

Beobachtung von  
Anregungen des  $\rho(770)$ -Mesons  
im Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Burkhard Pick  
aus Köln

Bonn 2001

Angefertigt mit Genehmigung der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.

1. Referent: Prof. Dr. E. Klempt

2. Referent: Prof. Dr. K. Kilian

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Das Standardmodell . . . . .	1
1.2	Die Quantenchromodynamik . . . . .	2
1.3	Die Brechung der chiralen Symmetrie . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Ziele dieser Arbeit</b>	<b>7</b>
2.1	Grundlagen der Mesonenspektroskopie . . . . .	7
2.2	Das Konstituentenquarkmodell . . . . .	8
2.3	Geschichte der $\rho'$ -Zustände $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ . . . . .	11
2.4	Theoretische Modelle und ihre Vorhersagen . . . . .	12
2.4.1	Das <i>flux-tube</i> Modell . . . . .	13
2.4.2	Das phänomenologische ${}^3P_0$ -Modell . . . . .	14
2.4.3	Zweikörper Zerfallsbreiten . . . . .	15
2.5	Im Crystal Barrel Experiment beobachtete $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ Zerfälle . . .	16
2.5.1	$\rho' \rightarrow \pi\pi$ . . . . .	17
2.5.2	$\rho' \rightarrow K\bar{K}$ . . . . .	19
2.5.3	$\rho' \rightarrow 4\pi$ . . . . .	19
2.6	Frühere Messungen von $\bar{p}N \rightarrow \omega\pi\pi$ . . . . .	20
2.7	Bevorzugte Anfangszustände der $\rho(770)$ - und $\rho'$ -Produktion . . . . .	20
2.8	Zusammenfassung der experimentellen Situation . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Das antiprotonische Wasserstoffatom und der Annihilationsprozeß</b>	<b>23</b>
3.1	Exotische Atome . . . . .	24
3.2	Die $\bar{p}N$ -Annihilation und ihre Quantenzahlen . . . . .	25
3.3	Die Impulsverteilung des Zuschauerprotons in der $\bar{p}d$ -Annihilation . . . . .	26

<b>4</b>	<b>Das Crystal Barrel Experiment am LEAR</b>	<b>28</b>
4.1	Die Erzeugung von Antiprotonen . . . . .	29
4.2	Der experimentelle Aufbau . . . . .	30
4.3	Die Kalibration und Rekonstruktion der Rohdaten . . . . .	32
4.4	Die kinematische Anpassung . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Selektion der Rohdaten</b>	<b>37</b>
5.1	Die Daten und die Selektion . . . . .	38
<b>6</b>	<b>Die Akzeptanzstudie</b>	<b>43</b>
6.1	Die Monte Carlo generierten Ereignisse . . . . .	43
6.2	Die Ereignisrekonstruktion . . . . .	45
<b>7</b>	<b>Der <math>\omega\pi^-\pi^0</math> Datensatz und der Ansatz für eine Partialwellenanalyse</b>	<b>48</b>
7.1	Der Datensatz . . . . .	48
7.2	Das $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$ Verzweigungsverhältnis . . . . .	49
7.3	Weitere Verzweigungsverhältnisse . . . . .	53
7.4	Ansatz für eine Partialwellenanalyse . . . . .	54
<b>8</b>	<b>Die Technik der Partialwellenanalyse</b>	<b>56</b>
8.1	Die theoretische Amplitude . . . . .	56
8.1.1	Der dynamische Anteil . . . . .	58
8.1.2	Die Isospin-Clebsch-Gordan Koeffizienten . . . . .	60
8.1.3	Die Helizitätsamplituden . . . . .	61
8.2	Die numerische Anpaßmethode . . . . .	65
8.2.1	Der $\chi^2$ -Test . . . . .	65
8.2.2	Die Methode der maximalen Wahrscheinlichkeit . . . . .	66
8.3	Die Parametrisierung des $5\pi$ -Untergrunds . . . . .	68
<b>9</b>	<b>Die Partialwellenanalyse des Kanals <math>\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0</math></b>	<b>71</b>
9.1	Die Amplitude . . . . .	71
9.2	Die beitragenden Partialwellen . . . . .	72
9.3	Die Amplituden im $\hat{K}$ -Matrix Formalismus . . . . .	74

<b>10 Die Ergebnisse der Partialwellenanalyse</b>	<b>78</b>
10.1 Erste Schritte . . . . .	79
10.2 Der Scan von Parametern . . . . .	81
10.3 Parametrisierung im $\hat{K}$ -Matrix Formalismus . . . . .	86
10.3.1 $1 \times 1$ - $\hat{K}$ -Matrix . . . . .	86
10.3.2 Die $2 \times 2$ - $\hat{K}$ -Matrix . . . . .	90
10.3.3 Die 3-Pol Lösung der $(\omega\pi)_P$ -Welle . . . . .	91
10.4 Interpretation der Phasenbewegung . . . . .	94
10.4.1 Gibt es ein $\rho(1300)$ ? . . . . .	97
10.5 Anmerkungen zum $b_1$ . . . . .	99
10.6 Die Darstellung der Anpassung . . . . .	101
10.7 Die Verzweungsverhältnisse der $\rho'$ -Zustände . . . . .	102
<b>11 Die Interpretation der Ergebnisse</b>	<b>104</b>
11.1 Die Anteile der $\bar{p}n$ -Anfangszustände . . . . .	104
11.2 Vergleiche von Verzweungsverhältnissen . . . . .	104
11.3 Das Spektrum der Vektormesonen . . . . .	107
11.3.1 Das $\rho(1300)$ existiert . . . . .	107
11.3.2 Das $\rho(1300)$ existiert nicht . . . . .	109
11.4 Die Vektormesonen im ITKP-Modell . . . . .	109
<b>12 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>111</b>
12.1 Zusammenfassung . . . . .	111
12.2 Ausblick . . . . .	111
<b>A Der <math>\omega</math>-Zerfalls–Dalitz-Plot in seiner symmetrischen Darstellung</b>	<b>113</b>
<b>B Die Helizitätsamplituden</b>	<b>115</b>
B.1 Die $D$ -Funktionen . . . . .	115
B.2 Zweikörperzerfälle . . . . .	117
B.3 Zerfallsketten . . . . .	123
B.4 Der dritte Winkel . . . . .	138

<b>C Resonanzen im <math>\hat{K}</math>-Matrix Formalismus</b>	<b>140</b>
C.1 Die $\hat{K}$ -Matrix . . . . .	140
C.2 Die Produktion einer Resonanz in der $\hat{P}$ -Vektor Näherung . . . . .	141
C.3 Polstrukturen in Riemann'schen Blättern . . . . .	143
<b>D Der Isospin</b>	<b>147</b>
<b>E Das Partialwellenanalyseprogramm</b>	<b>149</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>152</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Das Ziel der Teilchenphysik ist das Verständnis der Materie in einem mikroskopischen Maßstab. In diesem sehr interessanten Teilgebiet der Naturwissenschaften betreiben Experimentalphysiker Teilchenbeschleuniger und produzieren dort Arten der Materie, die uns in unserer Umwelt zunächst unbekannt sind. Komplexe Detektorsysteme machen die Dynamik dieser sub-nuklearen Prozesse zugänglich.

Im Bereich der Hochenergiephysik lassen sich fundamentale Theorien direkt auf ihre Gültigkeit hin testen. Dies erlaubt ein tieferes Verständnis der Materie und der Kräfte, die ihre Bausteine zusammenhalten. Im niederenergetischen Bereich lassen sich die Gleichungen der heutigen Theorien nicht lösen. Daher werden Modelle entwickelt, mit deren Hilfe sub-nukleare Prozesse analysiert und ihre Ergebnisse interpretiert werden.

In diesem Kapitel wird ein kurzer Abriß des Standardmodells der Teilchenphysik gegeben.

### 1.1 Das Standardmodell

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik beinhaltet das heutige Verständnis der elektroschwachen Wechselwirkung und der Quantenchromodynamik. Neben der Gravitation gibt es drei elementare in ihrer Struktur ähnliche Wechselwirkungen, die durch den Austausch von sogenannten Vektorbosonen vermittelt werden, die den Spin 1 tragen. Tabelle 1.1 listet einige ihrer Eigenschaften auf. Die Austauscheteilchen der starken Wechselwirkung (Gluonen) tragen selbst sogenannte Farbladung und wechselwirken daher sowohl miteinander als auch mit den ebenfalls Farbladung tragenden Quarks. Die Bosonen der schwachen Wechselwirkung tragen schwache Ladung und koppeln ebenfalls aneinander.

Wechselwirkung	koppelt an	Austauschteilchen	Masse [GeV]	Reichweite
stark	Farbe	8 Gluonen ( $g$ )	0	$\gtrsim 1$ fm
elektromagnetisch	elektrische Ladung	Photonen ( $\gamma$ )	0	unendlich
schwach	schwache Ladung	$W^\pm, Z$	$\approx 10^2$	$10^{-3}$ fm

Tabelle 1.1: Die Austauscheteilchen der Wechselwirkungen.

	Familie			elektrische Ladung	Farbe
	1	2	3		
Leptonen	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	0	–
	$e$	$\mu$	$\tau$	–1	–
Quarks	$u$	$c$	$t$	$+\frac{2}{3}$	rot, grün, blau
	$d$	$s$	$b$	$-\frac{1}{3}$	

Tabelle 1.2: Die drei Familien oder Generationen der Leptonen und Quarks.

Die Reichweite der elektromagnetischen Wechselwirkung ist aufgrund der Masselosigkeit der Photonen unendlich. Die große Masse der  $Z^0$  und  $W^\pm$  Teilchen begrenzt die Reichweite der schwachen Wechselwirkung auf einen sehr kleinen Bereich. Obwohl die Gluonen masselos sind, ist aufgrund ihrer Selbstwechselwirkung die Reichweite der starken Kraft größenordnungsmäßig auf den Bereich der Ausdehnung eines Protons begrenzt. Bei größeren Abständen ist die potentielle Energie des Farbfeldes so groß, daß sie zur Erzeugung von neuen Quark-Antiquark-Paaren ausreicht.

Neben den Austauscheteilchen gibt es weitere fundamentale Teilchen. Dies sind die schon erwähnten Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen Quarks und Leptonen, die drei verschiedenen Familien oder Generationen zugeordnet werden (siehe Tab. 1.2). Zu jedem dieser als Fermionen bezeichneten Teilchen gibt es ein Antifermion gleicher Masse jedoch entgegengesetzten elektrischen Ladungen und Farbladungen. Auch Eigenschaften wie *strange*, *bottom*, *top* und die dritte Komponente des Isospins ändern ihre Vorzeichen.

Die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung sind zur Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung vereinigt worden. Die Theorie der starken Wechselwirkung wird Quantenchromodynamik (QCD) genannt; ihre Grundzüge werden im folgenden Abschnitt erläutert.

## 1.2 Die Quantenchromodynamik

Die Quantenchromodynamik (QCD) ist eine nicht-abelsche Eichtheorie von Farbladung tragenden Quarks und Gluonen. Ihr nicht-abelscher Charakter äußert sich in zwei unterschiedlichen Eigenschaften der QCD: in der *Asymptotischen Freiheit* und im *Confinement* der Quarks und Gluonen innerhalb ihrer Bindungszustände, den Hadronen.

Die asymptotische Freiheit der Quarks kann im Grenzfall extrem hoher Energien und großer Impulsüberträge untersucht werden, da sich die Quarks dann wie quasi-freie Teilchen verhalten. Dies erlaubt die Anwendung von perturbativen Rechenmethoden.

Um das Spektrum und die Dynamik der stark wechselwirkenden Teilchen zu verstehen, muß auch der Aspekt des Confinements bei niedrigen Energien und Impulsüberträgen untersucht werden. Allerdings ist es nicht möglich, die Gleichungen der QCD bei kleinen Impulsüberträgen zu lösen, da die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung  $\alpha_s$  groß ist.

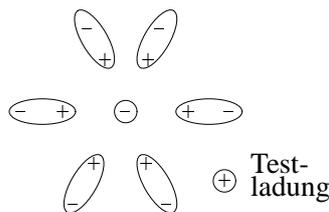


Abbildung 1.1: Abschwächung des elektrischen Feldes einer Punktladung durch Vakuumpolarisation (*charge screening*). Die Stärke der gemessenen Ladung hängt von der Entfernung zur Testladung ab.

Dies unterscheidet  $\alpha_s$  von der Feinstrukturkonstante  $\alpha_{\text{QED}}$  der Quantenelektrodynamik (QED), die die elektromagnetische Wechselwirkung charakterisiert. Da  $\alpha_{\text{QED}} \ll 1$  ist, kann man Störungsrechnungen anwenden und eine gute Beschreibung von Prozessen der QED erhalten. In der starken Wechselwirkung hängt dagegen die Größe der Kopplungskonstante  $\alpha_s$  vom Impulsübertrag ab.

Abbildung 1.1 verdeutlicht die Abschwächung des elektrischen Feldes eines Elektrons durch die Vakuumpolarisation. Ein Elektron kann Photonen abstrahlen, die  $e^+e^-$ -Paare bilden können. Die Positronen ordnen sich aufgrund der Vektoreigenschaft des elektromagnetischen Feldes zum Elektron hin an. Diesen Effekt nennt man *charge screening*, da die negative Ladung des Elektrons abgeschirmt wird und somit der Testladung geringer erscheint. Führt man die Testladung näher an das Elektron im Zentrum heran, d.h. erhöht man den Impulsübertrag, so wird die Abschwächung geringer, und die Kopplungskonstante  $\alpha_{\text{QED}}$  steigt schwach aber meßbar an. Bei großen Abständen hat sie den Wert:

$$\alpha_{\text{QED}} = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137}$$

Bei der  $Z^0$ -Masse entsprechenden Impulsüberträgen beträgt sie nur noch  $\alpha_{\text{QED}}(m_{Z^0}^2) = 1/128.9$ .

In der starken Wechselwirkung gibt es zwei gegenläufige Effekte, die die Kopplungsstärke  $\alpha_s$  vom Impulsübertrag abhängig machen. Wie bei der QED sorgen virtuelle Quark-Antiquark-Paare dafür, daß die effektive Farbladung eines einzelnen Quarks bei großen Abständen gering ist. Die Emission von Gluonen bewirkt jedoch das Gegenteil. Nähert sich eine auf die Farbladung rot empfindliche Sonde einem roten Quark, so kann das Quark ein virtuelles rot-antigrünes Gluon emittieren und sich dabei in ein grünes Quark umwandeln. Die rot empfindliche Sonde sieht nun keine Farbladung mehr [1].

Bei im Vergleich zum virtuellen Gluon kleinen Abständen, also hohen Impulsüberträgen, mißt man eine kleinere effektive Farbladung des Quarks. Für den energieabhängigen Kopplungsparameter der QCD folgt nun:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f) \ln(Q^2/\Lambda^2)}$$

Der Skalenparameter  $\Lambda$  ist in der QCD nicht berechenbar; er ist für die Skalierung von  $\alpha_s$  verantwortlich und liegt im Bereich von 200 MeV.

Ist  $Q^2 \gg \Lambda^2$ , so ist die effektive Kopplung klein, und damit sind störungstheoretische Beschreibungen anwendbar. Haben  $\Lambda^2$  und  $Q^2$  die gleiche Größe, dann ordnen sich die Quarks und Gluonen zu gebundenen Zuständen, den Hadronen, an. Die Abhängigkeit vom Impulsübertrag zeigt auch, daß die Existenz von mehr als 16 Quarkflavour  $N_f$  nötig wäre, damit  $\alpha_s$  ein ähnliches Verhalten wie die elektromagnetische Kopplung aufweist.

Das Interesse dieser Arbeit liegt bei den aus Quarks und Gluonen gebundenen Zuständen. Deren Kenntnis basiert auf phänomenologischen Modellen, insbesondere auf dem Konstituentenquarkmodell, das Mesonen und Baryonen als zusammengesetzte Objekte aus Konstituentenquarks beschreibt.

Neben der Existenz von Baryonen (qqq-Bindungszuständen) und Mesonen (q $\bar{q}$ -Bindungszuständen) sagen die meisten QCD motivierten Modelle auch andere Formen von Hadronen mit expliziten gluonischen Freiheitsgraden voraus. So können beispielsweise auch Zustände mit gluonischen Freiheitsgraden oder Zustände bestehend aus mehreren q und  $\bar{q}$  gebildet werden. Dies sind z.B.:

<i>Gluebälle:</i>	Bindungszustände ohne Konstituentenquarks:	gg, ggg
<i>Hybride:</i>	bestehen aus Konstituenten q $\bar{q}$ -Paaren und einer Anregung des inneren Gluonfeldes:	q $\bar{q}$ g
<i>Multiquarkzustände:</i>	haben einen komplizierteren Quarkinhalt:	qq $\bar{q}\bar{q}$
<i>Mesonmoleküle:</i>	Bindungszustand aus zwei Mesonen:	q $\bar{q}$ -q $\bar{q}$

Dabei steht  $g$  für das Gluonfeld und die Mindestanzahl von Gluonen. Als Bosonen sind sie nur im perturbativen Bereich abzählbar.

Der Beweis der Existenz dieser Arten von hadronischer Materie und die Untersuchung ihrer Eigenschaften ist eines der Hauptziele der Mesonenspektroskopie mit leichten Quarks. Kann man sie experimentell nachweisen, so ist dies eine Bestätigung von Voraussagen der QCD. Diese Arbeit wird sich auf die Untersuchung von  $\bar{q}q$ -Mesonen und Hybriden konzentrieren.

Die Natur der beobachteten Mesonen kann mit von der QCD abgeleiteten Modellen beschrieben werden. Im Bereich kleiner Abstände entspricht das Quark-Antiquark Potential  $V_{q\bar{q}}(r)$  einem Coulomb Potential. Dies ist aus der QED bekannt und beschreibt dort den Austausch von Photonen. In der QCD beschreibt dieses Potential den Ein-Gluon-Austausch (OGE). Wird das Quark-Antiquark Paar stärker getrennt, geht die Coulomb-Wechselwirkung in ein lineares Confinement Potential über, dessen *string tension*  $b$  den Zahlenwert  $b \approx 0.18 \text{ GeV}^2 \approx 0.9 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}}$  annimmt (siehe Abb. 1.2). Der Übergang vom durch das Confinement dominierten Bereich zur perturbativen OGE Region findet bei  $r_{q\bar{q}} \approx 0.1 \text{ fm}$  statt.

Weiterhin gibt es spinabhängige Kräfte analog zu den spinabhängigen Kräften im Wasserstoffatom. Diese stellen die Terme nächst höherer Ordnung als Entwicklung der

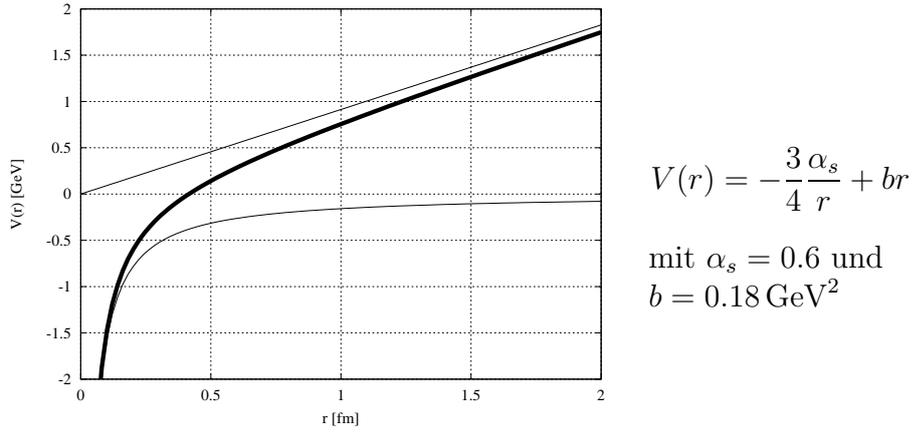


Abbildung 1.2: Das Quark-Antiquark Potential der starken Wechselwirkung besteht aus einem Coulomb plus linearem Term. Die Quarks werden hier als statische und unendlich schwere Teilchen betrachtet [2].

Quarkbewegung  $v^2/c^2$  dar:

$$\begin{aligned}
 V(r) = & -\frac{3\alpha_s}{4r} + br && \text{Coulomb durch OGE + Confinement} && (1.1) \\
 & + \frac{32\pi}{9} \frac{\alpha_s}{m_q^2} \vec{S}_q \cdot \vec{S}_{\bar{q}} \delta(r) && \text{Spin - Spin durch OGE} \\
 & + \frac{4\alpha_s}{m_q} \frac{1}{r^3} \left( (\vec{S}_q \cdot \vec{r})(\vec{S}_{\bar{q}} \cdot \vec{r}) - \frac{1}{3} \vec{S}_q \cdot \vec{S}_{\bar{q}} \right) && \text{Tensor durch OGE} \\
 & + \frac{2\alpha_s}{m_q^2 r^3} \vec{L} \cdot \vec{S} && \text{Spin - Bahndrehimpuls durch OGE} \\
 & - \frac{b}{2m_q^2 r} \vec{L} \cdot \vec{S} && \text{Spin - Bahndrehimpuls im Confinementpotential}
 \end{aligned}$$

wobei  $\vec{S}_q$ ,  $\vec{S}_{\bar{q}}$  und  $\vec{L}$  die Spins von Quark und Antiquark der Masse  $m_q$  und ihren relativen Bahndrehimpuls repräsentieren [2].

### 1.3 Die Brechung der chiralen Symmetrie

Die QCD mit masselosen  $u$ -,  $d$ - und  $s$ -Quarks wird durch die chirale  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  Symmetrie charakterisiert. Sie agiert getrennt auf den rechtshändigen und linkshändigen Quark-Feldern. Falls chirale Symmetrie existiert, muß jedes Hadron durch einen Partner gleicher Masse, aber entgegengesetzter Parität begleitet werden.

Als eine Konsequenz der starken Wechselwirkung kann diese Symmetrie spontan gebrochen werden, und das Quarkcondensat erlangt große Werte. Ebenfalls wird diese Symmetrie durch

die endliche Strom-Masse der Quarks gebrochen. Das Muster dieser Brechungen zeigt sich im Spektrum der leichten Hadronen, das eine Energielücke ähnlich der Supraleitung aufweist (siehe Abb. 1.3). Die Massen der leichten pseudoskalaren Mesonen liegen innerhalb dieser Lücke. Allgemein erhält man stets ein masseloses Spin-0 Teilchen, ein sogenanntes Goldstone Boson, wenn eine globale Symmetrie spontan gebrochen wird.

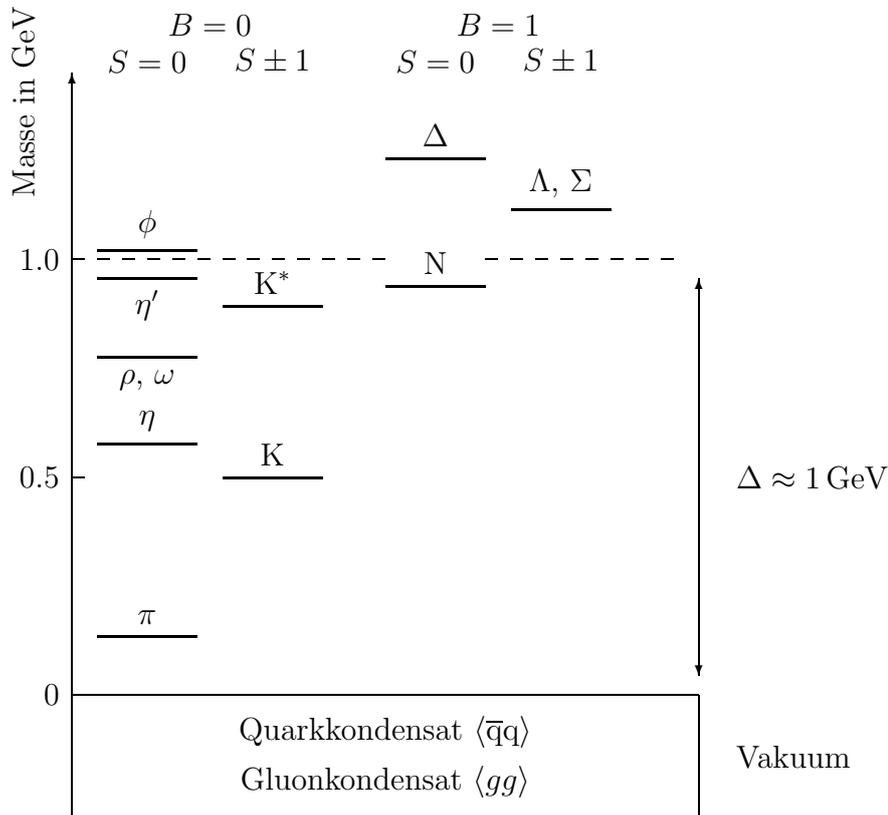


Abbildung 1.3: Spektrum der niedermassigen hadronischen Anregungen, die aus dem kondensierten QCD Grundzustand gebildet werden. Die charakteristische Lücke  $\Delta \approx 1 \text{ GeV}$  ist eine Funktion des Quarkkondensats  $\langle \bar{q}q \rangle$ . Auf der linken Seite befinden sich die Mesonen mit der Baryonenzahl  $B = 0$  und auf der rechten Seite die Baryonen ( $B = 1$ ). Im Grenzfall masseloser  $u$ -,  $d$ - und  $s$ -Quarks können  $\pi$ ,  $\eta$  und  $K$  mit den Goldstone Bosonen identifiziert werden.

# Kapitel 2

## Ziele dieser Arbeit

Das primäre Ziel dieser Arbeit ist die Suche nach Mesonen mit den Quantenzahlen des  $\rho(770)$ -Mesons, aber mit höheren Massen. Die Arbeit fügt sich damit in eine Reihe von Untersuchungen der Bonner Crystal Barrel Arbeitsgruppe ein, in der derartige Mesonen in verschiedenen Zerfallskanälen analysiert wurden. Zu nennen sind hier Zerfälle in  $\pi\pi$ ,  $4\pi$  und  $K\bar{K}$ . Mit dieser Arbeit werden diese Untersuchungen mit der Analyse der Zerfälle in  $\omega\pi$  abgeschlossen.

Die früheren Analysen haben gezeigt, daß die Vernichtung von Antiprotonen am Neutron (in einem  $D_2$ -Target) hervorragend zur Untersuchung von Mesonen mit Quantenzahlen des  $\rho(770)$  geeignet ist. Durch eine systematische Untersuchung aller wichtigen Zerfallsmoden kann man – durch Vergleiche mit Modellrechnungen – hoffen, auf die innere Struktur dieser Mesonen zurückzuschließen.

Zunächst werden in diesem Kapitel einige theoretische Grundlagen der Mesonenspektroskopie diskutiert. Die Ergebnisse früherer Analysen werden im folgenden kurz zusammengefaßt. Die vorgestellten theoretischen Modelle und die bisher untersuchten Fragestellungen legen die Untersuchung des Zerfalls in den Kanal  $\omega\pi$  sehr nahe. Abgeschlossen wird dieses Kapitel mit der Diskussion anderer Analysen des Kanals  $\bar{p}N \rightarrow \omega\pi\pi$  und einer Zusammenfassung der experimentellen Situation.

### 2.1 Grundlagen der Mesonenspektroskopie

Aufgrund des Confinements können nur farbneutrale Objekte, sogenannte Farbsingulets, existieren. Da sich die Quarks wie die fundamentale Darstellung (3) der  $SU(3)$  Farbgruppe und die Antiquarks wie die konjugierte Darstellung ( $\bar{3}$ ) transformieren, kann mit Hilfe der Gruppentheorie die Farbdarstellung von Produktzuständen beschrieben werden. Damit ist die Suche nach den physikalisch erlaubten Farbsingulets (1) möglich. Quark und Antiquark können ein Farbsingulett (1) auf die folgende Weise bilden:

$$q \otimes \bar{q} = 3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1 \quad (2.1)$$

wohingegen dies für ein Quark–Quark Paar nicht möglich ist:

$$q \otimes q = 3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3} \quad (2.2)$$

Drei Quarks bilden Baryonen. Ihre Kopplung gemäß

$$q \otimes q \otimes q = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \quad (2.3)$$

enthält ebenfalls ein farbneutrales Singulett (1). Die Bildung anderer Zustände, z.B. nur aus Gluonen, ist ebenfalls möglich. Da Gluonen ein Farbklett bilden, besteht die erste erlaubte Kombination aus zwei Gluonen:

$$g \otimes g = 8 \otimes 8 = 27 \oplus 10 \oplus \overline{10} \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \quad (2.4)$$

Hybride bestehen aus Quark und Antiquark und einem expliziten gluonischen Freiheitsgrad:

$$q \otimes \bar{q} \otimes g = 3 \otimes \bar{3} \otimes 8 = (8 \oplus 1) \otimes 8 = 27 \oplus 10 \oplus \overline{10} \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1 \oplus 8 \quad (2.5)$$

A priori können physikalisch beobachtbare Zustände Linearkombinationen dieser Zustände sein.

## 2.2 Das Konstituentenquarkmodell

Im Konstituentenquarkmodell werden Mesonen als Bindungszustände von Spin- $\frac{1}{2}$ -Quarks und Antiquarks beschrieben, die in einem Potential wie in Gleichung (1.1) gebunden sind. Die Spins der Quarks koppeln zu einem Spin-Singulett ( $S = 0$ ) oder einem Triplett ( $S = 1$ ).  $S$  und der Bahndrehimpuls  $L$  koppeln zu einem Gesamtdrehimpuls  $J$ . Aufgrund der entgegengesetzten intrinsischen Parität  $P_i$  von Teilchen und Antiteilchen ist die Parität eines Mesons durch

$$P = P_1 P_2 (-1)^L = (-1)^{L+1} \quad (2.6)$$

gegeben; seine  $C$ -Parität ist nur für neutrale, selbstkonjugierte Mesonen definiert:

$$C = (-1)^{L+S} \quad (2.7)$$

Alle erlaubten Quantenzahlen  $J^{PC}$  für konventionelle Mesonen sind in Tabelle 2.1 gelistet.

$^{2S+1}L_J$	$J^{PC}$	Name	$I = 1$	$I = 0$
$^1S_0$	$0^{-+}$	Pseudoskalar	$\pi$	$\eta, \eta'$
$^3S_1$	$1^{--}$	Vektor	$\rho$	$\omega, \phi$
$^1P_1$	$1^{+-}$	Axialvektor	$b_1$	$h_1, h_1'$
$^3P_0$	$0^{++}$	Skalar	$a_0$	$f_0, f_0$
$^3P_1$	$1^{++}$	Axialvektor	$a_1$	$f_1, f_1'$
$^3P_2$	$2^{++}$	Tensor	$a_2$	$f_2, f_2'$

Tabelle 2.1: Erlaubte Quantenzahlen der leichten  $q\bar{q}$  Mesonen. Die rechte Spalte enthält die Namen der entsprechenden Teilchen für die isovektoriellen ( $I = 1$ ) und isoskalaren ( $I = 0$ ) Mesonen.

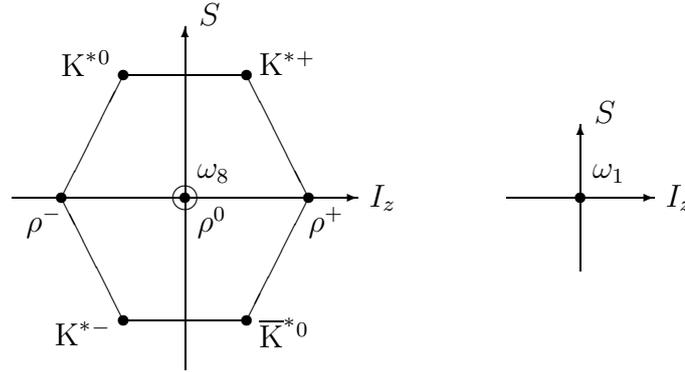


Abbildung 2.1: Oktett und Singulett der Vektormesonen ( $J^{PC} = 1^{--}$ ). Die Strangeness  $S$  eines jeden Mesons ist gegen die  $z$ -Komponente des Isospins aufgetragen.

Da die Masse der leichten  $u$ - und  $d$ -Quarks sehr ähnlich ist, ist es gebräuchlich, sie als Mitglieder eines Isospin Dupletts zu behandeln. Bindungszustände von  $u$ - und  $d$ -Quark und Antiquark bilden Isospin-Singulets und Isospin-Triplets ( $n$  bezeichnet ein  $u$ - oder ein  $d$ -Quark):

$$n \otimes \bar{n} = 2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1 \quad (2.8)$$

Eine weitere Erhaltungsgröße der starken Wechselwirkung ist die  $G$ -Parität. Sie erlaubt die bequeme Zuordnung einer Quantenzahl an alle Mitglieder eines Isospin-Multipletts.

$$G = C_n e^{i\pi I_y} = C_n (-1)^I \quad (2.9)$$

$C_n$  bezeichnet die  $C$ -Parität der neutralen Zustände ( $I_z = 0$ ). Allerdings ist die  $G$ -Parität aufgrund der inhärenten approximativen Natur des Isospins ( $m_d \approx m_u$ ) keine exakt erhaltene Symmetrie der starken Wechselwirkung.

Mesonen, die dieselbe  $J^{PC}$ -Quantenzahl tragen, werden in Nonetts gruppiert. Abbildung 2.1 zeigt das Multiplett der Vektormesonen mit  $J^{PC} = 1^{--}$ . Diese Multipletts existieren innerhalb des Quarkmodells für jede Hauptquantenzahl  $n$ . Die Grundzustands-Vektormesonen sind die wohlbekannten  $\rho(770)$  und  $\omega(782)$  Mesonen. Die physikalischen Mesonen ergeben sich als Mischung der  $SU(3)$  Basiszustände  $\omega_1 = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$  und  $\omega_8 = (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$ .

$$\begin{aligned} |\phi(1020)\rangle &= |\omega_8\rangle \cos \theta_V - |\omega_1\rangle \sin \theta_V \\ |\omega(782)\rangle &= |\omega_8\rangle \sin \theta_V + |\omega_1\rangle \cos \theta_V \end{aligned}$$

Für ideale Mischung beträgt  $\tan \theta_V = 1/\sqrt{2}$ ; dies entspricht  $\theta_V = 35.3^\circ$ . Bei diesem Winkel einer der beiden Zustände zu einem reinen  $s\bar{s}$ -Zustand. Experimentell wurde der Mischungswinkel der Vektormesonen zu  $\theta_V \approx 39^\circ$  bestimmt [3]. Das  $\phi$ -Meson ist näherungsweise ein  $s\bar{s}$ -Zustand mit einer kleinen Beimischung von  $(u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ . Die pseudoskalaren Mesonen sind nicht ideal gemischt ( $\theta_P = -(17.3 \pm 1.8)^\circ$  [4]).

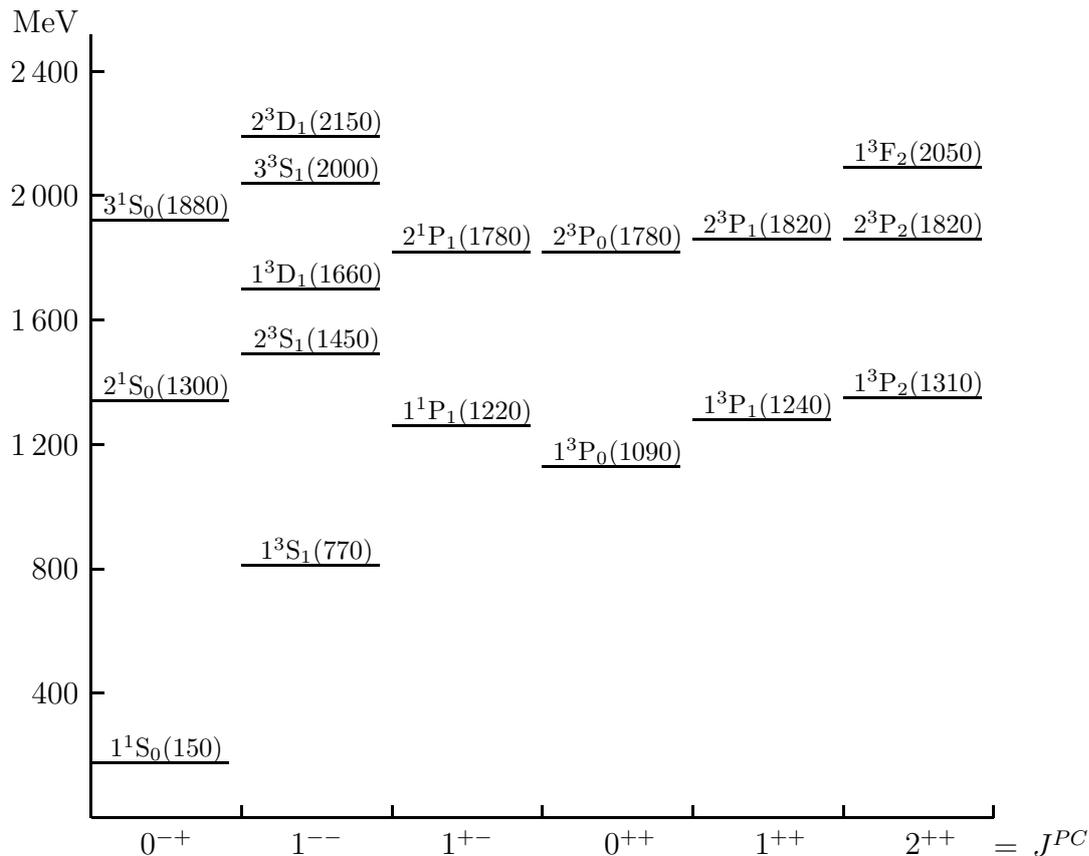


Abbildung 2.2: Spektrum der isovektoriellen Mesonen nach Godfrey und Isgur [5].

Radialanregungen mit  $n > 1$  werden bei höher liegenden Massen erwartet. Zusätzlich zu den konventionellen Quark-Antiquark Zuständen werden auch  $J^{PC} = 1^{--}$  Multipletts für Hybrid-Zustände erwartet. Natürlich können  $q\bar{q}$ -Mesonen und Hybride, wenn sie ähnliche Massen besitzen, miteinander mischen. Mesonen mit den Quantenzahlen des  $\rho(770)$  aber höherer Masse werden häufig als  $\rho'$  bezeichnet.

Bereits im Jahre 1985 wurde von Godfrey und Isgur eine relativistische Quarkmodellrechnung publiziert, die das Spektrum der leichten Mesonen beschreibt [5]. Abbildung 2.2 zeigt das Spektrum der isovektoriellen Mesonen. Im Bereich bis 2 GeV werden als höhere Anregungen des  $1^3S_1 \rho(770)$  ( $J^{PC} = 1^{--}$ ) die erste radiale Anregung  $2^3S_1$  bei einer Masse von  $m = 1450$  MeV und die erste orbitale Anregung bei  $m = 1660$  MeV vorhergesagt. Zu dieser Zeit war auf der experimentellen Seite nur ein  $\rho'$ -Zustand mit einer Masse von  $m \approx 1600$  und Breite  $\Gamma \approx 300$  bekannt [6].

Diese Arbeit konzentriert sich vorrangig auf die höheren  $\rho$ -Meson Zustände. Ihre Natur kann sowohl die von  $q\bar{q}$ -Zuständen als auch die von Hybriden sein.

Zerfallsmode	$\pi\pi$	$\omega\pi$	$4\pi$ [31]	$4\pi$ [211]	$\eta\pi\pi$	$4\pi + 6\pi$
$\rho(1450)$	$\approx 17-25$	$\approx 52-78$	$\approx 190$	$\approx 0-39$	$\approx 4-19$	
$\rho(1700)$	$\approx 100$	$\approx 0$			$< 30$	$\approx 300$

Tabelle 2.2: Hadronische Partialbreiten (in MeV) von  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  nach Clegg und Donnachie [11]. Die  $4\pi$  Zerfallsmode sind als Permutationssymmetrien der Isospin-Wellenfunktion nach Pais klassifiziert [12].

## 2.3 Geschichte der $\rho'$ -Zustände $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$

Im Jahre 1986 demonstrierten Erkal und Olsson, daß es keinen natürlichen Weg gibt, die Daten der  $e^+e^-$ -Annihilation in  $\pi^+\pi^-$  und in  $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  nur durch die Beschreibung mit dem  $\rho(770)$  und einem einzigen angeregten  $\rho'$ -Zustand zu verstehen [7]. Nachfolgend zeigten Donnachie und Mirzaie eindeutige Evidenz für mindestens zwei  $\rho$ -artige Resonanzen in der 1600 MeV Massenregion [8]. Dies war das Ergebnis der Analyse von Daten der Reaktionen  $e^+e^- \rightarrow 2\pi$  und  $4\pi$  als auch  $\gamma p \rightarrow 2\pi p$  und  $4\pi p$ . Die Massen und Breiten wurden zu  $m = (1465 \pm 25)$  MeV,  $\Gamma = (235 \pm 25)$  MeV und zu  $m = (1700 \pm 25)$  MeV,  $\Gamma = (220 \pm 25)$  MeV bestimmt.

Letztere und folgende Analysen (u.a. [9, 10]) wurden von Clegg und Donnachie um die Untersuchung von  $\tau$ -Lepton Zerfällen erweitert [11]. Sie bestätigen die definitive Existenz von mindestens zwei  $\rho'$ -Zuständen. Das niedermassige  $\rho(1450)$  zeigt sich in der Produktion von  $\omega\pi^0$ ,  $\pi^+\pi^-$  und  $\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  in Daten der  $e^+e^-$ -Annihilation und im  $\omega\pi^\pm$  und  $\pi^\pm\pi^0\pi^0\pi^0$  Massenspektrum gemessen in  $\tau$ -Lepton Zerfällen.

Das einzige definitive Signal eines höhermassigen  $\rho(1700)$  wurde in der Analyse des Kanals  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  zusammen mit elastischer  $\pi\pi$ -Streuung gesehen. Die Analyse von  $4\pi$ -invarianten Massenspektren aus der  $e^+e^-$ -Annihilation und aus  $\tau$ -Lepton Zerfällen indiziert einen möglichen Beitrag eines  $\rho(1700)$ . Die Produktion des  $\rho(1700)$  ist merklich schwächer als die Produktion des  $\rho(1450)$ .

Die Massen und Breiten der  $\rho'$  sind zu folgenden Werten bestimmt worden:

$$\begin{aligned} \rho(1450) : \quad m &= (1463 \pm 25) \text{ MeV} & \Gamma &= (311 \pm 62) \text{ MeV} \\ \rho(1700) : \quad m &= (1730 \pm 30) \text{ MeV} & \Gamma &= (400 \pm 100) \text{ MeV} \end{aligned}$$

Die hadronischen Partialbreiten dieser Zustände sind in Tabelle 2.2 gelistet. Sie sind mit einer Genauigkeit von  $\pm 25\%$  bekannt, hauptsächlich aufgrund der Unsicherheit in der Messung ihrer totalen Breite.

Ein dritter  $\rho'$ -Zustand in der Massenregion unterhalb 2000 MeV wurde von der LASS-Kollaboration in der Reaktion  $K^-p \rightarrow \Lambda\pi^+\pi^-$  beobachtet ( $m = (1266 \pm 14)$  MeV und  $\Gamma = (166 \pm 35)$  MeV [13]). Allerdings finden sie in ihren Daten keine Hinweise auf ein  $\rho(1450)$ , und ein  $\rho(1700)$  liegt außerhalb des in der Reaktion zur Verfügung stehenden Phasenraums. In den Analysen von Clegg und Donnachie wurde das  $\rho(1300)$  nicht gefunden [11]. Falls dieser Zustand existieren sollte, würde er nur sehr schwach an  $e^+e^-$  koppeln.

Ihre Ergebnisse vergleichen die Autoren mit Vorhersagen von Quarkmodellrechnungen, die annehmen, daß es sich um reine  $q\bar{q}$ -Zustände handelt. Aufgrund ihrer Massen können das

$\rho(1450)$  mit der  ${}^3S_1$ -Radialanregung des  $\rho(770)$  und das  $\rho(1700)$  mit der  ${}^3D_1$ -Orbitalanregung identifiziert werden. Ihre Zerfallsmoden lassen diese Hypothese als nicht haltbar erscheinen; Mischung mit zusätzlichen nicht- $q\bar{q}$  Zuständen scheint erforderlich zu sein. Bevor die theoretisch erwarteten Zerfallsmoden diskutiert werden, wird im folgenden Abschnitt auf das den Rechnungen zugrunde liegende  ${}^3P_0$ -Modell eingegangen.

Auch in Publikationen anderer Experimente findet man Hinweise für ein  $\rho(1300)$ , so z.B. im Blasenkammerexperiment LBL-SLAC 82" in der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^-p$  und neutrale Teilchen [14] oder auch in der elastischen Photoproduktion am LAMP2 Experiment in der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0p$  [15]. In der Antiproton-Proton Vernichtung in  $\omega\pi^+\pi^-$  wurde ebenfalls Evidenz für das  $\rho(1300)$  gefunden [16]. Diese Ergebnisse werden später diskutiert.

Unterstützung von theoretischer Seite erhält ein  $\rho(1300)$  von Körner [17]. Zur Beschreibung des Formfaktors des Protons im generalisierten Vektordominanzmodell (GVDM) werden der Grundzustand  $\rho(770)$  und angeregte Zustände bei  $m = 1260$  MeV und  $m = 1610$  MeV benötigt.

Allerdings ist die Existenz eines  $\rho(1300)$  nicht etabliert. Auch in der Ausgabe vom Juli 2000 des *Review of Particle Physics* taucht ein  $\rho(1300)$  nicht als eigenes Teilchen auf [3].

## 2.4 Theoretische Modelle und ihre Vorhersagen

Die Analyse von experimentellen Daten erlaubt die Bestimmung der  $J^{PC}$ -Quantenzahlen, der Masse, der Breite und der Zerfallsmoden einer Resonanz. Damit ist allerdings die Frage nach ihrer inneren Natur noch nicht beantwortet. Unter der Annahme, daß es in der Massenregion unterhalb 1800 MeV genau zwei  $\rho'$ -Zustände gibt, läßt sich das  $\rho(1450)$  dem  ${}^2{}^3S_1$ - und das  $\rho(1700)$  dem  ${}^1{}^3D_1$ -Zustand zuordnen. Problematisch wird die Zuordnung, wenn ein dritter Zustand in dieser Massenregion existieren würde, wie z.B. ein  $\rho(1300)$ , da Quarkmodellrechnungen nur zwei  $q\bar{q}$ -Zustände voraussagen. Denkbar wäre, daß ein Hybridzustand mit nicht-exotischen Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{--}$  auftritt. Mischungen können dann zu unerwarteten Verzweungsverhältnissen führen.

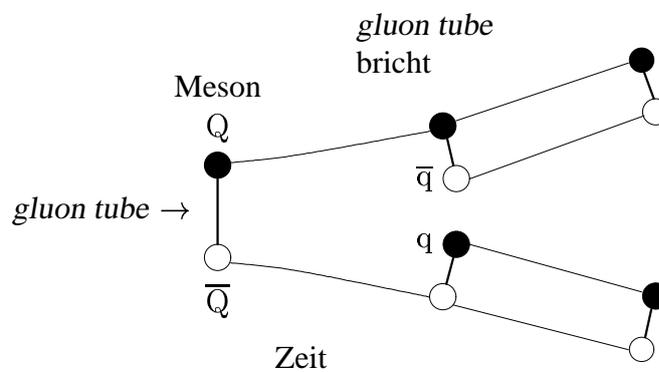


Abbildung 2.3: Aufbruch der gluonischen Verbindung zwischen  $Q$  und  $\bar{Q}$ . Das  $q\bar{q}$  Paar wird mit den Quantenzahlen des Vakuums  $J^{PC} = 0^{++}$  erzeugt.

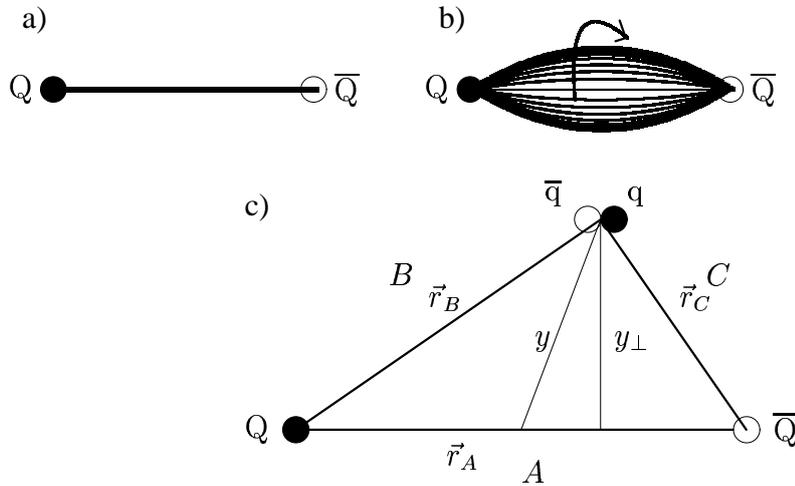


Abbildung 2.4: *Flux-tube* Modell. a) Ein Meson besteht aus einem  $Q\bar{Q}$ -Paar, das mit einem *flux-tube* verbunden ist. b) Angeregter Zustand des *flux-tube*. c) Topologie des *flux-tube* Zerfalls. Das durch den Bruch des *flux-tube* entstehende  $q\bar{q}$ -Paar trägt die Quantenzahl  ${}^3P_0$ . Für ein Hybrid sind drei Größen von Bedeutung: der bekannte Drehimpuls  $L$  zwischen  $Q$  und  $\bar{Q}$  mit seiner Projektion  $M$  sowie der Drehimpuls  $\Lambda$  des angeregten Gluons um die  $Q\bar{Q}$ -Achse.

Die Untersuchung der Partialbreiten der verschiedenen Zerfallsmode von Resonanzen kann in Verbindung mit phänomenologischen Modellrechnungen bei der Klärung der Natur der Teilchen helfen. Hier beginnt das Feld QCD-inspirierter Modelle wie dem  ${}^3P_0$ -Modell und dem *flux-tube* Modell. Die grundlegenden Ideen dieser Modelle werden im folgenden kurz vorgestellt. Detaillierter werden diese in [18, 19] bzw. in [20, 21] beschrieben.

### 2.4.1 Das *flux-tube* Modell

Ein konventionelles Meson besteht aus einem Quark und einem Antiquark, die über die durch Gluonen vermittelte starke Wechselwirkung miteinander verbunden sind (*gluon-tube*, siehe Abb. 2.3). Man kann sich vorstellen, daß Farbfelder an einem Quark beginnen und zu einem Antiquark fließen. Aufgrund der Selbstwechselwirkung der Gluonen ziehen sie sich zu einem Schlauch (*tube*) zusammen.

Im *flux-tube* Modell ist ein Meson ein Zustand bestehend aus einem  $Q\bar{Q}$ -Paar, das durch einen zylindrischen *bag* von Farbfeldern, dem *flux-tube*, verbunden ist (siehe Abb. 2.4a)). Wenn sich dieser in seinem Grundzustand befindet, erzeugen die Anregungen von  $Q\bar{Q}$ -Freiheitsgraden das konventionelle Mesonenspektrum.

Angeregte Zustände des *flux-tubes* sind in der QCD ebenfalls möglich. Den gluonischen Freiheitsgrad kann man als Rotation des *flux-tube* um die Verbindungsachse der Quarks ansehen (siehe Abb. 2.4b)). Einen solchen Zustand nennt man Hybrid. Der *flux-tube* zerbricht, und

es wird ein  $q\bar{q}$ -Paar mit relativen Quantenzahlen  ${}^3P_0$  produziert. Abbildung 2.4c) zeigt die Verteilung  $\vec{y}_\perp$  des  $q\bar{q}$ -Paares transversal zur  $Q\bar{Q}$ -Achse  $\vec{r}_A$ . Dies ergibt die Charakteristik der Hybrid-Zerfallsamplitude, insbesondere einige Auswahlregeln. Die dominanten Zweikörperzerfälle der tiefliegenden Hybride sind in  $L_{q\bar{q}} = 0$  und  $L_{q\bar{q}} = 1$  (“ $S + P$ ”)  $q\bar{q}$ -Mesonenpaare. Diese Zerfälle, wie z.B. nach  $b_1(1235)\pi$ , sind allerdings energetisch nur möglich, wenn die Masse des Hybrids im Bereich von 1.7 GeV oder höher liegt.

Im Rahmen des *flux-tube* Modells sind Zustände entgegengesetzter Parität entartet. Interpretiert man die auch von der Crystal Barrel Kollaboration gefundenen Mesonen  $\pi_1(1400)$  [22, 23] und  $\pi_1(1600)$  [24] mit den exotischen Quantenzahlen  $I^G(J^{PC}) = 1^-(1^{-+})$  als Hybride<sup>1</sup>, erwartet man zwei zusätzliche  $\rho'$ -Mesonen mit ähnlichen Massen. Durch Mischungen und Endzustandswechselwirkung können die Massen allerdings signifikant verschoben sein.

## 2.4.2 Das phänomenologische ${}^3P_0$ -Modell

Der Zerfall eines Mesons tritt auf, wenn der *gluon-tube* an irgendeinem Punkt zerbricht. Dabei geht das  ${}^3P_0$ -Modell davon aus, daß ein  $q\bar{q}$ -Paar in einem Zustand mit den Quantenzahlen  $J^{PC} = 0^{++}$  oder  ${}^3P_0$ , den Quantenzahlen des Vakuums, produziert wird, und so zwei neue Mesonen entstehen [18, 19]. Im Rahmen des Modells ist es möglich, partielle Zerfallsbreiten von Mesonen mit vorgegebenen Quantenzahlen und Masse zu bestimmen.

Die partiellen Zerfallsbreiten eines leichten Mesons  $A$ , das in die Tochtermesonen  $B$  und  $C$  zerfällt, ist proportional zum Quadrat der Amplitude  $\mathcal{M}_{LS}$  [18]:

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = 2\pi \frac{PE_B E_C}{M_A} \sum_{LS} |\mathcal{M}_{LS}|^2 \quad (2.10)$$

Hier bezeichnet  $P$  den Impulsbetrag der Tochterteilchen im Ruhesystem von  $A$ ,  $E$  ihre Energie und  $M_A$  die Masse des Mutterteilchens. Der Drehimpuls zwischen den Tochtermesonen  $B$  und  $C$  ist  $L$  und  $S = S_A + S_B$  ihr Spin. Die Zerfallsamplituden sind in folgender Art parametrisiert:

$$\mathcal{M}_{LS} = \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \mathcal{P}_{LS}(x) e^{-\frac{x^2}{12}} \quad \text{mit } x = \frac{P}{\beta} \quad (2.11)$$

Die  ${}^3P_0$ -Paarproduktion-Kopplungskonstante<sup>2</sup>  $\gamma$  und der Wellenfunktionsparameter  $\beta$  werden an die experimentell bestimmten Daten angepaßt. Das Polynom  $\mathcal{P}_{LS}(x)$  für den Zerfall der ersten Radialanregung, des  $2^3S_1$   $\rho$ -Zustands, in  $\omega\pi$  hat dabei folgende Form:

$$\mathcal{P}_{11}^{(2^3S_1 \rightarrow 1^3S_1 + 1^1S_0)}(x) = \frac{2^5 5}{3^{9/2}} \left( 1 - \frac{2}{15} x^2 \right) \quad (2.12)$$

Eine Anpassung der Partialbreiten  $\Gamma_{A \rightarrow BC}$  an experimentelle Daten liefert den Wert  $\beta = 0.397$  GeV in guter Übereinstimmung mit anderen Quarkmodellstudien [18].

<sup>1</sup>Zumindest das  $\pi_1(1400)$  ist aufgrund seines Zerfalls kein Hybrid [25].

<sup>2</sup> $\gamma$  ist Bestandteil der Hamiltonfunktion der  ${}^3P_0$ -Paarproduktion.

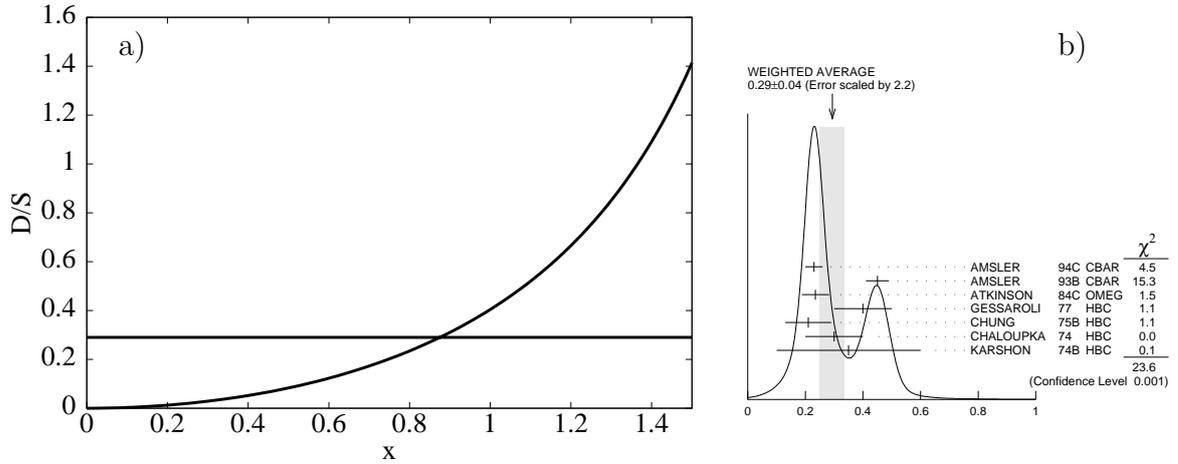


Abbildung 2.5: a)  $\frac{D}{S}$  Verhältnis des  $b_1(1235) \rightarrow \omega\pi$  Zerfalls nach (2.13). Die horizontale Linie markiert das  $\frac{D}{S} = 0.29 \pm 0.04$  Verhältnis nach PDG [26] dargestellt in b).

Ein Test für Zerfallsmodelle sind Vorhersagen über die Verhältnisse von  $L_{q\bar{q}} = 0$  und  $L_{q\bar{q}} = 2$  Anteilen der Zerfälle von  $b_1 \rightarrow \omega\pi$ ,  $a_1 \rightarrow \rho\pi$  und  $h_1 \rightarrow \rho\pi$ . Dieses sogenannte  $\frac{D}{S}$ -Verhältnis wird am Beispiel des  $1^1P_1 b_1$  Zerfalls erläutert:

$$\frac{D}{S} = \frac{\mathcal{P}_{21}^{(1^1P_1 \rightarrow 1^3S_1 + 1^1S_0)}(x)}{\mathcal{P}_{01}^{(1^1P_1 \rightarrow 1^3S_1 + 1^1S_0)}(x)} = \frac{2^{3/2}x^2}{3^2(1 - \frac{2}{9}x^2)} \quad (2.13)$$

Für  $x = \frac{P}{\beta} \approx \frac{0.35 \text{ GeV}}{0.4 \text{ GeV}} = 0.87$  schneidet der aus den veröffentlichten Daten bestimmte Durchschnittswert der *Particle Data Group* (PDG)  $\frac{D}{S} = 0.29 \pm 0.04$  [26] die Funktion aus obiger Gleichung (siehe Abb. 2.5). Der PDG-Wert wird stark durch die frühe Veröffentlichung der Crystal Barrel Kollaboration beeinflusst. Eine kürzlich durchgeführte Reanalyse ergab einen kleineren Wert von  $\frac{D}{S} \approx 0.23$  [27].

Der bisher nur von einem Experiment bestimmte Wert des  $a_1(1260) \rightarrow \rho\pi$  von  $\frac{D}{S} = -0.100 \pm 0.028$  (PDG 1998[26]) wird nicht exakt reproduziert<sup>3</sup>. Die Vorhersage der  $\frac{D}{S}$ -Verhältnisse erlaubt einen interessanten Test des  $^3P_0$ -Modells. Für das  $h_1 \rightarrow \rho\pi$  sind bisher keine experimentellen Werte verfügbar.

### 2.4.3 Zweikörper Zerfallsbreiten

Innerhalb der beiden vorgestellten Modelle können die Zweikörper-Zerfallsbreiten berechnet werden. Tabelle 2.3 faßt die entsprechenden Ergebnisse für die  $J^{PC} = 1^{--}$  Zustände zusammen.

Im Rahmen des  $^3P_0$ -Modells berechnen Barnes, Close, Page und Swanson die Partialbreiten von drei angeregten  $q\bar{q}$ -Zustände in der Massenregion unter 2000 MeV [19]. Die erste Radialanregung, der  $2^3S_1$ -Zustand, koppelt stark an  $\pi\pi$  und  $\omega\pi$  im Gegensatz zur ersten Orbitalanregung, dem  $1^3D_1$ -Zustand. Seine dominanten Zerfallskanäle sind  $a_1\pi$  und  $h_1\pi$ ; die

<sup>3</sup>In der PDG 2000 [3] Ausgabe wird das  $\frac{D}{S}$ -Verhältnis des  $a_1(1260)$  nicht mehr zitiert.

Zerfallsmode	$\pi\pi$	$\omega\pi$	$a_2\pi$	$a_1\pi$	$h_1\pi$	$\rho\rho$	$\pi^*\pi$	$\rho\sigma$	$K\bar{K}$
Berechnete Zerfallsbreite im ${}^3P_0$ -Modell: [19]									
$2^3S_1 \rho(1465)$	74	122	0	3	1	0	–	–	35
$1^3D_1 \rho(1700)$	48	35	2	134	124	0	14	–	36
$3^3S_1 \rho(1900)$	1	5	46	26	32	70	16	–	1
Berechnete Zerfallsbreite im <i>flux-tube</i> Modell: [21]									
Hybrid- $\rho(\sim 1500)$	0	5–10	$\sim 0$	140	0	0	0	–	–

Tabelle 2.3: Theoretische Berechnung der Partialbreiten in MeV der  $\rho'$ -Zerfälle. Ein “–” markiert Zerfallskanäle, die nicht Teil der theoretischen Berechnung sind.

Kanäle  $\pi\pi$  und  $\omega\pi$  sind jedoch ebenfalls von einer moderaten Größe. Für ein im *flux-tube* Modell von Close und Page berechnetes Hybrid sollte der Zerfall in  $a_1\pi$  dominieren und keine Kopplung an  $\pi\pi$  und  $h_1\pi$  beobachtet werden [21]. Insbesondere die Unterdrückung von  $h_1\pi$  relativ zu  $a_1\pi$  ist ein kritischer Test für eine Hybridinterpretation im Gegensatz zum  $1^3D_1$ -Quarkonium Zustand. Der  $\omega\pi$ -Zerfall eines Hybridzustands sollte nur schwach sichtbar sein. Beim  $3^3S_1$ -Zustand ist die hohe Masse ein Unterscheidungsmerkmal gegenüber den anderen Zuständen.

Alle Partialbreiten können zur totalen Zerfallsbreite aufaddiert werden, die ebenso wie die Partialbreiten mit den experimentellen Ergebnissen verglichen werden können. Ziel dieser Arbeit ist es, der Tabelle eine weitere Zeile mit experimentell bestimmten partiellen Zerfallsbreiten hinzuzufügen. Diese können aus Partialwellenanalysen verschiedener Endzustände, die  $\rho'$ -Mesonen enthalten, gewonnen werden. Um dieses erfolgreich zu tun, müssen mindestens zwei Bedingungen erfüllt sein: Alle (dominanten) Zerfälle müssen untersucht und auch theoretisch berechnet werden. Ein Schwachpunkt aller theoretischen Untersuchungen ist das Fehlen des Kanals  $\rho\sigma$ .

Die Quantenmechanik lehrt, daß zwei Objekte mit identischen Quantenzahlen und ähnlichen Massen miteinander mischen können. Falls keine reine Quarkonium oder Hybrid Interpretation für einen beobachteten physikalischen Zustand haltbar ist, könnte Mischung dieses Problem lösen. Einfache Mischungsschemata wurden von Close und Page [28] und von Donnachie und Kalashnikova [29] vorgeschlagen.

## 2.5 Im Crystal Barrel Experiment beobachtete $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ Zerfälle

Um das Verständnis der Natur der  $\rho'$ -Zustände zu erweitern, wurden Daten des Crystal Barrel Detektors am LEAR des europäischen Forschungszentrum CERN bei Genf analysiert. Insbesondere wurde der Zerfall von  $\rho'$ -Zuständen in  $2\pi$ ,  $4\pi$  und  $K\bar{K}$  untersucht. Im folgenden werden die Ergebnisse kurz vorgestellt. Der Hauptteil dieser Arbeit wird sich mit dem Zerfall von  $\rho'$ -Zuständen in den Kanal  $\omega\pi$  befassen. Das Experiment selbst wird in Kapitel 4 beschrieben.

$\rho$ -Zustand	Masse [MeV]	Breite [MeV]	Beitrag [%]
$\rho^-(770)$	$765.7 \pm 3.1_{\text{stat}} \pm 0.5_{\text{syst}}$	$152.8 \pm 4.2_{\text{stat}} \pm 0.8_{\text{syst}}$	$10.2 \pm 2.0$
$\rho^-(1450)$	$1411 \pm 10_{\text{stat}} \pm 10_{\text{syst}}$	$343 \pm 18_{\text{stat}} \pm 8_{\text{syst}}$	$4.5 \pm 0.9$
$\rho^-(1700)$	$1780^{+34}_{-25}_{\text{stat}} \pm 14_{\text{syst}}$	$275 \pm 42_{\text{stat}} \pm 17_{\text{syst}}$	$4.2 \pm 0.6$

Tabelle 2.4: Ergebnisse aus einer Analyse des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}$  [30]. Das globale Verzweungsverhältnis dieses Kanals beträgt  $BR = (6.8 \pm 0.7) \cdot 10^{-3}$ .

### 2.5.1 $\rho' \rightarrow \pi\pi$

Die  $\bar{p}N$ -Annihilation in Endzustände mit drei Pionen ist gut zur Untersuchung der  $\rho'$ -Zerfälle in  $\pi\pi$  geeignet. Es wurden drei Datensätze aufbereitet und die zur Zerfallsdynamik beitragenden Partialwellen bestimmt.

