Messung der Reaktionen

 $\bar{p}n \to K_S K^- \pi^0$

und

 $\bar{p}n \to K_S K_S \pi^-$

Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

 der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

 der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Karsten Wittmack

aus

Oldenburg

Bonn Juni 2001

Abstract

The subject of this thesis is the analysis of the reactions $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0$ and $K_S K_S \pi^-$, using data on antiproton annihilation in liquid deuterium taken by the Crystal-Barrel collaboration in April 1996. A trigger on secondary vertices $(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)$ was used to enhance the number of events on tape with a K_S ; an off-line cut on the proton momentum selected events in which the antiproton annihilated on a quasi-free neutron. The final Dalitz plots contain about 12k and 3k events, respectively. The former reaction is studied for the first time, the latter one is observed here with tenfold statistics compared to previous experiments.

The partial wave analysis includes antiproton annihilation on a neutron from S- and Pwave initial states. In the $K_S K^- \pi^0$ data set, possible contributions from the K π -resonances $K^*(892)$, $K_0^*(1430)$, $K_2^*(1430)$ and the $\bar{K}K$ -resonances $a_0(980)$, $a_0(1450)$, $\rho(1450)$, $\rho(1700)$, $a_2(1320)$ and $a_2(1660)$ are discussed. The annihilation into $K_S K_S \pi^-$ also allows isosinglet $\bar{K}K$ -resonances to contribute, so the f_0 and f_2 resonances are included. Contributions of the $f_J(1700)$ are observed; a test of the spin — J = 0 or J = 2 — remained ambiguous.

For compatibility tests the reaction $\bar{p}p \rightarrow K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ has been refitted. The interest is here to understand the importance of the $K_2^*(1430)$ and its contribution to this channel compared to the $a_0(980)$.

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung		1
	1.1	Von d	er Blasenkammer zum Crystal-Barrel-Experiment	1
	1.2	Zielset	tzungen	2
		1.2.1	$a_0(980)$ und $f_0(980)$	3
		1.2.2	$f_0(400-1200), f_0(1370) \text{ und } f_0(1500) \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	3
		1.2.3	$f_J(1700)$	4
		1.2.4	$a_0(1450)$	4
		1.2.5	$a_2(1660)$	5
		1.2.6	$\rho(1450)$ und $\rho(1700)$	5
		1.2.7	$K_0^*(1430)$	6
		1.2.8	$K_2^*(1430)$	7
	1.3	Aufba	u der Dissertation	7
2	Auf	bau de	es Crystal-Barrel-Experiments am LEAR	9
	2.1	Produ	ktion der Antiprotonen	9
	2.2	Crysta	al-Barrel-Detektor	10
		2.2.1	Anforderungen an den Detektor	10
		2.2.2	Eingangszähler und Target	12
		2.2.3	Silizium-Vertex-Detektor	12
		2.2.4	Jet-Driftkammer	13
		2.2.5	CsI-Kalorimeter	15
		2.2.6	Trigger	16
		2.2.7	Datenakquisition	18
		2.2.8	Detektorüberwachung	19

3	Prä	parati	on der Datensätze	21
	3.1	Simula	ation der Detektoreigenschaften	22
		3.1.1	Extraktion der Akzeptanz und der Kalibrationskonstanten	22
		3.1.2	Simulation zur Untergrundabschätzung	23
	3.2	Rekon	struktion der Teilchen	23
		3.2.1	Nachweis neutraler Teilchen	24
		3.2.2	Nachweis geladener Teilchen	24
		3.2.3	Globale Rekonstruktion	25
		3.2.4	Vertex-Rekonstruktion im geladenen Fall	25
		3.2.5	Vertex-Rekonstruktion im neutralen Fall	27
	3.3	Rekali	bration des Detektors	30
		3.3.1	z-Kalibration	30
		3.3.2	Kalibration des Gesamtimpulses	32
		3.3.3	Impulsabhängige Korrektur	32
	3.4	Selekt	ion der Ereignisse	33
		3.4.1	Hardware-K _S -Trigger	34
		3.4.2	Diskussion der Schnitte	34
	3.5	Kinen	natischer Fit	37
		3.5.1	Ergebnisse des kinematischen Fits	38
		3.5.2	Letzte Schnitte zur Qualitätsoptimierung	40
		3.5.3	Zuschauer-Impulsverteilung	42
	3.6	Die pr	äparierten Datensätze	42
	3.7	Unterg	grundabschätzung	44
		3.7.1	Untersuchte Untergrundkanäle	44
	3.8	Verzw	eigungsverhältnisse	45
4	For	malisn	lus	51
	4.1	Antip	roton-Nukleon Anfangszustände	51
		4.1.1	Quantenzahlen der Anfangszustände	53
	4.2	Berech	nnung der Amplitude	53
		4.2.1	Dalitz-Plot Analyse	54

		4.2.2	Zemach-Formalismus	56
		4.2.3	K-Matrix-Formalismus	58
		4.2.4	F- und P-Vektor Ansatz	59
		4.2.5	Drehimpulsbarrieren	60
	4.3	Berech	nnung der Isospin-Kopplungskoeffizienten	61
		4.3.1	Quantenzahlen der Mesonen	61
		4.3.2	Isospin-Zustände der Mesonen	62
		4.3.3	Transformations verhalten unter C - und G -Parität \ldots \ldots \ldots \ldots	64
		4.3.4	Zwei-Teilchen-Zustände	66
		4.3.5	Drei-Teilchen-Zustände	68
		4.3.6	Kopplungskoeffizienten an die Anfangszustände	72
	4.4	Erlaul	ote Resonanzen in den Endzuständen	74
		4.4.1	Parametrisierung der Partialwellen	74
		4.4.2	Grafische Darstellung der Partialwellen	78
5	Par	tialwel	llenanalyse der Daten	83
	5.1	Anpas	sungsverfahren	83
		5.1.1	Minimierungs-Funktionen	83
		5.1.2	Technische Umsetzung	86
	5.2	Glättı	ung der Detektorakzeptanz	88
	5.3	Die R	eaktion $\bar{p}p \rightarrow K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$	91
		5.3.1	Minimale Hypothesen	92
		5.3.2	Hypothesen mit $a_0(1450)$	96
		5.3.3	Anpassungen mit freien Massen und Breiten	98
		5.3.4	Verzweigungsverhältnisse	98
	5.4	Die R	eaktion $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0$	105
		5.4.1	Minimale Hypothesen	105
		5.4.2	Weitere Resonanzen	109
		5.4.3	Anpassungen mit freien Massen und Breiten	113
		5.4.4	Verzweigungsverhältnisse	115
	5.5	Die R	eaktion $\bar{p}n \rightarrow K_S K_S \pi^-$	117

6	Inte	erpreta	tion der Ergebnisse	123			
	6.1	Komp	atibilität der Ergebnisse	123			
		6.1.1	Massen und Breiten	123			
		6.1.2	Verzweigungsverhältnisse	124			
	6.2	Auswa	ahlregeln in der Strangeness-Produktion	125			
		6.2.1	K^*K -Produktion	125			
		6.2.2	K_0^*K - und K_2^*K -Produktion	126			
	6.3	Vektor	rmesonen	127			
		6.3.1	Das Spektrum der ρ -Anregungen	. 127			
		6.3.2	Bisherige Ergebnisse	. 127			
		6.3.3	Der Zerfall $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ in $\overline{K}K$. 127			
		6.3.4	Vergleich mit Modellvorhersagen	. 127			
	6.4	Skalar	e Mesonen	129			
		6.4.1	$\bar{p}p \rightarrow a_0(980)\pi$ und $a_0(1450)\pi \rightarrow \bar{K}K\pi$	130			
		6.4.2	$\bar{p}p \rightarrow f_0(980)\pi \rightarrow \bar{K}K\pi$	130			
		6.4.3	$\bar{p}p \rightarrow f_0(1370)\pi \text{ und } f_0(1500)\pi \rightarrow \bar{K}K\pi \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	131			
		6.4.4	Nonett der skalaren Mesonen	132			
		6.4.5	Interpretationen des Nonetts der skalaren Mesonen	136			
		6.4.6	Instanton Wechselwirkung	137			
Zι	ısam	menfa	ssung	141			
\mathbf{A}	Dat	enkart	e der Simulationen	143			
	A.1	Daten	karte für $K_S K^- \pi^0$	143			
	A.2	Daten	karte für $K_S K_S \pi^-$	144			
в	Dat	enkart	e der Datenselektionen	146			
	B.1	Daten	karte für die Vorselektion	146			
	B.2	Daten	karte für $K_S K^- \pi^0$	146			
	B.3	Datenkarte für $K_S K_S \pi^-$					
	B.4	Daten	karte für den kinematischen Fit $K_S K^- \pi^0$. 147			
	B.5	Daten	karte für den kinematischen Fit $K_S K_S \pi^-$. 148			
	B.6	Daten	karte für den Vertex-Fit	148			

С	Stei	erung der Partialwellenanalyse	149		
	C.1	Datenkarte zur Steuerung der Partialwellenanalyse mit heli für $K_S K^- \pi^0$	149		
	C.2	Generierte Datenkarte zur Steuerung von pwa++ für $K_S K^- \pi^0$	151		
	C.3	Generierte Datenkarte zur Steuerung von MINUIT für ${\rm K_SK^-}\pi^0$	156		
D	Isos	pin-Kopplungen für Mesonen ohne offene Strangeness	158		
Abbildungsverzeichnis 161					
Tabellenverzeichnis 164					
Literaturverzeichnis 166					

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Von der Blasenkammer zum Crystal-Barrel-Experiment

Die Untersuchung der Dynamik von Antiproton-Proton Annihilationen begann in den sechziger Jahren mit der Durchführung von Blasenkammerexperimenten am CERN¹, LBL² und BNL³. Ebenso konnte die Antiproton-Neutron Annihilation untersucht werden, wenn als Annihilationsmedium Deuterium statt Wasserstoff benutzt wurde. In der Analyse wurden dann Ereignisse ausgewählt, bei denen das Proton als Zuschauer-Teilchen betrachtet werden kann.

Der Vorteil der hohen Akzeptanz der Blasenkammer steht dabei in Konkurrenz zur geringen Statistik aufgrund der aufwendigen Ereignisrekonstruktion. Im CERN und BNL wurden insgesamt 1.5 Millionen Ereignisse fotografiert; davon wurden nur 120000 vorwiegend pionische Ereignisse rekonstruiert. Alle Ereignisse wurden nach sekundären Vertizes durchsucht; man fand 40000 Ereignisse mit einem Zerfall eines K_S nach $\pi^+\pi^-$. Neben der geringen Statistik ergab sich zudem ein entscheidender Nachteil dadurch, daß keine neutralen Reaktionsprodukte wie π^0 oder η nachgewiesen werden konnten. Ein einzelnes fehlendes neutrales Teilchen kann durch kinematische Anpassung bestimmt werden, wenn die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls der Reaktion bekannt sind. Dieses Verfahren ist aber nicht mehr anwendbar, wenn mehr als ein Teilchen nicht gemessen wird. Bei der Untersuchung von Annihilationen am Neutron spielt dies eine Rolle, wenn das Proton gemessen werden muß, weil neutrale Teilchen zum Endzustand beitragen. Dadurch können viele Reaktionen mit Blasenkammerexperimenten nur dann gemessen werden, wenn das Proton einen relativ hohen Impuls von mehr als 80 MeV/c besitzt und beobachtbar ist. Bei einem Schnitt auf einen maximalen Impuls der Protonen von $250 \,\mathrm{MeV/c}$ bis $300 \,\mathrm{MeV/c}$ kann man dann nicht mehr garantieren, daß das Proton nicht an der Reaktion beteiligt war.

 $^{^1{\}rm C}{\rm onseil}$ Européen pour la Recherche Nucléaire, European Organization for Nuclear Research

²Lawrence Berkeley National Lab.

