist die Anwendung einer Diffusionsgleichung nur physikalisch sinnvoll, wenn ein Element des Berechnungsgitters größer ist als die sogenannte *Lagrangean length scale* L (Fischer et al. 1979). L hängt stark von der Bodenart und von der Sättigung ab. Für eine Sättigung von 0,8 reicht L von 9 cm (Sand) über 0,3 cm (Lehm) und 0,2 cm (sandiger, lehmiger Ton) bis 0,02 cm (toniger Lehm und Ton) (Germann 1990). $S = 0,8$ entspricht einem relativ feuchten Boden. Für kleine Sättigungswerte (dies entspricht der Situation in der Nähe einer stark transpirierenden Pflanze) ist L um bis zu einer Zehnerpotenz kleiner. Auf der Mesoskala wird eine konstante Gitterweite von 0,5 mm angesetzt, was etwa dem Radius einer typischen Saugwurzel entspricht (siehe Abbildung 3.4). Somit kann davon ausgegangen werden, daß die Berechnung lokaler Gradienten auf Grundlage der Richardsgleichung zumindest für einen homogenen und feinporigen Boden mit relativ kleiner Sättigung physikalisch sinnvoll ist.

Zu lösen bleibt das Problem der **Kopplung von Makro- und Mesoskala**. Konkret formuliert, stellt sich die Frage, wie der makroskalige Fluß (Divergenzterm der makroskaligen Richardsgleichung) in der mesoskaligen Gleichung auftritt. Hier sind verschiedene Ansätze denkbar:

1. Der makroskalige Fluß tritt über den Zylinderrand des Wurzeinzugsgebiets, also mittels einer seitlichen Neumann-Randbedingung, in die Mesoskala ein.
2. Der makroskalige Fluß tritt homogen in die Mesoskala ein (unter Verwendung des Quellterms).
3. Der makroskalige Fluß tritt inhomogen in die Mesoskala ein (unter Verwendung des Quellterms), entweder bevorzugt in Wurzelnähe (einige Autoren erwähnen, daß die Rhizosphäre eine bevorzugte Wasserleitbahn sein kann, z. B. Germann 1990), oder bevorzugt am Zylinderrand (Kompromiß aus den ersten beiden Alternativen).

Da es in dieser Arbeit eher um allgemeine Aspekte der Wasseraufnahme geht, und ein Vergleich mit konkreten Messungen von Wurzelsystemen nicht vorgesehen ist, wird als einfachste Annahme Ansatz 2 gewählt. Die mesoskalige Richardsgleichung lautet damit:

$$\phi \frac{\partial S_{lok}(P_{lok})}{\partial t} - \operatorname{div} [K_f(S_{lok})\{\nabla P_{lok}\}] = \operatorname{div} [K_f(S)\{\nabla P_s - \rho_f \vec{g}\}],$$

wobei für den Rand des Zylinders eine no-flow-Bedingung anzusetzen ist.

2.5.3 Wasseraufnahme der Wurzeln

Das Hauptinteresse der vorliegenden Arbeit gilt der Wasseraufnahme von Pflanzenwurzeln. Die Wasseraufnahme kann aber nicht als eigenständiger Prozeß modelliert werden. Vielmehr ist sie nur ein Baustein innerhalb des gesamten Prozeßablaufs der Transpiration. Sie stellt somit einen von mehreren gekoppelten Prozessen dar.

Die den Fluß in die Wurzel bestimmende Leitfähigkeit wird als radiale Konduktivität (*radial conductivity, root hydraulic conductivity*) K_r [$\text{m Pa}^{-1} \text{s}^{-1}$] bezeichnet. K_r ist definiert als Proportionalitätsfaktor zwischen der Einfließgeschwindigkeit in die Wurzel v_{root} [m s^{-1}] und der Wasserpotentialdifferenz von Wurzel und der Bodenmatrix an der Wurzeloberfläche. Im Ungesättigten ist die lokale Sättigung an der Wurzeloberfläche S_{rhi} als weiterer Proportionalitätsfaktor anzusetzen.

$$v_{root} = S_{rhi} K_r (P_{rhi} - P_r)$$

Huang & Nobel (1994) geben einen Überblick zu experimentell bestimmten Werten von K_r für verschiedene Spezies. Die Werte liegen zwischen 0,01 und $7 \cdot 10^{-13} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$ bei experimenteller Anwendung von hydraulischen Druckgradienten. K_r kann auch unter Verwendung osmotischer Druckgradienten bestimmt werden, die ermittelten Werte sind dann etwas kleiner.

Man unterscheidet zwischen einer aktiven, osmotischen Wasseraufnahme und einer passiven, hydraulischen. In der Wurzel existieren drei unterschiedliche Wege für die radiale Wasseraufnahme, den sogenannten apoplastischen, symplastischen und transzellulären Weg. Osmotischer und hydraulischer Fluß verwenden verschiedene Transportwege. Die Untersuchung und Modellierung der osmotischen Wasseraufnahme ist aktuelles Forschungsgebiet (z. B. Steudle & Peterson 1998). Die meisten Autoren geben an, daß zumindest bei stärkerer Transpiration die hydraulische Wasseraufnahme die osmotische klar dominiert (z. B. Steudle & Peterson 1998, Moreschet et al. 1996). Die Wasseraufnahme wird in dieser Arbeit als rein passiver Prozeß betrachtet. Für die Modellierung der osmotischen Wasseraufnahme müßte dem Modell eine Temperaturgleichung und ein zusätzlicher Term für den Wasserdampftransport innerhalb der Richardsgleichung angekoppelt werden.

2.5.4 Fluß durch das Wurzelsystem

Die Leitfähigkeit des Xylems in axiale Richtung wird als axiale Konduktivität (*axial conductance*, *axial conductivity*) K_a [$\text{m}^4 \text{Pa}^{-1} \text{s}^{-1}$] bezeichnet. K_a ist definiert als Proportionalitätsfaktor zwischen der Durchflußrate Q [$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$] und angesetztem Druckgradienten.

Die Durchflußrate, die pro Sekunde durch ein Rohr in horizontale x-Richtung fließt, berechnet sich entsprechend

$$Q = -K_a \frac{\Delta P_r}{\Delta x} \quad (2.7)$$

Die axiale Konduktivität kann gemessen (z. B. Doussan et al. 1998, Tyree et al. 1998) oder näherungsweise nach dem Poiseuille'schen Gesetz ($Q \sim R_x^4$, R_x : Xylemradius) bestimmt werden. Letzteres führt zu Werten, die etwa zwei bis fünf mal größer sind als die gemessenen Werte, u. a. wegen Unebenheiten der Xylemwände (Zimmermann 1983). K_a ist für relativ wenige Spezies gemessen worden. Die Werte liegen zwischen 5 und $42 \cdot 10^{-17} \text{m}^4 \text{Pa}^{-1} \text{s}^{-1}$ für die Hauptwurzeln (*main roots*) von Mais, Sorghum und verschiedenen Sukkulenten, die Leitfähigkeiten der Nebenwurzeln (*lateral roots*) sind um ein bis zwei Größenordnungen kleiner (Moreschet et al. 1996).

Alm et al. (1992) simulieren mit einem Finite Elemente Modell den Fluidfluß und die Druckverteilung in einer einzelnen Wurzel unter Verwendung experimenteller Daten zur radialen und axialen Konduktivität. Als wesentliches Ergebnis wird herausgestellt, daß K_a durch die Erzeugung großer Wurzelwasserpotentialgradienten wesentlich die Wasseraufnahme limitieren kann. Doussan et al. (1998) erweitern dieses Modell durch die Ankopplung einer Wurzelarchitektur, d. h. die Annahme mehrerer verzweigter Wurzeln (also kein kontinuierlicher Ansatz), für die Maispflanze („Hydraulic Tree Model“). Beide Modelle berücksichtigen jedoch weder den mesoskaligen noch den makroskaligen Fluß durch die Bodenmatrix.

In unserem Ansatz soll der Fluidtransport durch das Wurzelsystem auf einer makroskaligen, kontinuierlichen Ebene modelliert werden. Der Xylemfluß wird nur innerhalb des Wurzelsystems betrachtet, nicht durch die gesamte Pflanze bis zu den Blättern; der Fluß durch den oberirdischen Pflanzenteil wird durch die obere Randbedingung der das Wurzelsystem beschreibenden Differentialgleichung ersetzt. Das Wurzelsystem wird durch eine zweidimensionale, axialsymmetrische Verteilung von zwei Wurzeldichten repräsentiert. Unterschieden werden Leitungswurzeln bzw. Hauptwurzeln, die dem Wassertransport dienen (Wurzeldichte ρ_a) sowie Saugwurzeln oder Nebenwurzeln, die für die Wasseraufnahme zuständig sind (Wurzeldichte ρ_r in der Extraktionsfunktion). Im trivialen Fall können beide Wurzeldichten gleich angesetzt werden, so daß sich das System auf eine Wurzelordnung reduziert.

Wir nehmen im folgenden folgende Näherungen an:

- Es wird angenommen, daß in jeder Zelle des makroskaligen Gitters alle Wurzeln (beider Wurzelordnungen) dasselbe Wasserpotential haben.

- Der Widerstand des Wassertransports von Saugwurzeln zu Leitungswurzeln wird vernachlässigt, bzw., wenn man die axiale Konduktivität als effektiven Parameter interpretiert, ist der axiale Widerstand der Saugwurzeln in diesem Wert enthalten.
- Der Fluß durch Wurzelverzweigungen wird als eigener Prozeß nicht aufgelöst.

Auf einer kontinuierlichen, makroskaligen Ebene führt unter diesen Bedingungen Gleichung 2.7, zusammen mit der Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung), zu folgender, gesättigten Darcy Gleichung:

$$-\operatorname{div}[\rho_a K_a \{\nabla P_r - \rho_f \vec{g}\}] = q \quad (2.8)$$

Dies ist der einfachst mögliche Ansatz, Fluidfluß durch ein makroskopisches Wurzelsystem, bestehend aus zwei Wurzelordnungen, zu beschreiben.

Der Übergang zu einer kontinuierlichen Ebene setzt voraus, daß das Wurzelsystem eine relativ „gleichmäßige“ Struktur hat. Damit ist gemeint, daß die einzelnen Wurzeln des Wurzelsystems ähnlich der Poren eines porösen Mediums miteinander kommunizieren, ein Druckausgleich auf der Skala des makroskaligen Gitters also stattfindet. Weiterhin wird die endliche Kompressibilität von Wasser und der Xylemelemente vernachlässigt. Die Kompressibilität von Wasser ist mit $\beta_P = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ aber sehr klein; außerdem sind Xylemelemente sehr stark verfestigt (Roth et al. 1994); sie besitzen eine große Rigidität (Steifheit). Zur Berücksichtigung beider Effekte könnte man Gleichung 2.8 entsprechend der Darcy Gleichung eines porösen Mediums um einen zeitabhängigen Term erweitern; eine grobe Abschätzung der einzelnen Terme zeigt, daß hierauf verzichtet werden kann. Gleichung 2.8 ist linear angesetzt, die axiale Konduktivität ist folglich nicht vom Wurzelwasserpotential abhängig angenommen, d. h. Kavitationen (Embolien) innerhalb des Wurzelsystems werden nicht berücksichtigt.

Wir bezeichnen Gleichung 2.8 im folgenden als Wurzelsystemgleichung. Beide makroskaligen Gleichungen haben den gleichen Quellterm, aber mit unterschiedlichen Vorzeichen. Eine Quelle für das Wurzelsystem ist offensichtlich eine Senke für die Bodenmatrix.

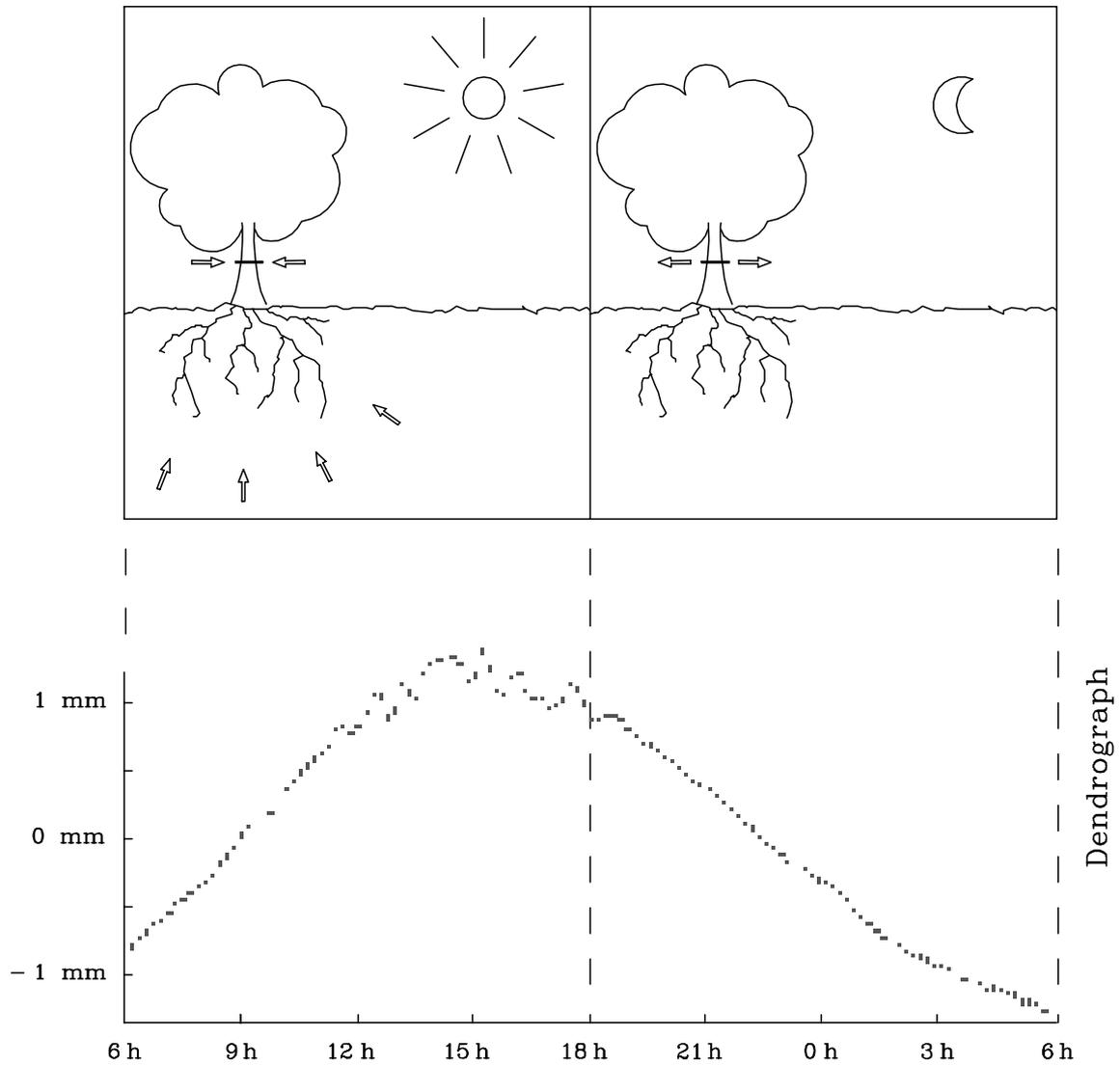


Abbildung 2.5: Zur Messung der Transpiration eines Baums (Eiche) mit einem Dendrographen. Der Dendrograph mißt den Stammdurchmesser. Während der Transpiration schrumpft der Stamm, da Wasser aus dem Speicherparenchym osmotisch in das Xylem geleitet wird. Neben der Verwendung eines Dendrographen kann die Flußrate durch den Stamm auch thermoelektrisch gemessen werden (Kramer 1983). Die Transpirationrate dient im Modell als Randbedingung für die Wurzelsystemgleichung. Alternativ kann das obere, zentrale Wurzelwasserpotential als Randbedingung angesetzt werden (siehe Abschnitt 4.8). Abbildung und Meßwerte aus Rebscher (1996).

2.5.5 Hydraulic lift

Seit den Untersuchungen von van Bavel & Baker (1985) und Caldwell & Richards (1989) ist bekannt, daß einige Bäume und Sträucher Wasser nicht nur zur Transpiration bzw. Guttation aufnehmen, sondern in zum Teil erheblichen Masse innerhalb der Bodenmatrix umschichten können. Dieser Wassertransport von feuchten, in der Regel tieferen Bodenschichten in trockenere Bodenschichten durch das Wurzelsystem der Pflanze wird als *hydraulic lift* bezeichnet. Warum bestimmte Pflanzen Wasser in den Boden abgeben, ist unter Pflanzenphysiologen umstritten.

Emerman (1996) diskutiert hierzu zwei verschiedene Theorien: In einer ersten Theorie erhöht *hydraulic lift* die Aufnahme von Nährstoffen, die durch das von der Wurzel abgegebene Wasser gelöst werden. In einer zweiten Theorie stellt *hydraulic lift* eine Streßreaktion da: Bestimmte Pflanzen sollen danach infolge geringer Osmoregulation nur zu einer unzureichenden Ventilwirkung der Wurzeln fähig sein. Dieser Vorstellung nach ist *hydraulic lift* die Konsequenz eines evolutiven Defektes.

Caldwell et al. (1998) gehen davon aus, daß *hydraulic lift* für den Wasserhaushalt der Pflanze günstig ist, indem es den Wassertransport innerhalb des Boden-Pflanze-Atmosphäre-Kontinuum erleichtert.

Hydraulic lift kann zum einen gemessen werden durch Analyse der Wasserstoffisotopverteilung im Untergehölz als Funktion des Abstands vom untersuchten Baum bzw. Strauch (Dawson 1993). Grundlage für die Methode ist die Tatsache, daß sich die Isotopverteilung von Grundwasser und Oberflächenwasser unterscheidet.

Eine zweite Methode ist die Messung der täglichen Bodenwasserpotentialschwankungen bzw. Sättigungsschwankungen in verschiedenen Bodentiefen und Entfernungen zum Stamm, z. B. mit TDR (*Time-Domain Reflectometry*). Bei dieser Methode tritt als Unsicherheitsfaktor für die Berechnung der umgeschichteten Wassermenge *HLW* (*hydraulically lifted water*) der diffusive Fluß durch die Matrix auf (Divergenzterm in der Richardsgleichung), der neben dem Quellterm das Bodenwasserpotential bestimmt.

Weitere Evidenz für das Auftreten von *hydraulic lift* erhält man durch Messungen des Stomatawiderstandes, des Wasserpotentials der Blätter und der Wachstumsraten des Untergehölz als Funktion des Abstands von der untersuchten Pflanze (Dawson 1993, Williams et al. 1993).

Emerman und Dawson (1996) haben durch Messung der Bodenwasserpotentialschwankungen die Menge an *HLW* eines Zucker-Ahornbaumes zu $102 \pm 54 \text{ l d}^{-1}$ bestimmt. Bei einer gemessenen Tagestranspiration von etwa 400 l d^{-1} sind das $HLW_{rel} = 25 \pm 13\%$ der transpirierten Tagesmenge. Bei Bermudagrass und Baumwolle ist dieser Effekt noch signifikanter: der relative Wert der umgeschichteten Wassermenge ist für Bermudagrass auf 42 % (van Bavel & Baker 1985) und für Baumwolle auf 31 % (Baker & van Bavel 1988) bestimmt worden.

Im Abschnitt 3.9 wird auf die numerische Realisierung von *hydraulic lift* eingegangen.

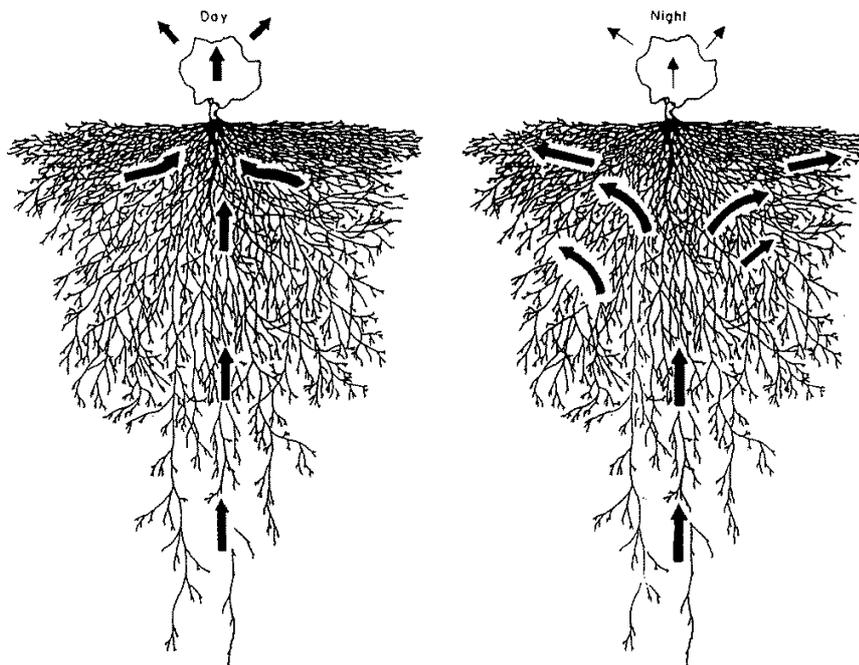


Abbildung 2.6: *Hydraulic lift* : Wurzeln einiger Spezies sichten nachts Wasser innerhalb der Bodenmatrix um; aus Caldwell et al. (1998).

2.5.6 Hormonelle Steuerung der Transpiration

Um die Wasseraufnahme während einer längeren Trockenzeit zu modellieren, muß gewährleistet werden, daß die Xylemspannung P_x (mit $P_x := |P_r|$) einen bestimmten, artspezifischen Schwellenwert nicht überschreitet. Seit etwa 10 Jahren wird unter Pflanzenphysiologen immer stärker eine Theorie diskutiert, die eine hormongesteuerte Transpiration bei großen Xylemspannungen annimmt: Smucker and Aiken (1992) weisen auf deutliche synchronisierte Reaktionen zwischen dem Wurzelsystem und dem oberirdischen Pflanzenteil während anhaltender Trockenperioden hin. Als Überträger der Reaktionen wird das Hormon ABA (*abscisic acid*) vermutet. Man geht davon aus (z. B. Davies & Zhang 1991), daß ABA bei sehr trockenem Boden in den Wurzeln der Pflanze produziert und dann mit dem Transpirationsstrom durch die Xylemelemente bis zu den Blättern transportiert wird. Dort bewirkt es eine teilweise Schließung der Stomata. Dies bedeutet eine Vergrößerung des Diffusionswiderstandes an der Blattoberfläche und damit eine Reduzierung der Transpiration. Auf diese Weise üben die Wurzeln einen unmittelbaren Einfluß auf die Transpirationsrate aus.

Lafolie et al. (1991) modellieren die Wasseraufnahme von Maiswurzeln unter der Annahme einer vorgegebener potentiellen Transpirationsrate, die auf Grundlage experimenteller Daten nach der

PENMAN-Formal (Penman 1954) berechnet und durch eine Gaußfunktion approximiert wird. Das Wurzelwasserpotential wird dabei als räumlich konstant angesetzt. Das Modell geht von einer hormonellen Steuerung der Transpiration aus, wobei für die Xylemspannung ein oberer Schwellenwert von 1,5 MPa angenommen wird. Dieser Wert wird häufig als absoluter Welkepunkt von Pflanzen bezeichnet: Bei größeren Xylemspannungen ist zwar noch ein Transpirationsstrom möglich, aber die Zellen können aus diesem Strom osmotisch kein Wasser mehr ziehen (Mohr & Schopfer 1992). Erreicht die simulierte Xylemspannung diesen Schwellenwert, so wird die Transpiration so reduziert, daß der Schwellenwert gerade nicht überschritten wird. Mathematisch handelt es sich hierbei um ein nichtlineares kleinste - Quadrate Minimierungsproblem. Motiviert durch diesen Ansatz werden wir im Abschnitt 4.8 ein Konzept zur Berechnung der Wasseraufnahme während einer Dürreperiode entwickeln. Die numerische Realisierung unterscheidet sich von derjenigen von Lafolie et al. (1991), da wir einen gekoppelten Prozeß betrachten und das Wurzelwasserpotential als räumlich variable annehmen.