Der Dalitz-Plot in Abbildung 2.6a) zeigt die Dynamik der Reaktion  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}$  [30]. Die deutlich sichtbaren Strukturen sind die vertikalen und horizontalen  $\rho^-(770)$ -Bänder und diagonale Bänder, die ihren Ursprung in den Resonanzen  $f_0(1500)$  und  $f_2(1270)$  haben. Entlang des  $\rho^-(770)$ -Bandes verändert sich die Masse des zweiten  $\pi^- \pi^0$  Systems, das häufig als Reflexion bezeichnet wird. Die Anhäufung am Phasenraumrand bei kleiner  $\pi^0 \pi^0$  invarianter Masse wird als Interferenz der  $\rho'$ -Zustände mit ihren Reflexionen aus dem  $^1S_0$  Anfangszustand interpretiert. Die Asymmetrie des  $\rho(770)$ -Bandes bei hohen Massen des

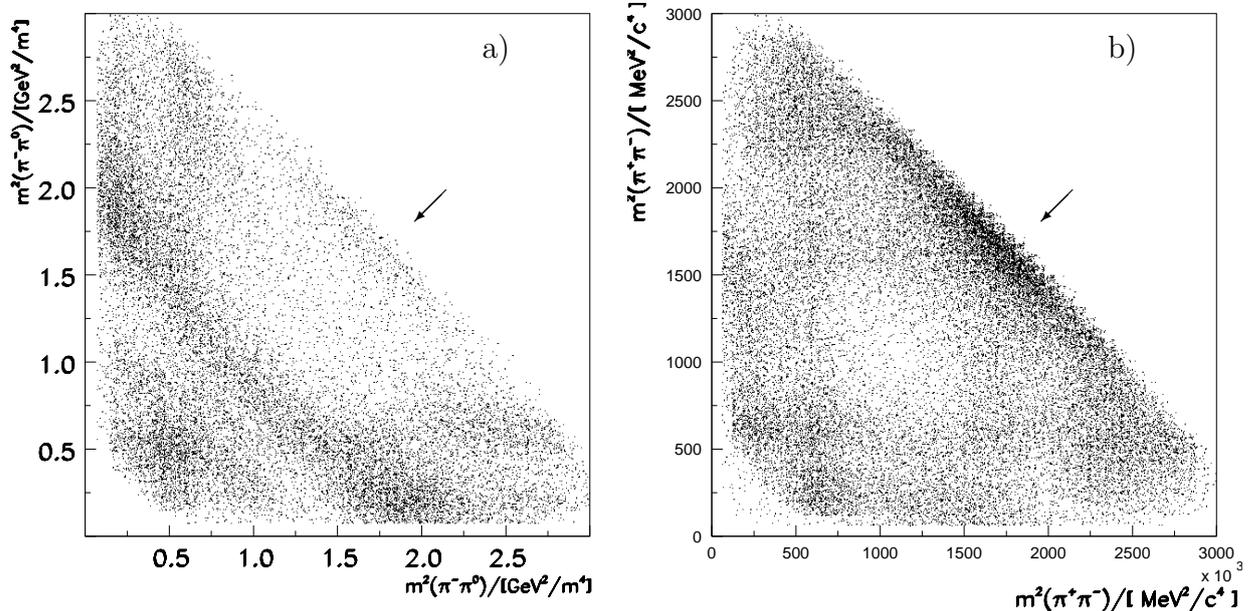


Abbildung 2.6: a) Dalitz-Plot für den Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}$  [30] und b) für  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- p_{\text{spectator}}$  [31]. Aufgrund der Nichtunterscheidbarkeit der beiden doppelt vorkommenden  $\pi$ -Mesonen wird jedes Ereignis zweimal in den Dalitz-Plot eingetragen. Die Pfeile deuten auf die Anhäufungen mit niedriger  $\pi^0 \pi^0$  bzw.  $\pi^- \pi^-$  invarianter Masse.

anderen  $\pi^-\pi^0$  Systems erfordert die Einführung des  $\rho(1700)$ .

Für ein  $\rho(1300)$  konnte in dieser Analyse keine Evidenz gefunden werden. Bei Einführung einer entsprechenden Amplitude verbesserte sich die Anpassung kaum.

Der Dalitz-Plot des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-p_{\text{spectator}}$  zeigt ebenfalls Evidenz für das  $\rho^0(770)$  (Abb. 2.6b). Die deutlichste Struktur befindet sich am Phasenraumrand bei niederenergetischer  $\pi^-\pi^-$  invarianter Masse. Sie wird gut durch die Interferenz des  $f_2(1270)$ , des  $f_0(1370)$  und des  $\rho(1450)$  beschrieben. Die Existenz eines  $\rho(1700)$  wird von diesen Daten nicht gefordert. Die in Tabelle 2.4 aufgeführten Massen und Breiten der  $\rho'$ -Zustände wurden in der Partialwellenanalyse des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0p_{\text{spectator}}$  bestimmt und als feste Parameter in der Analyse des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-p_{\text{spectator}}$  eingesetzt.

Die Daten des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  in Abbildung 2.7a) zeigen sehr dominante  $\rho(770)$ -Bänder und in der Diagonalen eine Struktur des  $f_2(1270)$  [32]. Radialanregungen des  $\rho(770)$  spielen in dieser Reaktion eine geringe Rolle. Eine vorläufige gekoppelte Analyse dieses Kanals zusammen mit den anderen beiden vorgestellten Kanälen erfordert ebenfalls die  $\rho'$ -Zustände  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  [34].

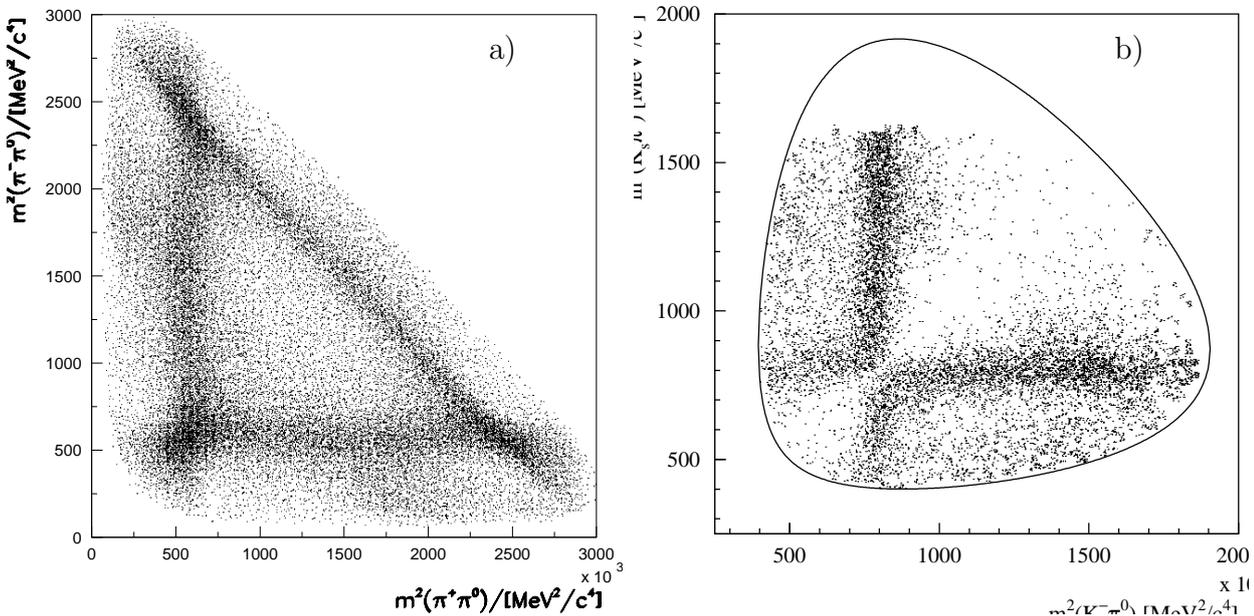


Abbildung 2.7: a) Dalitz-Plot für Kanal  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  [32]. b)  $\bar{p}d \rightarrow K_S K^- \pi^0 p_{\text{spectator}}$  ( $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$ ): Dalitz-Plot. Ereignisse mit langsamen  $K^-$  wurden bei der Datenanalyse nicht berücksichtigt, da das  $K^-$  im Target steckenbleiben kann. Die Akzeptanz von Ereignissen in dieser kinematischen Region des Dalitz-Plot ist nur unzureichend bestimmbar [33].

$\rho$ -Zustand	Masse [MeV]	Breite [MeV]	Beitrag [%]
$\rho^-(1450)$	$1436 \pm 26$	$238 \pm 57$	$8.9 \pm 4.2$
$\rho^-(1700)$	$1656 \pm 48$	$134 \pm 51$	$6.1 \pm 2.9$

Tabelle 2.5: Ergebnis einer Analyse des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow K_S K^- \pi^0 p_{\text{spectator}}$  [33]. Das globale Verzweigungsverhältnis dieses Kanals beträgt  $BR = (2.03 \pm 0.30) \cdot 10^{-3}$ .

### 2.5.2 $\rho' \rightarrow K\bar{K}$

Die Zerfälle des  $\rho'$  in  $K\bar{K}$  werden im Kanal  $\bar{p}d \rightarrow K_S K^- \pi^0 p_{\text{spectator}}$  ( $K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ) beobachtet [33]. Die dominante Struktur im Dalitz-Plot wird durch die sich kreuzenden  $K^*(892)$ -Bänder hervorgerufen (siehe Abb. 2.7b)). Zur Beschreibung dieser Daten benötigt man zwei  $\rho'$ -Zustände, deren Parameter in Tabelle 2.5 angegeben sind.

### 2.5.3 $\rho' \rightarrow 4\pi$

Als Teilaspekt einer gemeinsamen Analyse der Kanäle  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}$  und  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}$  wurden die Zerfälle des  $\rho(1450)$  und des  $\rho(1700)$  in  $4\pi$  untersucht [35]. Die Parameter des  $\rho(1450)$  wurden zu

$$m = (1435 \pm 40) \text{ MeV} \quad \text{und} \quad \Gamma = (325 \pm 100) \text{ MeV}$$

bestimmt. Damit sind die Werte kompatibel zu dem Ergebnis aus der Analyse des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}$  (siehe Tab. 2.4). Die Parameter des  $\rho(1700)$  konnten aus diesem Datensatz nicht bestimmt werden; daher wurden in der Analyse die Werte der *Particle Data Group* verwandt [26] ( $m = 1700 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma = 235 \text{ MeV}$ ).

Die Tabelle 2.6 gibt die Zerfallsraten des  $\rho(1450)$  und des  $\rho(1700)$  relativ zum gesamten Zerfall in  $4\pi$ -Endzustände ohne Berücksichtigung des Kanals  $\omega\pi$  wieder. Die Fehler der einzelnen Beiträge sind relativ groß, da es leicht möglich ist, Intensität von einem Zerfallskanal in einen anderen zu verschieben und trotzdem eine gute Datenbeschreibung zu erzielen.

Die theoretischen Modellrechnungen in Tabelle 2.3 zeigen, daß zur Interpretation ebenfalls die Kenntnis des Kanals  $\omega\pi$  notwendig ist. Da dieser bisher nicht analysiert wurde, muß

Resonanz	$a_1(1260)\pi/4\pi$	$h_1(1170)\pi/4\pi$	$\pi(1300)\pi/4\pi$	$\rho\rho/4\pi$	$\rho(\pi\pi)_S/4\pi$	$2\pi/4\pi$
$\rho(1450)$	0.27 $\pm 0.08$	0.08 $\pm 0.04$	0.37 $\pm 0.13$	0.11 $\pm 0.05$	0.17 $\pm 0.09$	0.37 $\pm 0.10$
$\rho(1700)$	0.16 $\pm 0.05$	0.17 $\pm 0.06$	0.30 $\pm 0.10$	0.09 $\pm 0.03$	0.28 $\pm 0.06$	0.16 $\pm 0.04$

Tabelle 2.6:  $\rho'$  Verzweigungsverhältnisse in  $a_1\pi$ ,  $h_1\pi$ ,  $\rho\rho$  und  $\pi^*\pi$  normiert auf alle beobachteten  $4\pi$  Zerfälle ohne  $\omega\pi$  [35]. Die globalen Verzweigungsverhältnisse dieser Kanäle betragen  $BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}) = (3.15 \pm 0.47) \cdot 10^{-2}$  und  $BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}) = (6.7 \pm 0.1) \cdot 10^{-3}$ .

man sich hier auf den Vergleich der Anteile der  $\rho'$ -Zerfälle in  $4\pi$  (ohne  $\omega\pi$ ) beschränken. Der Vergleich mit den vorgestellten Modellrechnungen ist nicht sehr befriedigend, da die experimentellen Ergebnisse weder der Vorhersage für eine Radialanregung des  $\rho(770)$ -Mesons ( $2^2S_1$ ) noch der für ein Hybrid folgen. Das  $\rho(1700)$  wird mit dem  $1^3D_1$ -Zustand identifiziert.

## 2.6 Frühere Messungen von $\bar{p}N \rightarrow \omega\pi\pi$

Die Antiproton-Nukleon Annihilation in  $\omega\pi\pi$ -Endzustände wurde sowohl in Blasenkammerexperimenten als auch in Experimenten am LEAR untersucht. Im folgenden werden einige Ergebnisse kurz vorgestellt.

Im Jahre 1969 wurde der Kanal  $\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$  anhand von 2400 Ereignissen untersucht [36]. Sie stammen aus einem mit der Saclay Blasenkammer am CERN aufgenommenen Datensatz bestehend aus mehr als 10000 Ereignissen des Typs  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$  in Ruhe. Im  $\omega\pi$ -System wurde eine Resonanz mit  $m = 1250$  MeV und  $\Gamma = 90$  MeV gefunden, allerdings waren die Resultate zur Entscheidung zwischen den  $J^P$ -Quantenzahlen  $1^+$  und  $1^-$  unbefriedigend. Dies wurde mit einer nur unzureichenden Kenntnis der resonanten Strukturen der  $(\pi\pi)_S$ -Welle begründet. Die Autoren ordneten der Resonanz aufgrund von Ergebnissen der Reaktion  $\pi^-p \rightarrow b_1^-p$  die Quantenzahlen  $1^+$  zu und gaben Masse und Breite mit  $m = (1245 \pm 10)$  MeV und  $\Gamma = (83 \pm 12)$  MeV an.

In einer späteren Publikation aus dem Jahre 1972 konnte die Statistik etwa verdreifacht werden [16]. Hier zeigt sich die mögliche Existenz einer  $J^P = 1^-$  Resonanz in unmittelbarer Nachbarschaft des schon vorher gefundenen  $b_1(1235)$  mit  $m = (1256 \pm 10)$  MeV und  $\Gamma = (130 \pm 20)$  MeV.

Ein ähnliches Experiment wurde an der Columbia-BNL Blasenkammer durchgeführt [37]. Die Analyse umfaßt 14560 Ereignisse, von denen 7859 der Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$  angehören. Man beschränkt sich in dieser Analyse allerdings auf die Untersuchung des  $\omega$ -Zerfalls in  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , ohne auf die Untersuchung anderer Resonanzbeiträge einzugehen.

Die Physik mit Antiprotonen wurde am LEAR weitergeführt. Die ASTERIX Kollaboration untersuchte die Reaktion  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$  in Ruhe [38]. Auch hier wurde der Zerfall des  $b_1(1235) \rightarrow \omega\pi$  mit  $m = (1225 \pm 5)$  MeV und  $\Gamma = (113 \pm 12)$  MeV beobachtet.

Die Crystal Barrel Kollaboration publizierte in einer ihrer frühen Veröffentlichungen die Analyse des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^0\pi^0$  ( $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ ) [39]. Das  $b_1(1235)$  ist auch hier ein Bestandteil der Datenbeschreibung, und es wird das  $\frac{D}{S}$ -Verhältnis seines Zerfalls untersucht (siehe auch Abb. 2.5). Der Beitrag eines  $\rho'$ -Zustands mit Massen von 1270 MeV bis 1450 MeV bei verschiedenen Breiten ist mit Null verträglich.

## 2.7 Bevorzugte Anfangszustände der $\rho(770)$ - und $\rho'$ -Produktion

Aus den bisher vorgestellten Analysen ist bekannt, daß die Produktion von  $\rho(770)$ - und  $\rho'$ -Zuständen in den  $\bar{p}N$ -Annihilation je nach Anfangszustand des antiprotonischen Systems

mit deutlich unterschiedlicher Stärke erfolgt.

$\bar{p}p, \bar{p}n(^1S_0) \rightarrow \rho(770)\pi$	schwach
$\bar{p}n(^1S_0) \rightarrow \rho(1450)\pi, \rho(1700)\pi$	stark
$\bar{p}p(^3S_1) \rightarrow \rho(770)\pi$	stark
$\bar{p}p(^3S_1) \rightarrow \rho(1450)\pi, \rho(1700)\pi$	schwach

Dies wird u.a. von den in Abschnitt 2.5 vorgestellten Crystal Barrel Analysen belegt. Bei der Annihilation am Neutron ist für die S-Welle nur der  $^1S_0$ -Anfangszustand erlaubt. Die in Abbildung 2.6 gezeigten Dalitz-Plots zeigen ein schwaches Signal für die Produktion des  $\rho(770)$  und ein starkes Signale für  $\rho'\pi$ . Bei Annihilation am Proton sind beide S-Wellen Anfangszustände erlaubt. Die Analyse zeigt, daß die starke Dominanz des  $\rho(770)\pi$ -Kanals aus dem  $^3S_1$ -Anfangszustand erzeugt wird (siehe Abb. 2.7a)).

Rein phänomenologisch kann man daraus schließen, daß aus  $^1S_0$  stark bevorzugt radiale Anregungen des  $\rho(770)$  plus Pion produziert werden, und die Produktion des  $\rho(770)$ -Grundzustands plus Pion unterdrückt ist. Der  $^3S_1$ -Anfangszustand zeigt ein umgekehrtes Verhalten.

Diese ‐Auswahlregeln‐ sind nicht verstanden. Sie haben aber eine ähnliche Struktur wie Auswahlregeln, die im  $J/\psi$ -Zerfall beobachtet werden. Hier beobachtet man in ähnlicher Weise deutliche Unterschiede bei der Stärke der jeweiligen hadronischen Zerfälle.

$$J/\psi(1^3S_1) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \quad (1.50 \pm 0.20)\%$$

$$J/\psi(1^3S_1) \rightarrow \rho(770)\pi \quad (1.27 \pm 0.09)\%$$

Der Kanal  $J/\psi(1^3S_1) \rightarrow \rho'\pi$  wurde nicht identifiziert. Aus der nicht-identifizierten Intensität von  $(0.23 \pm 0.22)\%$  muß man schließen, daß der Zerfall des  $J/\psi(1^3S_1)$  in  $\rho'\pi$  unterdrückt ist.

Die Zerfälle der Radialanregung  $\psi(2^3S_1)$  zeigen folgendes Bild:

$$\psi(2^3S_1) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \quad (8 \pm 5) \cdot 10^{-5}$$

$$\psi(2^3S_1) \rightarrow \rho(770)\pi \quad < 8.3 \cdot 10^{-5}$$

Die radiale Anregung zerfällt nur unmerklich in den Grundzustand des  $\rho(770)$  und ein Pion. Die angegebenen hadronischen Verzweungsverhältnisse sind der Zusammenfassung der *Particle Data Group* aus dem Jahre 2000 entnommen [3].

Diese Anomalie wird in der Literatur unter dem Stichwort ‐ $\rho$ - $\pi$ ‐-Puzzle kontrovers diskutiert. Die Erklärungen beruhen auf zum Teil farbdynamischen Annahmen, die auf die  $N\bar{N}$ -Vernichtung sicher nicht zutreffen (z.B.: Chen und Braaten [40]; Suzuki [41]). Li, Bugg und Zou erklären die Unterdrückung des Kanals  $\psi(2S) \rightarrow \rho(770)\pi$  durch eine sehr spezielle Endzustandswechselwirkung [42]. Die Analogie zwischen diesen beiden Phänomenen, im  $J/\psi$ -Zerfall und in der  $\bar{p}N$ -Annihilation, legt nahe, daß eine andere gemeinsame Erklärung gefunden werden muß.

In dieser Arbeit wird nach dem  $\omega\pi$ -Zerfall des  $\rho(1450)$  und des  $\rho(1700)$  gesucht. Wegen der Produktionsverhältnisse wurde Deuterium als Targetmaterial gewählt und die Reaktion  $\bar{p}n \rightarrow \rho(1450, 1700), \rho(1450, 1700) \rightarrow \omega\pi$  untersucht. Das  $\omega$  wird in seinem Zerfall nach  $\pi^+\pi^-\pi^0$  nachgewiesen.

Im Vergleich zu den früheren Untersuchungen der  $\bar{p}p$ -Annihilation unterscheidet sich die  $\bar{p}n$ -Annihilation durch zwei wesentliche Punkte:

- Die  $\bar{p}n$ -Annihilation in fünf Pionen aus dem  $^3S_1$ -Anfangszustand ist verboten. Dadurch wird der Betrag des  $^1S_0$ -Anfangszustands verstärkt, aus dem heraus die Radialanregungen des  $\rho(770)$ -Mesons bevorzugt erzeugt werden.
- Die Produktion des  $b_1(1235)$  ist hier nur aus den P-Anfangszuständen möglich und daher unterdrückt.

## 2.8 Zusammenfassung der experimentellen Situation

Aus den bisherigen Analysen lassen sich daher zwei Interpretationen des Spektrums der  $\rho$ -Mesonen gewinnen.

- Es gibt unterhalb von 1.8 GeV vier  $\rho$ -Zustände:  $\rho(770)$ ,  $\rho(1300)$ ,  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$ . Da das  $\rho(1450)$  in seinem Zerfall in  $4\pi$  beobachtet wurde, ist es wahrscheinlich das Hybrid und sollte nur eine sehr geringe Kopplung an  $\omega\pi$  aufweisen. Eigentlich werden Hybride bei deutlich höheren Massen erwartet; allerdings haben auch die als Hybride diskutierten Zustände  $\pi_1(1400)$  und  $\pi_1(1600)$  recht kleine Massen.

Die erste Radialanregung des  $\rho(770)$  ist dann wahrscheinlich ein Zustand bei einer Masse von 1300 MeV, der in seinem Zerfall in  $\omega\pi$  eindeutig zu identifizieren sein sollte. Falls das  $\rho(1700)$  in seinem Zerfall in  $\omega\pi$  beobachtet wird, entspricht es dem  $1^3D_1$ -Zustand, andernfalls eher der zweiten Radialanregung  $3^3S_1$ .

- Falls es in dem untersuchten Massenbereich nur drei  $\rho$ -Zustände gibt, sollten  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  in der hier vorliegenden Analyse beobachtbar sein.

# Kapitel 3

## Das antiprotonische Wasserstoffatom und der Annihilationsprozeß

Die Annihilation eines Antiprotons mit einem Neutron erfolgt durch Einfang eines Antiprotons und Bildung eines  $\bar{p}d$ -Atoms. Der Kaskadenprozeß in diesem Atom ist für die Analyse der Daten von großer Bedeutung. Daher wird in diesem Kapitel eine kurze Übersicht über das antiprotonische Wasserstoffatom und das antiprotonische Deuteriumatom gegeben. Um den Sachverhalt zu vereinfachen, wird zunächst der antiprotonische Wasserstoff diskutiert und daran anschließend das antiprotonische Deuterium. In Analogie zum Positronium ( $e^+e^-$ ) werden  $\bar{p}p$ -Atome auch als Protonium bezeichnet. Eine detaillierte Abhandlung wird z.B. in [43] gegeben.

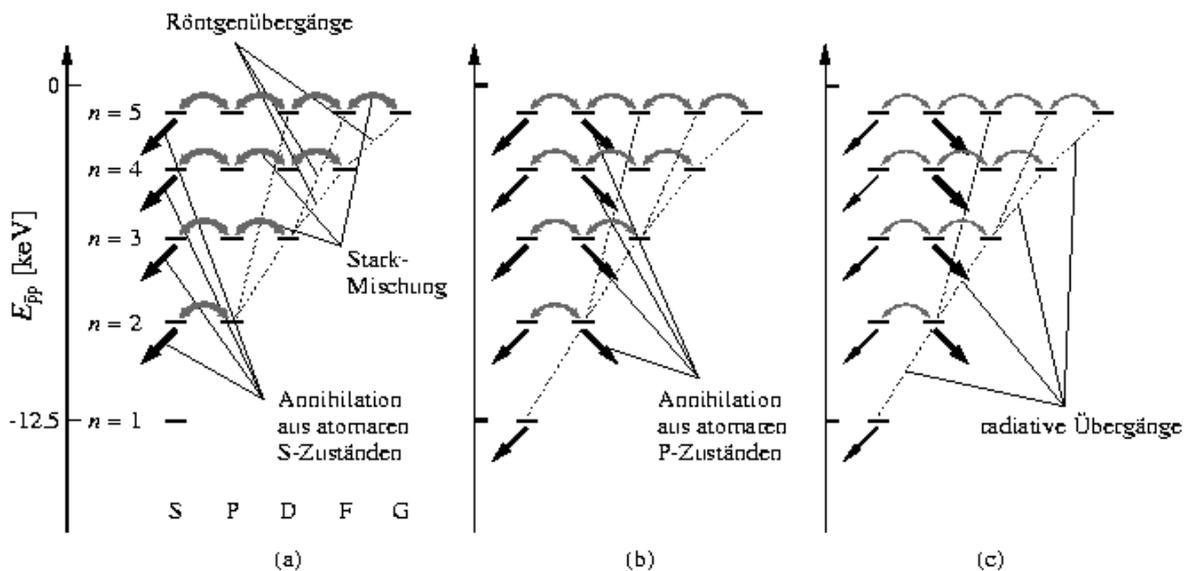


Abbildung 3.1: Die atomare Kaskade der  $\bar{p}p$ -Annihilation für verschiedene äußere Bedingungen. (a) flüssiger Wasserstoff: Stark-Mischung dominiert (b) gasförmiger Wasserstoff: die zirkuläre Kaskade wird wichtiger (c) geringer Druck: geringe Stark-Mischung, überwiegend Annihilation aus P-Welle.

### 3.1 Exotische Atome

Wenn niederenergetische Antiprotonen auf ein Target aus flüssigem oder gasförmigem Wasserstoff treffen, werden sie zunächst im Targetmaterial abgebremst. Ist ihre kinetische Energie der eines Elektrons des Targetmaterials ähnlich geworden, so können sie eingefangen werden und ein Elektron in einem normalen Wasserstoffatom ersetzen. Es hat sich ein hoch angeregter Zustand eines antiprotonischen Wasserstoffatoms mit der Hauptquantenzahl  $n \approx 30$  und dem Bahndrehimpuls  $L \approx \frac{n}{2}$  zwischen Antiproton und Proton gebildet. Durch eine Anzahl von Prozessen einschließlich radiativer Übergänge mit der Emission von Röntgenstrahlung und externem Auger-Effekt, der die Ionisation benachbarter Wasserstoffmoleküle umfaßt, kaskadiert das Antiproton dem Proton bzw. dem Deuteriumkern entgegen. Dieser vom Druck des umgebenden Mediums abhängige Kaskadenprozeß ist in Abbildung 3.1 veranschaulicht.

Da das Protonium relativ klein und elektrisch neutral ist, kann es sich durch die benachbarten Wasserstoffatome hindurchbewegen. Dort ist es starken elektrischen Feldern ausgesetzt, so daß es zu Übergängen zwischen Zuständen gleicher Hauptquantenzahl  $n$  jedoch unterschiedlichem Drehimpuls  $L$  kommt (Stark-Mischung). Dies ermöglicht Absorption aus niederen Drehimpulszuständen bei höheren Werten von  $n$ . Hier sind nun Übergänge zu relativer S- und P-Welle zwischen Antiproton und Proton möglich. Da ihre Wellenfunktionen dort stark überlappen, tritt nun Annihilation auf.

In flüssigem Wasserstoff dominiert die Annihilation aus einer S-Welle. Bei abnehmender Dichte des Targets steigt der Anteil der Annihilation aus der P-Welle. Im extremen Vakuum verschwindet der Stark-Effekt, und es verbleiben nur die radiativen Übergänge, so daß die Annihilation meist aus der P-Welle geschieht. Die Dichteabhängigkeit der S- und P-Wellen Vernichtung kann durch Messung der Verzweigungsverhältnisse in zwei pseudoskalare Mesonen verfolgt werden [44, 45].

Die in flüssigem Deuterium gestoppten Antiprotonen bilden antiprotonische Deuteriumatome. Wie im Falle eines Targets aus flüssigem Wasserstoff werden die Antiprotonen eingefangen und kaskadieren hinunter. Die Kaskade ist der des Protonium Atoms sehr ähnlich [46]. Annihilation erfolgt aus Zuständen mit großem  $n$  und kleinem Drehimpuls  $L$  (meist S- oder P-Welle) zwischen Antiproton und Nukleon (Proton oder Neutron). Sind  $L$  und der Drehimpuls  $l$  zwischen Antiproton und Deuteriumkern unterschiedlich, trägt nach der Annihilation das Zuschauer teilchen den zusätzlichen Drehimpuls [47].

Der Anteil von S- und P-Wellen Annihilation hängt vom Impuls des Zuschauer teilchens ab. Für kleine Impulse dominiert die Annihilation aus der S-Welle [47]. Sie nimmt dann zugunsten der P-Wellen Annihilation mit wachsenden Impulsen des Zuschauer teilchens ab. Ein Schnitt auf diesen Impuls ( $|\vec{p}| < 100 \text{ MeV}$ ) stellt sicher, daß die Annihilation an einem quasi-freien Teilchen mit vernachlässigbarem Einfluß des Zuschauer teilchens stattgefunden hat. Die Annihilationsprozesse von Wasserstoff und Deuterium mit einem Zuschauer proton sind nun vergleichbar. Ausführlich wird die Annihilation in flüssigem Deuterium in [48] diskutiert.

$(2S+1)L_J$	$I^G J^{PC}$
$^1S_0$	$1^-(0^{-+})^* \quad 0^+(0^{-+})$
$^3S_1$	$1^+(1^{--}) \quad 0^-(1^{--})$
$^1P_1$	$1^+(1^{+-}) \quad 0^-(1^{+-})$
$^3P_0$	$1^-(0^{++})^* \quad 0^+(0^{++})$
$^3P_1$	$1^-(1^{++})^* \quad 0^+(1^{++})$
$^3P_2$	$1^-(2^{++})^* \quad 0^+(2^{++})$

Tabelle 3.1: Mögliche  $\bar{p}N$ -Anfangszustände mit  $L \leq 1$ . Für alle mit  $\star$  markierten Zustände ist aufgrund der Auswahlregeln der Übergang in  $\bar{p}n \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0$  erlaubt.

## 3.2 Die $\bar{p}N$ -Annihilation und ihre Quantenzahlen

In diesem Abschnitt werden die Quantenzahlen des  $\bar{p}N$ -Systems diskutiert. Wie bereits im vorherigen Abschnitt erwähnt, wird der Drehimpuls zwischen Antiproton und Nukleon mit  $L$  bezeichnet. Die Spins von Antiproton und Nukleon können parallel ( $S = 1$ ) oder antiparallel ( $S = 0$ ) eingestellt sein.  $L$  und  $S$  koppeln zum Gesamtspin  $J$ . Für Parität,  $C$ -Parität und  $G$ -Parität gelten die Gleichungen (2.6), (2.7) und (2.9).

Ein Antinukleon–Nukleon–System kann die folgenden Isospin–Eigenzustände einnehmen:

$$|I = 1, I_3 = 1\rangle = -|\bar{p}p\rangle \quad (3.1)$$

$$|I = 1, I_3 = 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\bar{p}p\rangle - |\bar{n}n\rangle) \quad (3.2)$$

$$|I = 1, I_3 = -1\rangle = |\bar{p}n\rangle \quad (3.3)$$

$$|I = 0, I_3 = 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|\bar{p}p\rangle + |\bar{n}n\rangle) \quad (3.4)$$

Unter der Annahme, daß es keine Wechselwirkung im Anfangszustand gibt, ergibt sich für  $\bar{p}p$  folgende Isospinzerlegung<sup>1</sup>:

$$|\bar{p}p\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(|I = 0, I_3 = 0\rangle + |I = 1, I_3 = 0\rangle)$$

Im Gegensatz zum  $\bar{p}p$ - ist der  $\bar{p}n$ -Anfangszustand ein reiner  $I = 1$  Zustand. Dieser Vorteil schränkt die erlaubten  $\bar{p}N$ -Anfangszustände ein.

In spektroskopischer Notation können  $I^G J^{PC}$ -Multipletts für  $\bar{p}N$ -Anfangszustände als  $(2S+1)L_J$  identifiziert werden. Tabelle 3.1 listet alle möglichen  $\bar{p}N$ -Anfangszustände. Da die starke Wechselwirkung des Annihilationsprozesses die Quantenzahlen des Anfangszustands erhält, muß ein spezieller mesonischer Endzustand die gleichen  $I^G J^{PC}$ -Quantenzahlen tragen wie der  $\bar{p}N$ -Anfangszustand.

<sup>1</sup>Eine Wechselwirkung im Anfangszustand wird von Potentialmodellen vorausgesagt. Experimentelle Untersuchungen konnten deren Gültigkeit für den Annihilationsprozeß allerdings nicht bestätigen [48].

Für Parität, Ladungskonjugation und  $G$ -Parität von zwei Mesonen gelten die folgenden Beziehungen:

$$P = P_1 P_2 (-1)^L \quad C = C_1 C_2 \quad G = G_1 G_2$$

Daraus können die Quantenzahlen mesonischer Endzustände abgeleitet werden. Die  $G$ -Parität des  $5\pi$ -Endzustands ist negativ. Da die Annihilation am Neutron  $I = 1$  fordert, sind nur die in Tabelle 3.1 markierten  $\bar{p}n$ -Anfangszustände für die Annihilation in  $5\pi$ -Endzustände erlaubt.

### 3.3 Die Impulsverteilung des Zuschauerprotons in der $\bar{p}d$ -Annihilation

Die Impulsverteilung des Zuschauerprotons bei der Annihilation eines Antiprotons mit dem Neutron eines Deuteriumkerns kann im Crystal Barrel Experiment nur indirekt experimentell bestimmt werden. Aufgrund seines geringen Impulses ( $< 200$  MeV) verläßt das Proton nicht das Target und kann somit nur indirekt über den Rückstoß des gemessenen Endzustands nachgewiesen werden.

Die Impulsverteilung des Neutrons in der Reaktion  $\bar{p}d \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 n$  kann allerdings experimentell untersucht werden, indem die Impulsrichtung und Energie von zehn Photonen im Crystal Barrel Detektor gemessen wird, und das Neutron mit einer energieabhängigen Wahrscheinlichkeit im Crystal Barrel Detektor nachgewiesen wird. Damit gibt es zur Festlegung der Kinematik des Ereignisses drei Nebenbedingungen. Die gemessene Impulsverteilung wird

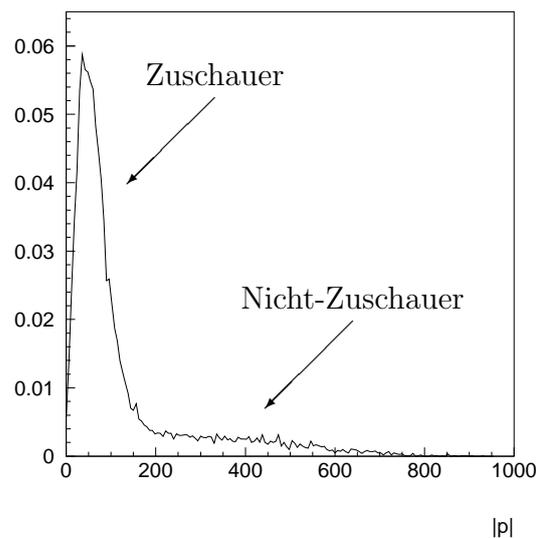


Abbildung 3.2: Gemessene und mit der Neutronennachweiswahrscheinlichkeit korrigierte Impulsverteilung des Zuschauerneutrons bestimmt aus der Reaktion  $\bar{p}d \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 n$ .

mit der impulsabhängigen Neutronennachweiswahrscheinlichkeit korrigiert [49]. Ausgehend von der Annahme, daß eine unterschiedliche Resonanzproduktion in dieser Reaktion im Vergleich zu  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  die Impulsverteilung des Zuschauernukleons nur gering beeinflußt, kann man die Impulsverteilung des Neutrons auf die des Protons übertragen. Abbildung 3.2 zeigt die Impulsverteilung des Zuschauernukleons, wobei das Signal unterhalb 200 MeV die Fermiverteilung der Nukleonen im Deuterium beschreibt. Der Ausläufer oberhalb von 200 MeV wird durch den Bahndrehimpuls zwischen Antiproton und Neutron bestimmt.

Die in dieser Arbeit analysierten Daten wurden am *Low Energy Antiproton Ring* (LEAR) am CERN nahe bei Genf mit dem Crystal Barrel Detektor gewonnen. Das folgende Kapitel stellt den Detektor mit seinen Komponenten vor.

# Kapitel 4

## Das Crystal Barrel Experiment am LEAR

Das Crystal Barrel Experiment [50] wurde zur Spektroskopie des  $\bar{p}N$ -Systems entworfen und ab dem Jahr 1989 betrieben. Seine Ziele sind die Suche nach Gluebällen und Hybriden, die Suche nach  $\bar{N}N$ -Bindungszuständen und die Untersuchung von radiativen und seltenen Zerfällen von Mesonen.

Um die experimentellen Möglichkeiten der vorherigen Blaskammerexperimente zu erweitern, besitzt der Crystal Barrel Detektor die Fähigkeit, sowohl neutrale als auch geladene Endzustände gleichzeitig in einem Raumwinkel von nahezu  $4\pi$  zu detektieren (97.8% von

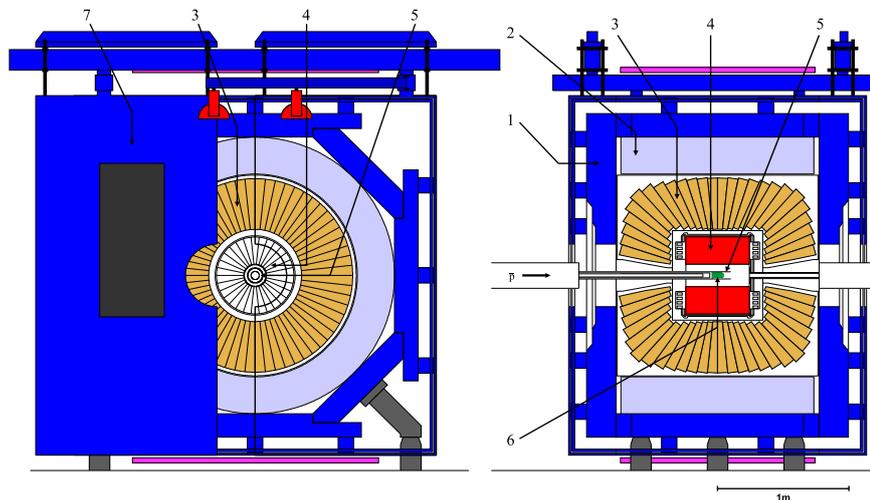


Abbildung 4.1: Übersicht des Crystal Barrel Detektors. Das linke Bild zeigt den Aufbau aus der Sicht eines eintreffenden Antiprotons und das rechte Bild die Seitenansicht. Die Hauptbestandteile sind das Magnetjoch (1), die Magnetspulen (2), das CsI Kalorimeter(3), die Jet-Driftkammer (JDC) (4), der Silizium-Vertex-Detektor (SVX) (5), das Target gefüllt mit flüssigem oder gasförmigem Wasserstoff oder flüssigem Deuterium (6). Die Vorder- und Rückseite sind durch die Endplatten verschlossen (7).

4 $\pi$ ). Weiterhin ermöglicht eine hohe Energie- und Winkelauflösung für den Nachweis von Photonen zusammen mit einer guten räumlichen und Impulsauflösung für den Nachweis geladener Teilchen eine Ereignisrekonstruktion mit hoher Qualität. Ein computergesteuertes Datenakquisitionssystem erlaubt die Aufzeichnung großer Datenmengen. Dabei hilft ein schnelles Triggersystem auch solche seltenen Ereignisklassen anzureichern, die vorherigen Experimenten nicht zugänglich waren.

Dieses Kapitel faßt die Technik der Erzeugung von Antiprotonen am CERN zusammen und erläutert die wichtigen Komponenten des Crystal Barrel Detektors. Weiterhin wird auf die Grundlagen der Ereignisrekonstruktion eingegangen.

## 4.1 Die Erzeugung von Antiprotonen

Seit 1983 lieferte der Low Energy Antiproton Ring (LEAR) einen intensiven und extrem reinen Antiprotonenstrahl, der verschiedenen Experimenten zur Verfügung stand. Ende 1996 wurde die Antiprotonenphysik am LEAR beendet und der Beschleuniger einer anderen Verwendung zugeführt.

Der LEAR ist Teil des CERN Beschleuniger Komplexes, in dem die Antiprotonen produziert wurden. Dazu werden zunächst Protonen auf 26 GeV im Proton Synchrotron (PS) beschleunigt und nach ihrer Extraktion auf ein Wolframtarget geleitet, an dem u.a. Antiprotonen durch Paarbildung produziert werden. Die Antiprotonen werden gesammelt und im Antiproton Akkumulator (AA) gespeichert. Aufgrund ihrer kurzen Lebensdauer zerfallen dort alle Pionen und Kaonen.

Bevor der LEAR mit Antiprotonen gefüllt wird, werden sie im PS auf einen Impuls von 600 MeV abgebremst. Innerhalb des LEAR werden die Teilchen weiteren Abbrems- und Kühlprozessen unterzogen. Mit einer relativen Impulsauflösung von  $\approx 5 \cdot 10^{-4}$  und einem definierten Strahlimpuls zwischen 105 MeV und 2000 MeV können die Antiprotonen extrahiert und den Experimenten zugeführt werden. Eine Füllung enthält bis zu  $\approx 3 \cdot 10^9$  Teilchen,

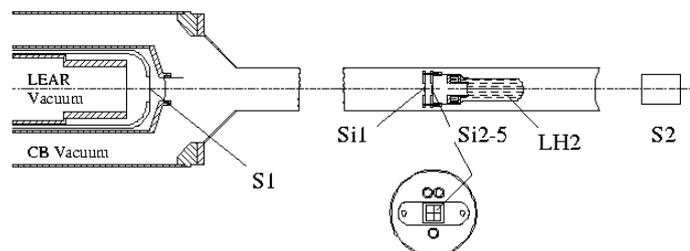


Abbildung 4.2: Die Targetzelle für flüssigen Wasserstoff und flüssiges Deuterium (Länge 4.4 cm). Die aus dem LEAR extrahierten Antiprotonen werden zunächst in der Eingangskammer detektiert (S1). Die Szintillationszähler S2 bis S5 ermöglichen eine präzise Steuerung des Teilchenstrahls in das Zentrum der Targetzelle. Strahlabwärts befindet sich ein weiterer Zähler S2, der zum Nachweis nicht-annihlierter Antiprotonen dient.

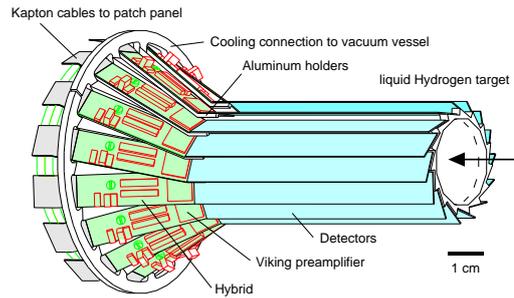


Abbildung 4.3: Der Silizium-Vertex-Detektor (SVX) [51].

die in einer Zeitspanne von bis zu drei Stunden extrahiert werden können. Das Crystal Barrel Experiment benötigt zur Untersuchung der Annihilation in Ruhe mit einem Target aus flüssigem Wasserstoff oder Deuterium einen Antiprotonimpuls von 105 MeV.

## 4.2 Der experimentelle Aufbau

Die aus dem LEAR extrahierten Antiprotonen treten in das Vakuumsystem des Crystal Barrel Detektors ein und treffen dort auf die Targetzelle (siehe Abb. 4.2). Sie besteht aus einer Mylarröhre, die mit flüssigem Wasserstoff oder Deuterium gefüllt ist. Ein Eingangszähler gibt ein Startsignal eines Ereignisses. Falls Annihilation auftritt, erzeugt der strahlabwärts gelegene Ausgangszähler kein Signal, und das Ereignis kann aufgezeichnet werden.

Die Antiprotonen werden im Target abgebremst und eingefangen und können annihilieren. Sowohl neutrale als auch geladene Teilchen verlassen das Target, und die umgebenden Detektorkomponenten sind nun in der Lage, alle Reaktionsprodukte nachzuweisen und ihre Eigenschaften präzise zu messen.

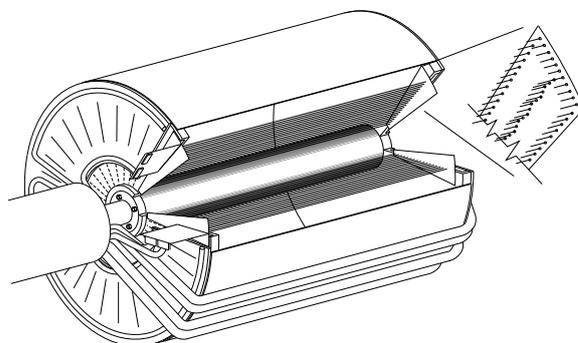


Abbildung 4.4: Die Jetdriftkammer (JDC). Die Vergrößerung auf der rechten Seite zeigt die versetzt angeordneten Signaldrähte (*staggering*). Dies erlaubt die Auflösung von rechts-links Ambiguitäten. Die sensitive Signaldrahtlänge beträgt 396 mm, der Innenradius 50 mm und der Außenradius 257 mm.

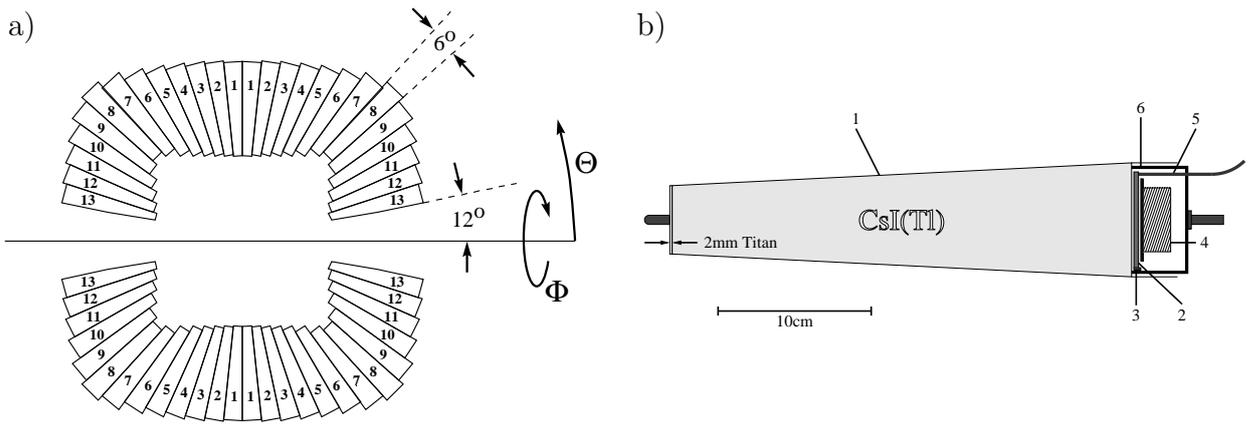


Abbildung 4.5: a) Longitudinaler Querschnitt des aus 1380 CsI(Tl) Kristallen bestehenden Kalorimeters. Die Nummern bezeichnen die unterschiedlichen Kristalltypen.  $\theta$  ist der azimutale und  $\phi$  der polare Winkel der Kristallposition. b) Aufbau eines CsI Kristallmoduls bestehend aus (1) Titanhülle, (2) Wellenlängenschieber, (3) Photodiode, (4) Vorverstärkermodul, (5) Lichtwellenleiter für Lichtpulser und (6) Gehäusedeckel.

Im ersten Aufbau bis zum Jahre 1995 war das Target von einer zweilagigen Proportionaldrahtkammer (PWC) umgeben. Um den Nachweis geladener Teilchen zu verbessern, wurde sie durch einen Silizium-Vertex-Detektor (SVX) ersetzt (siehe Abb. 4.3), der die Ortsauflösung besonders bei langsamen geladenen Teilchen deutlich verbessert [51]. Außerdem ermöglicht der SVX das Triggern auf Ereignisse mit einem  $K_S^0$ , das in  $\pi^+\pi^-$  zerfällt. Wenn der Zerfallsvertex des  $K_S^0$  außerhalb des SVX liegt, steigt die Multiplizität der geladenen Spuren außerhalb des SVX an.

Der gesamte Detektor befindet sich in einem 1.5 T starken Magnetfeld. Dies bewirkt, daß die Bahn geladener Teilchen entlang einer Helix verläuft, deren Krümmung invers-proportional zu ihrem Impuls ist. Die Spuren der geladenen Teilchen werden in einer zylindrischen Jet-Drift-Kammer (JDC) gemessen, die den SVX umschließt (siehe Abb. 4.4). In diesem Bereich ist das Magnetfeld homogen. Die Kammer hat einen äußeren Radius von 257 mm und einen inneren von 50 mm und ist in 30 (bzw. 15 für die innersten) azimutale Zellen unterteilt. Ein Gasgemisch bestehend aus 90%  $\text{CO}_2$  und 10% Isobutan ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ) füllt die Kammer unter normalem Druck. Geladene Teilchen, die die Kammer durchqueren, ionisieren das Gas, so daß kurze Strompulse an den Enden der Signaldrähte gemessen werden.

Photonen aus dem Zerfall kurzlebiger neutraler Mesonen wie  $\pi^0$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$  oder  $\omega$  deponieren ihre Energie in dem faßförmigen Kalorimeter (siehe Abb.4.5a)). Es besteht aus 1380 mit Thallium dotierten CsI Kristallen, die die JDC umgeben und auf den Annihilationspunkt hin ausgerichtet sind. Photonen mit einer Energie im Bereich von 10 MeV bis 2000 MeV werden mit einer typischen Auflösung von  $\sigma_E/E = 2.5\%$  bei 1 GeV und  $\sigma_{\theta,\phi} = 1.2^\circ$  sowohl in polarer als auch in azimutaler Richtung detektiert. Die Auflösung der invarianten Masse zweier Photonen beträgt  $\sigma = 10 \text{ MeV}$  für  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  und  $17 \text{ MeV}$  für  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ .

Die Kristalle haben die Form von Pyramidenstümpfen mit einer Länge von 300 mm, was 16.1 Strahlungslängen entspricht. An ihrer Rückseite befestigte Siliziumphotodioden dienen

der Auslese des Szintillationslichts. Die Kristalle mit der dazugehörigen Elektronik werden durch eine 0.1 mm starke Titanhülle umgeben (siehe Abb. 4.5b)). Ein Lichtpulsersystem erlaubt die Funktionsüberprüfung jedes einzelnen Kristalls während den Strahlzeiten.

Der das Kalorimeter umgebende Magnet ist ein konventioneller Solenoid, der im Volumen der JDC ein 1.5 T Magnetfeld produziert. Die Änderung der  $z$ -Komponente des Magnetfeldes innerhalb der JDC ist geringer als  $\pm 1.5\%$ .

Da nur solche Ereignisse von der Elektronik ausgelesen werden sollen, bei denen auch eine Annihilation stattgefunden hat, wird zur Definition eines Ereignisses ein Signal im Eingangszähler in Antikoinzidenz mit dem Ausgangszähler strahlabwärts verlangt. Dies ist ein sogenanntes *minimum bias* Ereignis. Ein schneller Onlinetrigger auf die Multiplizität der geladenen Spuren im SVX und bestimmte Lagen in der JDC erlaubt es, gut bekannte Kanäle zu unterdrücken und somit seltene Kanäle bei der Datenaufnahme anzureichern.

Die Signale aller Detektorkomponenten werden von der Datenakquisition für jedes Ereignis zusammengefaßt und auf Magnetbändern gespeichert. Diese Rohdaten stehen nun für die Auswertung zur Verfügung.

### 4.3 Die Kalibration und Rekonstruktion der Rohdaten

Das Ziel der Offline-Analyse ist die Identifikation der beim Annihilationsprozeß entstehenden Teilchen und die Rekonstruktion ihrer physikalischen Größen (Vierervektoren). Da die Detektorkomponenten aufgrund von Wartungsarbeiten häufig vor einer Strahlzeit neu zusammengefügt wurden, muß ihre relative Lage zueinander bei der Rekonstruktion der Ereignisse berücksichtigt werden. Auch Schwankungen der Gaszusammensetzung oder Langzeitdriften der elektronischen Verstärker müssen regelmäßig kontrolliert werden. Dies führt dazu, daß auch die Kalibrationskonstanten neu bestimmt werden müssen.

So wird z.B. die Ort–Driftzeit Beziehung eines jeden Signaldrahtes der JDC mit Hilfe von Vierspurereignissen kalibriert, die ohne Magnetfeld aufgezeichnet wurden. Das Magnetfeld und sein Einfluß auf die Spurrekonstruktion werden dann durch eine Kalibration berücksichtigt, die die relativ seltenen kolliniaren Ereignisse  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$  benutzt. Die Kalibrationswerte werden so gewählt, daß die Spur eines geladenen Teilchens zu allen betroffenen Signaldrähten paßt. Die Kristalle werden mit Ereignissen kalibriert, die nur neutrale Teilchen aufweisen. Das invariante  $\gamma\gamma$ -Massenspektrum wird an die  $\pi^0$ -Masse angepaßt.

Die Vierervektoren der geladenen Teilchen werden mit Hilfe der Informationen der JDC und des SVX rekonstruiert. Im ersten Schritt werden die Signale in  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Ortskoordinaten umgerechnet. Ein Algorithmus zur Mustererkennung verbindet die Ortspunkte zu Spursegmenten. Unter der Annahme, daß alle Spuren den Vertex nahe bei  $(0, 0, 0)$  passieren, werden Spursegmente in der  $(r, z)$ -Projektion zusammengestellt. Diese werden zu Teilchentrajektorien verknüpft und in der  $(r, z)$ -Projektion Geraden und in der  $(r, \phi)$ -Projektion Kreisen angepaßt. Für jeden Punkt wird die Kreisgleichung wie folgt parametrisiert (siehe Abb. 4.6):

$$\frac{r_i}{2QR} + \frac{\zeta^2}{2QRr_i} + \sin(\phi_i - \Psi_0) = 0 \quad (4.1)$$

wobei  $\Psi_0$  den Winkel zwischen der  $x$ -Achse und der Tangente an den Kreis im Punkte des minimalen Abstands vom Ursprung bezeichnet.  $R$  ist die Distanz vom Kreismittelpunkt zum Ursprung. Der Radius  $\rho$  wird durch  $\rho^2 = R^2 - \zeta^2$  festgelegt. Die Richtung der Krümmung wird durch das Vorzeichen der Ladung  $Q$  bestimmt. Diese Parameter sind die Startwerte für die Anpassung der Spurpunkte an eine Helix:

$$x_i = r_0 \sin \Psi_0 + \frac{1}{\alpha} (\cos \beta_i - Q \sin \Psi_0) \quad (4.2)$$

$$y_i = -r_0 \cos \Psi_0 + \frac{1}{\alpha} (\sin \beta_i - Q \cos \Psi_0) \quad (4.3)$$

$$z_i = z_0 - \frac{Q \tan \lambda}{\alpha} \left( \beta_i - \Psi - Q \frac{\pi}{2} \right) \quad (4.4)$$

wobei  $\lambda$  die Steigung der Helix in der  $(r, z)$ -Ebene bezeichnet.  $(x_0, y_0, z_0)$  steht für den Ursprung der Helix mit dem Radius  $r_0^2 = x_0^2 + y_0^2$ ,  $\Psi$  für den Winkel zwischen der Tangente an die Helix und der  $x$ -Achse,  $\beta_i$  für den Azimut zwischen dem Ursprung der Helix und dem Punkt  $i$  und  $\alpha = \frac{1}{\rho}$  für die Krümmung.

Im letzten Schritt wird ein gemeinsamer Vertex für alle Spuren gefunden. Nun sind für jede geladene Spur  $p_{xy}$ ,  $\tan \lambda$  und  $\Psi$  bekannt, und der Teilchenimpuls in kartesischen Koordinaten kann ausgerechnet werden:

$$P = \begin{pmatrix} \sqrt{m_\pi^2 + p^2} \\ p_{xy} \cos \Psi \\ p_{xy} \sin \Psi \\ p_{xy} \tan \lambda \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad p = p_{xy} \sqrt{1 + \tan^2 \lambda} \quad (4.5)$$

Zunächst werden alle geladenen Teilchen als Pionen angesehen.

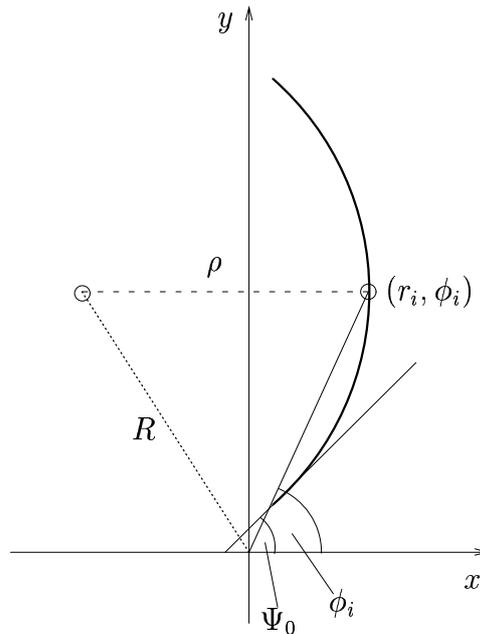


Abbildung 4.6: Parametrisierung der Kreisgleichung nach Gleichung (4.1).

Die Photonen werden mit Hilfe des Kalorimeters nachgewiesen. Aufgrund des elektromagnetischen Schauers deponiert ein  $\gamma$  seine Energie in bis zu 30 benachbarten Kristallen. Cluster von zusammenhängenden Kristallen mit einem Energieeintrag von mehr als 1 MeV (Rauschunterdrückung) werden gesucht.

Die Cluster müssen nun mit wahren Photonen identifiziert werden. Falls es nur ein lokales Maximum in einem Cluster gibt, so trägt dieses die gesamte Energiedeposition und wird PED<sup>1</sup> genannt. Für seine totale Energie werden mindestens 14 MeV verlangt<sup>2</sup>. Falls es mehr als ein lokales Maximum mit einer Energie größer als 13 MeV in einem Cluster gibt, wird die Clusterenergie entsprechend des relativen Verhältnisses der Energiesumme des lokalen Maximums ( $E_9$ ) und der acht Nachbarn ( $E_{9i}$ ) aufgeteilt.

$$E_{PED} = \frac{E_9}{\sum_{i=1}^n E_{9i}} E_{\text{Cluster}} \quad (4.6)$$

Es ist nicht möglich, alle lokalen Maxima eines Clusters direkt mit einem Photon zu identifizieren. Sie können ebenfalls durch Schauerfluktuationen hochenergetischer Photonen hervorgerufen werden. Der Schnitt auf 13 MeV für jedes Maximum unterdrückt diese *split-off* genannten Effekte weitgehend. Zusätzlich suchen spezielle Algorithmen nach weiteren Maxima, die nur durch eine Schauerfluktuation hervorgerufen worden sind.

Die Richtung der Photonen im Detektor wird bestimmt, indem die Kristallpositionen mit ihrer Energie gewichtet werden. Diese wird nun mit den Auftreffpunkten der geladenen Teilchen auf den Kristallen verglichen. Nicht nur die Photonen deponieren Energie im Kalorimeter, sondern auch die geladenen Teilchen, allerdings mit einer geringeren Schauerausbreitung. Wenn sich einem PED keine geladene Spur zuordnen läßt, wird es als Photon identifiziert.

## 4.4 Die kinematische Anpassung

Aufgrund der endlichen Auflösung des Detektors ist jede Messung einer physikalischen Größe mit einer Unsicherheit behaftet. Eine kinematische Anpassung der rekonstruierten Vierervektoren erlaubt die Verbesserung der Auflösung der Ereignisrekonstruktion und die Rekonstruktion nicht gemessener Größen.

Die Viererimpulse aller Teilchen eines rekonstruierten Ereignisses müssen als Randbedingung die Energie- und Impulserhaltung exakt erfüllen. Durch Variation der Meßwerte innerhalb ihrer Fehler wird ein Satz neuer Viererimpulse erzeugt, der diesen Randbedingungen genügt. Zusätzlich ist die Forderung weiterer Randbedingungen, z.B. bestimmter Zerfallsketten, möglich.

Bei einer Phasenraumanpassung wird nur die Viererimpulserhaltung verlangt. Dies sind im Fall der Antiproton-Proton Annihilation in Ruhe vier Randbedingungen (*4-constraints*), die sogenannte 4C-Anpassung:

$$E_0 - \sum_{i=1}^n E_i = 0 \quad \text{und} \quad \vec{p}_0 - \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = 0 \quad (4.7)$$

<sup>1</sup>Particle Energy Deposit

<sup>2</sup>14 MeV ist ein guter Kompromiß zwischen der Unterdrückung von Untergrundsignalen und dem Verlust niederenergetischer Photonen.

Die Anfangsenergie, hier die zweifache Protonenmasse, wird mit  $E_0$  bezeichnet. Der Anfangsimpuls ist  $\vec{p}_0 = 0$ , da sich das Protonium vor der Annihilation in Ruhe befindet. Die Summen werden über die  $n$  Endzustandsteilchen ausgeführt. Bei der Forderung nach bestimmten Zerfallsketten wird die invariante Masse  $m$  eines Mesons, das in die Teilchen  $i$  und  $j$  zerfällt, als weitere Randbedingung eingeführt:

$$(E_i + E_j)^2 - (\vec{p}_i + \vec{p}_j)^2 = m^2 \quad \text{mit } i, j \in \{1, \dots, n\} \quad \text{und } i \neq j \quad (4.8)$$

Bei der Annihilation des Antiprotons am Neutron des Deuteriumkerns wird das Zuschauerproton nicht nachgewiesen. Nur die Masse des ungesehenen Protons ist hier als Randbedingung einsetzbar (1C-Anpassung).

Allgemein wird durch die kinematische Anpassung zu einem Satz von gaußverteilten Meßwerten  $x_i^m$  ein Satz normalverteilter Korrekturen  $\Delta x_i$  erzeugt, so daß unter den  $k$  Nebenbedingungen

$$f_\lambda(x_i^m + \Delta x_i) = 0 \quad \text{mit } i \in \{1, \dots, n\} \quad \text{und } \lambda \in \{1, \dots, k\}$$

die Größe  $\chi^2$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i^m - x_i}{\sigma_i^m} \right)^2 \quad (4.10)$$

minimiert wird, wobei  $\sigma_i^m$  der Fehler der  $x_i^m$  vor der kinematischen Anpassung ist.

Die Qualität der kinematischen Anpassung ist aus der Verteilung der Konfidenzniveaus ersichtlich. Die kinematische Anpassung erfolgt durch die Minimierung des  $\chi^2$ . Daraus kann eine Wahrscheinlichkeit  $CL$  für die Richtigkeit einer bestimmten Hypothese berechnet werden [26].

Ein wichtiges Kriterium für die Güte der Anpassung sind die Verteilungen der Pulls für jede angepaßte Größe, in denen die Abweichungen zwischen den Meßwerten  $x_i^m$  und den angepaßten Werten  $x_i$  dargestellt wird.

$$\text{Pull} = \frac{\Delta x}{\sqrt{(\sigma_i^m)^2 - (\sigma_i)^2}} \quad (4.11)$$

Sie sollten gaußverteilt um den Nullpunkt mit einer Standardabweichung von 1 sein.  $\sigma_i$  ist der Fehler von  $x_i$  nach der kinematischen Anpassung.

Bei richtig eingestellten Pulls (d.h. bei richtig bestimmten Fehlern) und bei Abwesenheit von Untergrundbeiträgen zeigt die Verteilung der  $CL$  im Intervall  $[0, 1]$  einen flachen Verlauf. Abweichungen davon und ein steiler Anstieg für kleine  $CL$  lassen auf eine falsche Kombination der angepaßten Teilchen oder falsch identifizierte Ereignisse schließen. Durch einen Schnitt auf das Konfidenzniveau werden solche Ereignisse verworfen, wobei allerdings auch ein Verlust wahrer Ereignisse in Kauf genommen werden muß.

Diese Bedingungen werden erst dann erreicht, wenn die der kinematischen Anpassung zugrunde liegenden Parameter und deren Fehler korrigiert worden sind. Für die geladenen Spuren sind dies nach Gleichung (4.5) der Impuls eines Teilchens in der  $xy$ -Ebene  $p_{xy}$  und die Lage der Spur im Detektor. Dazu werden die Winkel  $\tan \lambda$  und  $\Psi$  korrigiert. Für neutrale Teilchen sind dies zunächst seine Energie  $\sqrt{E}$  und wiederum die Lage im Detektor gegeben

durch die Winkel  $\theta$  und  $\phi$ . Die kinematische Anpassung wird mit dem Programmpaket CBKFIT durchgeführt [52].

Die dieser Arbeit zugrunde liegenden Rohdaten wurden mit der Crystal Barrel Offline Version 98a rekonstruiert.

# Kapitel 5

## Selektion der Rohdaten

Das Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung der Zerfälle von  $\rho'$ -Zuständen in  $\omega\pi$ . Aus früheren Analysen von Crystal Barrel Daten ist bekannt, daß in der  $\bar{p}n$ -Annihilation  $\rho'$ -Resonanzen mit einem rückstoßenden Pion erzeugt werden (siehe Abschnitt 2.5). Dies läßt vermuten, daß im Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  ebenfalls  $\rho'$ -Resonanzen in ihrem  $\omega\pi$  Zerfall zu beobachten sind. Allerdings besteht noch die Wahl zwischen verschiedenen dominanten Zerfallskanälen des  $\omega$  [26]:

$$\begin{aligned}\pi^+\pi^-\pi^0 & \text{ mit } (88.8 \pm 0.7)\% \\ \pi^0\gamma & \text{ mit } (8.5 \pm 0.5)\% \\ \pi^+\pi^- & \text{ mit } (2.21 \pm 0.30)\%\end{aligned}$$

Die  $\pi^0$  zerfallen mit  $(98.798 \pm 0.032)\%$  in  $\gamma\gamma$  [26].

Der mit Abstand stärkste Kanal  $\pi^+\pi^-\pi^0$  hat gegenüber  $\pi^0\gamma$  noch weitere Vorteile für eine Partialwellenanalyse. Die drei Pionen des Zerfalls in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  spannen im Ruhesystem des  $\omega$  eine Ebene auf, die mit der Spin-Orientierung des  $\omega$  verknüpft ist. Der  $\pi^0\gamma$ -Zerfall differenziert dagegen nicht die beiden möglichen Spineinstellungen des  $\omega$  auf die Emissionsrichtung des Photons. Der  $\pi^+\pi^-$ -Zerfall des  $\omega$  ist schwierig zu identifizieren und scheidet

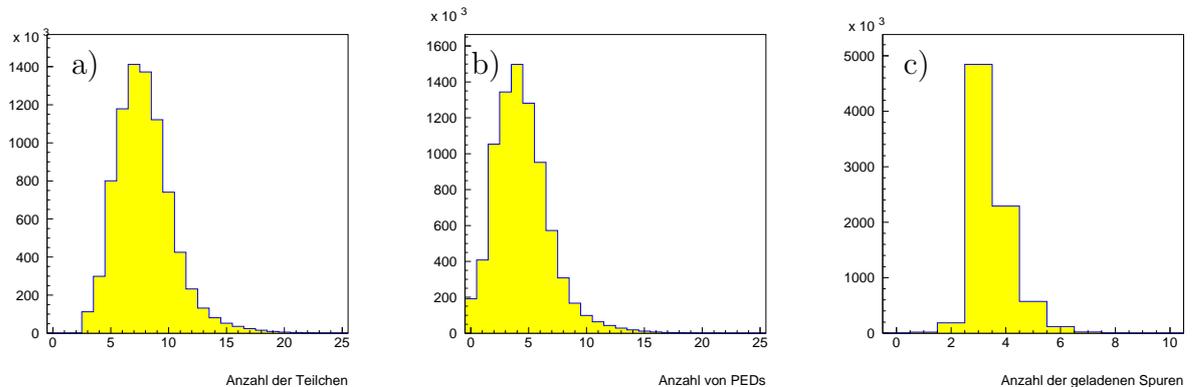


Abbildung 5.1: Die Histogramme zeigen die Verteilungen der a) Teilchenanzahl pro Ereignis; b) Anzahl der PEDs pro Ereignis und c) Anzahl der geladenen Spuren pro Ereignis.