³Brookhaven National Lab.

Mit dem Low Energie Antiproton Ring (LEAR) am CERN wurde die Qualität von Antiprotonenstrahlen deutlich gesteigert; ein kontinuierlicher Strahl mit einer geringen Impulsunschärfe stand für neue Experimente zur Verfügung. Mit Hilfe von elektronischem Nachweis geladener und neutraler Teilchen sowie computergestützter Datenakquisition wurde es möglich, mit dem Crystal-Barrel Detektor bis dahin unzugängliche Reaktionen mit hoher Statistik aufzuzeichnen. In der Zeit von Dezember 1989 bis Dezember 1996 wurden etwa 10^8 Ereignisse gemessen. Die Stärken des Detektors sind seine gute Auflösung und der große Raumwinkelbereich insbesondere für die Vermessung von neutralen Teilchen.

Möglich wurden damit herausragende Beiträge zur Spektroskopie leichter Mesonen, zu denen die Entdeckung der skalaren Mesonen $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ gehören. Damit ergeben sich zusammen mit dem $f_0(980)$ und dem $f_0(1700)$ vier skalare Mesonen, während nur zwei Mesonen einen Platz im Grundzustands-Nonett der skalaren Mesonen finden. Zur genauen Einordnung der vier Mesonen ist die Kenntnis der $\bar{s}s$ -Zerfallsmoden notwendig. Ebenfalls wichtig für das Verständnis der skalaren Mesonen ist das $a_0(1450)$. Dessen Verzweigungsverhältnis wird benötigt, um den Anteil des $f_0(1500)$ in $\bar{K}K$ zu bestimmen, da eine gegenseitige Beeinflussung dieser beiden Verzweigungsverhältnisse bei der Analyse des Datensatzes $K_L K_L \pi^0$ auftrat.

Die Verzweigungsverhältnisse des $\rho(1450)$ und des $\rho(1700)$ in KK erlauben zusammen mit den in dieser Arbeitsgruppe gemessenen Verzweigungsverhältnissen in andere Zerfallskanäle die Angabe der Partialbreiten. Dadurch ist ein Vergleich mit Modellen möglich. Diese sagen je nach Annahme einer $\bar{q}q$ -Anregung oder einer exotischen Resonanz signifikant andere Partialbreiten vorher.

Ein interessantes Resultat der Strangeness-Erzeugung in der Antiproton-Nukleon-Annihilation ist eine Auswahl-Regel, die je nach Anfangszustand einen anderen Isospin-Zustand bevorzugt. Experimentelles Ergebnis ist, daß K^{*}(892)K im Anfangszustand ¹S₀ stark aus I = 0 erzeugt wird, während im Anfangszustand ³S₁ der Anteil mit I = 1 stärker ist. Da bei der Annihilation am Neutron nur I = 1 möglich ist, wird dort der dominierende K^{*}(892)K-Anteil aus dem Anfangszustand ³S₁ erwartet.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Untersuchung des $K_2^*(1430)$. Seine Masse liegt zwar außerhalb des erlaubten Phasenraums der \bar{p} N-Annihilation; durch die Breite und Zerfallswinkelverteilung ist es in der Lage, eine vergleichbare Struktur wie die des $a_0(980)$ oder $f_0(980)$ im Dalitz-Plot zu erzeugen. In bisherigen Veröffentlichungen von $\bar{K}K\pi$ -Analysen ist das $K_2^*(1430)$ bisher nicht berücksichtigt worden. Es wird sich zeigen, daß die Vernachlässigung zu potentiell fehlerhaften Ergebnissen führen kann. Außerdem wird in dieser Arbeit untersucht, ob es eine ähnliche Auswahlregel dieser Resonanz wie für das $K^*(892)$ gibt.

1.2 Zielsetzungen

In dieser Arbeit werden die Datensätze $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0$ und $\bar{p}n \rightarrow K_S K_S \pi^-$ selektiert und analysiert. Zudem wird auch der Kanal $\bar{p}p \rightarrow K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ nochmals untersucht; die Daten dazu

wurden in der Arbeit [1] selektiert. Diese Arbeit lieferte Ergebnisse, die nicht mit der Analyse von $\bar{p}p \rightarrow K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$ in [2] kompatibel sind. Abgesehen von der höheren Statistik und der einfacheren Systematik bei der Selektion von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ lassen sich die dort gewonnen Ergebnisse durch die Analyse von $K_S K^- \pi^0$ prüfen.

Ähnlich ist die Situation im Vergleich zwischen $\bar{p}n \rightarrow K_S K_S \pi^-$ und $\bar{p}p \rightarrow K_L K_L \pi^0$. Auch hier sind die systematischen Probleme der erstgenannten Reaktion geringer, da die komplizierte Wechselwirkungswahrscheinlichkeit der K_L mit dem Kalorimeter nicht auftritt. Da einige Resonanzen in allen Datensätzen vorkommen, erhält man die Möglichkeit, die Ergebnisse miteinander zu vergleichen.

Während der Laufzeit der Datennahme sind am Detektor zwei wesentliche Erweiterungen vorgenommen worden. Zum einen wurde die Driftkammer mit neuer Feldgeometrie in den inneren Lagen aufgebaut, um geladene Teilchen besser vermessen zu können. Zum anderen wurden die beiden Proportionaldriftkammern in der Nähe des Annihilationszentrums durch einen Silizium-Streifen-Detektor ersetzt. Abgesehen von einer weiteren Verbesserung der Impulsauflösung wurde es ermöglicht, Ereignisse mit Sekundärvertizes gezielt anzureichern. Damit war die Voraussetzung für die Messung der hier untersuchten Datensätze mit hoher Statistik geschaffen.

Die experimentelle Situation bezüglich der Resonanzen, die in dieser Arbeit eine Rolle spielen, werden im folgenden kurz vorgestellt. Weiterführende Übersichten und Interpretationen der leichten Mesonen findet man in [3], [4] und [5].

1.2.1 $a_0(980)$ und $f_0(980)$

Die Masse des $a_0(980)$ und $f_0(980)$ liegen direkt an der $\bar{K}K$ -Schwelle. Ihre dominanten Zerfälle sind jeweils in $\pi\eta$ bzw. in $\pi\pi$; jedoch zerfallen beide Resonanzen auch in $\bar{K}K$. Die Form der Resonanz wird stark durch den Schwelleneffekt beeinflußt und kann nicht als einfache Breit-Wigner-Resonanz beschrieben werden. Ein Modell zu deren Beschreibung ist die Flatté-Parametrisierung [6], bei der der Einfluß des jeweiligen Konkurrenzkanals berücksichtigt wird. Es werden mehrere Interpretationen der inneren Struktur dieser beiden Mesonen vorgeschlagen:

- $\bar{q}q\bar{q}q$ -Zustände [7]
- KK Moleküle [8]
- q̄q Zustände [9]
- a_0 wird durch Meson-Austausch Dynamik im *t*-Kanal erzeugt, f_0 ist ein $\overline{K}K$ -Molekül [10].

1.2.2 $f_0(400-1200), f_0(1370) \text{ und } f_0(1500)$

Während das $f_0(400 - 1200)$ als $\pi\pi$ -Streuamplitude oder als ρ -Austausch im t-Kanal interpretiert werden kann [11], [12], sind die anderen bekannten skalaren Resonanzen $f_0(980)$,

 $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ zusammen mit dem $f_0(1700)$ alle Kandidaten für die Plätze mit Isospin I = 0 im Nonett der skalaren Mesonen. Abgesehen vom $f_0(400 - 1200)$ liegen diese Resonanzen innerhalb des Phasenraums des Endzustands $K_SK_S\pi^-$ und können dort untersucht werden. Wesentlich für das Verständnis, ob es sich bei diesen Resonanzen um $\bar{q}q$ -Mesonen, deren Radialanregungen, t-Kanal-Prozesse oder um den Grundzustand des vorhergesagten Glueballs handelt, ist die Kenntnis der Verzweigungsverhältnisse in die möglichen Zerfallskanäle. Bekannt sind inzwischen die Partialbreiten der Zerfälle von $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ in 4 Pionen über $\sigma\sigma$, $\rho\rho$, $a_1\pi$ und $\pi^*\pi$, die in beiden Fällen einen wichtigen Beitrag darstellen [13], [14]. Eine Diskussion dieser Teilchen findet man z.B. in [15], [16], [17], [18] und [19].

1.2.3 $f_J(1700)$

Bei der Frage, ob es sich bei dem $f_J(1700)$ um eine skalare Resonanz $f_0(1700)$ oder um ein Tensorteilchen $f_2(1700)$ handelt, gibt es neuere experimentelle Ergebnisse. Diese zeigen Evidenz dafür, daß es sich um eine skalare Resonanz handelt [20], [21]. Andere Analysen, die einen Tensor bevorzugen, haben oft den Einfluß der Interferenz mit dem in der Nähe liegenden $f'_2(1525)$ vernachlässigt [22]. Nicht ausgeschlossen ist allerdings, daß in diesem Massenbereich auch zwei Resonanzen mit J = 0 und J = 2 liegen [23]. Untersucht werden kann dies bei der Analyse des Datensatzes $K_S K_S \pi^-$.

1.2.4 $a_0(1450)$

Die Resonanz $a_0(1450)$ wurde erstmals in der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow \pi^0 \pi^0 \eta$ beim Zerfall in $\eta \pi^0$ beobachtet [24] und in weiteren Analysen [25] bestätigt. Auch die Zerfälle in $\bar{K}K$ sind inzwischen gemessen worden [26], [27], [2]. Bezüglich des genauen Verzweigungsverhältnisses gibt es jedoch widersprüchliche Aussagen zwischen der Untersuchung der Kanäle $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ [1] und $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$ [2]. Dieser Wert wird jedoch benötigt, um das Verzweigungsverhältnis der skalaren Resonanzen $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ nach $\bar{K}K$ zu bestimmen.

Zudem bevorzugt die Obelix-Kollaboration [28] ein a_0 bei einer geringeren Masse und Breite von $m = 1290 \text{ MeV/c}^2$ und $\Gamma = 80 \text{ MeV/c}^2$, findet allerdings auch eine weitere mögliche Lösung, die mit dem Crystal-Barrel Resultat von $m = 1474 \text{ MeV/c}^2$ und $\Gamma = 265 \text{ MeV/c}^2$ übereinstimmen würde. Ein wesentlicher Unterschied der beiden Analysen ist die Einbeziehung der P-Wellen-Anfangszustände in der Obelix-Analyse, die bei Crystal-Barrel aufgrund der Annihilation in flüssigem Wasserstoff vernachlässigt wurden. Die neuere Crystal-Barrel-Untersuchung mit höherer Statistik [1] zeigt, daß diese Anfangszustände einen wichtigen Beitrag zum Endzustand liefern und zunächst beide Lösungen als möglich erscheinen lassen. Jedoch spielt in diesem Zusammenhang auch die Resonanz K^{*}₂(1430) eine entscheidende Rolle, da sie Intensität im Massenbereich um 1290 MeV/c² beschreiben kann. In der vorliegenden Analyse werden deshalb beide zusätzlichen Annahmen berücksichtigt.

1.2.5 $a_2(1660)$

In der Analyse der Reaktion $\bar{p}p \to \pi^0 \eta \eta$ bei der Antiproton-Annihilation im Fluge [29] wurde eine Resonanz $a_2(1660)$ in ihrem Zerfall nach $\pi^0 \eta$ beobachtet. Dieselbe Resonanz ist schon bei der Annihilation von $\bar{p}p \to \pi^0 \pi^0 \eta$ in Ruhe gefunden worden, liegt jedoch bei diesem Datensatz knapp an der Phasenraumgrenze. Der Zerfall $a_2(1660) \to \bar{K}K$ wurde bisher noch nicht beobachtet.