2.5.7 Unberücksichtigte Prozesse

Im Modell nicht berücksichtigte Prozesse werden hier aufgeführt bzw. nochmal zusammengefaßt:

- Wasserdampftransport durch den Boden sowie Hystereseeffekte (siehe hierzu die Erläuterungen im Abschnitt 2.1).
- Explizite Berechnung des Grobporenflusses (siehe Abschnitt 2.5.1).
- Wasserspeicher im Pflanzenparenchym. Im ober-, aber auch im unterirdischen Teil von Pflanzen existieren Wasserspeicher, die zu einer zeitlichen Verschiebung von Wasseraufnahme und Abgabe führen. Bei Bäumen kann diese Verschiebung mehrere Stunden betragen (Mohr & Schopfer 1992). Gemessen werden kann sie z. B. über den Stamm- bzw. Astdurchmesser mittels Dendrographen.
- Temperaturabhängigkeit aller pflanzenphysiologischen Eigenschaften: Zu einer ausführlichen Diskussion hierzu siehe McMichael & Burke (1996) und Mohr & Schopfer (1992).
- Osmotische Wasseraufnahme.
- Wir betrachten die lokale Verteilung der Wasseraufnahme stark vereinfacht: Der Ort der maximalen Wasseraufnahme einer einzelnen Wurzel ist genaugenommen eine Funktion des Abstands von der Wurzelspitze und der aktuellen Transpiration (Oertli 1996). Einige Autoren erwähnen eine mögliche Reduzierung der Wasseraufnahme beim Austrocknen des Bodens durch Schrumpfungsprozesse der Wurzeln und die Entstehen eines *air gaps* (z. B. Huck et al. 1970). Umgekehrt wird die radiale Konduktivität möglicherweise durch Mykorrhiza-Pilze und Wurzelhaare deutlich erhöht (Oertli 1996). Die Verteilung der

Wurzelhaare hängt u.a. von der Temperatur und der Sättigung ab. Höhere Landpflanzen nehmen Wasser vorwiegend mit den jüngeren Teilen der Wurzeln auf, aber auch ältere Wurzelteile, die bereits ein Periderm oder zumindest eine verkorkte Endodermis ausgebildet haben, sind noch zur Wasseraufnahme fähig (Mohr & Schopfer 1992). Alle diese Effekte sind bzgl. ihrer Bedeutung für die Pflanze umstritten (Oertli 1996). Im vorgestellten Modell wird für jede Zelle des makroskaligen Gitters ein fester Wert für die radiale Leitfähigkeit angesetzt.

3 Numerische Realisierung

Aufgrund der Nichtlinearität der Gleichungen und der Komplexität der Kopplungen ist eine analytische Lösung des Gleichungssystems nicht möglich. Es wurde daher ein numerisches Verfahren zur Lösung der Gleichungen entwickelt.

3.1 Das gekoppelte Differentialgleichungssystem

Die Gleichungen des Modells sind hier noch einmal als gekoppeltes System zusammengefaßt. Das Gleichungssystem besteht aus zwei Richardsgleichungen (Gleichungen 3.1, 3.3) und einer Darcy-Gleichung (Gleichung 3.2). Ω_1 und Ω_2 sind die Gebiete, innerhalb derer die makroskaligen Gleichungen für den Fluß durch den Boden (Gleichung 3.1) und den Fluß durch das Wurzelsystem (Gleichung 3.2) gelöst werden (siehe Abbildung 3.1).

Die mesoskalige Gleichung 3.3 wird innerhalb des Einzugsgebiets der einzelnen Saugwurzel (Ω_3 , siehe Abbildung 3.4) gelöst. Der lokale Druck P_{lok} und die lokale Sättigung S_{lok} sind die Lösungen dieser Gleichung. Mit P_{rhi} ist das Wasserpotential an der Wurzeloberfläche (Rhizosphäre) gemeint, d.h. $P_{rhi} = P_{lok}[2. \text{Element}]$. Entsprechendes gilt für S_{rhi} .

Boden Makroskala (Ω_1)

$$\phi \frac{\partial S(P_s)}{\partial t} - \text{div} [K_f(S) \{ \nabla P_s - \rho_f \vec{g} \}] = -q \quad (3.1)$$

Wurzelsystem (Ω_2)

$$- \text{div} [\rho_a K_a \{ \nabla P_r - \rho_f \vec{g} \}] = q \quad (3.2)$$

Boden Mesoskala (Ω_3)

$$\phi \frac{\partial S_{lok}(P_{lok})}{\partial t} - \text{div} [K_f(S_{lok}) \{ \nabla P_{lok} \}] = \text{div} [K_f(S) \{ \nabla P_s - \rho_f \vec{g} \}] \quad (3.3)$$

mit

$$q = 2\pi R_r \rho_r K_r S_{rhi} (P_{rhi} - P_r) \quad (3.4)$$

3 Numerische Realisierung

Die Parameter und Variablen sind:

$$\begin{aligned} S &= \text{Sättigung, Makroskala} \\ P_s &= \text{Bodenwasserpotential, Makroskala [Pa]} \\ P_r &= \text{Wurzelwasserpotential, Makroskala [Pa]} \\ \rho_a &= \text{Leitungswurzeldichte [m}^{-2}\text{]} \\ \rho_r &= \text{Saugwurzeldichte [m}^{-2}\text{]} \\ K_f &= \text{(ungesättigte) hydraulische Leitfähigkeit [m}^2\text{ Pa}^{-1}\text{ s}^{-1}\text{]} \\ K_r &= \text{radiale Konduktivität [m Pa}^{-1}\text{ s}^{-1}\text{]} \\ K_a &= \text{axiale Konduktivität [m}^4\text{ Pa}^{-1}\text{ s}^{-1}\text{]} \\ R_r &= \text{Wurzelradius [m]} \\ \phi &= \text{Porosität} \\ \vec{g} &= \text{Erdbeschleunigung (9.81} \cdot \vec{e}_z \text{ m s}^{-2}\text{)} \\ \rho_f &= \text{Dichte von Wasser (10}^3 \text{ kg m}^{-3}\text{)} \\ \nabla &= \text{Gradient} \end{aligned}$$

Wie in Abschnitt 2.5.4 dargestellt, werden zwei Wurzeldichten unterschieden. ρ_a ist ein Tensor zweiter Ordnung, da die Leitungswurzeldichte von der Richtung abhängen kann. Die Saugwurzeldichte ρ_r ist hingegen ein Skalar.

3.2 Einkaliger und mehrskaliger Ansatz

Das Gleichungssystem (3.1, 3.2, 3.3) stellt einen mehrskaligen Ansatz dar; die Wasseraufnahme eines Bodenvolumens wird proportional zur Wasserpotentialdifferenz von Boden und Wurzeloberfläche angenommen; sowohl der makroskalige als auch der mesoskalige Bodenwasserfluß ist berücksichtigt.

Die meisten Modellannahmen (siehe Molz 1981) beinhalten keine mesoskalige Wasserpotentialberechnung, d.h., sie vernachlässigen die lokalen Gradienten, die sich während der Transpiration in der Nähe der einzelnen Saugwurzeln ausbilden. Zur numerischen Realisierung dieses einkaligen Ansatzes wird die mesoskalige Gleichung 3.3 gestrichen und in den Quelltermen der makroskaligen Gleichungen die Variablen P_{rhi} und S_{rhi} durch ihre makroskaligen Varianten P_s und S ersetzt.

Die Simulationen zeigen, daß die Rechenzeit für den mehrskaligen Ansatz etwa um einen Faktor 5 größer ist als bei einkaliger Rechnung. In Kapitel 4 wird untersucht, unter welchen Bedingungen sich dieser Mehraufwand lohnt.

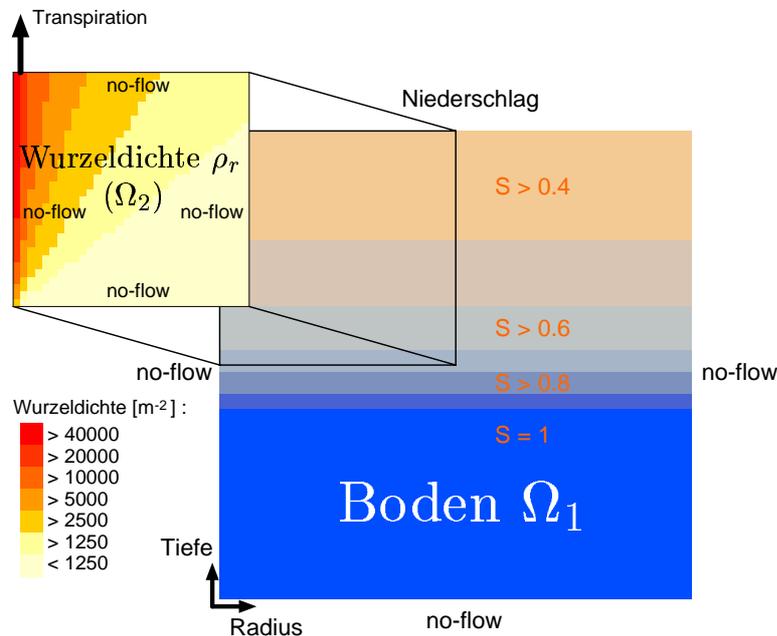


Abbildung 3.1: Beispiel für eine Wurzelverteilung; Anfangs- und Randbedingungen der makroskaligen Differentialgleichungen. Das Gebiet ist axialsymmetrisch angeordnet, siehe hierzu Abbildung 3.2. Beachte: Das Modell unterscheidet zwei Wurzelverteilungen, in der Graphik ist nur eine Verteilung dargestellt. Im Anfangszustand wird eine hydrostatische Verteilung für das Wasserpotential im Boden und im Wurzelsystem angenommen. Radius und Höhe der Bodenmatrix (Ω_1) betragen 10 m. Für das Wurzelsystem (Ω_2) wird jeweils 5 m angenommen. Das Grundwasser befindet sich in 5,5 m Tiefe.

3.3 Gitterstruktur

Der Prozeß der Wasseraufnahme von Pflanzen ist zumindest auf der Makroskala ein dreidimensionales Problem. Da die dreidimensionale Behandlung aber aus Rechenzeit und Speicherplatzgründen sehr aufwendig ist, sucht man nach zweidimensionalen Näherungen. Es bieten sich hier im wesentlichen drei Möglichkeiten an:

- Für die Berechnung der Wasseraufnahme einer einzelnen Pflanze, z. B. eines Baumes, ist auf der Makroskala ein axialsymmetrischer Ansatz eine gute Näherung. Dieser Ansatz kann allerdings die Fernwirkung anderer Pflanzen, Brunnen oder Straßen (versiegelte Fläche) nicht korrekt berücksichtigen, es sei denn, diese sind in Bezug auf das diskretisierte Gebiet

näherungsweise axialsymmetrisch angeordnet.

- Für die Analyse einer periodischen Saatanordnung ist eine zweidimensional kartesische Darstellung sinnvoll. Betrachtet wird ein vertikaler Schnitt, die Saatreihe ist dabei in y -Richtung (in Richtung der Fruchtreihe) als konstant und unendlich fortgesetzt gedacht. Eine periodische Randbedingung für das Bodenwasserpotential an den Seiten (horizontale Richtung) ist die natürliche Randbedingung in Bezug auf eine für ein Feld typische periodische Reihenanordnung.
- Interessiert man sich für die Wasseraufnahme einer begrenzten Zahl, horizontal möglicherweise inhomogen angeordneter Pflanzen, so bietet sich eine zweidimensionale horizontale Diskretisierung an. Dieser Ansatz vernachlässigt vertikale Sättigungsgradienten und vertikalen Fluidtransport durch das Wurzelsystem sowie eine vertikale Inhomogenität der Wurzelverteilung. Das bereits besprochene Modell von Lafolie et al. (1991) verwendet einen solchen zweidimensional horizontalen, außerdem adaptiven Ansatz.

Abbildung 3.2 veranschaulicht die drei verschiedenen Diskretisierungsmöglichkeiten. Da Meßdaten zur Wasseraufnahme und *hydraulic lift* eines Zucker-Ahornbaums (Emerman & Dawson 1996) vorliegen, wird im folgenden eine axialsymmetrische Diskretisierung verwendet. Für die Bodenmatrix wird bei allen Simulationsrechnungen ein Radius r und eine Tiefe z von 10 m angenommen, für das Wurzelsystem jeweils 5 m (siehe Abbildung 3.1). Prinzipiell sind andere Werte möglich. Die Diskretisierung aller Gleichungen erfolgt mit Finiten Differenzen, so daß letztlich nur eine rechteckige Geometrie von Bodenmatrix und Wurzelsystem (in der Darstellung Radius gegen Tiefe) notwendig ist. Eine einzelne Zelle des axialsymmetrischen Gitters ist ein Torus mit einer bestimmten Tiefe und Breite h . In der Darstellung Radius gegen Tiefe ist der Torus ein Quadrat. Das Bodenwasserpotential für Boden und Wurzelsystem ist in der Mitte dieses Quadrats definiert, ebenso die Sättigung (Abbildung 3.3).

Für jede Zelle der Makroskala ist eine Saugwurzelweite ρ_r vorgegeben. Hieraus errechnet man leicht einen mittleren Radius R_c des Wurzeinzugsgebiets:

$$R_c = \sqrt{\pi^{-1} \rho_r^{-1}}$$

Innerhalb dieses Zylinders, der Mesoskala, wird die lokale Druckverteilung in eindimensionaler Näherung auf einem äquidistantem Gitter berechnet (Gleichung 3.3). Die Gitterstruktur der Mesoskala ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

Die Berücksichtigung der Mehrskaligkeit der auftretenden Prozesse wird in dieser Arbeit durch eine Trennung der Skalen erreicht.

Auf der Makroskala wird, wie bereits beschrieben, ein kontinuierlicher Ansatz verwendet. Die detaillierte lokale Wurzelverteilung sowie lokale Druckgradienten spielen für diese Skala keine Rolle.

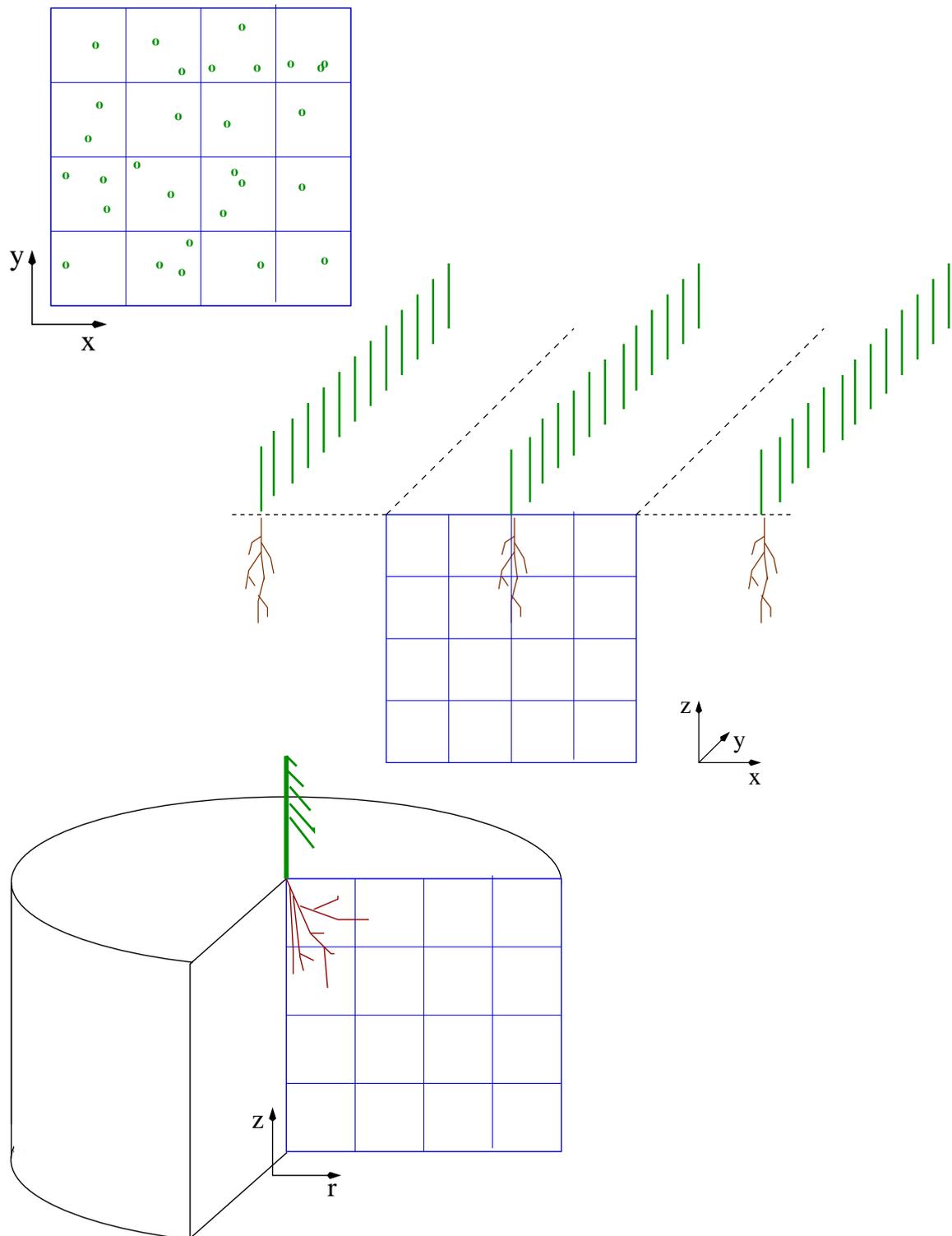


Abbildung 3.2: Verschiedene zweidimensionale Näherungen für eine Modellierung der Wasseraufnahme durch Pflanzenwurzeln.

Daher genügt auf der Makroskala in der Regel - das zeigen die Simulationen - eine Auflösung von 32×32 Punkten. Die Wasseraufnahme selbst wird auf der Mesoskala berechnet. Auf dieser Skala wird eine konstante Gitterweite von 0,5 mm angesetzt (Abbildung 3.4). Dies entspricht größenordnungsmäßig dem Radius einer Saugwurzel (Tardieu et al. 1992). Statt wie hier beschrieben die Skalen zu trennen, hätte man das Problem der Mehrskaligkeit auch mittels einer adaptiven Gitterverfeinerung angehen können. Dies macht aber für den Fall einer axialsymmetrischen Diskretisierung keinen Sinn. Außerdem könnte hierbei aus Rechenzeit- und Speicherplatzgründen nur von einer unrealistisch kleinen Zahl von Wurzeln ausgegangen werden.

3.4 Zeitliche Diskretisierung

Die zeitabhängigen Gleichungen (3.1, 3.3) werden voll implizit diskretisiert, d.h. der räumliche Differentialoperator wird zum neuen Zeitschritt ausgewertet. Es wird für jeden Zeitschritt und jede Gleichung ein lineares Gleichungssystem gelöst. Dies wäre bei einer expliziten Diskretisierung nicht nötig, allerdings wäre dann die Zeitschrittweite wegen des Courant-Kriteriums sehr klein zu wählen, um eine stabile Lösung zu garantieren. Neben voll implizitem und expliziten Verfahren gibt es noch Mischformen wie das Crank-Nicholson-Verfahren, bei dem der räumliche Differentialoperator zur Zeit $(t + \frac{1}{2}\delta t)$ ausgewertet wird. Wir erläutern die zeitliche Diskretisierung am Beispiel der makroskaligen Richardsgleichung 3.1. Die Gleichung nimmt zunächst folgende Form an:

$$\phi \frac{S(P_s(t + \Delta t)) - S(P_s(t))}{\Delta t} - \text{div}[K_f(S(P_s(t + \Delta t)))\{\nabla P_s(t + \Delta t) - \rho_f \vec{g}\}] = -q$$

Sowohl $S(P_s)$ als auch $K_f(S(P_s))$ sind nichtlineare Funktionen. Die Linearisierung der Gleichung erfolgt innerhalb eines Fixpunktverfahrens. Sei n der Index für den alten Fixpunkt-Iterationsschritt, so wird der erste Term von Gleichung 3.5 folgendermassen berechnet:

$$\begin{aligned} \phi \frac{S(P_s(t + \Delta t)) - S(P_s(t))}{\Delta t} & \hookrightarrow \phi \frac{S(P_s^{n+1}(t + \Delta t)) - S(P_s(t))}{\Delta t} \\ & = \frac{\phi}{\Delta t} \{S(P_s^n(t + \Delta t)) \\ & \quad + \frac{\partial S}{\partial P}|_{P^n} (P_s^{n+1}(t + \Delta t) - P_s^n(t + \Delta t)) - S(P_s(t))\} \end{aligned}$$

$\frac{\partial S}{\partial P}|_{P^n}$ wird nach der Kettenregel bestimmt unter Verwendung der van Genuchten Relationen (Gleichungen 2.4). Der Divergenzterms wird dadurch linearisiert, daß die Leitfähigkeit K_f

zum alten Iterationsschritt ausgewertet wird. Das Fixpunktverfahren konvergiert, wenn sich die Lösung zur Zeit $t + \Delta t$ entsprechend

$$P_s(t + \Delta t) = \lim_{n \rightarrow \infty} P_s^n(t + \Delta t)$$

ergibt. Als Abbruchkriterium dient folgende Bedingung:

$$\| P_s^{n+1}(t + \Delta t) - P_s^n(t + \Delta t) \| < \epsilon. \quad (3.5)$$

Die Bedingung ist für alle Zellen des Gitters zu erfüllen. Die Simulationen zeigen, daß eine Wahl von $\epsilon = 10^{-6}$ Pa sinnvoll ist. Die zweite makroskalige Gleichung (Gleichung 3.2) ist bereits linear, da die axiale Konduktivität als vom Wurzelwasserpotential unabhängig angenommen wird. Die mesoskalige Richardsgleichung 3.3 wird analog zur makroskaligen zeitlich diskretisiert. Die Linearisierung des Gesamtsystems kann prinzipiell getrennt für jede Gleichung oder aber für das gesamte System durch eine äußere Schleife durchgeführt werden; im vorliegenden Ansatz wird letztere Methode angewendet.

3.5 Räumliche Diskretisierung

Die räumliche Diskretisierung der makroskaligen Gleichungen erfolgt auf einem zweidimensionalen, axialsymmetrischen Gebiet Ω_1 bzw. Ω_2 (siehe Abbildungen 3.1 und 3.2), wobei die Elemente des Gitters im r, z -Schnitt Quadrate der Kantenlänge h sind. In Abbildung 3.2 ist das Gebiet Ω_1 (Boden) zur Veranschaulichung jeweils nur mit 16 Zellen dargestellt. Das Diskretisierungsgitter für Gleichung 3.2 ist eine Teilmenge des Gitters für Gleichung 3.1 (siehe hierzu Abbildung 3.1). Prinzipiell hätte man für Ω_2 (Wurzelsystem) auch ein feineres Gitter verwenden können und die Werte der Variablen für die rechte Seite von Gleichung 3.1 entsprechend mitteln. Das hätte allerdings auch die Zahl der mesoskaligen Berechnungen entsprechend erhöht.