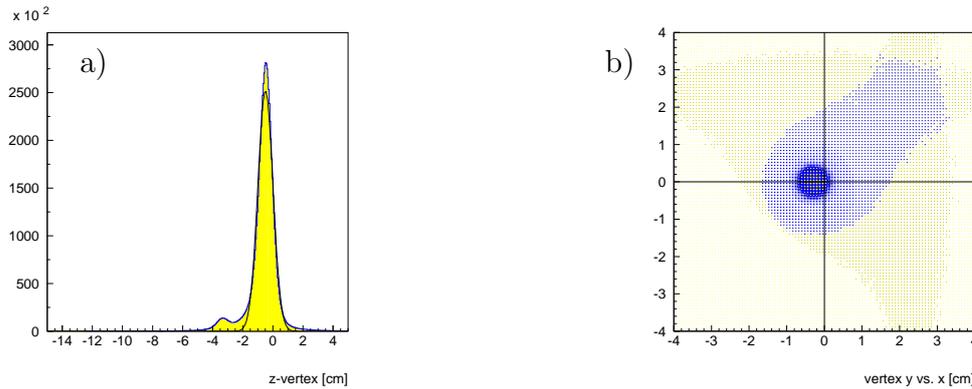
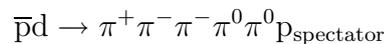


Abbildung 5.2: Vertexverteilung der geladenen Spuren. a)  $z$ -Verteilung, man erkennt ein kleines Signal für Ereignisse, die im Eingangsfenster der Targetzelle annihilieren. b) Verteilung in der  $x$ - $y$ -Ebene. Man erkennt eine Abweichung des Primärvertex vom Ursprung des Koordinatensystems.

daher für Untersuchungen der  $\omega$ -Produktion aus. Genauer wird diese Thematik in Kapitel 9 erläutert.

In der vorliegenden Analyse werden daher Ereignisse der Reaktion



selektiert. Da es nicht möglich ist, ein Neutronentarget herzustellen, erfolgt die Annihilation des Antiprotons in einem Target aus flüssigem Deuterium.

Dieses Kapitel beschreibt die der Analyse zugrunde liegenden Rohdaten und die Schritte der Ereignisrekonstruktion.

## 5.1 Die Daten und die Selektion

Als Rohdaten dienen etwa  $6.5 \cdot 10^6$  Ereignisse, die während einer Strahlzeit im Mai 1996 aufgezeichnet wurden. Um möglichst viele Ereignisse des gewünschten Typs zu erhalten, wurden bei der Datennahme nur Ereignisse mit drei geladenen Spuren aufgezeichnet. Dies beinhaltete die Forderung nach ein bis drei Ansprechern in den mittleren Signaldrahtlagen (9 und 10) der JDC und genau drei Ansprechern in den beiden äußeren Lagen.

Zunächst werden bei der Datenselektion die physikalischen Größen aller aufgezeichneten Ereignisse rekonstruiert. Um für die genauere Untersuchung der Ereignisse eine handhabbare Datenmenge zu erhalten, werden alle Ereignisse mit drei geladenen Spuren und vier Photonen im Endzustand in einem Datensatz zusammengefaßt. Alle übrigen Ereignisse werden verworfen. Ein Schnitt auf das sogenannte Pile-up Flag gewährleistet, daß innerhalb von  $6\mu\text{s}$  nur genau ein Antiproton in das Target eintritt und zu einem Annihilationsprozeß beiträgt.

Die Abbildungen 5.1 geben einen Überblick über alle aufgezeichneten Ereignisse. Mit Hilfe von Ereignissen, die geladene Spuren im Endzustand haben, kann der Annihilationsvertex

geladene Spuren				Photonen		
$1/P_{xy}$	$\Psi$	$\alpha$	$\lambda$	$\sigma_E/\sqrt{E}$	$\theta$	$\phi$
$\frac{1}{15000}$	1.6	1.6	1.6	1.16	1.16	1.0

Tabelle 5.1: Korrekturwerte zur Adjustierung der Pulls für die realen Daten. Die Bedeutung der einzelnen Parameter wird in Abschnitt 4.4 gegeben.

bestimmt werden. Dies wird in den Abbildungen in 5.2 dargestellt. Da die geometrische Anordnung der einzelnen Detektorkomponenten nicht exakt den Sollwerten entspricht, befindet sich der Annihilationsvertex nicht im Zentrum des Detektors. Weiterhin kann man erkennen, daß Antiprotonen im Eingangsfenster der Targetzelle annihilieren. Diese werden in einem späteren Selektionsschritt durch die kinematische Anpassung verworfen.

Schneidet man auf drei geladene Spuren und vier Photonen im Endzustand, verbleiben 374 795 Ereignisse. Abbildung 5.3a) zeigt die invariante Masse zweier Photonen aufgetragen gegen die invariante Masse der anderen beiden Photonen für alle sechs kombinatorischen Möglichkeiten. Deutlich ist eine Anhäufung bei der  $\pi^0$  Masse über einem kombinatorischen Untergrund zu erkennen.

Der Betrag des Gesamtimpulses eines Ereignisses ist gegen seine Gesamtenergie in Abbildung 5.3b) aufgetragen. Für Ereignisse, die dem gewünschten Endzustand entsprechen, erwartet man Einträge bei einer Energie von 1879 MeV und einem geringen Impuls, der im wesentlichen aus dem undetektierten Impuls des Zuschauer Teilchens besteht. Alle außerhalb der Anhäufung liegenden Ereignisse entsprechen nicht dem gewünschten Kanal oder sind unvollständig rekonstruiert worden. Sie werden durch einen Schnitt auf

$$E - 1878 \text{ MeV} < 150 \text{ MeV} \quad \text{und} \quad |\vec{p}| < 150 \text{ MeV} \quad (5.2)$$

verworfen.

Es verbleiben 187 688 Ereignisse, die in weiten Grenzen die Energie- und Impulserhaltung erfüllen. Um Ereignisse der gewünschten Reaktion zu identifizieren und um die Auflösung zu

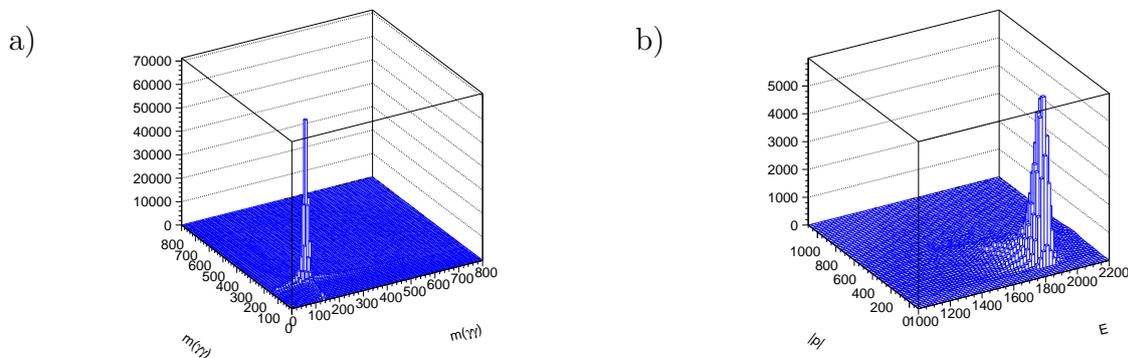


Abbildung 5.3: a) invariante  $m(\gamma\gamma)$  mit kombinatorischem Untergrund. b) totale Energie eines Ereignisses aufgetragen gegen seine Gesamtenergie.

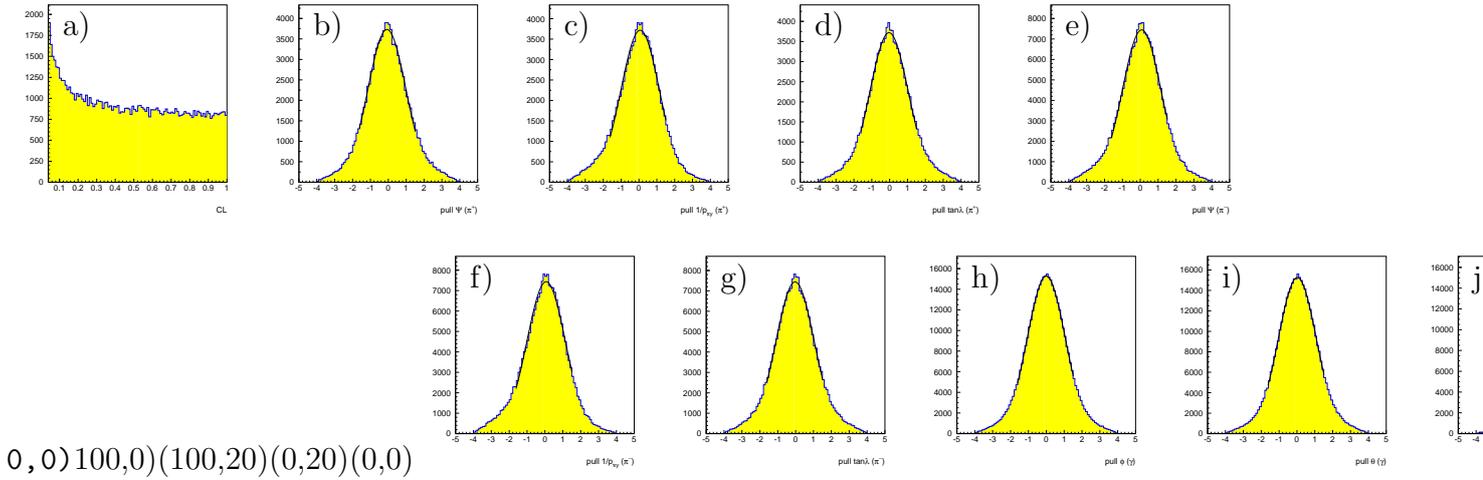


Abbildung 5.4: Kinematische Anpassung nach Hypothese  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0p_{\text{spectator}}$ . a) Konfidenzniveauverteilung und Pulls für die Parameter der geladenen Spuren:  $\pi^+$ : b)  $\Psi$ , c)  $1/P_{xy}$ , d)  $\tan \lambda$ ;  $\pi^-$ : e)  $\Psi$ , f)  $1/P_{xy}$ , g)  $\tan \lambda$ ; Pulls für die Parameter der Photonen: h)  $\phi$ , i)  $\theta$  j)  $\sqrt{E}$ .

verbessern, werden die Daten einer kinematischen Anpassung mit den folgenden Hypothesen unterzogen:

$$\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-4\gamma p_{\text{spectator}} \quad (1C) \quad (5.3)$$

$$\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}} \quad (3C) \quad (5.4)$$

$$\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\eta p_{\text{spectator}} \quad (3C) \quad (5.5)$$

Die Anpassung auf die erste Hypothese hat als einzige Randbedingung die Masse des nicht-detektierten Zuschauerprotons. Bei den anderen beiden Hypothesen kommen die  $\pi^0$  bzw.  $\eta$  Massen als zwei weitere Randbedingungen hinzu.

Um die Pulls anzupassen, wurden die kinematischen Variablen mit den in Tabelle 5.1 angegebenen Werten korrigiert. Ihre Verteilungen und das Konfidenzniveau für die Hypothese

Rohdaten Mai 1996	8 056 676
ohne Pile-up flag	7 547 433
3-Spuren und $4\gamma$	374 795
$ E - 1876 \text{ MeV}  < 150 \text{ MeV}$ and $ \vec{p}  < 150 \text{ MeV}$	187 688
Kinematische Anpassung $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\gamma\gamma\gamma\gamma p_{\text{spectator}}$ (1C)	
$CL > 10\%$	110 661
Kinematische Anpassung $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$ (3C)	
$CL > 10\%$	80 509
Proton Impuls $ \vec{p}  < 100 \text{ MeV}$	53 798
$\eta$ -Schnitt : $520 \text{ MeV} < m(\pi^+\pi^-\pi^0) < 580 \text{ MeV}$	51 984

Tabelle 5.2: Zusammenfassung der Selektion  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$ .

(5.4) zeigt Abbildung 5.4.

Die Abbildungen 5.5 zeigen die Ergebnisse der kinematischen Anpassung nach Hypothese (5.4). Der fehlende Impuls eines Ereignisses wird in Abbildung a) gezeigt. Beim Vergleich mit der erwarteten Impulsverteilung des Zuschauer Teilchens in Abbildung 3.2 fällt auf, daß Ereignisse mit einem Zuschauerimpuls  $\gtrsim 200$  MeV nicht rekonstruiert werden. Das Proton kann das Target verlassen und wird als geladene Spur detektiert und somit verworfen. Die Abbildungen b) bis h) enthalten nur Ereignisse, deren Zuschauerimpuls kleiner als 100 MeV ist. Abbildung b) zeigt die Verteilung der  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  invarianten Masse, die durch die Beiträge des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow f_0\pi^-p_{\text{spectator}}$  beeinflusst wird. Ein dominanter Beitrag in den selektierten Daten ist der Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0p_{\text{spectator}}$  mit  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , wie Abbildung c) zeigt. Weiterhin ist ein kleines Signal aufgrund des Zerfalls  $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  zu sehen. Die Abbildungen d) bis f) zeigen  $\pi\pi$  invariante Massenverteilungen, in denen man ein Signal des  $\rho(770) \rightarrow \pi\pi$  sehen kann.

Die Abbildungen g) und h) verdeutlichen die Dynamik des Zerfalls des  $\omega$  in  $\pi^+\pi^-\pi^0$ . Für jedes Ereignis können vier Kombinationen der  $\pi^+\pi^-\pi^0$  invarianten Masse gebildet werden. Allerdings erfolgen nur für solche Kombinationen Einträge, die zum  $\omega$ -Signal in Abbildung c) beitragen ( $|m(\pi^+\pi^-\pi^0) - 781.94 \text{ MeV}| < 40 \text{ MeV}$ ). In Abbildung h) ist die Größe  $\lambda$  eingetragen. Für wahre  $\omega$ -Ereignisse erwartet man einen linearen Anstieg und für die Untergrundereignisse eine flache Verteilung. Der Dalitz-Plot des  $\omega$ -Zerfalls ist in g) dargestellt. Er zeigt eine Anhäufung im Zentrum und einen Abfall zu den Phasenraumgrenzen. Zur Definition der Größe  $\lambda$  und des Dalitz-Plot siehe Anhang A. Die Anpassung einer Geraden an die  $\lambda$ -Verteilung in Abbildung 5.5h) ergibt  $23\,551 \pm 350$   $\omega$ -Ereignisse. Die "wahre" Anzahl der  $\omega$ -Ereignisse beträgt allerdings nur  $21\,792 \pm 204$  (siehe Abschnitt 7.1). Der Vergleich zeigt, daß der Untergrund ebenfalls eine – wenn auch nur leichte –  $\lambda$ -Abhängigkeit besitzt.

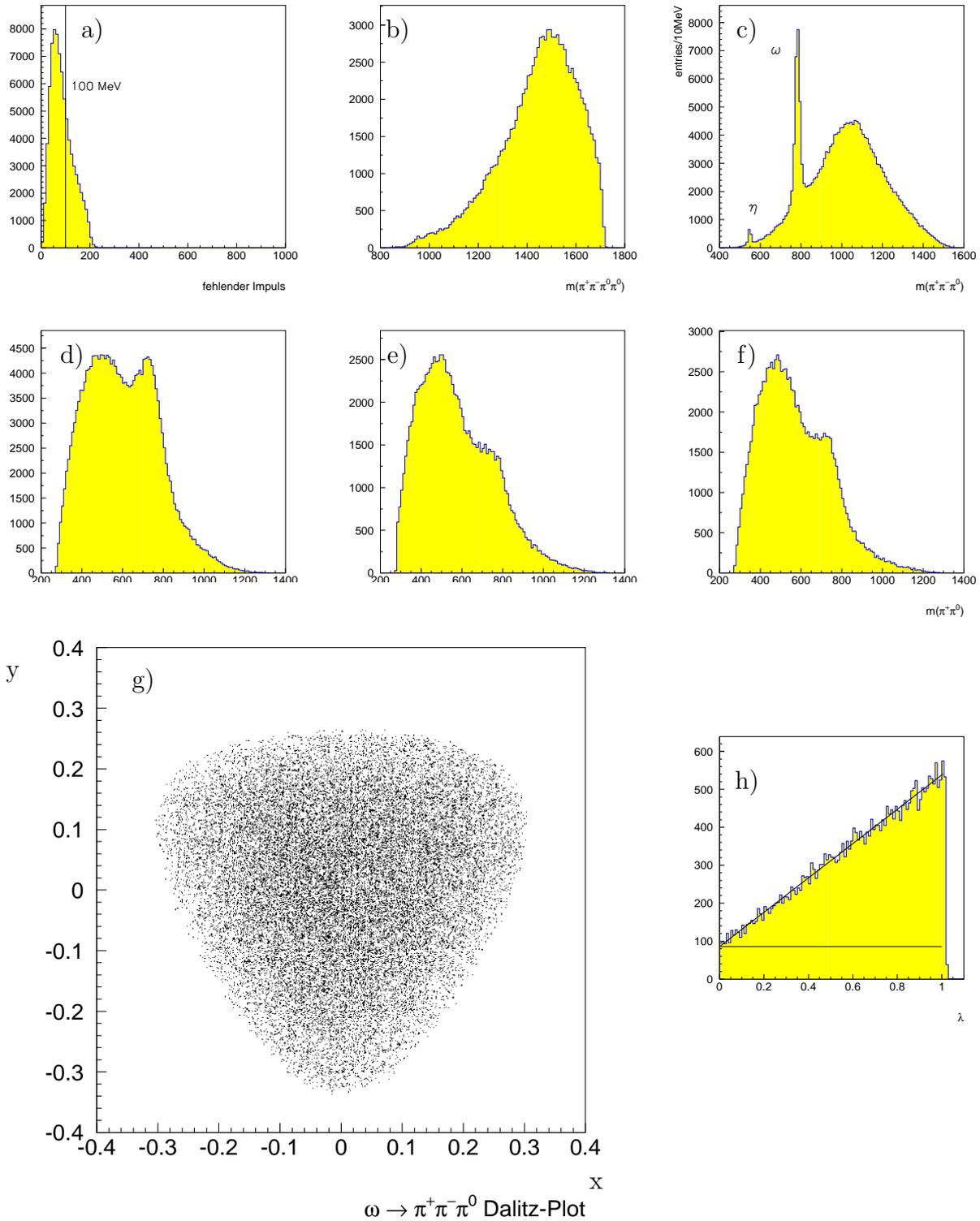


Abbildung 5.5: Die Abbildungen zeigen den Datensatz mit 51 984 Ereignissen nach erfolgreicher kinematischer Anpassung. a) fehlender Impuls, die Linie markiert den Schnitt auf höchstens 100 MeV für das Zuschauerproton; b)  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  invariante Masse; c)  $\pi^+\pi^-\pi^0$  invariante Masse (4 Einträge pro Ereignis); d)  $\pi^-\pi^0$  invariante Masse (4 Einträge pro Ereignis); e)  $\pi^+\pi^-$  invariante Masse; f)  $\pi^+\pi^0$  invariante Masse; g) Dalitz-Plots für  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  und h)  $\lambda$ -Verteilung.

# Kapitel 6

## Die Akzeptanzstudie

Ein detailliertes Verständnis der rekonstruierten Rohdaten erfordert eine spezielle Akzeptanzstudie für jeden untersuchten Kanal. Es gibt kinematische Konstellationen, die aufgrund der Geometrie des Crystal Barrel Detektors bevorzugt rekonstruiert werden. Eine Anhäufung solcher Ereignisse oder auch eine Unterdrückung anderer wird nicht durch die Dynamik des Annihilationsprozesses hervorgerufen. Daher muß dies bei der Analyse der Daten berücksichtigt werden.

### 6.1 Die Monte Carlo generierten Ereignisse

Die Studie der Detektorakzeptanz mit Hilfe von Monte Carlo generierten Ereignissen ist ein in der Teilchenphysik etablierter Weg. Dazu werden alle Komponenten des Detektors mit ihrer Geometrie und ihren Materialeigenschaften im Rahmen des Simulationsprogramms CBGEANT [53] definiert. Dieses Werkzeug basiert auf dem am CERN entwickelten Programmpaket GEANT [54]. Das Programm generiert einen vorgegebenen Annihilationsprozeß

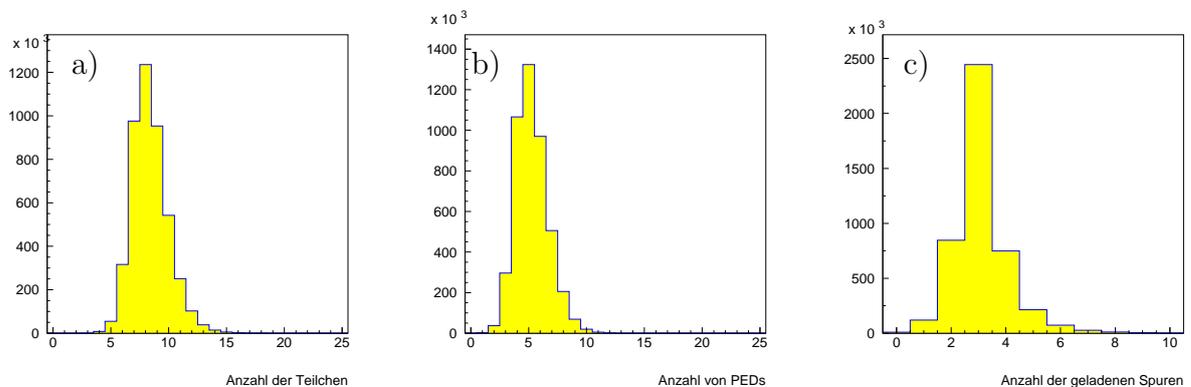


Abbildung 6.1: Die Histogramme zeigen die Verteilungen der a) Teilchenanzahl pro Ereignis; b) Anzahl der PEDs pro Ereignis und c) Anzahl der geladenen Spuren pro Ereignis.

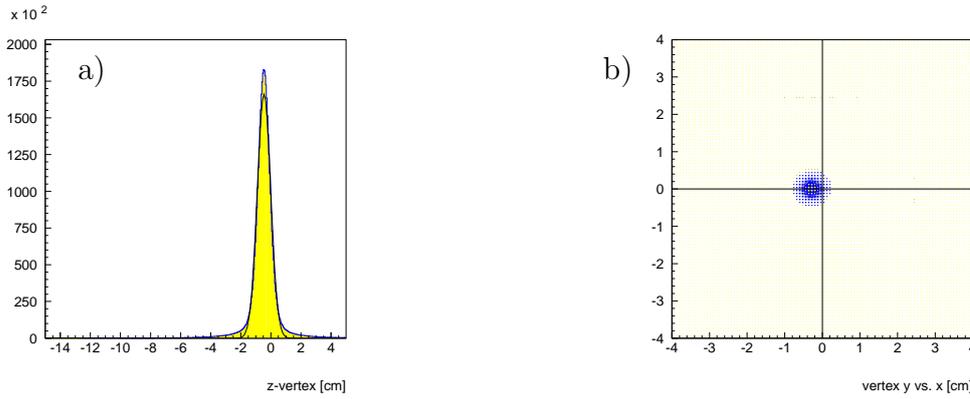


Abbildung 6.2: Vertexverteilung der geladenen Spuren. a)  $z$ -Verteilung; b) Verteilung in der  $x$ - $y$  Ebene. Man erkennt eine Abweichung des Primärvertex vom Ursprung des Koordinatensystems.

im Target und verfolgt die weitere Entwicklung der Zerfallsteilchen in den verschiedenen Detektorkomponenten. Eine Dynamik liegt dem Zerfallsprozeß nicht zugrunde, alle Ereignisse werden phasenraumverteilt produziert. Im Dreikörperzerfall zeigt sich das sehr anschaulich anhand eines flachverteilten Dalitz-Plots.

Die Wechselwirkungen der Zerfallsteilchen mit den einzelnen Detektorkomponenten werden simuliert und in gleicher Form wie die realen Ereignisse abgespeichert. Der so gewonnene Datensatz unterscheidet sich nur dadurch von den gemessenen Daten, daß zusätzlich zu jedem Ereignis die Information des simulierten Produktionsprozesses vorhanden ist. Die Monte Carlo generierten Daten werden der gleichen Rekonstruktion und Selektion wie die Rohdaten unterzogen. Als Ergebnis erhält man den mit der Detektorakzeptanz gewichteten Phasenraum für den simulierten Kanal.

Es wurden 4 501 241 Ereignisse des Typs  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0p_{\text{spectator}}$  generiert. Da die neutralen Pionen zu 98.802% in  $\gamma\gamma$  zerfallen, werden bei der richtigen Rekonstruktion sieben Teilchen detektiert. Die Spektren in Abbildung 6.1 zeigen ein Maximum für fünf  $\gamma$  im Endzustand. Da es sich hier um die Rekonstruktion aller Ereignisse handelt, ist hier noch keine Korrektur auf Split-off Einträge vorgenommen worden. Für die geladenen Spuren ergibt sich wie erwartet ein deutliches Maximum bei drei. Das Spektrum für die Gesamtanzahl der rekonstruierten Teilchen hat ein verschobenes Maximum bei acht rekonstruierten Teilchen pro Ereignis.

geladene Spuren				Photonen		
$1/P_{xy}$	$\Psi$	$\alpha$	$\lambda$	$\sigma_E/\sqrt{E}$	$\theta$	$\phi$
$\frac{1}{84\,000}$	0.5	0.5	0.5	1.25	1.25	1.0

Tabelle 6.1: Korrekturwerte zur Adjustierung der Pulls für die Monte Carlo Daten. Die Bedeutung der einzelnen Parameter wird in Abschnitt 4.4 diskutiert.

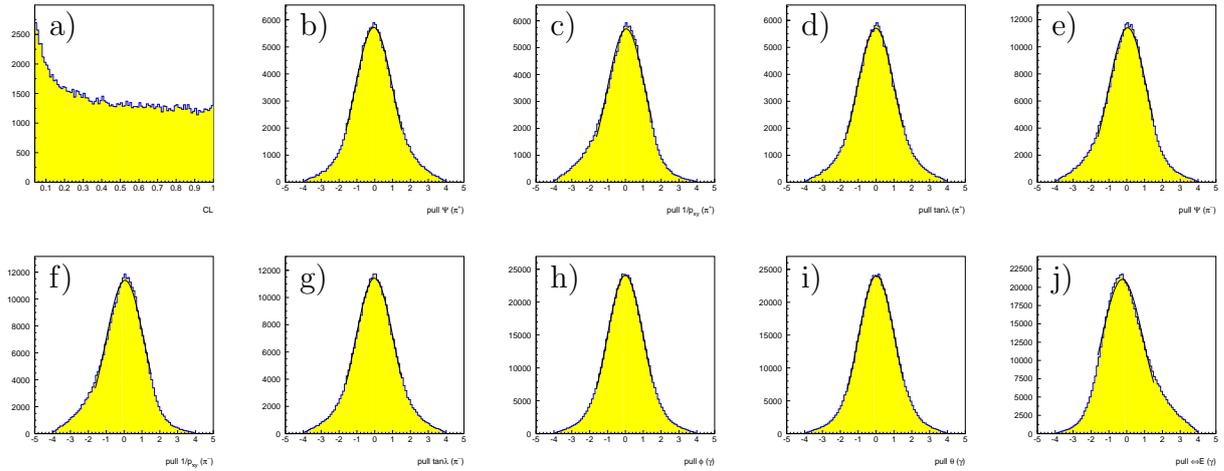


Abbildung 6.3: Kinematische Anpassung der Monte Carlo Ereignisse nach Hypothese  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0p_{\text{spectator}}$ . a) Konfidenzniveauverteilung und Pulls für die Parameter der geladenen Spuren:  $\pi^+$ : b)  $\Psi$ , c)  $1/P_{xy}$ , d)  $\tan \lambda$ ;  $\pi^-$ : e)  $\Psi$ , f)  $1/P_{xy}$ , g)  $\tan \lambda$ ; Pulls für die Parameter der Photonen: h)  $\phi$ , i)  $\theta$ , j)  $\sqrt{E}$ .

## 6.2 Die Ereignisrekonstruktion

Die bei der Rekonstruktion der Rohdaten gewonnenen Werte für die Verschiebung des Anihilationsvertex relativ zum Ursprung des Detektorkoordinatensystems wurden bei der Produktion der Monte Carlo Ereignisse berücksichtigt (vergleiche Abb. 5.1 für die Rohdaten und Abb. 6.2 für die Monte Carlo Ereignisse). Die Verteilungen der Pulls der kinematischen Anpassung sind in Abbildung 6.3 dargestellt. Die Korrekturwerte unterscheiden sich von denen der realen Daten und sind in Tabelle 6.1 gelistet.

Der generierte Impuls des Zuschauerprotons erfolgt nach der Verteilung in Abbildung 3.2. Das Ergebnis der Rekonstruktion in Abbildung 6.4a) zeigt ein ähnliches Verhalten wie die Rekonstruktion der realen Daten in Abbildung 5.5a). In den Abbildungen b) bis f) sind keine Strukturen aufgrund von Resonanzen wie dem  $\omega$  oder dem  $\rho(770)$  vorhanden.

Die Abbildung 6.5 zeigt den Einfluß der Detektorakzeptanz sehr deutlich. Diese wird durch die nicht-sensitiven Bereiche des Kalorimeters im Bereich nahe der Strahlachse bestimmt

Monte Carlo generierte Ereignisse	4 501 241
3-Spuren und $4\gamma$ ; $ E - 1876 \text{ MeV}  < 150 \text{ MeV}$ und $ \vec{p}  < 150 \text{ MeV}$	305 076
kinematische Anpassung $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\gamma\gamma\gamma p_{\text{spectator}}$ (1C)	
$CL > 10\%$	1 486 000
kinematische Anpassung $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$ (3C)	
$CL > 10\%$	123 042
Proton Impuls $ \vec{p}  < 100 \text{ MeV}$	85 665

Tabelle 6.2: Zusammenfassung der Selektion der Monte Carlo generierten Ereignisse.

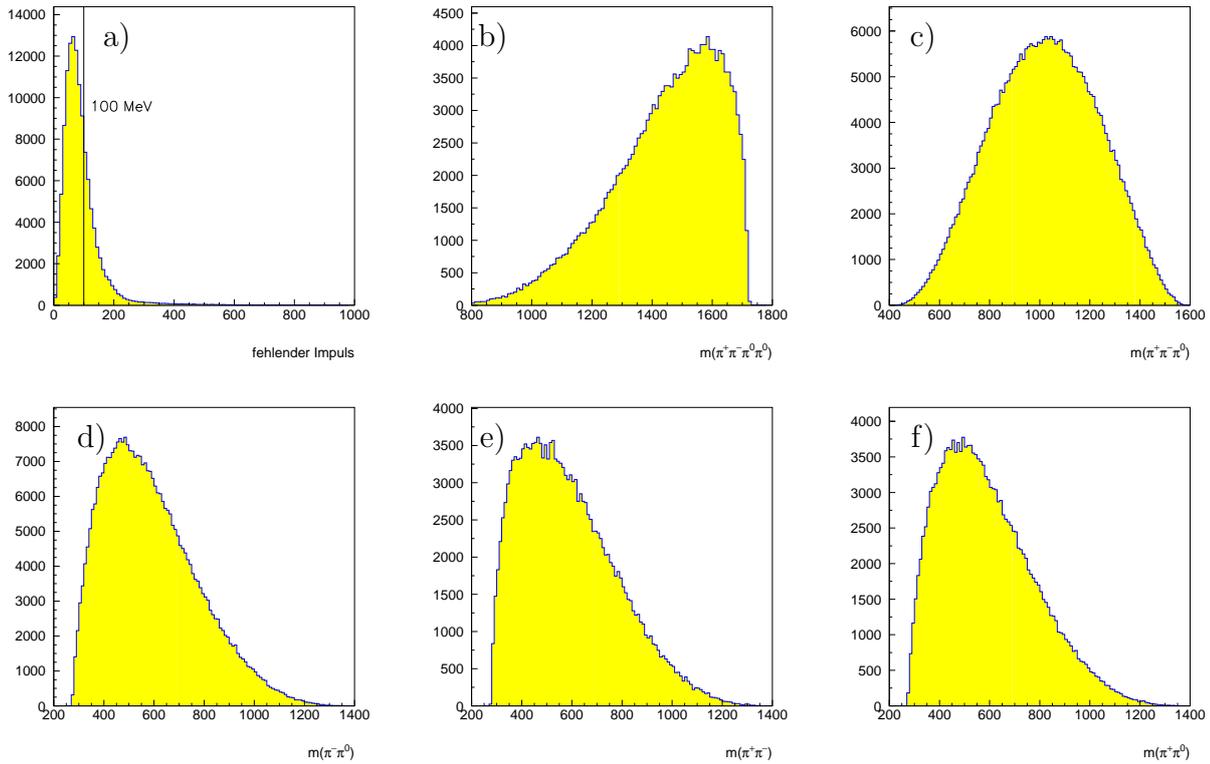


Abbildung 6.4: Die Abbildungen zeigen den Monte Carlo Datensatz mit 85 665 Ereignissen nach erfolgreicher kinematischer Anpassung. a) fehlender Impuls, die Linie markiert den Schnitt auf höchstens 100 MeV für das Zuschauerproton; b)  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  invariante Masse; c)  $\pi^+\pi^-\pi^0$  invariante Masse (4 Einträge pro Ereignis); d)  $\pi^-\pi^0$  invariante Masse (4 Einträge pro Ereignis); e)  $\pi^+\pi^-$  invariante Masse; f)  $\pi^+\pi^0$  invariante Masse.

(siehe Abb. 4.5a)). Die  $\cos\theta$ -Verteilung für die Produktion einer Resonanz und eines rückstoßenden Pions weist für Winkel nahe der Strahlachse Akzeptanzminima aus, wohingegen der mittlere Bereich weitgehend flach verteilt ist. In  $\phi$ -Richtung ist eine winkelunabhängige Akzeptanz des Detektors gewährleistet.

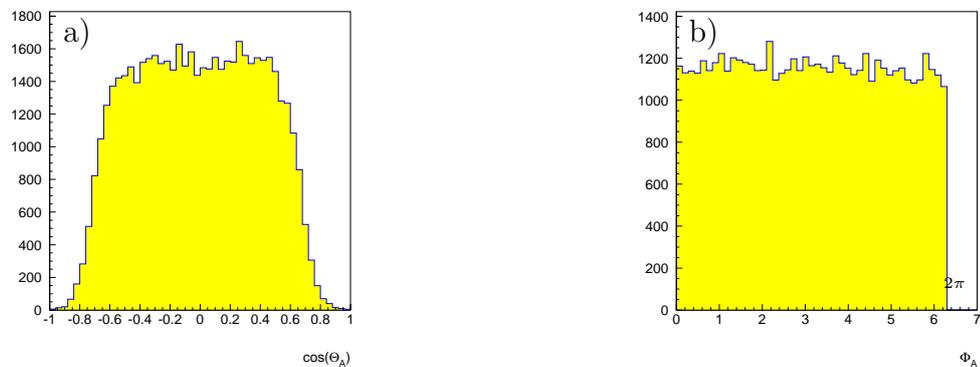


Abbildung 6.5: Akzeptanzbeispiele für die simulierte Reaktion  $\bar{p}d \rightarrow A\pi^0 p_{\text{spectator}} \rightarrow (\pi^+\pi^0)(\pi^-\pi^0)\pi^0 p_{\text{spectator}}$  mit  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ . a) zeigt die Verteilung von  $\cos\theta$ .  $\theta$  ist der Winkel zwischen der Strahlachse und der Flugrichtung des Rückstoßteilchens der eingetragenen Teilchenkombination. Da sich im Bereich nahe der Strahlachse keine sensitiven Detektorelemente befinden, nimmt die Akzeptanz dort ab (siehe auch Abb. 4.5a)). b) In polarer Richtung ist der Detektor symmetrisch aufgebaut, daher ist  $\phi$  gleichverteilt.

# Kapitel 7

## Der $\omega\pi^-\pi^0$ Datensatz und der Ansatz für eine Partialwellenanalyse

### 7.1 Der Datensatz

Für die weitere Analyse steht nun ein Datensatz mit etwa 52 000 Ereignissen der Signatur  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  zur Verfügung. Das Interesse gilt allerdings hier nur denjenigen Ereignissen, die ein  $\omega$  beinhalten, das in drei Pionen zerfallen ist. In der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$  Masse sind für jedes Ereignis vier kombinatorische Möglichkeiten in das Spektrum eingetragen (siehe Abb. 7.1). Falls ein Ereignis zum Typ  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  mit  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  gehört, befindet sich ein Eintrag im  $\omega$ -Signal, die anderen drei Einträge

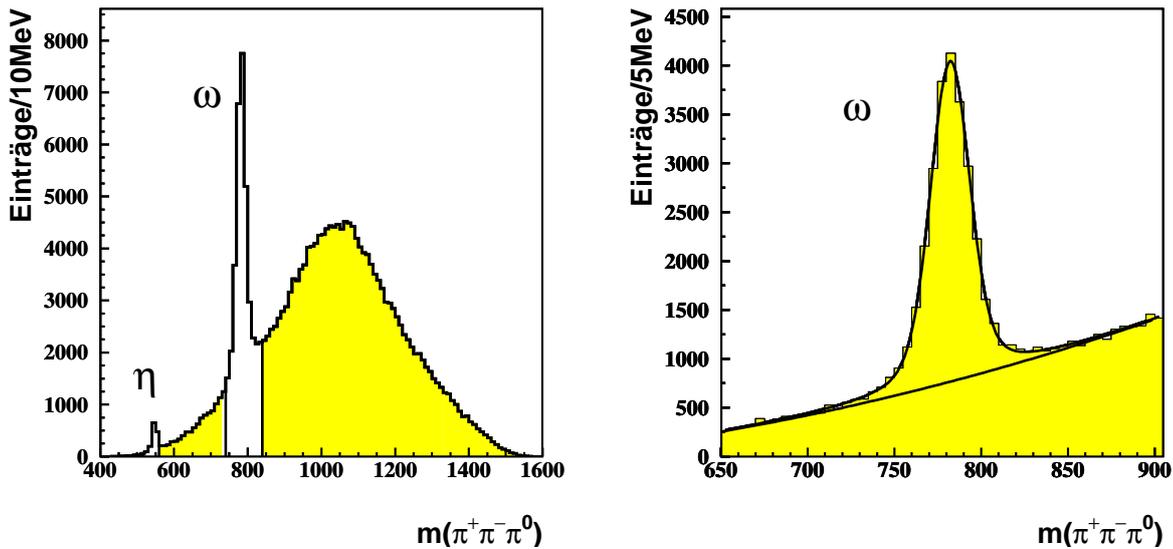


Abbildung 7.1: Invariante  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Masse mit  $\omega$ - und  $\eta$ -Signal. In einer früheren Analyse des  $5\pi$ -Endzustands wurden alle Ereignisse mit mindestens einem kombinatorischen Eintrag in Bereichen des  $\omega$ -oder  $\eta$ -Signals verworfen [55, 35, 56].

im Untergrund. Liegen mehrere Kombinationen im Bereich der  $\omega$ -Masse, dann ist es nicht möglich, die wahre Kombination zu identifizieren.

Die Anzahl der im Datensatz vorhandenen  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  Ereignisse kann allerdings bestimmt werden. Aufgrund seiner Lebensdauer hat das  $\omega$  eine Breite von 8.41 MeV. Da die Auflösung des Detektors und der Ereignisrekonstruktion etwa 10 MeV beträgt, erscheint das Signal im Spektrum verbreitert. Die Linienform einer Resonanz verhält sich wie eine Breit-Wigner Funktion, die Auflösungsfunktion wird durch eine Gaußfunktion beschrieben.

Die Linienform der gemessenen Verteilung entspricht einer Faltung einer Breit-Wigner Funktion mit einer Gaußfunktion, einer sogenannten Voigt-Funktion. Die Anpassung einer Voigt-Funktion mit zusätzlichem Untergrundpolynom an das Spektrum ergibt folgende Werte:

Ereignisse im $\omega$ -Signal	$21\,492 \pm 204$
Masse	$m = (782.1 \pm 0.2) \text{ MeV}$
Resonanzbreite nach [26]	$\Gamma = 8.41 \text{ MeV}$
experimentelle Auflösung	$\sigma = (9.5 \pm 0.2) \text{ MeV}$

Dabei wurde die Breite  $\Gamma$  als fester Parameter eingesetzt. Die Masse ergibt sich in guter Übereinstimmung mit *Particle Data Group* (1998)  $m = (781.94 \pm 0.12) \text{ MeV}$  [26].

## 7.2 Das $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$ Verzweigungsverhältnis

Für die Interpretation der Ergebnisse einer Analyse ist die Kenntnis des absoluten Verzweigungsverhältnisses des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  wichtig. Dies erlaubt z.B. den Vergleich mit anderen bekannten Verzweigungsverhältnissen der auftretenden Resonanzen.

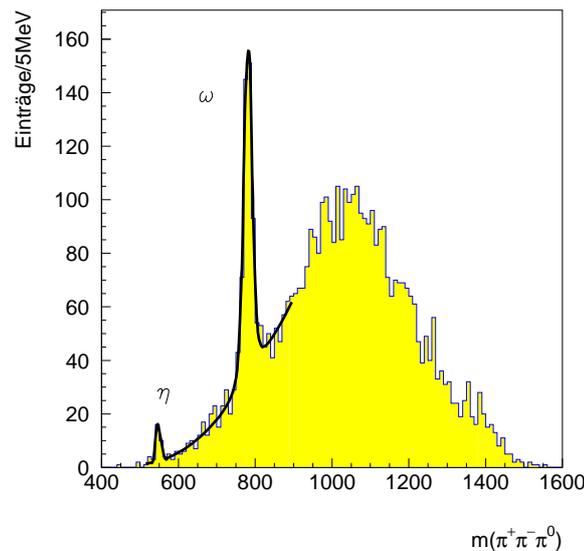


Abbildung 7.2: Invariante  $\pi^+\pi^-\pi^0$  Masse aller rekonstruierten Ereignisse des *minimum bias* getriggerten Datensatzes. An das  $\omega$ -Signal wurde eine Voigtfunktion und an das  $\eta$ -Signal eine Gaußfunktion angepaßt.

		Strahlzeit Mai 1996	MC 1	MC 2	MC 3
Ereignisse	$N$	1 293 538	4 501 241	2 014 349	1 485 535
pile-up flag		1 150 583	–	–	–
3-Spuren und $4\gamma$		7 831	263 551	113 320	65 890
kinematische Anpassung $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\gamma\gamma\gamma p_{\text{spectator}}$ (1C)					
$CL > 10\%$		3 170	148 600	65 110	35 860
Kinematische Anpassung $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$ (3C)					
$CL > 10\%$		2 069	123 000	54 300	28 250
Proton Impuls $ \vec{p}  < 100 \text{ MeV}$		1 163	85 665	37 648	19 374
Anteile nach Abbildung 7.2:					
# Ereignisse im $\omega$ -Signal	$N_\omega$	$400 \pm 35$	–	37 648	19 374
# Ereignisse im $\eta$ -Signal	$N_\eta$	$21 \pm 6$	–	–	19 374
$\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$	$N_{5\pi}$	$742 \pm 36$	85 665	–	–
Anteile am Gesamtdatensatz:					
$\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$	$\frac{N_{5\pi}}{N}$	$(5.74 \pm 0.38) \cdot 10^{-4}$	–	–	–
$\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$	$\frac{N_\omega}{N}$	$(3.09 \pm 0.27) \cdot 10^{-4}$	–	–	–
$\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$	$\frac{N_\eta}{N}$	$(1.62 \pm 0.46) \cdot 10^{-5}$	–	–	–
Effizienzbestimmung mit Monte Carlo Ereignissen: $[10^{-2}]$					
$\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$	$\epsilon_{5\pi}$	–	$1.90 \pm 0.10$	–	–
$\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$	$\epsilon_\omega$	–	–	$1.87 \pm 0.09$	–
$\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$	$\epsilon_\eta$	–	–	–	$1.30 \pm 0.65$

Tabelle 7.1: *Minimum bias* Daten und Monte Carlo generierte Ereignisse.

Monte Carlo 1:  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$

Monte Carlo 2:  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$

Monte Carlo 3:  $\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$

Die Effizienzbestimmung mit den Monte Carlo Datensätzen 1 und 2 liefert im Rahmen der Fehler ein übereinstimmendes Ergebnis. Die Effizienz des dritten Kanals hängt stark von der Impulsverteilung des Zuschauerprotons ab. Diese ist hier entsprechend dem Endzustand  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  gewählt.

Da der Bruchteil der erfolgreich aus den Rohdaten selektierten Ereignisse von der Triggerbedingung auf drei geladene Spuren abhängt, wurden während der Strahlzeit einzelne Abschnitte mit einem sogenannten *minimum bias* Trigger aufgenommen, der nur die Anihilation des in das Target gelangten Antiprotons verlangt.

Die *minimum bias* getriggerten Daten werden in gleicher Art und Weise wie die getriggerten Daten rekonstruiert, und der Bruchteil der Ereignisse bestimmt, der dem Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  angehört. Da die Effizienz der Rekonstruktion für jeden Kanal unterschiedlich ist, wird sie mit Hilfe der Monte-Carlo generierten Ereignisse bestimmt. Neben den schon bekannten Monte-Carlo Daten  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  wurde auch

der Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  mit einem phasenraumverteilten Zerfall des  $\omega$  in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  generiert.

Die Abbildung 7.2 zeigt das  $\pi^+\pi^-\pi^0$  invariante Massenspektrum der *minimum bias* Daten. Die Anzahl der Einträge in den Signalen für  $\eta$  und  $\omega$  werden jeweils durch eine Anpassung mit einer Voigtfunktion und Untergrundpolynom ermittelt. Die Ergebnisse der Rekonstruktion sind in Tabelle 7.1 zusammengefaßt.

Das Verzweigungsverhältnis ist der Bruchteil der rekonstruierten *minimum bias* getriggerten Daten des gesuchten Kanals gewichtet mit der Rekonstruktionseffizienz des jeweiligen Kanals.

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}) = \frac{N_{5\pi}}{N \epsilon_{\text{MC}} \epsilon_1} = (3.15 \pm 0.27) \cdot 10^{-2} \quad (7.1)$$

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}, \omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = (1.73 \pm 0.19) \cdot 10^{-2} \quad (7.2)$$

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}, \eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = (1.30 \pm 0.38) \cdot 10^{-3} \quad (7.3)$$

Der Faktor  $\epsilon_1 = 0.956 \pm 0.025$  trägt der Korrektur auf Ereignisse Rechnung, deren Annihilationsprozeß außerhalb des Targets stattgefunden hat (siehe Abb. 5.2a)). Die kinematische Anpassung verwirft diese Ereignisse; sie sind allerdings in der Gesamtanzahl der untersuchten Ereignisse enthalten.

Da das  $\omega$  nur zu  $(88.8 \pm 0.7)\%$  in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  und das  $\eta$  nur zu  $(23.1 \pm 0.5)\%$  in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  zerfallen [26], müssen die Verzweigungsverhältnisse aus (7.2) und (7.3) korrigiert werden.

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}) = (1.94 \pm 0.20) \cdot 10^{-2} \quad (7.4)$$

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}) = (5.64 \pm 1.64) \cdot 10^{-3} \quad (7.5)$$

Das letzte Verzweigungsverhältnis hat aufgrund der geringen Ereignisanzahl einen großen Fehler.

Bei der Bestimmung der Verzweigungsverhältnisse bei der Annihilation eines Antiprotons in einem Deuteriumtarget geht man von der Annahme aus, daß das Verhältnis näherungsweise

Kanal	Verzweigungsverhältnis	Referenz
$\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$	$(6.6 \pm 0.6) \cdot 10^{-2}$	CERN Blaskammer [36]
$\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$	$(4.60 \pm 0.45) \cdot 10^{-2}$	Columbia-BNL BC [37]
$\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$	$(6.55 \pm 0.68) \cdot 10^{-2}$ (S-Welle)	ASTERIX [38]
$\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$	$(7.05 \pm 1.05) \cdot 10^{-2}$ (P-Welle)	ASTERIX [38]
$\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^0\pi^0, \omega \rightarrow \pi^0\gamma$	$(2.00 \pm 0.21) \cdot 10^{-2}$	Crystal Barrel [39]
$\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^0\pi^0, \omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	$(2.57 \pm 0.17) \cdot 10^{-2}$	Crystal Barrel [57]

Tabelle 7.2: Andere bezugnehmende Verzweigungsverhältnisse. Das ASTERIX Experiment konnte zwischen antiprotonischem S-Wellen und P-Wellen Anfangszustand experimentell unterscheiden (BC: Blaskammer).

unabhängig vom Impuls des Zuschauereteilchens ist. Dies rechtfertigt den Schnitt auf den Zuschauerimpuls bei 100 MeV. Weiterhin ist zu beachten, daß sich das Verzweigungsverhältnis auf die Gesamtanzahl der Annihilationen am Proton und am Neutron bezieht.

Das Verzweigungsverhältnis des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  kann mit anderen Ergebnissen der Klasse  $\bar{p}N \rightarrow \omega\pi\pi$  verglichen werden. Die Tabelle 7.2 listet einige Ergebnisse von Blasenkammerexperimenten und Experimenten am LEAR.

Mit den Verzweigungsverhältnissen der Antiproton-Proton Annihilation in  $\omega\pi^+\pi^-$  und in  $\omega\pi^0\pi^0$  kann man unter der Annahme von Isospininvarianz folgende Beziehungen aufstellen:

$$BR(\bar{p}p(I = 0, 1) \rightarrow (\pi^+\pi^-)_{S,P,D}\omega) = (6.6 \pm 0.6) \cdot 10^{-2} \quad (7.6)$$

Hier treten beide Isospinzustände des  $\bar{p}p$ -Systems auf, und es werden  $\pi\pi$ -Resonanzen mit relativem Drehimpuls  $l = 0, 2$  aus  $I = 0$  und  $l = 1$  aus  $I = 1$  gebildet. Bei Annihilation in den Kanal  $\pi^0\pi^0\omega$  ist nur der  $I = 0$  Anfangszustand erlaubt:

$$BR(\bar{p}p(I = 0) \rightarrow (\pi^0\pi^0)_{S,D}\omega) = (2.3 \pm 0.3) \cdot 10^{-2} \quad (7.7)$$

Die Crystal Barrel Ergebnisse aus [39] und [57] wurden gemittelt. Der Fehler wurde so weit vergrößert, daß beide Werte mit dem Mittelwert verträglich sind.

Daraus ergibt sich für den  $I = 0$  Anteil des Kanals  $\pi^+\pi^-\omega$  ein doppelt so großes Verzweigungsverhältnis:

$$BR(\bar{p}p(I = 0) \rightarrow (\pi^+\pi^-)_{S,D}\omega) = (4.6 \pm 0.6) \cdot 10^{-2} \quad (7.8)$$

Die Differenz zwischen dem gesamten Verzweigungsverhältnis (7.6) und dem  $I = 0$  Anteil (7.8) ergibt den  $I = 1$  Anteil:

$$BR(\bar{p}p(I = 1) \rightarrow (\pi^+\pi^-)_{P}\omega) = (2.0 \pm 0.8) \cdot 10^{-2} \quad (7.9)$$

Tritt die Annihilation am Neutron auf, so ist  $I = 1$  festgelegt (siehe Gl. (3.3)). Unter Annahme der Isospininvarianz erwartet man den doppelten Wert von (7.9):

$$BR(\bar{p}n(I = 1) \rightarrow (\pi^-\pi^0)_{P}\omega) = (4.0 \pm 1.6) \cdot 10^{-2} \quad (7.10)$$

In einem Deuteriumtarget tritt wegen der Isospinsymmetrie die Annihilation in  $\omega\pi\pi$  zu gleichen Teilen am Proton oder am Neutron auf. Damit halbiert sich das erwartete Verzweigungsverhältnis für den Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$ :

$$BR(\bar{p}d(I = 1) \rightarrow (\pi^-\pi^0)_{P}\omega p_{\text{spectator}}) = (2.0 \pm 0.8) \cdot 10^{-2} \quad (7.11)$$

Dieses Ergebnis ist im Rahmen der Fehler kompatibel mit dem in dieser Arbeit bestimmten Verzweigungsverhältnis aus Gleichung (7.4). Dies bestätigt die Gültigkeit der Isospininvarianz.

Kanal	Verzweungsverhältnis	Referenz
$\bar{p}p \rightarrow \eta\pi^+\pi^-, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$(1.63 \pm 0.12) \cdot 10^{-2}$	Crystal Barrel [58]
$\bar{p}p \rightarrow \eta\pi^0\pi^0, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$(6.7 \pm 1.2) \cdot 10^{-3}$	Crystal Barrel [59]
$\bar{p}p \rightarrow \eta\pi^+\pi^-, \eta \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$	$(1.33 \pm 0.16) \cdot 10^{-2}$	Crystal Barrel [57]
$\bar{p}p \rightarrow \eta\pi^0\pi^0, \eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	$(6.5 \pm 0.72) \cdot 10^{-3}$	Crystal Barrel [57]
$\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^-\pi^0, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$(1.41 \pm 0.15) \cdot 10^{-2}$	Crystal Barrel [60]
$\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}, \eta \rightarrow \gamma\gamma$	$(6.6 \pm 0.8) \cdot 10^{-3}$	Crystal Barrel [61]

Tabelle 7.3: Weitere Verzweungsverhältnisse des Kanals  $\bar{p}N \rightarrow \eta\pi\pi$  normiert auf alle Zerfallskanäle des  $\eta$ . In [58] sind weitere Verzweungsverhältnisse für den Kanal  $\bar{p}p \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  aufgeführt; sie sind mit dem hier bestimmten Ergebnis kompatibel. Die Verzweungsverhältnisse  $\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^-\pi^0$  und  $\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  wurden mit unterschiedlichen Normierungsmethoden bestimmt und zeigen daher, daß die Annihilationsraten für  $\bar{p}n$  und  $\bar{p}p$  für ein Deuteriumtarget nahezu gleich sind.

### 7.3 Weitere Verzweungsverhältnisse

Die Betrachtung von Verzweungsverhältnissen des Typs  $\bar{p}N \rightarrow \eta\pi\pi$  ist im Zusammenhang der Isospininvarianz ebenfalls von Interesse. Das Verzweungsverhältnis für den Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  kann ebenfalls aus Daten des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  bestimmt werden, da das  $\eta$  zu  $(32.2 \pm 0.4)\%$  in  $\pi^0\pi^0\pi^0$  zerfällt [26]. Da die Methode der im vorhergehenden Abschnitt bereits diskutierten entspricht, werden hier nur die Ergebnisse wiedergegeben:

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}) = (6.71 \pm 0.55) \cdot 10^{-3} \quad (7.12)$$

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}) = (6.16 \pm 0.66) \cdot 10^{-3} \quad (7.13)$$

Das Verzweungsverhältnis ist allerdings auch direkt aus dem im Kanal  $\bar{p} \rightarrow \pi^-\pi^0\gamma\gamma p_{\text{spectator}}$  bestimmbar:

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}) = (5.96 \pm 0.39) \cdot 10^{-3} \quad (7.14)$$

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}) = (6.28 \pm 0.49) \cdot 10^{-3} \quad (7.15)$$

In einer früheren Analyse wurde

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}) = (6.8 \pm 0.7) \cdot 10^{-3} \quad (7.16)$$

mitgemessen [30]. Die Ergebnisse für das Verzweungsverhältnis  $\bar{p}d \rightarrow \eta\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  sind alle miteinander kompatibel und das Ergebnis für  $BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}})$  konnte bestätigt werden. Dies stärkt das Vertrauen in die Richtigkeit der hier bestimmten Verzweungsverhältnisse.

Tabelle 7.3 listet weitere Verzweungsverhältnisse. Mit dem Argument der Isospininvarianz kann man diese Werte nun in gleicher Art und Weise miteinander verknüpfen. Die Fehler der einzelnen Verzweungsverhältnisse sind allerdings so groß, daß eine Aussage über die Isospininvarianz nicht getroffen werden kann.

## 7.4 Ansatz für eine Partialwellenanalyse

In früheren Analysen von Zerfallskanälen der Antiproton-Proton Annihilation in  $\omega\pi^+\pi^-$  [36, 38] oder in  $\omega\pi^0\pi^0$  [39] wurde die Dynamik ermittelt, indem auf das  $\omega$ -Signal ein Massenschnitt gesetzt wurde. Nur solche Ereignisse wurden berücksichtigt, bei denen mindestens eine Kombination der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$  Masse in diesem Bereich lag. Es wurde angenommen, daß sich der Untergrund unter dem Signal genauso verhält wie die  $5\pi$ -Ereignisse an den Seiten des  $\omega$ -Signals. Der Untergrund kann auch einfach durch eine Konstante abgeschätzt werden.

Das Signal-zu-Untergrundverhältnis kann verbessert werden, indem nur solche Ereignisse zugelassen werden, bei denen  $\lambda$  größer als eine bestimmte Schwelle ist (siehe Abb. 5.5g)). Damit werden allerdings wahre  $\omega\pi\pi$ -Ereignisse verworfen und der Untergrund nicht vollständig unterdrückt [38].

Diese Verfahren haben zwei wesentliche Nachteile: Erstens sind die Ereignisse unter dem  $\omega$ -Signal nicht gleichverteilt, und zweitens wird die Information, die in der Richtung der  $\omega$ -Zerfallsebene liegt, bei der Beschreibung der Daten nicht berücksichtigt. Daher wird in dieser Arbeit ein anderer Weg beschritten: Die volle Dynamik des  $5\pi$ -Untergrunds wird gleichzeitig mit der Dynamik des  $\omega\pi\pi$ -Kanals beschrieben.

In einer vorhergehenden Arbeit wurde der Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  ausführlich untersucht [55, 35, 56]. Hier war das Ziel die Untersuchung des Zerfalls von Skalaren und Vektormesonen in verschiedene  $4\pi$ -Endzustände. Da bei dieser Analyse mögliche Beiträge des Zerfalls in  $\omega\pi \rightarrow 4\pi$  nicht betrachtet wurden, wurden alle die Ereignisse verworfen, bei denen mindestens eine Kombination der  $3\pi$  invarianten Masse im Bereich des  $\omega$ -Signals liegt. Die in Abbildung 7.1 grau unterlegte Fläche zeigt den Bereich der Daten, dessen Parametrisierung durch Partialwellen bekannt ist.

Es ist anzunehmen, daß sich die Beschreibung der Kinematik der  $5\pi$ -Ereignisse ohne Berücksichtigung von Beiträgen der Signatur  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  unter dem  $\omega$ -Signal fortsetzen läßt. Dies ist auch der Ansatz für die Durchführung einer Partialwellenanalyse. Aufgrund seiner relativ langen Lebensdauer wird das  $\omega$  als stabiles Teilchen betrachtet, das mit dem direkten Zerfallsprozeß in  $5\pi$  nicht interferiert<sup>1</sup>. Zu den bekannten Amplituden, die den  $5\pi$ -Untergrund beschreiben, werden die Intensitäten der Beiträge des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  inkohärent addiert.

$$|\mathcal{A}_{\text{total}}|^2 = |\mathcal{A}^{5\pi}|^2 + \left[ |\mathcal{A}_{1S_0}^\omega|^2 + |\mathcal{A}_{3P_0}^\omega|^2 + |\mathcal{A}_{3P_1}^\omega|^2 + |\mathcal{A}_{3P_2}^\omega|^2 \right] \quad (7.17)$$

<sup>1</sup>Bei einem Impuls von 260 MeV legt das  $\omega$  eine mittlere Strecke von 7 fm zurück, bevor es zerfällt.

$\bar{p}n$ -Anfangszustand	$\bar{p}n \rightarrow$	Zerfallskette
$^1S_0$ $^3P_0$ $^3P_1$ $^3P_2$	$\rho(770)^-\omega$	$\rightarrow (\pi^-\pi^0)(\pi^+\pi^-\pi^0)$
$^3P_0$ $^3P_1$ $^3P_2$	$b_1(1235)\pi$	$\rightarrow (\omega\pi)\pi \rightarrow (\pi^+\pi^-\pi^0)\pi\pi$
$^1S_0$ $^3P_1$ $^3P_2$	$\rho'\pi$	$\rightarrow (\omega\pi)\pi \rightarrow (\pi^+\pi^-\pi^0)\pi\pi$

Tabelle 7.4: Alle zum Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  beitragenden Partialwellen.

Bei dieser Parametrisierung werden alle Ereignisse außer denen mit mindestens einem Eintrag im Bereich der  $\eta$ -Masse berücksichtigt.

In Tabelle 7.4 sind alle zum  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  beitragenden Partialwellen und deren erlaubte Anfangszustände des  $\bar{p}n$ -Systems gelistet. Später wird dies ausführlicher diskutiert werden. In den folgenden Kapiteln wird zunächst die Technik der Partialwellenanalyse allgemein diskutiert, bevor genauer auf die Umsetzung des vorgestellten Ansatzes eingegangen wird.

# Kapitel 8

## Die Technik der Partialwellenanalyse

Im folgenden wird die Partialwellenanalyse des  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  Endzustands beschrieben. Mittels dieser Analyse sollte es möglich sein, die Zerfälle von  $\rho'$ -Zuständen in  $\omega\pi$  und auch andere Resonanzen wie das  $b_1(1235)$  zu untersuchen.

Die Partialwellenanalyse wird in diesem Kapitel zunächst allgemein eingeführt. Besonderheiten, die sich bei der Untersuchung des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  mit  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  ergeben, werden im nächsten Kapitel diskutiert.

### 8.1 Die theoretische Amplitude

Der Übergang eines Antiproton–Nukleon Systems in einen aus mehreren Mesonen bestehenden Endzustand findet nicht direkt statt. Dies ist auch in den Abweichungen zwischen den invarianten Massenspektren der realen Daten gegenüber den phasenraumverteilten Monte Carlo Ereignissen sichtbar (siehe Abb. 5.5 und 6.4). Ein bisher erfolgreich eingesetzter Ansatz ist die Beschreibung des Prozesses durch ein Isobarenmodell, welches die Antiproton–Nukleon Annihilation als Folge sukzessiver Zweikörperzerfälle beschreibt.

Für den Kanal

$$\bar{p}n \rightarrow \pi_1^+ \pi_2^- \pi_3^- \pi_4^0 \pi_5^0 \quad (8.1)$$

sind innerhalb dieses Modells drei voneinander unabhängige Zerfallsketten möglich. So kann  $\bar{p}n$  in eine Resonanz  $A$  und ein rückstoßendes  $\pi$  annihilieren. Der resonante Zustand zerfällt nun wiederum über Zweikörperzerfälle:

$$\begin{array}{l} \bar{p}n \rightarrow A_{4\pi} \pi \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad B_{2\pi} \quad C_{2\pi} \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \pi \pi \quad \pi \pi \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \pi \pi \end{array} \quad (8.2)$$

$$\bar{p}n \xrightarrow{A_{4\pi}} (14, 54, -6) \xrightarrow{14.5, -10} (22.5, -10) \xrightarrow{(22, -10.2)} (22.5, -10) \xrightarrow{(22, -9.8)} B_{3\pi} \pi \quad (8.3)$$

$$\bar{p}n \rightarrow A_{3\pi} \begin{cases} C_{2\pi} \rightarrow \pi \pi \\ B_{2\pi} \pi \rightarrow \pi \pi \end{cases} \quad (8.4)$$

Diese drei Zerfallsketten werden in Abbildung 8.1 verdeutlicht. Die Impulsvektoren der beiden Teilchen des ersten Zweikörperzerfalls liegen auf einer Geraden. Bei einem Anihilationsprozeß in Ruhe gilt dies auch für das Laborsystem. Die nachfolgenden Zweikörperzerfälle liegen im Schwerpunktsystem der jeweiligen Resonanzen ebenfalls auf einer Geraden. Die Flugrichtung der Resonanz ist allerdings eine ausgezeichnete Richtung (Quantisierungsachse), zu der eine Winkelverteilung der Zerfallsteilchen bestimmt werden kann.

Die Technik der Partialwellenanalyse erlaubt mit Hilfe der Zerfallswinkelverteilungen, den Spin und die Parität der intermediären Resonanzen zu bestimmen. Je größer die Anzahl der beteiligten Resonanzen und Endzustandsmesonen ist, desto schwieriger wird diese Aufgabe. Für Datensätze mit nur drei Teilchen im Endzustand kann die Winkelverteilung der Resonanzen im Zemach-Formalismus beschrieben werden. Ein einfach zu bedienendes Werkzeug zur Partialwellenanalyse von Datensätzen mit drei pseudoskalaren Teilchen im Endzustand wurde in der Bonner Arbeitsgruppe entwickelt [62].

Die Analyse von Fünfkörperendzuständen ist komplizierter und erfordert einen anderen Ansatz. Die Zerfallswinkelverteilung wird im Helizitätsformalismus beschrieben, der sich zur Handhabung von Vielteilchenendzuständen besser eignet. Außerdem wird er bei der Analyse

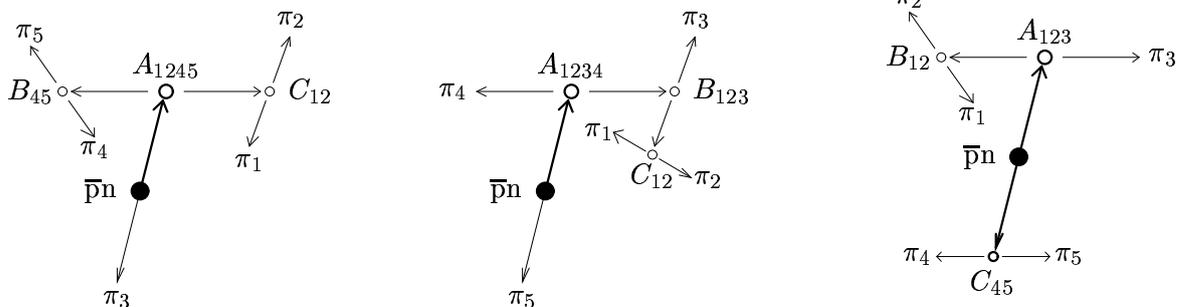


Abbildung 8.1: Drei voneinander unabhängige Zerfallsketten eines Fünfkörperendzustands im Isobarenmodell.

der  $\bar{p}p$ -Annihilation im Fluge eingesetzt, da hier durch den Impuls des Antiprotons eine erste Quantisierungsachse vorgegeben ist.