1.2.6 $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$

In der Massenregion um 1600 MeV/c^2 sind zwei Vektormesonen etabliert [22]. Klärungsbedarf gibt es bei der Frage, ob es sich um reine $\bar{q}q$ -Zustände handelt [30]. So kann es sich bei dem $\rho(1450)$ um die erste Radialanregung 2^3S_1 , ein Hybrid-Meson oder einen Mischzustand aus beiden handeln. Mit Hilfe des ${}^{3}P_{0}$ -Modells [31] lassen sich die Partialbreiten der Radialanregungen vorhersagen, während im Flux-Tube-Modell [32] die möglichen Zerfälle eines Hybrides berechnet werden können. Auch für das $\rho(1700)$ gibt es zwei Interpretationsmöglichkeiten, entweder als Anregung mit Drehimpuls L = 2, also $1{}^{3}D_{1}$, oder als zweite Radialanregung $3{}^{3}S_{1}$.

Aktuelle Messungen liefern die verschiedenen $\pi\pi$ - [33], 4π - [14] sowie die $\pi\omega$ -Verzweigungsverhältnisse [34]. In dieser Analyse wird der Zerfall in KK untersucht. Unter der Annahme, daß alle Zerfälle gemessen sind, können die Verzweigungsverhältnisse in die Partialbreiten umgerechnet werden. Die Vorhersagen der Partialbreiten der Modelle sind in Tabelle 1.1 aufgelistet.

Modell				Parti	ialbreit	e				
		$\pi\pi$	$\pi\omega$	πa_2	πa_1	πh_1	$\rho\rho$	$\pi^*\pi$	$ ho\sigma$	ĒΚ
$2^{3}S_{1}$ - $\rho(1465)$	[31]	74	122	0	3	1	0	-	-	35
Hybrid- ρ (~ 1500)	[32]	0	5 - 10	~ 0	140	0	0	0	-	-
$1^{3}D_{1}$ - $\rho(1700)$	[31]	48	35	2	134	124	0	14	-	36
$3^{3}S_{1}-\rho(1900)$	[31]	1	5	46	26	32	70	16	-	1

Tabelle 1.1: Partialbreiten der ρ -Zerfälle unter Annahme der Modelle. Noch nicht berechnete Zerfälle sind mit - gekennzeichnet.

Eine Beobachtung ist, daß sich die Produktion des Grundzustands $\rho(770)$ von dem der Anregungen (ρ') unterscheidet. In der \bar{p} N-Annihilation erfolgt die Produktion je nach Anfangszustand des antiprotonischen Systems mit deutlich unterschiedlicher Stärke.

$\bar{\mathrm{pp}}, \bar{\mathrm{pn}}(^1\mathrm{S}_0) \to \rho(770)\pi$	schwach
$\bar{p}n(^{1}S_{0}) \rightarrow \rho(1450)\pi, \rho(1700)\pi$	stark
$\bar{p}p(^{3}S_{1}) \rightarrow \rho(770)\pi$	stark
$\bar{p}p(^{3}S_{1}) \to \rho(1450)\pi, \rho(1700)\pi$	schwach

Dies wird durch die Crystal-Barrel-Analysen [33] und [35] gezeigt. Bei der Annihilation am Neutron ist nur der ${}^{1}S_{0}$ -Anfangszustand als S-Welle erlaubt. Dort findet man ein schwaches Signal für die $\rho(770)\pi$ -Produktion und ein starkes Signal für $\rho'\pi$. Bei der Annihilation am Proton sind beide S-Anfangszustände erlaubt. Die Analyse ergibt, daß der starke Anteil des $\rho(770)\pi$ -Kanals aus dem ${}^{3}S_{1}$ -Anfangszustand erzeugt wird.

Man kann also folgern, daß aus dem ${}^{1}S_{0}$ -Zustand bevorzugt radiale Anregungen des $\rho(770)$ und ein Pion erzeugt werden, während die Produktion des Grundzustands plus Pion unterdrückt ist. Der ${}^{3}S_{1}$ -Zustand zeigt ein genau entgegengesetzes Verhalten.

Diese "Auswahlregeln" sind nicht verstanden. Sie sind jedoch den Regeln ähnlich, die beim Zerfall des J/ψ und dessen Radialanregung beobachtet werden. Dort findet man deutliche Unterschiede bei der Stärke der jeweiligen hadronischen Zerfälle.

$$J/\psi(1^{3}S_{1}) \to \pi^{+}\pi^{-}\pi^{0} \qquad (1.50 \pm 0.20)\%$$
$$J/\psi(1^{3}S_{1}) \to \rho(770)\pi \qquad (1.27 \pm 0.09)\%$$

Der Kanal $J/\psi(1^3S_1) \rightarrow \rho'\pi$ wurde nicht identifiziert. Aus der nicht-identifizierten Intensität von $(0.23 \pm 0.22)\%$ muß man schließen, daß der Zerfall des $J/\psi(1^3S_1)$ in $\rho'\pi$ unterdrückt ist. Die Zerfälle der Radialanregung $\psi(2^3S_1)$ sind wie folgt gemessen worden:

$$\psi(2^{3}S_{1}) \rightarrow \pi^{+}\pi^{-}\pi^{0}$$
 (8±5) · 10⁻⁵
 $\psi(2^{3}S_{1}) \rightarrow \rho(770)\pi$ < 8.3 · 10⁻⁵

Die radiale Anregung zerfällt nur unmerklich in den Grundzustand des $\rho(770)$ und ein Pion. Die angegebenen hadronischen Verzweigungsverhältnisse sind der Zusammenfassung der PDG entnommen [22].

Diese Unterdrückung wird in der Literatur unter dem Stichwort ρ - π -Puzzle kontrovers diskutiert. Die Erklärungen beruhen zum Teil auf farbdynamischen Annahmen, die aber auf die $\bar{N}N$ -Vernichtung nicht zutreffen (Chen und Braaten [36], Suzuki [37]). Li, Bugg und Zou erklären die Unterdrückung des Kanals $\psi(2S) \rightarrow \rho(770)\pi$ durch eine sehr spezielle Endzustandswechselwirkung [38]. Die Ähnlichkeit der beiden Phänomene — sowohl bei den J/ψ -Zerfällen als auch bei der $\bar{p}N$ -Annihilation — legt nahe, daß eine andere gemeinsame Erklärung gefunden werden muß.

1.2.7 $K_0^*(1430)$

Das oft auch als K π -S-Welle bezeichnete K $_0^*(1430)$ wurde bei der Analyse des Datensatzes $\bar{p}p \rightarrow K_L K_L \pi^0$ für eine ausreichend gute Beschreibung benötigt [39]. Die Amplitude und das Phasenverhalten (siehe Abb. 4.6) dieser Resonanz, die aus einem resonanten und einem Streu-Anteil besteht, wurde genauer von der LASS-Kollaboration vermessen [40]. Zur Beschreibung in der $\bar{p}p$ -Annihilation werden aus dieser Messung die notwendigen Parameter für eine K-Matrix-Parametrisierung extrahiert (siehe Kap. 4.4.1).

1.2.8 $K_2^*(1430)$

Das $K_2^*(1430)$ liegt knapp außerhalb des Phasenraums der Annihilation $\bar{p}N \rightarrow \bar{K}K\pi$, hat jedoch etwa die doppelte Intensität des $K^*(892)$, wenn man vom Phasenraum und der Unterdrückung durch Drehimpulsbarrieren absieht [40]. Durch die Breite der Resonanz kann trotzdem Intensität zu den untersuchten Datensätzen beitragen. Aufgrund der Winkelverteilung und der Unterdrückung der Intensität an den Phasenraumgrenzen ergibt sich eine sehr charakteristische Verteilung (siehe auch Abb. 4.8) in den Dalitz-Plots, die keine Ähnlichkeit mit der sonst sichtbaren Bandstruktur der anderen Resonanzen hat.

1.3 Aufbau der Dissertation

In dieser Arbeit wird zunächst das Crystal-Barrel-Experiment beschrieben, mit dem die hier analysierten Datensätze aufgezeichnet wurden. Der Rekonstruktion der Ereignisse und der Kalibration des Detektors aus den Daten ist ein weiteres Kapitel gewidmet. Der Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der Partialwellenanalyse der so gewonnenen Datensätze; zur besseren Lesbarkeit der Arbeit ist der Partialwellenanalyse ein Kapitel über den in der Analyse benutzten Formalismus vorgestellt. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und Diskussion der gewonnenen Resultate.

Kapitel 2

Aufbau des Crystal-Barrel-Experiments am LEAR

2.1 Produktion der Antiprotonen

Die Antiprotonen werden am CERN durch Beschuß einer Wolframprobe mit Protonen erzeugt. Die dazu notwendigen Protonen werden mit einem Impuls von 26 GeV/c aus dem Protonensynchrotron (PS) extrahiert. Die mit unterschiedlichen Impulsen erzeugten Antiprotonen werden mittels einer starken magnetischen Linse fokussiert und in den Antiprotonen-Akkumulator transferiert. Dort werden sie zwischengespeichert und gleichzeitig wird ihr



Abbildung 2.1: Übersicht der an der Erzeugung der Antiprotonen beteiligten Beschleuniger.



Abbildung 2.2: Der Low Energy Antiproton Ring (LEAR).

Impulsbereich mit Hilfe stochastischer Kühlung eingeschränkt. Die Speicherung, die mehrere Tage dauern kann, hat den Vorteil, daß kurzlebige Teilchen zerfallen, die den \bar{p} -Strahl verunreinigen könnten. Zu den Experimenten gelangen die Antiprotonen schließlich wieder über das PS, wo sie auf 600 MeV/c abgebremst und zum *Low Energie Antiproton Ring* (LEAR) transferiert werden. Abbildung 2.1 zeigt schematisch die Beschleunigeranlage am CERN.

Im LEAR (Abb. 2.2) können die Antiprotonen nun je nach Experiment auf 100 MeV/c abgebremst oder bis auf 2 GeV/c beschleunigt werden. Mit Hilfe von stochastischer und Elektronenkühlung erreicht man Strahlemittanzen von $2\pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$ und relative Impulsunschärfen von $\Delta p/p \approx 10^{-4}$.

Das Crystal-Barrel-Experiment nutzt einen Impuls von 105 MeV/c für die Antiprotonannihilation in gasförmigem Wasserstoff und von 200 MeV/c für die Annihilation in flüssigem Wasserstoff oder Deuterium, wenn die Antiprotonen in Ruhe annihilieren sollen. Soll der Phasenraum erweitert werden, um z.B. Resonanzen höherer Masse anzuregen, so kann man dies mit höheren Anfangsimpulsen bis zu 1940 MeV/c erreichen. Die Annihilation findet dann "im Fluge" statt.

2.2 Crystal-Barrel-Detektor

2.2.1 Anforderungen an den Detektor

Der Crystal-Barrel-Detektor wurde entwickelt, um eine umfassende Spektroskopie des $\bar{p}N$ -Systems zu ermöglichen. Die Datennahme begann 1989 mit folgenden Zielsetzungen [41]:



Abbildung 2.3: Front- und Seitenansicht des Crystal-Barrel-Detektors mit 1) Eisenjoch, 2) Magnetspule, 3) CsI(Tl)-Kalorimeter, 4) Jet-Driftkammer, 5) Silizium-Vertex Detektor, 6) Target und 7) Magnettür.

- Die Suche nach Gluebällen und Hybridmesonen.
- Die Suche nach gebundenen Nukleon-Antinukleon-Zuständen.
- Die Untersuchung von radiativen und anderen seltenen Mesonenzerfällen.
- Das Studium der pp-Annihilationsdynamik.