Abbildung 3.3 zeigt die Definition von P_s , S , K_f und K_a in der Einheitszelle. P_s , S und K_r sind in der Mitte einer Zelle definiert (im quadratischen r, z -Schnitt, nicht bezogen auf den Torus). K_f und K_a sind an den Kanten einer Zelle definiert. Für die axiale Konduktivität K_a ist diese Festlegung unwesentlich, da die Gleichung linear ist. Für die Diskretisierung der Divergenz der Richardsgleichung ist diese Definition aber auf jeden Fall von Vorteil: Gemittelt wird zunächst das Bodenwasserpotential zweier Zellen, hieraus wird dann unter Verwendung der van Genuchten Relationen (Gleichungen 2.4) die Sättigung S und daraus die Leitfähigkeit K_f an den Kanten bestimmt. Beachte die Verwendung axialsymmetrischer Operatoren.

$$\text{div} [K_f(S) \{ \nabla P_s - \rho_f \vec{g} \}] = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot K_f(S) \cdot \frac{\partial}{\partial r} P_s) + \frac{\partial}{\partial z} (K_f(S) (\frac{\partial}{\partial z} P_s + \rho_f g))$$

3 Numerische Realisierung

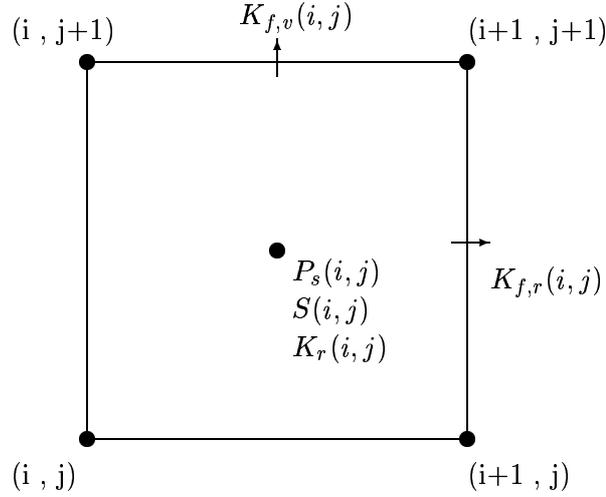


Abbildung 3.3: Definition der Variablen P_s , S , K_f und K_r in der Einheitszelle. K_a ist wie K_f an den Kanten definiert. i entspricht der radialen, j der vertikalen Achse. Zur axialsymmetrischen Diskretisierung siehe Abbildung 3.2.

$$\begin{aligned}
 \hookrightarrow & \frac{i}{h^2 \cdot (i - \frac{1}{2})} \{K_{f,r}(i, j) \cdot (P_s(i+1, j) - P_s(i, j))\} \\
 & - \frac{i-1}{h^2 \cdot (i - \frac{1}{2})} \{K_{f,r}(i-1, j) \cdot (P_s(i+1, j) - P_s(i-1, j))\} \\
 & + \frac{1}{h^2} \{K_{f,v}(i, j) \cdot (P_s(i, j+1) - P_s(i, j) + \rho gh)\} \\
 & - \frac{1}{h^2} \{K_{f,v}(i, j-1) \cdot (P_s(i, j) - P_s(i, j-1) + \rho gh)\}
 \end{aligned}$$

h ist die Kantenlänge eines Elements und g der Betrag der Erdbeschleunigung (≈ 10 in SI Einheiten). Alle Variablen des Quellterms sind in der Zellmitte definiert, so daß die räumliche Diskretisierung dieses Terms trivial ist:

$$\begin{aligned}
 & 2\pi R_r \rho_r K_r (P_{rhi} - P_r) S_{rhi} \\
 \hookrightarrow & 2\pi R_r \rho_r(i, j) K_r(i, j) S_{rhi}(i, j) (P_{rhi}(i, j) - P_r(i, j))
 \end{aligned}$$

Exakt die gleiche Diskretisierung für die Richardsgleichung erhält man übrigens unter Verwendung von Finiten Volumina. Bei Finiten Volumina diskretisiert man im Gegensatz zu Finiten Differenzen nicht die Differentialgleichung, sondern berechnet mit Hilfe des Gauß'schen Satzes die Massenbilanz eines Gitterelements.

Beachte, daß bei der Linearisierung innerhalb des Fixpunktverfahren die K_f - Werte immer zum alten Iterationsschritt berechnet werden; die Gleichung ist so in Bezug zum neuen Iterationsschritt linear. Die Gleichung kann nun unter Verwendung geeigneter Löser gelöst werden. Hierfür müssen noch Angaben zu Anfangs- und Randbedingungen gemacht werden. Dies erfolgt im nächsten Abschnitt. Zunächst muß noch auf die räumliche Diskretisierung der mesoskaligen Gleichung eingegangen werden.

Die mesoskalige Richardsgleichung (Gleichung 3.3) wird - wie in Abbildung 3.4 dargestellt - auf einem eindimensionalen, radialsymmetrischem Gitter mit konstanter Kantenlänge von 0.5 mm mit Finiten Differenzen diskretisiert. In Abbildung 3.4 ist auch die Kopplung mit den makroskaligen Gleichungen skizziert, auf die im nächsten Abschnitt eingegangen wird. Die Zahl der Zellen auf der Mesoskala wird aus der Saugwurzel-dichte für jede makroskalige Zelle berechnet. Für jede Zelle des makroskaligen Gitters wird also eine Wurzel repräsentativ ausgewählt und im entsprechenden Einzugsgebiet die Druckverteilung berechnet. Die erste Zelle (im Zentrum des Zylinders) entspricht der Wurzel. Das Wasserpotential für diese Zelle ist folglich das Wurzelwasserpotential. Die Leitfähigkeit an der Kante von der ersten in die zweite Zelle ist die radiale Konduktivität der Wurzel K_r , multipliziert mit dem Wurzelradius und der Sättigung an der Wurzeloberfläche (S_{lok} -Wert der zweiten Zelle). Der Wurzelradius geht als Faktor ein, weil die radiale Konduktivität üblicherweise in der Einheit $[m Pa^{-1} s^{-1}]$ definiert ist. Zwischen allen weiteren Zellen des Gitters wird die Leitfähigkeit mit Hilfe der Relationen von van Genuchten (Gleichungen 2.4) berechnet; die zweite Zelle repräsentiert bereits die Bodenmatrix an der Wurzeloberfläche. Die weitere Diskretisierung erfolgt analog zur Diskretisierung der makroskaligen Richardsgleichung (es fehlt natürlich die vertikale Komponente).

Während der Transpiration treten - wie die Simulationen zeigen - lokale Gradienten von $10^7 Pa m^{-1}$ auf. Der Einfluß der Gravitation ($10^4 Pa m^{-1}$) kann auf der Mesoskala offensichtlich vernachlässigt werden, was die eindimensionale Näherung der Berechnung rechtfertigt.

3.6 Anfangs- und Randbedingungen

Zur Lösung eines partiellen Differentialgleichungssystems bzgl. Ort und Zeit werden i.a. Anfangs- und Randwerte benötigt.

Man unterscheidet zwischen folgenden Randbedingungen:

- *Dirichlet*-Randbedingung: An den Rändern wird die Lösung der Differentialgleichung, im Falle der Richardsgleichung das Wasserpotential P_s , vorgegeben. Dieser Wert muß mit der angegebenen Anfangsbedingung für den Rand konsistent sein. Als Beispiel ist für den oberen Rand einer Bodenmatrix die Dirichlet-Randbedingung $P_s = 0$ angebracht, wenn die Oberfläche durch eine ausreichende Beregnung gesättigt bleibt.

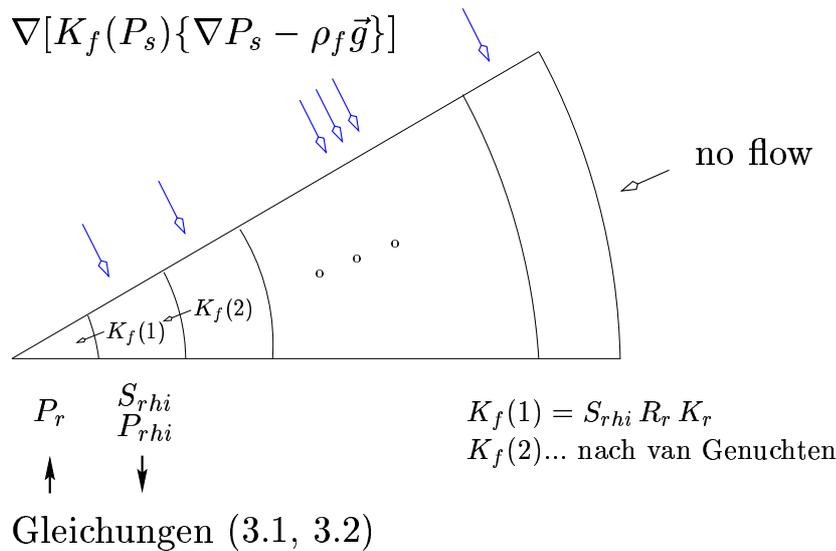


Abbildung 3.4: Axialsymmetrisches „Einzugsgebiet“ der Saugwurzel: P_{lok} ist das Bodenwasserpotential auf der Mesoskala. Die erste Zelle entspricht der Wurzel. Für das Wasserpotential dieser Zelle wird das Wurzelwasserpotential P_r als Dirichlet-Wert angesetzt. Das Gitter ist äquidistant mit einer Kantenlänge von $5 \cdot 10^{-4}$ m. Der Radius des Zylinders ist eine Funktion der Wurzelichte ρ_r . Das Wasserpotential der zweiten Zelle wird als P_{rhi} (*rhi* wie Rhizosphäre) bezeichnet. Der Wert dieser Variablen wird für die Quellterme der makroskaligen Gleichungen benötigt.

- *Periodische* Randbedingung: Bei Modellierung einer zweidimensional-kartesischen, periodischen Saatanordnung (siehe Abbildung 3.2) ist an den seitlichen Rändern eine periodische Randbedingung für das Bodenwasserpotential sinnvoll. Diese Randbedingung bewirkt, daß Fluid, das auf der rechten Seite das Gebiet verläßt, auf der linken wieder ins Gebiet eintritt und umgekehrt. Im Falle einer vollkommen symmetrischen Wasseraufnahme als Folge symmetrischer Boden- und Wurzelparameter geht diese Randbedingung in eine homogene Neumann-Randbedingung über.
- *Neumann*-Randbedingung: Hier wird die Flußrate j , also ein Druckgradient vorgegeben. Beachte, daß die Darcy-Geschwindigkeit v_{Da} proportional zum Druckgradienten ist. Beispielsweise kann am oberen Rand der Bodenmatrix die Infiltrationsrate als Neumann-Randbedingung vorgegeben werden. An einer wasserundurchlässigen Schicht verschwindet die Flußrate, die entsprechende (homogene) Neumann-Randbedingung bezeichnet man als *no-flow* Randbedingung ($j = 0$). Kann in Richtung der Gravitation Wasser ungehindert abfließen, z. B. bei Fehlen eines Grundwasserleiters in einem Karstgebiet, verwendet man für den unteren Rand eine gravity-flow-Randbedingung ($\frac{\partial P_s}{\partial z} = 0$).

- *Robin*-Randbedingung: In Normalenrichtung wird hierbei $\frac{\partial P_s}{\partial n} + aP_s$ vorgegeben, also die Summe einer Flußrate und eines Druckwerts. Anzuwenden wäre eine solche Randbedingung z.B. für den Fall, daß die betrachtete Bodenmatrix an ein (endliches) Wasserreservoir (z. B. eine Pfütze) mit dem Wasserpotential P_{res} grenzt, das bei Wasserabgabe selber austrocknet.

In dieser Arbeit werden bei allen Simulationen, außer in Abschnitt 4.9, folgende Randbedingungen gewählt (siehe hierzu die Abbildungen 3.1 und 3.4):

1. Bodenmatrix: no-flow-Randbedingungen an allen Rändern außer am oberen Rand.
2. Bodenmatrix, oberer Rand: Angabe eines Niederschlags- oder Verdunstungsterms (Neumann-Randbedingung).
3. Wurzelsystem: no-flow-Randbedingungen an allen Rändern außer am oberen Rand im Zentrum.
4. Wurzelsystem, Zentrum; oben: Angabe der Transpirationsrate (Neumann-Randbedingung) oder des Wurzelwasserpotentials (Dirichlet-Randbedingung).
5. Mesoskala, Zentrum: Wurzelwasserpotential als Dirichlet-Randbedingung.
6. Mesoskala, Rand: no-flow-Randbedingung.

Die Wahl der Randbedingung wird folgendermassen begründet:

Zu 1,2: Die no-flow-Randbedingung im Zentrum ist eine Konsequenz der Axialsymmetrie. Am unteren Rand wird in hinreichender Entfernung zum Wurzelsystem eine wasserundurchlässige Schicht (Aquiclude), z. B. eine Tonschicht, angenommen. Am seitlichen Rand entspricht die no-flow-Randbedingung einer periodischen Anordnung von Pflanzen. Exakt ist eine periodische Anordnung für den axialsymmetrischen Fall natürlich nicht möglich. Die Wassernachführung der Bodenmatrix wird damit vollständig über den oberen Rand modelliert.

Zu 3,4: Die Wasseraufnahme von Wurzeln sowie *hydraulic lift* wird über den Quellterm modelliert. Die Wasserabgabe an den oberirdischen Teil erfolgt im Zentrum des oberen Gebietsrandes. Konkret wird bei einer Diskretisierung der Makroskala (Ω_1) in 32×32 Zellen eine Flußrate für die erste, zentrale, Zelle vorgegeben, bei Diskretisierung in 64×64 Zellen für die ersten zwei Zellen. Für die restlichen Ränder können folglich no-flow-Randbedingungen gewählt werden. Für den seitlichen und unteren Rand geht die Wurzeldichte ρ_a gegen 0, so daß hier die Wahl der Randbedingung keinen großen Einfluß hat.

Zu 5.6: Die Lösung der Wurzelsystemgleichung (Gleichung 3.2) P_r ist eine Dirichlet-Randbedingung für das Zentrum (das zentrale Gitterelement) der Mesoskala. Da der makroskalige Fluß über den Quellterm gleichmäßig in die Mesoskala eintreten soll (siehe hierzu die Ausführungen im Abschnitt 2.5.2), ist für den Rand eine no-flow-Bedingung nötig.

Die simulierte Bodenmatrix hat für alle Simulationsrechnungen eine Tiefe von 10 m und einen Radius von ebenfalls 10 m.

Als **Anfangsbedingung** für das Bodenwasserpotential ist der Grundwasserspiegel in 5.5 m Tiefe angenommen. Das Wurzelsystem hat eine Tiefe von 5 m; die Wurzeln wachsen nicht ins Grundwasser hinein. Dies ist eine pflanzenphysiologisch sinnvolle Annahme, da die meisten Wurzeln in der gesättigten Zone nicht existieren können, denn für bestimmte Stoffwechselforgänge ist ein Gasaustausch notwendig (Mohr & Schopfer 1994). Die Wasserpotentialverteilung ist weiterhin hydrostatisch. Auf der Mesoskala ist die Wasserpotentialverteilung konstant und stimmt mit dem makroskaligen Wasserpotential überein, d.h. $P_{lok}(i, j, l) = P_s(i, j)$ für alle l , wobei i, j die makroskaligen Koordinaten sind.

Mit einer Gaußverteilung kann durch Variation des Parameters σ die natürliche Transpirationsrate in vielen Fällen gut approximiert werden, solange die Verteilung näherungsweise symmetrisch ist und keinen Doppelpeak aufweist (Lafolie et al. 1991). In der Natur treten bei starker Transpiration auch manchmal Doppelpeaks auf (Mohr & Schopfer 1994). Für diesen Fall ist der Ansatz einer gaußförmigen Transpirationskurve als Randbedingung ungeeignet.

Alternativ kann für den oberen, zentralen Rand des Wurzelsystems statt einer Neumann-Randbedingung das Wurzelwasserpotential P_r angegeben werden. Die Möglichkeiten dieser Randbedingung werden im Abschnitt 4.8 untersucht.

3.7 Mehrgitterverfahren

Die eindimensionale Richardsgleichung wird für jedes Element des makroskaligen Gitters innerhalb jeder Fixpunkt-Iteration durch einen Gauß-Algorithmus direkt gelöst. Für mehrdimensionale Gleichungen sind hingegen iterative Lösungsmethoden raum- und zeitsparender. Die zweidimensionalen Gleichungen des Modells werden iterativ mit einem Mehrgitterverfahren auf der Grundlage eines Gauß-Seidel-Einzelschrittverfahrens gelöst. Voraussetzung für die Anwendbarkeit eines Gauß-Seidel Verfahrens ist, daß die Matrix des zugehörigen linearen Gleichungssystems diagonaldominant oder positiv definit ist. Eine Matrix heißt diagonaldominant, wenn der Betrag der Diagonalelemente größer ist als die Summe der Beträge der entsprechenden Nichtdiagonalelemente. Dies trifft im vorliegenden Fall zu.

Jedes iterative Verfahren benötigt eine Startlösung, von welcher aus die Lösung in möglichst wenigen Iterationsschritten angenähert werden soll. Beim Gauß-Seidel-Einzelschrittverfahrens wer-

den im Gegensatz zum sogenannten Gauß-Seidel-Gesamtverfahren die innerhalb einer Iteration bereits berechneten Schätzwerte für die noch nicht gelösten Gleichungen verwendet. Allgemein hat das Gauß-Seidel Verfahren den Nachteil, daß die Konvergenzrate schnell mit zunehmender Gittergröße abnimmt. Verbesserte Verfahren sind z. B. das sogenannte SOR-Verfahren und das CG-Verfahren, die häufig verwendet werden. Die beste Konvergenzrate haben Mehrgitterverfahren, die in dieser Arbeit daher zur Lösung der zweidimensionalen Gleichungen verwendet werden.

Die Idee des Mehrgitterverfahrens wird im folgenden kurz skizziert, für eine ausführliche Darstellung der Theorie der Mehrgitterverfahren siehe Briggs (1987).

Ein Mehrgitterverfahren hat zwei prinzipielle Bestandteile, eine glättende Iteration (*smoothing iteration*), in unserem Fall ein Gauß-Seidel Verfahren und eine Grobgitterkorrektur (*coarse grid correction*). Zur Illustration des wesentlichen genügt zunächst die Betrachtung zweier, unterschiedlich feiner Gitter. Zu lösen sei das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $x, b \in R^n$. Wenn x_0 die exakte Lösung des Gleichungssystem und $x^{(n)}$ die Näherungslösung zum n -ten Iterationsschritt ist, so sei der Iterationsfehler e definiert durch $e := x_0 - x^{(n)}$ und das Residuum $r^{(n)}$ durch $r^{(n)} := Ae = b - Ax^{(n)}$, wobei $r^{(n)}$ das Residuum zur n -ten Iterierten ist. Das Gauß-Seidel Verfahren glättet die hohen Frequenzen des Fehlers prinzipiell gut, die niederfrequenten Fehler dagegen schlecht. Aus diesem Grund löst man das Gleichungssystem auf dem feinen Gitter nur mit wenigen Iterationsschritten. Man berechnet darauf das Residuum $r^{(n)}$, transformiert es auf das grobe Gitter (Restriktion) und löst $Ae = r$. Der Fehler e wird dann wieder auf das feine Gitter transformiert (Prolongation) und zur Näherungslösung $x^{(n)}$ addiert. Die gute Konvergenz dieses Verfahrens ist eine Konsequenz der Tatsache, daß niedrige Frequenzen des Fehlers auf dem feinem Gitter auf dem groben Gitter höherfrequent erscheinen.

Zur Erweiterung dieses Zweigitterverfahrens zum Mehrgitterverfahren erfolgt die Restriktion vom feinen zum grobmöglichsten Gitter, auf dem der Fehler dann direkt gelöst wird. Darauf folgt wieder die Prolongation bis zum feinsten Gitter. Der gesamte Zyklus wird als V-Zyklus bezeichnet. Für eine hinreichend genaue Lösung von $Ax = b$ benötigt man etwa 5-10 Gauß-Seidel-Iterationen für jeden Transformationsschritt und ebenso viele V-Zyklen.

3.8 Test der Numerik

Infolge der Kopplung und der Nichtlinearität der Gleichungen ist eine analytische Lösung des Systems im Hinblick auf einen Vergleichs mit den numerischen Ergebnissen nicht möglich. Getestet wurde die Numerik auf folgende Punkte hin:

- Zeitschrittunabhängigkeit
- Gittergrößenunabhängigkeit

3 Numerische Realisierung

- Robustheit des Mehrgitterlösers
- Wahl des Abbruchkriteriums für das Fixpunktverfahren (Gleichung 3.5)
- Verschiedene Plausibilitätsbedingungen

Eine einfache Plausibilitätsbedingung ist z. B. die Massenerhaltung. Bei Anwendung von no-flow-Bedingungen für die Bodenmatrix muß die transpirierte Wassermenge mit der Abnahme des Bodenwassergehalts übereinstimmen. Außerdem muß sich die Wassermenge auf der Makroskala exakt aus der mesoskaligen berechnen lassen. Ein weiterer Test ist die Untersuchung des Systemverhaltens bei bestimmten Symmetrieanahmen, z. B. die Untersuchung der Bodenwasserpotentialverteilung eines axialsymmetrisches Gebietes ohne Wurzelsystem und mit seitlichen no-flow-Bedingungen.

In Abschnitt 4.2 wird ein numerisches Ergebnis der endlichen Wasserentnahmegeschwindigkeit aus einem porösen Mediums durch eine eindimensionale, analytische Rechnung für den stationären Fall überprüft.

3.9 Technische Realisierung der Ventilwirkung

Hydraulic lift ist der Prozeß, bei dem Wurzeln Wasser an den Boden abgeben, falls ihr Wasserpotential größer ist als das des Bodens. Für die radiale Leitfähigkeit K_r bedeutet das, daß K_r größer als Null ist für $P_{rhi} < P_r$. Wir untersuchen im Rahmen dieser Arbeit die beiden Extremfälle:

- K_r ist unabhängig von der Wasserpotentialdifferenz Boden - Wurzel (Wasseraufnahme mit *hydraulic lift*).
- $K_r = 0$ für $P_{rhi} < P_r$ (Wasseraufnahme ohne *hydraulic lift*).

Für die technische Realisierung von *hydraulic lift* ist die Wahl eines stetigen Übergangsbereichs für K_r als Funktion der Wasserpotentialdifferenz Boden - Wurzel im Intervall $0 < P_s - P_r < P_0$ (siehe Abbildung 3.5) sinnvoll. Ein unstetiger Übergang kann je nach Wahl der Modellparameter für die Berechnung der Wasseraufnahme zu numerischen Oszillationen führen. Die Wahl $P_0 \approx 10^4$ Pa hat sich als geeignet erwiesen. Die Simulation von *hydraulic lift* ist im Vergleich zur Annahme einer Ventilwirkung der Wurzeln günstiger in Bezug auf numerische Stabilität und Rechenzeit. Insgesamt ist der Rechenzeitbedarf für letzteren Fall etwa um einen Faktor 10 größer als für die Modellierung von *hydraulic lift*.

Zur Berechnung der durch *hydraulic lift* an den Boden abgegebenen Wassermenge geht man vom Quellterm q (Gleichung 3.4) der Richardsgleichung aus:

$$q = 2\pi R_r \rho_r K_r S_{rhi} (P_{rhi} - P_r)$$

Die pro Sekunde umgeschichtete Wassermenge [$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$] berechnet sich durch Integration von q über alle Volumina des durchwurzelten Gebiets Ω_2 , für die $P_{rhi} < P_r$ gilt. Durch zeitliche Integration ergibt sich die umgeschichtete Tagesmenge. Diese einfache Berechnung der umgeschichteten Tagesmenge ist möglich, da das Wurzelsystem inkompressibel und ohne Speicherterm angenommen wird. Würde man für das Wurzelsystem einen Speicherterm ansetzen, so könnte unter bestimmten Umständen Wasser innerhalb eines Elements des makroskaligen Gitters in die Wurzeln eindringen und kurz danach an der gleichen Stelle austreten. Dies wäre natürlich im hydrologischen Sinne kein *hydraulic lift*; die abgegebene Menge würde aber als solche in die Berechnung einfließen.

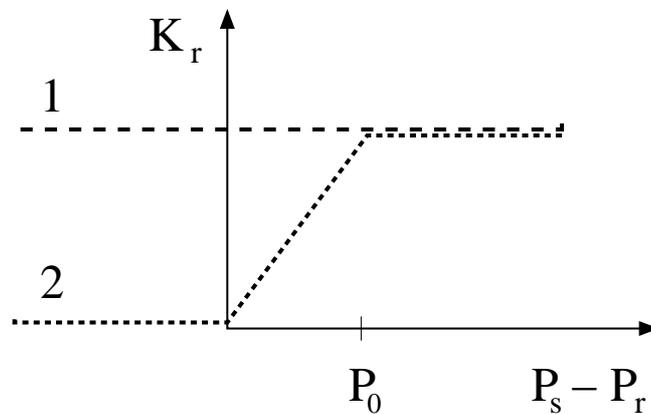


Abbildung 3.5: Zur numerischen Realisierung von *hydraulic lift* : Wahl der radialen Konduktivität K_r als Funktion der Wasserpotentialdifferenz Boden - Wurzel. Graph 1: Mit *hydraulic lift*; Graph 2: Ohne *hydraulic lift*. Der lineare Teil von Graph 2 mit $0 < P_s - P_r < P_0$ ist notwendig, um numerische Oszillationen zu vermeiden.

3 *Numerische Realisierung*

4 Anwendungen

Hinsichtlich eines Vergleichs der numerischen Ergebnisse mit experimentellen Daten braucht man strenggenommen Informationen über die exakte räumliche Verteilung der Bodenfeuchtigkeit bzw. des Bodenwasserpotentials für das Bodengebiet (Ω_1) zu einem (Anfangs-) Zeitpunkt.