Die Intensität, d.h. die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen einer bestimmten kinematischen Konstellation, wird durch das Quadrat der Übergangsamplitude beschrieben:

$$|\mathcal{A}_{\text{total}}|^2 = a \cdot |\mathcal{A}_1|^2 + (1 - a) \cdot |\mathcal{A}_2|^2 \quad (8.5)$$

$\mathcal{A}_1$  und  $\mathcal{A}_2$  bezeichnen die Beiträge zweier unterschiedlicher antiprotonischer Anfangszustände. Sie werden inkohärent addiert, wobei der Koeffizient  $a$  die Normierung der Amplitude sicherstellt. Bei Hinzunahme weiterer Anfangszustände ist die Formel entsprechend zu erweitern. Der folgende Unterabschnitt beschreibt die Parametrisierung der Amplitude  $\mathcal{A}$ .

### 8.1.1 Der dynamische Anteil

Alle in der letzten Zeit durchgeführten Partialwellenanalysen von Dreiteilchenendzuständen wurden innerhalb des sehr erfolgreichen  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus durchgeführt [63]. Dieser Formalismus stellt die Unitaritätsbedingung (Erhaltung der Wahrscheinlichkeit) im Gegensatz zu der Parametrisierung durch Breit-Wigner Funktionen auch für eng beieinander liegende Resonanzen (Pole) sicher.

Der  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus sieht den Zerfall einer Resonanz in verschiedene Zweikörperendzustände sowie Mehrkörperzustände nicht vor. So zerfällt z.B. das  $f_0$  ( $J^{PC} = 0^{++}$ ) in die Zweikörperendzustände  $\pi\pi$ ,  $\eta\eta$  und  $K\bar{K}$ . Die Endzustände  $\sigma\sigma$ ,  $\rho\rho$  und  $\pi^*\pi$  zerfallen alle in die gleichen Pionen des Vierkörperendzustands.

In dieser Arbeit wird der dynamische Anteil der Amplituden als Produkt des die Produktion und den Zerfall der ersten Resonanz beschreibenden  $\hat{F}'$ -Vektors und der die Zerfälle der nachfolgenden Resonanzen beschreibenden jeweiligen  $\hat{T}'$ -Matrix parametrisiert.

$$\mathcal{A} = \hat{F}' \hat{T}'_1 \hat{T}'_2 \quad (8.6)$$

Die expliziten Formeln für  $\hat{F}'$  und  $\hat{T}'$  sind vom  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus abgeleitet. Für den Zerfall einer Resonanz in zwei offene Kanäle hat der  $\hat{F}'$ -Vektor folgende Form:

$$\hat{F}'(m) = \frac{m_0 \sqrt{\Gamma_0}}{m_0^2 - m^2 - im_0 \left( \frac{\rho_1(m)}{\rho_1(m_0)} \Gamma_1 B_{L_1}^2 + \frac{\rho_2(m)}{\rho_2(m_0)} \Gamma_2 B_{L_2}^2 \right)} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\Gamma_1}{\rho_1(m_0)}} B_{L_1} \\ \sqrt{\frac{\Gamma_2}{\rho_2(m_0)}} B_{L_2} \end{pmatrix} \quad (8.7)$$

$m_0$  bezeichnet die Resonanzpole, also die Massen der intermediären Resonanzen und  $\Gamma_0$  ihre totale Breite. Die Partialbreite eines Zerfalls in verschiedene Kanäle ist  $\Gamma_i$ . Falls mehr als zwei Zerfallskanäle auftreten, werden Zähler und Nenner entsprechend erweitert.

Der Phasenraumfaktor  $\rho^0$  des Zerfalls einer Resonanz  $A$  in  $B$  und  $C$  ist wie folgt parametrisiert:

$$\rho(m) = \sqrt{\left[ 1 - \left( \frac{m_B + m_C}{m} \right)^2 \right] \left[ 1 - \left( \frac{m_B - m_C}{m} \right)^2 \right]} \quad (8.8)$$

Die Massen  $m_B$  und  $m_C$  sind die Summen der Massen der Endzustandsteilchen im jeweiligen Zerfallszweig.

Für breite Resonanzen ist die Zentrifugalbarriere eine Funktion des Zerfallsimpulses

$$q_i(m) = \frac{\rho_i(m) m}{2} \quad (8.9)$$

im Kanal  $i$ . Die Barrierefaktoren  $B_{\alpha i}^l(q, q_0)$  berücksichtigen diese Impulsabhängigkeit. Sie sind Verhältnisse der Zentrifugalbarrierefaktoren für einen gegebenen Zerfallsimpuls  $q$  zu dem Zerfallsimpuls  $q_0$  an der Position des Resonanzmaximums. Natürlich hängt das Verhältnis vom orbitalen Drehimpuls  $L$  des Di-Meson Systems ab.

$$B_{\alpha i}^L(q, q_0) = \frac{F_L(q)}{F_L(q_0)} \quad (8.10)$$

Die Blatt-Weißkopf Barrierefaktoren werden mit Hilfe der Phasenraumfaktoren parametrisiert:

$$F_0(q) = 1 \quad (8.11)$$

$$F_1(q) = \sqrt{\frac{2z}{z+1}} \quad (8.12)$$

$$F_2(q) = \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2 + 9z}} \quad (8.13)$$

$$F_3(q) = \sqrt{\frac{277z^3}{z(z-15)^2 + 9(2z-5)^2}} \quad (8.14)$$

mit  $z = (q/q_R)^2$ .  $q_R$  korrespondiert zur Reichweite der starken Wechselwirkung ( $q_R = 200$  MeV).

Die  $\hat{T}$ -Matrix beschreibt den Zerfall der Tochterteilchen und ist dem  $\hat{F}$ -Vektor ähnlich:

$$\hat{T}'(m) = \frac{m_0}{m_0^2 - m^2 - im_0 \left( \frac{\rho_1(m)}{\rho_1(m_0)} \Gamma_1 B_{L_1}^2 + \frac{\rho_2(m)}{\rho_2(m_0)} \Gamma_2 B_{L_2}^2 \right)} \begin{pmatrix} \sqrt{\Gamma_0 \frac{\Gamma_1}{\rho_1(m_0)}} B_{L_1} \\ \sqrt{\Gamma_0 \frac{\Gamma_2}{\rho_2(m_0)}} B_{L_2} \end{pmatrix} \quad (8.15)$$

Für nur einen Zerfallskanal vereinfacht sich die  $\hat{T}$ -Matrix in eine einfache Breit-Wigner Funktion:

$$\hat{T}(m) = \frac{m_0 \Gamma_0 B_L^2}{m_0^2 - m^2 - im_0 \Gamma_0 \rho(m) B_L^2} \quad (8.16)$$

Die Partialbreite wird nun die totale Breite  $\Gamma_0$  des zerfallenden Teilchens.

Zerfällt eine Resonanz über verschiedene Zerfallsketten, so wird die Amplitude wie folgt geschrieben:

$$\mathcal{A}_k = \sum_j^{\text{Zerfallsketten}} \hat{F}_{A_j} \hat{T}_{B_j} \hat{T}_{C_j} \mathcal{H}_j B_{L_k} \quad (8.17)$$

Zerfall	$ I, I_3\rangle$
$\bar{p}n \rightarrow f_0\pi^-$	$ 1, -1\rangle =  0, 0\rangle  1, -1\rangle$
$f_0 \rightarrow \pi^*\pi$	$ 0, 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}( 1, 1\rangle 1, -1\rangle -  1, 0\rangle 1, 0\rangle +  1, -1\rangle 1, +1\rangle)$ $= \sqrt{\frac{1}{3}}(\pi^{*+}\pi^- - \pi^{*0}\pi^0 + \pi^{*-}\pi^+)$
$\pi^{*+} \rightarrow \rho\pi$	$ 1, 1\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}( 1, 1\rangle 1, 0\rangle -  1, 0\rangle 1, 1\rangle)$ $= \sqrt{\frac{1}{2}}(\rho^+\pi^0 - \rho^0\pi^+)$
$\pi^{*0} \rightarrow \rho\pi$	$ 1, 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(\rho^+\pi^- - \rho^-\pi^+)$
$\pi^{*-} \rightarrow \rho\pi$	$ 1, -1\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(\rho^0\pi^- - \rho^-\pi^0)$
$\rho^+ \rightarrow \pi\pi$	$ 1, 1\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(\pi^+\pi^0 - \pi^0\pi^+)$
$\rho^0 \rightarrow \pi\pi$	$ 1, 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(\pi^+\pi^- - \pi^-\pi^+)$
$\rho^- \rightarrow \pi\pi$	$ 1, 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(\pi^0\pi^- - \pi^-\pi^0)$

Tabelle 8.1: Isospinzerlegung für Zweikörperzerfälle.

Der dynamische Anteil der Amplitude wird nun durch die Helizitätsamplitude  $\mathcal{H}_j$  erweitert. Sie beschreibt die Winkelverteilung der Teilchen einer einzelnen Zerfallskette. So erstreckt sich die Amplitude des  $f_0$  über die Zerfälle in  $\sigma\sigma$ ,  $\rho\rho$  und  $\pi^*\pi$ .  $B_{L_k}$  bezeichnet den Barrierefaktor für die Produktion der ersten Resonanz.

A priori ist die Teilchenkombination, die eine Resonanz geformt hat, nicht bekannt. Daher muß die Amplitude in Gleichung (8.17) durch die Summe über alle erlaubten Kombinationen der beteiligten Pionen ersetzt werden. Die Reihenfolge ist wichtig, da das Vorzeichen der Isospin-Clebsch-Gordan Koeffizienten  $\tau_i$  von der Position der geladenen Pionen innerhalb der Zerfallskette abhängt.

$$\mathcal{A}_k = \sum_j^{\text{Zerfallsketten}} \sum_i^{\text{Kombinationen}} \tau_i \hat{F}_{A_{ji}} \hat{T}_{B_{ji}} \hat{T}_{C_{ji}} \mathcal{H}_j B_{L_k} \quad (8.18)$$

Die beitragenden Zerfallsamplituden werden mit einer komplexen Produktionsstärke multipliziert und kohärent für jeden  $\bar{p}n$  Anfangszustand aufsummiert.

$$\mathcal{A}_{\text{ini state}} = \sum_k \beta_k \mathcal{A}_k \quad (8.19)$$

Die  $\hat{K}$ -Matrix Polstruktur der  $(\pi\pi)_S$ -Welle, dem sogenannten  $\sigma$ , ist festgelegt. Die Parameter wurden in einer Partialwellenanalyse des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$  zusammen mit Streudaten der CERN-München Gruppe bestimmt [64].

### 8.1.2 Die Isospin-Clebsch-Gordan Koeffizienten

Der im Isospinraum operierende Isospin ist eine Erhaltungsgröße der starken Wechselwirkung. Daher müssen auch die einzelnen Zerfallsketten der Isospininvarianz genügen. Am

Beispiel der Zerfallskette  $\bar{p}n \rightarrow f_0\pi \rightarrow (\pi^*\pi)\pi \rightarrow (\rho\pi)\pi\pi \rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi$  wird die Isospinzerlegung erläutert. Zunächst werden dazu die Zerlegungen der einzelnen Zweikörperzerfälle in Tabelle 8.1 betrachtet.

Um die Isospin-Clebsch-Gordan Koeffizienten der gesamten Zerfallskette zu erhalten, werden die Zerlegungen der Zweikörperzerfälle ineinander eingesetzt.

$$\begin{aligned}
|1, -1\rangle = & \frac{1}{2\sqrt{3}} \left( [\pi^+\pi^0\pi^0\pi^-]\pi^- - [\pi^0\pi^+\pi^0\pi^-]\pi^- \right. \\
& - [\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-]\pi^- + [\pi^-\pi^+\pi^+\pi^-]\pi^- \\
& - [\pi^+\pi^0\pi^-\pi^0]\pi^- + [\pi^0\pi^+\pi^-\pi^0]\pi^- \\
& + [\pi^0\pi^-\pi^+\pi^0]\pi^- - [\pi^-\pi^0\pi^+\pi^0]\pi^- \\
& + [\pi^+\pi^-\pi^-\pi^+]\pi^- - [\pi^-\pi^+\pi^-\pi^+]\pi^- \\
& \left. + [\pi^0\pi^-\pi^0\pi^+]\pi^- + [\pi^-\pi^0\pi^0\pi^+]\pi^- \right)
\end{aligned}$$

Die anderen für die Parametrisierung des  $5\pi$ -Untergrund benötigten Zerlegungen sind in [55] zu finden.

### 8.1.3 Die Helizitätsamplituden

Die Helizität  $\lambda$  eines Teilchens ist definiert als die Projektion seines Gesamtdrehimpulses  $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}$  auf seine Flugrichtung  $\vec{p}$

$$\lambda = \frac{\vec{J} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \frac{\vec{l} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} + m_S = m_S \quad \text{mit} \quad -|\vec{s}| \leq m_S \leq |\vec{s}|, \quad (8.20)$$

da der Drehimpuls  $\vec{l}$  senkrecht auf  $\vec{p}$  steht, fällt er weg.

Mit Hilfe des Helizitätsformalismus kann man die Zerfallswinkelverteilung einer Resonanz berechnen [65, 66]. Man betrachtet ein Teilchen  $A$  in seinem Ruhesystem, das in zwei stabile

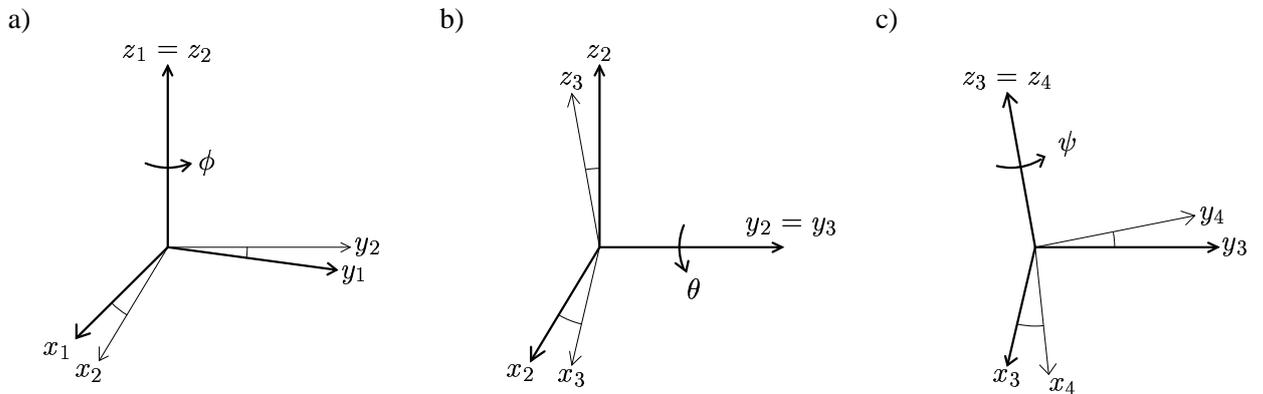


Abbildung 8.2: a) Drehung um die  $z_1$ -Achse um den Winkel  $\phi$ , die  $x_1$  in  $x_2$  überführt; b) Drehung um die  $y_2$ -Achse um den Winkel  $\theta$ , die  $z_1$  in  $z_2$  überführt; c) Drehung um die  $y_2$ -Achse um den Winkel  $\psi$ , die  $x_2$  in  $x_3$  überführt.

Teilchen  $B$  und  $C$  mit den Spins  $\vec{s}_B$  und  $\vec{s}_C$  zerfällt. Die Flugrichtung des Teilchens  $B$  wird durch sphärische Koordinaten  $\theta$  und  $\phi$  relativ zur Flugrichtung der Resonanz beschrieben. Die Helizitätszustände beziehen sich auf ein Koordinatensystem  $\Sigma_3$ , das man durch zwei aufeinanderfolgende Drehungen aus dem anfänglichen System  $\Sigma_1$  erhalten kann:

$$R(\theta, \phi) = R_{y_2}(\theta)R_{z_1}(\phi) \quad (8.21)$$

Die erste Drehung  $R_{z_1}(\phi)$  dreht das Anfangssystem  $\Sigma_1$  um die  $z_1$ -Achse um den Winkel  $\phi$  in das System  $\Sigma_2$  (siehe Abb. 8.2a)), wohingegen die zweite Drehung in das System  $\Sigma_3$  um die neue  $z_2$ -Achse um einen Winkel  $\theta$  dreht (siehe Abb. 8.2b)).

Diese zwei Drehungen sind nicht die einzig mögliche Transformation, um das System  $\Sigma_1$  in das System  $\Sigma_3$  zu überführen. Jede weitere Drehung um die  $z_3$ -Achse um einen beliebigen Winkel  $\psi$  erfüllt die Bedingung, daß  $z_3$  in Flugrichtung von Teilchen  $B$  zeigt.  $\psi$  ist der sogenannte dritte Eulerwinkel und wird willkürlich zu  $\psi = 0$  gewählt (siehe Abb. 8.2c)).

Die Drehung  $R(\theta, \phi)$  im Spinraum wird durch

$$R(\theta, \phi) = e^{i\theta J_y} e^{i\phi J_z} \quad (8.22)$$

repräsentiert, wobei die Tatsache ausgenutzt wird, daß eine Drehung um eine Achse  $\vec{n}$  durch den Drehimpulsoperator  $\vec{J} \cdot \vec{n}$  generiert wird (allgemein:  $R(\theta, \phi, \psi) = e^{\hat{n} \cdot \vec{J}} = e^{i\psi J_z} e^{i\theta J_y} e^{i\phi J_z}$ ). Dieser Ausdruck kann auch mit Hilfe der  $d$ -Funktionen in Matrixform geschrieben werden:

$$R(\theta, \phi) = D_{mm'}^J(\theta, \phi) = e^{im'\phi} d_{mm'}^J(\theta) \quad (8.23)$$

Im Koordinatensystem  $\Sigma_1$  ist der Endzustand durch

$$| |\vec{p}|, \theta, \phi, \lambda_1, \lambda_2, M \rangle_1 = D_{M\lambda}^J(-\theta, -\phi) | |\vec{p}|, \lambda_1, \lambda_2 \rangle_3 \quad \text{mit} \quad \lambda = \lambda_1 - \lambda_2 \quad (8.24)$$

gegeben. Dies ist möglich, da der Helizitätsoperator  $\lambda$  invariant ist unter Drehungen und Boost entlang der  $\vec{p}$  Richtung. Anhang B.1 faßt die expliziten Formeln für  $D_{mm'}^J(\theta, \phi)$  bis  $J \leq 2$  zusammen.

Die Übergangsamplitude des Zerfalls eines Zustands  $A$  in  $B$  und  $C$  mit Helizitäten  $\lambda_B$  und  $\lambda_C$  ist

$$\begin{aligned} f_{\lambda_1 \lambda_2, M}(\theta, \phi) &= \langle |\vec{p}|, \lambda_1, \lambda_2, M | T | M' \rangle = D_{M\lambda}^{*J}(-\theta, -\phi) \langle \lambda_1 \lambda_2 | T | M' \rangle \\ &= D_{\lambda M}^J(\theta, \phi) T_{\lambda_1 \lambda_2} = e^{iM\phi} d_{\lambda M}^J(\theta) T_{\lambda_1 \lambda_2} \end{aligned} \quad (8.25)$$

Dies ist die  $(2s_1 + 1)(2s_2 + 1) \times (2J + 1)$ -dimensionale Helizitätsamplitude. Die Winkelverteilung der Zerfallsteilchen wird durch  $D_{M\lambda}^J(\theta, \phi)$  gegeben, wohingegen die Zerfallsdynamik durch die Helizitätsmatrix  $T_{\lambda_1 \lambda_2}$  parametrisiert wird. Die allgemeine Form lautet

$$T_{\lambda_1 \lambda_2} = \sum_{ls} \alpha_{ls} \langle J \lambda | l s 0 \lambda \rangle \langle s \lambda | s_1 s_2 \lambda_1 - \lambda_2 \rangle \quad (8.26)$$

wobei mit  $l$  und  $s$  die relativen Drehimpulse und Spin der Zerfallsteilchen  $A$  und  $B$  bezeichnet werden. Die  $\alpha_{ls}$  bezeichnen unbekannte Parameter, der die relativen Kopplungsstärken für die verschiedenen  $(l, s)$ -Beiträge beschreiben. Ihre Größen werden mit Hilfe einer Partialwellenanalyse bestimmt. Die Klammern entsprechen den Clebsch-Gordan

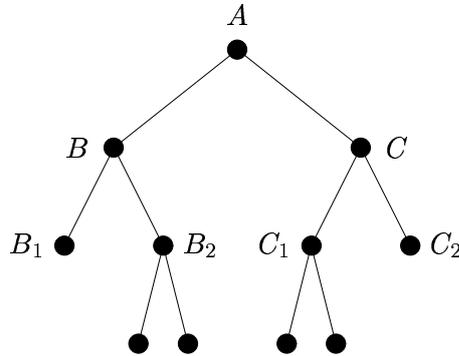


Abbildung 8.3: Eine Vielteilchen-Zerfallskette.

Koeffizienten der Vektorkopplungen  $\vec{J} = \vec{l} + \vec{s}$  und  $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$  der entsprechenden  $\lambda_i$  und  $\lambda_j$ . Die Summe erstreckt sich über alle durch die Erhaltung von Gesamtspin  $J$ , Parität  $P$  und  $C$ -Parität erlaubten Kombinationen von  $l$  und  $s$ .

Zu Beginn dieses Abschnitts wurden drei verschiedene Zerfallsketten des Fünfkörperendzustands diskutiert. Allerdings muß daraus eine einzige Übergangsamplitude abgeleitet werden, die alle möglichen sukzessiven Zweikörperzerfälle beschreibt. Der Anfangszustand  $A$  zerfällt in Teilchen  $B$  und  $C$ , die wiederum in  $B_1, B_2$  und  $C_1, C_2$  usw. zerfallen (siehe Abb. 8.3). Diese Funktion repräsentiert die in Gleichung (8.17) eingeführte Helizitätsamplitude.

$$f_T = [f(B) \otimes f(C)] \cdot f(A) \quad (8.27)$$

Das Symbol  $\otimes$  bezeichnet das äußere Produkt.  $f(B)$  und  $f(C)$  selbst werden wiederum in gleicher Art und Weise wie  $f_T$  in Gleichung (8.25) geschrieben.

Für alle Zerfallsketten kann nun die totale Übergangsamplitude abgeleitet werden. Als Beispiel wird dies für die  $\bar{p}n$ -Annihilation aus dem  $J^P = 0^-$  Anfangszustand gezeigt (siehe Zerfallskette 8.2).

$$\bar{p}n \rightarrow (f_2\pi^-)_{l=2} \rightarrow (\rho\rho)_{l=0,2} \pi^- \rightarrow (\pi\pi)_{l=1} (\pi\pi)_{l=1} \pi^- \quad (8.28)$$

Die totale Übergangsamplitude (8.27) ist gegeben durch

$$f_T = [f(\rho_1 \rightarrow \pi\pi) \otimes f(\rho_2 \rightarrow \pi\pi)] \cdot f(f_2 \rightarrow \rho_1\rho_2) \cdot f(\bar{p}n \rightarrow f_2\pi) \quad (8.29)$$

Der Gesamtspin für den Zweikörperzerfall  $\rho \rightarrow \pi\pi$  beträgt  $J = 1$ , der Spin jedes  $\pi$  ist  $s = s_1 = s_2 = 0$ . Daher betragen die Helizitätszustände  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 0$ .

$$T_{0,0} = \langle 10 | 1000 \rangle \langle 00 | 0000 \rangle = 1 \quad (8.30)$$

$$f_{00,M} = \left( D_{01}^1(\theta_\rho, \phi_\rho) \quad D_{00}^1(\theta_\rho, \phi_\rho) \quad D_{0-1}^1(\theta_\rho, \phi_\rho) \right) = \left( e^{i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \quad \cos\theta \quad -e^{-i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \right) \quad (8.31)$$

Für  $f_2 \rightarrow \rho\rho$  lautet die Amplitude ( $J = 2, s_1 = s_2 = 1 \Rightarrow l = 0, s = 2$  und  $l = 2, s = 0$ ):

$$T_{\lambda_1, \lambda_2} = \alpha_{02} \langle 2\lambda | 020\lambda \rangle \langle 2\lambda | 11\lambda_1 - \lambda_2 \rangle + \alpha_{20} \langle 2\lambda | 200\lambda \rangle \langle 0\lambda | 11\lambda_1 - \lambda_2 \rangle \quad (8.32)$$

Für den Fall  $l = 2$  werden die Kombinationen mit  $s = 1$  und  $s = 2$  nicht berücksichtigt. Es ist eine starke Unterdrückung aufgrund von Drehimpulsbarrieren zu erwarten, die mit der vorhandenen Statistik nicht aufgelöst werden kann.

$$f_{\lambda_1 \lambda_2, M} = \begin{pmatrix} \left( \sqrt{\frac{1}{6}}\alpha_{02} + \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \\ \sqrt{\frac{1}{2}}\alpha_{02} \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \right) \\ \alpha_{02} \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta_{f_2} \\ \sqrt{\frac{1}{2}}\alpha_{02} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \\ \left( \sqrt{\frac{2}{3}}\alpha_{02} - \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \\ \sqrt{\frac{1}{2}}\alpha_{02} \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \right) \\ \alpha_{02} \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta_{f_2} \\ \sqrt{\frac{1}{2}}\alpha_{02} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \\ \left( \sqrt{\frac{1}{6}}\alpha_{02} + \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \end{pmatrix} \quad (8.33)$$

Und schließlich folgt für den Produktionsprozeß:  $\bar{p}n \rightarrow f_2\pi$  ( $J = 0, s_1 = 2, s_2 = 0 \Rightarrow l = 2$  und  $s = 2$ ):

$$T_{\lambda_1, 0} = \langle 00 | 2200 \rangle \langle 20 | 20\lambda_1 0 \rangle = \sqrt{\frac{1}{5}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$f_{\lambda_1 0, M}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{1}{5}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ D_{00}^0(\theta, \phi) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{1}{5}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Nun kann die totale Übergangsamplitude  $f_T$  in Gleichung (8.29) zusammengesetzt werden:

$$f_T = \sqrt{\frac{1}{5}} \left( \sin \theta_{\rho_1} \sin \theta_{\rho_2} \left( \cos(\phi_{\rho_1} + \phi_{\rho_2}) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \left( \sqrt{\frac{1}{6}}\alpha_{02} + \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \right. \right. \quad (8.34)$$

$$\left. \left. - \cos(\phi_{\rho_1} - \phi_{\rho_2}) \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta_{f_2} \alpha_{02} \right) \right.$$

$$\left. - \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} (\cos \phi_{\rho_1} \sin \theta_{\rho_1} \cos \theta_{\rho_2} - \cos \theta_{\rho_1} \cos \phi_{\rho_2} \sin \theta_{\rho_2}) \alpha_{02} \right.$$

$$\left. + \cos \theta_{\rho_1} \cos \theta_{\rho_2} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \left( \sqrt{\frac{2}{3}}\alpha_{02} - \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \right)$$

Alle in dieser Arbeit für den Fünfkörperzerfall benötigten Amplituden sind in Anhang B aufgeführt .

Es ist zu beachten, daß alle Zerfallswinkel im Ruhesystem der zerfallenden Resonanz definiert sind. Da die Vierervektoren aller fünf Teilchen eines Ereignisses im Laborsystem gemessen wurden, müssen die Zerfallswinkel  $\theta$  und  $\phi$  in den jeweiligen Ruhesystemen der zerfallenden Resonanzen berechnet werden. Das Koordinatensystem, in dem die gemessenen Vierervektoren definiert sind, wird zunächst so gedreht, daß die neue  $z$ -Achse in Flugrichtung eines der Zerfallsteilchen zeigt (siehe Abb. 8.2a) und b)). Da jede zusätzliche Drehung um die neue  $z_3$ -Achse diese Bedingung ebenfalls erfüllt, wurde  $\psi = 0$  willkürlich gewählt (siehe Abb. 8.2a)). Schließlich erfolgt noch der Lorentz-Boost in  $z_3$ -Richtung.

$$p_3 = L(\beta_{\text{lab}}) R_{z_3}(\psi_{\text{lab}}) R_{y_2}(\theta_{\text{lab}}) R_{z_1}(\phi_{\text{lab}}) p_{\text{lab}} \quad (8.35)$$

Zur Definition der Winkel siehe Abbildung 8.2. Der Vierervektor  $p_3$  ist im Ruhesystem der zerfallenden Resonanz definiert. Die Drehmatritzen lauten

$$R_z(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.36)$$

und der Lorentzboost

$$L(\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\gamma|\beta| \\ 0 & 0 & -\gamma|\beta| & \gamma \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-|\beta|^2}} \quad \text{und} \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{p}}{E} \quad (8.37)$$

Für jeden weiteren Zerfall wird dieser Prozeß erneut angewandt.

## 8.2 Die numerische Anpaßmethode

Im vorhergehenden Teil wurden die physikalische Aspekte der Parametrisierung der Amplituden eingeführt. In diesem Abschnitt werden verschiedene technische Möglichkeiten der Durchführung einer Partialwellenanalyse diskutiert.

### 8.2.1 Der $\chi^2$ -Test

Wie bereits mehrfach erwähnt, besteht das Ziel einer Partialwellenanalyse darin, die numerischen Werte der Parameter in der zugrundeliegenden Modellbeschreibung zu bestimmen. Der zunächst einfachste Weg ist der Vergleich der gemessenen Daten mit der theoretischen Parametrisierung. Dazu werden Ereignisse mit sehr ähnlichen kinematischen Konstellationen in Zellen, sogenannten Bins, zusammengefaßt. So erhält man eine Verteilung der Wahrscheinlichkeitsdichte. Für jedes Bin wird die Differenz zwischen der Anzahl der Einträge und der theoretischen Intensität  $|\mathcal{A}_{\text{total}}|^2$  (siehe Gleichung (8.5)) gewichtet mit dem Quadrat des

Fehlers berechnet. Das  $\chi^2$  ist die Summe über alle Bins. Bei geeigneter Wahl der theoretischen Amplitude und ihrer Parameter wird der numerische Wert des  $\chi^2$  gering, und es ist eine gute Anpassung an die experimentellen Daten gegeben. Diese Methode wird *Prinzip der kleinsten Quadrate* oder einfach  $\chi^2$ -Test genannt (siehe z.B. [67]).

Die gewichtete Summe über alle Bins lautet:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{\text{\#bins}} \left[ \frac{(\text{\#Ereignisse in Bin}_i) - (|\mathcal{A}_{\text{total}}|^2)_i}{\sigma_i} \right]^2 \quad (8.38)$$

Beim  $\chi^2$ -Test muß sichergestellt sein, daß die Einträge in jedem Bin gaußverteilt sind. Daher benötigt man eine große Anzahl an Datenpunkten. Die Kinematik eines Fünfteilchenendzustands wird eindeutig in einem acht-dimensionalen Raum dargestellt<sup>1</sup>. Da eine Einteilung des acht-dimensionalen Raums in Bins mit ausreichender Statistik für alle Bins nahezu unmöglich ist, kann hier der  $\chi^2$ -Test nicht angewandt werden. Bei der Beschreibung von Dreikörperendzuständen mit hoher Statistik ist er allerdings eine sehr erfolgreiche Methode.

## 8.2.2 Die Methode der maximalen Wahrscheinlichkeit

Für den Fünfkörperendzustand ist die *Methode der maximalen Wahrscheinlichkeit* die geeignete Wahl. Die Standarddefinition der sogenannten *Likelihood-Funktion* lautet:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; a) = \prod_{i=1}^n P(x_i; a) \quad (8.39)$$

wobei  $n$  die Anzahl der beobachteten Ereignisse ist.  $P(x_i; a)$  ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Ereignis mit der Kinematik  $x_i$  und dem Parametervektor  $a$  im Datensatz auftritt. Für einen geeignet gewählten Vektor  $a$  wird die Gesamtwahrscheinlichkeit  $\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; a)$  maximal.

In der Praxis ist es einfacher, den negativen Logarithmus von  $\mathcal{L}$  zu minimieren anstatt  $\mathcal{L}$  zu maximieren<sup>2</sup>:

$$-\ln \mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; a) = -\sum_{i=1}^n \ln P(x_i; a) \quad (8.40)$$

Die Likelihood-Methode soll nun an einem einfachen Beispiel näher motiviert werden. Es seien die Datenpunkte  $x_i$  gegeben (siehe Abb. 8.4a):

$$x_1 = 0.89 \quad x_2 = 0.03 \quad x_3 = 0.50 \quad x_4 = 0.36 \quad x_5 = 0.49 \quad (8.41)$$

Übertragen auf eine Partialwellenanalyse entsprechen diese Punkte Ereignissen mit einer bestimmten gemessenen Kinematik. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion, die durch einen geeigneten Parametervektor  $a$  an die Datenpunkte angepaßt werden soll, lautet:

$$P(x_i; a) = \begin{cases} 1 + a(x_i - 0.5) & \text{für } x \in [0, \dots, 1] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (8.42)$$

<sup>1</sup>5 Vierervektoren gemessen; Randbedingungen: Energie- und Impulserhaltung: 4; freie Eulerwinkel: 3; Massen der Endzustandsteilchen: 5.

<sup>2</sup>Das Produkt kleiner Zahlen kann ein Problem in der numerischen Berechnung darstellen.

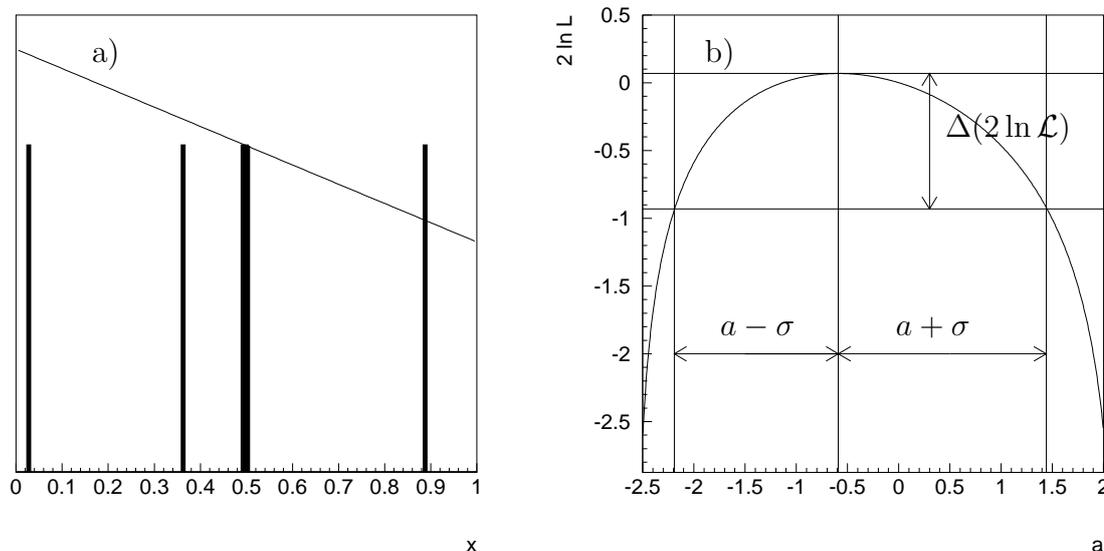


Abbildung 8.4: a) Dichteverteilung der Meßpunkte  $x_i$  aus dem Beispiel in Gleichung (8.41). Die Funktion entspricht Gleichung (8.42) mit dem besten Wert für  $a = -0.59$ . b) Likelihoodfunktion aus Gleichung (8.40). Aufgetragen ist  $-2 \ln \mathcal{L}(x_i, \dots, x_n; a)$  gegen  $a$ .

Sie entspricht der Parametrisierung der theoretischen Amplitude in Gleichung (8.5). Bei geeigneter Wahl des Parameters  $a$  wird die Wahrscheinlichkeit maximal, den Datensatz  $P(x_i; a)$  in (8.41) zu messen. Die Änderung der Likelihoodfunktion bei Variation von  $a$  ist in Abbildung 8.4b) graphisch dargestellt. Man erkennt ein Maximum bei  $a = -0.59$ . Allgemein muß

$$\frac{\partial \ln \mathcal{L}(x_i, \dots, x_n; a)}{\partial a} = 0 \quad (8.43)$$

für einen bestimmten Parametervektor  $a$  gelten. Aus dem Verhalten der Likelihoodfunktion kann der Fehler der Einträge von  $a$  unter der Annahme abgeschätzt werden, daß sich  $-2 \ln \mathcal{L}(x_i, \dots, x_n; a)$  im Bereich des Maximums quadratisch verhält. An den Punkten, an denen das Maximum um 1 gefallen ist, liegen die Punkte für die  $1\sigma$  Fehler  $a \pm \sigma$ .

Nun wird die Likelihoodmethode für die Partialwellenanalyse abgewandelt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P(x_i, a)$  wird mit Hilfe der phasenraumverteilt produzierten Monte Carlo Ereignisse normiert. Das Integral über den gesamten Phasenraum wird durch die Summe aller rekonstruierten Monte Carlo Ereignisse angenähert:

$$\int_{\Omega} |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{MC}}(x_i; a)|^2 d\Omega = \sum_{i=1}^{\#\text{MC}} |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{MC}}(x_i; a)|^2 \quad (8.44)$$

Das Integral ist ungleich 1, aber es ist direkt möglich, das Likelihood in Gleichung (8.39) umzudefinieren:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; a) = \prod_{i=1}^{\#\text{data}} \left( \frac{|\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{data}}(x_i; a)|^2}{\sum_{j=1}^{\#\text{MC}} |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{MC}}(x_j; a)|^2} \right) \quad (8.45)$$

Der negative Logarithmus ergibt sich zu:

$$-\ln \mathcal{L}(x_1, \dots, x_n; a) = - \sum_{i=1}^{\#\text{data}} |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{data}}(x_i; a)|^2 + \#\text{data} \ln \sum_{j=1}^{\#\text{MC}} |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{MC}}(x_j; a)|^2 \quad (8.46)$$

Da es analytisch nicht möglich ist, diesen Ausdruck partiell nach  $a$  abzuleiten und den Nullpunkt zu bestimmen, wird eine numerische Lösung gesucht. Zur Bestimmung der Minima wird hier das weit verbreitete Werkzeug MINUIT benutzt [68]. Es minimiert eine Funktion durch die Variation von Parametern. Der Benutzer kann interaktiv Parameter auf einen bestimmten Wert festsetzen oder zur Variation freilassen.

Der funktionale Ausdruck, der technisch von MINUIT minimiert wird, lautet:

$$f = -2 \ln \mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_N; a) \quad (8.47)$$

$$= 2 \cdot \left[ -\#\text{data} \ln \#\text{MC} - \sum_{i=1}^{\#\text{data}} \ln |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{data}}(x_i; a)|^2 + \#\text{data} \ln \left( \sum_{j=1}^{\#\text{MC}} |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{MC}}(x_j; a)|^2 \right) \right]$$

Nachdem ein Minimum gefunden wurde, berechnet MINUIT die Fehlermatrix. Das zur Analyse der Daten eingesetzte Computerprogramm wird in Anhang E kurz beschrieben.

### 8.3 Die Parametrisierung des $5\pi$ -Untergrunds

Die Untergrundparametrisierung wird der Analyse mehrerer  $5\pi$ -Kanäle in der  $\bar{p}n$ -Annihilation entnommen [35, 56]. Da der dieser Arbeit zugrunde liegende Datensatz gegenüber den Analysen aus [35, 56] mit einer neueren Version der Crystal Barrel Rekonstruktionssoftware erstellt wurde, werden zunächst die komplexen Produktionsstärken  $\beta$  aus Gleichung (8.19) der einzelnen Partialwellen ohne  $\omega$ -Signal an die Daten angepaßt. Alle in die Beschreibung aufgenommenen Amplituden sind in Tabelle 8.2 gelistet. Das Fenster für das  $\omega$ -Signal umfaßt das Intervall 720 MeV bis 840 MeV und für das  $\eta$  520 MeV bis 580 MeV.

Der Dalitz-Plot in Abbildung 8.5 zeigt die Dynamik der Reaktion  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$ . Für jedes gemessene Ereignis sind alle die Kombinationen eingetragen, bei denen die  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -invariante Masse in einem 20 MeV schmalen Fenster um die  $\omega$ -Masse liegt. Der  $5\pi$ -Untergrund wurde mit Hilfe der Monte-Carlo generierten Ereignisse und der in Tabelle 8.2 aufgeführten Amplituden simuliert und von den Daten subtrahiert. Dieser Dalitz-Plot dient jedoch nur zur Veranschaulichung der Daten. Er ist nicht die Grundlage der Partialwellenanalyse des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$ . Die Einzelamplituden basieren auf den Vierervektoren aller fünf Teilchen eines jeden Ereignisses.

$\bar{p}n \rightarrow$	Masse [MeV]	Breite [MeV]	Zerfallskette		
$f_0(1370)\pi^-$	1395	275	$\rightarrow (\sigma\sigma)\pi^-$	$\rightarrow (\pi^+\pi^-)(\pi^0\pi^0)\pi^-$	
			$\rightarrow (\rho^+\rho^-)\pi^-$	$\rightarrow (\pi^+\pi^0)(\pi^-\pi^0)\pi^-$	
			$\rightarrow (\pi^*\pi)\pi^-$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi^-$	$\rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi^-$
			$\rightarrow (a_1\pi)\pi^-$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi^-$	$\rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi^-$
$f_0(1500)\pi^-$	1490	130	$\rightarrow (\sigma\sigma)\pi^-$	$\rightarrow (\pi^+\pi^-)(\pi^0\pi^0)\pi^-$	
			$\rightarrow (\rho^+\rho^-)\pi^-$	$\rightarrow (\pi^+\pi^0)(\pi^-\pi^0)\pi^-$	
			$\rightarrow (\pi^*\pi)\pi^-$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi^-$	$\rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi^-$
			$\rightarrow (a_1\pi)\pi^-$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi^-$	$\rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi^-$
$\pi^*(1300)\sigma$	1375	268	$\rightarrow (\rho\pi)(\pi\pi)$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$	
$\pi^*(1300)\rho$			$\rightarrow (\rho\pi)(\pi\pi)$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$	
$\rho(1450)\pi$	1435	325	$\rightarrow (\rho\sigma)\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$	
			$\rightarrow (a_1\pi)\pi$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$
			$\rightarrow (\pi^*\pi)\pi$	$\rightarrow (\rho\pi)(\pi\pi)\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$
			$\rightarrow (h_1\pi)\pi$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$
			$\rightarrow (\rho\rho)\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$	
$\rho(1700)\pi$	1700	235	$\rightarrow (\rho\sigma)\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$	
			$\rightarrow (a_1\pi)\pi$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$
			$\rightarrow (\pi^*\pi)\pi$	$\rightarrow (\rho\pi)(\pi\pi)\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$
			$\rightarrow (h_1\pi)\pi$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$
			$\rightarrow (\rho\rho)(\pi\pi)$	$\rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi$	
$a_1(1260)\rho$	1230	400	$\rightarrow (\rho\pi)(\pi\pi)$	$\rightarrow (\pi\pi)\pi(\pi\pi)$	
$f_2(1270)\pi^-$	1275	400	$\rightarrow (\rho^+\rho^-)\pi^-$	$\rightarrow (\pi^+\pi^0)(\pi^-\pi^0)\pi^-$	
$f_2(1565)\pi^-$	1560	255	$\rightarrow (\rho^+\rho^-)\pi^-$	$\rightarrow (\pi^+\pi^0)(\pi^-\pi^0)\pi^-$	
			$\rightarrow (a_2\pi)\pi^-$	$\rightarrow (\rho\pi)\pi\pi^-$	$\rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi^-$

Tabelle 8.2:  $5\pi$ -Untergrund Amplituden ohne Beiträge von  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$ -Ereignissen.

$$a_1: a_1(1260) \quad m = 1230 \text{ MeV} \quad \Gamma = 400 \text{ MeV}$$

$$a_2: a_2(1320) \quad m = 1320 \text{ MeV} \quad \Gamma = 107 \text{ MeV}$$

$$h_1: h_1(1170) \quad m = 1170 \text{ MeV} \quad \Gamma = 360 \text{ MeV}$$

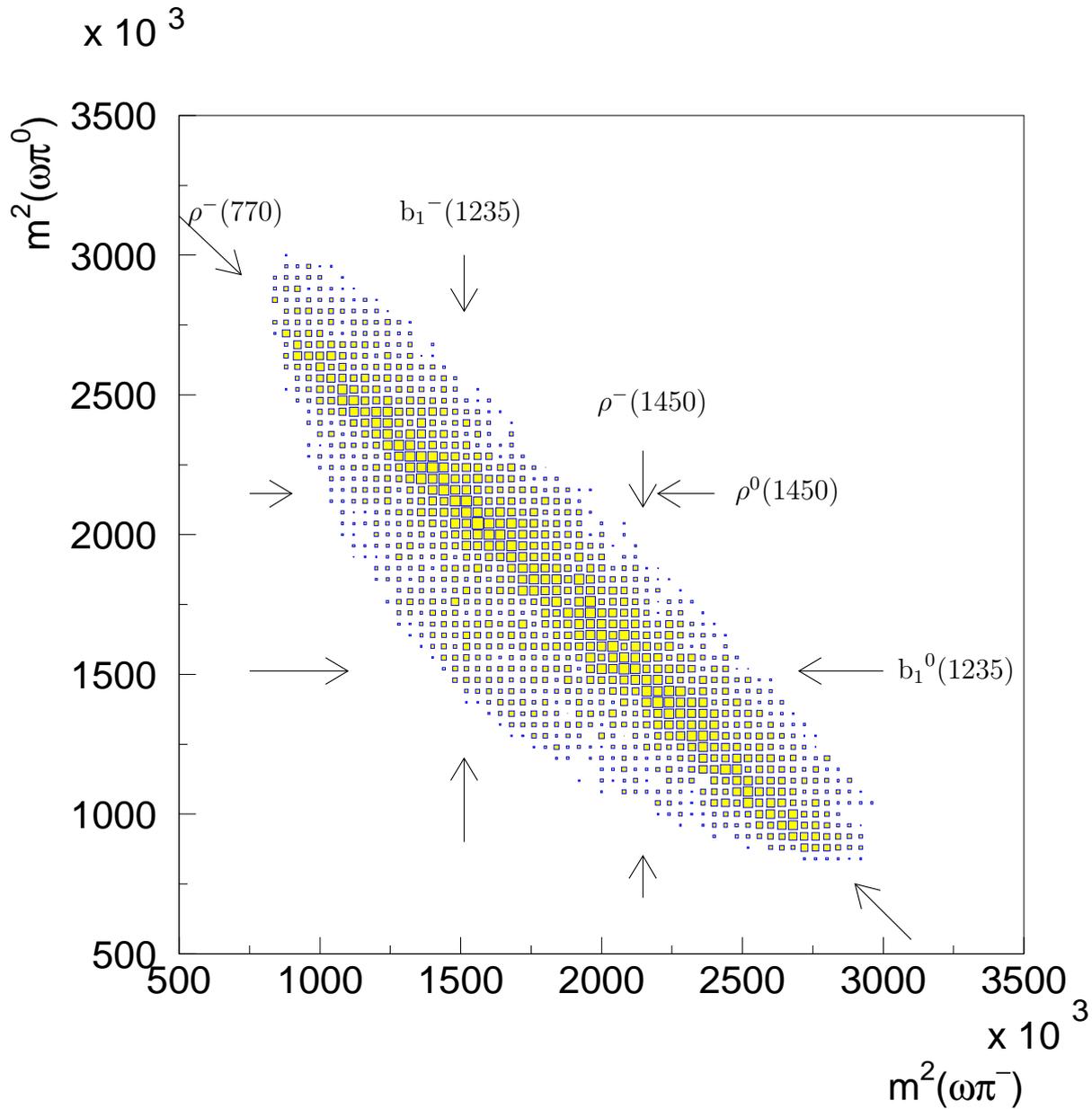


Abbildung 8.5:  $\omega\pi^-\pi^0$  Dalitz-Plot ohne  $5\pi$ -Untergrund. Die Linien zeigen die Positionen für  $m^2(\pi^-\pi^0) = (770 \text{ MeV})^2$ ,  $m^2(\omega\pi^-) = m(\omega\pi^0) = (1231 \text{ MeV})^2$  und  $= (1465 \text{ MeV})^2$ . Dieser Dalitz-Plot dient nur der Veranschaulichung der Annihilationsdynamik. Er ist nicht die Datenbasis der hier vorgestellten Partialwellenanalyse.

# Kapitel 9

## Die Partialwellenanalyse des Kanals

$$\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^- \pi^0$$

### 9.1 Die Amplitude

Ausgehend von Gleichung (7.17) müssen die Amplituden der im Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^- \pi^0$   $p_{\text{spectator}}$  beitragenden Partialwellen bestimmt werden. Für Anfangszustände mit  $J = 1$  oder  $J = 2$  wird das Amplitudenquadrat als gewichtete Summe über die möglichen Spineinstellungen gebildet; z.B. für den  ${}^3P_1$ -Anfangszustand:

$$|\mathcal{A}_{{}^3P_1}^\omega|^2 = \frac{1}{3} \sum_{J_z=1,0,-1} |\mathcal{A}_{{}^3P_1,J_z}^\omega|^2 \quad (9.1)$$

Die Amplituden  $\mathcal{A}_{\text{ini state}}^\omega$  werden in ähnlicher Art und Weise parametrisiert, wie die der  $5\pi$ -Partialwellen. Als Beispiel wird die Amplitude für  $\bar{p}n \rightarrow \rho^- \omega \rightarrow (\pi^- \pi^0)(\pi^+ \pi^- \pi^0)$  für Annihilation aus dem  ${}^1S_0$ -Anfangszustand angegeben:

$$\mathcal{A}_{{}^1S_0}^\omega = \beta e^{i\phi} \sum_i^{\#\text{comb}=4} B_{l=1}(\bar{p}n \rightarrow \rho^- \omega) \cdot \mathcal{BW}_i(\rho^- \rightarrow \pi^- \pi^0) \cdot \mathcal{BW}_i(\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \cdot \mathcal{H}_{{}^1S_0,i} \cdot \sqrt{\lambda_i} \quad (9.2)$$

Das Produkt besteht aus

- einer (komplexen) Produktionsstärke  $\beta e^{i\phi}$
- dem Blatt-Weißkopf Faktor  $B_l$  für den Übergang des  $\bar{p}n$ -Systems in eine Resonanz und ein rückstoßendes Teilchen;
- Breit-Wigner Funktionen  $\mathcal{BW}_i$ , die die Zerfallswahrscheinlichkeiten der beteiligten Resonanzen beschreiben ( $\hat{T}'$  Matrix aus (8.16));

- der Helizitätsamplitude  $\mathcal{H}$ , die die Winkelverteilung der sukzessiven Zerfälle beschreibt und
- einem Faktor  $\sqrt{\lambda}$ , der die Wahrscheinlichkeit für den Zerfall eines  $\omega$  in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  angibt (für die Definition von  $\lambda$  siehe Anhang A).

In den  $5\pi$ -Endzuständen gibt es vier Möglichkeiten, aus den Pionen ein neutrales  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -System zu bilden. Es verbleiben dann ein  $\pi^-\pi^0$ -Paar als Rückstoß-Di-Pion. Über die vier Kombinationen wird summiert.

Bei den Zerfallskanälen  $\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi$  und  $\bar{p}n \rightarrow b_1\pi$  ist zusätzlich noch ein relatives Vorzeichen aufgrund der Isospinzerlegung des  $I = 1$  Anfangszustands zu berücksichtigen:

$$\rho'\pi \propto \rho'^-\pi^0 - \rho'^0\pi^-$$

$$b_1\pi \propto b_1^-\pi^0 - b_1^0\pi^-$$

Da dem Wert des Realteils der Produktionsstärke  $\beta$  in Gleichung (9.2) keine direkte Bedeutung zukommt, genügt die Kenntnis des relativen Vorzeichens. In Anhang D wird diese Thematik genauer diskutiert.

Das  $\omega$  zerfällt direkt in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  ohne intermediären Resonanzzustand. Die Zerfallsteilchen liegen im Ruhesystem des  $\omega$  in einer Ebene, die durch ihren Normalenvektor  $\hat{n}_\omega$  repräsentiert wird:

$$\hat{n}_\omega = \frac{\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}}{|\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}|} \quad (9.3)$$

Daher wird der Dreikörperzerfall wie der Zweikörperzerfall des  $\rho \rightarrow \pi\pi$  behandelt. Die Zerfallswinkel  $\theta_\omega$  und  $\phi_\omega$  werden zwischen  $\hat{n}_\omega$  und der Flugrichtung des  $\omega$  gebildet. Die Helizitätsamplitude der Partialwelle  $\bar{p}n \rightarrow \rho^-\omega$  aus dem  $^1S_0$ -Anfangszustand lautet:

$$\mathcal{H}_{1S_0} = \sqrt{\frac{1}{6}} i \sin(\phi_{\rho^-} + \phi_\omega) \sin\theta_{\rho^-} \sin\theta_\omega \quad (9.4)$$

Alle anderen Helizitätsamplituden sind in Anhang B aufgeführt.

Das  $b_1$  zerfällt in  $\pi\omega$  mit  $l = 0$  und  $l = 2$ . Das Verhältnis dieser zwei Amplituden ist ein experimenteller Parameter:

$$\frac{D}{S} = \frac{\mathcal{A}(l=2)}{\sqrt{5}\mathcal{A}(l=0)} \quad (9.5)$$

Der Koeffizient  $\sqrt{5}$  berücksichtigt die  $2l + 1$  Spineinstellungen für  $l = 2$ .

## 9.2 Die beitragenden Partialwellen

Zum Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$  können unter Berücksichtigung der in Tabelle 3.1 gelisteten Anfangszustände des Antiproton-Neutron Systems und der Auswahlregeln für erlaubte

̄pn-Anfangszustand		̄pn →	Zerfallskette
$I^G(J^{PC})$	$^{2S+1}L_J$	$(l, s)$	
		$(\rho(770)^-\omega)_{(l,s)}$	$\rightarrow (\pi^-\pi^0)_{(1,0)}(\pi^+\pi^-\pi^0)_{(1,0)}$
$1^-(0^{-+})$	$^1S_0$	(1, 1)	
$1^-(0^{++})$	$^3P_0$	(0, 0); (2, 2)	
$1^-(1^{++})$	$^3P_1$	(0, 1); (2, 1)	
$1^-(2^{++})$	$^3P_2$	(0, 2); (2, 0); (2, 2)	
		$(\rho'\pi)_{(l,s)}$	$\rightarrow (\omega\pi)_{(1,1)}\pi \rightarrow (\pi^+\pi^-\pi^0)_{(1,0)}\pi\pi$
$1^-(0^{-+})$	$^1S_0$	(1, 1)	
$1^-(1^{++})$	$^3P_1$	(0, 1); (2, 1)	
$1^-(2^{++})$	$^3P_2$	(2, 1)	
		$(b_1\pi)_{(l,s)}$	$\rightarrow (\omega\pi)_{(0,1);(2,1)}\pi \rightarrow (\pi^+\pi^-\pi^0)_{(1,0)}\pi\pi$
$1^-(0^{++})$	$^3P_0$	(1, 1)	
$1^-(1^{++})$	$^3P_1$	(1, 1)	
$1^-(2^{++})$	$^3P_2$	(1, 1)	

Tabelle 9.1: Partialwellen des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$  unter Berücksichtigung der beitragenden Drehimpulse und Spineinstellungen.

Übergänge mehrere Partialwellen beitragen. Der Dalitz-Plot in Abbildung 8.5 legt nahe, daß der dominante Beitrag  $\rho^-(770)\omega$  aus dem  $^1S_0$ -Anfangszustand ist. Alle Beiträge mit  $l \leq 2$ , die zur Beschreibung der Daten beitragen können, sind in Tabelle 9.1 aufgeführt.

Bei der Interpretation der durch eine Partialwellenanalyse gefundenen Ergebnisse sind die Verzweigungsverhältnisse der beitragenden Partialwellen von besonderem Interesse. Die Analyse der  $5\pi$ -Kanäle zeigte, daß die Berechnung der Verzweigungsverhältnisse aufgrund der Vielzahl interferierender Partialwellen erschwert wird. Bei der  $\bar{p}N$ -Annihilation in eine Resonanz und ein rückstoßendes Pion treten Interferenzen zwischen den Pionen aus dem Resonanzzerfall und dem Rückstoßteilchen auf. Dadurch sind die Verzweigungsverhältnisse nicht direkt mit denen vergleichbar, die man in Formationsexperimenten, z.B. der  $e^+e^-$ -Annihilation, erhält. Hier können nur die Zerfallspionen einer Resonanz miteinander interferieren, ein Rückstoßteilchen gibt es hier nicht.

Um mit den aus der  $e^+e^-$ -Annihilation gewonnenen Resultaten möglichst vergleichbar zu sein, wird die Interferenz des Rückstoßteilchens mit der Resonanz bei der Berechnung der Verzweigungsverhältnisse nicht berücksichtigt. Die Amplitudenbeiträge mit verschiedenen Rückstoßteilchen werden inkohärent addiert:

$$BR \propto |\mathcal{A}(X\pi_1)|^2 + |\mathcal{A}(X\pi_2)|^2 \quad (9.6)$$

Die Parametrisierung der Partialwellenanalyse ist von diesen Modifikationen natürlich nicht betroffen.

### 9.3 Die Amplituden im $\hat{K}$ -Matrix Formalismus

Falls mehrere Resonanzen gleicher Quantenzahlen aber unterschiedlicher Massen und Breiten in dieselben Kanäle zerfallen, führt ihre Überlappung in der Parametrisierung durch mehrere Breit-Wigner Funktionen zur Verletzung der Unitarität. Dies kann durch die Parametrisierung im  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus vermieden werden. In diesem aus der Streutheorie stammenden Formalismus werden alle Resonanzpole in einer gemeinsamen Welle parametrisiert. Sehr ausführlich ist dies anhand der  $(\pi\pi)_S$ -Welle auch mit Daten des Crystal Barrel Experiments untersucht worden. Der Anhang C stellt den Formalismus in seinen wesentlichen Grundzügen kurz vor. Außerdem wird die Interpretation der gewonnenen Parameter diskutiert.

Hier kann der  $K$ -Matrix Formalismus zur Beschreibung der Zerfallsketten  $\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi$  und  $\bar{p}n \rightarrow b_1\pi$  eingesetzt werden. Zunächst wird die Amplitude  $\mathcal{A}$  für  $\rho'\pi$  vorgestellt.

Die allgemeine Form der Amplitude ist ähnlich der Parametrisierung mit Breit-Wigner Funktionen:

$$\mathcal{A}^{\text{ini}} = \sum_k^{\text{Kombinatorik}} \tau_k \cdot B_l(\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi) \cdot \hat{F}_k(m) \mathcal{H}_k \cdot \mathcal{B}\mathcal{W}_k(\omega \rightarrow 3\pi) \cdot \sqrt{\lambda_k} \quad (9.7)$$

Der  $\hat{F}$ -Vektor wird mit einer  $1 \times 1$   $\hat{K}$ -Matrix parametrisiert, da hier nur der Zerfallskanal  $\omega\pi$  betrachtet wird (siehe Anhang C).

$$\hat{F}(m) = \frac{\hat{P}}{1 - i\hat{K}\rho(m)} \quad (9.8)$$

$\hat{K}$ -Matrix und  $\hat{P}$ -Vektor reduzieren sich für nur einen Kanal zu:

$$\hat{K} = \sum_{\alpha} \frac{(g_{\alpha}^0)^2 (B_{\alpha}^l(q, q_{\alpha i}))^2}{m_{\alpha}^2 - m^2} \quad \text{und} \quad \hat{P} = \sum_{\alpha} \frac{\beta_{\alpha} (g_{\alpha}^0)^2 B_{\alpha}^l(q, q_{\alpha i})}{m_{\alpha}^2 - m^2} \quad (9.9)$$

Die Summation erfolgt über alle Resonanzpole dieser  $(\omega\pi)_P$ -Welle.

Eine Erweiterung auf eine  $2 \times 2$ - $\hat{K}$ -Matrix ist auch möglich. Hier beschreibt der erste Kanal die Kopplung an den Kanal  $\omega\pi$ , der zweite Kanal parametrisiert die Kopplung an die  $4\pi$ -Zerfallskanäle. Da hier die Massen der beiden Pionenpaare, in die das primär produzierte Teilchen zerfällt, ebenfalls variabel sind, erweist sich die Form der Phasenraumfaktoren  $\rho(m)$  aus Gleichung (8.8) als problematisch. Hier wird auf eine Parametrisierung zurückgegriffen, die im Rahmen der  $\bar{p}n \rightarrow 5\pi_{\text{spectator}}$  Partialwellenanalysen gewählt wurde [69]. Abbildung 9.1 zeigt den Funktionsverlauf einer sich langsam öffnenden Schwelle. Der  $\hat{F}$ -Vektor aus Gleichung (9.8) mit zwei Komponenten, die Kopplungen an unterschiedliche Kanäle beschreiben, ist in Gleichung (C.7) aufgeführt.

Die Parametrisierung der  $(\omega\pi)_S$ - und  $(\omega\pi)_D$ -Welle ( $b_1 \rightarrow \omega\pi$ ) ist etwas komplizierter, doch der Ansatz entspricht dem vorherigen Beispiel:

$$\mathcal{A}^{\text{ini}} = \sum_k^{\text{Kombinatorik}} \tau_k \cdot B_{l=1}(\bar{p}n \rightarrow b_1\pi) \cdot \hat{F}_k(m) \cdot \mathcal{H}_k \cdot \mathcal{B}\mathcal{W}_k(\omega \rightarrow 3\pi) \cdot \sqrt{\lambda_k} \quad (9.10)$$

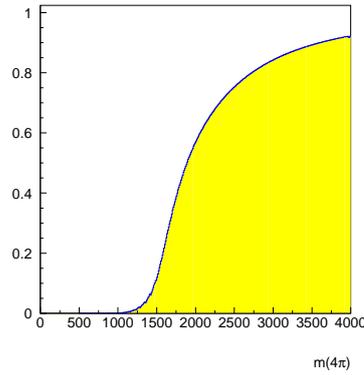


Abbildung 9.1: Phasenraum einer sich langsam öffnenden Schwelle des Kanals  $\rho' \rightarrow 4\pi$  nach [69].

Das  $b_1$  zerfällt mit S- und D-Welle in  $\omega\pi$ , daher besteht der  $\hat{F}$ -Vektor aus zwei Anteilen:

$$\mathcal{A}^{\text{ini}} = \sum_k^{\text{Kombinatorik}} \tau_k \cdot B_{l=1}(\bar{p}n \rightarrow b_1\pi) \cdot \left( \hat{F}_{S_k}(m) \mathcal{H}_{S_k} + \hat{F}_{D_k}(m) \cdot \mathcal{H}_{D_k} \right) \cdot \mathcal{B}\mathcal{W}_k(\omega \rightarrow 3\pi) \sqrt{\lambda_k} \quad (9.11)$$

Mit Gleichung (C.7) folgt für die beiden Komponenten des  $\hat{F}$ -Vektors:

$$\hat{F}_{S_k}(m) = \frac{(1 - i\hat{K}_{22}\rho_2(m))\hat{P}_1 + i\hat{K}_{12}\rho_2(m)\hat{P}_2}{1 - \rho_1(m)\rho_2(m)\hat{D} - i(\hat{K}_{11}\rho_1(m) + \hat{K}_{22}\rho_2(m))} \quad (9.12)$$

$$\hat{F}_{D_k}(m) = \frac{i\hat{K}_{21}\rho_1(m)\hat{P}_1 + (1 - i\hat{K}_{11}\rho_1(m))\hat{P}_2}{1 - \rho_1(m)\rho_2(m)\hat{D} - i(\hat{K}_{11}\rho_1(m) + \hat{K}_{22}\rho_2(m))} \quad (9.13)$$

mit

$$\hat{D} = \hat{K}_{11}\hat{K}_{22} - \hat{K}_{12}\hat{K}_{21}$$

Die  $\hat{K}$ -Matrix ist zweidimensional, da S- und D-Welle als zwei unterschiedliche Kanäle betrachtet werden. Die komplexen Produktionsstärken  $\beta_\alpha$  sind Bestandteil der Produktionsvektoren  $\hat{P}$  (siehe Gl. (C.3)).

$$\hat{P}_i = \sum_\alpha \beta_\alpha \hat{P}'_{\alpha i} \quad \text{mit} \quad \hat{P}'_{\alpha i} = \frac{m_\alpha \sqrt{\frac{\Gamma_\alpha^0 \tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_i(m_\alpha)}} B^l(q, q_{\alpha i})}{m_\alpha^2 - m^2} \quad (9.14)$$

Die Phasenraumfaktoren  $\rho_1(m)$  und  $\rho_2(m)$  sind gleich, da beide Kanäle in  $\omega\pi$  zerfallen, und in  $\rho_i$  der Zerfallsdrehimpuls nicht eingeht.