Um diese Ziele zu verwirklichen, müssen zwei Voraussetzungen erfüllt sein. Zum einen benötigt man einen möglichst reinen p̄-Strahl mit geringer Impulsunschärfe – dieser wird von LEAR geliefert – und es werden hohe Anforderungen an das Detektorsystem gestellt:

- Gleichzeitiger Nachweis von geladenen und neutralen Teilchen in einem nahezu vollständigen Raumwinkel von 4π .
- Hohe Energie- und Winkelauflösung für Photonen zur Rekonstruktion neutraler Teilchen (π^0 , η , ω ...).
- Gute Orts- und Impulsauflösung für geladene Teilchen.
- Die Unterscheidung geladener Pionen und Kaonen.
- Annihilation in unterschiedlichem Targetmaterial (fl. H_2 , gasf. H_2 oder fl. D_2), um verschiedene Anfangszustände des $\bar{p}N$ -Systems anreichern zu können.

- Die Verarbeitung hoher Ereignisraten (bis 100 Hz) auch bei komplexen Ereignissen.
- Anreicherung bestimmter (seltener) Ereignistopologien mit Hilfe schneller selektiver Filter (*hardware/online trigger*).

Diese Anforderungen werden vom Crystal-Barrel-Detektor sehr gut erfüllt. Abbildung 2.3 zeigt den Detektor, wie er zum Zeitpunkt der Aufnahme der in dieser Arbeit analysierten Daten aufgebaut war. Auf die einzelnen Detektorkomponenten wird im folgenden detaillierter eingegangen.

2.2.2 Eingangszähler und Target

Die Antiprotonen verlassen das LEAR-Strahlrohr durch ein Beryllium-Fenster und passieren eine kleine Proportionaldrahtkammer sowie eine segmentierte Siliziumdiode. Die Koinzidenz der Signale dieser beiden Komponenten ergibt das Start-Signal für die Triggerstufe 0 und gibt den Zeitpunkt eines Antiprotons im Target an. Das Target ist auswechselbar, so daß Annihilationen in flüssigem oder gasförmigem Wasserstoff bzw. Deuterium gemessen werden können. Das Flüssigwasserstoff-Target (\emptyset 17 mm × 44 mm) hat einen dünnen Mylarzylinder als Außenwand und wird bei 20 K und einem Druck knapp über Normaldruck betrieben. Dieses Target wird auch für die Messungen im Fluge verwendet. Im letzteren Fall wird hinter dem Target ein Szintillationszähler angebracht, um ein Veto-Signal zu erzeugen, falls es nicht zu einer Annihilation gekommen ist. Das Gastarget ist bei den hier untersuchten Daten nicht zum Einsatz gekommen.

2.2.3 Silizium-Vertex-Detektor

Das Target ist von einem 1995 eingebauten Silizium-Vertex-Detektor (SVX) (Abb. 2.4) umgeben, der zwei bis dahin benutzte Proportionaldrahtkammern ersetzte. Durch die geringere



Abbildung 2.4:

Systematische Darstellung des Silizium-Vertex-Detektors. 1) Si- μ -Streifendetektoren, 2) Hybrid, 3) Elektronik und Flachbandkabel, 4) Kühlring. Entfernung zum Target im Vergleich zu den Proportionaldrahtkammern ist der SVX hervorragend geeignet, sekundäre Vertizes zu finden, wie es für die vorliegende Analyse von Bedeutung ist. Der Detektor ist aus 15 SiO₂-Elementen der Größe 74×8.4 mm² aufgebaut, die vom Target einen mittleren Abstand von 13 mm haben. Jedes der Elemente enthält 128 Streifen in Strahlrichtung, mit denen sich die *x*- und *y*-Koordinaten geladener Teilchen vermessen lassen, wodurch man eine verbesserte Impulsauflösung und Vertexrekonstruktion erhält ($\sigma = 3.8\%$ statt 6.7% bessere Impulsauflösung bei 900 MeV/c [42]).

Zudem liefert die Rückseite der Elemente (*backplane*) ein sehr schnelles Signal (0.5 μ sec), so daß der SVX auch für den Trigger genutzt werden kann. Damit bietet sich die Möglichkeit, Ereignisse anzureichern, bei denen ein neutrales Teilchen, wie K_S $\rightarrow \pi^+\pi^-$, außerhalb des Vertex-Detektors zerfällt.

2.2.4 Jet-Driftkammer

Der Vertex-Detektor wird von einer Jet-Driftkammer (JDC) (Abb. 2.5) umschlossen, die zur Impulsmessung und zur Identifikation geladener Teilchen dient. Trotz geringer Abmessungen erlaubt sie durch die hohe Zahl an Signaldrähten eine genaue Spurvermessung.

Die JDC ist in 23 Lagen unterteilt, von denen die ersten fünf je 15 Sektoren enthalten. Danach folgt eine Lage ohne Signaldrähte, die den homogenen Übergang zu den restlichen Lagen ermöglicht, die 30 Sektoren enthalten. Durch die Felddrähte werden die Driftzellen definiert und ein homogenes elektrisches Feld von 1 kV/cm erzeugt. Weitere Feldkorrekturdrähte, die sich mit den Signaldrähten in der Mitte der Zellen abwechseln, sorgen für die notwendige Gasverstärkung von $5 \cdot 10^4$ und die radiale Begrenzung der Driftzellen untereinander. Die Signaldrähte sind um jeweils 0.2 mm versetzt angeordnet (*staggering*), um entscheiden zu können, auf welcher Seite eines Sektors die Teilchenspur entlangläuft (Abb. 2.6). Dabei hat die erste Lage einen Radius von 63 mm, die letzte Lage einen Radius von 239 mm.

Die Kammer wird mit einem langsamen Gasgemisch aus 90% Kohlendioxid und 10% Isobutan bei 25° C und Normalbedingungen betrieben. Um eine genaue Ortsauflösung zu er-



Abbildung 2.5: Die Jet-Driftkammer mit der schematischen Darstellung eines Sektors.



Abbildung 2.6:

Anordnung und Aufbau der Sektoren in der r- ϕ -Ebene der JDC. Die Driftzellen der inneren fünf Lagen sind doppelt so breit wie die der Äußeren und gegenüber diesen versetzt. Dieser Aufbau verbessert die Homogenität des elektrischen Feldes in den Zellen nahe der Strahlachse.

reichen, wird die Temperatur auf 0.1°C stabilisiert und der Luftdruck ständig gemessen, da von diesen Parametern die Driftzeiten abhängen.

Die Bestimmung der Spurpunkte erfolgt in der r- ϕ -Ebene durch Messung der Driftzeiten der Primärionisationen und der Drahtposition. Die z-Komponente wird dagegen durch Ladungsteilung der an beiden Drahtenden gemessenen Ladungen bestimmt. Da die Änderung der gemessenen Gesamtladung dE/dx über die gesamte Spur von Impuls und Teilchenart abhängt, kann so zwischen geladenen Kaonen und Pionen bis zu einem Impuls von etwa 450 MeV/c unterschieden werden [43]. Die Eigenschaften der JDC sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt.

Anzahl der Sektoren Anzahl der Signaldrähte pro Sektor Material Anzahl der Felddrähte pro Sektor Material	30 23 Edelstahl, 29.7 $\Omega/{\rm cm},$ ø 20 $\mu{\rm m}$ 74 Aluminium, goldbeschichtet, ø 152 $\mu{\rm m}$
Innenradius Außenradius sensitive Länge	$\begin{array}{c} 49.9{\rm mm} \\ 257{\rm mm} \\ 400{\rm mm} \end{array}$
Gasgemisch mittleres Driftfeld mittlere Driftgeschwindigkeit maximale Driftzeit Lorentzwinkel	CO ₂ :Isobutan = 90:10 1 kV/cm $0.92 \text{ cm}/\mu \text{s}$ 3 μs 7.2° bei 1.5 T
r-φ-Auflösung z-Auflösung	$130\mu{ m m}$ $7.5{ m mm}$

Tabelle 2.1: Technische Daten der Jet-Driftkammer.



Abbildung 2.7: Aufbau des Crystal-Barrel-Kalorimeters. Die Nummern auf den Kristallen geben die verschiedenen Kristalltypen an.

2.2.5 CsI-Kalorimeter

Das aus 1380 thalliumdotierten CsI-Einkristallen bestehende elektromagnetische Kalorimeter dient zur Energie- und Impulsmessung neutraler Annihilationsprodukte. Die Anordnung der Kristalle (*crystal*) (Abb. 2.7) erinnert an die Form eines Fasses (*barrel*) und hat dem Crystal-Barrel-Detektor seinen Namen gegeben. Die Kristalle überdecken 97.8% des 4π -Raumwinkels und haben eine Länge von 30 cm, was 16.1 Strahlungslängen entspricht. Dies ist ausreichend, um auch von Photonen mit Energien von bis zu 2 GeV/c² über 99% der Energie zu absorbieren. Die Kristalle sind in 26 Ringen zu je 30 bzw. 60 Kristallen angeordnet, so daß sich eine Segmentierung von 6° bzw. 12° ergibt. Diese Wahl erlaubt noch die Trennung von Photonen aus der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^0 (\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$, deren minimaler Öffnungswinkel 16° beträgt.

Die Photonen erzeugen in den Kristallen durch Paarbildung und Bremsstrahlung einen elektromagnetischen Schauer. Die dabei im Kristall erzeugten Elektron-Loch-Paare wandern bis zu einem Thallium-Aktivator, der schließlich das Szintillationslicht emittiert. Dieses Licht wird von einem Wellenlängenschieber an die Photodioden gekoppelt und nach weiterer Im-



Abbildung 2.8: Aufbau eines einzelnen Moduls des CsI-Kalorimeters. 1) Titanhülle, 2) Wellenlängenschieber, 3) Photodiode, 4) Vorverstärkermodul, 5) optische Faser für Lichtpulse, 6) Gehäusedeckel.

Anzahl der Kristalle	1380
Material	CsI(Tl)
Photonenausbeute	$\approx 4.5 \cdot 10^3$ pro 1 MeV
Strahlungslänge X_0	1.86 cm
Emissionsmaximum	550 nm
Segmentierung in ϕ	60/30 Kristalle, Öffnungswinkel 6°/12°
Segmentierung in θ	26 Kristalle, Öffnungswinkel 6°
Länge eines Kristalls	30 cm, entsprechend 16.1 X_0
Raumwinkel	97.8% $\cdot 4\pi$
Energieauflösung $\frac{\sigma_E}{E}$ Rauschsignal pro Kristall	$\frac{2.8\%}{\sqrt[4]{E(\text{GeV})}}$ 220 keV
Winkelauflösung in θ isolierte Schauer Überlappende Schauer	20 mrad 45 mrad
Winkelauflösung in ϕ isolierte Schauer Überlappende Schauer	(Kristalltyp 1–10) 20 mrad 45 mrad (Kristalltyp 11–13)
isolierte Schauer	40 mrad
Überlappende Schauer	90 mrad

Tabelle 2.2: Technische Daten des CsI(Tl)-Kalorimeters.

pulsformung von zwei ADC-Systemen ausgewertet, die unterschiedliche sich überlappende Dynamikbereiche überdecken. Während der Pausen, in denen LEAR mit Antiprotonen aufgefüllt wird, läßt sich das System mit Hilfe eines Lichtpulsers überprüfen. Zu diesem Zweck wird das Licht einer Xenon-Blitzlampe über verschiedene Filter durch Lichtleiter in die Wellenlängenschieber eingekoppelt. Den Aufbau eines Kristallelements zeigt Abbildung 2.8.

2.2.6 Trigger

Der Trigger hat die Aufgabe, gewünschte Ereignistopologien zu erkennen und dabei Totzeiten so gering wie möglich zu halten, da währenddessen keine Daten aufgenommen werden können. Dazu ist der Trigger in mehrere Hierarchiestufen unterteilt, da sich die Totzeit verringert, je schneller ein nicht den Anforderungen entsprechendes Ereignis verworfen werden kann. In der Triggerstufe 0 wird der Trigger durch ein ankommendes Antiproton gestartet, das durch die Koinzidenz aus Signal der Eingangs-Proportionaldrahtkammer und der Siliziumdiode erkannt wird¹. Für den Fall, daß während eines Ereignisses ein weiteres Antiproton das Target erreichen sollte, kann das Ereignis entweder markiert werden, oder die Datennahme wird abgebrochen und auf das nächste Antiproton gewartet. Diese Stufe dient

¹Bei der Annihilation im Fluge muß sichergestellt sein, daß das Antiproton nicht ohne Reaktion das Target verlassen hat, so daß ein Szintillationszähler hinter dem Target zusätzlich kein Signal liefern darf (Veto).