Da für diese Arbeit weder Transpirationmessungen an Pflanzen noch Messungen der Bodenwasserpotentialverteilung bzw. der Sättigungsverteilung durchgeführt werden, betrachten wir im folgenden drei fundamentale Szenarien:

- Periodischer Zustand (Periode = 1 Tag) mit einer wasserundurchlässigen Schicht am unteren Rand des Bodengebiets. Transpiration und Niederschlag halten sich, bezogen auf eine große Zeitskala, die Waage; Abschnitt 4.1-4.7.
- Wasseraufnahme während einer Trockenperiode. Grundlage dieses Ansatzes ist die in Abschnitt 2.5.6 erläuterte Theorie einer hormonellen Transpirationssteuerung; Abschnitt 4.8.
- Periodischer Zustand mit einem wasserdurchlässigen, unteren Gebietsrand; das Konzept der hormonellen Transpirationssteuerung ist implementiert; Abschnitt 4.9.

Für diese Szenarien werden die Wasseraufnahme von Pflanzenwurzeln sowie *hydraulic lift* simuliert.

4.1 Periodischer Zustand

Auf der Zeitskala weniger Tage ist die Niederschlagsrate stark irregulär. Die starken Variationen können v. a. in den oberen Zentimetern der Bodenmatrix zu scharfen Sättigungsfronten führen. In tieferen Bodenbereichen sind die Fronten aber durch Diffusion verschmiert und der Tagesgang des Niederschlags i. a. kaum mehr feststellbar. Wir verzichten daher auf eine detaillierte Auflösung einzelner Niederschlagsereignisse. Weiterhin vernachlässigen wir den Jahresgang der Transpiration. Die Transpirationsrate wird unabhängig vom Bodenwasserpotential angenommen. Diese Näherung ist gerechtfertigt, solange ein bestimmter Schwellenwert für die Xylemspannung nicht

überschritten wird (Lafolie et al. 1991). Da für den unteren und die seitlichen Ränder des Bodengebiets no-flow-Bedingungen gewählt werden (siehe Abschnitt 3.6), erwartet man für den Fall, daß die transpirierte Tagesmenge gleich der Niederschlagsmenge ist, die Entwicklung eines periodischen Systemzustands.

Abbildung 4.1 zeigt das Ergebnis einer ersten Simulation. Dargestellt wird die zeitliche Veränderung der Sättigung in zwei unterschiedlichen Bodentiefen für den Fall *hydraulic lift*, wobei die Sättigungswerte in radialer Richtung gewichtet gemittelt wurden. Zur Wahl der Anfangs- und Randbedingungen siehe Abbildung 3.1. Es wird ein Boden der Art Lehm bis sandiger Lehm angenommen (Bodenparameter, K_r , K_a wie in Tabelle 4.1). Der Transpirationsverlauf ist durch eine Sinusfunktion approximiert. Für die Wurzelsystemgleichung (Gleichung 3.2) wird der vereinfachte Fall nur einer Wurzelordnung angesetzt, wobei die Wurzelichte linear in radialer und vertikaler Richtung auf Null abnimmt. Es wird also von einem einzigen Wurzeltyp ausgegangen, der Wasser proportional einer radialen Konduktivität K_r aufnimmt und proportional einer axialen Konduktivität K_a ableitet. Natürlich ist ein solcher Ansatz stark vereinfacht, aber die Existenz eines periodischen Zustands hängt im Modell nicht von der konkreten Verteilung der Wurzelichten ab. Grund dafür ist der lineare Ansatz der Wurzelsystemgleichung, d.h. die Vernachlässigung möglicher Kavitationen bei großer Xylemspannung. Das System geht offen-

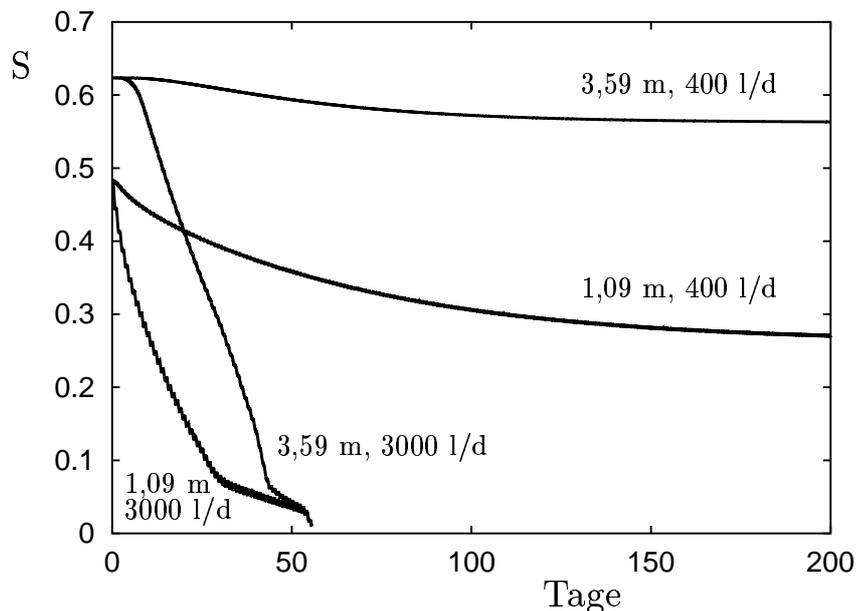


Abbildung 4.1: Zeitliche Entwicklung der Sättigung in zwei verschiedenen Tiefen (1,09 m; 3,59 m) mit *hydraulic lift*. Zu Anfangs- und Randbedingungen siehe Abbildung 3.1. Sättigungswerte sind in radialer Richtung innerhalb des durchwurzelteten Gebiets (Ω_2) gewichtet gemittelt. Ein tagesperiodischer Zustand entsteht, falls die Transpirationsrate nicht zu hoch ist.

$$\Rightarrow j(1) = \rho_f \int_{P(1)}^{P(0)} K(S(P)) dP \quad (\text{stationärer Fall})$$

Als maximal mögliche Flußrate folgt:

$$\Rightarrow j_{max} = \rho_f \int_{-\infty}^{P(0)} K(S(P)) dP$$

Eine stationäre Lösung existiert also für alle Flußraten, falls das Integral $\int_{-\infty}^{P(0)} K(S(P)) dP$ unendlich ist. Betrachten wir nun die van Genuchten Relationen für $K(S)$ und für $S(P)$ (Gleichungen 2.4):

$K(S)$ verhält sich für $S \ll 1$ (verwende Taylerreihenentwicklung) wie $S^{\frac{1}{2} + \frac{2(\lambda+1)}{\lambda}}$ mit $\lambda \neq 0$. $S(P)$ verhält sich für $P \ll 0$ und $\alpha > 0$ wie $P^{-\lambda}$ ($\lambda > -1$). Damit ergibt sich für $P \ll 0$:

$$K(P) \sim P^{-\frac{\lambda}{2} - 2(\lambda+1)} \quad (P \ll 0).$$

Das Integral $\int_{-\infty}^{P(0)} K(P) dP$ ist somit endlich für $\lambda > -\frac{2}{5}$. Für alle Bodenarten ($\lambda, \alpha > 0$) gibt es gemäß der van Genuchten Relationen folglich eine obere Grenze für die Flußrate j , für die eine stationäre Lösung des obigen Diffusionsproblems existiert.

Fluidfluß durch eine Bodenmatrix verhält sich offensichtlich völlig anders als der laminare Fluß in einem Rohr, bei dem jede Flußrate durch eine bestimmte Druckdifferenz ermöglicht werden kann.

Dieses analytische Ergebnis bestätigt das numerisches Resultat (Abbildung 4.1), daß sich ein stationärer Zustand bei der Kopplung von Matrixdiffusion und Transpiration nur bis zu einer bestimmten maximalen Transpirationsrate einstellt. Der genaue Wert von j_{max} hängt natürlich von der Wahl der Modellparameter ab.

4.3 Modellierung der Wasseraufnahme unter Verwendung von zwei Wurzelordnungen

Für die bisher präsentierten Simulationen (Abbildung 4.1) wurde das Wurzelsystem durch eine (einzige) räumlich verteilte Wurzeldichte dargestellt. Für den Divergenzterm und für den Quellterm der Richardsgleichung wurde die gleiche, linear in radialer und vertikaler Richtung abnehmende, Wurzeldichteverteilung angesetzt. Ein solcher Ansatz repräsentiert ein natürliches Wurzelsystem nur schlecht. Man muß z. B. davon ausgehen, daß unmittelbar unterhalb des Stamms eines Baums die effektive axiale Leitfähigkeit (Leitfähigkeit aller Xylemelemente pro Bodenvolumen) sehr groß ist, da hier Wasser zum Stamm transportiert wird. Die Wasseraufnahme

durch Saugwurzeln spielt dagegen in dieser Bodenzone eine untergeordnete Rolle; die meisten Xylemelemente sind zu verholzten Wurzeln gebündelt.

Man könnte zwar die Verkorkung und Bündelung von Xylemelementen zu verholzten Leitungswurzeln durch eine Reduzierung der radialen Konduktivität berücksichtigen. Prinzipiell ist es aber ein Unterschied, ob in einem Bodenvolumen viele Wurzeln Wasser mit einer kleinen radialen Leitfähigkeit aufnehmen (Ansatz mit einer Wurzelordnung), oder, ob wenige Saugwurzeln innerhalb eines jeweils großen Einzugsgebiets Wasser aufnehmen, dafür mit einer großen radialen Konduktivität (Ansatz mit zwei Wurzelordnungen).

Eine Modellierung der Wasseraufnahme unter Verwendung einer Wurzelordnung mit linear abnehmender Wurzel-dichte (Mendel et al. 2001) zeigt, daß simulierte Wurzelwasserpotentialgradienten am oberen, zentralen Rand des Gebiets unrealistisch groß sind; es wird daher ein erweiterter Ansatz für das Wurzelsystem vorgeschlagen. Auf eine detaillierte Darstellung der Ergebnisse wollen wir hier verzichten.

Im folgenden führen wir einen Ansatz ein, der die räumliche Verteilung zweier Wurzeltypen unterscheidet. Betrachtet werden Leitungswurzeln mit einer bestimmten axialen Konduktivität, die Wasser ausschließlich zum oberirdischen Teil der Pflanze ableiten, und Saugwurzeln mit einer großen radialen Konduktivität. Für die Wurzel-dichten von Divergenzterm und Quellterm der Richardsgleichung werden folglich unterschiedliche Verteilungen angesetzt.

In der Literatur wird häufig von einer exponentiellen Abnahme der Wurzel-dichte von Pflanzen in vertikaler Richtung berichtet (z. B. Caldwell et al. 1998); verschiedene Wurzelordnungen werden hierbei allerdings nicht unterschieden. Der nun vorgestellte Ansatz geht von einer exponential-verteilter Leitungswurzel-dichte ρ_a [m^{-2}] aus:

$$\rho_a(r, z) = \alpha_a \exp(-\beta_a z) (R_0 - r) \quad (4.1)$$

β_a [m^{-1}] bestimmt die Stärke der exponentiellen vertikalen Abnahme; α_a [m^{-2}] ist eine Funktion der gemittelten Wurzel-dichte $\rho_{a,\Phi}$. Für die radiale und vertikale Ausdehnung des Wurzelsystems wird im Modell $R_0 = 5$ m angenommen. Um die Zahl der Parameter zu begrenzen, wird für die radiale Richtung für beide Wurzel-dichten der einfachste Fall einer linearen Abnahme angesetzt. Bei den folgenden Rechnungen sind alle Parameter und Variablen dimensionslos angesetzt. α_a berechnet sich durch Integration von $\rho_a(r, z)$ über das durchwurzelte Gebiet:

$$\int_{\Omega_2} r dr d\phi dz \rho_a(r, z) = \pi R_0^3 \rho_{a,\Phi} \quad (4.2)$$

πR_0^3 ist das Volumen von Ω_2 . Die Integration ergibt:

$$\alpha_a = 3\beta_a \rho_{a,\Phi} (1 - \exp(-\beta_a R_0))^{-1} \quad (4.3)$$

Betrachten wir nun die Verteilung der Saugwurzeln. Man kann vermuten, daß diese in der Natur viel gleichmäßiger ist als die Verteilung der Leitungswurzeln. Letztere sind ja für den Abfluß zum oberirdischen Teil der Pflanze verantwortlich. Für die Saugwurzelverteilung testen wir zwei verschiedene Ansätze; zum einen eine Exponentialverteilung, daneben eine tiefenskalierte Exponentialverteilung:

$$\rho_r(r, z) = \alpha_r z \exp(-\beta_r z) (R_0 - r) \quad (4.4)$$

Auch diese Verteilung hat zwei neue Parameter. Eine Differentiation nach z zeigt, daß $\rho_r(r, z)$ nicht an der Oberfläche maximal ist, sondern erst in einer Tiefe $z_{\max} = \beta_r^{-1}$.

Einen ähnlichen Ansatz verwenden Vrugt et al. (2001) übrigens im Rahmen der Modellierung der Wasseraufnahme eines Mandelbaums für die Extraktionsfunktion q der Richardsgleichung:

$$q(z) \approx \exp(-c|z_0 - z|).$$

c ist hier ein empirischer Parameter. z_0 ist die Tiefe maximaler Wasseraufnahme. Die Abnahme der Wasseraufnahme, ausgehend von dieser Stelle in beide vertikale Richtungen, ist allerdings stärker als die entsprechende Abnahme der Wurzelichte ρ_r in Gleichung 4.4. Beachte, daß im Ansatz von Vrugt et al. (2001) die Wasseraufnahme durch die Extraktionsfunktion direkt vorgegeben ist, während in unserem Ansatz nur die Verteilung der beiden Wurzelichten vorgegeben ist, die innerhalb der Kopplung aller Prozesse die räumliche Verteilung der Wasseraufnahme mitbestimmen.

α_r berechnet sich wieder durch Integration von $\rho_a(r, z)$ über das durchwurzelte Gebiet zu

$$\alpha_r = 3\rho_{r,\Phi} \left(\frac{1}{\beta_r^2} - \exp(-\beta_r R_0) \left(\frac{1}{\beta_r^2} + \frac{R_0}{\beta_r} \right) \right)^{-1} \quad (4.5)$$

Die räumliche Verteilung wasserleitender und wasseraufnehmender Wurzeln wird durch insgesamt 4 unabhängige Parameter dargestellt. Diese sind die gemittelten Wurzelichten $\rho_{r,\Phi}$, $\rho_{a,\Phi}$ sowie die für den vertikalen Abfall der Wurzelichte maßgebenden Exponenten β_r und β_a .

Wahl der Parameterwerte

In dieser Arbeit geht es unter anderem darum, ein besseres Prozeßverständnis für *hydraulic lift* zu gewinnen. Es stehen Meßdaten zur Transpirationsrate, Bodenart und der durch *hydraulic lift*

umgeschichteten Wassermenge eines Zucker-Ahorn Baums zur Verfügung (Emerman & Dawson 1996). Entsprechend diesen Daten sind im Modell die Bodenparameter (Lehm bis sandiger Lehmboden) sowie die Transpirationsrate T gewählt.

Die Transpirationsrate $T(t)$ [ld^{-1}] wird im folgenden gaußförmig angesetzt:

$$T(t) = EF^{-1} Q_{ges} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp -\frac{1}{2} \frac{(t - a)^2}{\sigma^2} \quad (4.6)$$

t ist die Tageszeit in Stunden. Q_{ges} [l] ist die Tagestranspirationsmenge. Maximale Transpiration ist wie im Modell von Lafolie et al. (1991) um $a=14$ Uhr angenommen. Die Fehlerfunktion EF ist ungleich 1, da die Verteilung am Rand abgeschnitten ist; sie wird numerisch bestimmt. Durch Variation von σ kann die Halbwertsbreite HWB der Transpiration bzw. die maximale Transpirationsrate eingestellt werden. Wie leicht nachzurechnen ist, gilt $HWB = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma \approx 2,3 \sigma$. Ferner liegt etwa 67% der transpirierten Wassermenge im Intervall $a \pm \sigma$. Für alle Simulationen wird $\sigma = 3 h$ ($HWB \approx 7 h$) gesetzt. Diese Verteilung ist etwas breiter als die potentielle Transpirationrate von Mais ($HWB \approx 5 h$), bestimmt von Lafolie et al. (1991), aber deutlich schmaler als eine sinusförmige Verteilung.

Der Wert der axialen Konduktivität $K_a = 2 \cdot 10^{-16} \text{ m}^4 \text{ Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ist ein logarithmisch gemittelter Wert für Leitungswurzeln verschiedener Spezies (siehe Abschnitt 2.5.4). Der Einfluß der radialen Konduktivität K_r auf die Wasseraufnahme wird genauer in Abschnitt 4.7 untersucht. Mit $K_r = 10^{-13} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$ wird zunächst ein typischer Wert für Saugwurzeln angesetzt.

Für das durchschnittliche Einzugsgebiet einer einzelnen Saugwurzel wird für alle Simulationen ein Radius von 1 cm angenommen. Dies entspricht einer durchschnittlichen Saugwurzelverdichte $\rho_{r,\phi}$ von 3183 m^{-2} . Das ist ein für eine Saugwurzel größenordnungsmäßig realistischer Wert (z. B. Tardieu et al. 1992).

Eine Motivation für die Wahl der Wurzelparameterwerte $\rho_{a,\phi}$, β_a und β_r folgt im nächsten Abschnitt. Tabelle 4.1 faßt die verwendeten Parameter zusammen.

4.4 Optimierung der Wurzelverteilungen

Bei dem im folgenden beschriebenen Algorithmus zur Bestimmung der noch fehlenden Parameterwerte für das Wurzelsystem nehmen wir folgende pflanzenphysiologische Optimierungsstrategie an.

- Beide Wurzelverdichten werden räumlich so verteilt, daß die vorgegebene Transpirationsrate mit einer möglichst geringen Xylemspannung P_x ($P_x = |P_r|$) gewährleistet wird. Entscheidend ist der maximale Wert der Xylemspannung $P_{x,max}$ im Tagesverlauf.

Parameter	Symbol	Wert	Einheit
gesättigte hydraulische Leitfähigkeit	$K_{f,max}$	$5 \cdot 10^{-10}$	$\text{m}^2 \text{Pa}^{-1} \text{s}^{-1}$
<i>bubbling pressure</i>	h_b	0.3	m
<i>pore size index</i>	λ	0.3	–
Porosität	Φ	0.5	–
Niederschlag	N	400	$1 \text{d}^{-1} \Omega_1^{-1}$
gemittelte Saugwurzeldichte	$\rho_{r,\phi}$	3186 (*)	m^{-2}
gemittelte Leitungswurzeldichte	$\rho_{a,\phi}$	12000; 15500 (*)	m^{-2}
Exp. der Wurzeldichteverteilung	β_a	0.9; 0.7 (*)	m^{-1}
Exp. der Wurzeldichteverteilung	β_r	0.2; 0.0 (*)	m^{-1}
Radius einer Saugwurzel	R_r	$5 \cdot 10^{-4}$	m
radiale Konduktivität	K_r	10^{-13}	$\text{m Pa}^{-1} \text{s}^{-1}$
Axiale Konduktivität	K_a	$2 \cdot 10^{-16}$	$\text{m}^4 \text{Pa}^{-1} \text{s}^{-1}$
Transpirationsrate	T	400	1d^{-1}
Parameter der Gaußverteilung	σ	3	h
Kroneninterzeption		50%	

Tabelle 4.1: In dieser Arbeit verwendete Parameterwerte, falls nicht explizit anders angegeben.

Der angegebene Niederschlag entspricht einem Jahreswert von 464mm a^{-1} ; dies ist ein effektiver Wert; er schließt Evaporation ein. Zur Wahl der durch (*) gekennzeichneten Werte siehe Abschnitt 4.4; falls zwei Werte angegeben sind, bezieht sich der erste auf den Fall *hydraulic lift*. Beachte: In der Literatur sind die K_f -Werte häufig in $[\text{m s}^{-1}]$ angesetzt, entsprechend der Druckeinheit [m]. K_f -Werte sind dann um einen Faktor 10^4 größer. In dieser Arbeit wird für das Wasserpotential die SI-Einheit [Pa] verwendet.

Die Annahme kann wie folgt begründet werden: Erstens bedeuten große Xylemspannungen eine Erhöhung der Kavitationsgefahr (z. B. Pockman et al. 1995); Kavitationen reduzieren die effektive axiale Leitfähigkeit, die kavitierten Elemente stehen vorübergehend zum Wassertransport nicht zur Verfügung. Zweitens ist die osmotische Wasserentnahme und -versorgung der oberirdischen Pflanzenteile aus den Wasserleitbahnen bei sehr großen Saugspannungen ($P_x \approx 2$ MPa) deutlich reduziert (Mohr & Schopfer 1992). Die hier angenommene Optimierungsstrategie betrachtet nur den Wasserhaushalt der Pflanze; untersucht wird wie bisher der periodische Zustand. Parasitäre oder symbiotische Einflüsse, weiterhin Faktoren wie Bodentemperatur, Nährstoffgehalt und Bodenschichtung, die auch einen wichtigen Einfluß auf die Wurzelverteilung haben können (z. B. Kutschera 1960), bleiben unberücksichtigt. Die Werte für die Leitungswurzelverdichte $\rho_{a,\Phi}$ und die Exponenten β_r und β_a werden nun wie folgt bestimmt:

Als absoluter Welkepunkt von Pflanzen wird in der Literatur üblicherweise der Wert -1.5 MPa angegeben. Gemessene Bodenwasserpotentiale in der Nähe stark transpirierender Pflanzen liegen aber zum Teil auch niedriger: Die täglichen Bodenwasserpotentialschwankungen in der Nähe des Stamms eines Zucker-Ahorn-Baums, der *hydraulic lift* betreibt, können 1 MPa betragen mit gemessenen Minima um -2 MPa (Emerman & Dawson 1996). Die gemittelte Leitungswurzelverdichte $\rho_{a,\Phi}$ wird auf Grundlage dieser Meßdaten nun so eingestellt, daß die (zeitlich wie räumlich) maximale Xylemspannung im stationären Zustand etwa in der Größenordnung $P_{x,max} \approx 2$ MPa liegt. Die Simulationen zeigen, daß die Kombination der Exponenten β_r und β_a , für die $P_{x,max}$ minimal wird, nur schwach von der jeweiligen Wahl der gemittelten Wurzelverdichte $\rho_{a,\Phi}$ abhängt. Zur Bestimmung der drei Parameter $\rho_{a,\Phi}$, β_r und β_a bietet sich daher folgendes Verfahren an:

1. Bestimme zunächst für einen geschätzten Wert der axialen Wurzelverdichte die Exponenten β_r und β_a , für die $P_{x,max}$ minimal ist. $P_{x,max}$ kann infolge des Maximum-Prinzips nur am oberen, zentralen Rand des Wurzelsystems, dort wo die Transpiration angreift, auftreten. Es genügt daher, diesen Wert zu überprüfen. Das Maximum-Prinzip (z. B. Strauss 1995) besagt, daß die Lösung einer Diffusionsgleichung seinen maximalen bzw. minimalen Wert entweder zum Anfangszeitpunkt oder am Gebietsrand annimmt, so daß eine Diffusion einen glättenden Prozeß darstellt. Es sind etwa 20 Rechnungen erforderlich, um die Exponenten mit einer Genauigkeit von $0,1 \text{ m}^{-1}$ zu ermitteln.
2. Bestimme nun für diese Exponenten den Wert des Parameters $\rho_{a,\Phi}$, so daß gilt: $P_{x,max} \approx 2$ MPa. Hierfür genügen in der Regel 5 Simulationsläufe.
3. Führe für diese Wahl von $\rho_{a,\Phi}$ eine Überprüfung bzw. Feineinstellung der Parameter β_a und β_r durch.

<i>hydraulic lift</i>	$\rho_{a,\Phi}$	β_a	β_r	$P_{x,max}$
nein	15500	0,7	0,0	1,99
ja	15500	0,7	0,0	1,67
ja	15500	0,9	0,2	1,58
ja	12000	0,9	0,2	1,97

Tabelle 4.2: Für den periodischen Zustand optimierte Exponenten β_a, β_r [m^{-1}] sowie gemittelte Leitungswurzel-dichte $\rho_{a,\Phi}$ [m^{-2}]. $P_{x,max}$ [MPa] ist die räumlich und zeitlich maximale Xylemspannung; mehrskaliger Ansatz.

Ergebnis und Interpretation

Die Saugwurzel-dichte wird für den Fall *hydraulic lift*, wie in Abschnitt 4.3 beschrieben, einmal als Exponentialverteilung und einmal als tiefenskalierte Exponentialverteilung ($\rho_r \sim z \exp(-\beta_r z)$) angesetzt. Die simulierte maximale Xylemspannung $P_{x,max}$ ist im ersten Fall um etwa 10^3 Pa kleiner; d.h., diese Verteilung kann als günstiger hinsichtlich der angenommenen Optimierungsstrategie angesehen werden. Der Unterschied ist aber sehr gering; möglicherweise liegt ein idealer Ansatz zwischen beiden Alternativen; der Einfachheit halber werden bei allen weiteren Rechnungen für beide Wurzel-dichten Exponentialverteilungen angesetzt.