Damit folgt für die Amplitude<sup>1</sup>

$$\mathcal{A}^{\text{ini}} = \sum_k \frac{B_{l=1}(\bar{p}n \rightarrow b_1\pi) \cdot \mathcal{BW}(\omega \rightarrow 3\pi)\sqrt{\lambda_k}}{1 - (\rho(m))^2 \hat{D} - i(\hat{K}_{11}\rho(m) + \hat{K}_{22}\rho(m))} \quad (9.15)$$

$$\left[ \begin{aligned} & [(1 - i\hat{K}_{22}\rho(m)) \sum_{\alpha} \beta_{\alpha} \hat{P}'_{\alpha 1} + i\hat{K}_{12}\rho_2(m) \sum_{\alpha} \beta_{\alpha} \hat{P}'_{\alpha 2}] \mathcal{H}_1 \\ & + [i\hat{K}_{21}\rho_1(m) \sum_{\alpha} \beta_{\alpha} \hat{P}'_{\alpha 1} + (1 - i\hat{K}_{11}\rho(m)) \sum_{\alpha} \beta_{\alpha} \hat{P}'_{\alpha 2}] \mathcal{H}_2 \end{aligned} \right]$$

Für zwei Resonanzpole vereinfacht sich die obige Gleichung zu:

$$\mathcal{A}^{\text{ini}} = \sum_k \frac{B_{l=1}(\bar{p}n \rightarrow b_1\pi) \cdot \mathcal{BW}(\omega \rightarrow 3\pi)\sqrt{\lambda}}{1 - (\rho(m))^2 \hat{D} - i(\hat{K}_{11}\rho(m) + \hat{K}_{22}\rho(m))} \quad (9.16)$$

$$\left[ \begin{aligned} & \beta_1 [(1 - i\hat{K}_{22}\rho(m)) \hat{P}'_{11} \mathcal{H}_1 + i\hat{K}_{12}\rho(m) \hat{P}'_{12} \mathcal{H}_1 \\ & + i\hat{K}_{21}\rho(m) \hat{P}'_{11} \mathcal{H}_2 + (1 - i\hat{K}_{11}\rho(m)) \hat{P}'_{12} \mathcal{H}_2] \\ & + \beta_2 [(1 - i\hat{K}_{22}\rho(m)) \hat{P}'_{21} \mathcal{H}_1 + i\hat{K}_{12}\rho(m) \hat{P}'_{22} \mathcal{H}_1 \\ & + i\hat{K}_{21}\rho(m) \hat{P}'_{21} \mathcal{H}_2 + (1 - i\hat{K}_{11}\rho(m)) \hat{P}'_{22} \mathcal{H}_2] \end{aligned} \right] \quad (9.17)$$

$$= \sum_k \frac{B_{l=1}(\bar{p}n \rightarrow b_1\pi) \cdot \mathcal{BW}(\omega \rightarrow 3\pi)\sqrt{\lambda}}{1 - (\rho(m))^2 \hat{D} - i(\hat{K}_{11}\rho(m) + \hat{K}_{22}\rho(m))} \quad (9.18)$$

$$\left[ \begin{aligned} & \beta_1 [(1 - i\hat{K}_{22}\rho(m)) \tilde{\Gamma}_{11} \mathcal{H}_1 + i\hat{K}_{12}\rho(m) \tilde{\Gamma}_{12} B^{l=2}(q, q_1) \mathcal{H}_1 \\ & + i\hat{K}_{21}\rho(m) \tilde{\Gamma}_{11} \mathcal{H}_2 + (1 - i\hat{K}_{11}\rho(m)) \tilde{\Gamma}_{12} B^{l=2}(q, q_1) \mathcal{H}_2] \frac{m_{\alpha} \sqrt{\frac{\Gamma_1^0}{\rho(m_1)}}}{m_1^2 - m^2} \\ & + \beta_2 [(1 - i\hat{K}_{22}\rho(m)) \tilde{\Gamma}_{21} \mathcal{H}_1 + i\hat{K}_{12}\rho(m) \tilde{\Gamma}_{22} B^{l=2}(q, q_2) \mathcal{H}_1 \\ & + i\hat{K}_{21}\rho(m) \tilde{\Gamma}_{21} \mathcal{H}_2 + (1 - i\hat{K}_{11}\rho(m)) \tilde{\Gamma}_{22} B^{l=2}(q, q_2) \mathcal{H}_2] \frac{m_{\alpha} \sqrt{\frac{\Gamma_2^0}{\rho(m_2)}}}{m_2^2 - m^2} \end{aligned} \right]$$

<sup>1</sup>Der Index  $k$  der Summe über alle möglichen Kombinationen der fünf Pionen des Endzustands wird im folgenden weggelassen.

Die Anteile mit  $\beta_1$  gehören zum ersten Pol, die mit  $\beta_2$  zum zweiten Pol. Links stehen die S-Wellen Anteile mit  $l = 0$  und rechts die D-Wellen Anteile mit  $l = 2$ . Bei letzteren ist der Blatt-Weißkopf Faktor von eins verschieden.

Die totale Breite des  $\hat{K}$ -Matrix Poles ist gegeben durch die Summe der Partialbreiten gewichtet mit dem jeweiligen Phasenraumfaktor  $\rho$ .

$$\Gamma_\alpha^0 = \frac{\tilde{\Gamma}_{\alpha 1} + \tilde{\Gamma}_{\alpha 2}}{\rho(m_\alpha)} \quad (9.19)$$

Die Parameter der Anpassung sind die Pole  $m_\alpha$  der Resonanzen und deren Partialbreiten  $\tilde{\Gamma}_{\alpha i}$ . Die komplexwertigen Produktionsstärken  $\beta_\alpha$  parametrisieren die Anteile der einzelnen Pole am Datensatz.

Alternativ kann man als Parameter der Anpassung auch die totale Breite  $\Gamma_\alpha^0$  eines  $\hat{K}$ -Matrix Poles und einen weiteren Parameter  $\alpha$  wählen, der die Aufteilung der Partialbreiten beschreibt. Für zwei Kanäle ergibt sich für  $g_{\alpha i}^0$  aus Gleichung (C.4)

$$g_{\alpha 1}^0 = \sqrt{m_0 \cos^2 \alpha} \Gamma_\alpha^0 \quad \text{und} \quad g_{\alpha 2}^0 = \sqrt{m_0 \sin^2 \alpha} \Gamma_\alpha^0 \quad (9.20)$$

Die Interpretation der mit Hilfe des  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus gefundenen Ergebnisse ist allerdings nicht so direkt möglich wie bei den Polen einer Breit-Wigner Funktion. Den physikalischen Massen und Breiten der Resonanzen entsprechen die  $\hat{T}$ -Matrix Pole in den Riemann'schen Blättern der komplexen Energieebene. Anhang C beschreibt die Extraktion dieser Pole aus den Parametern der  $\hat{K}$ -Matrix.

Schwieriger ist die Beantwortung der Frage nach den prozentualen Beiträgen der jeweiligen Partialwellen, da im  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus alle Pole in einer gemeinsamen Welle beschrieben werden. Ebenso bietet der Formalismus keine Möglichkeit, ein vom  $\bar{p}n$ -Anfangszustand unabhängiges gemeinsames  $\frac{D}{S}$ -Verhältnis des  $b_1$  einzuführen.

Eine naheliegende Lösung des Problems besteht darin, die  $\hat{K}$ -Matrix Pole in  $\hat{T}$ -Matrix Pole zu transformieren und mit diesen den Datensatz mit Breit-Wigner Funktionen zu parametrisieren. In diesem Ansatz treten die genannten Probleme nicht auf.

# Kapitel 10

## Die Ergebnisse der Partialwellenanalyse

In den vorhergehenden Kapiteln sind die theoretischen Grundlagen einer Partialwellenanalyse der  $\bar{p}n$ -Annihilation in  $\omega\pi^-\pi^0$  einschließlich des  $\omega$ -Zerfalls in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  diskutiert worden. Das Hauptinteresse dieser Arbeit liegt auf der Untersuchung von Zerfällen angeregter Zustände des  $\rho(770)$ -Mesons in den Kanal  $\omega\pi$ .

In Kapitel 2 wurde die experimentelle Situation beschrieben. Demnach sind die  $\rho'$ -Zustände  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  etabliert und in verschiedenen Zerfallskanälen beobachtet worden. Allerdings gibt es auch verschiedene Hinweise auf die Existenz eines  $\rho(1300)$ , die ebenfalls im  $\omega\pi$ -Kanal untersucht werden.

Die P-Wellen Anfangszustände erlauben Beiträge des  $b_1(1235)$  in der  $(\omega\pi)_S$ - und  $(\omega\pi)_D$ -Welle. Hier ist das relative Verhältnis beider Anteile von Interesse. Ebenso gibt es Hinweise auf angeregte  $b_1$ -Zustände höherer Masse.

Teilchen	Masse [MeV]	Breite [MeV]	$\frac{D}{S}$
$\rho^-(770)$	768.3	149.1	[55]
$\omega(782)$	781.94	8.41	[26]
$\rho(1450)$	1 435	325	[55]
$\rho(1700)$	1 700	235	[26]
$b_1(1235)$	1 229.5	142	0.2 [26, 27]

Tabelle 10.1: Massen und Breiten für eine erste Parametrisierung. Es werden die in der  $5\pi$ -Analyse [55] gefundenen Werte eingesetzt, sofern sie von denen der *Particle Data Group* (1998) [26] abweichen. Das  $\frac{D}{S}$ -Verhältnis des  $b_1(1235)$  (siehe Gl. (9.5)) stammt aus einer Reanalyse des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^0\pi^0$ .

$\bar{p}n$ -Anfangszustand	$\bar{p}n \rightarrow$	$l$	$d$	$-2 \ln \mathcal{L}$		Anteile [%]			
				absolut	$\Delta$	$^1S_0$	$^3P_0$	$^3P_1$	$^3P_2$
$^1S_0$ $^3P_0$ $^3P_1$ $^3P_2$	$\rho^-(770)\omega$	1, 0	4	-49 226.80		37	0	8	17
$^1S_0$	$\rho(1450)\pi$	1	2	-53 256.80	4 030.00	10			
$^1S_0$	$\rho(1700)\pi$	1	2	-53 594.00	337.20	2			
$^3P_0$ $^3P_1$ $^3P_2$	$b_1(1235)\pi$	1	6	-56 124.41	2 530.41		1	10	9
$^3P_1$ $^3P_2$	$\rho(1450)\pi$	0, 2	4	-56 136.98	12.57			1	0
$^3P_1$ $^3P_2$	$\rho(1700)\pi$	0, 2	4	-56 157.11	20.13			1	0
$^3P_0$ $^3P_1$ $^3P_2$	$\rho^-(770)\omega$	2	8	-56 190.71	33.60		0	0	0
$^3P_1$	$\rho(1450)\pi$	2	2	-56 194.42	3.71			0	0
$^3P_1$	$\rho(1700)\pi$	2	2	-56 197.55	3.13			0	0

Tabelle 10.2: Änderung von  $-2 \ln \mathcal{L}$  bei Hinzunahme von Partialwellen mit  $d$  weiteren freien Parametern.  $\Delta$  bezeichnet die Änderung relativ zur vorherigen Anpassung. Im ersten Teil werden für  $\rho^-(770)\omega$  nur Partialwellen mit  $l = 1$  bzw.  $l = 0$  berücksichtigt (siehe auch Tab. 9.1). Im zweiten Teil werden für  $\rho'\pi$  die Partialwellen der P-Wellen Anfangszustände mit  $l = 0$  ( $^3P_1$ ) und  $l = 2$  ( $^3P_2$ ) hinzugefügt. Im letzten Teil kommen alle noch fehlenden Partialwellen für  $\rho^-(770)\omega$  und  $\rho'\pi$  hinzu. Die rechte Spalte gibt die Anteile der einzelnen Partialwellen der jeweiligen Anfangszustände ohne Berücksichtigung von Interferenzen für die vollständige Parametrisierung an.

## 10.1 Erste Schritte

Das erste Ziel einer Partialwellenanalyse besteht darin, den Einfluß einzelner Parameter auf die Veränderung des  $-2 \ln \mathcal{L}$  kennenzulernen. Dies sind die Massen und Breiten der an der Reaktion beteiligten Resonanzen und ihre Produktionsstärken. Als geeignete Startwerte werden die in Tabelle 10.1 gelisteten bekannten Größen für die Massen und Breiten von Resonanzen in die Parametrisierung eingesetzt. Um eine gute Datenbeschreibung zu erreichen, werden die komplexen Produktionsstärken  $\beta$  der beitragenden Partialwellen so angepaßt, daß  $-2 \ln \mathcal{L}$  minimal wird. Die Massen und Breiten der Resonanzen werden auf etablierte Werte gesetzt und im Anpassungsprozeß zunächst nicht verändert.

$\bar{p}n$ -Anfangszustand	$\bar{p}n \rightarrow$	$l$	$d$	$-2 \ln \mathcal{L}$		Anteile [%]		
				absolut	$\Delta$	$^1S_0$	$^3P_1$	$^3P_2$
$^1S_0$ $^3P_1$ $^3P_2$	$\rho^-(770)\omega$	1, 0	3	-49 226.80		38.7	8.2	19.6
$^1S_0$	$\rho(1450)\pi$	1	2	-53 256.80	4 030.00	9.6		
$^1S_0$	$\rho(1700)\pi$	1	2	-53 594.00	337.20	2.1		
$^3P_1$ $^3P_2$	$b_1(1235)\pi$	1	4	-56 124.41	2 530.41		10.2	9.1
$^3P_1$	$\rho(1450)\pi$	0	2	-56 132.70	8.29		1.3	
$^3P_1$	$\rho(1700)\pi$	0	2	-56 152.71	20.01		1.3	

Tabelle 10.3: Signifikante Beiträge zum Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$ .

Der Dalitz-Plot des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$  in Abbildung 8.5 zeigt als dominanten Beitrag die Reaktion  $\bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega$ . Daher wird zunächst versucht, die Daten nur mit den entsprechenden Partialwellen zu beschreiben, die den verschiedenen Anfangszuständen Rechnung tragen. Die Tabelle 10.2 zeigt die Veränderung von  $-2 \ln \mathcal{L}$  bei Hinzunahme weiterer Partialwellen. Dabei werden jeweils alle Produktionsstärken variiert.

$-2 \ln \mathcal{L}$  muß bei Hinzunahme zusätzlicher Freiheitsgrade kleiner werden. Während die Erweiterungen der Parametrisierung um die Partialwellen des  $\rho(1450)$ , des  $\rho(1700)$  und des  $b_1(1235)$  zu signifikanten Verbesserungen führen, verbessert die Hinzunahme der P-Wellen Anfangszustände der Zerfallskette  $\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi$  die Anpassung jedoch nur unwesentlich. Auch die nach Tabelle 9.1 vollständige Parametrisierung mit 34 freien Parametern führt nur zu einer geringen Änderung.

Um den Datensatz besser zu verstehen, wird die Anzahl der freien Parameter so reduziert, daß trotzdem alle wesentlichen Bestandteile der Daten richtig beschrieben werden. Die Anteile der verschiedenen Partialwellen ohne Berücksichtigung von Interferenzen des Rückstoßteilchens mit der Resonanz zeigen, daß der  ${}^3P_0$ -Anfangszustand nicht wesentlich beiträgt. Ebenso sind alle Beiträge des dritten Abschnitts der Tabelle 10.2 vernachlässigbar.

Tabelle 10.3 zeigt die Auswahl der zur weiteren Analyse verbleibenden Partialwellen mit nur noch 15 freien Parametern. Der Verzicht auf die oben diskutierten 19 freien Parameter verschlechtert die Anpassung nur um 45 in  $-2 \ln \mathcal{L}$ . Dies ist eine sehr geringe Änderung in der Anpassung, die statistisch als nicht signifikant angesehen werden muß.

Die folgenden Schritte untersuchen die Veränderung von  $-2 \ln \mathcal{L}$  bei Variation von Massen und Breiten der beitragenden Resonanzen.

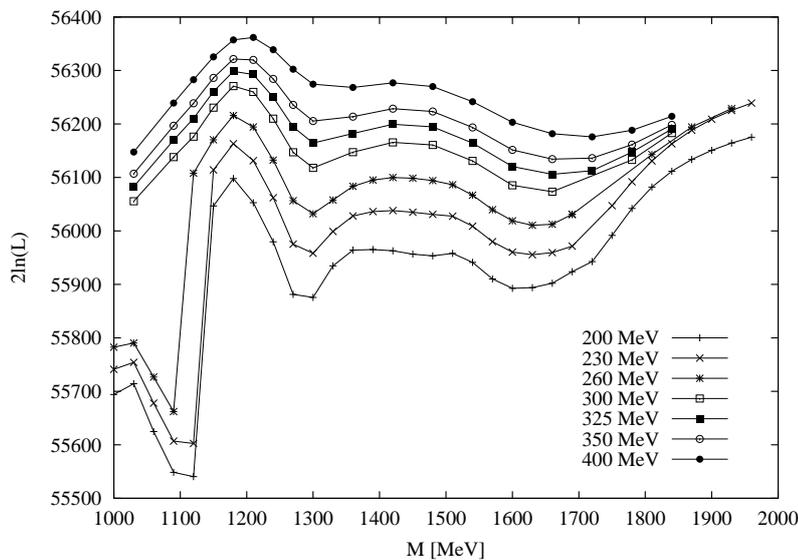


Abbildung 10.1: Scan der  $\rho(1450)$  Masse für verschiedene Breiten.

## 10.2 Der Scan von Parametern

Zur Bestimmung der Massen und Breiten einzelner Resonanzen wäre es naheliegend, die entsprechenden Parameter ebenfalls im Minimierungsprozeß anzupassen. Die freie Variation der Masse einer Resonanz führt oftmals dazu, daß ein Minimum für  $-2 \ln \mathcal{L}$  bei sehr hohen, weit außerhalb des Phasenraums liegenden Werten gefunden wird. Es haben dann nur noch die Ausläufer der Breit-Wigner Funktionen einen Einfluß auf die Anpassung. Falls es doch möglich ist, in einer freien Anpassung die Größe einer Resonanzmasse zu ermitteln, ist deren Fehler nur unzureichend abschätzbar. Der Minimierungsalgorithmus hat bei einer freien Anpassung allerdings die Möglichkeit, die Korrelation der Masse mit anderen Parametern zu bestimmen.

Diese Probleme werden mit der Scanmethode vermieden. Hier legt man die Masse und Breite der untersuchten Resonanz auf bestimmte Werte fest und paßt alle Produktionsstärken und Phasen so an, daß  $-2 \ln \mathcal{L}$  minimal bzw.  $2 \ln \mathcal{L}$  maximal wird.

Im ersten Scan wird das Verhalten von Masse und Breite des  $\rho(1450)$  untersucht. Die Ergebnisse der ersten Anpassung haben gezeigt, daß nicht alle möglichen Partialwellen auch signifikante Beiträge zur Änderung des  $2 \ln \mathcal{L}$  liefern. Es werden nur die in Tabelle 10.3 aufgeführten Amplituden zur Parametrisierung der Daten benutzt. Die Abbildung 10.1 zeigt das Ergebnis eines solchen Scans.

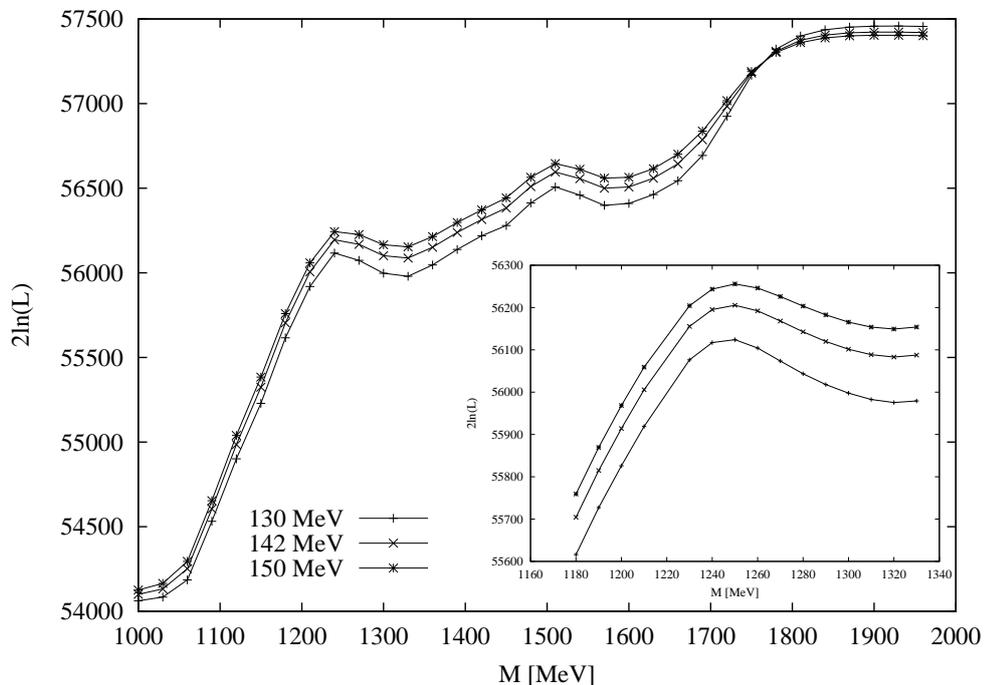


Abbildung 10.2: Scan der  $b_1(1235)$ -Masse für verschiedene Breiten. Die kleine Abbildung zeigt die genauere Untersuchung der Massenregion der erwarteten Masse. Die Parameter des  $\rho(1450)$  und des  $\rho(1700)$  sind entsprechend der Angaben in Tabelle 10.1 gewählt.

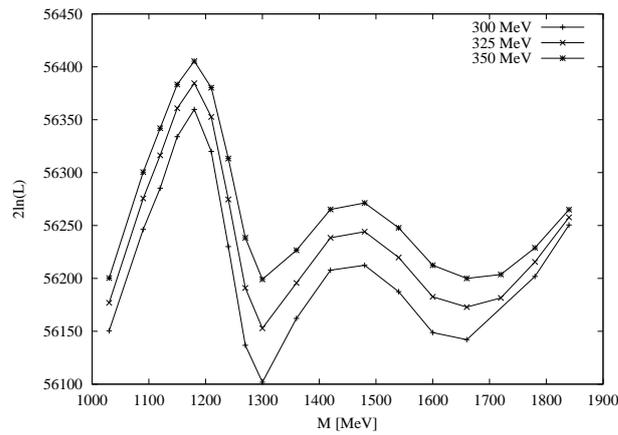


Abbildung 10.3: Scan der  $\rho(1450)$ -Masse für verschiedene Breiten. Die Masse des  $b_1(1235)$  beträgt nun  $m = 1\,250$  MeV ( $\Gamma = 142$  MeV).

Eine deutliche Struktur ist bei einer Masse von  $1\,190$  MeV zu erkennen. In der Region der  $\rho(1450)$ -Masse deutet sich eine Struktur an, die mit den in Tabelle 10.1 aufgeführten Parametern kompatibel ist. Das  $2 \ln \mathcal{L}$  steigt im Bereich des oberen Phasenraumrandes stark an. Das kann auf eine weitere Resonanz in der Massenregion um  $2000$  MeV hindeuten. Allerdings ist hier die Sensitivität der Daten für diese Frage nicht mehr ausreichend.

Die Struktur bei  $m = 1\,190$  MeV könnte durch eine ungenaue Beschreibung des  $b_1(1235)$  hervorgerufen werden. Diese Vermutung untersucht der nächste Scan, indem die Parameter der  $\rho'$  festgehalten werden, und die Masse des  $b_1$  in jedem Minimierungsschritt variiert wird. Die in Abbildung 10.2 gezeigte Variation des  $2 \ln \mathcal{L}$  zeigt Strukturen bei  $\approx 1\,240$  MeV und  $\approx 1\,510$  MeV. Die Masse des  $b_1(1235)$  wird auf  $m = 1\,250$  MeV festgesetzt und der Scan der  $\rho(1450)$  Masse wiederholt (siehe Abb. 10.3). Das Maximum bei  $m \approx 1\,190$  MeV bleibt bestehen, allerdings tritt eine Struktur bei  $m \approx 1\,450$  MeV deutlicher hervor. Dies ist ein

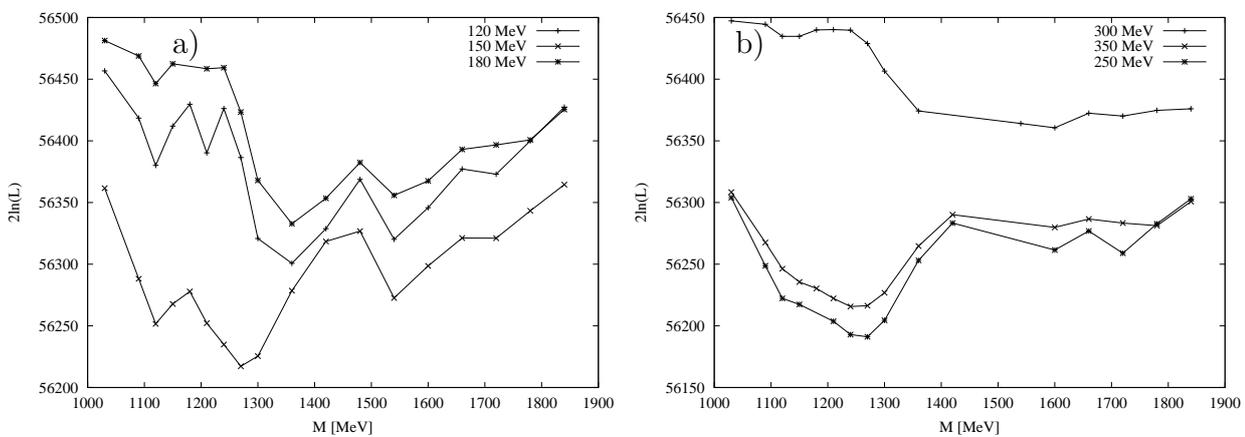


Abbildung 10.4: Scan einer dritten  $\rho'$ -Masse für verschiedene Breiten. a)  $b_1(1235)$ :  $m = 1\,250$  MeV,  $\Gamma = 142$  MeV; b)  $b_1(1235)$ :  $m = 1\,229.5$  MeV,  $\Gamma = 142$  MeV (Particle Data Group (1998) [26]);

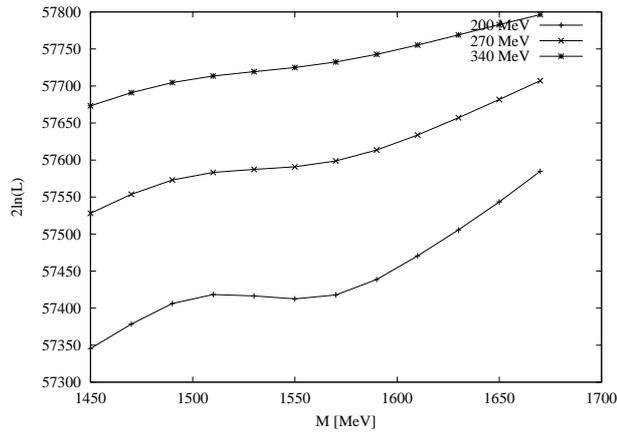


Abbildung 10.5: Scan einer zweiten  $b_1$ -Masse für verschiedene Breiten. Die Masse des  $b_1(1235)$  beträgt hierbei  $m = 1250 \text{ MeV}$  ( $\frac{S}{D} = 0.5$ ).

klares Signal für den Zerfall des  $\rho(1450)$  in  $\omega\pi$ . Allerdings wird auch die Frage nach der Existenz einer dritten  $\rho'$ -Resonanz im untersuchten Massenbereich aufgeworfen.

Die Hypothese von drei  $\rho'$ -Zuständen in der Massenregion unterhalb 2000 MeV wird in einem weiteren Scan untersucht. Die etablierten Zustände  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  werden mit festen Massen und Breiten in die Parametrisierung eingesetzt. Die Abbildungen 10.4a) und b) zeigen die Änderung von  $2 \ln \mathcal{L}$  bei unterschiedlichen Massen eines dritten  $\rho'$ -Zustands. Ein klarer Hinweis für die Existenz eines  $\rho(1300)$  kann der Verteilung des  $2 \ln \mathcal{L}$  nicht entnommen werden. Das schlechte Konvergenzverhalten des Minimierungsalgorithmus unterstützt dies. Das Ergebnis ist auch von der Wahl der Masse des  $b_1(1235)$  unabhängig. Daher erfolgt die nächste Untersuchung nur mit den etablierten  $\rho'$ -Zuständen  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$ .

Bisher wurde die Struktur bei  $m = 1500 \text{ MeV}$  in Abbildung 10.2 nicht näher diskutiert. Daher wird zusätzlich zum  $b_1(1235)$  ein weiteres  $b_1$  in die Parametrisierung eingesetzt. Ein  $b_1$  mit einer Masse von etwa 1800 MeV wurde bei der Analyse der  $\bar{p}p$ -Annihilation im Flug (Strahlimpuls der Antiprotonen 1200 MeV) in die Endzustände  $\omega\pi^+\pi^-$  und  $\omega\pi^0\pi^0$  mit den Parametern

$$b_1(1800) : \quad m = (1804 \pm 37) \text{ MeV} \quad \text{und} \quad \Gamma = (271 \pm 44) \text{ MeV}$$

gefunden [70].

Für eine solche mögliche radiale Anregung des  $b_1(1235)$  Grundzustands gibt es ebenfalls ein  $\frac{D}{S}$ -Verhältnis. Nach Rechnungen im  ${}^3P_0$ -Modell erwartet man für die erste radiale Anregung, den  $2^1P_1$ -Zustand, eine starke Dominanz der D-Welle [18, 19]. Aufgrund einer Nullstelle der S-Welle bildet man das  $\frac{S}{D}$ -Verhältnis (siehe auch Abb. 10.5b)) und Gl. (2.13):

$$\frac{S}{D} = \frac{\mathcal{P}_{21}^{(2^1P_1 \rightarrow 1^3S_1 + 1^1S_0)}(x)}{\mathcal{P}_{01}^{(2^1P_1 \rightarrow 1^3S_1 + 1^1S_0)}(x)} = \frac{3^2 5 (1 - \frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{135}x^2)}{2^{3/2} 7 (1 - \frac{2}{21}x^2)} \quad (10.1)$$

Das  $\frac{S}{D}$ -Verhältnis hängt von der Masse der Resonanz und vom Modellparameter  $\beta$  ab ( $x = \frac{P}{\beta}$ ;  $P$  bezeichnet den Impulsbetrag des Tochterteilchens im Ruhesystem der Resonanz). Mit  $\beta \approx 400 \text{ MeV}$  und  $m = 1510 \text{ MeV}$  folgt  $x \approx 1.36$  und damit  $\frac{S}{D} \approx 0.5$  (siehe Abb. 10.6b)).

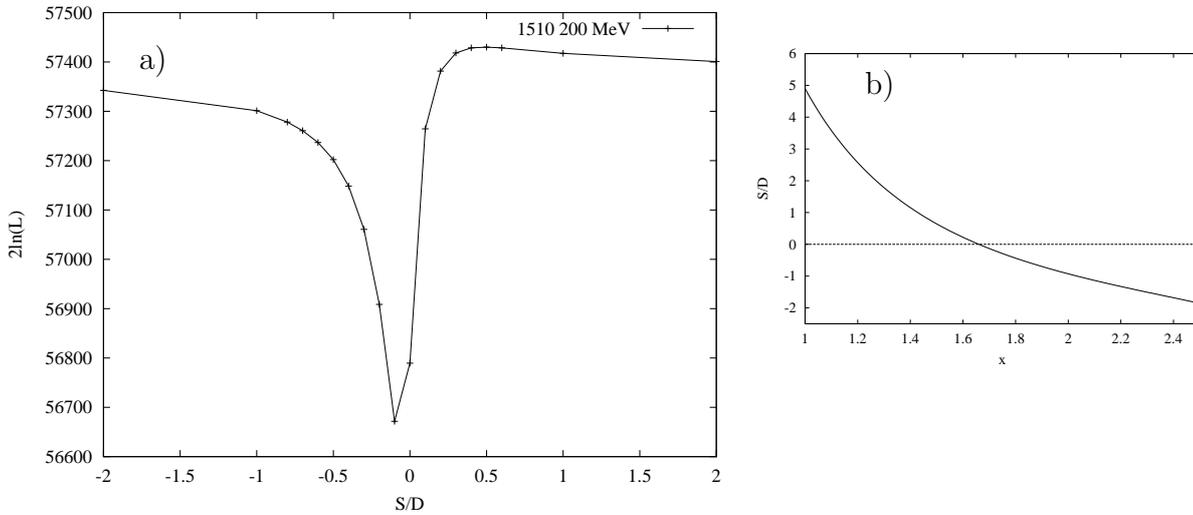


Abbildung 10.6: a) Scan  $\frac{S}{D}$  für  $b_1$  mit  $m = 1510$  MeV und  $\Gamma = 200$  MeV. b)  $\frac{S}{D}$ -Verhältnis für  $2^1P_1 b_1$ -Zustand gerechnet im  $^3P_0$ -Modell [18, 19]. Mit  $\beta \approx 400$  MeV und einer Masse von  $m = 1510$  MeV ergibt sich  $\frac{S}{D} = 0.5$ .

Abbildung 10.5 zeigt den Scan einer zweiten  $b_1$ -Masse mit  $\frac{S}{D} = 0.5$ . Mit zunehmender Breite der zweiten  $b_1$ -Resonanz verbessert sich das  $2 \ln \mathcal{L}$ . Allerdings verschwindet die Andeutung eines lokalen Maximums bei  $m = 1510$  MeV und  $\Gamma = 200$  MeV, für das das Verhalten des  $2 \ln \mathcal{L}$  bei Variation des  $\frac{S}{D}$ -Verhältnisses untersucht wird (siehe Abb. 10.6a)).

Der Scan des  $\frac{S}{D}$ -Verhältnisses weist eine deutliche Struktur auf. Da bei  $\frac{S}{D} \approx 0$  der S-Anteil nicht berücksichtigt wird, verschlechtert sich die Qualität der Anpassung deutlich. Das negative Vorzeichen von  $\frac{S}{D}$  entspricht einer relativen Phase von  $\pi$  zwischen beiden Anteilen. Der in einem Scan untersuchte Phasenwinkel zeigt, daß ein Phasenwinkel von  $0^\circ$  bevorzugt

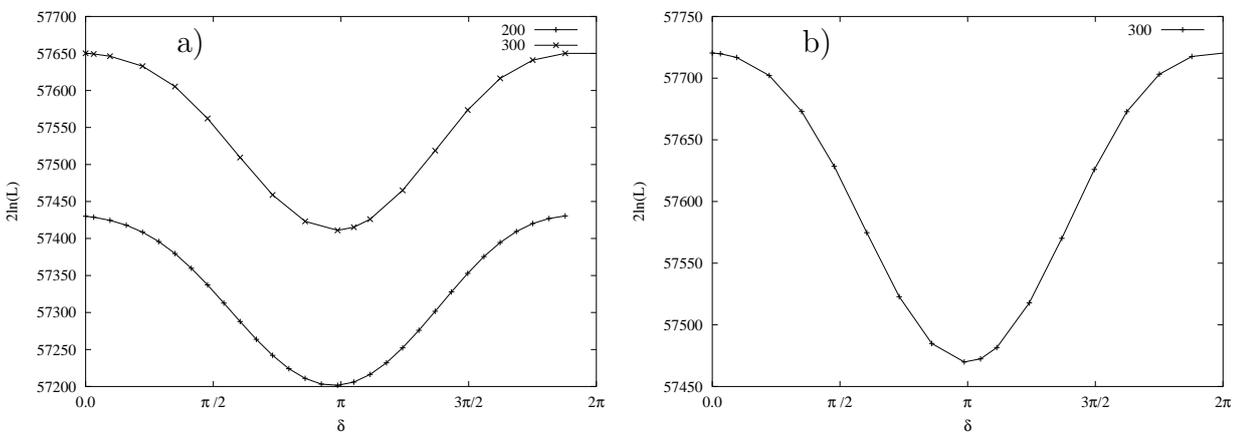


Abbildung 10.7: a) Scan der Phase des zweiten  $b_1$ -Zustands mit  $m = 1510$  MeV und  $\Gamma = 200$  MeV bzw.  $\Gamma = 300$  MeV ( $\frac{S}{D} = 0.5$ ). b) Scan der Phase des zweiten  $b_1$ -Zustands mit  $m = 1650$  MeV und  $\Gamma = 300$  MeV ( $\frac{S}{D} = 0.5$ ).

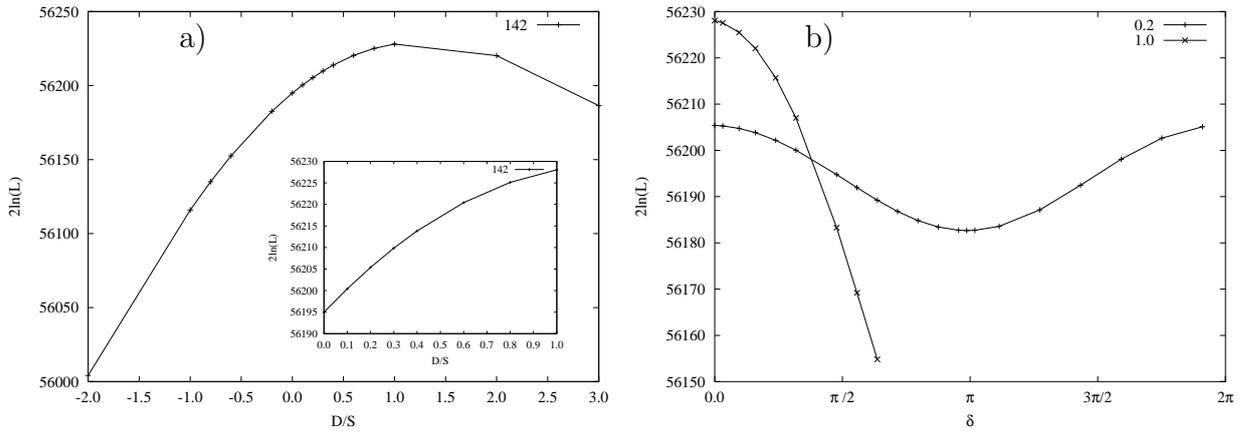


Abbildung 10.8: a) Scan des  $\frac{D}{S}$ -Verhältnisses des  $b_1(1235)$  ( $m = 1250$  MeV,  $\Gamma = 142$  MeV).  
 b) Scan der relativen Phase zwischen D- und S-Welle.

wird (siehe Abb. 10.7a)). Allerdings ist dieses Verhalten unabhängig von der gewählten Masse (siehe Abb. 10.7b)). Das stärkt nicht das Vertrauen in die Existenz einer angeregten  $b_1$ -Resonanz bei dieser Masse.

Das  $\frac{D}{S}$  Verhältnis des  $b_1(1235)$  wurde bisher immer auf dem Wert  $\frac{D}{S} = 0.2$  festgehalten und die relative Phase zwischen der S- und D-Welle als Null angenommen. Der in Abbildung 10.8a) gezeigte Scan untersucht das Verhalten der Anpassung bei Variation von  $\frac{D}{S}$ . Es zeigt sich ein Maximum bei  $\approx 1$ . Bei  $\frac{D}{S} = 0.2$  verschlechtert sich  $2 \ln \mathcal{L}$  nur um den kleinen Betrag von 22.7.

Die bisherigen Analyseschritte können die Existenz der etablierten Resonanzen im Zerfallskanal  $\omega\pi$  bestätigen. Eine Bestimmung ihrer Zerfallsbreiten ist nicht möglich, da sehr breite Strukturen die Güte der Anpassung verbessern und Strukturen im  $2 \ln \mathcal{L}$  sehr stark ausmieren.

Neben der Zerfallskette  $\bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega$  werden zur Beschreibung die Kanäle  $\bar{p}n \rightarrow \rho(1450)\pi$  und  $\bar{p}n \rightarrow \rho(1700)\pi$  benötigt. Außerdem trägt aus P-Wellen Anfangszuständen der Kanal  $\bar{p}n \rightarrow b_1(1235)\pi$  bei. Evidenz für die Existenz eines  $\rho(1300)$  kann in den Daten zunächst nicht gefunden werden. Weiterhin gibt es schwache Anzeichen für eine  $b_1$  Radialanregung mit der Masse von  $m \approx 1510$  MeV. Ab einer Masse von  $m = 1800$  MeV für das zweite  $b_1$ -Meson wird ebenfalls eine gute Anpassung erreicht.

Der  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus bietet eine alternative Möglichkeit die Daten zu parametrisieren. Trotz der in Abschnitt 9.3 aufgeführten Schwierigkeiten der Interpretation der Ergebnisse wird im folgenden diese Technik angewandt.

## 10.3 Parametrisierung im $\hat{K}$ -Matrix Formalismus

In Abschnitt 9.3 wurde die Parametrisierung der  $\rho'$ - und  $b_1$ -Resonanzen im  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus vorgestellt. Ein grundsätzliches Problem bei der Anwendung dieser Technik liegt in der Vergleichbarkeit der Anpassungsparameter mit denen der Parametrisierung durch Breit-Wigner Funktionen. Die den Polen einer Breit-Wigner Funktion entsprechenden Massen und Breiten unterscheiden sich von den Polen der  $\hat{K}$ -Matrix. Da eine analytische Transformation der  $\hat{T}$ -Matrix Pole in  $\hat{K}$ -Matrix Pole nicht möglich ist, wurden die in der Tabelle 10.1 aufgeführten Polstellen in beiden Formalismen numerisch ermittelt.

### 10.3.1 $1 \times 1$ - $\hat{K}$ -Matrix

Für den mit einer  $1 \times 1$ - $\hat{K}$ -Matrix parametrisierten Zerfall des  $\rho'$  in  $\omega\pi$  gibt es zwei Riemann'sche Blätter. Auf dem physikalischen Blatt liegen die  $\hat{T}$ -Matrix Pole der Resonanzen ( $\Im(q) < 0$ ) und auf dem anderen Blatt deren Ausläufer ( $\Im(q) > 0$ ). Die den physikalischen Parametern  $m_1 = 1435$  MeV,  $\Gamma_1 = 325$  MeV,  $m_2 = 1700$  MeV und  $\Gamma_2 = 235$  MeV entsprechenden  $\hat{K}$ -Matrix Pole liegen bei  $m_1 = 1400$  MeV,  $\Gamma_1^0 = 405$  MeV,  $m_2 = 1765$  MeV und  $\Gamma_2^0 = 324$  MeV.

Da der Zerfall des  $b_1$  in  $\omega\pi$  mit einer  $2 \times 2$   $\hat{K}$ -Matrix parametrisiert wird, treten hier vier Riemann'sche Ebenen auf. Die Zerfallskanäle unterscheiden sich nicht durch die Massen ihrer Zerfallsteilchen, sondern nur durch unterschiedliche Zerfallsdrehimpulse (S- und D-Welle). Daher fallen die beiden Schwellen zusammen, und die Situation entspricht im Beispiel der  $(\pi\pi)_S$ -Welle dem Massenbereich oberhalb der  $K\bar{K}$ -Schwelle (siehe Abb. C.4). Die physikalischen  $\hat{T}$ -Matrix Pole liegen in Blatt III ( $\Im(q) < 0$ ).

Bei einer Beschreibung mit den physikalischen Parametern  $m_1 = 1229.5$  MeV,  $\Gamma_1 = 142$  MeV,  $m_2 = 1804$  MeV und  $\Gamma_2 = 271$  MeV liegen die  $\hat{K}$ -Matrix Pole bei  $m_1 = 1212.4$  MeV,  $\Gamma_{11} = 125.2$  MeV,  $\Gamma_{12} = 21.7$  MeV,  $m_1 = 1813.6$  MeV,  $\Gamma_{21} = 141.9$  MeV und  $\Gamma_{22} = 122.9$  MeV.

Zunächst wird nur der Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \rho(770)\omega$  an die Daten angepaßt. Dabei ist die Masse des  $\rho(770)$  auf  $m = 758.52$  MeV festgesetzt ( $\Gamma = 149.1$  MeV). Um die Anzahl der Parameter weiter zu reduzieren, werden  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  nur aus dem  $^1S_0$ -Anfangszustand als Breit-Wigner Funktionen hinzugenommen (siehe Tab. 10.4) und die Produktionsstärken an die

$\bar{p}n$ -Anfangszustand	$\bar{p}n \rightarrow$	$l$	$d$	$-2 \ln \mathcal{L}$	
				absolut	$\Delta$
$^1S_0$ $^3P_1$ $^3P_2$	$\rho^-(770)\omega$	1, 0	3	-50 195.53	
$^1S_0$	$\mathcal{BW} : \rho'\pi$	1	4	-53 634.31	3 438.78
$^1S_0$	$\hat{K} : \rho'\pi$	1	4	-53 785.91	3 590.38
$^3P_1$ $^3P_2$	$\hat{K} : b_1\pi$	1	8	-57 501.88	3 715.97

Tabelle 10.4: Vergleich der Breit-Wigner Parametrisierung mit dem  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus. Innerhalb des  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus wird eine deutlich bessere Anpassung erreicht ( $m(\rho(770)) = 758.52$  MeV und  $\Gamma(\rho(770)) = 149.1$  MeV).

$\hat{T}$ -Matrix				$\hat{K}$ -Matrix			
$m_1$	$\Gamma_1^0$	$m_2$	$\Gamma_2^0$	$m_1$	$\Gamma_1^0$	$m_2$	$\Gamma_2^0$
1390	325	1700	235	1364.6	415.8	1761.6	323.0
1400	325	1700	235	1372.2	411.4	1763.0	321.5
1410	325	1700	235	1380.5	411.3	1764.5	323.1
1420	325	1700	235	1389.0	408.6	1765.1	319.7
1430	325	1700	235	1396.5	406.4	1765.0	319.0
1435	325	1700	235	1399.4	405.2	1767.4	320.2
1440	325	1700	235	1402.8	404.0	1769.7	322.9
1450	325	1700	235	1411.1	402.0	1768.4	317.5
1460	325	1700	235	1419.8	399.3	1769.6	317.8
1470	325	1700	235	1426.6	396.3	1770.3	321.0
1480	325	1700	235	1433.7	394.3	1773.9	325.9
1490	325	1700	235	1442.0	388.8	1776.0	326.1
1500	325	1700	235	1448.3	390.0	1777.9	327.6
1510	325	1700	235	1455.3	388.0	1777.6	324.0
1520	325	1700	235	1464.3	385.2	1781.2	325.5
1530	325	1700	235	1469.8	383.1	1784.0	330.6
1540	325	1700	235	1477.1	378.9	1785.0	330.2
1550	325	1700	235	1482.1	379.7	1788.1	333.5
1560	325	1700	235	1490.9	376.6	1791.6	332.5
1570	325	1700	235	1496.5	375.1	1793.7	335.0

Tabelle 10.5:  $\hat{T}$ -Matrix Pole und  $\hat{K}$ -Matrix Pole für den Zerfall  $\rho' \rightarrow \omega\pi$ . Für die  $\hat{K}$ -Matrix wird die totale Breite  $\Gamma_\alpha^0 = \frac{\tilde{\Gamma}_\alpha}{\rho(m_\alpha)}$  angegeben (siehe Gl. (C.4)). Die  $\hat{K}$ -Matrix Parameter wurden in einem iterativen Verfahren variiert, bis sie mit einer maximalen Abweichung von  $\approx 1$  MeV mit den vorgegebenen  $\hat{T}$ -Matrix Polen übereinstimmten. Diese entsprechen den physikalischen Breiten der  $\rho'$ -Resonanzen.

Daten angepaßt. Die Breit-Wigner Funktionen werden im folgenden Schritt durch eine  $\hat{K}$ -Matrix Parametrisierung ersetzt. Der Vergleich beider Methoden zeigt einen deutlich besseren Wert des  $-2 \ln \mathcal{L}$  für die Parametrisierung im  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus. Hierbei ist zu beachten, daß die Anzahl der freien Anpassungsparameter nicht erhöht wurde.

Der Einfluß der Masse und Breite des  $\rho^-(770)$  wird nochmals untersucht. Durch eine freie Anpassung kann  $2 \ln \mathcal{L}$  um 85.47 auf 57 587.35 verbessert werden. Die gefundenen Parameter für die Masse  $m = 755.34$  MeV und die Breite  $\Gamma = 117.22$  MeV weichen allerdings von den etablierten Werten stärker ab ( $m = (769.3 \pm 08)$  MeV,  $\Gamma = (150.2 \pm 08)$  MeV [3]).

Eine freie Anpassung von  $m_1$  und  $\Gamma_1$  des  $\rho(1450)$  bewirkt eine Verbesserung auf  $2 \ln \mathcal{L} = 57 708$  ( $m_1 = 1 477$  MeV,  $\Gamma_1 = 835$  MeV). Wie schon bei der Parametrisierung durch Breit-Wigner Funktionen zeigt sich, daß hohe Werte für die Breiten bevorzugt werden. Daher wird die Masse des ersten Pols für eine festgesetzte totale Breite in einem Scan untersucht. Durch geeignete Wahl aller  $\hat{K}$ -Matrix Parameter wird gewährleistet, daß der höherrmassige  $\hat{T}$ -Matrix Pol und die  $\hat{T}$ -Matrix Breite des niederrmassigen Pols konstant bleiben. Die einzelnen Parameter der gewählten Scanpunkte sind in Tabelle 10.5 gelistet; die Abbildung 10.9 zeigt

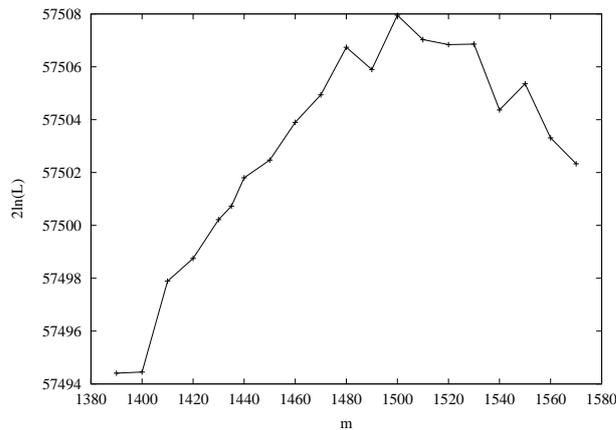


Abbildung 10.9: Scan des niedermassigen  $\rho'$ -Pols der 2-Pol Lösung im  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus für konstante  $\hat{T}$ -Matrix Breiten ( $-2 \ln \mathcal{L}$  ist gegen den ersten  $\hat{T}$ -Matrix Pol aufgetragen).

die Änderung von  $-2 \ln \mathcal{L}$  bei Variation von  $m_1$  der  $(\omega\pi)_P$ -Welle. Obwohl die Änderungen von  $-2 \ln \mathcal{L}$  nur sehr gering sind, bildet sich ein deutliches Maximum bei einem Pol von etwa 1500 MeV aus. Die Variation ist als klarer Hinweis auf den Zerfall des  $\rho(1450)$  in  $\omega\pi$  zu werten.

Da die Änderungen von  $-2 \ln \mathcal{L}$  nur sehr gering sind, wird in den folgenden Anpassungen auf die Änderung der  $\hat{T}$ -Matrix Pole verzichtet. Abbildung 10.10a) zeigt einen Scan des niedermassigen  $\hat{K}$ -Matrix Pols bei festgehaltenem Pol des  $\rho(1700)$ . Es zeigt sich ein breites Maximum des ersten Pols für totale Breiten  $\Gamma_1^0 \gtrsim 300$  MeV bei einer Masse des ersten Pols von  $m_1 \approx 1450$  MeV. Nach Tabelle 10.5 entspricht dies etwa einem  $\hat{T}$ -Matrix Pol bei  $m \approx 1500$  MeV und  $\Gamma \approx 325$  MeV und bestätigt erneut den Zerfall des  $\rho(1450)$  in  $\omega\pi$ .

Für kleinere totale Breiten in Abbildung 10.10a) sind oberhalb von 1050 MeV weitere Strukturen sichtbar. Die diesen  $\hat{K}$ -Matrix Polen entsprechenden  $\hat{T}$ -Matrix Pole sind in Tabelle 10.6 aufgeführt. Für weit auseinander liegende Pole sind die Unterschiede in der  $\hat{K}$ - und  $\hat{T}$ -Matrix gering. Die durch kleine Breiten hervorgerufenen Strukturen bei 1300 MeV und bei 1450 MeV könnten mit dem  $\rho(1300)$  und dem  $\rho(1450)$  identifiziert werden. Allerdings ist die Verschmierung für höhere Breiten sehr auffällig und deutet auf die alleinige Existenz eines  $\rho(1450)$  in diesem Massenbereich hin. Bei einer Masse von 1765 MeV liegen beide Polmassen an gleicher Stelle. Dies bedingt Instabilitäten in der Datenanpassung, die für den Einbruch des  $2 \ln \mathcal{L}$  verantwortlich sind.

Unterhalb von 1050 MeV sind ebenfalls Strukturen deutlich sichtbar. An der  $\omega\pi$ -Schwelle bei 918 MeV trägt der erste Pol nicht zur Beschreibung der Daten bei ( $|\beta| \approx 0$ ), da hier die Amplitude der  $(\omega\pi)_P$ -Welle verschwindet (siehe Abb. 10.12a) und 10.13a) und d)). Dies schlägt sich in einem schlechten Wert für  $-2 \ln \mathcal{L}$  in der Anpassung nieder, da hier die Anzahl der tatsächlich freien Anpassungsparameter sinkt. Unterhalb der Schwelle werden die Amplituden analytisch fortgesetzt und tragen wieder zur Gesamtintensität bei. Für kleine Breiten findet sich bei einer Polmasse von etwa 700 MeV eine gute Beschreibung der Daten. Dies könnte durch die Kopplung des  $\rho(770)$  an  $\omega\pi$  begründet sein.

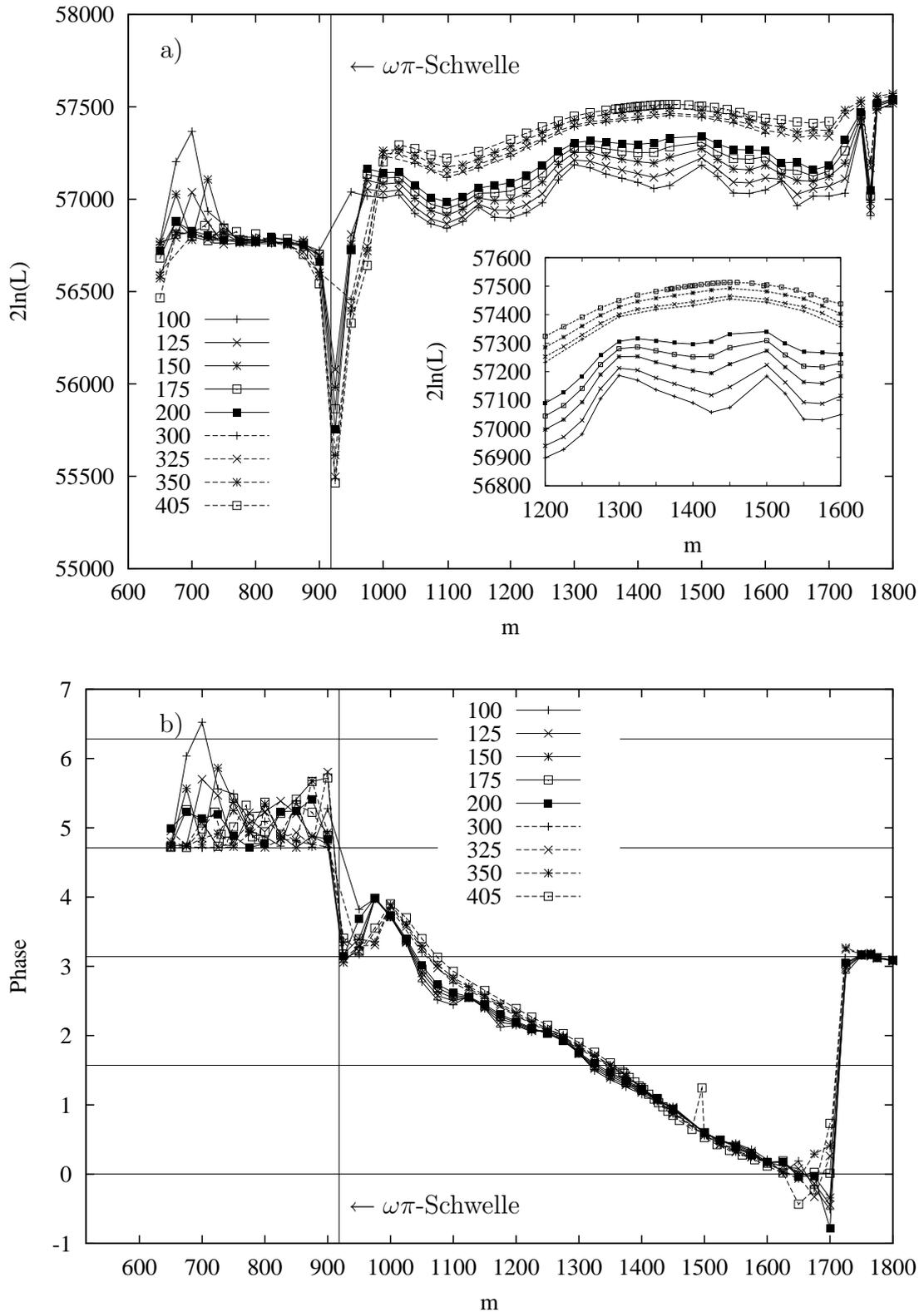


Abbildung 10.10: Scan eines  $\rho'$ -Pols der 2-Pol Lösung im  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus. a) Scan von  $m_1$  für verschiedene Breiten  $\Gamma_1$  mit fester Masse  $m_2 = 1765$  MeV und Breite  $\Gamma_2 = 324$  MeV. b) Phase zwischen den beiden Polen des in a) gezeigten Scans. Die horizontalen Linien markieren Vielfache von  $\frac{\pi}{2}$ .

$\hat{K}$ -Matrix				$\hat{T}$ -Matrix	
$m_1$	$\Gamma_1^0$	$m_2$	$\Gamma_2^0$	$(m_1 - i\Gamma_1)$	$(m_2 - i\Gamma_2)$
1050	125	1765	324	(1049 - i23)	(1748 - i131)
1050	200	1765	324	(1043 - i37)	(1748 - i131)
1300	125	1765	324	(1310 - i38)	(1748 - i132)
1300	125	1765	324	(1304 - i64)	(1737 - i132)
1400	125	1765	324	(1419 - i40)	(1748 - i133)
1400	200	1765	324	(1419 - i68)	(1733 - i135)
1450	200	1765	324	(1477 - i69)	(1722 - i136)
1450	400	1765	324	(1501 - i173)	(1677 - i113)
1500	125	1765	324	(1516 - i38)	(1742 - i137)
1500	200	1765	324	(1530 - i66)	(1713 - i139)
1625	125	1765	324	(1655 - i66)	(1728 - i158)
1625	200	1765	324	(1669 - i24)	(1705 - i182)

Tabelle 10.6: Transformation ausgewählter  $\hat{K}$ -Matrix Pole des Scan aus Abbildung 10.10 in die entsprechenden  $\hat{T}$ -Matrix Pole. Zu beachten ist hier, daß der komplexwertige Anteil des  $\hat{T}$ -Matrix Pols der halben physikalischen Breite entspricht.

Die relative Phasenbewegung zwischen den beiden Polen gibt eine weitere hilfreiche Information. Zwischen zwei Resonanzpolen (von Pol zu Pol) kann sich die relative Phase maximal um den Wert  $\pi$  verändern. Abbildung 10.10b) zeigt die Phase einer hypothetischen zweiten Resonanz mit vorgegebener Masse und Breite relativ zur Produktionsphase des  $\rho(1700)$ . Zwischen 950 MeV und 1765 MeV ändert sich die Phase um mehr als  $\pi$ , während man zwischen der  $\omega\pi$ -Schwelle und der nachfolgenden Resonanz höchstens eine Phasendifferenz von  $\frac{\pi}{2}$  erwartet. Daher liegt zwischen dem  $\rho(770)$  und dem  $\rho(1700)$  mindestens eine weitere Resonanz, die mit dem  $\rho(1450)$  identifiziert werden kann. An der  $\omega\pi$ -Schwelle steigt die Phase zunächst an. Wenn dieser Effekt real ist, dann ist die  $\omega\pi$ -Wechselwirkung an der Schwelle repulsiv.

Diese Resonanz kann keine starke Kopplung an andere Kanäle aufweisen, da sich anderenfalls keine volle Phasenbewegung ausbildet. Dieser Aspekt wird in Abschnitt 10.4 diskutiert. Bei großen Inelastizitäten könnten jedoch durchaus zwei weitere Resonanzen im Bereich zwischen der  $\omega\pi$ -Schwelle und 1765 MeV liegen. Der Phasenvorschub von  $\frac{\pi}{2}$  oberhalb von 950 MeV wird offensichtlich schon bei 1300 MeV erreicht. Dies ist ein starkes Indiz für die Existenz eines  $\rho(1300)$ .

### 10.3.2 Die $2 \times 2$ - $\hat{K}$ -Matrix

Der Kanal  $\rho' \rightarrow \pi\pi$  öffnet sich aufgrund der geringen Masse seiner Endzustandsteilchen frühzeitig, so daß kein bedeutender Einfluß in der  $\omega\pi$ -Streuung durch die Änderung der Inelastizität zu erwarten ist. Schwieriger gestaltet sich die Einschätzung der  $\rho' \rightarrow 4\pi$  Kanäle. Aus den vorherigen Analysen von Crystal Barrel Daten ist bekannt, daß die  $4\pi$ -Zerfallskanäle der  $\rho'$ -Zustände deutlich beitragen. Dies wird in weiteren Analyseschritten untersucht, wobei die  $4\pi$ -Kanäle durch eine sich langsam öffnende Schwelle beschrieben werden (siehe Abb. 9.1).

Bei einer vorgegebenen totalen Breite der Resonanzpole wird die Aufteilung in die Partialbreiten der Kanäle durch die Anpassung an die Daten bestimmt. Hier zeigt sich, daß die Partialbreite des  $4\pi$ -Kanals durch den Anpassungsprozeß auf Null gesetzt wird. Dies geschieht unabhängig von den gewählten Startwerten.

Auch der Einfluß verschiedener Polmassen  $m_2$  des  $\rho(1700)$  auf die Anpassung wurde untersucht. Ihre Variation hat nur einen sehr geringen Einfluß auf das Ergebnis.

### 10.3.3 Die 3-Pol Lösung der $(\omega\pi)_P$ -Welle

Die Hinweise auf die Existenz von drei  $\rho'$ -Resonanzen im untersuchten Massenbereich, die sich im Scan mit einer 2-Pol Lösung gezeigt haben, werden in weiteren Anpassungen verfolgt. Dazu ist es nötig, die  $\hat{K}$ -Matrix Formulierung der  $(\omega\pi)_P$ -Welle auf drei Pole zu erweitern. Den beiden etablierten  $\rho'$ -Zuständen wird ein weiterer Pol beigefügt, und die  $\hat{T}$ -Matrix Pole werden in  $\hat{K}$ -Matrix Pole transformiert (siehe Tab. 10.7).

Einen Scan des ersten  $\hat{K}$ -Matrix Pols zeigt Abbildung 10.11a). Die wesentlichen Strukturen sind dem Scan mit einer 2-Pol Lösung der  $(\omega\pi)_P$ -Welle sehr ähnlich. Bei der  $\omega\pi$ -Schwelle erfolgt ebenfalls ein Einbruch des  $2 \ln \mathcal{L}$ , das dort auf dem Niveau der 2-Pol Lösung liegt. Für die Existenz eines  $\rho(1300)$  gibt es keine Anzeichen.

Die relative Phasenbewegung zwischen den Polen zeigen die Abbildungen 10.11c) und e). Da in den Anpassungen die Polposition  $m_1$  variiert wurde, ändert sich auch die Phase zwischen den Polen 1 und 2. Sie verschwindet, wenn beide Pole bei gleicher Masse liegen ( $m_1 \approx m_2 \approx 1460$  MeV). Auch hier ist die Phasenbewegung relativ stark und fordert entweder ein  $\rho(1300)$  oder eine im wesentlichen elastische  $\rho(1450)$ -Resonanz. Die relative Phase zwischen den festgehaltenen Polen 2 (bei 1460 MeV) und 3 (bei 1791 MeV) verändert sich in Abhängigkeit von  $m_1$  kaum. Eine leichte Änderung der Partialbreiten führt nur zu unbedeutenden Änderungen der gezeigten Anpassung.

Eine andere Möglichkeit ist die Variation des mittleren  $\hat{K}$ -Matrix Pols in einem Scan (siehe Abb. 10.11b)). Der niedermassige Pol wurde auf 770 MeV gesetzt, der mögliche Beiträge des Zerfalls des  $\rho(770)$  in  $\omega\pi$  beschreibt. Details der Strukturen für kleine Breiten wiederholen sich, und das breite Maximum bei 1450 MeV ist ebenfalls vorhanden, womit auch hier der Zerfall des  $\rho(1450)$  in  $\omega\pi$  bestätigt wird. Die relative Phase zwischen dem  $\rho(1450)$  und dem  $\rho(1700)$  beträgt wiederum etwa  $\frac{\pi}{4}$ , wie die Abbildung 10.11f) zeigt. Da die  $\omega\pi$ -Schwelle zwischen dem  $\rho(770)$  und dem  $\rho(1450)$  liegt, ist die relative Phase zwischen diesen Resonanzen nicht interpretierbar (siehe Abb. 10.11d)).

In einer freien Anpassung wird die 3-Pol Lösung nochmals untersucht. Ausgehend von der Startparametrisierung in Tabelle 10.7 werden sukzessiv Massen und Breiten der  $\hat{K}$ -Matrix Pole frei gelassen. Die Ergebnisse faßt Tabelle 10.8 zusammen. Es zeigt sich, daß eine freie Anpassung der Massen und Breiten der  $\hat{K}$ -Matrix Pole die Anpassungen verbessert, allerdings werden Polpositionen bevorzugt, bei denen die  $\hat{T}$ -Matrix Pole 1 und 2 nahe beieinander liegen. Das Ergebnis der Anpassungen ist dann vor allem nach Umrechnen auf  $\hat{T}$ -Matrix Parameter nur schwer zu interpretieren. Es legt daher äußerste Vorsicht bei dem Versuch nahe, eine dritte  $\rho$ -Anregung in der  $(\omega\pi)_P$ -Welle einzufügen.

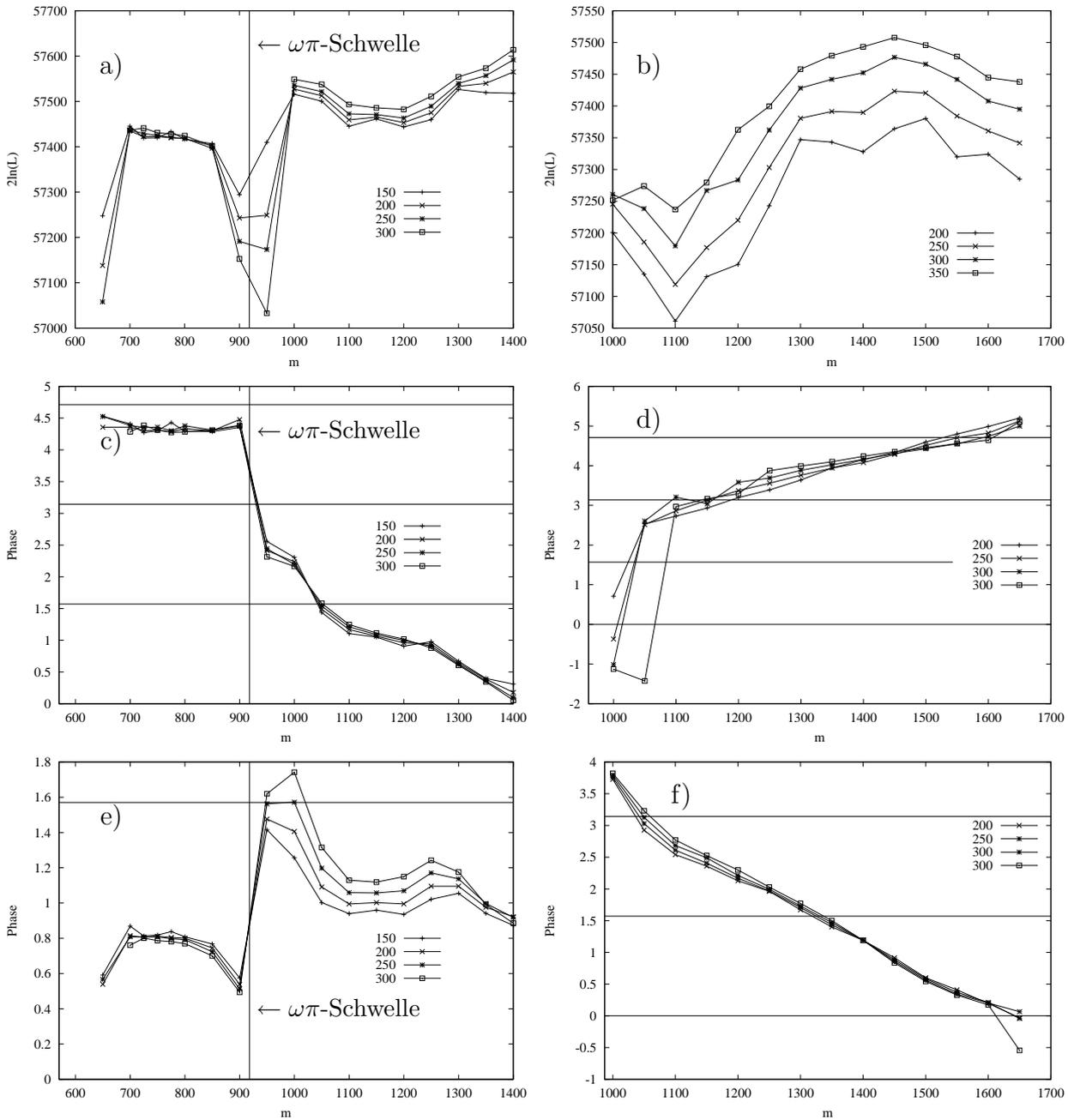


Abbildung 10.11: 3-Pol Lösung für  $\rho' \rightarrow \omega\pi$ . a), c) und e) Scan für  $m_1$  mit unterschiedlichen  $\Gamma_1$ ,  $m_2 = 1460$  MeV,  $\Gamma_2 = 240$  MeV,  $m_3 = 1791$  MeV und  $\Gamma_3 = 362.2$  MeV. b), d) und f) Scan für  $m_2$  mit unterschiedlichen  $\Gamma_2$ ,  $m_1 = 770$  MeV,  $\Gamma_1 = 150$  MeV,  $m_3 = 1791$  MeV und  $\Gamma_3 = 362.2$  MeV. a) und b) Qualität der Anpassung; c) und d) Phasendifferenz zwischen Pol 2 und Pol 1; e) und f) Phasendifferenz zwischen Pol 3 und Pol 2.