Abbildung 2.9: Aufbau des Triggers im Crystal-Barrel-Experiment.

zur Selektion von allen Annihilationen $(minimum \ bias)$ und ist eine wichtige Referenz zur Berechnung von Verzweigungsverhältnissen.

In der nächsten Triggerstufe 1, die eine höhere Entscheidungszeit braucht, geht die Multiplizität der Backplane-Treffer der Teilchen im Vertex-Detektor und die Anzahl der Spuren in den verschiedenen Triggerlagen der Driftkammer (Lagen 1/2, 9/10 und 19/20) ein. Damit lassen sich auch sehr komplizierte Ereignistopologien erkennen. Im Fall der vorliegenden Analyse wurden Ereignisse ausgewählt, die einen Treffer im Vertex-Detektor und drei oder fünf Spuren in den mittleren Lagen der JDC aufweisen. Dies reichert Ereignisse an, in denen ein oder zwei neutrale Teilchen zwischen Vertex-Detektor und der Mitte der JDC in zwei geladene Teilchen zerfallen. Gewünschte Ereignisse sind also solche, die den Fall $K_S \rightarrow \pi^+\pi^$ enthalten. Allerdings werden auch Untergrundereignisse mit Photonkonversion ($\gamma \rightarrow e^+e^-$) angereichert. Dieser Untergrund muß nachträglich bei der Analyse der Daten abgetrennt werden. Da die Annihilation an quasifreien Neutronen untersucht werden soll, werden Ereignisse ungerader Spurenzahl gewählt, bei denen das Proton nicht gemessen wird. Dies ist dann der Fall, wenn das Proton als Zuschauer-Teilchen keinen nennenswerten Impuls hat und somit das Target nicht verlassen kann.

Der zweiten Triggerstufe stehen zusätzlich noch die genaue Anzahl der Treffer im Kalorimeter und des Vertex-Detektors zur Verfügung. Die einzelnen angesprochenen und zusammenliegenden Kristalle des Kalorimeters werden dazu von einem schnellen Cluster Encoder (FACE) einzelnen Photonen zugerechnet. Ebenso steht auch die genaue Anzahl der Treffer im Vertex-Detektor fest, die von der Anzahl der getroffenen Elemente abweichen kann, da diese überlappen. Zu diesem Zweck werden die einzelnen Streifen aller Elemente ausgelesen und zusammenhängende Gruppen von Ansprechern gezählt.

Als dritte Triggerstufe besteht noch die Möglichkeit, aus den invarianten Massen der Energieeinträge im Kalorimeter seltenere neutrale Mesonen (η und η') softwaremäßig zu erkennen und diese anzureichern. Diese Möglichkeiten beschränken sich hauptsächlich auf rein neutrale Endzustände, da Energieeinträge durch geladene Spuren nicht so schnell von den neutralen Einträgen abgetrennt werden können. Abbildung 2.9 zeigt den schematischen Aufbau des Triggers.

Die besondere Eigenschaft des Crystal-Barrel-Triggers ist die Möglichkeit, unterschiedliche Topologien zu mischen. In der Strahlzeit vom April 1996 wurde diese Möglichkeit genutzt, um gleichzeitig die Ereignisse des Typs $1 \rightarrow 3$ und $0 \rightarrow 2$ zu messen, wobei so jeweils die Anzahl der Spuren bis zum Vertex-Detektor und außerhalb angegeben wird.

2.2.7 Datenakquisition

Die Datenakquisition (DAQ) hat die Aufgabe, die vom Trigger ausgewählten Ereignisse möglichst schnell auf Magnetband zu schreiben, so daß der Detektor für weitere Ereignisse wieder aktiv ist. Dazu werden die Signale der Detektorkomponenten von mehreren parallel arbeitenden Rechnern prozessiert. Zudem werden die Daten so komprimiert, daß nur die Informationen weitergegeben werden, die auch ein Signal einer Detektorkomponente enthalten. Die so gewonnenen Daten werden dann an den globalen *Eventbuilder* weitergegeben, dort zusammengesetzt und zur Aufzeichnung an die Tape-Server geschickt. Zu den Aufgaben der DAQ gehört zudem die Auswahl der auszulesenden Detektorkomponenten, die Auswahl des Triggers und Start und Stop der Runs.

Ein kleiner Teil der aufgezeichneten Daten wird zusätzlich direkt an ein Analyse-Programm geschickt, so daß die Qualität der Daten schon während der Datennahme kontrolliert werden kann (*online-monitor*). Der Ausfall von Kristallen, Lagen der JDC und anderer Detektor-komponenten kann so rechtzeitig erkannt werden.

2.2.8 Detektorüberwachung

Überwacht werden die einzelnen Detektorkomponenten von der *slow-control*, die ständig die Aktivität der Elektronik und kritische geregelte Meßgrößen überprüft. Hierzu gehören Temperaturen, die eingehalten werden müssen oder auch die Ströme in der JDC, die im nA-Bereich liegen und bei zu hohen Werten die Kammer zerstören können. Weitere Größen sind das Magnetfeld, der Gasfluß und der Druck in der JDC, die für die spätere Kalibration der Daten notwendig sind.

Mögliche Probleme werden so rechtzeitig erkannt, und es wird keine unnötige Meßzeit verschenkt, wenn mit nicht funktionierenden Detektorkomponenten gemessen wird.

Kapitel 3

Präparation der Datensätze

Die gewünschten Ereignisse der $K\bar{K}\pi$ -Datensätze $K_SK^-\pi^0$ und $K_SK_S\pi^-$ müssen nun aus den aufgezeichneten Daten selektiert werden. Der ebenfalls untersuchte Datensatz $K_SK^{\pm}\pi^{\mp}$ ist in [1] selektiert worden und steht direkt zur Verfügung. Zur Durchführung der späteren Analyse wird zudem die Akzeptanz des Detektors benötigt, die mit Hilfe von simulierten Ereignissen¹ bestimmt wird. Zusätzlich können mit der Simulation auch mögliche Untergrundereignisse untersucht werden (s. Kap. 3.1.2). Die Rohdaten der gemessenen und simulierten Ereignisse werden dann rekonstruiert, so daß die Viererimpulse der Teilchen berechnet werden können. Abschließend wird nach sekundären Vertizes gesucht. Mit diesen Informationen lassen sich durch geeignete Schnitte (s. Kap. 3.4) die Ereignisse der zu untersuchenden Datensätze auswählen. Es stellte sich jedoch heraus, daß die Kalibration für geladene Teilchen in der zur Verfügung stehenden Software nicht ausreichte. Aus diesem Grund wird vor der eigentlichen Selektion auf eine Rekalibration der entsprechenden Parameter durchgeführt (s. Kap. 3.3). Die für diese Analyse verwendeten Softwarepakete und -versionen sind aus Gründen der Vollständigkeit in Tabelle 3.1 aufgelistet.

Software	Version	Aufgabe
CBOFF	1.30/13	Steuerung der Datenrekonstruktion
LOCATOR	2.01/13	Rekonstruktion geladener Teilchen
CCDBCB	2.05/01	Auswertung der Kalibrations-Datenbank
CBKFIT	3.11/00	Kinematischer Fit
CBGEANT	5.05/11	Simulation der Detektor- und Elektronikeigenschaften
GEANT	3.21/07	Simulation von Teilchen in Materie

Tabelle 3.1: Übersicht über die verwendeten Softwarepakete und deren Versionen.

¹Diese Ereignisse werden im folgenden auch als Monte-Carlo-Ereignisse bezeichnet.

3.1 Simulation der Detektoreigenschaften

Experimente können grundsätzlich nicht mit idealen Detektoren durchgeführt werden, die jedes Teilchen mit hundertprozentiger Wahrscheinlichkeit und Genauigkeit messen können. Bei jedem realen Detektor werden Teilchen je nach Art, Energie und Winkelbereich mit unterschiedlicher Wahrscheinlichkeit gemessen und die Meßgrößen besitzen aufgrund der Detektorauflösung einen Fehler. Um physikalische Aussagen aus den gemessenen Daten extrahieren zu können, müssen die Größe dieser Ungenauigkeiten sowie die Akzeptanz bekannt sein. Die Detektoreigenschaften werden dazu mit dem Softwarepaket CBGEANT simuliert. Dieses baut auf den Möglichkeiten der CERN-Software GEANT auf, das den Weg und Energieverluste der Teilchen in Materie sowie mögliche Zerfälle berücksichtigt. Der Crystal-Barrel-Detektor mit seinen Komponenten ist hierzu in einer Datenbank abgelegt.

Zwischen den Strahlzeiten wird der Detektor gewartet, so daß sich kleine Änderungen der Positionen der Detektorkomponenten zueinander ergeben können. Auch die Lage des Targets bezüglich des Strahlrohres kann sich dadurch verschieben. Zudem kann die Verteilung der Primärvertizes der Ereignisse je nach Strahlposition während der Datennahme variieren. Es zeigte sich, daß sowohl die Lage als auch die Verteilung während einer Strahlzeit als konstant angenommen werden kann. Diese Parameter müssen zunächst aus den Daten extrahiert werden und gehen als Eingangsgrößen in die Simulation ein, damit die simulierten Ereignisse in all ihren Eigenschaften mit den gemessenen übereinstimmen. Im Falle der Annihilation von Antiprotonen in Deuterium wird auch die Impulsverteilung des Zuschauer-Protons [44] simuliert, die aus den Reaktionen $\bar{p}d \rightarrow X^0$ n extrahiert wurde. Dabei muß die Masse von X^0 möglichst gut mit der Masse der Mesonen K $\bar{K}\pi$ des zu untersuchenden Datensatzes übereinstimmen, um die richtige Impulsverteilung zu erhalten. Dieser Impuls spielt bei der Selektion als Schnittkriterium eine wichtige Rolle (s. auch Kap. 4.1); daher muß in den simulierten Daten eine Verteilung generiert werden, die der der experimentellen Daten entspricht.

Nach Angabe dieser Informationen wird eine ausreichend hohe Anzahl an Monte-Carlo Ereignissen erzeugt und mit dem gleichen Analyseprogramm untersucht. Damit werden sie den gleichen Schnitten unterworfen, wie die gemessenen Daten. Nicht simuliert wird dabei die physikalische Dynamik des Datensatzes, die erst bei der später folgenden Partialwellenanalyse bestimmt wird.

3.1.1 Extraktion der Akzeptanz und der Kalibrationskonstanten

Die Auswertung der simulierten Daten ermöglicht nun Korrekturen der gemessenen Daten, wenn man voraussetzt, daß die Simulation die experimentelle Situation ausreichend genau beschreibt. Da bei simulierten Daten bekannt ist, welche Impulse und Teilchenarten im Detektor generiert werden, kann die Systematik der Rekonstruktion überprüft werden. Es kann zudem getestet werden, ob Teilchen richtig identifiziert werden und die für diese Analyse wichtige Voraussetzung erfüllt ist, daß das richtige $\pi^+\pi^-$ -Paar aus dem Zerfall des K_S gefunden wird. Desweiteren läßt sich überprüfen, ob die gemessenen Impulse mit den tatsächlich generierten Impulsen übereinstimmen. Eine Rekalibration der gemessenen Parameter auf die ursprünglichen Impulse verbessert die Qualität der Daten, wie in Kapitel 3.3.3 gezeigt wird.