Tabelle 4.2 zeigt das Ergebnis der Simulationsserie.

Für den Fall ohne *hydraulic lift* wird die gemittelte Leitungswurzel-dichte $\rho_{a,\Phi}$ zu 15500 m^{-2} und die Exponenten zu $\beta_a = 0.7 \text{ m}^{-1}$ und $\beta_r = 0.0 \text{ m}^{-1}$ bestimmt; die maximale Xylemspannung beträgt entsprechend der Konstruktion ungefähr 2 MPa.

Für diese Parameterwerte wird nun die Wasseraufnahme mit *hydraulic lift* simuliert: die berechnete maximale Xylemspannung ist um 0.23 MPa kleiner (2. Zeile); durch Vergrößerung der Exponenten kann der Wert um weitere 0.09 MPa reduziert werden (3. Zeile). Für eine weitere Simulationsserie wird nun die axiale Wurzel-dichte so ermittelt, daß der Wert der maximalen Xylemspannung wieder ungefähr 2 MPa beträgt; die berechnete axiale Wurzel-dichte ist in diesem Fall etwa 25 % kleiner als für den Fall ohne *hydraulic lift*.

Dieses Ergebnis legt nahe, daß unter den gegebenen Voraussetzungen und Randbedingungen *hydraulic lift* ein **vorteilhaftes Konzept** für die Pflanze ist, da, wie oben bereits erwähnt, große Xylemspannungen die Kavitationsgefahr erhöhen und die osmotische Wasserentnahme und -versorgung der oberirdischen Pflanzenteile aus diesen Leitbahnen bei großen Xylemspannungen reduziert ist. Das Ergebnis steht im Einklang mit der Vermutung von Caldwell (1996), daß *hydraulic lift* den Fluidtransport durch das Boden-Pflanze-Atmosphäre-Kontinuum erleichtert. Einschränkend muß hier allerdings gesagt werden, daß diese Interpretation nur unter der Voraussetzung gültig ist, daß das umgeschichtete Wasser dem Boden in einer zu vernachlässigbaren

4.5 Ist hydraulic lift ein rein passiver Transportvorgang?

Menge durch Verdunstung oder durch Aufnahme durch Untergehölz wieder verloren geht. Beide Prozesse müßten im Rahmen einer genaueren Analyse berücksichtigt werden. Es gibt hierzu jedoch noch keine ausreichende experimentelle Datengrundlage.

Die optimierten Exponenten β_a und β_r sind um etwa $0,2 \text{ m}^{-1}$ größer für den Fall *hydraulic lift*. Es genügt ein kleinerer Wurzelanteil in tieferen Bodenschichten, da die vorhandenen Saugwurzeln infolge des Pumpeffekts 24 Stunden aktiv sind (siehe hierzu Abbildung 4.3). Bei einer einkaliger Rechnung ist dieser Unterschied übrigens deutlich kleiner ($\approx 0,05 \text{ m}^{-1}$).

Die optimierten Exponenten β_a und β_r unterscheiden sich signifikant. Wie zu erwarten, nimmt die Leitungswurzeldichte deutlich stärker zur Bodenoberfläche hin zu, da sie für den Abtransport zum oberirdischen Teil der Pflanze verantwortlich ist. Dieses Ergebnis rechtfertigt im nachhinein die Unterscheidung zweier Wurzelordnungen im Modell.

4.5 Ist hydraulic lift ein rein passiver Transportvorgang?

Im folgenden vergleichen wir die Wasseraufnahmeverteilung mit und ohne *hydraulic lift*. Abbildung 4.3 zeigt die Wasseraufnahmeverteilung der Wurzeln in verschiedenen Tiefen für den periodischen Zustand.

Mit *hydraulic lift* nehmen Wurzeln in der Nähe der Oberfläche Wasser während des Tages auf und geben es nachts an den Boden ab. Die Wasseraufnahmemaxima sind als Funktion der Tiefe zeitlich verschoben. Die berechnete „Phasengeschwindigkeit“ beträgt etwa $0,5 \text{ m/h}$. Weiterhin fällt auf, daß die Amplituden als Funktion der Tiefe kleiner werden. Das Verhalten ähnelt offensichtlich der Fortbewegung einer elastischen Welle. In tieferen Bodenhorizonten ist die Wasseraufnahme zeitlich relativ konstant. Die tiefen, „wertvollen“ Wurzeln sind also unabhängig von der Transpiration 24 Stunden aktiv. Dies ist konsistent mit dem Ergebnis, daß für den Fall *hydraulic lift* die maximale Xylemspannung $P_{x,max}$ kleiner ist als ohne *hydraulic lift*. Die Bodenzone mit der maximalen täglichen (effektiven) Wasseraufnahme liegt in etwa $4,50 \text{ m}$ Tiefe (siehe auch Abbildung 4.5). Die simulierte umgeschichtete Wassermenge beträgt $140,2 \text{ l d}^{-1}$, etwa 35 % der transpirierten Tagesmenge. Dies ist größenordnungsmäßig in guter Übereinstimmung mit Meßwerten zu *hydraulic lift* für verschiedene Spezies von van Bavel & Baker (1985): 42 %, Baker & van Bavel (1988): 31 % und Emerman & Dawson (1996): 25 %.

Das Ergebnis unterstützt folglich die Theorie, daß es sich bei *hydraulic lift* um einen rein **passiven**, also nicht osmotischen (aktiven) Prozeß der Pflanze handelt.

Die simulierte Menge an *HLW* bei einkaliger Rechnung liegt mit $154,1 \text{ l/d}$ etwa 10 % über dem mehrskalig berechneten Wert. Hinsichtlich der simulierten Menge an *HLW* kann man offensichtlich in akzeptabler Näherung auf eine mehrskalige Rechnung verzichten. Im Abschnitt 4.7 wird jedoch gezeigt, daß je nach Wahl der Parameter der Unterschied beider Ansätze signifikant

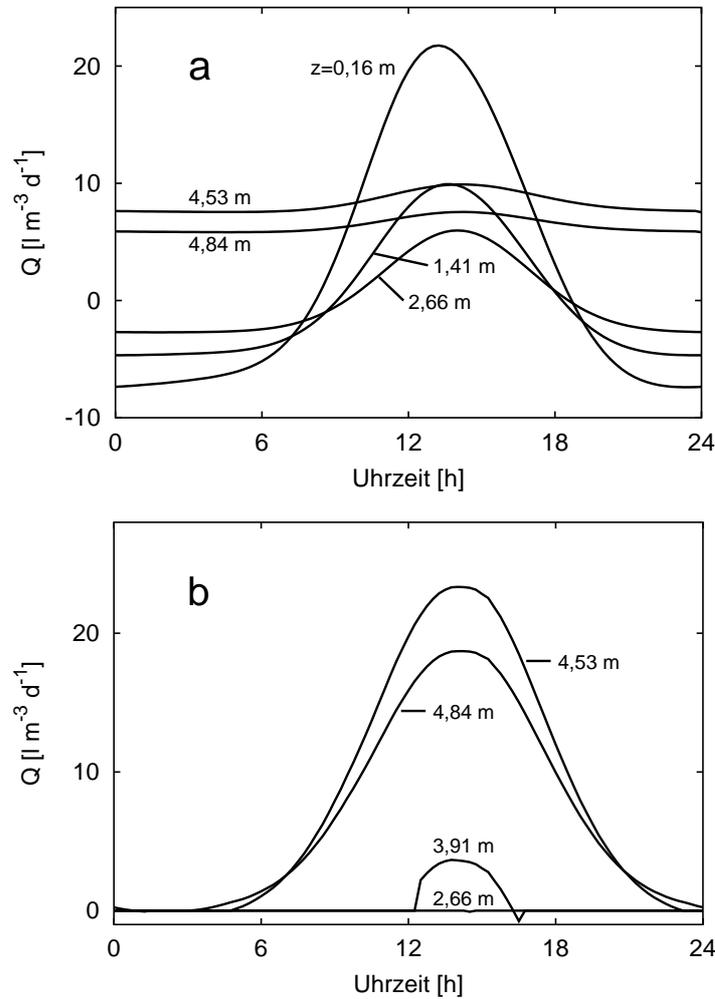


Abbildung 4.3: Wasseraufnahme ($Q > 0$) und Wasserabgabe ($Q < 0$) der Wurzeln in verschiedenen Tiefen; mehrskaliger Ansatz; Radius: 0,47 m. a: mit *hydraulic lift*: die simulierte umgeschichtete Wassermenge (*HLW*) beträgt $140,21 \text{ d}^{-1}$. b: ohne *hydraulic lift*. Parameter wie in Tabelle 4.1. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind einige Kurven nicht dargestellt.

werden kann.

Ohne das Konzept *hydraulic lift* wird Wasser vorwiegend in tieferen Bodenschichten aufgenommen. Da Wurzeln kein Wasser an den Boden abgeben können, werden oberflächennahe, während des Tages ausgetrocknete Bodenschichten über Nacht nur durch Matrixdiffusion bzw. Grobporenfluß wieder aufgefüllt. Die zusätzliche Komponente des Pumpeffekts fehlt. Die für den Fall *hydraulic lift* beobachteten Verschiebungen der Aufnahmemaxima als Funktion der Tiefe treten nicht auf.

Im periodischen Zustand fließt das dem durchwurzelten Gebiet (Ω_2) durch Transpiration entnommene Wasser vorwiegend ($\approx 65\%$) über den unteren Rand wieder nach. Grund ist die größere Bodenleitfähigkeit von feuchtem Boden. Der Rest verteilt sich etwa zur Hälfte auf den seitlichen und oberen Rand. Diese Wassernachführung auf der Makroskala ist bei beiden Konzepten (mit und ohne *hydraulic lift*) ähnlich. Für den oberen Rand sind 57 l d^{-1} als Randbedingung vorgegeben. Die infiltrierte Wassermenge wird bei beiden Konzepten schon vorwiegend in den ersten 30 cm der Matrix durch Wurzeln aufgenommen; in mittleren Bodentiefen ist die effektive Wasseraufnahme (die Differenz aus Wasseraufnahme und Abgabe) im periodischen Zustand daher gering. Als Ursache für diese möglicherweise unrealistisch geringe Infiltrationstiefe kommen zwei Punkte in Frage. Ein Grund ist der Verzicht auf eine explizite Makroporenflußberechnung im Modell. Germann (1990) weist darauf hin, daß die Infiltration durch Makroporen besonders bei sommerlichen Starkniederschlägen von Bedeutung ist. In einem natürlichen System wird ein Teil der Wassermenge durch Makroporen in tiefere Bodenschichten geleitet, bevor es von oberflächennahen Wurzeln aufgenommen werden kann. Im nächsten Abschnitt wird gezeigt, daß auch der bisher vernachlässigte Jahresgang der Evapotranspiration einen Einfluß auf die sommerliche, effektive Wasseraufnahmeverteilung hat.

4.6 Einbeziehung des Jahresgangs der Evapotranspiration

Je nach Klimazone und Spezies können die Jahresfluktuationen der Evapotranspiration und des Niederschlags signifikant sein. Laubabwerfende Bäume transpirieren im Winter nicht; bei immergrünen Pflanzen ist die Transpiration in unseren Breiten im Winter zumindest stark reduziert. Molchanov (1957) hat Messungen zum Jahresgang der Transpiration für verschiedene Waldbestände (u.a. Birke, Fichte, Kiefer) und Nutzpflanzen (Getreide, Kartoffel) in den gemäßigten Breiten aufgeführt. Bei allen Beständen zeigt sich eine Abnahme der Transpiration im Winter auf durchschnittlich weniger als 10% des sommerlichen Maximalwerts; der genaue Verlauf schwankt natürlich von Jahr zu Jahr. Der Jahresgang der Transpiration ist z.B. über dendrochronologische Messungen an den Jahresringen feststellbar, auch wenn Transpirationsphasen und Wachstumsphasen des Stammes zeitlich nicht exakt korrelieren (Sitte et al. 1991). Genauer sind Gaswechseluntersuchungen an den Trieben. Die Modellierung eines jahresperiodischen Zustands

ist sehr rechenzeitaufwendig; für die Simulationsserien bleibt er daher im Rahmen dieser Arbeit unberücksichtigt. Bei Annahme einer Ventilwirkung (kein *hydraulic lift*) liegt der Rechenzeitbedarf in der Größenordnung mehrere Monate (infolge der aus Konvergenzgründen notwendigen Wahl einer sehr kleinen Zeitschrittweite). Für den Ansatz *hydraulic lift* ist er geringer, so daß wir für diesen Fall zumindest das Ergebnis einer Simulationsrechnung darstellen können.

Der Jahresgang der Transpiration wurde bei dieser Simulation durch eine Sinusfunktion approximiert mit einem Maximum von 400 l/d (1. Juli) und einem Minimum von 40 l/d (siehe Abbildung 4.4). Für die obere Randbedingung des Bodengebiets, der Infiltration (Niederschlag – Evaporation), wurde der umgekehrte Verlauf angenommen. Dies ist qualitativ wie folgt einzusehen. In den gemäßigten Breiten sind die Fluktuationen des Niederschlags im Jahresgang gering, wobei im Sommer die Starkniederschläge dominieren, im Winter die länger andauernden Landregen. Ein typischer Jahresverlauf der Evaporation ist dagegen ähnlich dem Verlauf der Transpiration. Die Evaporation kann mit Lysimeter, Evaporimeter und Verdunstungskessel gemessen werden. Sie ist wie die Transpiration im Winter infolge geringerer Temperatur und Sonneneinstrahlung sowie einer (temperaturbedingten) höheren relativen Luftfeuchtigkeit reduziert. In der Penmanformel (Penman 1954) wie auch in einigen anderen Ansätzen (z. B. Braden 1985) werden daher die Transpiration und die Evaporation innerhalb einer Energiebilanzgleichung zusammen behandelt.

Natürlich handelt es sich bei dem hier verwendeten Ansatz nur um eine grobe, qualitative Approximation realer Verhältnisse. Bei einer konkreten evaporierenden oder evapotranspirierenden Bodenoberfläche spielen Parameter wie Windstärke, Dichte und Rauigkeitshöhe des Pflanzenbewuchses sowie Beschaffenheit und Feuchtigkeit der Bodenoberfläche eine Rolle. Zu einer ausführlichen Diskussion hierzu siehe Schrödter (1985).

Abbildung 4.4 zeigt für dieses Szenario den Verlauf an durch *hydraulic lift* umgeschichteten Wasser im dritten Simulationsjahr. Zwei zusätzliche Wendepunkte bei abnehmender Wasserschichtung in der zweiten Jahreshälfte fallen auf. Dieser Effekt ist den Gleichungen nicht unmittelbar anzusehen. Ein periodischer Zustand ist noch nicht exakt erreicht, was möglicherweise die Ursache sein könnte. Zur Klärung des Effekts sind hier weitere Rechnungen nötig. Die maximale Umschichtungsmenge beträgt 128 l/d Anfang August. Dies ist nur etwa 9% weniger als bei Vernachlässigung des Jahresgangs. Die grundlegenden Aussagen im vorhergehenden Abschnitt zu *hydraulic lift* bleiben daher unverändert!

Abbildung 4.5 zeigt die räumliche Verteilung der effektiven Wasseraufnahme im Jahresgang. Daneben ist das tagesperiodische Szenario dargestellt (Abbildung d), welches für die bisherigen Simulationsserien in dieser Arbeit verwendet wurde.

Offensichtlich ist unter Berücksichtigung des Jahresgangs der Evapotranspiration die spätsommerliche, effektive Wasseraufnahmeverteilung (Abbildung c) der für den tagesperiodischen Ansatz berechneten Verteilung (Abbildung d) sehr ähnlich: Das durchwurzelte Bodengebiet ist zum

4.7 Abhängigkeit der umgeschichteten Wassermenge von der radialen Konduktivität

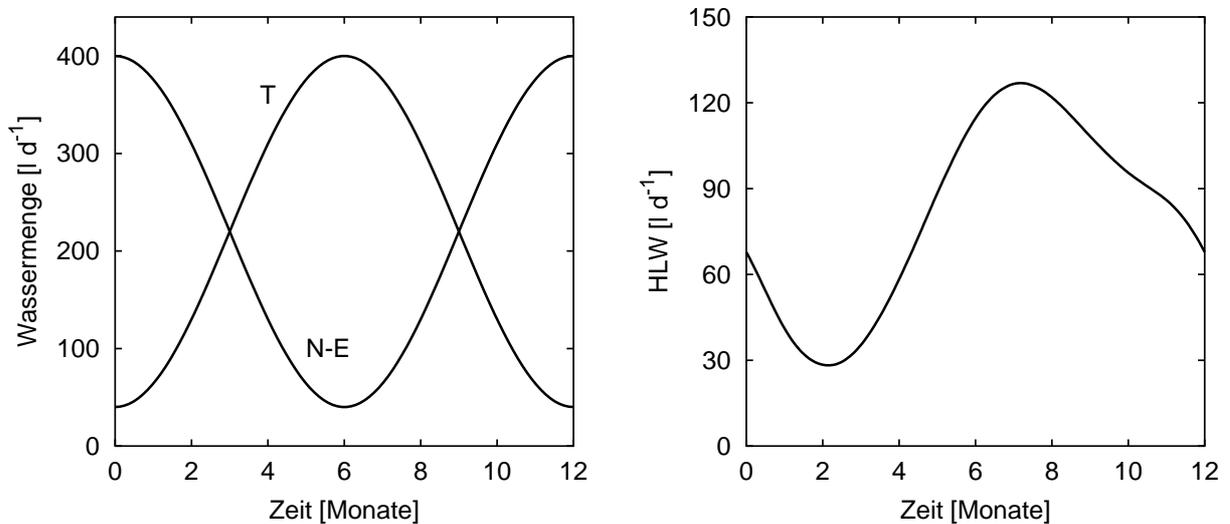


Abbildung 4.4: Stärke der Wasserumschichtung durch *hydraulic lift* im Jahresverlauf. Sowohl Transpiration als auch Infiltration (Niederschlag N – Evaporation E) sind sinusförmig angenommen (links). Das System befindet sich (näherungsweise) im periodischen Zustand. Mehrskaliger Ansatz; Parameter wie in Tabelle 4.1.

größten Teil ausgetrocknet, die Wasseraufnahme erfolgt vorwiegend nur noch in der Nähe des Grundwassers und am übrigen Rand der Wurzelsystemzone; infiltriertes Wasser wird wie beim tagesperiodischen Ansatz vorwiegend unmittelbar an der Oberfläche abgesaugt. Die Schwäche der verwendeten, reinen Diffusionsnäherung nach Merz (1996) bleibt daher offensichtlich bestehen. Im Hinblick auf eine detailliertere Analyse zeigt sich hier wieder die Notwendigkeit einer expliziten Makroporenflußberechnung.

Zusammenfassend kann der in den Abschnitten 4.1 bis 4.5 behandelte tagesperiodische Fall als Zustand einer sehr langanhaltenden starken, sommerlichen Transpirationsphase charakterisiert werden, der durch tiefe Wurzeln, die nahe an das Grundwasser heranreichen, ermöglicht wird. Je stärker in einem natürlichen System der Jahresgang der Evapotranspiration ist, desto schlechter wird vermutlich diese tagesperiodische Näherung.

4.7 Abhängigkeit der umgeschichteten Wassermenge von der radialen Konduktivität

Abbildung 4.6 zeigt die Abhängigkeit der simulierten Menge an durch *hydraulic lift* umgeschichteten Wassers HLW von der radialen Konduktivität K_r für den tagesperiodischen Zustand.

4 Anwendungen

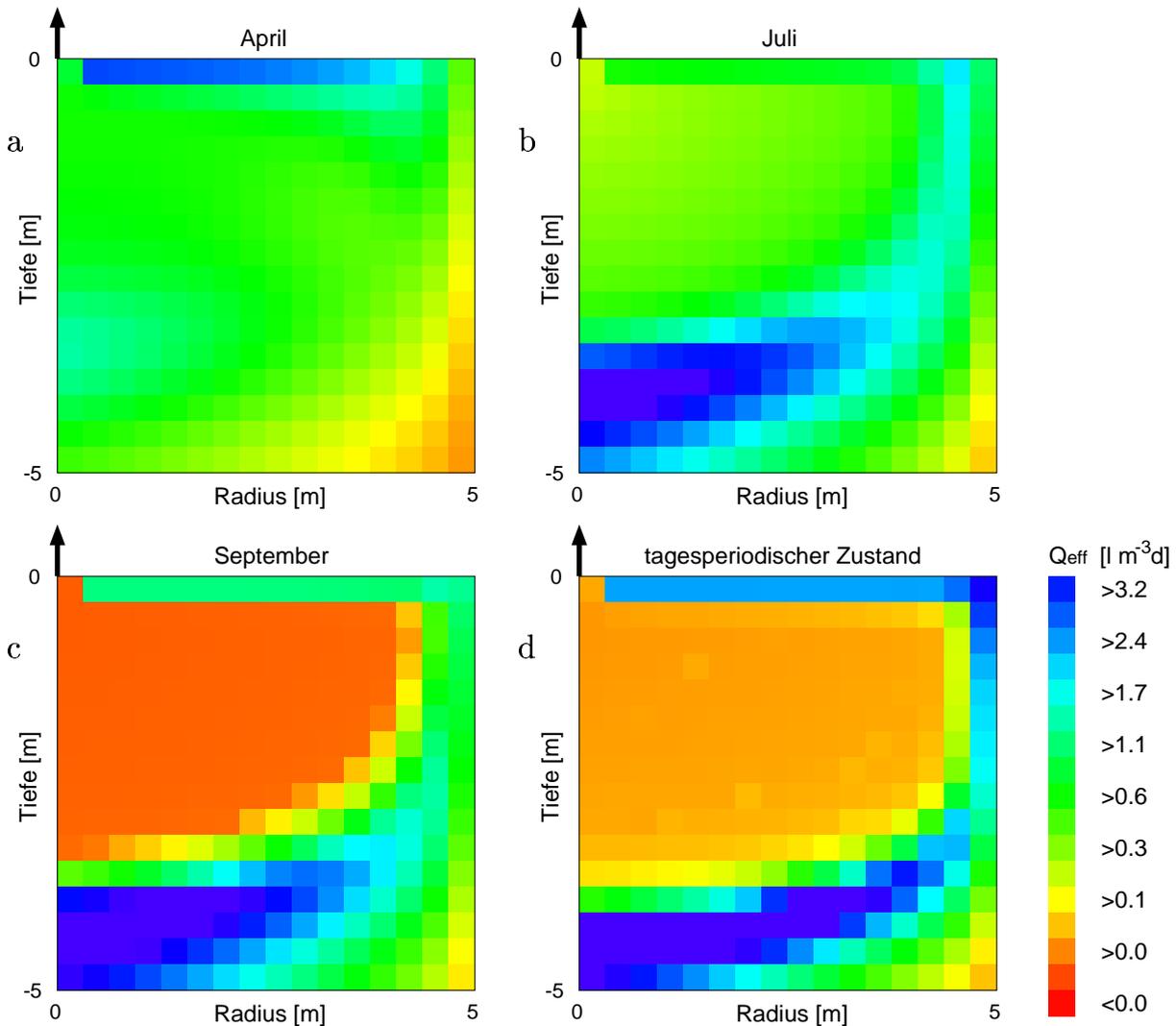


Abbildung 4.5: Effektive Wasseraufnahme Q_{eff} [l m⁻³ d⁻¹] bei *hydraulic lift*; mehrskaliger Ansatz. Die effektiven Wasseraufnahme ist die Summe aus Wasseraufnahme und Wasserabgabe der Wurzeln. a-c: bei Berücksichtigung des Jahresgangs der Evapotranspiration (siehe Abbildung 4.4). d: tagesperiodischer Fall. Parameter wie in Tabelle 4.1.

Zunächst fällt auf, daß bei beiden numerischen Konzepten die simulierte Menge an *HLW* mit größer werdender radialen Konduktivität K_r zunimmt. Sie beträgt aber auch für den sehr kleinen Wert $K_r = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$ immer noch 85 l d^{-1} , das entspricht $HLW_{rel} = 21 \%$.