		$\hat{K}$ -Matrix				$\hat{T}$ -Matrix		
$m_1$	$\Gamma_1^0$	$m_2$	$\Gamma_2^0$	$m_3$	$\Gamma_3^0$	$(m_1 - i\Gamma_1)$	$(m_2 - i\Gamma_2)$	$(m_3 - i\Gamma_3)$
1249	266	1460	273.2	1791	362.2	(1300 - i70)	(1435 - i162.5)	(1700 - i117.5)
1025	250	1460	273.2	1791	362.2	(1007 - i41)	(1492.5 - i160)	(1712 - i97)
1200	266	1460	273.2	1791	362.2	(1227 - i82)	(1489 - i180)	(1709 - i96)
1200	250	1460	273.2	1791	362.2	(1227 - i73)	(1497 - i177)	(1709 - i98)
1350	250	1460	273.2	1791	362.2	(1401 - i28)	(1497 - i246)	(1709 - i87)
1375	250	1460	273.2	1791	362.2	(1421 - i20)	(1505 - i259)	(1709 - i86)
1400	250	1460	273.2	1791	362.2	(1435 - i16)	(1508 - i267)	(1706 - i86)
1425	250	1460	273.2	1791	362.2	(1454 - i9)	(1522 - i279)	(1709 - i79)
1500	250	1460	273.2	1791	362.2		(1558 - i298)	(1709 - i70)

Tabelle 10.7:  $\hat{T}$ -Matrix Pole und  $\hat{K}$ -Matrix Pole für  $\rho' \rightarrow \omega\pi$ .  $\hat{K}$ -Matrix:  $\Gamma_\alpha^0 = \frac{\tilde{\Gamma}_\alpha}{\rho(m_\alpha)}$  (siehe Gl. (C.4)).

$\hat{K}$ -Matrix und $\hat{T}$ -Matrix						freie Parameter $-2 \ln \mathcal{L}$
$m_1$	$\Gamma_1^0$	$m_2$	$\Gamma_2^0$	$m_3$	$\Gamma_3^0$	
	$(m_1 - i\Gamma_1)$		$(m_2 - i\Gamma_2)$		$(m_3 - i\Gamma_3)$	
1249	266	1460	273.2	1791	362.2	
						57 509.46
	(1300 - i70)		(1435 - i162.5)		(1700 - i117.5)	
1407.1	266	1457.7	273.2	1791	362.2	$m_1, m_2$
						57 607.57
	(1431.2 - i9.8)		(1489.6 - i257.7)		(1693.8 - i101)	
1418.3	135.27	1483.3	542.44	1791	362.2	$m_1, m_2, \Gamma_1, \Gamma_2$
						57 617.36
	(1426.3 - i9.3)		(1526 - i305)		(1698.2 - i63)	

Tabelle 10.8: Freie Anpassung von Massen und Breiten für die 3-Pol Lösung der  $(\omega\pi)_P$ -Welle. Eine freie Anpassung der Parameter des dritten Pols ist nicht möglich, da die Masse in sehr hohe Regionen geschoben wird.

## 10.4 Interpretation der Phasenbewegung

Die in den Abbildungen 10.10b) und 10.11c) gezeigten Phasenbewegungen lassen einen direkten Vergleich mit der erwarteten Phasenbewegung der im  ${}^3P_0$ -Modell berechneten  $\rho'$ -Zustände zu. In Anlehnung an die in Tabelle 2.3 gegebenen Partialbreiten der verschiedenen Zerfallskanäle der  $\rho'$ -Zustände wird die  $\hat{T}$ -Matrix im  $3 \times 3$ - $\hat{K}$ -Matrix Formalismus

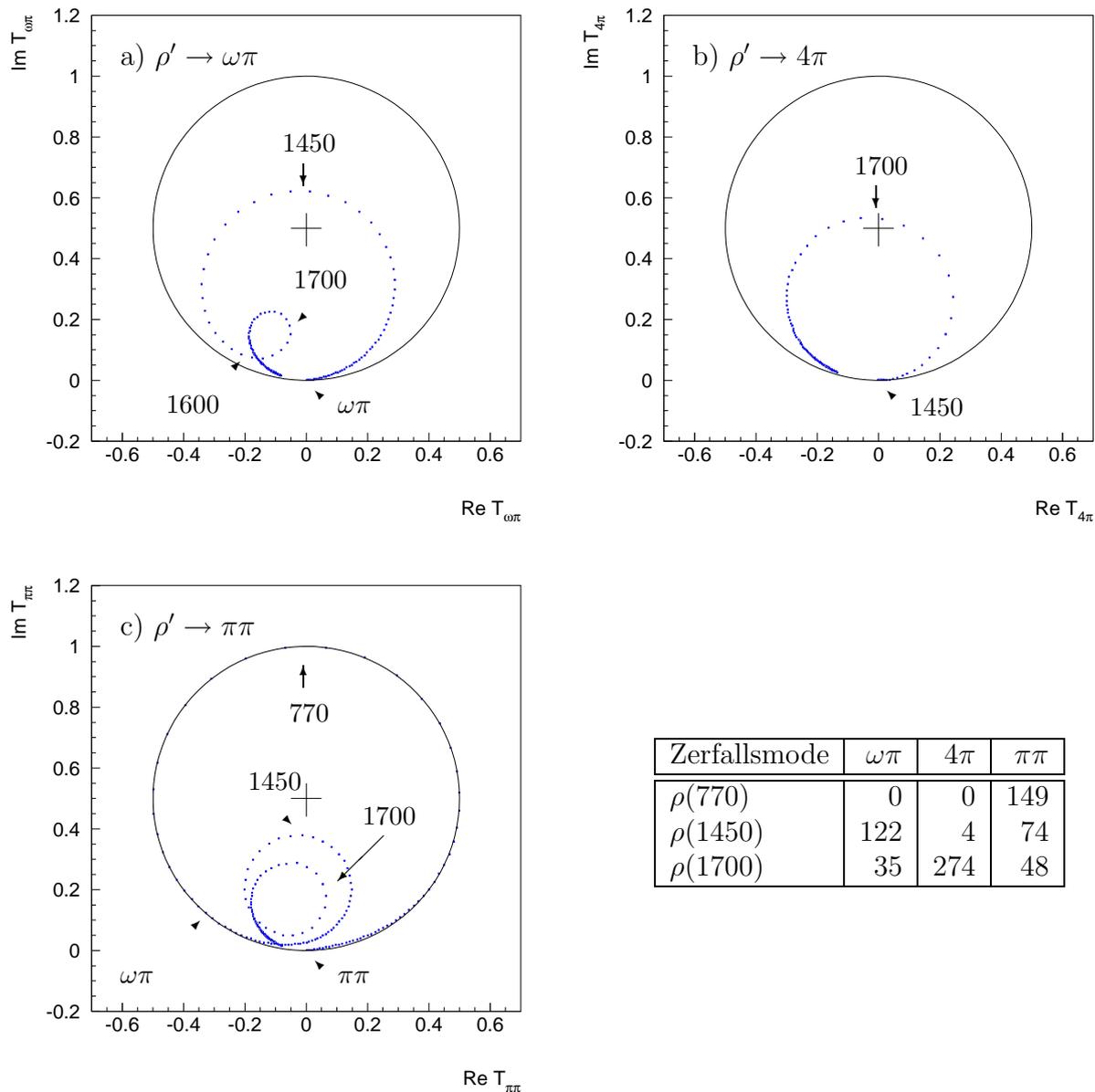


Abbildung 10.12: Argand Diagramme der  $(\omega\pi)_P$ -Welle für die drei in der Tabelle angegebenen Zerfallskanäle (Partialbreiten in MeV in Anlehnung an das  ${}^3P_0$ -Modell, siehe Tab. 2.3). Die Pfeile deuten auf Punkte bestimmter invarianter Massen des Zerfallssystems; die durchgezogenen Linien stellen den Unitaritätskreis dar.

parametrisiert. Als erster Kanal wird der hier direkt untersuchte  $\omega\pi$ -Zerfall gewählt. Die  $4\pi$ -Zerfallskanäle werden zusammengefaßt, ihre sich langsam öffnende Schwelle wird nach Abbildung 9.1 parametrisiert. Der dritte Zerfallskanal ist der nach  $\pi\pi$ , die  $K\bar{K}$ -Kanäle

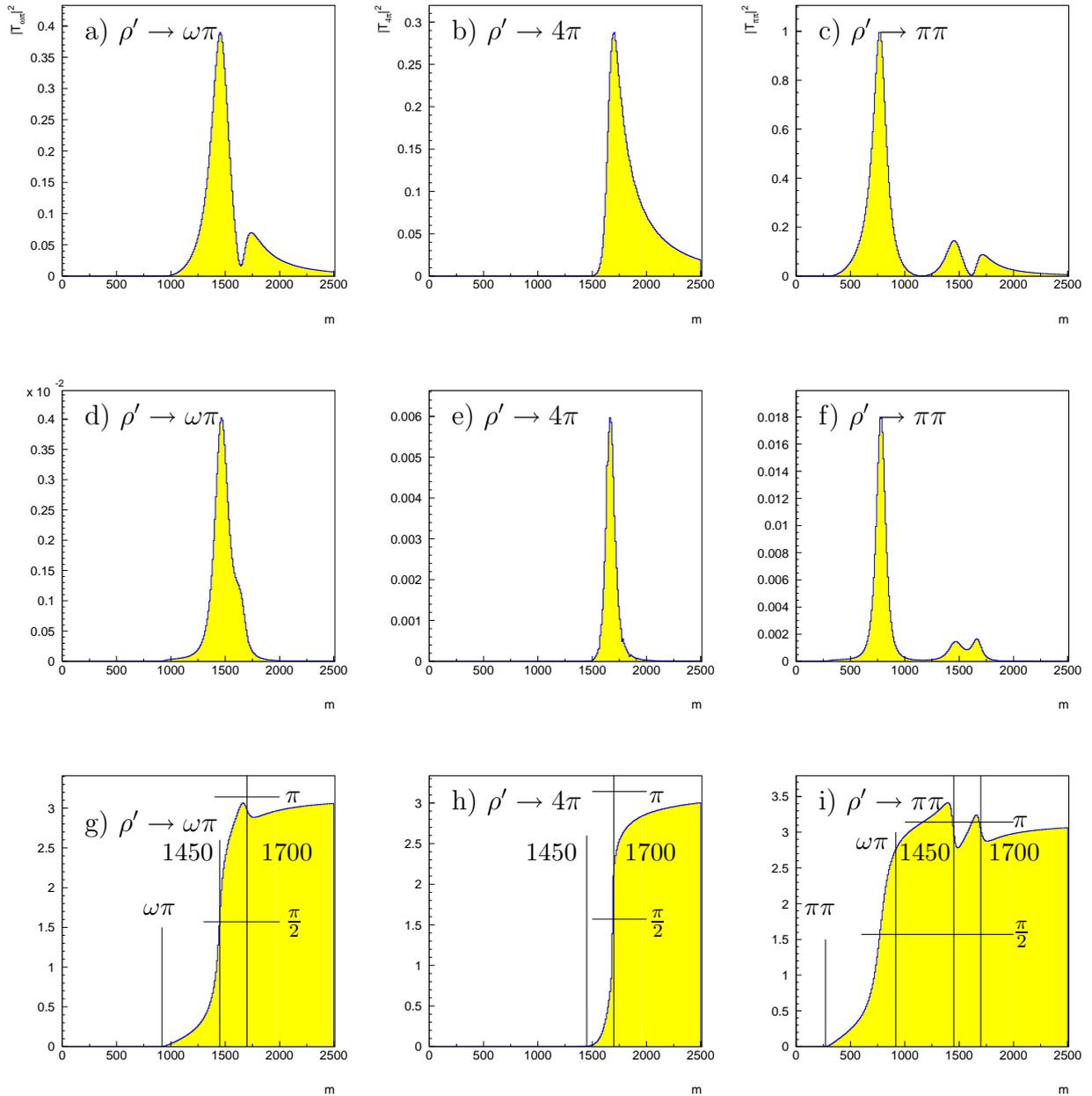


Abbildung 10.13: Quadrat der  $T$ -Matrix entsprechend den Argand Diagrammen in Abbildung 10.12. a)  $|T_{\omega\pi}|^2$ ; b)  $|T_{4\pi}|^2$ ; c)  $|T_{\pi\pi}|^2$ .

Speedplot (Phasenvorschub pro 10 MeV) d)  $\omega\pi$ ; e)  $4\pi$ ; f)  $\pi\pi$ .

Phase relativ zur  $\omega\pi$ -Schwelle g)  $\omega\pi$ ; h)  $4\pi$ ; i)  $\pi\pi$ . Wenn  $\Im T(m) < 0.5$ , dann kann die relative Phase mit zunehmender Masse auch wieder abnehmen. Weitere Hinweise zu diesen Darstellungen sind in Anhang C zu finden.

bleiben unberücksichtigt. Die Abbildung 10.12 zeigt die Argand Diagramme der einzelnen Zerfallskanäle für Zerfallsmoden, wie sie nach dem  ${}^3P_0$ -Modell zu erwarten sind.

Im Argand Diagramm des Kanals  $\rho' \rightarrow \omega\pi$  öffnet sich im Punkt  $T_{\omega\pi} = 0 + i0$  die  $\omega\pi$ -Schwelle. Auf einem Kreis wird mit zunehmender Masse die Amplitude größer und erreicht ihr Maximum bei der Masse der ersten  $\rho'$ -Resonanz (1450 MeV). Der Phasenvorschub beträgt  $\delta = \frac{\pi}{2}$ . Mit weiter zunehmender Masse beginnt die Öffnung der  $4\pi$ -Schwelle, die Inelastizität nimmt zu, und der Phasenvorschub bis zur nächsten Resonanz ist kleiner als  $\delta = \frac{\pi}{2}$ . Mit weiter zunehmender Masse ändert sich die Phase nur noch sehr gering, da  $\Im T_{\omega\pi} < \frac{1}{2}$  ist. Ein vollständiger Umlauf der Phase ist nicht mehr möglich; die Phasenbewegung ändert sogar mit zunehmender Masse ihre Richtung.

Die Radien und die Mittelpunkte der Kreise im Argand Diagramm können mit Hilfe dieser Partialwellenanalyse nicht bestimmt werden, da hier nur der Zerfallskanal  $\omega\pi$  untersucht wird. Abweichungen werden durch die in den Anpassungen bestimmten komplexen Produktionsstärken  $\beta$  beschrieben. Die kleinen Abweichungen von Kreisbahnen reichen nicht aus, um die Kopplung an die  $4\pi$ -Kanäle zu bestimmen.

Im Argand Diagramm des Kanals  $\rho' \rightarrow 4\pi$  macht sich aufgrund der Abweichung vom Unitaritätskreis eine deutliche Inelastizität bemerkbar. Die Schwelle der  $4\pi$ -Kanäle hat sich noch nicht merklich geöffnet, wie das Argand Diagramm in Abbildung 10.12b) zeigt. Bei 1450 MeV wird ein sehr kleiner Kreis durchlaufen, der nicht zur sichtbaren Phasenbewegung beiträgt und in der Abbildung nicht sichtbar ist.

Im Argand Diagramm des  $\pi\pi$ -Kanals beginnen die Einträge mit der  $\pi\pi$ -Masse, und  $T_{\pi\pi}$  verläuft auf dem Unitaritätskreis, wobei die erste Resonanz, das  $\rho(770)$ , im Punkte  $T_{\pi\pi} = i$  durchlaufen wird. Nach der Öffnung der  $\omega\pi$ -Schwelle bricht der Kreis ein und erreicht wiederum bei fast rein imaginärem  $T_{\pi\pi}$  die nächste Resonanz. In einem weiteren Umlauf wird das  $\rho(1700)$  erreicht (siehe Abb. 10.12c)).

Diese Situation kann man mit der in Abbildung 10.10b) gezeigten Phasenbeziehung vergleichen. Ein grundsätzliches Problem ist die Bestimmung der Phase an der  $\omega\pi$ -Schwelle, da hier nur eine schlechte Datenanpassung erfolgen kann.

Wenn man die gemessene Phase bei  $\pi$  beginnen läßt, erwartet man die erste folgende Resonanz bei  $\frac{\pi}{2}$ . Dieser Phasenvorschub wird schon bei etwa 1300 MeV erreicht. Die experimentell bestimmte Phasenbewegung verlangt daher die Existenz einer Resonanz unterhalb von 1300 MeV. Der weitere Verlauf der Phase wird durch Inelastizitäten stark beeinflusst und ist daher schwieriger zu interpretieren.

Bei den vorgestellten 3-Pol Lösungen ist die Lage ähnlich. Zwischen den beiden oberen Polen in Abbildung 10.11c) beträgt die Phase  $\delta < \frac{\pi}{2}$ . Der genaue Wert wird durch die Wahl der Pole beeinflusst. Die Phase zwischen der Schwelle und dem Pol der zweiten Resonanz bestätigt die obige Diskussion. Die in Abbildung 10.11e) gezeigte Phase zwischen den beiden festgehaltenen oberen Polen variiert nur sehr gering im Rahmen der ohnehin gegebenen Schwankungen. Eine Phasenbeziehung unterhalb der  $\omega\pi$ -Schwelle entzieht sich einer solchen Interpretation.

Die Abbildungen 10.13 a) bis i) zeigen die den Argand Diagrammen entsprechenden Amplituden  $|\hat{T}|^2$ , die Speedplots und die Phasenbewegungen. Die Phasenbewegungen der mit Hilfe der nach dem  ${}^3P_0$ -Modell erstellten Argand Diagramme werden in Abbildung 10.14 mit der

gemessenen Phasenbewegung aus Abbildung 10.10b) verglichen. Der steile Abfall der Phase bei Durchgang durch  $\frac{\pi}{2}$  wird von den gemessenen Werten nicht reproduziert. Dies könnte zum einen daran liegen, daß die Phasenbeziehung nicht für eine feste Masse gemessen wird, sondern für einen aufgrund der Resonanzbreite ausgeschmierten Bereich. Es könnte aber auch durch die Existenz einer weiteren Resonanz, des  $\rho(1300)$ , bedingt sein.

### 10.4.1 Gibt es ein $\rho(1300)$ ?

Im vorhergehenden Unterabschnitt wurde die Phasenbewegung der  $\rho'$ -Zustände interpretiert. Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit ein  $\rho(1300)$  zusätzlich zum  $\rho(1450)$  und zum  $\rho(1700)$  in seinem Zerfall in  $\omega\pi$  beobachtet werden kann?

Die Phasenbewegung muß mit zunehmender Masse ihre Richtung ändern. Dies ist möglich, wenn der Verlauf von  $T_{\omega\pi}$  den Mittelpunkt ( $T_{\omega\pi} = i0.5$ ) nicht umschließt. Einen direkten Einfluß darauf hat die Partialbreite des Kanals  $\omega\pi$  des  $\rho(1450)$ . Abbildung 10.15 zeigt ein solches Argand Diagramm. Die gesamte Phasenbewegung beginnend von der  $\omega\pi$ -Schwelle bis etwa 1700 MeV ist kleiner als  $\pi$ . Die Richtungsänderung der Phasenbewegung zeigt auch Abbildung 10.14.

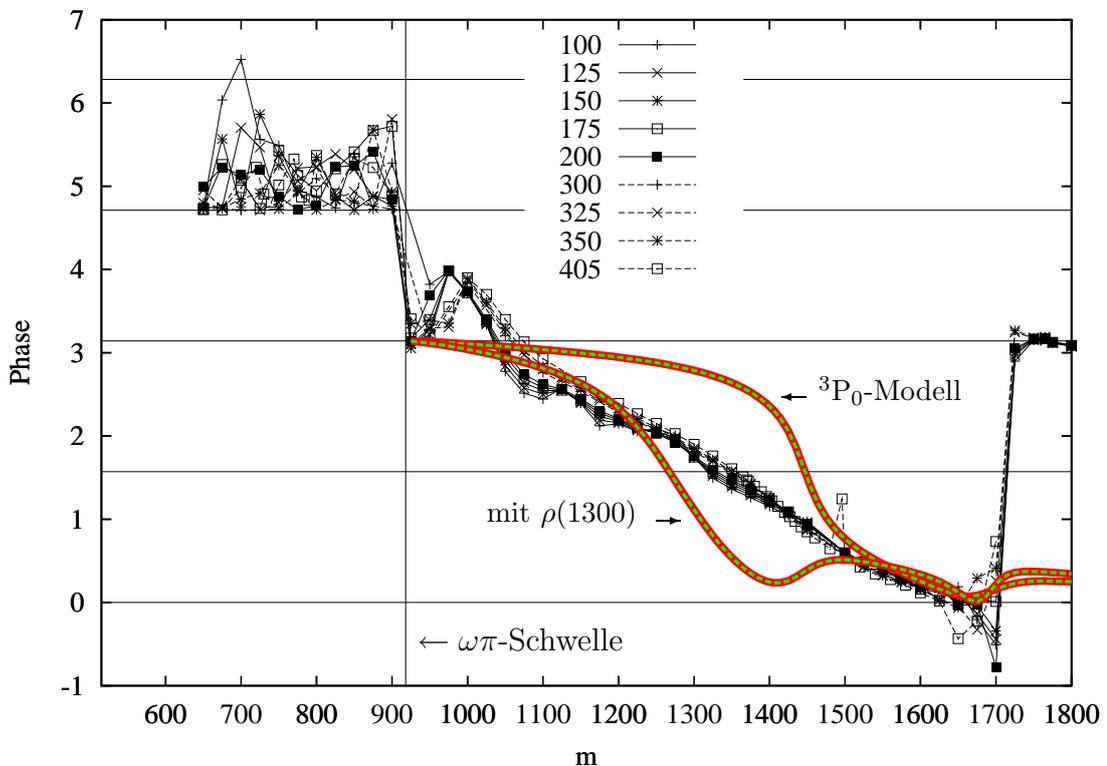
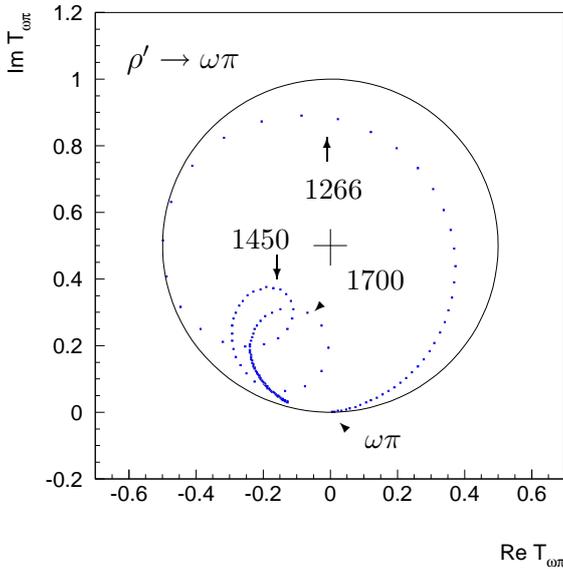


Abbildung 10.14: Gemessene Phasenbewegung aus Abbildung 10.10b). Die theoretische Phasenbewegung entspricht der im Rahmen des  ${}^3P_0$ -Modell berechneten Partialbreiten (siehe Abb. 10.12) bzw. einer Ergänzung um ein  $\rho(1300)$  (siehe Abb. 10.15).



Zerfallsmode	$\omega\pi$	$4\pi$	$\pi\pi$
$\rho(770)$	0	0	149
$\rho(1266)$	146	0	20
$\rho(1450)$	75	100	150
$\rho(1700)$	35	170	30

Abbildung 10.15: Argand Diagramm für 4-Pol Lösung der  $(\omega\pi)_P$ -Welle. Die Massen und Partialbreiten sind in der Tabelle angegeben.

Der Vergleich der beiden “theoretischen” Phasenbewegungen mit der gemessenen Phasenbewegung fällt zugunsten der Lösung aus, die ein  $\rho(1300)$  in der Anpassung berücksichtigt. Nur diese Lösung reproduziert die schnelle Phasenvariation im Bereich oberhalb der  $\omega\pi$ -Schwelle.

Damit reiht sich das Ergebnis in das vorheriger Analysen ein. Experimentell gesehen wurde das  $\rho(1300)$  in seinem Zerfall in  $\pi^+\pi^-$  vom LASS-Experiment (siehe Abschnitt 2.3 und [13]). Allerdings wurde das  $\rho(1450)$  hier nicht beobachtet. Clegg und Donnachie nahmen dieses Ergebnis zum Anlaß, die Kopplung des  $\rho(1300)$  an  $e^+e^-$  zu untersuchen. Sie können seine Existenz nicht ausschließen, behaupten aber auch nicht seine Beobachtung [11]. Bei Analysen der  $\bar{p}N$ -Annihilation der Crystal Barrel Kollaboration konnte bisher kein  $\rho(1300)$  bestätigt werden. Die Partialwellenanalyse der Reaktion  $\bar{p}n \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0$  benötigt diesen Zustand nicht, kann ihn aber auch nicht ausschließen [30]. Der Anteil der etablierten Resonanzen  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  in den Daten der  $\bar{p}n$ -Annihilation in  $5\pi$  ist so gering, daß eine Aussage über ein  $\rho(1300)$  nicht möglich ist [35].

Somit läßt sich für die Parametrisierung der  $(\omega\pi)_P$ -Welle festhalten:

- Im Massenbereich bis 2 GeV befinden sich der Grundzustand  $\rho(770)$  und mindestens zwei weitere  $\rho'$ -Zustände, das  $\rho(1450)$  und das  $\rho(1700)$ , die hier in ihrem Zerfall in  $\omega\pi$  beobachtet werden konnten.
- Ihre Massen und Breiten können mit den vorliegenden Daten nicht bestimmt werden.
- Ein zusätzlich eingeführtes  $\rho(1300)$  verbessert die Datenbeschreibung. Insbesondere die Phasenbewegung ist nur mit Einschränkungen zu beschreiben, wenn kein  $\rho(1300)$  als zusätzliches Vektormeson einbezogen wird. Andererseits ist die Evidenz für das  $\rho(1300)$  nicht zwingend.

Interessant ist in diesem Zusammenhang die mögliche Beobachtung eines  $\omega(1200)$  bei einer Masse von  $m = (1220 \pm 20) \text{ MeV}$  in der Reaktion  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Die Daten wurden mit dem SND Detektor am VEPP-2M  $e^+e^-$ -Ring aufgezeichnet [71]. Die von der *Particle Data Group* (2000) [3] gelistete Resonanz  $\omega(1420)$  konnte dort jedoch nicht gefunden werden. Die Arbeit wird hier zitiert, da erst die Existenz von Anregungen des  $\omega(782)$  mit den  $\rho'$ -Zuständen ähnlicher Massen ein geschlossenes Bild der Anregungen der Vektormesonen ergibt.

Neuere Veröffentlichungen betrachten das von LASS publizierte  $\rho'$  nicht als eigenen Zustand. Achasov und Kozhevnikov verknüpfen Daten verschiedener Experimente der  $e^+e^-$ -Annihilation und benötigen nur die beiden etablierten  $\rho'$ -Zustände [72]. Ihre Massen decken dabei einen relativ weiten Bereich von 1350 GeV bis 1460 GeV bzw. 1710 GeV bis 2080 GeV ab. Ebenso führen Donnachie und Kalashnikova das  $\rho(1300)$  nicht als eigenes Teilchen auf, sondern ordnen es dem  $\rho(1450)$  zu [29].

## 10.5 Anmerkungen zum $b_1$

Das Augenmerk der weiteren Untersuchung liegt auf dem  $b_1$  und möglichen höheren Anregungen dieses Zustands. Mesonen mit den Quantenzahlen des  $b_1$  werden in  $\bar{p}n$ -Annihilationen nur aus P-Anfangszuständen produziert und sind unterdrückt. Trotzdem sollen die Ergebnisse zu dieser Partialwelle hier vorgestellt werden. Bei den Untersuchungen wird die Zerfallskette  $\bar{p}n \rightarrow \rho(770)\omega$  wie in den im Abschnitt 10.3 vorgestellten Analysen behandelt. Die  $(\omega\pi)_P$ -Welle wird mit einer aus zwei Polen bestehenden  $1 \times 1$ - $\hat{K}$ -Matrix parametrisiert.

Die  $\bar{p}n \rightarrow b_1\pi$  Partialwellen aus dem  $^3P_1$ - und dem  $^3P_2$ -Anfangszustand werden zunächst als  $2 \times 2$   $\hat{K}$ -Matrix parametrisiert. In dem in Abbildung 10.16a) gezeigten Scan wird die Masse

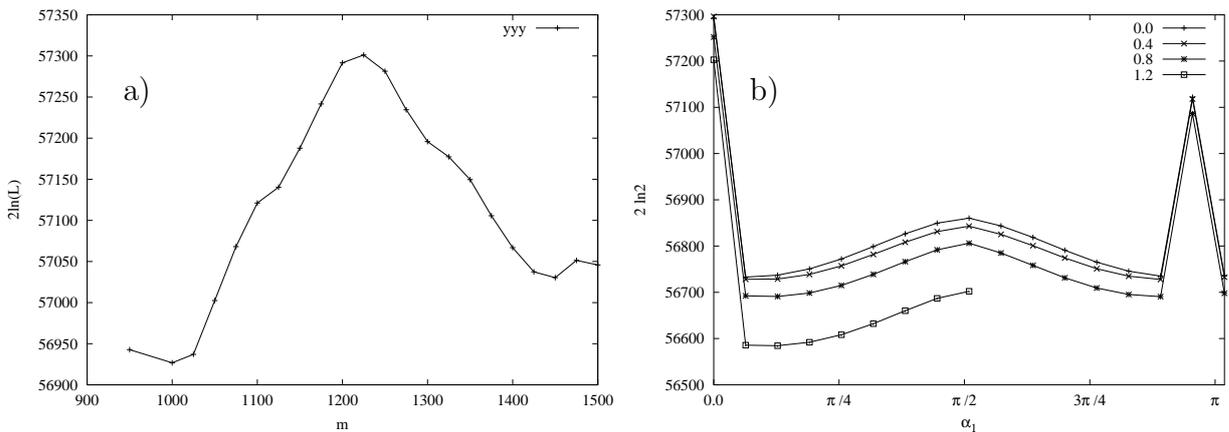


Abbildung 10.16: Scan des  $b_1(1235)$  im  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus mit 2 Polen.  $\Gamma_1 = 142 \text{ MeV}$ ,  $m_2 = 1813.6 \text{ MeV}$  und  $\Gamma_2 = 271 \text{ MeV}$ . a) Scan der Masse  $m_1$ . Die relative Aufteilung der Partialbreiten in S- und D-Wellen Anteile der  $b_1$  Pole wird frei angepaßt (siehe Text). b) Masse auf  $m_1 = 1225 \text{ MeV}$  gesetzt und  $\alpha_1$  für verschiedene  $\alpha_2$  variiert.

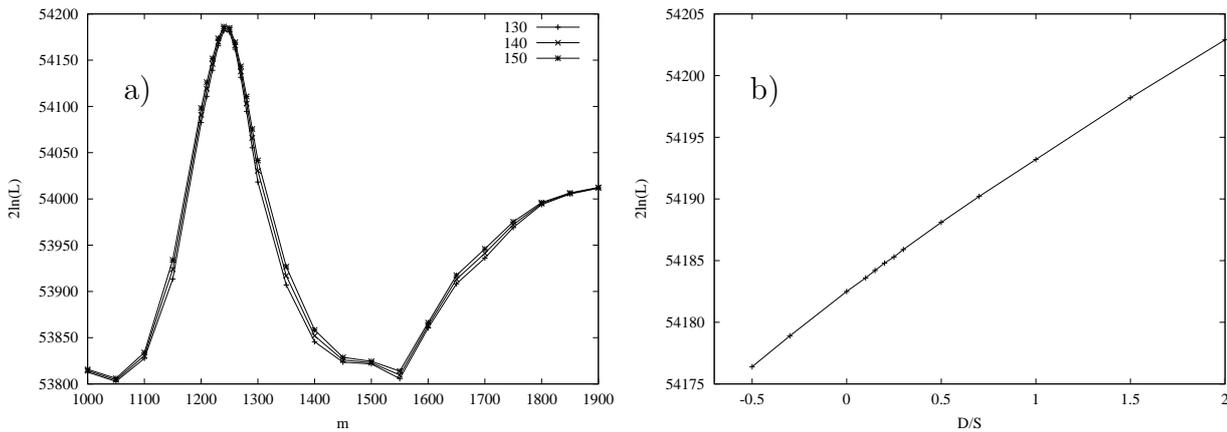


Abbildung 10.17: a) Scan der Masse des  $b_1(1235)$  für verschiedene Breiten. Dabei wurde  $\frac{D}{S} = 0.2$  festgehalten. Ein weiterer Pol ist nicht Bestandteil der Anpassungen. b) Scan des  $\frac{D}{S}$ -Verhältnisses des  $b_1(1235)$  für  $m = 1240$  MeV und  $\Gamma = 142$  MeV.

des ersten Pols des  $b_1$  bei konstanter totaler Breite variiert. Die relativen Anteile für S- und D-Welle werden für jeden Massenpunkt frei angepaßt. Für alle Positionen  $m_1$  zeigt sich, daß die D-Wellen Anteile des ersten Pols und die S-Wellen Anteile des zweiten Pols verworfen werden. Die Änderung des  $2 \ln \mathcal{L}$  zeigt ein deutliches Maximum bei einer Masse des ersten  $\hat{K}$ -Matrix Pols von 1225 MeV, das mit dem  $b_1(1235)$  identifiziert werden kann.

Eine genauere Untersuchung der S- und D-Wellen Anteile untermauert das in der freien Anpassung gefundene Ergebnis. Die Abbildung 10.16b) zeigt einen Scan des Anpassungsparameters  $\alpha_1$  für  $m_1 = 1225$  MeV des ersten Pols für verschiedene  $\alpha_2$  des zweiten Pols (der Parameter  $\alpha$  wird in Gleichung (9.20) erläutert). S-Welle wird deutlich bevorzugt, allerdings tritt auch für reine D-Welle des  $b_1(1235)$  ein lokales Maximum auf. Damit zeigt sich, daß zur Bestimmung der S- und D-Wellen Anteile der  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus ungeeignet ist. Unabhängig von der relativen Stärke der S- und D-Wellen Anteile sind sicherlich beide Anteile mit einem meßbaren Anteil vorhanden.

Die Beschreibung des  $b_1(1235)$  erfolgt nun wie zu Anfang der Analyse mittels einer Breit-Wigner Funktion. Abbildung 10.17a) zeigt einen Scan der Masse des  $b_1(1235)$  für verschiedene Breiten (ein weiteres  $b_1$  ist nicht Bestandteil dieser Anpassung). Ein deutliches Maximum für  $2 \ln \mathcal{L}$  ist bei einer Masse von 1240 MeV zu sehen. Gegenüber dem Mittelwert der *Particle Data Group* [3] von  $m = (1229.5 \pm 3.2)$  MeV wird eine Verbesserung der Anpassung um  $\Delta(2 \ln \mathcal{L}) \approx 14$  erzielt. Dieser nicht sehr signifikante Effekt ist wahrscheinlich auf Mängel in der  $5\pi$ -Untergrundbeschreibung zurückzuführen. Ab einer Masse von etwa 1550 MeV steigen die Werte für  $2 \ln \mathcal{L}$  wieder an. Dies ist ein Hinweis auf eine höherrmassige Anregung des  $b_1(1235)$ .

Die Untersuchung des  $\frac{D}{S}$ -Verhältnisses des  $b_1(1235)$  zeigt Abbildung 10.17b). Die Änderungen des  $2 \ln \mathcal{L}$  sind für die Massen einer guten Anpassung mit  $m_1 = 1240$  MeV sehr gering. Auch die freie Variation einer relativen Phase zwischen den Anteilen mit S- und D-Welle zeigt keine signifikante Struktur.

Die Masse des zweiten Pols wird für verschiedene  $\frac{S}{D}$ -Verhältnisse bei festgehaltenem  $b_1(1235)$

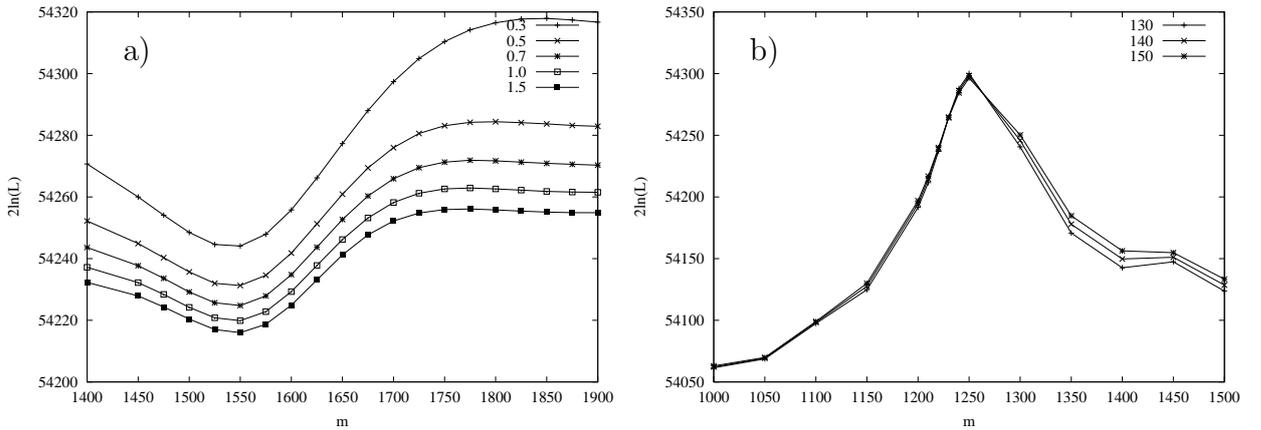


Abbildung 10.18: a) Scan der Masse eines zweiten  $b_1$  für verschiedene  $\frac{S}{D}$ -Verhältnisse. Die Breite beträgt  $\Gamma = 300$  MeV. b) Scan der Masse des  $b_1(1235)$  für unterschiedliche Breiten und  $\frac{D}{S} = 0.2$ . Jeweils ein weiteres höhermassiges  $b_1$  ist Bestandteil einer Parametrisierung mit zwei Breit-Wigner Funktionen ( $m = 1804$  MeV,  $\Gamma = 271$  MeV und  $\frac{S}{D} = 1$ ).

untersucht (Parameter nach Tab. 10.1). Nach Abbildung 10.18a) zeigt sich weitgehend unabhängig vom  $\frac{S}{D}$ -Verhältnis, daß ein zweites  $b_1$  mit einer Masse größer als etwa 1750 MeV die Anpassung verbessert. Seine genaue Masse ist allerdings nicht bestimmbar, da der zur Verfügung stehende Phasenraum hier endet.

Bei den folgenden Anpassungen wurde jeweils ein höhermassiges  $b_1$  fest in die Parametrisierung eingesetzt und die Auswirkung der Variation der Masse des  $b_1(1235)$  auf das  $2 \ln \mathcal{L}$  in einem Scan untersucht. Abbildung 10.18b) zeigt dies für ein  $b_1$  der Masse  $m = 1804$  MeV und Breite  $\Gamma = 271$  MeV (siehe auch Tab. 10.1). Es ist eine deutliche Struktur aufgrund des  $b_1(1235)$  zu erkennen.

## 10.6 Die Darstellung der Anpassung

Bisher wurden in diesem Kapitel keine Massenspektren und Winkelverteilungen im Vergleich mit einem Anpassungsergebnis gezeigt. Dies liegt darin begründet, daß sich die Spektren für verschiedene Anpassungen nicht signifikant voneinander unterscheiden und somit nicht geeignet interpretierbar sind.

Exemplarisch zeigen die Abbildungen 10.19a) bis c) drei Spektren. Jedes reale Ereignis wird entsprechend seiner Kombinatorik mit dem Gewicht eins in ein Histogramm eingetragen (Datenpunkte mit statistischen Fehlerbalken). Jedes Monte-Carlo generierte Ereignis wird mit der seiner Kinematik entsprechenden dynamischen Amplitude gewichtet und ebenfalls in ein Histogramm eingetragen. Damit die Daten mit der Anpassung vergleichbar sind, wird die Anzahl der Monte-Carlo Ereignisse auf die Anzahl der realen Daten normiert. Dabei zeigt sich, daß die Daten durch die Parametrisierung gut beschrieben werden.

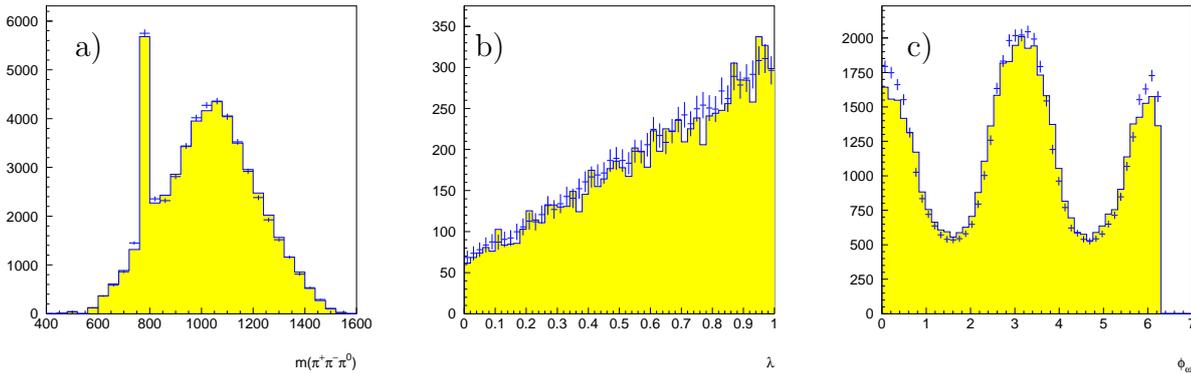


Abbildung 10.19: Exemplarischer Vergleich zwischen realen Daten (Werte mit Fehlerbalken) und Anpassung (unterlegte Fläche). a) Invariante  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Masse; b)  $\lambda$ -Verteilung für Ereignisse mit Einträgen im  $\omega$ -Fenster (siehe Gl. (A.1)); c) Winkelverteilung  $\phi_\omega$  des Normalenvektors  $\hat{n}_\omega$  relativ zur Flugrichtung des  $\omega$  (siehe Gl. (9.3)).

## 10.7 Die Verzweungsverhältnisse der $\rho'$ -Zustände

Zur weiteren Interpretation der Ergebnisse sind die Verzweungsverhältnisse des  $\rho(1450)$  und des  $\rho(1700)$  in  $\omega\pi$  von Interesse. Um diese zu bestimmen, müssen die Partialwellen mit Breit-Wigner Funktionen parametrisiert werden. Da eine genaue Bestimmung der Massen und Breiten der Resonanzen mit Hilfe der  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{\text{spectator}}$  Daten nicht möglich ist, werden die etablierten Werte eingesetzt.

Tabelle 10.9a) gibt die Verzweungsverhältnisse getrennt nach den jeweiligen  $\bar{p}n$ -Anfangszuständen für eine minimale Anpassung mit den Zerfallskanälen  $\bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega$ ,  $\bar{p}n \rightarrow \rho(1450)\pi$ ,  $\bar{p}n \rightarrow \rho(1700)\pi$  und  $\bar{p}n \rightarrow b_1(1235)\pi$  an. Bei der Berechnung wurde die Interferenz mit dem bei den Kanälen  $\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi$  und  $\bar{p}n \rightarrow b_1(1235)\pi$  nicht berücksichtigt und die Beiträge der Amplituden nach Gleichung (9.6) inkohärent addiert.

Etwa 80% der Intensität werden vom Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega$  beschrieben. Die verbleibenden Partialwellen füllen die restliche Intensität, wobei hier aufgrund der inkohärenten Addition die Gesamtsumme nicht 100% entspricht. Die Hinzunahme eines  $\rho(1300)$  verändert die Verzweungsverhältnisse kaum (siehe Tab. 10.9b)). Seine sehr geringe Intensität kann durch Variation seiner Masse etwas vergrößert werden.

Das Verzweungsverhältnis mit optimierter Masse zeigt Tabelle 10.9c). Die Intensität wird auf die Zustände  $\rho(1300)$  und  $\rho(1450)$  aufgeteilt. Das Gesamtbild verändert sich nicht. Eine freie Anpassung beider  $\rho'$ -Zustände führt zu Massen von  $m = 1327$  MeV und  $m = 1183$  MeV, wobei wiederum keine signifikante Änderung der Verzweungsverhältnisse eintritt.

Auch mit einer Parametrisierung mit Breit-Wigner Funktionen ändert sich das im Rahmen des  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus gefundene Verhalten bezüglich  $\rho(1300)$  und  $\rho(1450)$  nicht.

Die Hinzunahme einer höhermassigen Anregung des  $b_1(1235)$  verringert das Verzweungsverhältnis des  $\rho(1700)$ , wie Tabelle 10.9d) zeigt.

Es zeigt sich, daß die Verzweungsverhältnisse gegenüber leichten Änderungen der Parametrisierung unempfindlich sind. So führen Variationen der Massen und Breiten des  $\rho(1450)$  und des  $\rho(1700)$  in Tabelle 10.9a) zu einer Streuung der Verzweungsverhältnisse (siehe Tabelle 10.9e)). Zwischen einem  $\rho(1300)$  und einem  $\rho(1450)$  kann im Zerfall nach  $\omega\pi$  nicht getrennt werden.

	$\bar{p}n \rightarrow$	$^1S_0$	$^3P_0$	$^3P_1$	$^3P_2$	$d$	$-2 \ln \mathcal{L}$
a)	$\rho^-(770)\omega$ $\rho(1450)\pi$ $\rho(1700)\pi$ $b_1(1235)\pi$	46.8 4.6 1.4		10.0 2.8	24.0 1.5	11	-54 066.07
b)	$\rho^-(770)\omega$ $\rho(1300)\pi$ $\rho(1450)\pi$ $\rho(1700)\pi$ $b_1(1235)\pi$	46.3 0.2 4.9 1.3		10.6 2.7	23.7 1.5	13	-54 093.21
	$\rho^-(770)\omega$ $\rho(1300)\pi$ $\rho(1450)\pi$ $\rho(1700)\pi$ $b_1(1235)\pi$	46.6 0.6 4.2 1.2	11.5	23.8	13	-54 168.10	
d)	$\rho^-(770)\omega$ $\rho(1450)\pi$ $\rho(1700)\pi$ $b_1(1235)\pi$ $b_1(1800)\pi$	50.0 4.5 1.0		8.2 2.3 0.9	24.2 0.7 2.1	15	-54 174.66
e)	$\rho^-(770)\omega$ $\rho(1450)\pi$ $\rho(1700)\pi$ $b_1(1235)\pi$	$46.6 \pm 3.0$ $4.1 \pm 1.1$ $1.8 \pm 0.6$		$9.9 \pm 0.4$ $2.9 \pm 0.3$	$24.3 \pm 0.8$ $1.6 \pm 0.2$	11	

Tabelle 10.9: Verzweungsverhältnisse  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$  in Prozent ( $d$  bezeichnet die Anzahl der freien Anpassungsparameter). Massen und Breiten:

a)  $\rho(770)$ :  $m = 758.5 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma = 149.1 \text{ MeV}$ ,  $\rho(1450)$ :  $m = 1450 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma = 325, \text{ MeV}$   $\rho(1700)$ :  $m = 1700 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma = 235, \text{ MeV}$   $b_1(1235)$ :  $m = 1229.5 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma = 142, \text{ MeV}$ ,  $\frac{D}{S} = 0.2$

b)  $\rho(1300)$ :  $m = 1266 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma = 166, \text{ MeV}$

c)  $\rho(1300)$ :  $m = 1170 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma = 166, \text{ MeV}$

d) wie in c) mit zusätzlichem  $b_1(1800)$ .

e) Um die angegebenen Fehler abzuschätzen, wurden die Massen und Breiten des  $\rho(1450)$  und des  $\rho(1700)$  variiert.

# Kapitel 11

## Die Interpretation der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die im vorherigen Kapitel vorgestellten Ergebnisse im Zusammenhang mit den Resultaten der in Kapitel 2 vorgestellten Analysen und theoretischen Berechnungen interpretiert. Das angestrebte Ziel ist ein Vergleich der in verschiedenen theoretischen Modellen berechneten partiellen Zerfallsbreiten der  $\rho'$ -Zustände mit experimentell bestimmten Zerfallsbreiten aus Datenanalysen des Crystal Barrel Experiments.

### 11.1 Die Anteile der $\bar{p}n$ -Anfangszustände

Die Partialwellenanalysen haben gezeigt, daß die Produktion von  $\rho'$ -Mesonen im wesentlichen über die Zerfallskette  $\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi$  aus dem  $^1S_0$ -Anfangszustand abläuft. Dies entspricht den Ergebnissen der Analyse des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow K_S K^- \pi^0 p_{\text{spectator}}$  [33]. Damit wird auch die bei der Analyse des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}$  gemachte Beschränkung auf den  $^1S_0$   $\bar{p}n$ -Anfangszustand rechtfertigt [35, 56]. Eine Hinzunahme der Zerfallsketten mit P-Wellen Anfangszuständen konnte dort zwar die Qualität der Anpassung verbessern, allerdings ließen sich keine physikalisch verwertbaren Parameter gewinnen [55].

Die Dominanz der S-Wellen Anfangszustände zeigt sich auch in den im Abschnitt 2.5 vorgestellten Dreikörperzerfällen. Damit stimmt dieses Resultat mit den Ergebnissen der vorherigen Crystal Barrel Analysen überein und gerechtfertigt die Vernachlässigung der P-Wellen Anfangszustände für die Reaktion  $\bar{p}d \rightarrow \rho'\pi p_{\text{spectator}}$ . Für die anderen Kanäle sind die P-Wellen Anteile natürlich nicht vernachlässigbar.

### 11.2 Vergleiche von Verzweigungsverhältnissen

Die bisher aus Daten des Crystal Barrel Experiments bestimmten Verzweigungsverhältnisse der  $\rho'$ -Zerfälle wurden bereits in Abschnitt 2.5 vorgestellt. Man kann diese grob in drei Gruppen einteilen:

$$\rho' \rightarrow \pi\pi \qquad \rho' \rightarrow \pi\pi\pi\pi \qquad \rho' \rightarrow K\bar{K}$$

Alle Zerfallskanäle sind aus unterschiedlichen Datensätzen bestimmt worden und damit weitgehend unabhängig voneinander.

Die Verhältnisse der Partialbreiten von  $\rho' \rightarrow \pi\pi$  (siehe Tab. 2.4) und  $\rho' \rightarrow \omega\pi$  sind zur Interpretation der Natur des  $\rho(1450)$  besonders aussagekräftig, wenn man die theoretisch berechneten Partialbreiten nach Tabelle 2.3 zugrunde legt.

Zur Berechnung der experimentell bestimmten Verzweigungsverhältnisse werden die in Tabelle 10.9e) angegebenen Werte herangezogen, wobei angenommen wird, daß es nur zwei  $\rho'$ -Zustände im Massenbereich unterhalb von 2 GeV gibt. Das experimentelle Verhältnis

$$\epsilon = \frac{2 \cdot \text{BR}[\bar{p}n \rightarrow (\rho'^- \rightarrow \pi^0\pi^-)\pi^0]}{\text{BR}[\bar{p}n \rightarrow (\rho'^0 \rightarrow \omega\pi^0)\pi^- + (\rho'^- \rightarrow \omega\pi^-)\pi^0]} = \frac{\text{BR}[\rho' \rightarrow \pi\pi]}{\text{BR}[\rho' \rightarrow \omega\pi]} \quad (11.2)$$

berechnet sich aus dem Produkt der globalen Verzweigungsverhältnisse der jeweiligen Zerfallskanäle und dem aus den Partialwellenanalysen gewonnenen  $\rho'$ -Anteilen. Dabei müssen die jeweiligen ungesesehenen Kanäle berücksichtigt werden. Für die  $\rho'$ -Zustände erhält man:

$$\rho(1450) : \epsilon = 0.77 \pm 0.28 \quad (11.3)$$

$$\rho(1700) : \epsilon = 1.64 \pm 0.64 \quad (11.4)$$

Die Verhältnisse der Zerfälle in  $2\pi$  relativ zu denen in  $4\pi$  ohne Berücksichtigung des Kanals  $\omega\pi$  wurden in [35] veröffentlicht.

$$\frac{\text{BR}[\rho(1450) \rightarrow 2\pi]}{\text{BR}[\rho(1450) \rightarrow 4\pi \text{ (ohne } \omega\pi)]} = 0.37 \pm 0.10 \quad (11.5)$$

$$\frac{\text{BR}[\rho(1700) \rightarrow 2\pi]}{\text{BR}[\rho(1700) \rightarrow 4\pi \text{ (ohne } \omega\pi)]} = 0.16 \pm 0.04 \quad (11.6)$$

Da die Beiträge der einzelnen Amplituden nur auf dem Niveau von etwa einem Prozent liegen, sind ihre Fehler relativ groß.

Mit den Ergebnissen aus [33] können die Verhältnisse relativ zum Zerfall in  $K\bar{K}$  angegeben werden (siehe Tab. 2.5):

$$\frac{\text{BR}[\rho(1450) \rightarrow 2\pi]}{\text{BR}[\rho(1450) \rightarrow K\bar{K}]} = 0.99 \pm 0.27 \quad (11.7)$$

$$\frac{\text{BR}[\rho(1700) \rightarrow 2\pi]}{\text{BR}[\rho(1700) \rightarrow K\bar{K}]} = 0.63 \pm 0.28 \quad (11.8)$$

Schon mit diesen Resultaten lassen sich Vergleiche mit den theoretischen Berechnungen anstellen (siehe Tab. 11.1). Zunächst fällt auf, daß für ein Hybrid  $\rho(\sim 1500)$  kein Zerfall in den  $2\pi$ -Kanal erwartet wird. Die Rechnungen wurden unter der Annahme durchgeführt, daß die Masse des Hybrids etwa 1500 MeV beträgt. Man erwartet jedoch keine starke Abhängigkeit

	$\frac{2\pi}{\omega\pi}$	$\frac{2\pi}{4\pi}$	$\frac{2\pi}{K\bar{K}}$
$2^3S_1 \rho(1465)$	0.61	18.50	2.11
$1^3D_1 \rho(1700)$	1.37	0.18	1.33
$3^3S_1 \rho(1900)$	0.20	0.01	1.00
Hybrid- $\rho(\sim 1500)$	0	0	0
$\rho(1450)$	$0.77 \pm 0.28$	$0.37 \pm 0.10$	$0.99 \pm 0.27$
$\rho(1700)$	$1.64 \pm 0.64$	$0.16 \pm 0.04$	$0.63 \pm 0.28$

Tabelle 11.1: Vergleich der theoretische Verhältnisse von Partialbreiten nach Tabelle 2.3 bzw. 11.2. mit den im Crystal Barrel Experiment bestimmten Verhältnissen.

der Zerfallsmode von der Hybridmasse. Die Entkopplung von  $\pi\pi$  widerspricht deutlich den experimentellen Beobachtungen.

Die Verhältnisse für  $2\pi/\omega\pi$  sind mit den Vorhersagen für den  $2^3S_1$ - und für den  $2^3D_1$ -Zustand verträglich. Das beobachtete Verhältnis von  $2\pi/4\pi$  des  $\rho(1450)$  weicht deutlich von der Modellrechnung für den  $2^3S_1$ -Zustand ab. Allerdings sind hier die Kanäle  $\pi^*\pi$  und  $\rho\sigma$  nicht berücksichtigt, wohingegen sie einen nicht vernachlässigbaren Beitrag der experimentell beobachteten Zerfälle sind. Daher können Effekte wie z.B. Rückstreuung eine Rolle spielen, die in den Modellrechnungen nicht berücksichtigt sind. Die Werte des  $\rho(1700)$  sind mit den Vorhersagen des  $2^3D_1$ -Zustands verträglich. Für die Verhältnisse  $2\pi/K\bar{K}$  sind alle Quarkonia-Interpretationen möglich, auch wenn keine überzeugende Übereinstimmung zwischen Daten und Vorhersage besteht.

Wegen der  $4\pi$ -Zerfälle ist jedoch eine klare Zuordnung von  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  zu den berechneten Zuständen nicht möglich. Auch die beobachteten Massen sind hier keine Hilfe, da die Massen der Modellrechnungen sicherlich nur auf etwa 200 MeV genau angenommen werden können.

Mit Hilfe der oben erzielten Ergebnissen werden den Modellrechnungen in Tabelle 2.3 in Tabelle 11.2 weitere Zeilen mit experimentell bestimmten Partialbreiten hinzugefügt. Die oben genannten Schwierigkeiten treten allerdings auch hier auf.

Die totale Breite des  $\rho(1450)$  und des  $\rho(1700)$  werden mit den in Tabelle 11.1 zusammengefaßten Verhältnissen gewichtet. Dabei wird angenommen, daß alle möglichen Zerfallskanäle gemessen wurden.

$$\epsilon = \frac{\Gamma_{2\pi} + \Gamma_{\omega\pi} + \Gamma_{4\pi} + \Gamma_{K\bar{K}}}{\Gamma_{2\pi}} = \frac{\Gamma_{\text{tot}}}{\Gamma_{2\pi}} \quad (11.9)$$

Die Summe entspricht der totalen Breite der beiden  $\rho'$ -Zustände.

$$\begin{aligned} \rho(1450) : \quad \epsilon &= 6.0 \pm 0.9 \quad \hat{=} \quad \Gamma_{\text{tot}} = (325 \pm 35) \text{ MeV} \\ \rho(1700) : \quad \epsilon &= 9.4 \pm 1.7 \quad \hat{=} \quad \Gamma_{\text{tot}} = (235 \pm 35) \text{ MeV} \end{aligned}$$

Wiederum unter der Annahme, daß es zwischen dem  $\rho(770)$  und dem  $\rho(1450)$  kein weiteres Vektormeson gibt, lassen sich die Partialbreiten der Zerfälle in  $\pi\pi$  und in  $\omega\pi$  recht gut in

Zerfallsmode	$\pi\pi$	$\omega\pi$	$a_2\pi$	$a_1\pi$	$h_1\pi$	$\rho\rho$	$\pi^*\pi$	$\rho\sigma$	$K\bar{K}$	$4\pi$
Berechnete Zerfallsbreite im ${}^3P_0$ -Modell: [19]										
$2^3S_1 \rho(1465)$	74	122	0	3	1	0	–	–	35	4
$1^3D_1 \rho(1700)$	48	35	2	134	124	0	14	–	36	272
$3^3S_1 \rho(1900)$	1	5	46	26	32	70	16	–	1	144
Berechnete Zerfallsbreite im <i>flux-tube</i> Modell: [21]										
Hybrid	0	5–10	$\sim 0$	140	0	0	0	–	–	140
Crystal Barrel:										
$\rho(1450)$	54 $\pm 10$	70 $\pm 29$	–	–	–	–	–	–	55 $\pm 18$	146 $\pm 48$
$\rho(1700)$	25 $\pm 6$	15 $\pm 7$	–	–	–	–	–	–	39 $\pm 20$	155 $\pm 53$

Tabelle 11.2: Theoretische Berechnung des  $\rho'$ -Zerfalls aus Tabelle 2.3 und experimentell aus Analysen von Crystal Barrel Daten bestimmten Zerfallsbreiten. Die rechte Spalte ist die Summe der berechneten bzw. experimentell bestimmten  $4\pi$ -Partialbreiten.

Einklang mit den Vorhersagen des  ${}^3P_0$ -Modells für die erste radiale und orbitale Anregung bringen. Bei den  $4\pi$ -Kanälen ist die Situation schwieriger, da wichtige Kanäle nicht in den Modellrechnungen berücksichtigt werden. Daher ist die gesamte “theoretische”  $4\pi$ -Partialbreite sicherlich größer als die in Tabelle 11.2 angegebene Summe.

Rechnungen im Rahmen des *flux-tube* Modells für einen Hybrid-Zustand mit der Masse von etwa 1500 MeV sind inkompatibel mit den experimentell bestimmten Zerfallsbreiten des  $\rho(1450)$ .

Clegg und Donnachie [11] haben daher vorgeschlagen, daß das  $\rho(1450)$  weder ein reiner  $2^3S_1$ -Zustand noch ein reiner Hybridzustand sei, sondern eine Mischung aus beiden. Dies wirft allerdings die Frage nach den orthogonalen Zuständen auf: Gibt es noch einen weiteren Zustand mit den Quantenzahlen des  $\rho$ -Mesons? Es gibt Hinweise dafür, aber keine wirklich zwingende Evidenz. Daher werden im folgenden zwei Szenarien diskutiert. Ein Szenario geht von der Existenz eines  $\rho(1300)$  aus, ein anderes verwirft diese Möglichkeit.

## 11.3 Das Spektrum der Vektormesonen

### 11.3.1 Das $\rho(1300)$ existiert

Angenommen, das  $\rho(1300)$  existiert wirklich. Schwache Evidenz für dieses Vektormeson stammt aus dem LASS-Experiment ( $m = (1266 \pm 14)$  MeV und  $\Gamma = (166 \pm 35)$  MeV [13]). Im  $\omega\pi$ -Zerfall wurde ein Beitrag eines  $J^P = 1^-$  Zustands bei 1200 MeV in mehreren Analysen beobachtet. Tabelle 11.3 faßt die Ergebnisse zusammen.

Falls ein  $\rho(1300)$  existiert, dann sind die den theoretischen Modellen zugrunde liegenden Annahmen nicht gegeben. Bei der Existenz von zwei konventionellen  $q\bar{q}$ -Komponenten und

Masse und Breite [MeV]	Autoren
$m = 1256 \pm 10, \Gamma = 129 \pm 20$	Frenkiel et al. [16]
$m = 1290 \pm 40, \Gamma = 320 \pm 100$	D.R. Barber et al. [15]
$m \approx 1240 \text{ MeV}$	J. Ballam et al. [14]

Tabelle 11.3: Beobachtete Zerfälle eines  $\rho(1300)$  in  $\omega\pi$ .

einer weiteren nicht- $q\bar{q}$ -Komponente kann aufgrund des geringen Massenbereichs davon ausgegangen werden, daß diese drei Zustände miteinander mischen.

Auch in dieser Analyse legt die gemessene Phasenbewegung nahe, daß es ein  $\rho(1300)$  mit einer Masse von  $m = 1250 \text{ MeV}$  und einer nicht bestimmbar Breite von etwa  $\Gamma = 140 \text{ MeV}$  gibt. Wahrscheinlich hat das  $\rho(1300)$  eine dominante Kopplung an den Kanal  $\omega\pi$  und eine schwächere an  $\pi\pi$ . Die  $4\pi$ -Kanäle sind aufgrund des begrenzten Phasenraums unterdrückt.

Ein solches Bild wird ausführlich von Donnachie und Kalashnikova diskutiert [29]. Als experimentelle Datengrundlage dienen ihnen die Ergebnisse der  $e^+e^-$ -Annihilation und  $\tau$ -Zerfällen in einem Energiebereich unterhalb von  $2.0 \text{ GeV}$ . Die bisherigen Beobachtungen der Crystal Barrel Kollaboration werden ebenso berücksichtigt. Die Autoren weisen darauf hin, daß die gemessenen Zerfallsbreiten mit den Vorhersagen des  $^3P_0$ -Modells und den Berechnungen im Rahmen des *flux-tube* Modells keine Übereinstimmung zeigen. Für die Natur der Vektormesonen werden verschiedene Szenarien vorgeschlagen.

Zunächst wird die Existenz eines Hybrids  $|H_0\rangle$  mit den Quantenzahlen eines Vektormesons angenommen, das mit den  $q\bar{q}$ -Zuständen über die Mischungsmatrix  $\mathcal{M}$  mischt.

$$\begin{pmatrix} \rho(1300) \\ \rho(1450) \\ \rho(1700) \end{pmatrix} = \mathcal{M} \begin{pmatrix} |2^3S_1\rangle \\ |H_0\rangle \\ |1^3D_1\rangle \end{pmatrix} \quad (11.10)$$

Damit sind  $\rho(1300)$ ,  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  Mischungen aus dem  $2^3S_1$ -Zustand, dem  $2^3D_1$ -Zustand und einem nicht- $q\bar{q}$ -Zustand. Natürlich sollen die  $\rho'$ -Anregungen nicht singular auftreten. Im folgenden wird nach möglichen Partnern gesucht.