Eine weitere Aufgabe der Simulation ist es, die Rekonstruktionswahrscheinlichkeit von Ereignissen für jede kinematische Situation zu bestimmen. Da die Analyse der Daten schließlich durch Auswertung eines Dalitz-Plots (s. Kap. 4.2.1) erfolgt, muß die Akzeptanz für jeden Punkt möglichst genau bestimmt werden. Der Datensatz läßt sich dadurch so präparieren, als wäre er, abgesehen von der Auflösung, mit einem idealen Detektor gemessen.

3.1.2 Simulation zur Untergrundabschätzung

Eine weitere sehr wichtige Aufgabe der Simulation ist die Möglichkeit der Untergrundabschätzung. Andere Zerfallskanäle, deren Topologie den gesuchten Kanälen sehr ähnlich ist, können generiert werden. Gehen bei diesen Ereignissen Teilchen verloren oder werden falsch rekonstruiert, so ist es vorstellbar, daß diese dann fälschlicherweise als richtige Ereignisse ausgewählt werden. Um dies zu überprüfen, werden auch diese Untergrunddaten durch die Analysekette geschickt und im Idealfall kann keines dieser Ereignisse die gesamte Kette durchlaufen, da dann meist die Gesamtenergie oder der Impuls nicht erhalten sind. Im Falle dieser Selektion erfolgt eine gute Unterdrückung des Untergrunds, wenn keine invariante Masse eines $\pi^+\pi^-$ -Paares einem K_S entspricht oder beide Spuren keinen gemeinsamen sekundären Vertex außerhalb des Vertex-Detektors haben. Die untersuchten Untergrundkanäle werden in Kapitel 3.7 vorgestellt.

3.2 Rekonstruktion der Teilchen

Mit dem Crystal-Barrel-Detektor können nur ausreichend langlebige geladene und neutrale Teilchen direkt gemessen werden. Dabei wird davon ausgegangen, daß diese innerhalb des Targets erzeugt werden. Kurzlebige Teilchen zerfallen innerhalb des Targets und werden durch ihre Zerfallsprodukte nachgewiesen, z.B. im Fall $\pi^0 \to \gamma\gamma$, in dem das π^0 durch die invariante Masse der beiden Photonen identifiziert wird. Eine dritte Möglichkeit besteht darin, daß die Teilchen eine so lange Lebensdauer haben, daß sie z.B. innerhalb der JDC zerfallen. Dann ist es möglich, den sekundären Vertex zu finden und dadurch verbesserte Parameter für den Impuls zu erhalten.

Zu den geladenen Teilchen gehören die Protonen, Kaonen (K^{\pm}) , Pionen (π^{\pm}) und auch die Leptonen (μ^{\pm}, e^{\pm}) , deren Spuren mit Hilfe der JDC gemessen werden. Bei sehr niedrigen Impulsen werden diese Teilchen jedoch so stark abgebremst, daß sie das Target nicht verlassen können und daher nicht rekonstruiert werden². Im Fall der neutralen Teilchen können Photonen, Neutronen und auch langlebige Kaonen (K_L) mit dem Kalorimeter nachgewiesen werden. Jedoch haben die Neutronen und Kaonen eine deutlich geringe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit und hinterlassen unter Umständen keinen Energieeintrag im Kalorimeter.

 $^{^2 {\}rm Man}$ spricht dabei auch von missing particles. In dieser Analyse ist dies für das nicht nachgewiesene Proton der Fall.

Zusätzlich zu den neutralen Teilchen haben auch die geladenen Teilchen einen Energieeintrag im Kalorimeter zur Folge, der dann einer Spur zugeordnet wird. So lassen sich neutrale und geladene Einträge trennen (s. Kap. 3.2.3).

Im folgenden wird die Rekonstruktion der neutralen und geladenen Teilchen, sowie die Bestimmung der sekundären Vertizes im Detail beschrieben.

3.2.1 Nachweis neutraler Teilchen

Die von der Ausleseelektronik gelieferten Digitalisierungen der Kristalle werden zunächst mit Hilfe von Kalibrationstabellen in Energien umgerechnet. Zur Rauschunterdrückung muß diese Energie größer als 1 MeV sein. Im nächsten Schritt werden die einzelnen Kristalle zu *Clustern* zusammengesetzt, indem man, ausgehend von den Einträgen höchster Energie, alle daran angrenzenden Einträge zusammenfügt. Es ist möglich, daß ein Cluster nicht nur von einem Teilchen erzeugt wird, sondern daß sich zwei Schauer überlappen. Dazu wird nach lokalen Maxima im Cluster gesucht. Existiert nur ein Maximum, so wird die gesamte Energie einem Teilchen zugeordnet. Andernfalls wird die Gesamtenergie entsprechend der Anteile der Zentralkristalle und derer direkten Nachbarn³ aufgeteilt. Dabei gilt für die Energie:

$$E_i = \frac{E_{9i}}{\sum_{j=1}^n E_{9j}} \cdot E_{Cluster}$$

Diese so gewonnenen Summen werden *Particle Energie Deposits* (PED) genannt und entsprechen der deponierten Energie eines Teilchens, wobei allerdings noch nicht feststeht, ob das PED auf ein neutrales oder geladenes Teilchen zurückzuführen ist. Diese Entscheidung wird von der globalen Rekonstruktion durchgeführt.

3.2.2 Nachweis geladener Teilchen

Die Digitalisierungen der in der JDC gemessenen Treffer werden zunächst zu Spuren zusammengefaßt. Besteht eine Spur dann aus mehr als drei Punkten, wird an die in die r- ϕ -Ebene projizierten Punkte eine Kreisfunktion angepaßt, indem die z-Komponente vernachlässigt wird. Dabei kann durch die abwechselnd versetzten Signaldrähte auch festgelegt werden, auf welcher Seite der Drähte die Spur entlangläuft, da die entsprechende Lösung eine deutlich bessere Anpassung an die Treffer liefert. Die Parameter dieser Lösung werden dann als Startwerte einer Anpassung benutzt, die die Spurpunkte inklusive der z-Komponente mit einer Helix beschreibt. Damit ist der Impuls der geladenen Teilchen bestimmt und der Schnittpunkt der Spur mit dem Kalorimeter wird für die globale Rekonstruktion extrapoliert.

³Die Summe des Zentralkristalls und der direkten acht Nachbarn wird als E_9 bezeichnet.

3.2.3 Globale Rekonstruktion

Die globale Rekonstruktion legt fest, welche PED's geladenen oder neutralen Teilchen zuzuordnen sind. Dazu werden alle PED's, die keinen Schnittpunkt mit einer Spur haben, den neutralen Teilchen zugeschrieben. Weitere Korrekturen ergeben sich durch die Untersuchung, ob es sich bei den PED's möglicherweise um *split-offs* handelt, die durch Sekundärprozesse der wechselwirkenden geladenen Teilchen entstehen [45], oder durch Schauerfluktuationen erzeugt werden [46]. Entstehen bei den Sekundärprozessen Neutronen, so können diese sehr weit vom primären Wechselwirkungspunkt einen weiteren Energieeintrag erzeugen. Diese können durch einen Schnitt auf das Verhältnis von Zentralkristall und E_9 gefunden werden. In allen Fällen werden diese PED's entsprechend markiert, so daß der Benutzer diese Teilcheneinträge verwerfen kann. Für geladene und neutrale Teilchen werden dann die Viererimpulse berechnet und in eine Datenbank eingetragen, so daß der Benutzer direkt auf die benötigten Informationen für alle Teilchen zugreifen kann. Für geladene Teilchen wird dabei zunächst angenommen, daß es sich um Pionen handelt. Dies hat zur Folge, daß der Viererimpuls eines später als K⁻ identifizierten Teilchens im Datensatz K_SK⁻ π^0 aus dem zuvor bestimmten berechnet werden muß.

3.2.4 Vertex-Rekonstruktion im geladenen Fall

Die Aufgabe der Vertex-Rekonstruktion ist es, einen Punkt zu finden, an dem relativ langlebige Teilchen wie z.B. $K_S \rightarrow \pi\pi$ zerfallen sind. Dabei muß man zwischen Zerfällen in geladene und neutrale (s. Kap. 3.2.5) Teilchen unterscheiden. Bei Zerfällen in geladene Teilchen kann so die Auflösung verbessert werden, da ein gemeinsamer Punkt für beide Spuren die Wahl der Spurparameter einschränkt. Dazu wird jeder Spur zunächst ein eigener Vertex zugeordnet. Dieser Vertex ist entweder der Punkt der Helix, der dem Targetmittelpunkt⁴ am nächsten liegt oder bei Spuren, die in der dritten Lage der JDC oder weiter außerhalb beginnen, der erste gemessene Punkt innerhalb der JDC. Danach werden zwei Spuren, deren Ladungssumme gleich Null ist, kombiniert und es wird nach einem Punkt gesucht, der für beide als gemeinsamer Vertex in Betracht kommt. Eine genaue Beschreibung dieses Algorithmus findet man in [47]. Eine Verbesserung wird noch erreicht, indem bei der Suche der zu kombinierenden Spuren noch gefordert wird, daß entweder beide einen Treffer im Vertex-Detektor haben oder keine der beiden Spuren. Läßt sich zu einer Spur keine weitere finden, mit der sie einen gemeinsamen Vertex hat, wird der ursprüngliche Vertex genommen.

Bei der Verteilung der Primärvertizes in den Rohdaten sind bei den experimentellen Daten in Abbildung 3.2 deutliche Einträge von Annihilationen vor dem Target zu sehen, die jedoch später bei der Selektion verworfen werden. Diese Ereignisse stammen von Annihilationen, die im Material der Targethülle und des Eingangszählers stattfinden. Ein weiterer Effekt, der in Abbildung 3.1 zu sehen ist, ergibt sich durch die Einstellung des Triggers. Dabei kann es passieren, daß zwei Spuren dasselbe Modul des SVX treffen und das Ereignis somit aufgezeichnet wird. Der Treffer wird jedoch nur einer Spur zugeordnet, so daß bei falscher

⁴Der Targetmittelpunkt wird durch Kalibration mit kolinearen Spuren bestimmt, die ohne Magnetfeld gemessen werden. Für die Strahlzeit der untersuchten Daten ergab sich x = -0.319 cm, y = -0.012 cm und z = -0.5 cm.



Abbildung 3.1: Rekonstruierte Primärvertizes in der xy-Ebene. Zur besseren Orientierung sind der Targetmittelpunkt und die Position des Vertex-Detektors eingezeichnet. Deutlich zu erkennen ist die Verschiebung des Targets und des Vertex-Detektors relativ zum Koordinatensystem des Kalorimeters.

Zuordnung die andere Spur mit keiner anderen kombiniert wird. Dadurch kann der Vertex dieser Spur weit außerhalb in der JDC liegen, wenn es sich um ein Pion aus dem Zerfall eines Kaons handelt. Diese Ereignisse sind jedoch stark unterdrückt und spielen nach der Selektion keine Rolle mehr.

Ein sekundärer Vertex außerhalb des Vertexdetektors kann außer durch den Zerfall eines K_S in $\pi^+\pi^-$ auch durch Photokonversion von $\gamma \rightarrow e^+e^-$ erzeugt werden. Dieser Effekt ist in Abbildung 3.12 zu sehen. Die deutliche Anhäufung von Ereignissen mit einem sekundären Vertex innerhalb des Targets (Abb. 3.3) bei den simulierten Daten ergibt sich jedoch dadurch, daß bis zu diesem Zeitpunkt der Rekonstruktion nicht auf genau einen Treffer im Vertexdetektor geschnitten worden ist, wie es bei den experimentellen Daten durch den Trigger der Fall ist.



Abbildung 3.2: z-Koordinate der Primärvertizes. Bei den experimentellen Daten sieht man die Annihilationen der Antiprotonen vor dem eigentlichen Targetmittelpunkt, die im Material der Targethülle und des Eingangszählers stattfinden.