Eine mehrskalige Rechnung wird zumindest bei Verwendung einer großen radialen Konduktivität notwendig. Dahinter steht der Vorgang, daß beim Austrocknen des Bodens der mesoskalige Matrixwiderstand in die Größenordnung des radialen Wurzelwiderstandes gelangt; es fällt dann ein bedeutender Teil des Wasserpotentials noch in der Bodenmatrix ab, so daß sich die Terme

4.7 Abhängigkeit der umgeschichteten Wassermenge von der radialen Konduktivität

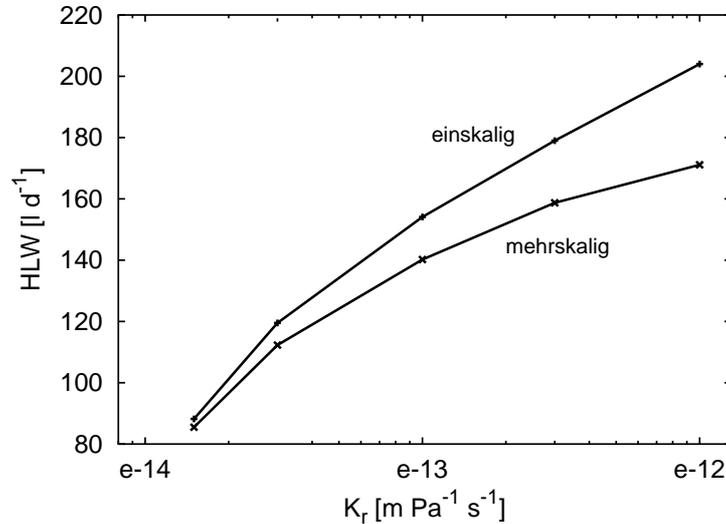


Abbildung 4.6: Abhängigkeit der simulierten Menge an durch *hydraulic lift* umgeschichteten Wassers HLW von der radialen Konduktivität K_r und vom numerischen Ansatz; periodischer Zustand. Für jeden Wert von K_r wurde die gemittelte Leitungswurzeldichte $\rho_{a,\phi}$ so gewählt, daß $P_{x,max} \approx 2 \text{ MPa}$ beträgt. Der Unterschied beider numerischer Konzepte wird signifikant bei Annahme einer großen radialen Konduktivität der Saugwurzeln.

$P_s - P_r$ und $P_{lok} - P_r$ signifikant unterscheiden. Dieses Verhalten ist auch in Abbildung 4.7 zu erkennen. Die Abbildung zeigt den Tagesverlauf des Wasserpotentials in der Nähe einer Saugwurzel.

Wie man infolge des Maximum-Prinzips (siehe Abschnitt 4.4) erwartet, ist ΔP_s stets kleiner als ΔP_r , denn als antreibende Kraft für Bodenwasserpotentialschwankungen ist in der Mesoskala das Wurzelwasserpotential als Dirichlet-Randbedingung vorgegeben. Der Verlauf des Bodenwasserpotentials ist relativ zum Wurzelwasserpotentialverlauf zeitlich verschoben, der gemittelte Wert P_s um etwa 4 Stunden. Bei Annahme einer großen radialen Leitfähigkeit (untere Graphik) fällt ein Großteil des Wasserpotentials in der Bodenmatrix ab, die lokalen Gradienten sollten dann im Rahmen eines mehrskaligen Ansatzes berücksichtigt werden.

In Abbildung 4.6 ist auf der horizontalen Achse als kleinster Wert für die radiale Konduktivität $K_r = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$ gewählt. Daß wir das System nicht für noch kleinere Werte untersucht haben, hat folgenden Grund: Die Annahme noch kleinerer Werte führt zu Xylemspannungen, die den Schwellenwert von 2 MPa überschreiten. Man kann das wie folgt abschätzen: Die Gesamtoberfläche der Saugwurzeln beträgt bei vorliegenden Modellparameterwerten ungefähr $A_{RS} = 4000 \text{ m}^2$. Bei Annahme einer homogenen Saugwurzelverteilung, einer lokalen Sättigung

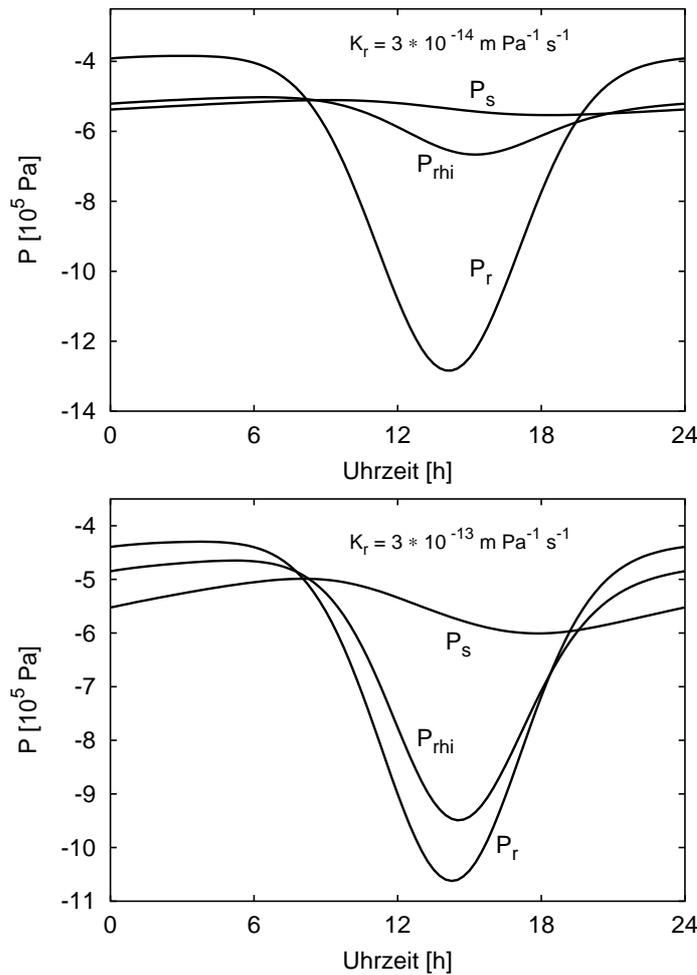


Abbildung 4.7: Tagesverlauf des Wasserpotentials in der Wurzel (P_r), Rhizosphäre (P_{rhi}) und Bodenmatrix (P_s); periodischer Zustand; Radius=Tiefe=0.47 m. Bei Annahme einer großen radialen Leitfähigkeit K_r fällt ein Großteil des Wasserpotentials in der Bodenmatrix ab; eine mehrskalige Prozeßbetrachtung ist dann notwendig.

von 0,25, einer maximalen Transpirationsrate T_{max} von 1280 l d^{-1} (mittags) und einem maximal erlaubten Wasserpotentialabfall $\Delta P_r = 2 \text{ MPa}$ berechnet sich der kleinstmögliche Wert der radialen Konduktivität $K_{r,min}$ ausgehend von

$$T_{max} = A_{RS} S_{lok} K_{r,min} \Delta P_r \quad (4.7)$$

zu

$$K_{r,min} \approx 0,7 \cdot 10^{-14} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}.$$

Ein kleinerer Wert führt folglich unabhängig von der Wahl der Bodenparameter und der axialen Wurzelichte zu einer Überschreitung des Schwellenwertes für die Xylemspannung.

Abschätzung der Widerstände von Mesoskala und Wurzelmembran

Als Widerstand ist analog zum Ohmschen Gesetz der Elektrik der Proportionalitätsfaktor zwischen dem Wasserpotentialabfall und der Flußrate definiert. Der Wert der radialen Konduktivität, bei der der mesoskalige Matrixwiderstand gleich dem Widerstand der Wurzelmembran ist, ist infolge der Nichtlinearität und Kopplung der Gleichungen analytisch nicht bestimmbar. Für den stationären Fall ist aber eine analytische Abschätzung unter der vereinfachten Annahme, daß die hydraulische Leitfähigkeit nicht von der Sättigung abhängt, möglich. Für den Wasserpotentialabfall an der Wurzelmembran ΔP_r gilt analog zu Gleichung 4.7:

$$\Delta P_r = \frac{j_r}{A_r S_{rhi} K_r}.$$

A_r ist die Oberfläche der Saugwurzel der Länge 1 m und j_r [$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$] die Flußrate durch die Wurzelmembran. Für die Bodenmatrix ergibt sich im Einzugsgebiet der Saugwurzel mit N Gitterzellen (siehe Abbildung 3.4) im stationären und linearen Fall unter Verwendung von Gleichung 2.2 für den Wasserpotentialabfall ΔP_{meso} :

$$\Delta P_{meso} = \frac{j_r R_r}{A_r K_s} \sum_{n=2}^N \frac{1}{n}.$$

Gehen wir von einer lokalen Saugwurzel-dichte von 10^4 m^{-2} (d.h. $N = 11$) in der Nähe des Stamms und einem typischen mesoskaligen Wasserpotential von $-0,6 \text{ MPa}$ aus, so ist $K_s = 2,8 \cdot 10^{-17} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$ und $S_{rhi} = 0,26$. Gleichsetzen von ΔP_r und ΔP_{meso} und Einsetzen der Parameterwerte führt zu

$$K_r(\Delta P_r = \Delta P_{meso}) \approx 10^{-13} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}.$$

Abbildung 4.7 zeigt, daß diese Abschätzung in der richtigen Größenordnung liegt. Bei $K_r = 3 \cdot 10^{-13} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$ (Abbildung 4.7 oben) fällt ein Großteil des Wasserpotentials in der Wurzelmembran ab, bei $K_r = 3 \cdot 10^{-14} \text{ m Pa}^{-1} \text{ s}^{-1}$ (untere Graphik) dagegen in der Mesoskala.

4.8 Modellierung der Wasseraufnahme für eine Trockenperiode

4.8.1 Realisierung und Simulationsbeispiel

Im bisherigen Modellansatz wurde angenommen, daß die Transpirationsrate nicht von der Bodenfeuchtigkeit bzw. vom Bodenwasserpotential abhängt. Dies ist im allgemeinen dann eine gute Näherung, solange die Xylemspannung einen bestimmten artspezifischen Schwellenwert nicht überschreitet (Lafolie et al. 1991). Für alle Simulationen haben wir daher die Leitungswurzel-dichte so gewählt, daß für den periodischen Zustand die maximale Xylemspannung $P_{x,max}$ unterhalb dieses Schwellenwerts lag.

Als weiteres Szenario betrachten wir nun die Wasseraufnahme während einer längeren Trockenperiode, ausgehend von einem hydrostatischen, relativ feuchten Anfangszustand, wie in Abbildung 3.1 dargestellt ist. Wir integrieren das Konzept der hormonellen Transpirationssteuerung, daß zusammen mit dem Modell von Lafolie et al. (1991) in Abschnitt 2.5.6 erläutert wurde.

Als obere Randbedingung für die Bodenmatrix wird eine no-flow-Bedingung angesetzt; Makroporenfluß kann dann vernachlässigt werden, d.h., auf beiden Skalen wird die gleiche maximale hydraulische Leitfähigkeit verwendet. Da wir den Fluß durch die Wurzel durch eine eigene Gleichung beschreiben, ist zur Realisierung der Kopplung zwischen der Xylemspannung und der Transpirationsrate nur die obere (zentrale) Randbedingung dieser Gleichung (siehe hierzu Abbildung 3.1) zu modifizieren. Dies wird wie folgt realisiert:

1. Sei P_x die räumlich maximale Xylemspannung im durchwurzelten Gebiet (Ω_2) zu einem bestimmten Zeitpunkt. Solange $P_x < 2$ MPa, wird eine gaußförmige, potentielle Transpirationsrate T_{pot} als Neumann-Randbedingung angesetzt.
2. Überschreitet innerhalb eines Zeitschritts die Xylemspannung diesen Schwellenwert, so wird die Berechnung des Zeitschritts wiederholt, wobei $P_x = 2$ MPa (d.h. $P_r = -2$ MPa) als Dirichlet-Randbedingung gesetzt wird.
3. Die aktuelle Transpirationsrate T_{akt} ist nun kleiner als die potentielle. Die Dirichlet-Randbedingung wird beibehalten, solange die aktuelle Transpirationsrate P_{akt} , berechnet zu jedem Zeitschritt, kleiner ist als die potentielle Transpirationsrate.
4. Wird $P_{akt} > T_{pot}$, wird der Zeitschritt wiederholt und die potentielle Transpirationsrate wieder als Randbedingung verwendet.

Abbildung 4.8 zeigt die zeitliche und räumliche Verteilung der effektiven Wasseraufnahme Q_{eff} [$\text{m}^{-3} \text{d}^{-1}$] während der Trockenperiode für den Fall *hydraulic lift*.

Die Verteilung für den Fall „ohne *hydraulic lift*“ ist ähnlich, wir verzichten daher auf eine Graphik. Die effektive Wasseraufnahme ist die Summe aus Wasseraufnahme und Wasserabgabe der Wurzeln, wobei die Wasseraufnahme der Wurzeln als positiv, die Wasserabgabe als negativ definiert ist. Zunächst wird der Boden in der Nähe des Stamms ausgetrocknet, da hierfür der Gesamtwiderstand für den Fluß durch Boden und Wurzeln am geringsten ist (der Abflußweg durch das Wurzelsystem ist hier kurz). Dadurch entsteht ein überhydrostatischer Bodenwasserpotentialgradient, der *hydraulic lift* ermöglicht. Die pro Tag umgeschichtete Wassermenge (*HLW*) nimmt zu, bis etwa nach 100 Tagen nach Erreichen des Schwellenwertes für die Xylemspannung die Transpirationsrate abnimmt und Wasser verstärkt in der Nähe des Grundwassers aufgenommen wird; der Bodenwasserpotentialgradient wird folglich wieder abgebaut (siehe hierzu Abbildung 4.9). Der unglatte Übergang der Farbwerte am rechten Rand der Graphiken sieht zunächst wie ein Programmfehler aus. In Wirklichkeit ist dieser Farbsprung (auf der Farbskala

4.8 Modellierung der Wasseraufnahme für eine Trockenperiode

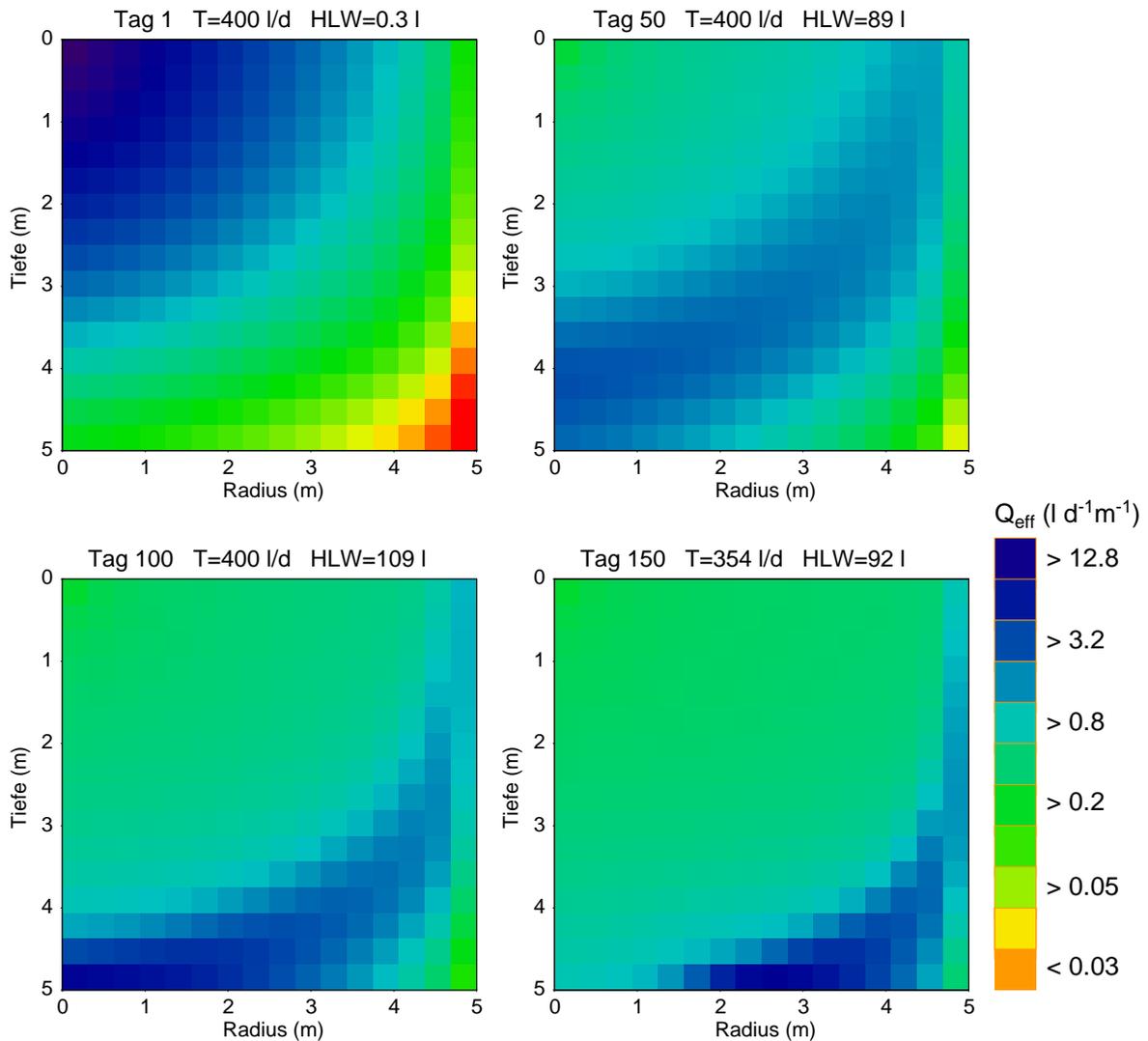


Abbildung 4.8: Zeitliche Entwicklung der effektiven Wasseraufnahme Q_{eff} [$l\ m^{-3}\ d^{-1}$] innerhalb des Wurzelsystems (Ω_2) während der Trockenperiode; *hydraulic lift*; mehrskaliger Ansatz. Die effektiven Wasseraufnahme ist die Summe aus Wasseraufnahme und Wasserabgabe der Wurzeln. Die entsprechenden Sättigungsverteilungen des Bodengebiets (Ω_1) sind in Abbildung 4.12 dargestellt. Parameterwerte siehe Tabelle 4.1.

von blau nach rot) aber nur die Folge der logarithmischen Werteeinteilung in Kombination mit den linear auf Null abfallenden Wurzeldichten am seitlichen Rand.

Der maximale Tageswert an HLW im Laufe der Trockenperiode beträgt $110\ l\ d^{-1}$ ($\approx 28\ %$ der Tagestranspirationsmenge). Dies ist etwa 30 l weniger als der für den periodischen Zustand berechnete Wert. Man kann den Unterschied wie folgt einsehen: Beim periodischen Zustand ist

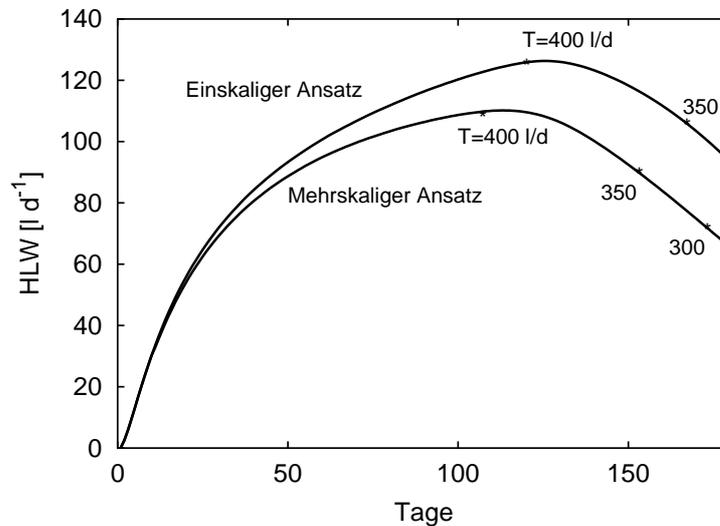


Abbildung 4.9: Änderung der Menge an durch *hydraulic lift* umgeschichtetem Wassers (*HLW*) während der Trockenperiode. Die Menge ist zu Beginn 0, da ein hydrostatischer Druckgradient als Anfangsbedingung gewählt wurde. Wenn $P_{x,max}$ den Schwellenwert von 2 MPa erreicht, wird die Transpiration reduziert, der Druckgradient und die Menge an *HLW* reduziert sich. Parameter wie in Tabelle 4.1.

ein hoher Bodenwasserpotentialgradient durch eine ständige Grundwassererneuerung gewährleistet: der für dieses Szenario berechnete vertikale Fluß in das durchwurzelte Bodengebiet hinein beträgt 267 l; die restliche Menge wird über den oberen und seitlichen Rand nachgeführt. Für die Trockenperiode ist die vertikale Wasserversorgung dagegen viel geringer: Der simulierte, maximale Tageswert beträgt nur 701 (am 115. Tag).

Tabelle 4.3 zeigt, daß der simulierte Wert an *HLW* nur schwach von der konkreten vertikalen Verteilung der Wurzeldichten abhängt. Die simulierten Werte liegen zwischen 24 % und 29 % der Tagestranspirationsmenge. Dieses Ergebnis ist wichtig, da wir für die Bestimmung der Exponenten viele für eine Pflanze möglicherweise wichtige Einflußgrößen wie Bodentemperatur und Nährstoffgehalt vernachlässigt haben. Das Ergebnis zeigt, daß *hydraulic lift* in der simulierten Größenordnung offensichtlich kein Artefakt einer speziellen, evtl. unrealistischen Wurzelverteilung, ist.

Für den periodischen Fall wurde in Abschnitt 4.4 bereits gezeigt, daß *hydraulic lift* in sofern ein optimiertes Konzept darstellt, als daß die gleiche Transpirationsrate mit einer geringeren Xylemspannung gewährleistet werden kann. Für den nichtstationären Fall werden in Abbildung 4.10 die Transpirationsrate und die maximale Xylemspannung während der Austrocknungsphase für die Fälle mit und ohne *hydraulic lift* verglichen.

	$\beta_r = 0.0$	$\beta_r = 0.2$	$\beta_r = 0.4$	$\beta_r = 0.6$	$\beta_r = 0.8$	$\beta_r = 1.0$
$\beta_a = 0.7$	103.1	109.0	112.9	115.5	116.9	117.4
$\beta_a = 0.9$	105.8	110.1	113.4	115.7	117.2	118.0
$\beta_a = 1.1$	103.1	106.7	110.2	103.3	115.3	116.7
$\beta_a = 1.3$	95.6	100.3	104.8	108.8	112.3	114.7

Tabelle 4.3: Größte Tagesmenge an umgeschichtetem Wasser (HLW) [ld^{-1}] während der Trockenzeit; der Wert HLW hängt nur schwach von der vertikalen Verteilung der Wurzeln ab (Exponenten β_a, β_r in [m^{-1}]); mehrskaliger Ansatz; Parameter wie in Tabelle 4.1.

Infolge der verwendeten Randbedingungen geht die Transpirationsrate T_{pot} zurück, wenn die maximale Xylemspannung den Schwellenwert von 2 MPa überschreitet. Ohne *hydraulic lift* wird dieser Schwellenwert etwa 25 Tage früher erreicht. Folglich nimmt die Transpirationsrate früher ab (untere Graphik). Da für die Bodenmatrix am seitlichen Rand no-flow-Bedingungen gesetzt wurden, nähern sich beide Kurven für sehr lange Trockenperioden an und kreuzen sich. Dieser Teil der Kurve sollte daher nicht überinterpretiert werden. Auch für den nicht stationären Fall haben wir damit *hydraulic lift* als für die Pflanze optimiertes Konzept begründet.

4.8.2 Tagesverlauf der Transpirationsrate

In diesem Abschnitt betrachten wir für die Trockenperiode den Tagesverlauf der Transpiration und der Wasserumschichtungsrate.

Abbildung 4.11 stellt die Verhältnisse für den 150. Tag der Trockenperiode dar. Die Wasserumschichtung durch *hydraulic lift* ist als räumlich, aber nicht zeitlich integraler Wert dargestellt. Der Graph verläuft in guter Näherung umgekehrt zur Transpirationskurve. Die Umschichtungsrate ist nachts leicht abnehmend, da sowohl der makroskalige als auch der mesoskalige Wasserpotentialgradient abgebaut werden.

Da für diesen Tag die maximale Xylemspannung den Schwellenwert von 2 MPa bereits erreicht hat, ist T_{akt} gegenüber T_{pot} bei starker Transpirationsrate reduziert. Der unglatte Verlauf von T_{akt} ist eine Folge des abrupten Übergangs von einer Neumann zu einer Dirichlet-Randbedingung. In einem realistischeren Ansatz könnte man z. B. die aktuelle Transpirationsrate als Funktion der Gebietsgröße, in dem ein bestimmter Schwellenwert für P_x erreicht ist, ansetzen; es gibt für einen solchen Ansatz allerdings noch keine ausreichende, experimentelle Datengrundlage.