Der isoskalare Partner des  $\rho(1300)$  könnte das  $\omega(1200)$  sein [71], da beide Teilchen eine sehr ähnliche Masse aufweisen. Als etabliertes Teilchen steht das  $K^*(1410)$  als *strange* Partner zur Verfügung. Aufgrund der *strangeness* erwartet man es mit einer etwas höheren Masse als seine nicht-*strange* Partner. Es wurde hauptsächlich vom LASS-Experiment in der  $K^-p$ -Streuung nachgewiesen [73, 74]. Für das Teilchen mit verborgener *strangeness* ist aufgrund seiner Masse das  $C(1480)$  ein Kandidat; es wurde in der Ladungsaustauschreaktion  $\pi^-p \rightarrow C(1480)n \rightarrow \phi\pi^0n$  gesehen [75, 76, 77, 78, 79] ( $m = (1480 \pm 40) \text{ MeV}$ ,  $\Gamma = (130 \pm 60) \text{ MeV}$ ). Der Zerfall des  $C(1480)$  nach  $\phi\pi$  ist sehr ungewöhnlich und widerspricht der OZI-Regel. Daher wird es als  $(u\bar{u} - d\bar{d})s\bar{s}/\sqrt{2}$ -Vierquark-Zustand diskutiert. In der Reaktion  $\pi^-p \rightarrow \phi\pi^-p$  konnte es hingegen nicht beobachtet werden [80]. Auch in der Partialwellenanalyse des mit dem Crystal Barrel Experiment aufgezeichneten Kanals  $\bar{p}p \rightarrow K_L K_S \pi^0 \pi^0$  konnte ein  $C(1480)$  nicht nachgewiesen werden [81].

Das Nonett der  $J^{PC} = 1^{--}$  Vierquarkzustände könnte somit die folgenden Mitglieder aufweisen:

$$\rho(1300) \quad \omega(1200) \quad K^*(1410) \quad C(1480) \quad (11.11)$$

Falls das  $C(1480)$  existiert, dann kann es kein konventionelles  $q\bar{q}$ -Meson sein; die Interpretation als Vierquarkzustand scheint wahrscheinlich. Betrachtet man alle Teilchen in (11.11) als Bestandteile dieses Nonetts, sind auch die anderen Teilchen Vierquarkzustände.

Das  $\rho(1450)$  und das  $\rho(1700)$  sind dann im Rahmen dieser Interpretation Mitglieder von  $q\bar{q}$ -Nonetts, die allerdings zum Teil mit Vierquarkzuständen mischen können.

$$2^3S_1 : \quad \rho(1450) \quad \omega(1420) \quad K^*(1680) \quad \phi(1680) \quad (11.12)$$

$$1^3D_1 : \quad \rho(1700) \quad \omega(1650) \quad K^*(?) \quad \phi(?) \quad (11.13)$$

Für das Nonett der ersten orbitalen Anregung der  $q\bar{q}$ -Vektormesonen gibt es bisher keine Kandidaten für das  $K^*$  und das  $\phi$ . Für Hybridzustände bleibt in dieser Interpretation kein Raum mehr.

Die experimentellen Verzweigungsverhältnisse beruhen auf der Annahme, daß es nur zwei  $\rho$ -Anregungen gibt. Ein Vergleich mit theoretischen Modellen erfordert offensichtlich erheblich verbesserte Daten.

### 11.3.2 Das $\rho(1300)$ existiert nicht

Falls lediglich die bereits etablierten Mesonen  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  existieren, kann man die Zustände der ersten radialen und der ersten orbitalen Anregung zuordnen. Allerdings bereiten die  $4\pi$ -Partialbreiten im Rahmen des  $^3P_0$ -Modells erhebliche Schwierigkeiten.

Entweder die theoretischen Rechnungen oder die experimentellen Ergebnisse müssen daher falsch sein. Einen Ausweg haben Donnachie und Kalashnikova gezeigt [82]. Man kann annehmen, daß es zwei fast massenentartete Zustände gibt, die  $2^3S_1$ -Radialanregung und den Hybridzustand. Es ist vorstellbar, daß die orthogonale Komponente aus dem hier betrachteten Massenintervall herauswandert hin zu sehr großen Massen. Die Mischung kann dann so eingerichtet werden, daß die erwarteten Zerfallsmoden nicht mehr im Widerspruch zu den Messungen stehen.

## 11.4 Die Vektormesonen im ITKP-Modell

Die Arbeitsgruppe im Institut für Theoretische Kernphysik der Universität Bonn (ITKP) berechnet im Rahmen eines relativistischen Quarkmodells das Spektrum der Mesonen und ihrer angeregten Zustände. Die Beschreibung der angeregten Zustände der Vektormesonen zeigt Abweichungen zu den etablierten Zuständen [83, 84]. Das Ziel der Modellrechnung besteht darin, eine gemeinsame Beschreibung des gesamten Spektrums der leichten Mesonen zu finden. Da das globale experimentelle Spektrum gut mit den Rechnungen übereinstimmt, werden Abweichungen bei einzelnen Kanälen akzeptiert.

Die Ergebnisse für die berechneten Massen werden in Tabelle 11.4 gelistet. Die Modelle  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  unterscheiden sich durch unterschiedliche Dirac Strukturen für das Confinement-Potential.

Meson	experimentell	Modell $\mathcal{A}$	Modell $\mathcal{B}$
$\rho(770)$	$769.3 \pm 0.8$	778	785
$\rho(1450)$	$1465 \pm 25$	1553	1420
$\rho(1700)$	$1700 \pm 20$	1605	1472
$\omega(782)$	$782 \pm 0.12$	778	785
$\omega(1420)$	$1419 \pm 31$	1553	1420
$\omega(1650)$	$1649 \pm 24$	1804	1674

Tabelle 11.4: Massen in MeV für Modelle  $\mathcal{A}$  und  $\mathcal{B}$  nach dem ITKP-Modell [83]. Die Namen und die experimentellen Massen der Vektormesonen sind der *Particle Data Group* entnommen [3].

Die Massenaufspaltung zwischen dem  $\rho(1450)$  und dem  $\rho(1700)$  kann nicht reproduziert werden. Ebenso gibt es ähnliche Probleme bei der Beschreibung der angeregten Zustände des  $\omega$ . Den Berechnungen liegt die Annahme zugrunde, daß es sich um reine  $\bar{q}q$ -Zustände handelt. Wie die bereits diskutierten Szenarien gezeigt haben, muß dies nicht der Fall sein. Die Abweichungen zwischen den in den Datenanalysen des Crystal Barrel Experiments erzielten Ergebnissen und den Modellrechnungen untermauern den Hinweis auf die Existenz von nicht- $\bar{q}q$ -Vektorzuständen. Das in Gleichung (11.11) diskutierte Nonett für Vierquarkzustände steht zunächst in keinem Widerspruch zu den Modellrechnungen. Zustände, die einem  $\rho(1300)$  und einem  $\omega(1200)$  entsprechen, sind nicht Bestandteil der Modellrechnungen. Auch der *strange*-Partner, das  $K^*(1410)$ , findet keine Entsprechung und könnte demnach ein nicht- $\bar{q}q$  Zustand sein.

# Kapitel 12

## Zusammenfassung und Ausblick

### 12.1 Zusammenfassung

Die Partialwellenanalyse der Antiproton Annihilation am Neutron in der Reaktion

$$\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$$

hat gezeigt, daß als dominante Partialwellen  $\rho^-(770)\omega$  sowohl aus dem atomaren S- als auch P-Wellen Anfangszustand beitragen. Weiterhin treten höhermassige Anregungen des  $\rho(770)$ -Mesons, die  $\rho'$ -Zustände, auf.

Hier zeigen die Daten kein einheitliches Bild. Sie fordern mindestens die Existenz von zwei  $\rho'$ -Mesonen. Eines mit einer Masse bei etwa 1700 MeV und ein weiteres im Massebereich zwischen 1200 MeV und 1500 MeV. Die relative Phasenbewegung zwischen diesen Zuständen legt die Existenz eines  $\rho(1300)$  zusätzlich zum etablierten  $\rho(1450)$  nahe.

Vorausgesetzt, das  $\rho(1300)$  existiert, bieten sich interessante Szenarien der Interpretation. Einmal können die physikalisch beobachtbaren Zustände eine Mischung aus konventionellen  $q\bar{q}$ -Mesonen und einem Hybrid sein. Andererseits ist auch die Interpretation des  $\rho(1300)$  als Mitglied eines Nonetts aus Vierquarkzuständen möglich.

Eine abschließende Klärung der Natur der Vektormesonen ist auch mit den dieser Analyse zugrunde liegenden Daten nicht möglich.

### 12.2 Ausblick

Nachdem der LEAR im Dezember 1996 abgeschaltet wurde, wurde am CERN die Physik mit niederenergetischen Antiprotonen und langsamer Extraktion beendet. Experimente zur Spektroskopie des Antiwasserstoffs werden am CERN fortgeführt. Der AD<sup>1</sup> liefert seit Juni 2000 Schübe von etwa  $10^7$  Antiprotonen pro 250 Nanosekunden mit einem Strahlimpuls von 100 MeV alle zwei Minuten. Diese Antiprotonen teilen sich drei Experimente: ASACUSA, ATRAP und ATHENA. Ersteres beschäftigt sich mit der Untersuchung antiprotonischer

---

<sup>1</sup>Antiproton Decelerator

Atome, die beiden anderen mit der Spektroskopie von antiprotonischem Wasserstoff. Auf der LEAP Konferenz im Juni 2000 wurden diese Experimente vorgestellt [85].

Die Hauptkomponente des Crystal Barrel Experiments, das aus 1380 CsI Kristallen bestehende Kalorimeter, wurde im Jahre 1997 nach Bonn gebracht und im Jahre 1998 am Elektronenbeschleuniger ELSA aufgebaut. Hier dient es zum Nachweis neutraler Endzustände von Photoproduktionsexperimenten.

Die bis auf einen Impuls von 3.5 GeV beschleunigten Elektronen werden in einem Bremsstrahltarget abgebremst. Die dabei erzeugten Photonen treffen auf das schon vom LEAR bekannte Target aus flüssigem Wasserstoff. Ihre Energie wird durch den Ablenkwinkel der Bremsstrahlungselektronen in einem Magnetfeld bestimmt. Geladene Teilchen werden durch einen Innendetektor nachgewiesen, der um das Target angeordnet ist. Da die Reaktionen aufgrund des Photonimpulses einen starken Vorwärtsboost aufweisen, sind in Strahlrichtung hinter dem Crystal Barrel Kalorimeter weitere Detektoren aufgebaut.

Ein Ziel der Arbeitsgruppe im Institut für Strahlen- und Kernphysik ist die Suche nach "fehlenden" Baryon-Resonanzen, die von Quarkmodellrechnungen vorhergesagt werden. Eine wichtige Reaktion ist

$$\gamma p \rightarrow N^* \rightarrow \Delta(1232)\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0 p$$

Weitere Beschreibungen der physikalischen Zielsetzungen finden sich z.B. in [86].

Eine Zukunft hat die Mesonenspektroskopie mit Antiprotonen an der GSI in Darmstadt. Dort wird der Bau eines Hochenergie-Speicherrings für Antiprotonen und Schwerionen (HESR<sup>2</sup>) geplant [85, 87]. Mit einem Strahlimpuls von bis zu 6.5 GeV ist die Region der *charm*-Mesonen zugänglich, und die Physik des LEAR kann fortgeführt werden.

---

<sup>2</sup>High Energy Storage Ring

# Anhang A

## Der $\omega$ -Zerfalls–Dalitz-Plot in seiner symmetrischen Darstellung

Die Zerfallsdynamik einer Resonanz, die in drei Teilchen mit identischer Masse zerfällt, wird oft in einem Dalitz-Plot in symmetrischer Form dargestellt. Daher eignet sich dieser auch zur Repräsentation des Zerfalls des  $\omega$  in  $\pi^+\pi^-\pi^0$ . Da die Massen von neutralem und geladenem Pion nicht exakt gleich groß sind, ist der Dalitz-Plot nur bezüglich  $\pi^+$  und  $\pi^-$  symmetrisch.

Die Impulsvektoren  $\vec{p}_\pi$  der Pionen werden in das Ruhesystem des  $\omega$  transformiert. Man definiert einen Parameter  $\lambda$ , der proportional zum Übergangsmatrixelement des Zerfalls ist.

$$\lambda = \frac{|\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}|^2}{\lambda'_{\max}} \quad (\text{A.1})$$

mit

$$\lambda'_{\max} = Q^2 \left( \frac{Q^2}{108} + \frac{m_\pi Q}{9} + \frac{m_\pi^2}{3} \right) \quad Q = T_{\pi^+} + T_{\pi^-} + T_{\pi^0}$$

$T$  bezeichnet die kinetischen Energien der Pionen:  $T = E - m_\pi$ .

Für jedes Ereignis wird  $y$  gegen  $x$  im Dalitz-Plot aufgetragen.

$$x = \frac{T_{\pi^-} - T_{\pi^+}}{\sqrt{3}Q} \quad \text{und} \quad y = \frac{T_{\pi^0}}{Q} - \frac{1}{3} \quad (\text{A.2})$$

Die Abbildung A.1 zeigt den Phasenraum des Zerfalls  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Die kinetische Energie des  $\pi^0$  variiert mit  $y$ , die der geladenen Pionen mit  $x$ .

Die Impulsbeträge der Pionen sind als Pfeile im Dalitz-Plot dargestellt. Alle Ereignisse, deren Einträge auf einer Geraden senkrecht zu einem der Pfeile liegen, haben den gleichen Impulsbetrag. Die Impulse der anderen beiden Pionen variieren entlang dieser Geraden.

Am Phasenraumrand sind  $\vec{p}_{\pi^+}$  und  $\vec{p}_{\pi^-}$  parallel, so daß  $\lambda$  verschwindet. Im Zentrum haben alle Impulsbeträge die gleiche Größe, und  $\lambda$  wird maximal. Im Punkt  $y = -\frac{1}{3}$  trägt das  $\pi^0$  keine kinetische Energie, die geladenen Pionen fliegen wie im Zweikörperzerfall mit einem Winkel von  $\theta = 180^\circ$  auseinander. Mit wachsendem  $y$  gewinnt das  $\pi^0$  an kinetischer Energie,  $\theta$  wird kleiner und erreicht im Zentrum  $\theta = 120^\circ$ . Bei weiter zunehmendem  $y$  wird die kinetische Energie des  $\pi^0$  immer größer, und der Winkel  $\theta$  geht gegen  $0^\circ$ . Dieses Verhalten gilt nur für Resonanzen mit  $J^P = 1^-$ , die in drei Pionen zerfallen [88].

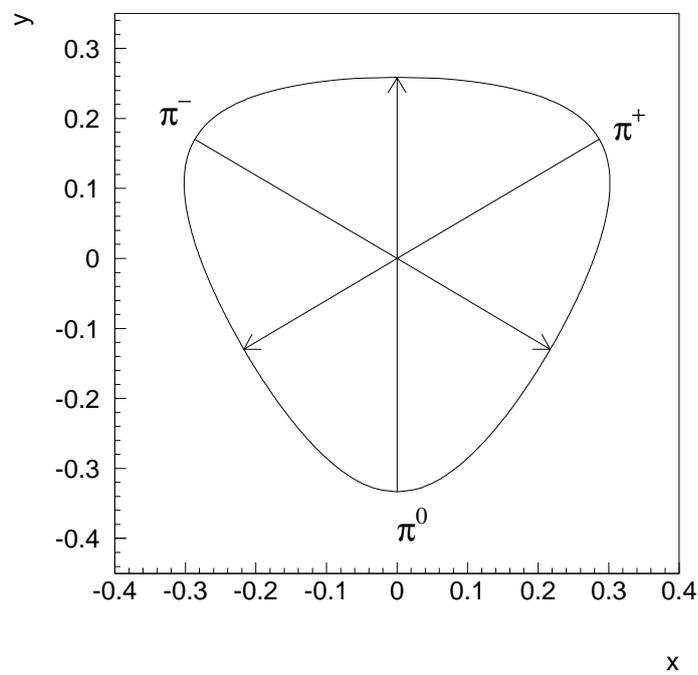


Abbildung A.1: Dalitz-Plot des Zerfalls  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Die Pfeile zeigen den Verlauf der Teilchenimpulse  $|\vec{p}|$ . Im Zentrum haben alle Pionen den gleichen Impulsbetrag. Dies ist auch die kinematisch bevorzugte Konstellation mit  $\lambda = 1$ .

# Anhang B

## Die Helizitätsamplituden

In Abschnitt 8.1.3 wurden die Helizitätsamplituden bereits eingeführt und anhand eines Beispiels berechnet. Hier werden nun alle für die Partialwellenanalyse benötigten Amplituden aufgeführt. Zunächst werden die Amplituden für die Zweikörperzerfälle berechnet, die dann entsprechend der Zerfallsketten kombiniert werden. Benötigt werden auch die  $D$ -Funktionen, die eine Drehung im Spinraum beschreiben.

Die Berechnung der Helizitätsamplituden für eine vollständige Zerfallskette kann besonders bei höheren beteiligten Drehimpulsen komplizierter sein. Daher wurden diese Amplituden mit dem Computerprogramm *Mathematica* berechnet [89]. Da die Struktur der Darstellung dieser Formeln der internen Anordnung von *Mathematica* entspricht, geht hier die Anschauung teilweise verloren.

### B.1 Die $D$ -Funktionen

Für die  $D$ -Funktionen gilt allgemein:

$$D_{M,\lambda}^J(\theta, \phi) = e^{iM\phi} d_{M,\lambda}^J(\theta) \quad (\text{B.1})$$

Die  $d$ -Funktionen sind für die benötigten Parameter in [26] gegeben. Für die automatisierte Berechnung kann die Funktion nach

$$d_{mm'}^J(\theta) = \sqrt{(J+m)!(J-m)!(J+m')!(J-m')!} \quad (\text{B.2})$$

$$\sum_{n=0}^{2J} \frac{(-1)^n}{(J-m'-n)!(J+m'-n)!(n+m'-m)!n!}$$
$$\left(\cos \frac{\theta}{2}\right)^{2J+m-m'-2n} \left(-\sin \frac{\theta}{2}\right)^{m'-m+2n}$$

berechnet werden [66]. Tabelle B.1 faßt die benötigten Funktionen zusammen.

$D_{M,\lambda}^J(\theta, \phi)$	
$J = 0$	$M$
$\lambda$	1

$D_{M,\lambda}^J(\theta, \phi)$			
$J = 1$	$M = 1$	$M = 0$	$M = -1$
$\lambda = 1$	$e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2}$	$e^{i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}$	$e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2}$
$\lambda = 0$	$-\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}$	$\cos\theta$	$\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}$
$\lambda = -1$	$e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2}$	$e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2}$	$e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2}$

$D_{M,\lambda}^J(\theta, \phi)$					
$J = 2$	$M = 2$	$M = 1$	$M = 0$	$M = -1$	$M = -2$
$\lambda = 2$	$e^{i2\phi} \left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)^2$	$e^{i2\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \sin\theta$	$e^{i2\phi} \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2\theta$	$e^{i2\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \sin\theta$	$e^{i2\phi} \left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)^2$
$\lambda = 1$	$-e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \sin\theta$	$e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} (2\cos\theta - 1)$	$-e^{-i\phi} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin\theta \cos\theta$	$e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} (2\cos\theta + 1)$	$e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \sin\theta$
$\lambda = 0$	$\frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2\theta$	$-\sqrt{\frac{3}{2}} \sin\theta \cos\theta$	$\frac{3}{2} \cos^2\theta - \frac{1}{2}$	$\sqrt{\frac{3}{2}} \cos\theta \sin\theta$	$\frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2\theta$
$\lambda = -1$	$-e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \sin\theta$	$e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} (2\cos\theta + 1)$	$-e^{-i\phi} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin\theta \cos\theta$	$e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} (2\cos\theta - 1)$	$e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \sin\theta$
$\lambda = -2$	$e^{-i2\phi} \left(\frac{1-\cos\theta}{2}\right)^2$	$-e^{-i2\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \sin\theta$	$e^{-i2\phi} \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2\theta$	$-e^{-i2\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \sin\theta$	$e^{-i2\phi} \left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)^2$

Tabelle B.1: Die zur Berechnung der Helizitätsamplituden benötigten  $D$ -Funktionen.

## B.2 Zweikörperzerfälle

►  $\bar{p}n (^1S_0) \rightarrow f_0\pi^-$  und  $\bar{p}n (^1S_0) \rightarrow \sigma\pi^*$  \_\_\_\_\_  $1^-(0^{-+}) \rightarrow 0^+(0^{++}) 1^-(0^-)$

$$f_{00,0} = 1 \quad (\text{B.3})$$

►  $\bar{p}n (^1S_0) \rightarrow \rho\pi^*$  und  $\pi^* \rightarrow \rho\pi$  \_\_\_\_\_  $1^-(0^{-+}) \rightarrow 1^+(1^{--}) 1^-(0^{-+})$

$$f_{\lambda_1 0,0} = -\sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

►  $\bar{p}n (^1S_0) \rightarrow a_1\rho$  \_\_\_\_\_  $1^-(0^{-+}) \rightarrow 1^-(1^{++}) 1^+(1^{--})$

$$f_{\lambda_1 \lambda_2,0} = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

►  $\bar{p}n (^1S_0) \rightarrow f_2\pi^-$  \_\_\_\_\_  $1^-(0^{-+}) \rightarrow 0^+(2^{++}) 1^-(0^-)$

$$f_{\lambda_1 0,M}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{1}{5}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

►  $\bar{p}n (^3P_0) \rightarrow b_1^0\pi^-$  \_\_\_\_\_  $1^-(0^+) \rightarrow 1^+(1^{+-}) 0^-(0^-)$

$$f_{\lambda 0,0} = -\sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

►  $\bar{p}n (^1P_1) \rightarrow b_1^0\pi^-$  \_\_\_\_\_  $1^-(1^+) \rightarrow 1^+(1^{+-}) 0^-(0^-)$

$$f_{\lambda 0,M} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} -e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & -e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

►  $\bar{p}n(^3P_2) \rightarrow b_1^0\pi^-$  \_\_\_\_\_  $1^-(2^+) \rightarrow 1^+(1^{+-})0^-(0^-)$

$$f_{\lambda_0, M} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}}D_{12}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{11}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{10}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{1-1}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{1-2}^2 \\ \sqrt{\frac{2}{3}}D_{02}^2 & \sqrt{\frac{2}{3}}D_{01}^2 & \sqrt{\frac{2}{3}}D_{00}^2 & \sqrt{\frac{2}{3}}D_{0-1}^2 & \sqrt{\frac{2}{3}}D_{0-2}^2 \\ \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-12}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-11}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-10}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-1-1}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-1-2}^2 \end{pmatrix} (\theta, \phi) \quad (\text{B.9})$$

►  $\bar{p}n(^1S_0) \rightarrow \rho^-(770)\omega$  \_\_\_\_\_  $1^-(0^-) \rightarrow 1^+(1^-)0^-(1^{--})$

$$f_{\lambda_1\lambda_2, 0} = \sqrt{\frac{1}{6}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

►  $\bar{p}n(^3P_0) \rightarrow \rho^-(770)\omega$  \_\_\_\_\_  $1^-(0^+) \rightarrow 1^+(1^-)0^-(1^{--})$

$$f_{\lambda_1\lambda_2, 0} = \frac{\alpha_{00}}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{\alpha_{22}}{\sqrt{30}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

►  $\bar{p}n(^3P_1) \rightarrow \rho^-(770)\omega$  \_\_\_\_\_  $1^-(1^+) \rightarrow 1^+(1^-)0^-(1^{--})$

$$f_{\lambda_1\lambda_2, M} = \frac{\alpha_{01}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} D_{01}^1 & D_{00}^1 & D_{0-1}^1 \\ D_{11}^1 & D_{10}^1 & D_{1-1}^1 \\ 0 & 0 & 0 \\ D_{-11}^1 & D_{-10}^1 & D_{-1-1}^1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -D_{11}^1 & -D_{10}^1 & -D_{1-1}^1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -D_{-11}^1 & -D_{-10}^1 & -D_{-1-1}^1 \\ -D_{01}^1 & -D_{00}^1 & -D_{0-1}^1 \end{pmatrix} (\theta, \phi) + \frac{\alpha_{21}}{\sqrt{20}} \begin{pmatrix} -2D_{01}^1 & -2D_{00}^1 & -2D_{0-1}^1 \\ D_{11}^1 & D_{10}^1 & D_{1-1}^1 \\ 0 & 0 & 0 \\ D_{-11}^1 & D_{-10}^1 & D_{-1-1}^1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -D_{11}^1 & -D_{10}^1 & -D_{1-1}^1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -D_{-11}^1 & -D_{-10}^1 & -D_{-1-1}^1 \\ 2D_{01}^1 & 2D_{00}^1 & 2D_{0-1}^1 \end{pmatrix} (\theta, \phi) \quad (\text{B.12})$$

►  $\bar{p}n(^3P_2) \rightarrow \rho^-(770)\omega$   $\xrightarrow{\hspace{10em}}$   $1^-(2^+) \rightarrow 1^+(1^-)0^-(1^{--})$

$$\begin{aligned}
f_{\lambda_1\lambda_2,M} = \alpha_{02} & \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{6}}D_{02}^2 & \sqrt{\frac{1}{6}}D_{01}^2 & \sqrt{\frac{1}{6}}D_{00}^2 & \sqrt{\frac{1}{6}}D_{0-1}^2 & \sqrt{\frac{1}{6}}D_{0-2}^2 \\ \sqrt{\frac{1}{2}}D_{12}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{11}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{10}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{1-1}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{1-2}^2 \\ D_{22}^2 & D_{21}^2 & D_{20}^2 & D_{2-1}^2 & D_{2-2}^2 \\ \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-12}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-11}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-10}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-1-1}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-1-2}^2 \\ \sqrt{\frac{2}{3}}D_{02}^2 & \sqrt{\frac{2}{3}}D_{01}^2 & \sqrt{\frac{2}{3}}D_{00}^2 & \sqrt{\frac{2}{3}}D_{0-1}^2 & \sqrt{\frac{2}{3}}D_{0-2}^2 \\ \sqrt{\frac{1}{2}}D_{12}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{11}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{10}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{1-1}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{1-2}^2 \\ D_{-22}^2 & D_{-21}^2 & D_{-20}^2 & D_{-2-1}^2 & D_{-2-2}^2 \\ \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-12}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-11}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-10}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-1-1}^2 & \sqrt{\frac{1}{2}}D_{-1-2}^2 \\ \sqrt{\frac{1}{6}}D_{02}^2 & \sqrt{\frac{1}{6}}D_{01}^2 & \sqrt{\frac{1}{6}}D_{00}^2 & \sqrt{\frac{1}{6}}D_{0-1}^2 & \sqrt{\frac{1}{6}}D_{0-2}^2 \end{pmatrix} (\theta, \phi) \\
+ \alpha_{20} \sqrt{\frac{1}{3}} & \begin{pmatrix} D_{02}^2 & D_{01}^2 & D_{00}^2 & D_{0-1}^2 & D_{0-2}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -D_{02}^2 & -D_{01}^2 & -D_{00}^2 & -D_{0-1}^2 & -D_{0-2}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{02}^2 & D_{01}^2 & D_{00}^2 & D_{0-1}^2 & D_{0-2}^2 \end{pmatrix} (\theta, \phi) \\
+ \alpha_{22} & \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{02}^2 & -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{01}^2 & -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{00}^2 & -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{0-1}^2 & -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{0-2}^2 \\ -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{12}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{11}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{10}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{1-1}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{1-2}^2 \\ \sqrt{\frac{2}{7}}D_{22}^2 & \sqrt{\frac{2}{7}}D_{21}^2 & \sqrt{\frac{2}{7}}D_{20}^2 & \sqrt{\frac{2}{7}}D_{2-1}^2 & \sqrt{\frac{2}{7}}D_{2-2}^2 \\ -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-12}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-11}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-10}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-1-1}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-1-2}^2 \\ -\sqrt{\frac{4}{21}}D_{02}^2 & -\sqrt{\frac{4}{21}}D_{01}^2 & -\sqrt{\frac{4}{21}}D_{00}^2 & -\sqrt{\frac{4}{21}}D_{0-1}^2 & -\sqrt{\frac{4}{21}}D_{0-2}^2 \\ -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{12}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{11}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{10}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{1-1}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{1-2}^2 \\ \sqrt{\frac{2}{7}}D_{-22}^2 & \sqrt{\frac{2}{7}}D_{-21}^2 & \sqrt{\frac{2}{7}}D_{-20}^2 & \sqrt{\frac{2}{7}}D_{-2-1}^2 & \sqrt{\frac{2}{7}}D_{-2-2}^2 \\ -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-12}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-11}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-10}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-1-1}^2 & -\sqrt{\frac{1}{28}}D_{-1-2}^2 \\ -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{02}^2 & -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{01}^2 & -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{00}^2 & -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{0-1}^2 & -\sqrt{\frac{1}{21}}D_{0-2}^2 \end{pmatrix} (\theta, \phi)
\end{aligned} \tag{B.13}$$

►  $\bar{p}n(^1S_0) \rightarrow \rho'^0\pi^-$   $\xrightarrow{\hspace{10em}}$   $1^-(0^-) \rightarrow 1^+(1^{--})1^-(0^-)$

$$f_{\lambda_0,0} = -\sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{B.14}$$

►  $\bar{p}n(^3P_1) \rightarrow \rho'^0 \pi^-$  \_\_\_\_\_  $1^-(1^+) \rightarrow 1^+(1^{--}) 1^-(0^-)$

$$f_{\lambda_0, M} = \alpha_{01} \begin{pmatrix} e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \\ e^{i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \cos\theta & -e^{-i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \end{pmatrix} + \alpha_{21} \begin{pmatrix} e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{\sqrt{40}} & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{20}} & e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{\sqrt{40}} \\ -e^{i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{5}} & -\sqrt{\frac{2}{5}} \cos\theta & e^{-i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{5}} \\ e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{\sqrt{40}} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{20}} & e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{\sqrt{40}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

►  $\bar{p}n(^3P_2) \rightarrow \rho'^0 \pi^-$  \_\_\_\_\_  $1^-(2^+) \rightarrow 1^+(1^{--}) 1^-(0^-)$

$$f_{\lambda_0, M} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} -D_{12}^2 & -D_{11}^2 & -D_{10}^2 & -D_{1-1}^2 & -D_{1-2}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{-12}^2 & D_{-11}^2 & D_{-10}^2 & D_{-1-1}^2 & D_{-1-2}^2 \end{pmatrix} (\theta, \phi) \quad (\text{B.16})$$

►  $\bar{f}_0 \rightarrow \sigma\sigma$  \_\_\_\_\_  $0^+(0^{++}) \rightarrow 0^+(0^{++}) 0^+(0^{++})$

$$f_{00,0} = 1 \quad (\text{B.17})$$

►  $\bar{f}_0 \rightarrow \rho\rho$  \_\_\_\_\_  $0^+(0^{++}) \rightarrow 1^+(1^{--}) 1^+(1^{--})$

$$f_{\lambda_1, \lambda_2, 0} = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.18})$$

►  $\bar{f}_0 \rightarrow \pi^* \pi$  \_\_\_\_\_  $0^+(0^{++}) \rightarrow 1^-(0^{-+}) 1^-(0^{-+})$

$$f_{00,0} = 1 \quad (\text{B.19})$$

►  $\bar{f}_0 \rightarrow a_1 \pi$  \_\_\_\_\_  $0^+(0^{++}) \rightarrow 1^-(1^{++}) 1^-(0^{-+})$

$$f_{\lambda_1 0, 0} = \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.20})$$

►  $\sigma \rightarrow \pi\pi$  \_\_\_\_\_  $0^+(0^{++}) \rightarrow 1^-(0^-) 1^-(0^-)$

$$f_{00,0} = 1 \quad (\text{B.21})$$

►  $\rho \rightarrow \pi\pi$  1<sup>+</sup>(1<sup>-</sup>-) → 1<sup>-</sup>(0<sup>-</sup>) 1<sup>-</sup>(0<sup>-</sup>)

$$f_{00,M} = \begin{pmatrix} e^{i\phi} \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} & \cos \theta & -e^{-i\phi} \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.22})$$

►  $\rho' \rightarrow \rho\rho$  1<sup>+</sup>(1<sup>-</sup>-) → 1<sup>+</sup>(1<sup>-</sup>-) 1<sup>+</sup>(1<sup>-</sup>-)

$$f_{\lambda_1, \lambda_2} = \alpha_{10} \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} e^{i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & \cos \theta_\rho & -e^{-i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -e^{i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -\cos \theta_\rho & e^{-i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ e^{i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & \cos \theta_\rho & -e^{-i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \alpha_{11} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -e^{i\phi_\rho} \frac{1+\cos \theta_\rho}{2} & \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -e^{-i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ e^{i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{2} & \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ e^{i\phi_\rho} \frac{1+\cos \theta_\rho}{2} & -\frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -e^{i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{2} & -\frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -e^{-i\phi_\rho} \frac{1+\cos \theta_\rho}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_{12} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{30}} e^{i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & \sqrt{\frac{2}{30}} \cos \theta_\rho & -\sqrt{\frac{2}{30}} e^{-i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} \\ -\sqrt{\frac{3}{20}} e^{i\phi_\rho} \frac{1+\cos \theta_\rho}{2} & \sqrt{\frac{3}{20}} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{3}{20}} e^{-i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{\frac{3}{20}} e^{-i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{3}{20}} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{3}{20}} e^{-i\phi_\rho} \frac{1+\cos \theta_\rho}{\sqrt{2}} \\ -\sqrt{\frac{4}{15}} e^{i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{4}{15}} \cos \theta_\rho & \sqrt{\frac{4}{15}} e^{-i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} \\ -\sqrt{\frac{3}{20}} e^{i\phi_\rho} \frac{1+\cos \theta_\rho}{2} & \sqrt{\frac{3}{20}} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{3}{20}} e^{-i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{\frac{3}{20}} e^{i\phi_\rho} \frac{1-\cos \theta_\rho}{2} & -\sqrt{\frac{3}{20}} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{3}{20}} e^{-i\phi_\rho} \frac{1+\cos \theta_\rho}{2} \\ -\sqrt{\frac{2}{30}} e^{i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} & -\sqrt{\frac{2}{30}} \cos \theta_\rho & \sqrt{\frac{2}{30}} e^{-i\phi_\rho} \frac{\sin \theta_\rho}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

►  $a_1 \rightarrow \rho\pi$  1<sup>-</sup>(1<sup>+</sup>+) → 1<sup>+</sup>(1<sup>-</sup>-) 1<sup>-</sup>(0<sup>-</sup>)

$$f_{\lambda_1 0, M} = \begin{pmatrix} e^{i\phi} \frac{1+\cos \theta}{2} & -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1-\cos \theta}{2} \\ e^{i\phi} \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} & \cos \theta & -e^{-i\phi} \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \\ e^{i\phi} \frac{1-\cos \theta}{2} & \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1+\cos \theta}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.24})$$

►  $a_2 \rightarrow \rho\pi$  \_\_\_\_\_  $1^-(2^{++}) \rightarrow 1^+(1^{--}) 1^-(0^-)$

$$f_{\lambda_1 0, M} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} D_{21}^2 & D_{11}^2 & D_{01}^2 & D_{-11}^2 & D_{-21}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{2-1}^2 & D_{1-1}^2 & D_{0-1}^2 & D_{-1-1}^2 & D_{-2-1}^2 \end{pmatrix} (\theta, \phi) \quad (\text{B.25})$$

►  $f_2 \rightarrow \rho\rho$  \_\_\_\_\_  $0^+(2^{++}) \rightarrow 1^+(0^{--}) 1^+(1^{--})$

$$T_{\lambda_1, \lambda_2} = \begin{pmatrix} \left( \sqrt{\frac{1}{6}}\alpha_{02} + \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \\ \sqrt{\frac{1}{2}}\alpha_{02} \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \right) \\ \alpha_{02} \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta_{f_2} \\ \sqrt{\frac{1}{2}}\alpha_{02} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \\ \left( \sqrt{\frac{2}{3}}\alpha_{02} - \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \\ \sqrt{\frac{1}{2}}\alpha_{02} \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \right) \\ \alpha_{02} \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta_{f_2} \\ \sqrt{\frac{1}{2}}\alpha_{02} \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \\ \left( \sqrt{\frac{1}{6}}\alpha_{02} + \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{B.26})$$

►  $f_2 \rightarrow a_2\pi$  \_\_\_\_\_  $0^+(2^{++}) \rightarrow 1^+(2^{++}) 1^-(0^-)$

$$f_{\lambda 0, M} = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \frac{1}{2} \sin^2 \theta & \circ & \circ \\ \circ & \circ & -\frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta & \circ & \circ \\ \circ & \circ & 0 & \circ & \circ \\ \circ & \circ & -\frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta & \circ & \circ \\ \circ & \circ & -\frac{1}{2} \sin^2 \theta & \circ & \circ \end{pmatrix} \quad (\text{B.27})$$

►  $b_1^0 \rightarrow \omega\pi^0$  \_\_\_\_\_  $1^+(1^{+-}) \rightarrow 0^-(1^{--}) 1^-(0^{++})$

$$f_{\lambda 0, 0} = \begin{pmatrix} e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \\ e^{i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & \cos\theta & -e^{-i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \end{pmatrix} + \frac{\alpha_{21}}{\sqrt{10}} \begin{pmatrix} e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} & -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \\ -2e^{i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & -2\cos\theta & 2e^{-i\phi} \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} \\ e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.28})$$

►  $\rho'^0 \rightarrow \omega\pi^0$  \_\_\_\_\_  $1^+(1^{--}) \rightarrow 0^-(1^{--}) 1^-(0^{++})$

$$f_{\lambda 0, M} = \sqrt{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} -e^{i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & -e^{-i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ e^{i\phi} \frac{1-\cos\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} & e^{-i\phi} \frac{1+\cos\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.29})$$

### B.3 Zerfallsketten

$$\blacktriangleright \bar{p}n(^1S_0) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow (\sigma_1\sigma_2)\pi^- \rightarrow (\pi^+\pi^-)(\pi^0\pi^0)\pi^- \quad \text{_____}$$

$$f_T = 1 \quad (\text{B.30})$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n(^1S_0) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow (\rho_B\rho_C)\pi^- \rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi^- \quad \text{_____}$$

$$f_T = \sqrt{\frac{1}{3}} \left( \sin\theta_{\rho_B} \sin\theta_{\rho_C} \cos(\phi_{\rho_B} + \phi_{\rho_C}) - \cos\theta_{\rho_B} \cos\theta_{\rho_C} \right) \quad (\text{B.31})$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n(^1S_0) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow (\pi^*\pi)\pi^- \rightarrow (\rho\pi)\pi\pi^- \rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi^- \quad \text{_____}$$

$$f_T = -\sqrt{\frac{1}{3}} \cos\theta_\rho \quad (\text{B.32})$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n(^1S_0) \rightarrow \pi^*\sigma \rightarrow (\rho\pi)\sigma \rightarrow (\pi\pi)\pi(\pi\pi) \quad \text{_____}$$

$$f_T = \sqrt{\frac{1}{3}} \cos\theta_\rho \quad (\text{B.33})$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n(^1S_0) \rightarrow \pi^*\rho \rightarrow (\rho\pi)\rho \rightarrow (\pi\pi)\pi(\pi\pi) \quad \text{_____}$$

$$f_T = \frac{1}{3} \cos\rho_B \cos\rho_2 \quad (\text{B.34})$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n(^1S_0) \rightarrow a_1\rho_C \rightarrow (\rho_B\pi)(\pi\pi) \rightarrow (\pi\pi)\pi(\pi\pi) \quad \text{_____}$$

$$f_T = \sqrt{\frac{1}{3}} \left[ \begin{aligned} &\sin\theta_{\rho_C} \sin\theta_{\rho_B} (-\sin(\phi_{a_1} + \phi_{\rho_C}) \sin\phi_{\rho_B} + \cos(\phi_{a_1} + \phi_{\rho_C}) \cos\phi_{\rho_B} \cos\theta_{a_1}) \\ &+ \sin\theta_{\rho_C} \cos\theta_{\rho_B} \cos\theta_{a_1} \cos(\phi_{a_1} + \phi_{\rho_C}) \\ &+ \cos\theta_{\rho_C} (\sin\theta_{\rho_B} \sin\theta_{a_1} \cos\phi_{\rho_B} - \cos\theta_{\rho_B} \cos\theta_{a_1}) \end{aligned} \right] \quad (\text{B.35})$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n(^1S_0) \rightarrow f_0\pi^- \rightarrow (a_1\pi)\pi^- \rightarrow (\rho\pi)\pi\pi^- \rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi^- \quad \text{_____}$$

$$f_T = \sqrt{\frac{1}{3}} (\cos\phi_\rho \sin\theta_\rho \sin\theta_{a_1} - \cos\theta_\rho \cos\theta_{a_1}) \quad (\text{B.36})$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n (^1S_0) \rightarrow \rho'\pi \rightarrow (\rho_1\rho_2)\pi \rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi \quad \text{-----}$$

$$= \frac{\alpha_{12}}{3\sqrt{5}} \left( (1-x) \cos(\phi_{\rho_1} + \phi_{\rho_2}) \sin \theta_{\rho_1} \sin \theta_{\rho_2} \cos \theta_{\rho'} \right. \quad (\text{B.37})$$

$$\left. + (x+2) \cos \theta_{\rho_1} \cos \theta_{\rho_2} \cos \theta_{\rho'} \right.$$

$$\left. + (-y-1.5) \cos \phi_{\rho_1} \sin \theta_{\rho_1} \cos \theta_{\rho_2} \sin \theta_{\rho'} \right.$$

$$\left. + (1.5-y) \cos \theta_{\rho_1} \cos \phi_{\rho_2} \sin \theta_{\rho_2} \sin \theta_{\rho'} \right)$$

$$x = \frac{\sqrt{5}\alpha_{10}}{\alpha_{12}} \quad y = \frac{\sqrt{15}\alpha_{11}}{2\alpha_{12}}$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n (^1S_0) \rightarrow f_2\pi^- \rightarrow (\rho\rho)\pi^- \rightarrow (\pi\pi)(\pi\pi)\pi^- \quad \text{-----}$$

$$f_T = \sqrt{\frac{1}{5}} \left( \sin \theta_{\rho_1} \sin \theta_{\rho_2} \left( \cos(\phi_{\rho_1} + \phi_{\rho_2}) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \left( \sqrt{\frac{1}{6}}\alpha_{02} + \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \right. \right. \quad (\text{B.38})$$

$$\left. - \cos(\phi_{\rho_1} - \phi_{\rho_2}) \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta_{f_2} \alpha_{02} \right)$$

$$\left. - \sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} (\cos \phi_{\rho_1} \sin \theta_{\rho_1} \cos \theta_{\rho_2} - \cos \theta_{\rho_1} \cos \phi_{\rho_2} \sin \theta_{\rho_2}) \alpha_{02} \right.$$

$$\left. + \cos \theta_{\rho_1} \cos \theta_{\rho_2} \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta_{f_2} - \frac{1}{2} \right) \left( \sqrt{\frac{2}{3}}\alpha_{02} - \sqrt{\frac{1}{3}}\alpha_{20} \right) \right)$$

$$\blacktriangleright \bar{p}n (^1S_0) \rightarrow f_2\pi^- \rightarrow (a_2\pi)\pi^- \rightarrow (\rho\pi)\pi\pi^- \rightarrow (\pi\pi)\pi\pi\pi^- \quad \text{-----}$$

$$f_T = \frac{\sin \theta_{\rho}}{2\sqrt{5}} \left( (-\cos \phi_{\rho} \cos 2\phi_{a_2} + \sin \phi_{\rho} \sin 2\phi_{a_2} \cos \theta_{a_2}) \sin \theta_{a_2} \sin^2 \theta_{f_2} \right. \quad (\text{B.39})$$

$$\left. + (\cos \phi_{\rho} \cos \phi_{a_2} \cos \theta_{a_2} + (1 - 2 \cos^2 \theta_{a_2}) \sin \phi_{\rho} \sin \phi_{a_2}) \sin \theta_{f_2} \cos \theta_{f_2} \right)$$

$$\blacktriangleright {}^3P_0 \bar{p}n \rightarrow b_1^0(1235)\pi^- \rightarrow (\omega\pi^0)\pi^- \quad \text{-----}$$

$$f_T = \alpha_{01} \sqrt{\frac{1}{3}} (\cos \phi_{\omega} \sin \theta_{\omega} \sin \theta_{b_1} - \cos \theta_{\omega} \cos \theta_{b_1}) \quad (\text{B.40})$$

$$+ \alpha_{21} \sqrt{\frac{1}{30}} (\cos \phi_{\omega} \sin \theta_{\omega} \sin \theta_{b_1} + 2 \cos \theta_{\omega} \cos \theta_{b_1})$$

►  ${}^3P_1 \bar{p}n \rightarrow b_1^0(1235)\pi^- \rightarrow (\omega\pi^0)\pi^-$

$$f_T = (a \quad b \quad c) \quad (B.41)$$

$$a_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{01}}{4} e^{-i(\phi_{b_1} - \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \quad (B.42)$$

$$\left\{ -\sin^2\left(\frac{\theta_{\text{lab}}}{2}\right) \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos\theta_\omega \sin\theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos\theta_{b_1}) + \cos\theta_{b_1}) \sin\theta_\omega \right) \right. \\ \left. - e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2\left(\frac{\theta_{\text{lab}}}{2}\right) \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos\theta_\omega \sin\theta_{b_1} + (-1 + \cos\theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos\theta_{b_1})) \sin\theta_\omega \right) \right\}$$

$$+ \frac{\alpha_{21}}{4\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} - \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)}$$

$$\left\{ -\sin^2\left(\frac{\theta_{\text{lab}}}{2}\right) \left( -4e^{i\phi_\omega} \cos\theta_\omega \sin\theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos\theta_{b_1}) + \cos\theta_{b_1}) \sin\theta_\omega \right) \right.$$

$$\left. - e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2\left(\frac{\theta_{\text{lab}}}{2}\right) \right.$$

$$\left. \left( -4e^{i\phi_\omega} \cos\theta_\omega \sin\theta_{b_1} + (-1 + \cos\theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos\theta_{b_1})) \sin\theta_\omega \right) \right\}$$

$$b_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{01}}{\sqrt{2}} i \sin\theta_{\text{lab}}$$

$$\left[ \cos\theta_\omega \sin\theta_{b_1} \sin\phi_{b_1} + \sin\theta_\omega (\cos\theta_{b_1} \cos\phi_\omega \sin\phi_{b_1} + \cos\phi_{b_1} \sin\phi_\omega) \right]$$

$$(B.43)$$

$$+ \frac{\alpha_{21}}{2\sqrt{5}} i \sin\theta_{\text{lab}}$$

$$\left[ -2 \cos\theta_\omega \sin\theta_{b_1} \sin\phi_{b_1} + \sin\theta_\omega (\cos\theta_{b_1} \cos\phi_\omega \sin\phi_{b_1} + \cos\phi_{b_1} \sin\phi_\omega) \right]$$

$$c_{\text{tot}} = -\frac{\alpha_{01}}{4} e^{-i(\phi_{b_1} + \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \quad (B.44) \right.$$

$$\cos^2\left(\frac{\theta_{\text{lab}}}{2}\right) \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos\theta_\omega \sin\theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos\theta_{b_1}) + \cos\theta_{b_1}) \sin\theta_\omega \right)$$

$$\left. + e^{2i\phi_{b_1}} \sin^2\left(\frac{\theta_{\text{lab}}}{2}\right) \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos\theta_\omega \sin\theta_{b_1} + (-1 + \cos\theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos\theta_{b_1})) \sin\theta_\omega \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\alpha_{21}}{4\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} + \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \\
& \quad \cos^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right) \\
& \quad + e^{2i\phi_{b_1}} \sin^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \\
& \quad \left. \left( -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\blacktriangleright \ ^3P_2 \ \bar{p}n \rightarrow b_1^0(1235)\pi^- \rightarrow (\omega\pi^0)\pi^- \quad \text{-----}$$

$$f_T = (a \quad b \quad c \quad d \quad e) \tag{B.45}$$

$$a_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{12}}{4} e^{-i(\phi_{b_1} - 2\phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \tag{B.46}$$

$$- 2 \cos \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right]$$

$$+ 2e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \frac{\theta_{\text{lab}}}{2}$$

$$\left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right]$$

$$- e^{i\phi_{b_1}} \sin^2 \theta_{\text{lab}} \left[ -2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \left\{ \right.$$

$$+ \frac{\alpha_{21}}{4\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} - 2\phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right.$$

$$- 2 \cos \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2}$$

$$\left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right]$$

$$+ 2e^{2i\phi_{b_1}} \cos^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \frac{\theta_{\text{lab}}}{2}$$

$$\left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right]$$

$$- e^{i\phi_{b_1}} \sin^2 \theta_{\text{lab}} \left[ 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \left\{ \right.$$

$$\begin{aligned}
b_{\text{tot}} = & \frac{\alpha_{01}}{2} e^{-i(\phi_{b_1} - \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. & (B.47) \\
& \frac{1}{2} e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} (-1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \\
& \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right) \\
& - e^{i\phi_\omega} (1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + \sin \theta_\omega (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega - i \sin \phi_\omega) \right] \\
& \left. + e^{i(\phi_{b_1} + \phi_\omega)} \sin(2\theta_{\text{lab}}) \left[ \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega - \cos \phi_\omega \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \right\} \\
& + \frac{\alpha_{21}}{2\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} - \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \\
& \frac{1}{2} e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} (-1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \\
& \left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right] \\
& - e^{i\phi_{b_1}} \cos \theta_{\text{lab}} \sin \theta_{\text{lab}} \left[ 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \\
& \left. + e^{i\phi_\omega} (1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ 2 \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + \sin \theta_\omega (-\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega + i \sin \phi_\omega) \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{\text{tot}} = & \frac{\alpha_{01}}{2\sqrt{6}} \left\{ \right. & (B.48) \\
& - \sin \theta_{b_1} \left[ 3 \cos \theta_\omega \cos \phi_{b_1} \sin(2\theta_{\text{lab}}) + (1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos \phi_\omega \sin \theta_\omega \right] \\
& + \cos \theta_{b_1} \left[ \cos \theta_\omega + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}}) \cos \theta_\omega - 3 \cos \phi_{b_1} \cos \phi_\omega \sin(2\theta_{\text{lab}}) \sin \theta_\omega \right] \\
& \left. + 3 \sin(2\theta_{\text{lab}}) \sin \theta_\omega \sin \phi_{b_1} \sin \phi_\omega \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha_{21}}{4\sqrt{15}} \left\{ \right. \\
& \quad - 2 \cos \theta_{b_1} (1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos \theta_\omega \\
& \quad + 6 \cos \theta_\omega \cos \phi_{b_1} \sin \theta_{b_1} \sin(2\theta_{\text{lab}}) \\
& \quad - \sin \theta_\omega \left[ (1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos \phi_\omega \sin \theta_{b_1} \right. \\
& \quad \quad \left. \left. + 3 \sin(2\theta_{\text{lab}}) (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_{b_1} \cos \phi_\omega - \sin \phi_{b_1} \sin \phi_\omega) \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$d_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{01}}{2} e^{-i(\phi_{b_1} + \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \quad (B.49)$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ -1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}} \right] \\
& \quad \left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right] \\
& + e^{i\phi_{b_1}} \left[ \cos \theta_{\text{lab}} \sin \theta_{\text{lab}} \left( -2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right) \right. \\
& \quad \left. + e^{i(\phi_{b_1} + \phi_\omega)} (1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right. \\
& \quad \left. \left( \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + \sin \theta_\omega (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega + i \sin \phi_\omega) \right) \right] \left\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha_{21}}{2\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} + \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \\
& \quad - \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ -1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}} \right] \\
& \quad \left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right] \\
& + e^{i\phi_{b_1}} \left[ \cos \theta_{\text{lab}} \sin \theta_{\text{lab}} \left( 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right) \right. \\
& \quad \left. + e^{i(\phi_{b_1} + \phi_\omega)} (1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right. \\
& \quad \left. \left( -2 \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + \sin \theta_\omega (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega + i \sin \phi_\omega) \right) \right] \left\}
\end{aligned}$$

$$e_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{01}}{4} e^{-i(\phi_{b_1} + 2\phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \quad (\text{B.50})$$

$$2 \cos^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \frac{\theta_{\text{lab}}}{2}$$

$$\left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right]$$

$$- 2e^{2i\phi_{b_1}} \cos \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2}$$

$$\left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right]$$

$$- e^{i\phi_{b_1}} \sin^2 \theta_{\text{lab}} \left[ - 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \left. \right\}$$

$$+ \frac{\alpha_{21}}{\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} + 2\phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right.$$

$$2 \cos^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \frac{\theta_{\text{lab}}}{2}$$

$$\left[ - 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right]$$

$$- 2e^{2i\phi_{b_1}} \cos \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2}$$

$$\left[ - 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right]$$

$$- e^{i\phi_{b_1}} \sin^2 \theta_{\text{lab}} \left[ 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \left. \right\}$$

$$\blacktriangleright \ ^1S_0 \ \bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega \rightarrow (\pi^-\pi^0)\pi^+\pi^-\pi^0 \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$f_T = -\sqrt{\frac{1}{6}} i \sin(\phi_\rho + \phi_\omega) \sin \theta_\rho \sin \theta_\omega \quad (\text{B.51})$$

$$\blacktriangleright \ ^3P_0 \ \bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega \rightarrow (\pi^-\pi^0)\pi^+\pi^-\pi^0 \quad \underline{\hspace{10cm}}$$

$$f_T = \alpha_{00} \sqrt{\frac{1}{3}} (\sin \theta_\rho \sin \theta_\omega \cos(\phi_\rho + \phi_\omega) - \cos \theta_\rho \cos \theta_\omega) \quad (\text{B.52})$$

$$+ \alpha_{22} \sqrt{\frac{1}{30}} (\sin \theta_\rho \sin \theta_\omega \cos(\phi_\rho + \phi_\omega) + 2 \cos \theta_\rho \cos \theta_\omega)$$

►  ${}^3P_1 \bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega \rightarrow (\pi^-\pi^0)\pi^+\pi^-\pi^0$

---

$$f_T = (a \ b \ c) \quad (\text{B.53})$$

$$a_{\text{tot}} = \frac{1}{20} e^{i(\phi_{\text{lab}} - \phi_\rho - \phi_\omega)} \left\{ \quad (\text{B.54}) \right.$$

$$\begin{aligned} & \left[ e^{i\phi_\rho} \left( 10\alpha_{01} + \sqrt{10}\alpha_{21} \right) \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \cos \theta_\rho + e^{i(\phi_\rho + 2\phi_\omega)} \left( 10\alpha_{01} + \sqrt{10}\alpha_{21} \right) \cos \theta_\rho \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right. \\ & \quad \left. - (-1 + e^{2i(\phi_\rho + \phi_\omega)}) \left( -5\alpha_{01} + \sqrt{10}\alpha_{21} \right) \sin \theta_{\text{lab}} \sin \theta_\rho \right] \sin \theta_\omega \\ & + e^{i(\phi_\rho + \phi_\omega)} \left( 10\alpha_{01} + \sqrt{10}\alpha_{21} \right) \cos \theta_\omega \sin \theta_\rho (\cos \phi_\rho + i \cos \theta_{\text{lab}} \sin \phi_\rho) \left. \right\} \end{aligned}$$

$$b_{\text{tot}} = \frac{-i}{10} \left\{ \quad (\text{B.55}) \right.$$

$$\begin{aligned} & \left( 5\sqrt{2}\alpha_{01} + \sqrt{5}\alpha_{21} \right) \cos \theta_\omega \sin \theta_{\text{lab}} \sin \theta_\rho \sin \phi_\rho \\ & - \sin \theta_\omega \left[ \left( 5\sqrt{2}\alpha_{01} + \sqrt{5}\alpha_{21} \right) \cos \theta_\rho \sin \theta_{\text{lab}} \sin \phi_\omega \right. \\ & \quad \left. + \left( 5\sqrt{2}\alpha_{01} - 2\sqrt{5}\alpha_{21} \right) \cos \theta_{\text{lab}} \sin \theta_\rho \sin(\phi_\rho + \phi_\omega) \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

$$c = \frac{1}{20} e^{-i(\phi_{\text{lab}} + \phi_\rho + \phi_\omega)} \left\{ \quad (\text{B.56}) \right.$$

$$\begin{aligned} & e^{i\phi_\omega} \left( 10\alpha_{01} + \sqrt{10}\alpha_{21} \right) \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \cos \theta_\omega \sin \theta_\rho \\ & + e^{i(2\phi_\rho + \phi_\omega)} \left( 10\alpha_{01} + \sqrt{10}\alpha_{21} \right) \cos \theta_\omega \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \theta_\rho \\ & + e^{i(\phi_\rho + \phi_\omega)} \sin \theta_\omega \\ & \left[ \left( 10\alpha_{01} + \sqrt{10}\alpha_{21} \right) \cos \theta_\rho (\cos \phi_\omega + i \cos \theta_{\text{lab}} \sin \phi_\omega) \right. \\ & \quad \left. + 2i \left( -5\alpha_{01} + \sqrt{10}\alpha_{21} \right) \sin \theta_{\text{lab}} \sin \theta_\rho \sin(\phi_\rho + \phi_\omega) \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

►  ${}^3P_2 \bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega \rightarrow (\pi^-\pi^0)(\pi^+\pi^-\pi^0)$  \_\_\_\_\_

$$f_T = (a \quad b \quad c \quad d \quad e) \quad (\text{B.57})$$

$$a = \frac{1}{56} e^{i2\phi_{\text{lab}}} \left\{ \quad (\text{B.58}) \right.$$

$$\begin{aligned} & - \sin \theta_\rho \left[ \left( -14\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos \theta_\omega (\cos \phi_\rho \sin(2\theta_{\text{lab}}) + 2i \sin \theta_{\text{lab}} \sin \phi_\rho) \right. \\ & \quad + \sin \theta_\omega \left( \left( 7\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) (3 + \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos(\phi_\rho - \phi_\omega) \right. \\ & \quad \quad - 2 \left( 7\alpha_{02} + 7\sqrt{2}\alpha_{20} - \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos(\phi_\rho + \phi_\omega) \sin^2 \theta_{\text{lab}} \\ & \quad \quad \left. \left. + 4i \left( 7\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos \theta_{\text{lab}} \sin(\phi_\rho - \phi_\omega) \right) \right] \\ & + \cos \theta_\rho \left[ - 2 \left( -14\alpha_{02} + 7\sqrt{2}\alpha_{20} + 2\sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos \theta_\omega \sin^2 \theta_{\text{lab}} \right. \\ & \quad \left. + \left( -14\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \sin \theta_\omega (\cos \phi_\omega \sin(2\theta_{\text{lab}}) - 2i \sin \theta_{\text{lab}} \sin \phi_\omega) \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

$$b = \frac{1}{28} e^{i\phi_{\text{lab}}} \left\{ \quad (\text{B.59}) \right.$$

$$\begin{aligned} & \cos \theta_\rho \left[ - 2 \left( -7\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos \theta_\omega \sin(2\theta_{\text{lab}}) \right. \\ & \quad \left. + \left( -14\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos(2\theta_{\text{lab}}) \cos \phi_\omega \sin \theta_\omega \right] \\ & + \sin \theta_\rho \left[ \cos \phi_\rho \left( \left( 14\alpha_{02} - \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos(2\theta_{\text{lab}}) \cos(\theta_\omega) + 14\alpha_{02} \cos \phi_\omega \sin(2\theta_{\text{lab}}) \sin \theta_\omega \right) \right. \\ & \quad \left. + 2i \left( 7\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \sin \theta_{\text{lab}} \sin \theta_\omega \sin(\phi_\rho - \phi_\omega) \right] \\ & + \cos \theta_{\text{lab}} \left[ 14\alpha_{02} i (\cos \theta_\omega \sin \theta_\rho \sin \phi_\rho + \cos \theta_\rho \sin \theta_\omega \sin \phi_\omega) \right. \\ & \quad - \sqrt{2} \left( 14\alpha_{02}\alpha_{20} \sin \theta_{\text{lab}} (\cos \theta_\rho \cos \theta_\omega - \cos(\phi_\rho + \phi_\omega) \sin \theta_\rho \sin \theta_\omega) \right. \\ & \quad \quad \left. + i\sqrt{7}\alpha_{22} (\cos \theta_\omega \sin \theta_\rho \sin \phi_\rho \right. \\ & \quad \quad \left. \left. + \sin \theta_\omega (\cos \theta_\rho + 4i \sin \theta_{\text{lab}} \sin \theta_\rho \sin \phi_\rho) \sin \phi_\omega \right) \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c = \frac{1}{28\sqrt{3}} \{ & \tag{B.60} \\
& \cos \theta_\rho \left[ \left( 7\sqrt{2}\alpha_{02} - 7\alpha_{20} - 2\sqrt{7}\alpha_{22} \right) (1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos \theta_\omega \right. \\
& \quad \left. + 3 \left( 7\sqrt{2}\alpha_{02} - \sqrt{7}\alpha_{22} \right) \cos \phi_\omega \sin(2\theta_{\text{lab}}) \sin \theta_\omega \right] \\
& + \sin \theta_\rho \left[ 3 \left( -7\sqrt{2}\alpha_{02} + \sqrt{7}\alpha_{22} \right) \cos \theta_\omega \cos \phi_\rho \sin(2\theta_{\text{lab}}) \right. \\
& \quad + \sin \theta_\omega \left( 7\alpha_{20} (1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos(\phi_\rho + \phi_\omega) \right. \\
& \quad \quad + 7\sqrt{2}\alpha_{02} ((-1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos(\phi_\rho) \cos(\phi_\omega) - 2 \sin \phi_\rho \sin(\phi_\omega)) \\
& \quad \quad \left. \left. - 2\sqrt{7}\alpha_{22} (2 \cos \phi_\rho \cos \phi_\omega + (1 - 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \sin \phi_\rho \sin \phi_\omega) \right) \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d = \frac{1}{112} e^{-i(\phi_{\text{lab}} + \phi_\rho + \phi_\omega)} \{ & \tag{B.61} \\
& 2e^{i\phi_\rho} \cos \theta_\rho \\
& \left[ 2e^{i\phi_\omega} \left( -14\alpha_{02} + 7\sqrt{2}\alpha_{20} + 2\sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos \theta_\omega \sin(2\theta_{\text{lab}}) \right. \\
& \quad - \left( -14\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) (-\cos(\theta_{\text{lab}}) + \cos(2\theta_{\text{lab}})) \\
& \quad \quad \left. + e^{2i\phi_\omega} (\cos \theta_{\text{lab}} + \cos(2\theta_{\text{lab}})) \sin \theta_\omega \right] \\
& + 4 \sin \theta_\rho e^{i(\phi_\rho + \phi_\omega)} \\
& \left[ \left( -14\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos \theta_\omega (\cos(2\theta_{\text{lab}}) \cos \phi_\rho - i \cos \theta_{\text{lab}} \sin \phi_\rho) \right. \\
& \quad - 2 \sin \theta_{\text{lab}} \sin \theta_\omega \left( -i \left( 7\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \sin(\phi_\rho - \phi_\omega) \right. \\
& \quad \quad + \cos \theta_{\text{lab}} \left( 7 \left( 2\alpha_{02} + \sqrt{2}\alpha_{20} \right) \cos \phi_\rho \cos \phi_\omega \right. \\
& \quad \quad \left. \left. + \sqrt{2} \left( -7\alpha_{20} + 2\sqrt{7}\alpha_{22} \right) \sin \phi_\rho \sin \phi_\omega \right) \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e = \frac{1}{56} e^{-i(2\phi_{\text{lab}} + \phi_\rho + \phi_\omega)} \{ & \tag{B.62} \\
& 2e^{i(\phi_\rho + \phi_\omega)} \cos \theta_\rho \sin \theta_{\text{lab}} \\
& \left[ - \left( -14\alpha_{02} + 7\sqrt{2}\alpha_{20} + 2\sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos \theta_\omega \sin \theta_{\text{lab}} \right. \\
& \quad \left. + \left( -14\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \sin \theta_\omega \left( \cos \theta_{\text{lab}} \cos \phi_\omega + i \sin \phi_\omega \right) \right] \\
& - \sin \theta_\rho e^{i(\phi_\rho + \phi_\omega)} \\
& \left[ 2 \left( -7\alpha_{02} - 7\sqrt{2}\alpha_{20} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos(\phi_\rho + \phi_\omega) \sin^2 \theta_{\text{lab}} \sin \theta_\omega \right. \\
& \quad + 2 \left( -14\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \cos \theta_\omega \sin \theta_{\text{lab}} \left( \cos \theta_{\text{lab}} \cos \phi_\rho - i \sin \phi_\rho \right) \\
& \quad \left. + \left( 7\alpha_{02} + \sqrt{14}\alpha_{22} \right) \sin \theta_\omega \left( (3 + \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos(\phi_\rho - \phi_\omega) - 4i \cos \theta_{\text{lab}} \sin(\phi_\rho - \phi_\omega) \right) \right] \}
\end{aligned}$$

►  ${}^1S_0 \bar{p}n \rightarrow \rho'^0(1450)\pi^- \rightarrow (\omega\pi^0)\pi^-$  \_\_\_\_\_

$$\begin{aligned}
f_T = \alpha_{01} \sqrt{\frac{1}{3}} (\cos \phi_\omega \sin \theta_\omega \sin \theta_{b_1} - \cos \theta_\omega \cos \theta_{b_1}) \\
+ \alpha_{21} \sqrt{\frac{1}{30}} (\cos \phi_\omega \sin \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + 2 \cos \theta_\omega \cos \theta_{b_1}) \tag{B.63}
\end{aligned}$$

►  ${}^3P_1 \bar{p}n \rightarrow \rho'^0(1450)\pi^- \rightarrow (\omega\pi^0)\pi^-$  \_\_\_\_\_

$$f_T = (a \quad b \quad c) \tag{B.64}$$

$$a_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{01}}{4} e^{-i(\phi_{b_1} - \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \quad (\text{B.65})$$

$$\begin{aligned} & \left\{ -\sin^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right) \right. \\ & \left. - e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right) \right\} \\ & + \frac{\alpha_{21}}{4\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} - \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \\ & \left\{ -\sin^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right) \right. \\ & \left. - e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right) \right\} \end{aligned}$$

$$b_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{01}}{\sqrt{2}} i \sin \theta_{\text{lab}} \quad (\text{B.66})$$

$$\begin{aligned} & \left[ \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} \sin \phi_{b_1} + \sin \theta_\omega (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega \sin \phi_{b_1} + \cos \phi_{b_1} \sin \phi_\omega) \right] \\ & + \frac{\alpha_{21}}{2\sqrt{5}} i \sin \theta_{\text{lab}} \\ & \left[ -2 \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} \sin \phi_{b_1} + \sin \theta_\omega (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega \sin \phi_{b_1} + \cos \phi_{b_1} \sin \phi_\omega) \right] \end{aligned}$$

$$c_{\text{tot}} = -\frac{\alpha_{01}}{4} e^{-i(\phi_{b_1} + \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \quad (\text{B.67}) \right.$$

$$\begin{aligned} & \cos^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right) \\ & \left. + e^{2i\phi_{b_1}} \sin^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\alpha_{21}}{4\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} + \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \\
& \quad \cos^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right) \\
& \quad + e^{2i\phi_{b_1}} \sin^2 \left( \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right) \left( -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} \right. \\
& \quad \quad \left. + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right) \left. \right\}
\end{aligned}$$

►  ${}^3\text{P}_2 \bar{p}n \rightarrow \rho'^0(1450)\pi^- \rightarrow (\omega\pi^0)\pi^-$  \_\_\_\_\_

$$f_T = (a \quad b \quad c \quad d \quad e) \quad (\text{B.68})$$

$$\begin{aligned}
a_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{12}}{4} e^{-i(\phi_{b_1} - 2\phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. & \quad (\text{B.69}) \\
& - 2 \cos \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right] \\
& + 2e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \\
& \quad \left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right] \\
& - e^{i\phi_{b_1}} \sin^2 \theta_{\text{lab}} \left[ -2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \left. \right\} \\
& + \frac{\alpha_{21}}{4\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} - 2\phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \\
& \quad - 2 \cos \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \\
& \quad \left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right] \\
& \quad + 2e^{2i\phi_{b_1}} \cos^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \\
& \quad \left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right] \\
& \quad - e^{i\phi_{b_1}} \sin^2 \theta_{\text{lab}} \left[ 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$

$$b_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{01}}{2} e^{-i(\phi_{b_1} - \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \quad (\text{B.70})$$

$$\frac{1}{2} e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} (-1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}})$$

$$\left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right]$$

$$- e^{i\phi_\omega} (1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2}$$

$$\left[ \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + \sin \theta_\omega (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega - i \sin \phi_\omega) \right]$$

$$+ e^{i(\phi_{b_1} + \phi_\omega)} \sin(2\theta_{\text{lab}}) \left[ \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega - \cos \phi_\omega \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \left\} \right.$$

$$+ \frac{\alpha_{21}}{2\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} - \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right.$$

$$\frac{1}{2} e^{2i\phi_{b_1}} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} (-1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}})$$

$$\left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right]$$

$$- e^{i\phi_{b_1}} \cos \theta_{\text{lab}} \sin \theta_{\text{lab}} \left[ 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right]$$

$$+ e^{i\phi_\omega} (1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ 2 \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + \sin \theta_\omega (-\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega + i \sin \phi_\omega) \right] \left\} \right.$$

$$c_{\text{tot}} = \frac{\alpha_{01}}{2\sqrt{6}} \left\{ \right. \quad (\text{B.71})$$

$$- \sin \theta_{b_1} \left[ 3 \cos \theta_\omega \cos \phi_{b_1} \sin(2\theta_{\text{lab}}) + (1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos \phi_\omega \sin \theta_\omega \right]$$

$$+ \cos \theta_{b_1} \left[ \cos \theta_\omega + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}}) \cos \theta_\omega - 3 \cos \phi_{b_1} \cos \phi_\omega \sin(2\theta_{\text{lab}}) \sin \theta_\omega \right]$$

$$+ 3 \sin(2\theta_{\text{lab}}) \sin \theta_\omega \sin \phi_{b_1} \sin \phi_\omega \left\} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha_{21}}{4\sqrt{15}} \left\{ \right. \\
& \quad - 2 \cos \theta_{b_1} (1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos \theta_\omega \\
& \quad + 6 \cos \theta_\omega \cos \phi_{b_1} \sin \theta_{b_1} \sin(2\theta_{\text{lab}}) \\
& \quad - \sin \theta_\omega \left[ (1 + 3 \cos(2\theta_{\text{lab}})) \cos \phi_\omega \sin \theta_{b_1} \right. \\
& \quad \quad \left. \left. + 3 \sin(2\theta_{\text{lab}}) (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_{b_1} \cos \phi_\omega - \sin \phi_{b_1} \sin \phi_\omega) \right] \right\} \\
d_{\text{tot}} = & \frac{\alpha_{01}}{2} e^{-i(\phi_{b_1} + \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \tag{B.72} \\
& \quad - \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ -1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}} \right] \\
& \quad \quad \left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right] \\
& \quad + e^{i\phi_{b_1}} \left[ \cos \theta_{\text{lab}} \sin \theta_{\text{lab}} \left( -2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right) \right. \\
& \quad \quad \left. + e^{i(\phi_{b_1} + \phi_\omega)} (1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right. \\
& \quad \quad \left. \left. \left( \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + \sin \theta_\omega (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega + i \sin \phi_\omega) \right) \right] \right\} \\
& + \frac{\alpha_{21}}{2\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} + \phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \\
& \quad - \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ -1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}} \right] \\
& \quad \quad \left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right] \\
& \quad + e^{i\phi_{b_1}} \left[ \cos \theta_{\text{lab}} \sin \theta_{\text{lab}} \left( 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right) \right. \\
& \quad \quad \left. + e^{i(\phi_{b_1} + \phi_\omega)} (1 + 2 \cos \theta_{\text{lab}}) \sin^2 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \right. \\
& \quad \quad \left. \left. \left( -2 \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + \sin \theta_\omega (\cos \theta_{b_1} \cos \phi_\omega + i \sin \phi_\omega) \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{\text{tot}} = & \frac{\alpha_{01}}{4} e^{-i(\phi_{b_1} + 2\phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. & (B.73) \\
& 2 \cos^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right] \\
& - 2e^{2i\phi_{b_1}} \cos \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \\
& \left. \left[ 2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right] \right. \\
& \left. - e^{i\phi_{b_1}} \sin^2 \theta_{\text{lab}} \left[ -2e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \right\} \\
+ & \frac{\alpha_{21}}{\sqrt{10}} e^{-i(\phi_{b_1} + 2\phi_{\text{lab}} + \phi_\omega)} \left\{ \right. \\
& 2 \cos^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \\
& \left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (1 + e^{2i\phi_\omega} (-1 + \cos \theta_{b_1}) + \cos \theta_{b_1}) \sin \theta_\omega \right] \\
& - 2e^{2i\phi_{b_1}} \cos \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \sin^3 \frac{\theta_{\text{lab}}}{2} \\
& \left[ -4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_\omega \sin \theta_{b_1} + (-1 + \cos \theta_{b_1} + e^{2i\phi_\omega} (1 + \cos \theta_{b_1})) \sin \theta_\omega \right] \\
& \left. - e^{i\phi_{b_1}} \sin^2 \theta_{\text{lab}} \left[ 4e^{i\phi_\omega} \cos \theta_{b_1} \cos \theta_\omega + (1 + e^{2i\phi_\omega}) \sin \theta_{b_1} \sin \theta_\omega \right] \right\}
\end{aligned}$$

## B.4 Der dritte Winkel

Bei der Diskussion der Helizitätsamplituden in Abschnitt 8.1 wurden sowohl für die Drehung im Isospinraum (Gleichung (8.23)) als auch für den Lorentzboost die Drehung um die  $z$ -Achse (Gleichung (8.35)) um einen Winkel willkürlich  $\psi = 0$  gesetzt. Dies ist nur dann möglich, wenn man nur spinlose Teilchen im Endzustand hat. Beim  $5\pi$ -Endzustand ist dies gegeben, beim  $\omega\pi\pi$ -Endzustand bedarf es allerdings einer genaueren Betrachtung.