Abbildung 3.3: Rekonstruierte sekundäre Vertizes zweier Spuren, die den Zerfall $K_S \to \pi^+ \pi^$ enthalten. Zu sehen ist die Anhäufung von Ereignissen mit Vertizes außerhalb des Vertexdetektors sowie das davon getrennte Untergrundsignal innerhalb. Bei den Monte-Carlo Ereignissen ist mehr Untergrund vorhanden, da der Hardware-Trigger später simuliert wird.

3.2.5 Vertex-Rekonstruktion im neutralen Fall

Zerfällt ein K_S , wie im Datensatz $K_S K_S \pi^0$, in zwei neutrale Pionen, so fällt auf, daß die zunächst rekonstruierte invariante Masse aller vier Photonen die Tendenz hat, systematisch unter dem erwarteten Wert zu liegen. Dies liegt daran, daß das K_S vor seinem Zerfall einige cm zurückgelegt haben kann. Dann ist die Annahme, daß die neutralen Kalorimetereinträge von Photonen aus dem Target hervorgerufen werden, nicht mehr gültig. Dies hat zur Folge, daß die Winkel zwischen den Photonen systematisch zu klein gemessen werden, was sich direkt auf die invariante Masse des K_S auswirkt.

Die Möglichkeit diesen Vertex zu bestimmen, besteht darin, einen Punkt innerhalb des Detektors zu finden, an dem das K_S zerfallen sein könnte. Für diesen Punkt gilt, daß die invarianten Massen des K_S und der Pionen für je zwei Photonen möglichst nah bei ihrer wahren Masse liegen. Zudem muß der sekundäre Vertex in Richtung des Impulses des zerfallenen K_S liegen. Diese Richtung ist durch die Impulssumme der vier Photonen vorgegeben.

Da für ein PED nur die Richtung und der Impulsbetrag für den Benutzer gespeichert ist, aber kein Durchstoßpunkt mit dem Kalorimeter angegeben wird, muß dieser zunächst aus den Rohdaten und den Datenbanken der Kalorimetergeometrie für jedes der vier PED's berechnet werden. Dann lassen sich für jeden Punkt \vec{v}_i im Detektor neue Impulsvektoren für die Photonen ermitteln, ohne den Betrag zu ändern. Diese neuen Impulsvektoren werden benutzt, um die invarianten Massen des K_S und der beiden Pionen zu überprüfen. Mit Hilfe der Angabe eines χ_i^2 für einen beliebigen möglichen Ort des Vertizes \vec{v}_i kann so die optimale Lösung gefunden werden. Zu bemerken ist, daß dieses Verfahren nur den Gesamtimpuls eines Ereignisses nicht aber die Gesamtenergie ändert. Diese Vertex-Rekonstruktion ist vor allem deswegen wichtig, weil ohne diese Korrektur die falsch gemessenen Impulse bei der kinematischen Anpassung dem Zuschauer-Proton zugeschrieben werden (Abb. 3.5, oben).



Abbildung 3.4: Invariante Masse von Ereignissen mit vier Photonen, die den Zerfall $K_S \to \pi^0 \pi^0$ enthalten. Rechts ist schematisch der Einfluß auf die Winkel skizziert, wobei die Schauer der Photonen im Kalorimeter als rote Kreise angedeutet sind. Legt das K_S eine Wegstrecke (rote Linie) zurück und zerfällt dann in $\pi^0 \pi^0$, so ergeben sich die schwarzen Linien als Flugstrecken der Photonen der zerfallenen Pionen. Geht man davon aus, daß die Photonen aus dem Target (grün) kommen, so erhält man die graue gestrichelte Linie als Flugstrecke und damit auch die zu kleinen Winkel.



Abbildung 3.5: Abhängigkeit der invarianten Massen vom Impuls des Zuschauer-Protons vor (oben) und nach (unten) der Einführung des Vertexfits. Die Fehlerbalken stellen die Mittelwerte der Impulsverteilung für die entsprechenden Massen dar. An diese Mittelwerte wird eine Ausgleichsgerade angepaßt. Man sieht, daß die Abhängigkeit nach der Vertexkorrektur vernachlässigbar ist, während man ohne Vertexkorrektur durch den Schnitt auf den Impuls die Verzweigungsverhältnisse beeinflußt hätte.



Abbildung 3.6: Vergleich der erzeugten mit den rekonstruierten Vertizes des Zerfalls $K_S \to \pi^0 \pi^0$. Von links nach rechts sind jeweils x-, y- und z-Koordinate der Vertizes aufgetragen. Lediglich bei sehr kleinen Abständen des Zerfalls vom Primärvertex wird der Abstand teilweise etwas zu groß angenommen.

Uberprüft wird dieses Verfahren mit Monte-Carlo-Ereignissen, bei denen bekannt ist, an welcher Stelle im Detektor das K_S wirklich zerfallen ist. Einen Vergleich der Rekonstruktion mit diesem Verfahren und dem gewürfelten Zerfallsort zeigt Abbildung 3.6. Nur für sehr kleine Abstände des Zerfalls vom Primärvertex erhält man bei einigen Ereignissen einen zu großen Wert für den Radius.

Aus der Vertex-Verteilung läßt sich zudem die Lebensdauer des K_S bestimmen. Der Vergleich zeigt, daß nicht nur bei den Monte-Carlo-Ereignissen, sondern auch bei realen Daten die Lebensdauer rekonstruiert (Abb. 3.7) und der Zerfallsvertex bestimmt werden kann. Der Literaturwert der Lebensdauer beträgt $c\tau = 2.6762$ cm. Da die Wahrscheinlichkeit P(r), daß ein K_S mit Impuls p nach der Entfernung r zerfallen ist, $e^{-\frac{m}{|p|}\cdot\frac{r}{\tau}}$ beträgt, läßt sich τ durch Auftragen von $\frac{m}{|p|} \cdot r$ und Anpassung an eine Exponentialfunktion bestimmen. Die rekonstruierten Lebensdauern betragen für Monte-Carlo-Daten $c\tau = (3.53 \pm 0.04)$ cm und für experimentelle Daten $c\tau = (3.55 \pm 0.06)$ cm. Diese beiden Werte sind etwa 30% größer als der Literaturwert, da das Verfahren kleine Radien der sekundären Vertizes überschätzt. Jedoch reicht die Genauigkeit aus, um die ungewünschte Korrelation zwischen Proton- und Kaonimpuls zu verhindern (Abb. 3.5 unten).



Abbildung 3.7: Zerfallswahrscheinlichkeit P(r) des K_S aus rekonstruierten Monte-Carlo-Ereignissen (links) und gemessenen Daten (rechts).

3.3 Rekalibration des Detektors

Im Laufe der Selektion zeigte sich, daß die Impulse der geladenen Spuren nicht richtig kalibriert waren, da die invariante Masse des $\pi^+\pi^-$ -Paares aus dem Zerfall des K_S zu niedrig lag und eine deutliche Asymmetrie zugunsten niedriger Massen zeigte (Abb. 3.8).

Die erforderlichen Korrekturen betreffen die Länge der effektiven Drahtlänge der JDC sowie die Stärke des Magnetfelds. Da die Änderung der Kalibrationskonstanten auch die Rekonstruktion der Rohdaten beeinflußt, muß die Rekonstruktion aller Daten nach der Bestimmung der Korrekturen erneut durchgeführt werden.



Abbildung 3.8: Invariante K_S -Masse vor (links) und nach (rechts) der Rekalibration. Vor der neuen Kalibration liegt die invariante Masse des K_S deutlich unter dem erwarteten Wert von $497.67 MeV/c^2$ und ist nicht symmetrisch um den Mittelwert verteilt. Nach der Rekalibration ergibt sich ein schmaleres, symmetrisches Signal, das bei der erwarteten Masse liegt.

3.3.1 *z*-Kalibration

Wie sich herausstellte, wurde die effektive Drahtlänge l_0 der Driftkammer bei der ursprünglichen Kalibration als zu kurz bestimmt. Die z-Komponente eines Treffers in der JDC wird mit Hilfe von Ladungsteilung mit folgender Formel bestimmt:

$$z = z_0 + l_0 \frac{A_l - A_r}{A_l + A_r}$$

Dabei sind A_l und A_r die links und rechts gemessenen Amplituden, z_0 und l_0 die Kalibrationskonstanten.

Dies hat bei zu kleinem l_0 zur Folge, daß die Werte der z-Komponenten von Ort und Impuls zu klein gemessen werden. Abgesehen davon, daß auch das Zusammenführen von Spuren und



Abbildung 3.9: Abhängigkeit der invarianten Masse des K_S vom Anteil des relativen Impulses der Pionen in z-Richtung. Unten rechts sind die z-Abhängigkeiten gegen den Skalierungsfaktor f_l aufgetragen.

deren PED's im Kalorimeter für große z-Anteile immer schlechter funktioniert, verringert sich der Winkel zwischen zwei Spuren, wenn der zu klein gemessene Anteil des Impulses in z-Richtung groß ist im Vergleich zum Gesamtimpuls. Dies bewirkt eine geringere invariante Masse des $\pi^+\pi^-$ -Paares.

Um den wahren Wert für die Drahtlängen zu finden, werden sie mit einem Faktor f_l skaliert, ein Teil der Daten wird unter Verwendung dieser neuen Kalibration rekonstruiert und die Abhängigkeit der invarianten Masse vom z-Anteil untersucht. Dazu plottet man die invariante Masse des K_S gegen $p_z(\pi^+)/p_{tot}(\pi^+) - p_z(\pi^-)/p_{tot}(\pi^-)$ (s. Abb. 3.9) und bestimmt für alle Skalierungsfaktoren die z-Abhängigkeit durch Anpassen einer Geraden an die Schwerpunkte der invarianten Masse. Die Ergebnisse dieser Anpassungen werden dann gegen den Skalierungsfaktor aufgetragen und wieder mit einer Geraden angepaßt. Da die invariante Masse des K_S unabhängig von der Richtung sein muß, kann man den Faktor ablesen, bei der die Abhängigkeit gerade gleich Null ist.

Ebenso wie für die experimentellen Daten läßt sich dieser Skalierungsfaktor auch für die simulierten Daten bestimmen. Dabei ergibt sich jedoch innerhalb der Fehler ein Wert von Eins, so daß nur die gemessenen Daten mit einem Skalierungsfaktor der Drahtlängen von 1.06039 korrigiert werden. Wie erwartet, ist das K_s -Signal danach symmetrisch um den



Abbildung 3.10: Kalibration des Magnetfeldes. Deutlich ist die lineare Abhängigkeit der invarianten Masse des K_S von der Skalierung des Magnetfelds zu sehen.

Mittelwert verteilt, liegt jedoch noch nicht beim Literaturwert der Masse.

3.3.2 Kalibration des Gesamtimpulses

Ebenso wie die Drahtlänge läßt sich auch das Magnetfeld skalieren, wodurch die gemessenen Impulse variiert werden und damit auch die invariante Masse des $\pi^+\pi^-$ -Paares. Durch den Vergleich mit dem Literaturwert der Masse des K_S läßt sich der notwendige Faktor ablesen. Die Korrektur der Gesamtimpulse fällt wesentlich geringer aus als die der Drahtlängen. Es ergibt sich ein Skalierungsfaktor von 1.00936 für die gemessenen Daten und 1.00361 für die simulierten Daten. Die Korrektur für Monte-Carlo-Ereignisse ist darauf zurückzuführen, daß für die Rekonstruktion mit einem effektiven mittleren Magnetfeld gerechnet wird, während bei der Erzeugung dieser Ereignisse eine gemessene Feldkurve des Magneten benutzt wird. Nach dieser Korrektur ist das K_S-Signal symmetrisch und um den Literaturwert von 497.67 MeV/c² verteilt.