Die rechte Abbildung vergleicht den Transpirationsverlauf, berechnet mit dem einskaligen (Graph 1) und dem mehrskaligen (Graph 2) Ansatz; daneben ist ein typischer Transpirationsverlauf

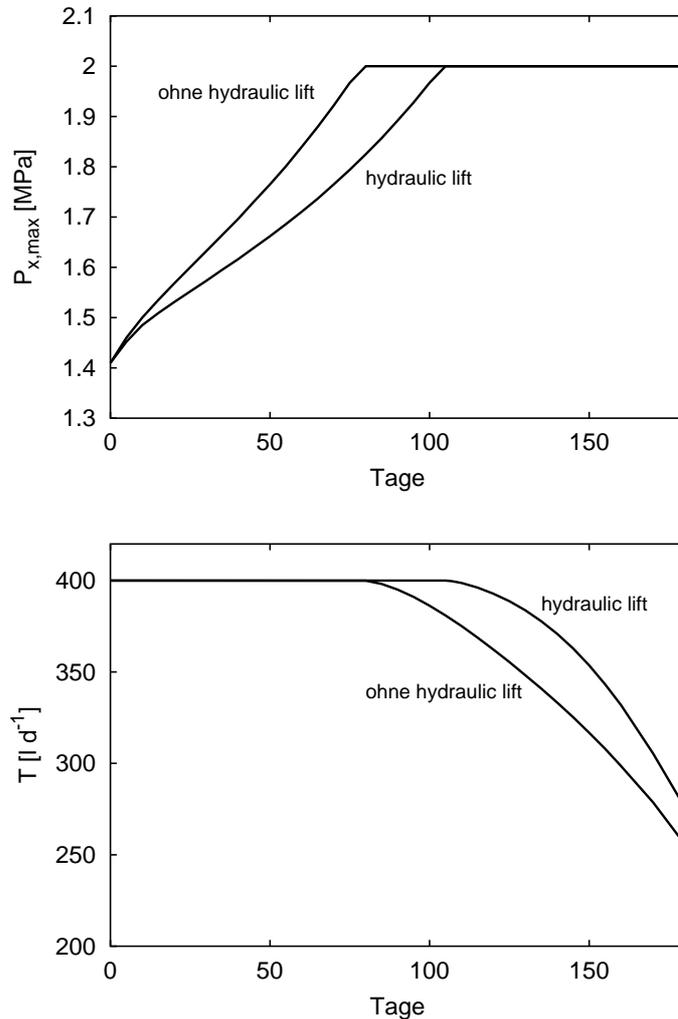


Abbildung 4.10: Transpiration T und maximale Xylemspannung $P_{x,max}$ während der Trockenperiode; mehrskaliger Ansatz. Die Abbildung zeigt, daß *hydraulic lift* insofern ein optimiertes Konzept für eine Pflanze sein kann, als daß eine potentielle Transpirationsrate ($T_{pot} = 400 \text{ l d}^{-1}$) länger gewährleistet ist. Parameter wie in Tabelle 4.1 (mit $\beta_a = 0.9 \text{ m}^{-1}$, $\beta_r = 0.2 \text{ m}^{-1}$, $\rho_{a,\Phi} = 12000 \text{ m}^{-2}$).

von Mais dargestellt (Graph 3), simuliert und durch Messungen verifiziert von Lafolie et al. (1991). Vergleichen wir zunächst die Graphen 1 und 2. Der Verlauf von Graph 1 ist annähernd linear, Graph 2 ist dagegen konvex. Die makroskalige Richardsgleichung ist zwar wie die mesoskalige nichtlinear, sie operiert aber auf einer anderen Zeitskala. Für den Fall einer linearen Diffusionsgleichung z. B. kann man zeigen, daß eine lineare Skalierung der Raumskala mit einer quadratischen Skalierung der Zeitskala einhergeht. Gehe zum Beweis von einem exponentiellen Lösungsansatz aus.

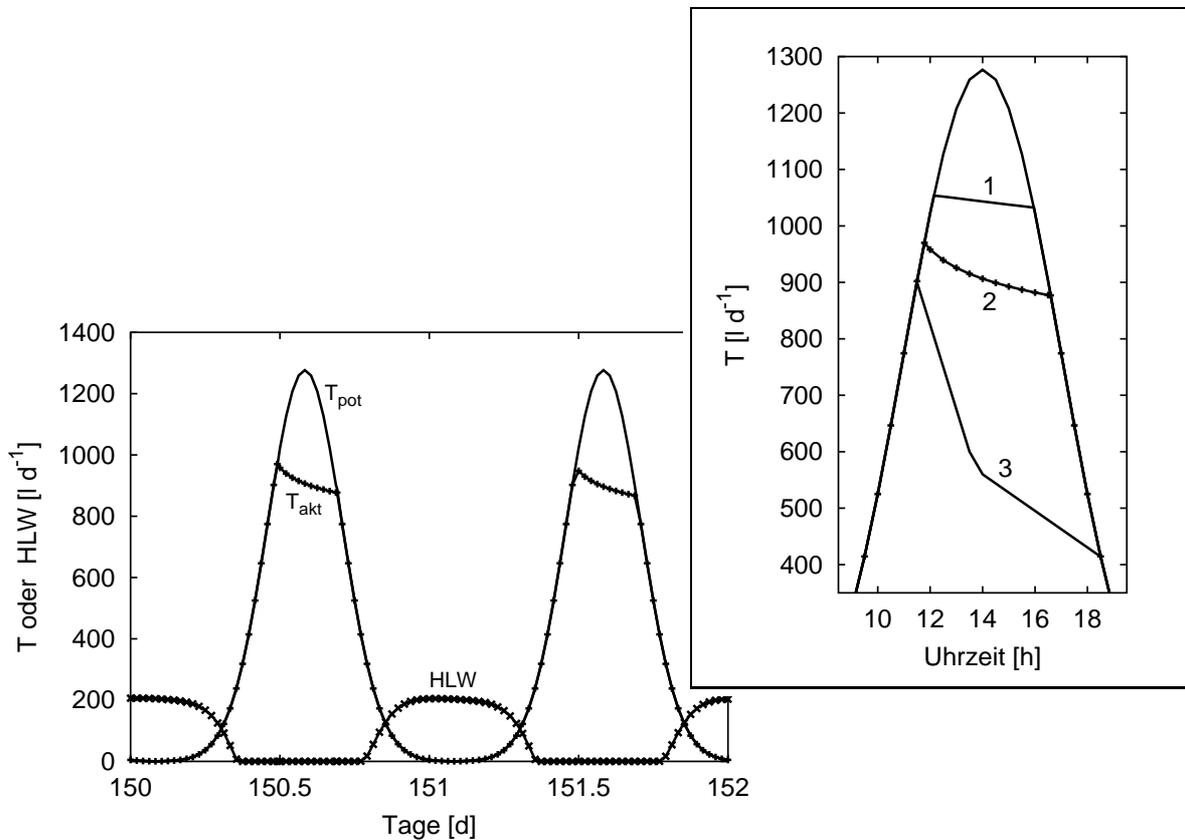


Abbildung 4.11: **Links:** Aktuelle und potentielle Transpirationsrate T_{akt} , T_{pot} und Umschichttra-te HLW während der Trockenperiode (siehe hierzu Abbildung 4.8, 150. Tag); mehrskaliger Ansatz. Wasser wird nachts durch *hydraulic lift* umgeschichtet. **Rechts:** Vergleich des Transpirationsverlaufs bei einskaliger (1) und mehrskaliger (2) Rechnung; (3): typischer Transpirationsverlauf (nachgezeichnet) vom Mais, simuliert von Lafolie et al. (1991). Parameter wie in Tabelle 4.1.

Weitere Simulationen zeigen, daß die Form der konvexen Kurvenabschnitte relativ parameterunabhängig ist. Während der Trockenperiode gehen die Transpirationsmaxima zwar zurück, die Stärke der Konvexität bleibt aber ähnlich.

Daneben fällt auf, daß im Gegensatz zum Transpirationverlauf von Mais (Graph 3) die Graphen 1 und 2 sehr flach sind. Wie kann dieser Unterschied erklärt werden? Lafolie et al. (1991) berechnen mit Hilfe einer adaptiven Gitterverfeinerung die Wasseraufnahme mehrskalig (das Modell wurde in Abschnitt 2.5.6 dargestellt); der Kurvenverlauf ist analog zu Graph 2 konvex. Der unglatte Verlauf der Kurve ist vermutlich Folge der sehr schlechten Auflösung der publizierten Graphik. Anders als in unserem Ansatz wird aber eine zweidimensionale, horizontale Diskreti-

sierung verwendet, d.h., die Tiefenabhängigkeit der Bodenfeuchtigkeit ist nicht einbezogen. Bei Erreichen des Schwellenwertes für die Xylemspannung fällt deshalb die Transpirationsrate sofort sehr stark ab, während in unserem Modellansatz Wasser immer noch in tieferen Bodenschichten aufgenommen werden kann. Die simulierte Transpirationsrate stimmt nach Angabe der Autoren trotz dieser Näherung mit den durchgeführten Messungen überein. Dies könnte folgende Gründe haben:

1. Das von einer Maispflanze durchwurzelte Gebiet ist deutlich kleiner als das in unserem Modell angenommene Wurzelsystem. Die Vernachlässigung der vertikalen Bodenwasserverteilung ist daher näherungsweise gültig.
2. Wie in unserem Modell werden Kavitationen, die zu einer Reduzierung des Wurzelflusses und damit der Transpiration führen, nicht berücksichtigt. Möglicherweise heben sich hier zwei nichtberücksichtigte Effekte, die qualitativ in unterschiedliche Richtungen wirken, gegeneinander auf.

Punkt 2 legt für eine evtl. Erweiterung des in dieser Arbeit präsentierten Modellansatzes nahe, für die Wurzelsystemgleichung eine nichtlineare axiale Konduktivität anzusetzen. Untersuchungen von Pockman et al. (1995) zeigen, daß die Form und das Eintreten des nichtlinearen Verhaltens bei verschiedenen Spezies sehr unterschiedlich sein kann; hier wären also hinsichtlich eines Vergleichs mit einer speziellen Spezies konkrete Meßdaten notwendig.

4.8.3 Zusammenfassung

Die maximale während einer Trockenperiode pro Tag durch *hydraulic lift* umgeschichtete Wassermenge ist etwas geringer als die für den tagesperiodischen Zustand berechnete Menge; sie beträgt aber immer noch 28 % der Tagestranspirationsmenge. Die Abhängigkeit dieses Werts von der vertikalen Verteilung der Wurzeldichten ist gering (Tabelle 4.3). Für beide Szenarien konnte folglich gezeigt werden, daß *hydraulic lift* als passiver, nicht osmotischer Prozeß in Übereinstimmung mit experimentellen Daten realisierbar ist. Daher kann vermutet werden, daß der Prozeß *hydraulic lift* ein rein passiver Vorgang ist.

Der konvexe Abfall der Transpirationsrate bei Erreichen des Schwellenwertes für $P_{x,max}$ (gegen 12 Uhr mittags) kann nur mit dem mehrskaligen Ansatz simuliert werden. Im Gegensatz zur Berechnung der durch *hydraulic lift* täglich umgeschichteten Wassermenge führt hier eine mehrskalige Systembetrachtung offensichtlich zu einem nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ unterschiedlichen Ergebnis. Grund dafür ist, daß mit beiden Raumskalen unterschiedliche Zeitskalen verbunden sind: Betrachtet man die Transpirationsrate auf der Zeitskala mehrerer Tage, so könnte man durch „*tunin*“ der Modellparameter mehrskalig berechnete Transpirationswerte möglicherweise auch mit einem einkaligen Ansatz näherungsweise reproduzieren. Auf

der Zeitskala weniger Stunden ist dies nicht möglich; hier ist die Ankopplung einer mesoskaligen Gleichung unverzichtbar.

4.9 Periodischer Zustand bei wasserdurchlässigem Untergrund

In allen bisherigen Simulationen wurde für den unteren Rand des Bodengebiets eine Aquiclude (wasserundurchlässige Schicht) angenommen. In der Natur kann das zum Beispiel eine Ton-schicht sein. Weiterhin wurde als Anfangsbedingung der Grundwasserspiegel knapp unterhalb des Wurzelsystems angesetzt. Wir haben bereits erwähnt, daß die Wurzeln der meisten Spezies in der gesättigten Zone nicht existieren können, so daß es auch nicht sinnvoll ist, in der gesättigten Zone eine endliche Wurzeldichte anzunehmen.

Eine zur no-flow-Bedingung alternative untere Randbedingung ist eine gravity-Randbedingung:

$$\frac{\partial P_s}{\partial z} = 0 \quad . \quad (4.8)$$

Diese Randbedingung bewirkt einen (ungehinderten) vertikalen Fluß in Richtung der Gravitation. Siehe hierzu die Erläuterungen in Abschnitt 3.6. Die Wahl einer solchen Randbedingung ist sinnvoll, wenn zum einen der untere Rand weit genug von einer Senke, z. B. einer Pflanzenwurzel, entfernt ist und zum anderen die geologischen Voraussetzungen eines ungehinderten, vertikalen Abflusses gegeben sind. Dies kann z. B. ein Karstgebiet sein. Der Abfluß erfolgt dann durch Risse und Klüfte. Eine andere Möglichkeit wäre eine drainierende, mächtige Kiesschicht, in der das Grundwasser ungehindert zum Vorfluter abfließen kann.

Für die folgende Simulation wählen wir für den Niederschlag und die potentielle Transpirationsrate wieder den Wert 400 l/d. Weiterhin wird das Konzept der hormonellen Transpirationssteuerung implementiert (siehe Abschnitt 4.8). Bei diesen Randbedingungen ist zu erwarten, daß das System in einen periodischen Zustand übergeht.

Für den Fall fehlender Vegetation (keine Kroneninterzeption, keine Wasseraufnahme) kann für den stationären Zustand die Sättigung wieder leicht mit Hilfe des Darcy-Gesetzes (2.2) berechnet werden. Infolge der gravity-Randbedingung am unteren Rand existiert im stationären Zustand kein Wasserpotential- bzw. Sättigungsgradient im Boden. Bei Verwendung der Parameter von Tabelle 4.1 unter Berücksichtigung des Grobporenflusses (entsprechend Abschnitt 2.5.1) und einem Gebietsradius von 10 m ergibt sich $S = 0,56$, das entspricht $P_s = -1,9 \cdot 10^4$ Pa. Bei den bisher gewählten Anfangs- und Randbedingungen (siehe Abbildung 3.1) war die gemittelte Sättigung mit $S_\phi = 0,72$ deutlich größer.

Da die Pflanze eine Senke darstellt, ist zu erwarten, daß bei Berücksichtigung der Transpiration die gemittelte Sättigung kleiner als 0,56 wird.

Simulationsergebnis

Abbildung 4.12 vergleicht die drei Szenarien, die in dieser Arbeit untersucht worden sind. Dargestellt ist jeweils die räumliche Verteilung der Sättigung im Bodengebiet (Ω_1), die durch *hydraulic lift* umgeschichtete Wassermenge HLW , die aktuelle Transpirationsrate T (jeweils Tageswerte) und die lateralen und vertikalen Flüsse in das Wurzelgebiet (Ω_2) hinein. Es wird der Fall *hydraulic lift* angenommen.

Die Abbildungen 4.12, a1-a4 entsprechen der Abbildung 4.8; man erkennt, wie während der Trockenperiode der Boden innerhalb des durchwurzelten Gebiets (Ω_2) von oben nach unten austrocknet.

Abbildung 4.12, b zeigt den periodischen Zustand mit einer unteren no-flow-Randbedingung, wie in den Abschnitten 4.1 bis 4.7 untersucht. Die Sättigungsverteilung im durchwurzelten Gebiet ist ähnlich zu Abbildung 4.12, a3; allerdings ist infolge des Niederschlages der Boden außerhalb des durchwurzelten Gebiets feuchter. Dies bedingt eine größere hydraulische Leitfähigkeit dieser Bodenzone; das infiltrierte Wasser perkuliert zum Grundwasser und vergrößert damit den vertikalen Wasserpotentialgradienten bzw. Sättigungsgradienten im durchwurzelten Gebiet. Die Tagesmenge an durch *hydraulic lift* umgeschichtetem Wasser ist daher größer als der maximale Tageswert während der Trockenperiode.

Betrachten wir jetzt das Ergebnis der Simulation unter Verwendung einer unteren gravity-Randbedingung. Wie zu erwarten entsteht ein periodischer Zustand, der in Abbildung 4.12, c dargestellt ist. Weitere Simulationen, deren Ergebnis hier nicht dargestellt werden, bestätigen die Vermutung, daß dieser Zustand unabhängig von der Wahl der Anfangsbedingungen ist. Die für das Bodengebiet (Ω_1) gemittelte Sättigung ergibt sich zu $S_\phi = 0,49$; das ist etwas kleiner als der oben für den vegetationsfreien Raum berechnete Wert ($S_\phi = 0,56$). Die Transpirationsrate beträgt in diesem periodischen Zustand nur noch 98 l/d. Der Zufluß durch den seitlichen und unteren Rand ist mit zusammen 41 l/d gering; die transpirierte Tagesmenge entspringt also zum größten Teil demjenigen Niederschlag, der unmittelbar auf das durchwurzelte Gebiet fällt (≈ 571 /d). Die Menge an umgeschichtetem Wasser ist mit 28 l/d ebenfalls deutlich geringer als bei den anderen untersuchten Szenarien.

Wir halten damit als erstes Resultat fest, daß der Wert HLW nicht unabhängig von der Wahl der unteren Randbedingung ist. Dagegen liegt der relative Wert $HLW_{rel} := HLW/T_{akt}$ mit 28 % in einer ähnlichen Größenordnung wie bei den anderen Szenarien. Die Umschichtung verläuft vorwiegend lateral in Richtung des Stammes, aber auch dieser Vorgang wird unter Pflanzenphysiologen als *hydraulic lift* bezeichnet, konkret als lateraler *hydraulic lift* (Caldwell et al. 1998).

Um eine realistischere Transpirationsrate zu erhalten und die Abhängigkeit des Werts HLW_{rel} von der Niederschlagsrate zu prüfen, wird nun in weiteren Simulationen der Niederschlagswert variiert. Abbildung 4.13 stellt die Ergebnisse zusammen. Hierbei ist zu beachten, daß einer

4.9 Periodischer Zustand bei wasserdurchlässigem Untergrund

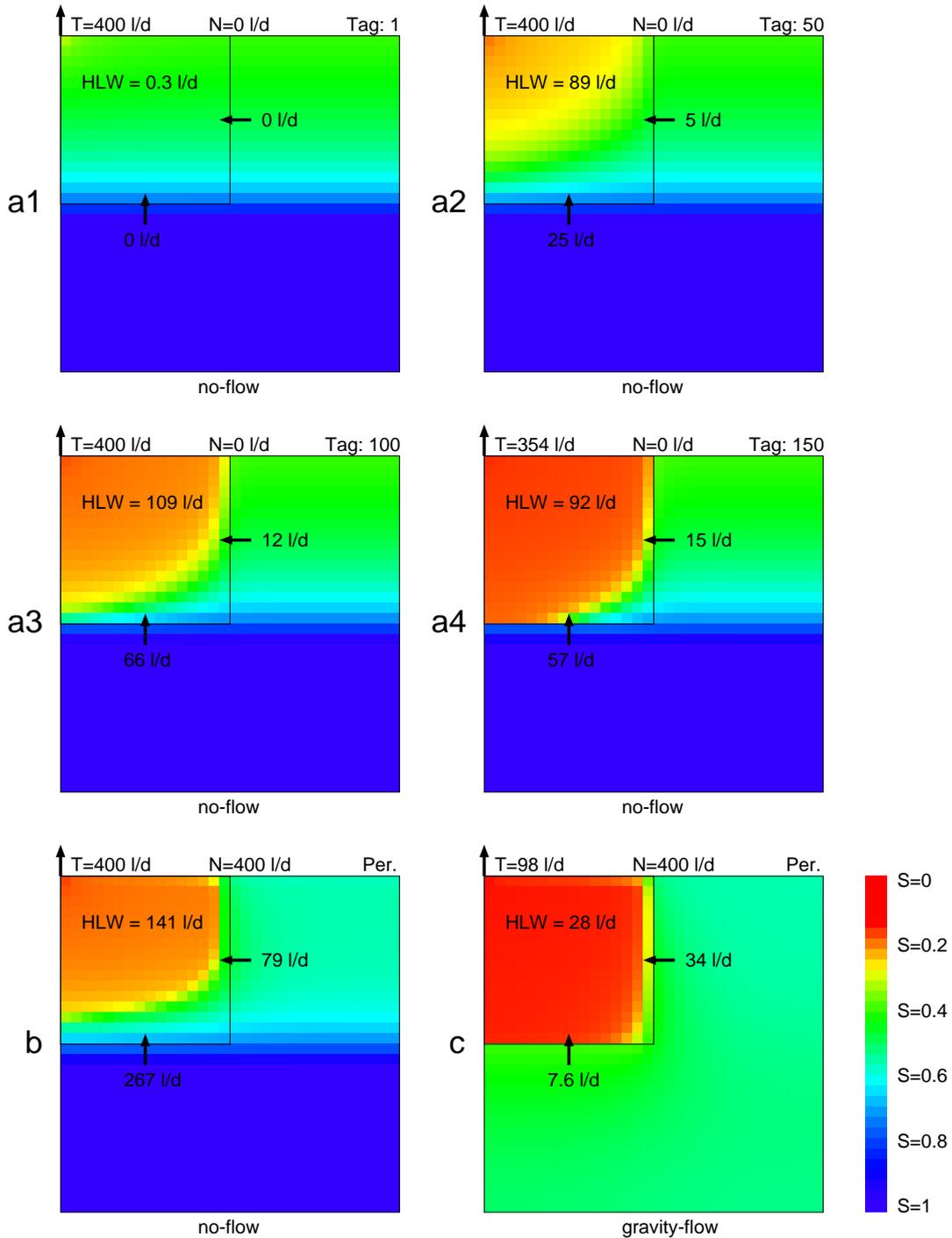


Abbildung 4.12: Räumliche Sättigungsverteilung im Bodengebiet (Ω_1). *HLW* ist die durch *hydraulic lift* umgeschichtete Wassermenge; weiterhin ist der laterale und vertikale Fluß in das Wurzelgebiet (Ω_2) angegeben. **a1 - a4**: Trockenperiode, siehe hierzu Abbildung 4.8; **b,c**: periodischer Zustand (Per.) bei verschiedenen unteren Randbedingungen. Parameter wie in Tabelle 4.1.

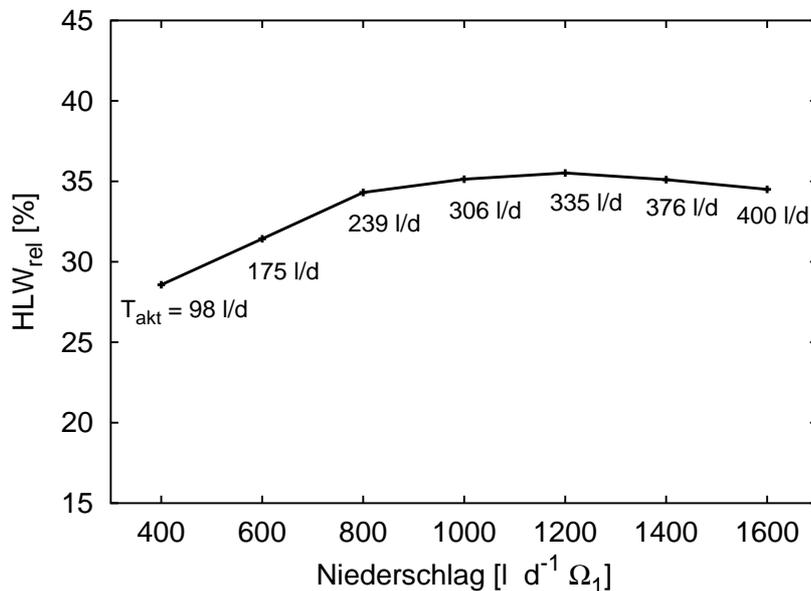


Abbildung 4.13: Durch *hydraulic lift* umgeschichtete Wassermenge ($HLW_{rel} = HLW/T_{akt}$) und aktuelle Transpiration T_{akt} (Tageswert) bei variierender Niederschlagsrate für den Fall einer gravity-Randbedingung am unteren Gebietsrand; das System ist jeweils im periodischen Zustand.