Der vollständige Operator der Drehung im Isospinraum lautet

$$D_{\lambda,M}^J(\psi, \theta, \phi) = e^{i\psi J_{z_3}} e^{i\theta J_{y_2}} e^{i\phi J_{z_1}} = e^{i\psi\lambda} d_{\lambda,M}^J(\theta) e^{i\phi M} \quad (B.74)$$

Damit folgt für die Übergangsmatrix eines Zweikörperzerfalls

$$f_{\lambda_1\lambda_2,M}(\psi, \theta, \phi) = e^{i\psi(\lambda_1 - \lambda_2)} d_{(\lambda_1 - \lambda_2),M}^J(\theta) e^{i\phi M} T_{\lambda_1\lambda_2} \quad (B.75)$$

Beim Zusammengesetzten der Helizitätsamplitude einer vollständigen Zerfallskette treten Mischterme der Form

$$e^{i\phi_2 M_2} e^{i\psi_1(\lambda_1 - \lambda_2)_1} = e^{i(\phi_2 M_2 + \psi_1(\lambda_1 - \lambda_2)_1)}$$

auf.

Man sieht, daß die Wahl von  $\psi$  für die Drehungen im Isospinraum und für den Lorentzboost frei sind, solange sie in gleicher Weise erfolgen. Zerfällt die letzte Resonanz in spinlose Teilchen, so ist die Magnetquantenzahl  $M = 0$  und die Drehung im Isospinraum unabhängig von  $\psi$ . Bei Teilchen mit Spin im Endzustand ist dies nicht der Fall.

Das  $\omega$  trägt den Spin  $J = 1$  und zerfällt in der Analyse dieser Arbeit in spinlose Pionen ( $\pi^+ \pi^- \pi^0$ ). Der Dreikörperzerfall wird analog zum Zerfall des  $\rho$  in  $\pi\pi$  behandelt, so daß formal spinlose Teilchen im Endzustand betrachtet werden. Der Spin des  $\omega$  wird durch den Parameter  $\lambda$  in der Parametrisierung der Amplitude berücksichtigt (siehe Gleichung (8.19)).

Beim Zerfall des  $\omega$  in den Endzustand  $\pi^0 \gamma$  trägt das  $\gamma$  die Magnetquantenzahl  $M = \pm 1$ . Hier muß  $\psi$  der Zerfallsrichtung des  $\gamma$  im Ruhesystem des  $\omega$  berücksichtigt werden. Dies ist in [27] erläutert.

# Anhang C

## Resonanzen im $\hat{K}$ -Matrix Formalismus

Der  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus beschreibt einen eleganten Weg der Parametrisierung von Streuprozessen der Form  $ab \rightarrow cd$  unter Erhaltung der Unitarität (Gesamtintensität). Deutlich wird dies bei der Beschreibung mehrerer überlappender Resonanzen, die in verschiedene Kanäle zerfallen können. Eine ausführliche Abhandlung über den  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus wird in [63] gegeben. Daher werden hier nur die in der Analyse tatsächlich benutzten Formeln angegeben.

### C.1 Die $\hat{K}$ -Matrix

Die Lorentz invariante  $\hat{K}$ -Matrix ist gegeben durch

$$\hat{K}_{ij} = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha i}^0 g_{\alpha j}^0 B_{\alpha i}^l(q, q_{\alpha i}) B_{\alpha j}^l(q, q_{\alpha j})}{m_{\alpha}^2 - m^2} + \hat{c}_{ij} \quad (\text{C.1})$$

wobei die  $\hat{c}_{ij}$  Untergrundkonstanten sind. Die Summe läuft über alle Pole mit den Massen  $m_{\alpha}$ . Die Residuenfunktionen sind durch

$$g_{\alpha i}^0 = \sqrt{\frac{m_{\alpha} \tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_i(m_{\alpha})}} \quad (\text{C.2})$$

gegeben, wobei  $\tilde{\Gamma}_{\alpha i}$  die  $\hat{K}$ -Matrix Partialbreiten sind.  $\rho_i(m_{\alpha})$  bezeichnet den Phasenraumfaktor (siehe Gl. (8.8)) für den Zerfall einer Resonanz im Kanal  $i$ . Die Blatt-Weißkopf Barrierefaktoren  $B_{\alpha i}^l(q, q_{\alpha i})$  sind in Gleichungen (8.10) und (8.11) definiert.

## C.2 Die Produktion einer Resonanz in der $\hat{P}$ -Vektor Näherung

Der Lorentz invariante  $\hat{P}$ -Vektor charakterisiert die Produktion einer Resonanz

$$\hat{P}_i = \sum_{\alpha} \frac{\beta_{\alpha} \gamma_{\alpha i} m_{\alpha} \Gamma_{\alpha}^0 B_{\alpha i}^l(q, q_{\alpha i})}{m_{\alpha}^2 - m^2} \quad (\text{C.3})$$

Die reduzierte Kopplungskonstanten  $\gamma_{\alpha i}$  sind reell, die Produktionsstärken  $\beta_{\alpha}$  können komplexwertig sein.

Die totale Breite des  $\hat{K}$ -Matrix Pole  $\Gamma_{\alpha}^0$  steht in Bezug zu den partiellen Breiten  $\tilde{\Gamma}_{\alpha i}$ , den Kopplungskonstanten  $g_{\alpha i}$  und den reduzierten Kopplungskonstanten  $\gamma_{\alpha i}$ .

$$\sum_i (g_{\alpha i}^0)^2 = m_{\alpha} \sum_i \frac{\tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_i(m_{\alpha})} = m_{\alpha} \Gamma_{\alpha}^0 \quad \text{und} \quad \gamma_{\alpha i} = \frac{g_{\alpha i}^0}{\sqrt{m_{\alpha} \Gamma_{\alpha}^0}} \quad (\text{C.4})$$

Damit ergibt sich für den  $\hat{P}$ -Vektor

$$\hat{P}_i = \sum_{\alpha} \frac{\beta_{\alpha} \sqrt{\sum_j (g_{\alpha j}^0)^2} g_{\alpha i}^0 B_{\alpha i}^l(q, q_{\alpha i})}{m_{\alpha}^2 - m^2} \quad (\text{C.5})$$

Im Fall von Zweikörperzerfällen wird der  $\hat{P}$ -Vektor in den  $\hat{F}$ -Vektor transformiert:

$$\hat{F}(m) = (\mathbf{1} - i\hat{K}\rho(m))^{-1}\hat{P} \quad (\text{C.6})$$

Hier wird auch ersichtlich, daß  $\hat{P}$  und  $\hat{K}$  m" die gleichen Pole haben müssen, da sonst  $\hat{F}$  an der Polposition verschwinden würde.

Für zwei Zerfallskanäle der Resonanzen hat die  $\hat{K}$ -Matrix die Dimension 2, und der  $\hat{F}$ -Vektor lautet (die Phasenraummatrix  $\rho(m)$  ist diagonal):

$$\begin{pmatrix} \hat{F}_1(m) \\ \hat{F}_2(m) \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - \rho_1(m)\rho_2(m)\hat{D} - i(\hat{K}_{11}\rho_1(m) + \hat{K}_{22}\rho_2(m))} \begin{pmatrix} (1 - i\hat{K}_{22}\rho_2(m))\hat{P}_1 + i\hat{K}_{12}\rho_2(m)\hat{P}_2 \\ i\hat{K}_{21}\rho_1(m)\hat{P}_1 + (1 - i\hat{K}_{11}\rho_1(m))\hat{P}_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.7})$$

mit

$$\hat{D} = \hat{K}_{11}\hat{K}_{22} - \hat{K}_{12}\hat{K}_{21} \quad \text{und} \quad \hat{K}_{12} = \hat{K}_{21}$$

Die  $\hat{K}$ -Matrix-Pole und Partialbreiten sind nicht die physikalischen Parameter der beschriebenen Resonanzen. Diese müssen aus den Polen der  $\hat{T}$ -Matrix extrahiert werden.

$$\hat{T}(m) = (\mathbf{1} - i\hat{K}\rho(m))^{-1}\hat{K} \quad (\text{C.8})$$

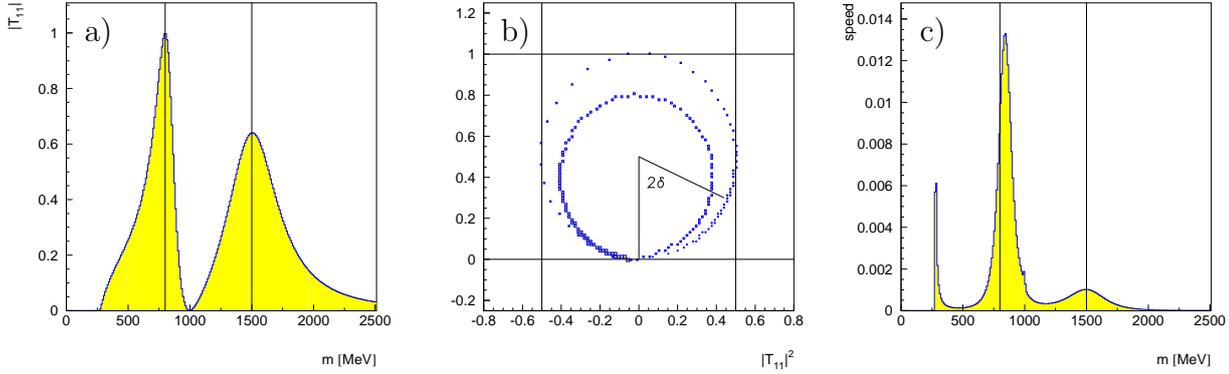


Abbildung C.1: Beispiele der  $T$ -Matrix Darstellung: a) Intensität  $|T_{11}|$ , die Linien geben die Positionen der  $\hat{K}$ -Matrix Pole wieder; b) Argand Diagramm  $\Im(T_{11})$  vs.  $\Re(T_{11})$  und c) Speedplot. Das Maximum bei niedrigerer Masse knapp oberhalb der  $\pi\pi$ -Schwelle im Speedplot ist ein Artefakt. Die Maxima liegen bei den physikalischen Massen der beiden Resonanzen und unterscheiden sich von den Polen der  $\hat{K}$ -Matrix.

Im Fall von zwei Zerfallskanälen ergibt sich folgende Formel:

$$\begin{pmatrix} \hat{T}_{11}(m) & \hat{T}_{12}(m) \\ \hat{T}_{21}(m) & \hat{T}_{22}(m) \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - \rho_1(m)\rho_2(m)\hat{D} - i(\hat{K}_{11}\rho_1(m) + \hat{K}_{22}\rho_2(m))} \begin{pmatrix} \hat{K}_{11} - i\rho_2(m)\hat{D} & \hat{K}_{12} \\ \hat{K}_{21} & \hat{K}_{22} - i\rho_1(m)\hat{D} \end{pmatrix} \quad (\text{C.9})$$

Die physikalischen Pole der  $T$ -Matrix werden noch mit dem Phasenraumfaktor korrigiert. Die Diagonalelemente beschreiben den Zerfall einer Resonanz in den jeweiligen Kanal  $i$ .

$$T_i(m) = \hat{T}_{ii}(m)\rho_i(m) \quad i = 1, 2 \quad (\text{C.10})$$

$T$  ist so normiert, daß im Resonanzpol  $m_\alpha$   $T = +i$  gilt.

Es gibt mehrere Möglichkeiten aus der obigen Gleichung die physikalischen Parameter der Resonanzen zu bestimmen. Als Beispiel wird eine  $(\pi\pi)_S$ -Welle mit einem Pol unterhalb der  $K\bar{K}$ -Schwelle und einem oberhalb simuliert. Die Resonanzmassen lassen sich dem Argand Diagramm und dem daraus abgeleiteten Speedplot entnehmen. Im Argand Diagramm wird der Imaginärteil vom  $T(m)$  gegen den Realteil für alle durchlaufenden Massenpunkte  $m$  aufgetragen. Dabei ändert sich die Phase

$$\delta(m) = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{\Re(T_i(m))}{\frac{1}{2} - \Im(T_i(m))} \right) \quad (\text{C.11})$$

beim Durchlaufen einer Resonanz schneller als außerhalb. Im Speedplot ist die Änderung des Phasenwinkels  $\delta(m)$  gegen die Massen  $m$  aufgetragen. Beim Durchlaufen des ersten  $\hat{K}$ -Matrix Pols ist die Phase  $\delta = \pi$ . Nachdem die Schwelle eines weiteren Kanals überschritten

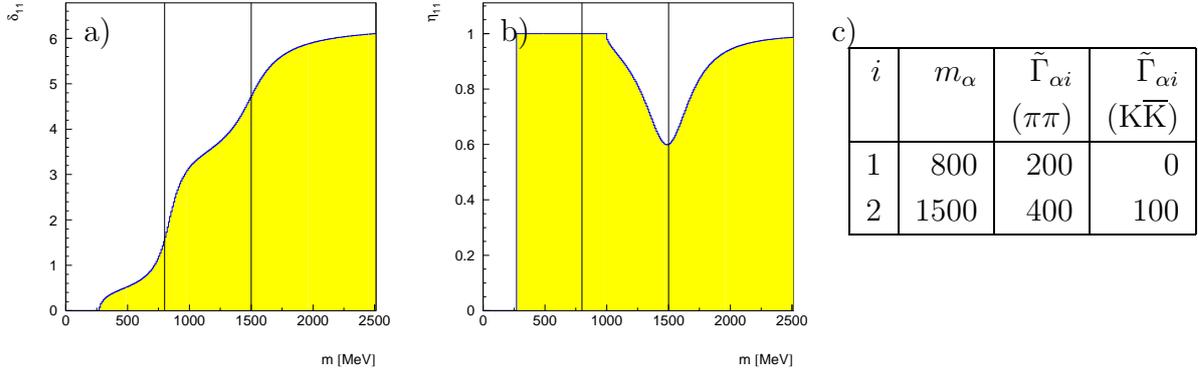


Abbildung C.2: a) Phasenbewegung nach Gleichung (C.11). Zwischen zwei Resonanzpolen beträgt die relative Phase maximal  $\pi$ . Öffnen sich aufgrund von Inelastizitäten weitere Kanäle, so verringert sich die Phasendifferenz. b) Inelastizität nach Gleichung (C.12); c) Die Tabelle gibt die für diese Abbildung und Abbildungen C.1 und C.5 gewählten Parameter der  $\hat{K}$ -Matrix Pole in MeV an ( $\hat{c}_{ij} = 0$ ).

wurde, fällt die Inelastizität  $\eta(m)$  ab (siehe Abb. C.2b)), und die Phasen der Resonanzen liegen nicht mehr bei ganzzahligen Vielfachen von  $\pi$  (siehe Abb. C.2a)), und der Unitaritätskreis im Argand Diagramm wird verlassen (siehe Abb. C.1b)).

Der Anschluß der Phase beim Übergang von einer Resonanz zur nächsten wird bei der Berechnung des  $\hat{F}$ -Vektors aus Gleichung (C.6) durch geeignete Wahl der Phase der komplexwertigen Produktionsstärken  $\beta$  als Bestandteil des Produktionsvektors  $\hat{P}$  gewährleistet. Beträgt die relative Phase der Produktionsstärken zweier Resonanzpole weniger als  $\pi$ , so deutet dies auf eine Änderung der Inelastizität hin, d.h. es öffnen sich im betrachteten Massenbereich weitere Zerfallskanäle.

Die Inelastizität  $\eta$  ist im wesentlichen die Zeigerlänge im Argand Diagramm und berechnet sich nach

$$\eta(m) = \sqrt{4((\Re(T_i(m)))^2 + (\Im(T_i(m)))^2 - \Im(T_i(m))) + 1} \quad (\text{C.12})$$

## C.3 Polstrukturen in Riemann'schen Blättern

Bevor die physikalische Interpretation der Riemann'schen Blätter diskutiert wird, werden einige mathematische Überlegungen vorangestellt. Bei der Umkehrung von Funktionen wie z.B.  $e^z$  oder  $\sin z$ , die ihren Wertebereich  $\mathbf{W}$  bei einmaligem Durchlauf von  $z$  durch den Definitionsbereich  $\mathbf{D}$  mehrfach annehmen, treten mehrdeutige funktionale Zusammenhänge wie  $w = \ln z$  oder  $w = \arcsin z$  auf. Durch eine Erweiterung von  $\mathbf{D}$  und nötigenfalls auch  $\mathbf{W}$  zu Riemann'schen Flächen wird eine umkehrbar eindeutige Beziehung zwischen den Punkten in  $\mathbf{D}$  und  $\mathbf{W}$  hergestellt.

Überstreicht der Radiusvektor  $\vec{z} = |z|e^{i\phi}$  einen Winkelbereich  $\frac{2\pi k}{n} - \frac{\pi}{n} < \phi < \frac{2\pi k}{n} + \frac{\pi}{n}$  mit  $k = 0, 1, \dots, n-1$  der  $z$ -Ebene, so überstreicht der entsprechende Radiusvektor  $\vec{W} = |z|^n e^{in\phi}$

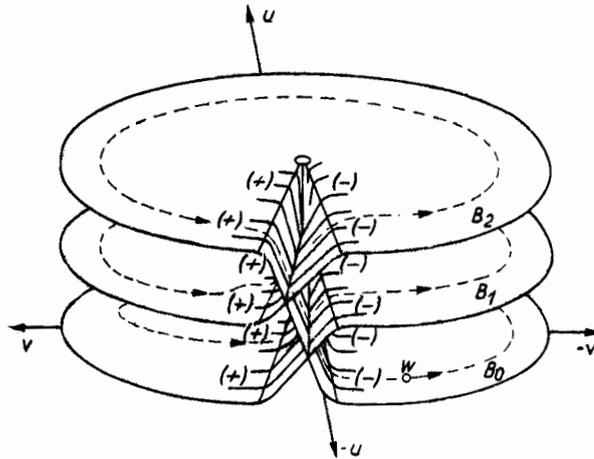


Abbildung C.3: Riemann'sche Blätter der Funktion  $z = \sqrt[3]{w}$  ( $w = u + iv$ ). Der Umlauf beginnt am Punkt  $w = 0$ , und der Indikator  $k$  wächst bei jedem Durchgang durch die negative reelle Achse um 1 (gestrichelte Linie). (+) und (-) geben die Vorzeichen von  $I(w)$  an, die sich beim Übergang von einem Blatt in das nächste ändern (Abbildung aus [90]).

die gesamte  $w$ -Ebene einmal mit Ausnahme der negativen reellen Achse. Einem vollen Umlauf in der  $z$ -Ebene entsprechen  $n$  volle Umläufe in der  $w$ -Ebene. Jeder Bereich für ein bestimmtes  $k$  wird auf die längs der negativen reellen Achse aufgeschnittene  $w$ -Ebene im jeweiligen Blatt eindeutig abgebildet.

Die Riemann'schen Blätter treten bei der Identifikation von Polstrukturen in der komplexen Energieebene  $\sqrt{s} = m + i\Gamma$  auf. In der  $\pi\pi$  und  $K\bar{K}$  Streuung sind die Impulse der Streuteilchen in ihrem gemeinsamen Schwerpunktsystem durch

$$q_1 = q_{\pi\pi} = \frac{1}{2}\sqrt{s - 4m_\pi^2} \quad \text{und} \quad q_2 = q_{K\bar{K}} = \frac{1}{2}\sqrt{s - 4m_K^2} \quad (\text{C.13})$$

gegeben.  $q_1$  und  $q_2$  sind komplexe Größen, deren Vorzeichen aufgrund der Wurzel gewählt werden kann. Abbildung C.4 zeigt die Lage der verschiedenen Blätter in Abhängigkeit der Vorzeichen vom  $\Im(q_i)$ .

Die physikalischen Breiten der Resonanzen müssen aus den physikalischen Riemann'schen Blättern der  $\hat{T}$ -Matrix mit komplexwertigem Massenparameter  $\sqrt{s} = m + i\Gamma$  gewonnen werden. Dazu sucht man die Werte für  $\sqrt{s}$ , bei denen das Quadrat der  $\hat{T}_{11}$ -Matrix aus Gleichung (C.9) ein lokales Maximum bildet. Damit kennt man die verschiedenen Pole in den einzelnen Riemann'schen Blättern, die nun zu interpretieren sind (siehe Abb. C.5).

Unterhalb der ersten Schwelle liegen Bindungszustände, deren Zerfallsimpuls rein imaginär und positiv ist. Sie können aufgrund ihrer zu geringen Masse nicht zerfallen. Erst oberhalb der ersten Schwelle, hier  $\pi\pi$ , ist die Bildung von Resonanzen möglich. Ihr Zerfallsimpuls besitzt Real- und Imaginärteil. Da sich der Impuls  $q_i$  nach Gleichung (8.9) berechnet, gibt es für jede Resonanz zwei Lösungen mit unterschiedlichem Vorzeichen. Die Polstellen befinden sich auf  $2^N$  Riemann'schen Blättern ( $N$  ist die Anzahl der Zerfallskanäle).

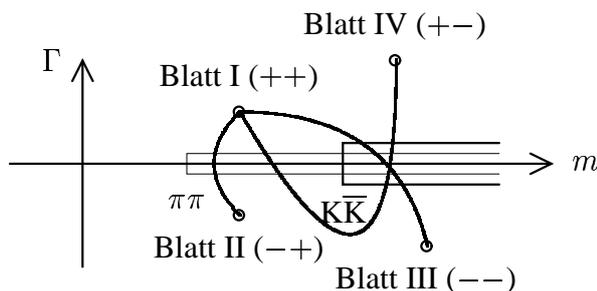


Abbildung C.4: Polstrukturen in den Riemann'schen Blättern und Wahl der Vorzeichen der Zerfallsimpulse ( $q_1, q_2$ ). Die Linien in der Energieebendarstellung sind die Pfade von Blatt I zu den anderen Blättern. Der Imaginärteil des Zerfallsimpulses  $q_i(\sqrt{s})$  wechselt beim Durchqueren eines Schnitts das Vorzeichen. Allgemein sind folgende Übergänge möglich: Unterhalb der  $\pi\pi$  Schwelle: keine Übergänge möglich; zwischen den Schwellen: Blatt I  $\leftrightarrow$  II und III  $\leftrightarrow$  IV oberhalb der  $K\bar{K}$  Schwelle: Blatt I  $\leftrightarrow$  III und II  $\leftrightarrow$  IV.

Die Polstruktur der verschiedenen Blätter wird verdeutlicht, indem in einem engen Raster  $|\hat{T}_{ii}|^2$  berechnet wird. Lokale Maxima geben dort die Lage der Pole an (siehe Abb. C.4). Die Blätter in der komplexwertigen Energieebene liegen übereinander und unterscheiden sich durch die Wahl der Vorzeichen der Impulse  $q$ . Wird beim Übergang von einem Blatt in ein anderes ein Unitaritätsschnitt überquert, so ändert sich das Vorzeichen von  $q_i$ . Ein Übergang ist natürlich nur dann direkt möglich, wenn die Blätter direkt miteinander verbunden sind.

In Blatt I sind die Imaginärteile der Zerfallsimpulse beim Zerfall einer Resonanz in  $\pi\pi$  und in  $K\bar{K}$  beide positiv. Beim Übergang in Blatt II wird der Imaginärteil des Zerfallsimpulses in  $\pi\pi$  negativ.

Angewandt auf die simulierte  $(\pi\pi)_S$ -Welle ergeben sich vier Riemann'sche Blätter bei entsprechender Wahl der Vorzeichen der Zerfallsimpulse (Abb. C.5). In Blatt I können sich keine Polstrukturen befinden, da der Nenner von  $\hat{T}_{11}$  nie Null werden kann. Blatt II weist zwei Polstrukturen auf, deren Ausläufer in den angrenzenden Blättern gemäß der Übergänge beobachtet werden. Für den Pol bei einer Masse von  $m = 800 \text{ MeV}$  ist Blatt I das physikalische Blatt, für den Pol bei  $m = 1500 \text{ MeV}$  ist dies Blatt III.

Eine eingehendere Abhandlung über Polstrukturen in Riemann'schen Ebenen ist u.a. in [91] zu finden.

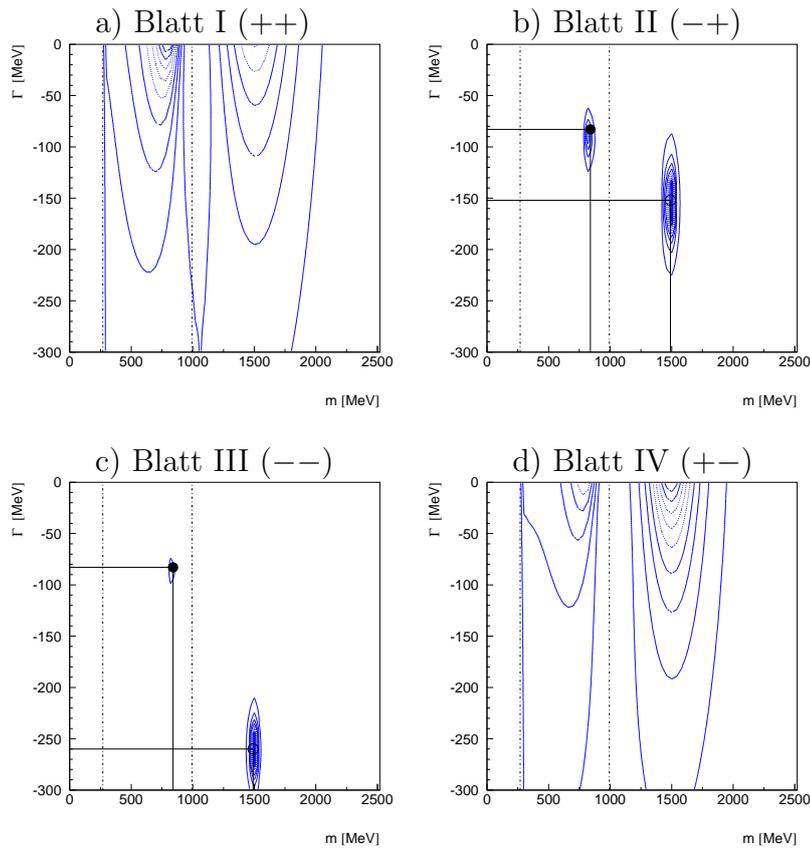


Abbildung C.5:  $\hat{T}_{11}$ -Matrix-Pole. Die gestrichelten Linien markieren die  $\pi\pi$  und die  $K\bar{K}$ -Schwelle. a) Blatt I ( $q_1(\sqrt{s}) > 0$ ,  $q_2(\sqrt{s}) > 0$ ); b) Blatt II ( $q_1(\sqrt{s}) < 0$ ,  $q_2(\sqrt{s}) > 0$ ):  $\sqrt{s} = (840 + i83)$  MeV; c) Blatt III ( $q_1(\sqrt{s}) < 0$ ,  $q_2(\sqrt{s}) < 0$ ):  $\sqrt{s} = (1490 + i152)$  MeV und d) Blatt IV ( $q_1(\sqrt{s}) > 0$ ,  $q_2(\sqrt{s}) < 0$ ).

# Anhang D

## Der Isospin

Bei der Aufstellung der im Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^-\pi^0$  auftretenden Amplituden  $\mathcal{A}$  wird über alle möglichen Kombinationen des Endzustands  $\bar{p}n \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  summiert (siehe Gl. (9.1)). Dabei gibt es im Gegensatz zum Fünfkörperendzustand nur zwei voneinander unabhängige Zerfallsketten. Dies sind für die Kanäle  $\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi$  und  $\bar{p}n \rightarrow b_1\pi$  die Zerfallskette aus Gleichung (8.3), wobei allerdings  $B_{3\pi}$  dem  $\omega$  entspricht, und ein direkter Dreikörperzerfall in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  erfolgt. Für  $\bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega$  ist dies die Kette aus Gleichung 8.4, wobei hier das  $A_{3\pi}$  dem in drei Pionen zerfallenden  $\omega$  entspricht.

Zunächst wird der Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi \rightarrow (\pi^-\pi^0)(\pi^+\pi^-\pi^0)$  diskutiert. Es gibt vier unterschiedliche Möglichkeiten, aus den fünf Pionen des Endzustands die Zerfallskette zusammenzusetzen:

$$\begin{aligned}\bar{p}n &\rightarrow \pi_1^+\pi_2^-\pi_3^-\pi_4^0\pi_5^0 & (D.1) \\ \bar{p}n &\rightarrow \rho_{35}\omega_{124} \\ \bar{p}n &\rightarrow \rho_{34}\omega_{125} \\ \bar{p}n &\rightarrow \rho_{25}\omega_{134} \\ \bar{p}n &\rightarrow \rho_{24}\omega_{135}\end{aligned}$$

Das  $\pi_1^+$  ist immer dem  $\omega$  zugeordnet, und die Zuordnung der anderen Pionen wird permutiert. Das  $\rho^-(770)$  zerfällt im Helizitätsformalismus immer in  $\pi^-\pi^0$ , und die Winkelverteilung wird entsprechend dieser Konvention berechnet. Das  $\omega$  zerfällt in  $\pi^+\pi^-\pi^0$ , und der Normalenvektor  $\hat{n}_\omega$  auf der Zerfallsebenen wird nach Gleichung (9.3) berechnet. Eine Permutation der Pionen findet nicht statt, da sie nur identische Amplituden mit anderen Vorzeichen hervorbringen würde.

Damit wird in der Amplitude aus Gleichung (9.2) für den Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \rho^-(770)\omega$  über die vier in Gleichung (D.1) angegebenen kombinatorischen Möglichkeiten summiert. Relative Vorzeichen treten nicht auf.

Bei den Zerfallsketten  $\bar{p}n \rightarrow \rho'\pi$  und  $\bar{p}n \rightarrow b_1\pi$  ist die Situation anders. Hier gibt es acht

Zerfall	$ I, I_3\rangle$
$\bar{p}n \rightarrow b_1\pi$	$ 1, -1\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}( 1, 0\rangle 1, -1\rangle -  1, -1\rangle 1, 0\rangle) = \sqrt{\frac{1}{2}}(b_1^0\pi^- - b_1^-\pi^0)$
$R^0 \rightarrow \omega\pi^0$	$ 1, 0\rangle =  0, 0\rangle 1, 0\rangle$
$R^- \rightarrow \omega\pi^-$	$ 1, -1\rangle =  0, 0\rangle 1, -1\rangle$
$\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	$ 0, 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}( 1, 1\rangle 1, -1\rangle +  1, 0\rangle 1, 0\rangle +  1, -1\rangle 1, -1\rangle)$ $ 1, 1\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}( 1, 1\rangle 1, 0\rangle -  1, 0\rangle 1, 1\rangle)$ $ 1, 0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}( 1, 1\rangle 1, -1\rangle -  1, -1\rangle 1, 1\rangle)$ $ 1, -1\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}( 1, 0\rangle 1, -1\rangle -  1, -1\rangle 1, 0\rangle)$ $= \sqrt{\frac{1}{6}}( 1, 1\rangle 1, 0\rangle 1, -1\rangle -  1, 0\rangle 1, 1\rangle 1, -1\rangle$ $-  1, 1\rangle 1, -1\rangle 1, 0\rangle +  1, -1\rangle 1, 1\rangle 1, 1\rangle$ $+  1, 0\rangle 1, -1\rangle 1, 1\rangle -  1, -1\rangle 1, 0\rangle 1, 1\rangle)$ $= \sqrt{\frac{1}{6}}(\pi^+\pi^0\pi^- - \pi^0\pi^+\pi^-$ $- \pi^+\pi^-\pi^0 + \pi^-\pi^+\pi^0$ $+ \pi^0\pi^-\pi^+ - \pi^-\pi^0\pi^+)$

Tabelle D.1: Isospinzerlegung für Zweikörperzerfälle.  $R$  bezeichnet hier sowohl das  $\rho'$  als auch das  $b_1$ .

kombinatorische Möglichkeiten:

$$\begin{aligned}
\bar{p}n &\rightarrow \pi_1^+\pi_2^-\pi_3^-\pi_4^0\pi_5^0 & (D.2) \\
\bar{p}n &\rightarrow \rho'_{1345}\pi_2^- \\
\bar{p}n &\rightarrow \rho'_{1354}\pi_2^- \\
\bar{p}n &\rightarrow \rho'_{1245}\pi_3^- \\
\bar{p}n &\rightarrow \rho'_{1254}\pi_3^- \\
\bar{p}n &\rightarrow \rho'_{1243}\pi_5^0 \\
\bar{p}n &\rightarrow \rho'_{1342}\pi_5^0 \\
\bar{p}n &\rightarrow \rho'_{1253}\pi_4^0 \\
\bar{p}n &\rightarrow \rho'_{1352}\pi_4^0
\end{aligned}$$

Die ersten drei Indizes des  $\rho'$  (bzw. des  $b_1$ ) bezeichnen die Pionen, die im folgenden Zerfallsschritt das  $\omega$  bilden.

Da hier unterschiedliche Ladungskombinationen auftreten, wird nur die Isospinzerlegung betrachtet (siehe Unterabschnitt 8.1.2). Dazu bedarf es zunächst der Zerlegungen der Zweikörperzerfälle aus Tabelle D.1. Beim direkten Dreikörperzerfall des  $\omega$  bewirkt eine Vertauschung von zwei Pionen ein relatives Vorzeichen. Da in der Partialwellenanalyse nur die Kombination  $\pi^+\pi^-\pi^0$  berücksichtigt wird, bleiben nur die relativen Vorzeichen zwischen den Zerfällen der geladenen  $\rho'^-$  bzw.  $b_1^-$  und den neutralen Resonanzen. Dies ist in den betreffenden Amplituden als Isospin-Clebsch-Gordan Koeffizient  $\tau$  zu berücksichtigen.

# Anhang E

## Das Partialwellenanalyseprogramm

Das Ziel einer Partialwellenanalyse ist die Beschreibung von Daten mit Hilfe eines parameter-behafteten Modells. A priori sind die Parameter nicht oder nur unzureichend bekannt. In Abschnitt 8.2 wurden numerische Methoden vorgestellt, die die Bestimmung der gesuchten Parameter erlauben.

Die in dieser Arbeit vorgestellte Analyse benutzt die Methode der maximalen Wahrscheinlichkeit, auch *maximum likelihood* genannt. Aus schon erläuterten Gründen minimiert man den negativen Logarithmus des Likelihoods, indem man die Parameter der Modellbeschreibung geeignet variiert.

Technisch bedeutet dies, daß für folgenden Ausdruck das Minimum gefunden werden muß (siehe Gl. (8.47)):

$$\text{FCN} = -2 \ln \mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_N; a) \quad (\text{E.1})$$

$$= 2 \cdot \left[ -\# \text{data} \ln \# \text{MC} + \underbrace{\left( - \sum_{i=1}^{\# \text{data}} \ln |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{data}}(x_i; a)|^2 \right)}_{\text{reale Daten}} + \# \text{data} \ln \underbrace{\left( \sum_{j=1}^{\# \text{MC}} |\mathcal{A}_{\text{total}}^{\text{MC}}(x_j; a)|^2 \right)}_{\text{Monte Carlo Ereignisse}} \right]$$

Dazu wird das in der Datenanalyse der Teilchenphysik weitverbreitete Programmpaket MINUIT verwendet, das am CERN entwickelt wurde [68]. Es variiert die Parameter einer Funktion FCN so, daß der Ausdruck minimal wird. Dazu wird die Funktion berechnet, und mit einer geeigneten Strategie werden in einem iterativen Prozeß bessere Parameterwerte gefunden. Die zu minimierende Funktion sollte in der Nähe ihres Minimums ein quadratisches Verhalten in Abhängigkeit ihrer Parameter haben. Dies ist beim Logarithmus der Wahrscheinlichkeit gegeben (siehe Abb. 8.4).

Die Funktion (E.1) zeigt, daß die Amplitude  $\mathcal{A}$  sowohl für jeden Datenpunkt der realen Ereignisse als auch für jedes Monte Carlo Ereignis berechnet werden muß. Die Einzelbeiträge werden dann entsprechend aufsummiert und zum Gesamtwert von FCN zusammengefügt.

Diese Problemstellung läßt sich sehr gut parallelisieren und gleichzeitig auf  $N$  Computern bearbeiten. Dazu werden die Datensätze auf mehrere Rechner aufgeteilt, und jeder Knoten

berechnet die Teilausdrücke in den runden Klammern mit seinen Datenpunkten. Ein Hauptknoten steuert diesen Prozeß und bildet den Gesamtausdruck, anhand dessen mit MINUIT die Parameter der folgenden Iteration bestimmt werden. Das Flußdiagramm in Abbildung E.1 veranschaulicht den Programmablauf.

Zunächst bestimmt der Hauptknoten 0 die Leistungsfähigkeit der an dem Rechenprozeß beteiligten Computer und wichtet die Datenmenge für jeden der Knoten 1 bis  $N - 1$  mit der Leistungsfähigkeit. Alle Rechner lesen nun die ihnen zugewiesenen Datenpunkte ein. Knoten 0 versendet die im Minimierungsprozeß anzupassenden Parameter, so daß jeder Knoten seine Amplitudenbeiträge ausrechnen kann. Nach etwa der gleichen Zeit liegen die Teilergebnisse vor, FCN wird vom Hauptknoten ausgerechnet und MINUIT übergeben. Die neuen Parameter der nächsten Iteration werden an alle Knoten verteilt.

Wenn der Minimierungsprozeß konvergiert ist, dann erstellt Knoten 0 zahlreiche Histogramme und rechnet Zusatzinformationen wie z.B. Verzweigungsverhältnisse aus. Die Kommunikation zwischen Knoten 0 und den Knoten 1 bis  $N - 1$  erfolgt mit Hilfe des Programmpakets *Message Passing Interface* (MPI) [92, 93].

Auch bei Verwendung von 15 LINUX-PCs ist der Rechenaufwand einer Minimierung beträchtlich. Da MINUIT in jedem Iterationsschritt meist nur etwa drei Parameter ändert, sind nur geringe Teile der Amplitude davon betroffen. Daher werden für alle Datenpunkte die Teilamplituden im Speicher abgelegt. Nur bei Änderung von Parametern in einer Teilamplitude wird diese neu berechnet, ansonsten wird auf den Speicherinhalt zurückgegriffen.

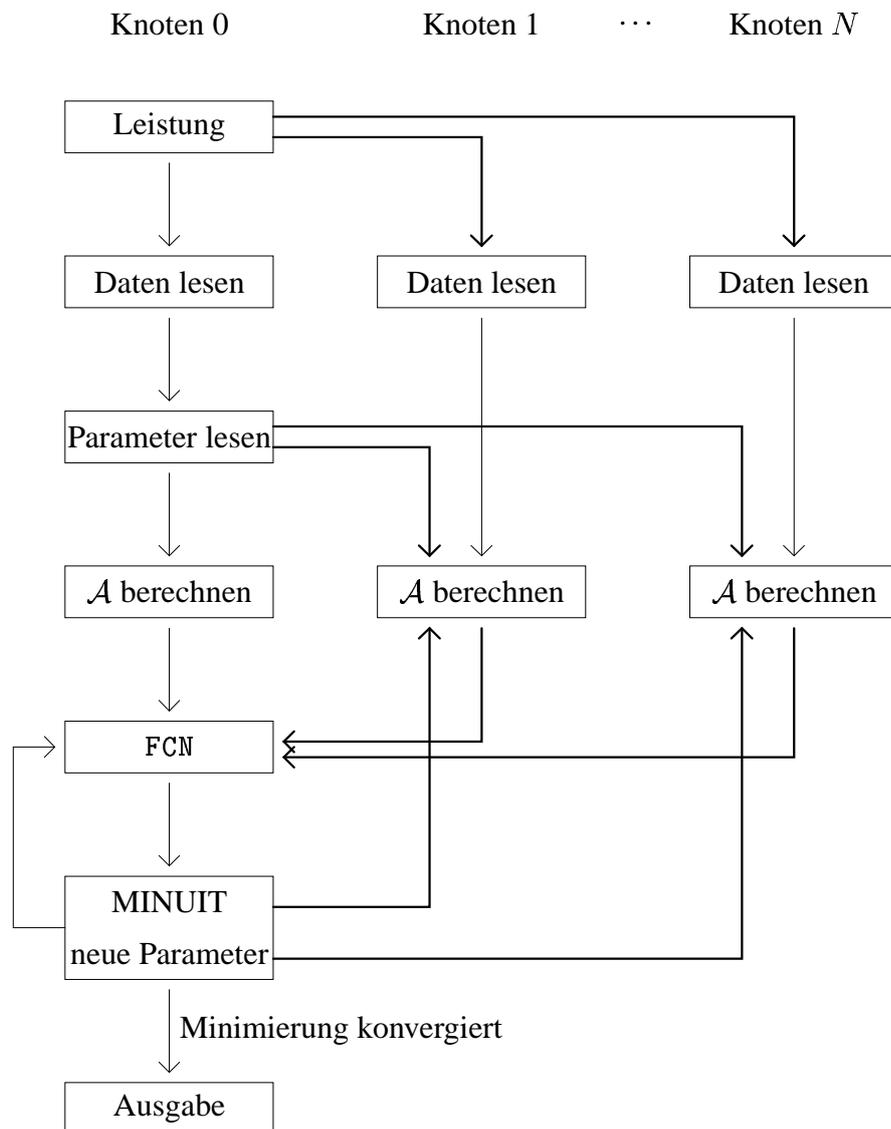


Abbildung E.1: Flußdiagramm für den Programmablauf einer Partialwellenanalyse. Eine Erläuterung befindet sich im Text.

# Literaturverzeichnis

- [1] P. Schmüser. Feynman-Graphen und Eichtheorien für Experimentalphysiker. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1995.
- [2] T. Barnes. Theoretical aspects of light meson spectroscopy. In Hadron spectroscopy and the confinement problem. **NATO ASI Series** (1996) 37-72 New York and London (1996). Plenum Press.
- [3] D.E. Groom et al. Review of particle physics. **Eur. Phys. J. C15** (2000) 1.
- [4] C. Amsler et al. The Pseudoscalar mixing angle  $\theta_{PS}$  from  $\eta$  and  $\eta'$  production in  $\bar{p}p$  annihilation at rest. **Phys. Lett. B294** (1992) 451-456.
- [5] S. Godfrey and N. Isgur. Mesons in a relativized quark model with chromodynamics. **Phys. Rev. D32** (1985) 189-231.
- [6] C.G. Wohl et al. Review of Particle Properties. Particle Data Group. **Rev. Mod. Phys. 56** (1984) S1-S304.
- [7] M. Olsson C. Erkal. On the Consistency of Electromagnetic Form Factors and  $\pi\pi$  Scattering in the  $\rho(1600)$  Region. **Z. Phys. C31** (1986) 615.
- [8] A. Donnachie and H. Mirzaie. Evidence for Two  $\rho'(1600)$  Resonances. **Z. Phys. C33** (1987) 407.
- [9] A.B. Clegg and A. Donnachie. Dissociation of the photon to  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$  and  $\omega\pi^0$ . **Z. Phys. C40** (1988) 313.
- [10] A. Donnachie and A.B. Clegg. The decays of the  $\rho'$  and  $\omega'_1$  mesons. **Z. Phys. C51** (1991) 689-694.
- [11] A.B. Clegg and A. Donnachie. Higher vector meson states produced in electron - positron annihilation. **Z. Phys. C62** (1994) 455-470.
- [12] A. Pais. The Many  $\pi$ -Meson Problem. **Ann. of Phys. 9** (1960) 548.
- [13] D. Aston et al. Evidence for  $\rho_1(1270)$  production in the reaction  $K^-p \rightarrow \pi^+\pi^- \Lambda$ . In E. Klempt and K. Peters, editors, Proceedings of the Rheinfels Workshop on the Hadron Mass Spectrum, St. Goar, Germany, September 3–6 1990. **Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) 21** (1991) 105.
- [14] J. Ballam et al. A search for B and  $\rho'(1250)$  production in the reaction  $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^- +$  neutrals at 2.8, 4.7 and 9.3 GeV. **Nucl. Phys. B76** (1974) 375.

- [15] D.R. Barber et al. Photoproduction of  $\rho'(1.2)$  and  $\rho'(1.6)$  in the final states  $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  and  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0$ . **Z. Phys. C4** (1980) 169.
- [16] P. Frenkiel et al.  $\omega\pi$  resonances and  $\pi\pi$  S-wave structures as observed in  $\bar{p}p$  annihilations at rest. **Nucl. Phys. B47** (1972) 61.
- [17] J.G. Körner. The proton form factor in the time-like region.  
In Proceedings of the Third LEAR Workshop; Tignes-Savoie-France January 19-26, 1985. (1985).
- [18] T. Barnes E.S. Ackleh and E.S. Swanson. On the Mechanism of Open-Flavor Strong Decays. **Phys. Rev. D54** (1996) 6811-6829.
- [19] P.R. Page T. Barnes, F.E. Close and E.S. Swanson. Higher quarkonia. **Phys. Rev. D55** (1997) 4157-4188.
- [20] Richard Kokoski Nathan Isgur and Jack Paton. Gluonic Excitations of Mesons: Why They Are Missing and Where to Find Them. **Phys. Rev. Lett. 54** (1985) 869.
- [21] Frank E. Close and Philip R. Page. The Production and decay of hybrid mesons by flux tube breaking. **Nucl. Phys. B443** (1995) 233-254.
- [22] A. Abele et al. Exotic  $\eta\pi$  state in  $\bar{p}d$  annihilation at rest into  $\pi^-\pi^0\eta p_{\text{spectator}}$ . **Phys. Lett. B423** (1998) 175-184.
- [23] A. Abele et al. Evidence for a  $\pi\eta$  P-wave in  $\bar{p}p$  annihilations at rest into  $\pi^0\pi^0\eta$ . **Phys. Lett. B446** (1999) 349-355.
- [24] J. Reinnarth. Study of  $\bar{p}p$  into  $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-\eta$ .  
In M. Fäßler, editor, Proceedings of the Biennial Conference on Low Energy Antiproton Physics (LEAP 2000), Venice, Italy, August, 20–26, 2000. **Nucl. Phys. A** (2001). to be published.
- [25] Eberhard Klempt. Meson spectroscopy: Glueballs, Hybrids and  $Q\bar{Q}$  mesons.  
In PSI Zuoz Summer School 'Phenomenology of Gauge Interactions' August 13-19, 2000. (2000) 61-126.
- [26] C. Caso et al. Review of particle physics. **Eur. Phys. J. C3** (1998) 1-794.
- [27] P.B. Giaritta. Search for New Mesons in Proton-Antiproton Annihilation into  $\omega\pi^0\pi^0$  and  $\omega\eta\pi^0$ . Phd thesis Univ. Zürich 1999.
- [28] F.E. Close and P.R. Page. Distinguishing hybrids from radial quarkonia. **Phys. Rev. D56** (1997) 1584-1588.
- [29] A. Donnachie and Yu.S. Kalashnikova. Hunting the vector hybrid. **Phys. Rev. D60** (1999) 114011.
- [30] A. Abele et al. High mass  $\rho$ -meson states from  $\bar{p}d$ -annihilation at rest into  $\pi^-\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$ . **Phys. Lett. B391** (1997) 191-196.
- [31] A. Abele et al.  $\bar{p}d$ -annihilation at rest into  $\pi^+\pi^-\pi^- p_{\text{spectator}}$ . **Phys. Lett. B450** (1999) 275-280.

- [32] A. Abele et al. The  $\rho$  mass, width and line-shape in antiproton-annihilation at rest into  $\pi^+\pi^-\pi^0$ . **Phys. Lett. B469** (1999) 270-275.
- [33] K. Wittmack. Messung der Reaktionen  $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0$  und  $\bar{p}n \rightarrow K_S K_S \pi^-$ . Phd thesis Universität Bonn 2001. to be published.
- [34] U. Thoma. Partial wave analysis at the Crystal Barrel experiment. **Nucl. Phys. A655** (1999) 89-98. Proceedings of the Fifth Biennial Conference on Low-Energy Antiproton Physics (LEAP 98); Villasimius, Italy, 7-12 September, 1998.
- [35] A. Abele et al.  $4\pi$ -decay of scalar and vector mesons. **Eur. Phys. J.** (2001). accepted for publication.
- [36] R. Bizzarri et al. Experimental results on the  $\omega\pi$  and  $\pi\pi$  systems as observed in the  $\bar{p}p$  annihilations at rest:  $\bar{p}p \rightarrow \omega^0\pi^+\pi^-$ . **Nucl. Phys. B14** (1969) 169-194.
- [37] C. Baltay et al. Annihilation of Antiprotons in Hydrogen at Rest. III. The Reactions  $\bar{p} + p \rightarrow \omega^0 + \pi^+\pi^-$  and  $\bar{p} + p \rightarrow \omega^0 + \rho^0$ . **Phys. Rev. 140** (1965) B1042.
- [38] P. Weidenauer et al.  $\bar{N}N$  annihilation at rest into five pions. **Z. Phys. C59** (1993) 387.
- [39] C. Amsler et al. Antiproton-proton annihilation at rest into  $\omega\pi^0\pi^0$ . **Phys. Lett. B311** (1993) 362-370.
- [40] Eric Braaten Yu-Qi Chen. An Explanation for the  $\rho$ - $\pi$  Puzzle of  $J/\Psi$  and  $\Psi'$  Decays. **Phys. Rev. Lett. 80** (1998) 5060-5063.
- [41] Mahiko Suzuki. Possible hadronic excess in  $\Psi(2S)$  decay and the  $\rho\pi$  puzzle. **Phys. Rev. D63** (2001) 054021.
- [42] Bing-Song Zou Xue-Qian Li, David V. Bugg. Possible explanation of the " $\rho$ - $\pi$  Puzzle" in  $J/\Psi$ ,  $\Psi'$  decays. **Phys. Rev. D55** (1997) 1421-1424.
- [43] C. J. Batty. Antiprotonic-hydrogen atoms. **Rept. Prog. Phys. 52** (1989) 1165-1216.
- [44] C. Amsler et al. Anti-proton - proton annihilation at rest into two body final states. **Z. Phys. C58** (1993) 175-190.
- [45] A. Abele et al. Branching ratios for  $\bar{p}p$  annihilation at rest into two-body final states. **Nucl. Phys. A679** (2001) 563-576.
- [46] G. Reifenröther and E. Klempt. Annihilation of anti-protons at rest in H-2 and D-2: S versus P state capture. **Phys. Lett. B245** (1990) 129-136.
- [47] R. Bizarri et al. Angular momentum states in antiproton-nucleon annihilations at rest in deuterium. **Nucl. Phys. B69** (1974) 298.
- [48] A. Abele et al. Test of  $\bar{N}N$  potential models: Isospin relations in  $\bar{p}d$  annihilations at rest and the search for quasinuclear bound states. **Eur. Phys. J. C17** (2000) 583-592.
- [49] Ch. Straßburger. Event-Generator for  $\bar{p}d$ -Annihilations. Technical Report 188 Universität Bonn 1992. Crystal Barrel Note.

- [50] E. Aker et al. The Crystal Barrel spectrometer at LEAR. **Nucl. Instrum. Meth.** **A321** (1992) 69-108.
- [51] C. Regenfus. Single-sided  $\mu$ -strip detector with backplane readout for fast trigger applications. **Nucl. Instrum. Meth.** **A386** (1997) 60-65.
- [52] P. Hidas et al. Kinematic Fitting Software. Crystal Barrel Note 138 KFKI, Budapest 1995.
- [53] R. Bossingham. Monte Carlo Software. Crystal Barrel Internal Note 169 1992.
- [54] GEANT Detector Description and Simulation Tool. CERN Program Library Long Writeup D5013 1993.
- [55] U. Thoma. Untersuchung von 5-Pion-Endzuständen in der Antiproton-Nukleon-Vernichtung in Ruhe. Phd thesis Universität Bonn 1998.
- [56] A. Abele et al. Study of  $f_0$  Decays into four neutral pions. **Eur. Phys. J.** **C19** (2001) 667-675.
- [57] C. Amsler et al. Observation of a scalar resonance decaying to  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$  in  $\bar{p}p$  annihilation at rest. **Phys. Lett.** **B322** (1994) 431-440.
- [58] A. Abele et al.  $\rho$ - $\omega$  interference in antiproton proton annihilation at rest into  $\pi^+\pi^-\eta$ . **Phys. Lett.** **B411** (1997) 354.
- [59] C. Amsler et al. Observation of new  $I^G(J^{PC} = 1^-(0^{++})$  resonance at 1450 MeV. **Phys. Lett.** **B333** (1994) 277-282.
- [60] A. Abele et al. Exotic  $\eta\pi$  state in  $\bar{p}d$  annihilation at rest into  $\pi^-\pi^0\eta p_{\text{spectator}}$ . **Phys. Lett.** **B423** (1998) 175-184.
- [61] Kay Hüttmann.  $\eta$ - $\pi$  P-Wave in the  $\pi^-\pi^0\eta$  Channel of  $\bar{p}n$  Annihilation at Rest. Crystal Barrel Note 312 Universität München 1997.
- [62] B. Pick et al. PWA<sup>++</sup> – a program for parallel partial wave analysis of multiple 3-body final states, version 1.1. Technical report Universität Bonn 1997, 1998.
- [63] S.U. Chung et al. Partial wave analysis in  $K$ -matrix formalism. **Annalen Phys.** **4** (1995) 404.
- [64] J. Brose. Beobachtung einer neuen  $J^{PC} = 0^{++}$  Resonanz in der Antiproton-Proton-Vernichtung in  $\pi^0\pi^0\pi^0$ . Phd thesis Universität Mainz 1994.
- [65] M. Jacob and G.C. Wick. On the General Theory of Collisions for Particles with Spin. **Ann. of Phys.** **7** (1959) 404.
- [66] C. Amsler and J. C. Bizot. Simulation of Angular Distributions and Correlations in the Decay of Particles with Spin. **Comput. Phys. Commun.** **30** (1983) 21.
- [67] R. Barlow. Statistics; A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences. John Wiley & Sons Chichester 1989.

- [68] F. James. MINUIT Function Minimization and Error Analysis. CERN Program Library Long Writeup D506.
- [69] U. Thoma and C. Meyer.  $\bar{p}N$  Annihilation into 5 pions. Crystal barrel note 1998.
- [70] S. Bischoff. Untersuchung der  $\omega\pi^+\pi^-$ - und  $\omega\pi^0\pi^0$ -Endzustände aus der  $\bar{p}p$ -Annihilation im Fluge. Phd thesis Karlsruhe 1999 2000. IEKP-KA/99-28.
- [71] M.N. Achasov et al. The process  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  in the energy range  $2E_0 = 1.04 - 1.38$  GeV. **Phys. Lett. B462** (1999) 365-370.
- [72] N.N. Achasov and A.A. Kozhevnikov.  $\rho'$  in analyzing  $e^+e^-$  annihilation, MARK III, LASS and ARGUS data. **Phys. Rev. D55** (1997) 2663-2671.
- [73] D. Aston et al. A Study of  $K^-\pi^+$  Scattering in the Reaction  $K^-p \rightarrow K^-\pi^+n$  at 11 GeV/c. **Nucl. Phys. B296** (1988) 493.
- [74] D. Aston et al. The Strange Meson Resonances observed in the reaction  $K^-p \rightarrow \bar{K}^0\pi^+\pi^-n$  AT 11 GeV/c. **Nucl. Phys. B292** (1987) 693.
- [75] S.I. Bityukov et al. Study of a possible exotic 1.5 GeV/c<sup>2</sup> meson decaying into  $\phi\pi^0$ . **Phys. Lett. 188B** (1987) 383.
- [76] S.I. Bityukov et al. Observation and study of the vector meson  $C(1480)$  which decays by the channel  $\phi\pi$ . **Sov. J. Nucl. Phys. 46** (1987) 273.
- [77] L.G. Landsberg V.P. Kubarovsky and V.F. Obraztsov. Once more on the nature of the  $c(1480)$  meson. **Sov. J. Nucl. Phys. 48** (1988) 837.
- [78] N.N. Achasov and A.A. Kozhevnikov. On the nature of  $C(1480)$  resonance. **Z. Phys. C48** (1990) 121-130.
- [79] L.G. Landsberg.  $C(1480)$  meson and electromagnetic processes. **Sov. J. Nucl. Phys. 55** (1992) 1051-1059.
- [80] B.P. Barkov. Study of the system  $K_S^0 K_L^0 \pi^-$  in the  $\pi^-p$  interactions at 40 GeV. In S. Oneda and D.C. Peaslee, editors, Proceedings of the HADRON 91 Conference, University of Maryland, 12–16 August, 1991. **World Scientific** (1992) 47.
- [81] A. Abele et al. Antiproton-proton annihilation at rest into  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ . **Phys. Lett. B415** (1997) 280-288.
- [82] A. Donnachie and Yu.S. Kalashnikova. Four quark and hybrid mixing in the light-quark vector sector. **Z. Phys. C59** (1993) 621-628.
- [83] Matthias Koll, Ralf Ricken, Dirk Merten, Bernard C. Metsch, and Herbert R. Petry. A relativistic quark model for mesons with an instanton induced interaction. **Eur. Phys. J. A9** (2000) 73-94.
- [84] Ralf Ricken, Matthias Koll, Dirk Merten, Bernard C. Metsch, and Herbert R. Petry. The meson spectrum in a covariant quark model. **Eur. Phys. J. A9** (2000) 221-244.

- [85] V. Metag. The GSI Hadron Factory.  
In M. Fäßler, editor, Proceedings of the Biennial Conference on Low Energy Antiproton Physics (LEAP 2000), Venice, Italy, August, 20–26, 2000. **Nucl. Phys. A** (2001). to be published.
- [86] U. Thoma et al. Proposal to PAC: Study of baryon resonances decaying into  $\Delta(1232)\pi^0$  in the reaction  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$  with the Crystal Barrel detector at ELSA. 1998.
- [87] Letter of Intent: Construction of a GLUE/CHARM-Factory at GSI and HESR-PROJECT: Contribution to the Scientific Case. 1999.
- [88] B.C. Maglić et al. Evidence for a  $t = 0$  three-pion resonance. **Phys. Rev. Lett.** **7** (1961) 178.
- [89] S. Wolfram. Mathematica, Fourth Edition. Wolfram Media, Cambridge University Press 1999.
- [90] Semendajajew Bronstein. Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harry Deutsch Thun 1987.
- [91] A.M. Badalyan et al. Resonances in coupled channels in nuclear and particle physics. **Phys. Rep.** **82** (1982) 31.
- [92] MPI: A Message-Passing Interface Standard. <http://www.mcs.anl.gov/mpi/>.
- [93] D. W. Walker. An Introduction To Message Passing Paradigms. CERN School of Computing; Arles, France, 20 August – 2 September 1995; Proceedings; editor C. E. Vandoni.

# Danksagung

Herrn Prof. E. Klempt danke ich für die interessante Aufgabenstellung und besonders für die große Freiheit, die er mir bei der Umsetzung der Analyse gewährt hat. Seine Diskussionsbereitschaft beflügelte so manchen Ansatz.

Diskussionen über die Tiefen der Ereignisrekonstruktion mit Karsten Wittmack trugen zu einem erweiterten Verständnis der Crystal Barrel Daten bei. Ulrike Thoma parametrisierte meinen  $5\pi$ -Untergrund und hinterfragte kritisch meine Ergebnisse. Prof. T. Barnes stellte mir zahlreiche Fragen, die ich leider mit den vorhandenen Daten nicht alle beantworten konnte. Prof. Ch. Batty diskutierte mit mir über die Analyse von Zweikörper-Verzweigungsverhältnissen, die wir gegen die Ansichten anderer Physiker verteidigten.

Dank an Volker Credé für zahlreiche Hintergrundgespräche zur Lage der Nation im allgemeinen und der Arbeitsgruppe im besonderen. Ebenso trugen Imrich Fabry und Jörg Junkersfeld zu einer Atmosphäre ohne strenge *political correctness* in "Z02" bei. Die CB-ELSA-Leute boten einen Blick in die experimentalphysikalische Zukunft in Bonn. Harald van Pee stellte mir mit großer Leidenschaft ein optimal administriertes LINUX-Rechnercluster zur Verfügung.

Der Lesbarkeit dieser Arbeit förderlich waren Volker Credé, Ulrike Thoma, Marcus Elo und meine Eltern.

Finanziert wurde diese Arbeit durch das Forschungszentrum Jülich GmbH (Fremde Forschung und Entwicklung), das Bundesministerium für Bildung und Forschung und das Graduiertenkolleg "Die Erforschung subnuklearer Strukturen der Materie".