Niederschlagsrate von $400\ l\ d^{-1}\ \Omega_1^{-1}$ ein Jahresniederschlag von $464\ mm\ a^{-1}$ entspricht. In diesem effektiven Wert ist die Evaporation (Verdunstung) bereits beinhaltet; der Wert kann daher für einen gemäßigten Klimabereich als durchaus realistisch angesehen werden.

Die Abbildung zeigt nun, daß die Pflanze erst bei sehr großen Niederschlagswerten von über $1400\ l\ d^{-1}\ \Omega_1^{-1}$ ($1624\ mm\ a^{-1}$) mit der maximalen Rate transpiriert. Die Drainagewirkung, bedingt durch die untere Randbedingung, ist sehr stark. Es ist daher anzunehmen, daß unter den angenommen Randbedingungen und Homogenitätsbedingungen für die Bodeneigenschaften ein Baum in der Natur seine Wurzeln eher in die Breite statt in die Tiefe ausbilden würde, um damit direkt vom infiltrierten Wasser zu profitieren. Die für dieses Szenario betrachteten Randbedingungen in Kombination mit den verwendeten Parametern, insbesondere der lateralen Ausdehnung des Wurzelsystems R_0 , sind daher sicherlich nicht sehr realistisch.

Wir gehen bei der weiteren Interpretation von Abbildung 4.13 davon aus, daß sich die Wasserschichtung durch *hydraulic lift* nicht wesentlich bei einer für dieses Szenario realistischeren Wahl von R_0 ändern würde. Die Abbildung zeigt, daß der relative Wert HLW_{rel} anders als der absolute Wert HLW nur schwach von der konkreten Niederschlagsrate abhängt; es gilt: $28\% < HLW_{rel} < 36\%$.

Dies bedeutet eine gute Übereinstimmung mit den in den bisherigen Szenarien berechneten

4.9 *Periodischer Zustand bei wasserdurchlässigem Untergrund*

Werten: 35 % für den periodischen Zustand bei einer unteren no-flow Bedingung sowie 28 % als maximaler Wert während der simulierten Trockenperiode.

4 Anwendungen

5 Diskussion

In der vorliegenden Arbeit wurden verschiedene Aspekte der Wechselwirkungen zwischen der ungesättigten Zone und der Vegetation behandelt. Bisher in der Literatur diskutierte Modellansätze, die nur von einer Differentialgleichung ausgehen, wurden dabei in zweierlei Hinsicht grundlegend erweitert:

- Wasseraufnahme und Transpiration wurden in einem kontinuierlichen, einkaligen Ansatz als gekoppelter, passiver Fluidfluß durch den Boden und durch das Wurzelsystem modelliert.
- In einer mehrskaligen Erweiterung des Modells wurde die Wasserpotentialverteilung in der Nähe einzelner Saugwurzeln auf der Mesoskala einbezogen.

Unterschieden wurden im Modell zwei Wurzeltypen, im kontinuierlichen Ansatz repräsentiert durch zwei Wurzeldichten: Leitungswurzeln mit einer axialen Konduktivität sowie Saugwurzeln, gekennzeichnet durch ihre radiale Konduktivität. Für die Saugwurzeln wurde weiterhin unterschieden, ob sie bzgl. der Wasseraufnahme eine Ventilwirkung aufweisen oder nicht. Unter der Annahme realistischer Wurzelparameter und einer fehlenden Ventilwirkung konnte schon mit dem einkaligen Ansatz der Effekt *hydraulic lift* in guter Übereinstimmung mit Meßdaten simuliert werden. Die Simulationen wurden für verschiedene Parameter sowie Rand- und Anfangsbedingungen durchgeführt, um sicherzustellen, daß der simulierte Effekt nicht an ein spezielles, möglicherweise unrealistisches Regime gebunden ist. Bei allen drei untersuchten Szenarien betrug die passiv umgeschichtete Wassermenge mindestens 25% der täglichen Transpiration, was gut mit Meßdaten zu *hydraulic lift* übereinstimmt. Wir konnten damit zeigen, daß *hydraulic lift* wahrscheinlich ein rein passiver, also nicht osmotischer Prozeß ist.

Darüberhinaus konnte gezeigt werden, daß für den Fall *hydraulic lift* die gleiche Transpirationsmenge mit einer deutlich geringeren Xylemspannung realisiert werden kann: Tiefe, „wertvolle“ Wurzeln sind infolge des Pumpeffekts während der gesamten 24 Stunden des Tages, also auch während verschwindender Transpiration, aktiv. Dieses Ergebnis unterstützt die Vermutung, daß *hydraulic lift* ein vorteilhaftes Konzept für die Pflanze darstellt und steht damit im Widerspruch zu einer Theorie von Emermann (1996), nach der es sich um einen evolutiven Defekt handeln

könnte.

Wie schon in der Einleitung betont, kann ein Modell grundsätzlich nur eine stark vereinfachte und auf wenige Eigenschaften reduzierte Darstellung eines realen Systems widerspiegeln. Es ist daher nicht möglich, auf der Basis numerischer Simulationen eine existierende Theorie als widerlegt zu betrachten. In dem in dieser Arbeit dargestellten Modell sind z. B. einige für den Effekt *hydraulic lift* möglicherweise wichtige Vorgänge nicht berücksichtigt: So ist beispielweise bekannt, daß das Untergehölz von Bäumen, die *hydraulic lift* durchführen, vom umgeschichteten Wasser profitieren (z. B. Caldwell et al. 1998). Inwieweit die Gesamtwasserbilanz für den Baum trotzdem positiv bleibt, hängt sicherlich von der Größe dieses Wasserverlusts, möglicherweise auch stark von den Randbedingungen des Systems ab, z. B. von der Tiefe oder Existenz des Grundwassers oder der Stärke der lateralen Wassernachleitung. Es gibt leider noch keine ausreichenden experimentellen Daten, mit denen Simulationsergebnisse verglichen werden könnten.

Die mehrskalige Modellerweiterung hat sich als sinnvoll erwiesen, wenn bei Annahme einer großen radialen Konduktivität der Saugwurzeln ein bedeutender Teil des Wasserpotentials in der Mesoskala und nicht in der Wurzelmembran selbst abfällt. Die Berücksichtigung lokaler Gradienten führt in diesem Parameterbereich u. a. zu realistischeren Umschichtungsrate.

Wichtig sind die Unterschiede beider Ansätze im zeitlichen Verhalten: Der in der Natur beobachtete nichtlineare Abfall der Transpirationsrate im Tagesverlauf bei Erreichen des Schwellenwertes für die Xylemspannung gegen Mittag wird nur durch den mehrskaligen Ansatz simuliert. Grund dafür ist, daß mit beiden Raumskalen unterschiedliche Zeitskalen verbunden sind. Wenn die Bodenmatrix bei starker Transpiration um die Saugwurzel austrocknet, ist die unmittelbare Reaktion des makroskaligen Flusses vernachlässigbar; der makroskalige Fluß „fühlt“ nur gemittelte Wasserpotentiale. Der mit dem einkaligen Ansatz simulierte Transpirationsabfall bei Erreichen des Schwellenwertes ist daher linear. Auf der Mesoskala bilden sich jedoch signifikante Gradienten aus, was im Falle des mehrskaligen Ansatzes zum konvexen Abfall der Transpirationsrate führt.

Man muß sich bei der Interpretation von Simulationsergebnissen immer vor Augen halten, daß ein Modell nur einen beschränkten Bereich der in der Natur auftretenden Prozesse simuliert. Ein konvexer Abfall der Transpirationsrate bei starker sommerlicher Transpiration kann z. B. auch eine Folge von Kavitationen der Xylemelemente bei großen Xylemspannungen sein. Welcher Einfluß letztlich der dominierende ist, kann für die jeweilige Spezies unter bestimmten natürlichen Rahmenbedingungen nur auf der Basis experimenteller Daten entschieden werden. Die gleiche Argumentation gilt für die Fragestellung, ob *hydraulic lift* ein rein passiver Prozeß ist. Unsere Simulationen zeigen nur, daß ein passiver Prozeß wahrscheinlich, zumindest möglich ist. Es ist aber auch denkbar, daß sich bei einigen Spezies zwei Effekte überlagern: Eine passive Wasserabgabe an die Bodenmatrix, welche durch eine evtl. vorhandene Ventilwirkung eingeschränkt ist, daneben ein osmotischer Prozeß, also ein aktiver Transportprozeß. Auch hier kann der Model-

hier letztlich nur in Zusammenarbeit mit dem Experimentator zu eindeutigen Erkenntnissen gelangen.

5 *Diskussion*

6 Ausblick

Im folgenden sind einige Fragestellungen bzw. Ideen formuliert, die im Rahmen weiterer Untersuchungen, aufbauend auf das in dieser Arbeit vorgestellte Modell, unterstützend sein könnten.

- Führt die explizite Berechnung des Makroporenflusses zu einer signifikanten Änderung der räumlich und zeitlichen Bodenfeuchtigkeitsverteilung im durchwurzelten Bodengebiet im Vergleich zum derzeitigen Ansatz? Es wäre hier sinnvoll, zunächst eine eindimensionale Näherung des gekoppelten Systems zu betrachten, da die Lösung einer Stoßwellengleichung numerisch aufwendig ist. Man kann vermuten, daß die explizite Modellierung des Makroporenflusses v. a. im durchwurzelten Bodengebiet eine viel tiefere Infiltration ermöglicht als in dem reinen Matrixansatz entsprechend der bislang angenommenen Näherung von Merz (1996).
- Welchen Einfluß übt der Jahresgang der Evapotranspiration sowie die laterale Ausdehnung des Wurzelsystems auf die Wassernachführung und die optimierte Verteilung der Wurzel-dichten aus? Die Berechnung eines jahresperiodischen Zustands ist für den zweidimensionalen Fall sehr rechenzeitaufwendig, aus numerischen Gründen vor allem bei Annahme einer Ventilwirkung der Saugwurzeln (Fall kein *hydraulic lift*). Der Jahresgang wurde daher bei den meisten Simulationsrechnungen in dieser Arbeit vernachlässigt. Für den Fall *hydraulic lift* wurde in Abschnitt 4.6 aber zumindest das Ergebnis einer Rechnung präsentiert: Die grundlegenden Aussagen dieser Arbeit bzgl. *hydraulic lift* bleiben danach unverändert; die sommerliche, räumliche Wasseraufnahmeverteilung scheint aber homogener zu sein als bei tagesperiodischer Rechnung.
- Wie groß ist die theoretisch maximale Wassermenge, die eine Pflanze mit einer bestimmten lateralen Ausdehnung des Wurzelsystems transpirieren kann, so daß sich noch ein tagesperiodischer bzw. jahresperiodischer Zustand einstellt? Wie hängt diese Größe von den Randbedingungen des Systems, von der Bodenart sowie von der vertikalen und horizontalen Makroporenverteilung ab?
- Nichtbetrachtet in dieser Arbeit wurden Wurzelwachstumsprozesse. Von einigen Spezies, z. B. der Weide, ist bekannt, daß ihre Wurzeln feuchten Bodenregionen gezielt hinterher-

wachsen. Man nennt diese Eigenschaft Hydrotropismus. Als pflanzenphysiologische Ursache wird angenommen, daß feuchter Boden einen kleineren Penetrationswiderstand für die Wurzel bedeutet als trockener Boden. Auf Grundlage dieser Annahme sind in den letzten Jahren dynamische Wurzelwachstumsmodelle erstellt worden (Chikushi & Hirota 1998, Clausnitzer & Hopmans 1994, Protopapas & Bras 1987). Auch für den in dieser Arbeit vorgestellten, gekoppelten Ansatz besteht prinzipiell die Möglichkeit, Wurzelwachstumsprozesse einzuführen. Das Ergebnis wäre dann nicht ein Wurzelsystem, dessen Wurzel-dichte-Verteilung durch Annahme einer Optimierungsstrategie und Anwendung einer Simulationsserie festgelegt wird (und innerhalb jeder Simulation statisch ist), sondern ein Wurzelsystem, das sich dynamisch in Abhängigkeit der räumlich und zeitlichen Sättigungs-Verteilung entwickelt. Eine solche Modellerweiterung wäre sowohl für den in dieser Arbeit dargestellten kontinuierlichen Ansatz möglich, als auch für einen alternativen lokalen, adaptiven Ansatz. Ein Vergleich zwischen dynamischem und statischem Ansatz könnte evtl. Rückschlüsse auf die biologisch-physikalischen Prozesse ermöglichen.

Literaturverzeichnis

- Alm, D.M., Cavelier, J.C., & P.S. Nobel (1992): A finite-element model of radial and axial conductivities for individual roots: development and Validation for two desert succulents. *Annals of Botany* 69, 87-92.
- Baker, J.M. & C.H.M van Bavel (1988): Water tranfer through cotton plants connecting soil regions of different water potential. *Agron J* 80, 993-997.
- Beven, K.J. & P. Germann (1981): Water flow in soil macropores. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 32, 15-29
- Böhm, J. (1893): Capillarität und Saftsteigen. *Ber Dtsch Bot Ges* 11, 203-212.
- Braden, H. (1985): Ein Energiehaushalts- und Verdunstungsmodell für Wasser- und Stoffhaushaltsuntersuchungen landwirtschaftlich genutzter Einzugsgebiete. *Mitt. Dt. Bodenkdl. Gesell.* 42, 294-299.
- Briggs, W.L. (1987): A Multigrid Tutorial, SIAM.
- Bronstert, A. (1994): Modellierung der Abflußbildung und der Bodenwasserdynamik von Hängen. Mitteilung 46 des IHW der Universität Karlsruhe.
- Caldwell, M.M. & J.H. Richards (1989): Hydraulic lift: water efflux from upper roots improves effectiveness of water uptake by deep roots. *Oecologia* 79, 1-5.
- Caldwell, M.M., Dawson, T.E. & J.H. Richards (1998): Hydraulic lift: consequences of water efflux from the roots of plants. *Oecologia* 113, 151-161.
- Canarius, T. (1999): Homogenisierung eines parabolischen Hindernisproblems mit Anwendungen in der mathematischen Hydrologie. Dissertation, Universität Bonn.
- Chikushi, J. & O. Hirota (1998): Simulation of root development based on the dielectric breakdown model. *Hydrological Sciences–Journal–des Sciences Hydrologiques.* 43 (4), 549-560.
- Clausnitzer, V. & J.W. Hopmans (1994): Simultaneous modeling of transient 3-dimensional root growth and soil water flow. *Plant and Soil* 164: 299-314.

- Clothier, B.E. & S.R. Green (1997): Roots: The big movers of water and chemical in soil. *Soil Science* 162, 534-543.
- Davies, W. J., & J. Zhang (1991) Root signals and the regulation of growth and development of plants in drying soil. *Annu. Rev. Plant. Physiol. Plant Mol. Biol.*, 42, 55-76.
- Dawson, T.E. (1993): Hydraulic lift and water use by plants: implications for water balance, performance and plant-plant interactions. *Oecologia* 95, 565-574.
- Dawson, T.E. (1996): Determining water use by trees and forests from isotopic, energy balance and transpiration analyses: the roles of tree size and hydraulic lift. *Tree Physiology* 16, 263-272.
- Doussan, C., Vercambre, G. & L. Pages (1998): Modelling of the hydraulic architecture of root systems: An integrated approach to water absorption - distribution of axial and radial conductances in maize. *Annals of Botany* 81, 225-232.
- Emerman, S.H. (1996): Towards a theory of hydraulic lift in trees and shrubs. In: Morel-Seytoux HJ (ed) Sixteenth American Geophysical Union hydrology days. Hydrology Days Publication, Atherton, Calif, 147-157.
- Emerman, S.H. & T.E.Dawson (1996): Hydraulic lift and its influence on the water content of the rhizosphere: an example from sugar maple, *Acer saccharum*. *Oecologia* 108, 273-278.
- Feddes, R.A., E. Bresler & P. Neuman (1974): Field test of a modified numerical model for water uptake by root system. *Water Resources Research*, 10, p. 1199-1206.
- Feddes, R.A., P.J. Kowalik & H. Zaradry (1978): Simulation of Field Water Use and Crop Yield. Centre for Agricultural Publishing and Documentation, Wagenongen.
- Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C.Y., Imberrger, J. & N.H. Brooks (1979): Mixing in Inland and Coastal Waters, Academic Press, New York.
- Forster, O. (1984): Analysis 2. Vieweg & Sohn. Braunschweig.
- Gardner, W.R. (1960): Dynamic aspects of water availability to plants. *Soil Science* 89, 63-73.
- Gardner, W.R. (1964): Relation of root distribution to water uptake and availability. *Agron. J.*, 56, 41-45.
- Germann, P.F. and B. Levy (1986): Rapid response of shallow groundwater tables upon infiltration. *EOS* 91, 2-25.
- Germann, P.F. (1990): Macropores and hydrological hillslope processes. In: Anderson, M.B. and T.P. Burt (Ed.): *Process Studies in Hillslope Hydrology*. John Wiley & Sons Ltd., 327-363.

- Herkelrath, W.N., Miller, E.E. & W.R. Garner (1977): Water uptake by plants, 2, The root contact model. *Soil Sci. Am. J.*, 41, 1039-1043.
- Holbrook, N.M., Burns, M.J. & C.B. Field (1995): Negative xylem pressure in plants: a test of the balancing pressure technique. *Science* 270.
- Huang, B. & P.S. Nobel (1994): Root hydraulic conductivity and its components, with emphasis on desert succulents. *Agron. J.*, 86, 767-774.
- Huck, M.G., Klepper, B. & H.M. Taylor (1970): Diurnal variations in root diameter. *Plant Physiol.* 45:529-530.
- Kramer, P.J. (1983): *Water Relations of Plants*. Academic Press, Inc. San Diego.
- Kutschera, L. (1960): *Wurzelatlas - mitteleuropäischer Ackerunkräuter und Kulturpflanzen*. DLG-VERLAGS-GMBH, Frankfurt am Main.
- Lafolie, F., Bruckler, L. & F. Tardieu (1991): Modeling root water potential and soil-root water transport I, II. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 55, 1203-1220.
- McCoy, E.L., Boersma, L., Unger, M.L., & S. Akwatanakul (1984): Towards understanding soil water uptake by plant roots. *Soil Sci.*, 137, 69-77.
- McMichael, B.L. & J.J. Burke (1996): Temperature effects on root growth. In: Waisel, Y., Eshel, A. & U. Kafkafi: *Plant roots - the hidden half*. Marcel Dekker, Inc. New York.
- Mendel, M., Hergarten, S. & H.J. Neugebauer (2001): Water Uptake by Plant Roots - a Multiscale Approach. In: Neugebauer H.J. & C. Simmer (Ed.): *Dynamics of Multiscale Earth Systems*. Lecture Notes in Earth Sciences, in Vorbereitung.
- Merz, B., (1996): Modellierung des Niederschlag-Abfluß-Vorgangs in kleinen Einzugsgebieten unter Berücksichtigung der natürlichen Variabilität, IHW, Heft 56, Institut für Hydrologie und Wasserwirtschaft Universität Karlsruhe.
- Milburn, J.A. (1996): Sap ascent in vascular plants: challengers to the cohesion theory ignore the significance of immature xylem and the recycling of münch water. *Annals of Botany* 78, 399-407.
- Mohr, H. & P. Schopfer (1992): *Pflanzenphysiologie*, Springer, Berlin.
- Molchanov, A.A. (1957): *Die hydrologische Rolle des Kiefernwaldes auf Sandböden*. Deutscher Bauernverlag, Berlin.
- Molz, F.J. & I. Remson (1970): Extraction term models of soil moisture use by transpiring plants. *Water Resour. Res.*, 6, 1346-1356.

Literaturverzeichnis

- Molz, F.J. (1981): Models of water transport in the soil-plant system: A review. *Water Resour. Res.*, 17, 1245-1260.
- Moreshet, S., Huang, B. & M.G. Huck (1996): Water permeability of roots. In: Waisel, Y., Eshel, A. & U. Kafkafi: *Plant roots - the hidden half*. Marcel Dekker, Inc. New York.
- Nassar, I.N. & R. Horton (1992): Simultaneous transfer of heat, water, and solute in porous media: I. Theoretical development. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 56, 1350-1356.
- Niklas, K.J. (1992): *Plant Biomechanics*. The University of Chicago Press, Ltd., London.
- Oertli, J.J. (1996): Transport of water in the rhizosphere and in roots. In: Waisel, Y., Eshel, A. & U. Kafkafi: *Plant roots - the hidden half*. Marcel Dekker, Inc. New York.
- Penman, H.L. (1954): Evaporation over parts of Europe. - IASH 38/III, Rom, 168-176.
- Pockman, W.T., Sperry, J.S. & J.W. O'Leary (1995): Sustained and significant negative water pressure in xylem. *Nature*, 378.
- Protopapas, A. L. & R. L. Bras (1987): A model for water uptake and development of root systems. *Soil Science*, 144, 5, 352-366.
- Raats, P.A.C. (1974): Steady flows of water and salt in uniform soil profiles with plant roots. *Soil Science Society American Proceedings*. 38, 717-722.
- Raats, P.A.C. (1976): Analytical solution of a simplified flow equation. *Trans. ASAE*, 19, 683-689.
- Rebscher, D. (1996): Nachweis von in-situ Bodenverformungen gravitativen und vegetativen Ursprungs mittels Neigungsmessungen in Bonn-Ippendorf. Dissertation, Universität Bonn.
- Roth, A., V. Mosbrugger & H.J. Neugebauer (1994): Efficiency and evolution of water transport systems in higher plants - a modelling approach, I. The earliest land plants. *Phil. Trans., R. Soc. Lond. B.*, 137-152.
- Rowse, H.R., Stone, D.A. & A. Gerwitz (1978): Simulation of the water distribution in soil, 2, The model for cropped soil and its comparison with experiment. *Plant Soil*, 49, 534-550.
- Schrödter, H. (1985): Verdunstung - Anwendungsorientierte Meßverfahren und Bestimmungsmethoden. - Springer Verlag.
- Selim, H.M. & I.K. Inskandar (1978): Nitrogen behavior in land treatment of waste water: a simplified model. In *Cold Regions Research and Engineering Laboratory (eds.): State of Knowledge in Land Treatment of Wastewater*. Hanover, New Hampshire, 171-179.

- Sitte, P., Ziegler, H., Ehrendorfer, F., & A. Bresinsky (1991): Strasburger Lehrbuch der Botanik. Gustav Fischer Verlag, Stuttgart.
- Smucker, A. & R.M. Aiken (1992): Dynamic root responses to water deficits. *Soil Science* 154, 4, 281-289.
- Stedle, E. & C.A. Peterson (1998): How does water get through roots? *J. Exp. Bot.*, 49, 775-788.
- Strauss, W.A. (1995): Partielle Differentialgleichungen. Vieweg & Strauss. Braunschweig/Wiesbaden.
- Tardieu, F., Bruckler, L. & F. Lafolie (1992): Root clumping may affect the root water potential and the resistance to soil-root water transport. *Plant and Soil* 140, 291-301.
- Tyree, M.T. (1997): The cohesion-tension theory of sap ascent: current controversies. *Journal of Experimental Botany* 48, 1753-1765.
- Tyree, M.T., V Velez & J.W. Dalling (1998): Growth dynamics of root and shoot hydraulic conductance in seedlings of five neotropical tree species: scaling to show possible adaptation to differing light regimes. *Oecologia* 114, 293-298.
- van Bavel C. H. M., & J. M. Baker (1985): Water transfer by plant roots from wet to dry soil. *Naturwissenschaften*, 72, 606-607.
- van Genuchten, M.Th. (1980): Predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Proc. Soil Science Soc. of America* 44, No.5.
- Vrugt, J.A., Hopmans, J.W. & J. Simunek (2001): Calibration of a two-dimensional root water uptake model for a sprinkler-irrigated almond tree. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 65, 1027-1037.
- Whisler, F.D., Klute, A., & R.J. Millington (1968): Analysis of steady state evapotranspiration from a soil column. *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 32, 167-174.
- Wraith, J.M., & J.M. Baker (1991): High-resolution measurement of root water uptake using automated Time-Domain Reflectometry. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 55, 928-932.
- Williams, K., Caldwell MM, Richards, JH (1993): The influence of shade and clouds on soil water potential: the buffered behavior of hydraulic lift. *Plant and Soil* 157, 83-95.
- Zimmermann, M.H. (1983): Xylem Structure and the Ascent of Sap. Springer-Verlag, Berlin.
- Zimmermann, U., Meinzer, F. & F.W. Bentrup (1995): How does water ascend in tall trees and other vascular plants? *Annals of Botany* 76: 545-551.