3.3.3 Impulsabhängige Korrektur

Eine letzte Verbesserung der Auflösung des K_s -Signals bietet die Simulation. Mit Hilfe der Monte-Carlo-Daten ist es möglich, den rekonstruierten Impuls mit dem eigentlich generierten zu vergleichen. Unter der Annahme, daß die Simulation den Energieverlust der Teilchen im Detektor richtig beschreibt, läßt sich so der Impuls der Teilchen korrigieren. Dazu wird der Impulsbereich in mehrere Bereiche eingeteilt und der Schwerpunkt der Abweichung mit Hilfe einer Gauß-Funktion bestimmt. Entscheidend ist, daß der rekonstruierte Impuls als Referenz verwendet wird, da bei den experimentellen Daten kein generierter Impuls zur Verfügung steht.



Abbildung 3.11: Impulskorrektur der K^- -, π^+ - und π^- -Spuren. Aufgetragen ist die relative Abweichung vom generierten Impuls ($\Delta p/p$) gegen den rekonstruierten Impuls p.

An das Ergebnis dieser Abweichungen wird dann die Funktion

$$e^{(a_0+a_1\cdot p)} \cdot (a_2+a_3\cdot p+a_4\cdot p^2)$$

angepaßt (Abb. 3.11) und die Impulse der Spuren vor dem kinematischen Fit dementsprechend korrigiert. Die Ergebnisse der Anpassungen sind in Tabelle 3.2 aufgelistet.

Teilchen			Parameter		
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
K^-	1.514	$-0.2235 \cdot 10^{-1}$	$0.3075 \cdot 10^{-1}$	$-0.1055 \cdot 10^{-3}$	$0.8765 \cdot 10^{-7}$
π^+	-1.734	$-0.2226 \cdot 10^{-1}$	$-0.1509 \cdot 10^{-2}$	$-0.1822 \cdot 10^{-5}$	0.0
π^{-}	-1.729	$-0.2339 \cdot 10^{-1}$	$0.1477 \cdot 10^{-2}$	$-0.5630 \cdot 10^{-5}$	0.0

Tabelle 3.2: Ergebnisse der Anpassungen zur Rekalibration des Impulses der geladenen Teilchen in Abhängigkeit des rekonstruierten Impulses.

3.4 Selektion der Ereignisse

Im folgenden werden nun die Schnitte beschrieben, die aus den Rohdaten die Ereignisse auswählen, die zu den gesuchten Datensätzen gehören. Zur Verfügung stehen dabei 6.8 Millionen Ereignisse der Rohdaten aus der Strahlzeit von April 96, die mit einem speziellen Trigger aufgezeichnet wurden, der im folgenden Kapitel beschrieben wird. Zudem wurden 4.5 Millionen bzw. 4.0 Millionen Monte-Carlo-Ereignisse der Datensätze $K_S K^- \pi^0$ bzw. $K_S K_S \pi^$ generiert.

Zunächst werden die Rohdaten von Band gelesen und die einzelnen geladenen und neutralen Teilchen rekonstruiert. Dem Benutzer stehen dann alle notwendigen Informationen wie Impuls und Energie aller Teilchen zur weiteren Selektion zur Verfügung. Zudem kann diesen Daten entnommen werden, wieviele und welche Detektorkomponenten angesprochen haben, um ein Teilchen zu rekonstruieren.

3.4.1 Hardware-K_S-Trigger

Die erste Selektion der gewünschten Daten findet schon während der Datennahme statt. Durch einen entsprechend eingestellten Trigger (ksdm4.default⁵) werden nur solche Ereignisse auf Band geschrieben, die der gewünschten Topologie entsprechen. Da dies bei den Monte-Carlo-Ereignissen nicht der Fall ist, müssen die Entscheidungen des Triggers bei diesen Daten nachträglich bei der Selektion hinzugefügt werden.

Um die Totzeit des Triggers zu minimieren, wurden zwei verschiedene Ereignistypen parallel aufgezeichnet (*mixed*). Dies sind die in dieser Analyse verwendeten Ereignisse des Typs $1 \rightarrow 3/5 \rightarrow X$ sowie der hier nicht selektierte Typ $0 \rightarrow 0/2 \rightarrow 2/4$. Das bedeutet im ersten Fall, daß Ereignisse angereichert werden, bei denen eine Spur im Vertexdetektor, drei oder fünf Spuren in den mittleren Lagen der JDC und eine beliebige Anzahl von Spuren in den äußeren Lagen vorhanden sind. Aus den gespeicherten Informationen des Triggers kann nachträglich ausgelesen werden, welcher Ereignistyp ausgewählt wurde. Bei den Monte-Carlo-Ereignissen werden die Rohdaten der JDC benutzt, um den Trigger nachzubilden.

3.4.2 Diskussion der Schnitte

Zur Selektion der Datensätze $\bar{p}d \rightarrow K_S K^- \pi^0 p$ und $\bar{p}d \rightarrow K_S K_S \pi^- p$ werden Ereignisse mit drei Spuren ausgewählt, wobei die Spuren mindestens fünf Ansprecher in der JDC haben müssen. Zudem wird die Bedingung gestellt, daß mindestens eine lange Spur⁶ (K⁻ oder π^-) existiert. Durch Selektion von Ereignissen mit drei Spuren wird sichergestellt, daß das Zuschauer-Proton nicht nachgewiesen wird. Es werden also zwei negative und eine positive Spur gemessen, so daß die Ladungssumme gleich der einer negativen Spur sein muß.

Ereignisse, bei denen ein Cluster weniger als 20 MeV enthält oder ein Cluster sein lokales Maximum in einem Randkristall (Type 13) erreicht, werden nicht berücksichtigt, um Ereignisse mit fehlender Energie zu verwerfen. Weiterhin werden nun zwei (π^0) oder vier ($K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0$) Photonen gefordert, die nicht als Schauerfluktuation gekennzeichnet sein dürfen.

Als nächstes wird ein erfolgreicher Vertex-Fit gefordert. Dies bedeutet, daß es zwei Vertizes gibt, einen mit einer einzelnen Spur und einen weiteren mit zwei zugeordneten Spuren. Nur eine Spur darf einen Treffer im Vertexdetektor haben. Aus der Forderung, daß nur Spuren mit oder ohne einen solchen Treffer zu gemeinsamen Vertizes kombiniert werden dürfen, ist das $\pi^+\pi^-$ -Paar, in das das K_S zerfallen ist, eindeutig identifiziert. Die andere Spur ist dann je nach Datensatz das K⁻ oder das π^- . Daß dieses Verfahren gut funktioniert, läßt sich an den invarianten Massen der beiden möglichen $\pi^+\pi^-$ -Paare zeigen. Abbildung 3.12 zeigt die invarianten Massen beider Kombinationen; die vom Vertexfit ausgewählte Lösung und die

⁵Die Bezeichnung des Triggers leitet sich ab von $\mathbf{k_{S}}$ -deuterium-mixed

⁶Dies bedeutet, daß der erste Ansprecher in der JDC in den Lagen 1-3 und der letzte Ansprecher in den Lagen 21-23 liegt.



Abbildung 3.12: Invariante Massen der möglichen Kombinationen der Spuren. Links sind beide Kombinationen geplottet. In der Mitte die Lösung, die der Vertexfit findet. Rechts sieht man, daß die andere Kombination kein Signal enthält. Das Signal an der Schwelle stammt von γ -Konversionen in e^+e^- -Paare, das größte Signal von den gesuchten K_S-Zerfällen (siehe Text).

der Paarung des π^+ mit der anderen Spur. Deutlich zu sehen ist, daß bei der falschen Lösung kein Signal des K_S in der invarianten Masse zu sehen ist, während die richtige Lösung bis auf Ereignisse durch γ -Konversion⁷ in e^+e^- nahezu untergrundfrei ist.

Für den Datensatz $K_SK^-\pi^0$ wird der Viererimpuls der einzelnen Spur nun von einem $\pi^$ auf ein K^- umgerechnet, so daß man die richtige Gesamtenergie erhält. Abschließend wird ein grober Schnitt auf die Gesamtenergie gemacht, so daß nur Ereignisse, die innerhalb von 150 MeV mit der Energie des pn-Systems übereinstimmen, zur weiteren Bearbeitung benutzt werden. Man sieht in Abbildung 3.13 deutlich die Anhäufung der Ereignisse, deren Gesamtenergie und -impuls mit dem des pn-Systems übereinstimmen. Daneben sind die Bereiche zu sehen, in denen Konkurrenzkanäle auftreten. Diese sind jedoch kinematisch weit von den gesuchten Ereignissen entfernt. Die Linien geben dabei die erwartete Gesamtenergie und die Schnittgrenzen an.

Die Übersicht aller Schnitte und die damit verbundene Abnahme der Statistik zeigt Tabelle 3.3.

⁷Da bei Spuren zunächst angenommen wird, daß es sich um Pionen handelt und der Winkel zwischen e^+ und e^- nahezu Null ist, scheint der Untergrund bei einer invarianten Masse von etwa 280 MeV/c² zu liegen.



Abbildung 3.13: Gesamtimpuls gegen Gesamtenergie der Datensätze. Von links nach rechts jeweils Daten und Monte-Carlo-Ereignisse von $K_S K^- \pi^0$ (oben) und $K_S K_S \pi^-$ (unten). Zu sehen sind in den gemessenen Daten auch die noch vorhandenen Untergrundkanäle. Dies sind im ersten Fall Ereignisse des Typs $K_S K_L \pi^0 \pi^-$, bei denen das K_L nicht nachgewiesen wurde. Im zweiten Fall wird bei der Reaktion $K_S K^- \pi^0 \pi^0$ das K^- falsch als π^- interpretiert, wodurch sich die Gesamtenergie zu kleineren Werten verschiebt.

Selektionskriterium	Statistik			
	Daten		Simulation	
	$K_S K^- \pi^0$	$K_S K_S \pi^-$	$K_S K^- \pi^0$	$K_S K_S \pi^-$
Aufgezeichnete Ereignisse	6.76315 Mil.		4.5 Mil.	4 Mil.
Hardware-Trigger oder JDC-Simulation	4.9120	06 Mil.	1.33376 Mil.	1.4092 Mil.
Genau 3 Spuren	2.2474	45 Mil.	1.01778 Mil.	640825
Keine kurzen Spuren	1.9119	95 Mil.	990565	624656
Mindestens eine lange Spur	1.7872	23 Mil.	969875	612601
Kein Cluster mit $E_{clust} < 20 \mathrm{MeV}$	1.75363 Mil.		949417	596374
Keine Typ 13 Kristalle	1.49593 Mil.		884733	510223
2 und 4 neutrale Teilchen	515469		497599	244189
Gesamtladung = -1	354141		463418	222329
Erfolgreicher Vertex-Fit	247107		301801	147017
Genau eine Spur hat einen SVX-Treffer	223495		196070	94429
Gesamtenergie stimmt auf $\pm 150 \mathrm{MeV}$	105556		172976	78302
Jeweils 2 oder 4 neutrale Teilchen	63178	42378	158095	68110
Vertrauensniveau $> 1\%$				
$\Delta E_{tot} < 150 \mathrm{MeV}$				
$p_{tot} < 400 \mathrm{MeV}$				
Ereignisse im N-Tupel	28325	7519	110826	29957

Tabelle 3.3: Während der Rekonstruktion angewendete Schnitte und die Auswirkungen auf die Statistik.

3.5 Kinematischer Fit

Die verbleibenden Ereignisse werden einer kinematischen Anpassung unterzogen. Dazu wird gefordert, daß jedes Ereignis exakt vorgegebenen Nebenbedingungen (*Constraints*) entspricht, wenn man die gemessenen Parameter der Teilchen entsprechend der vorgegebenen Fehler korrigiert. Die Bedingungen ergeben sich aus Energie- und Impulserhaltung sowie der Masse der Teilchen. Bekannt sind der Anfangsimpuls und die Energie des Systems aus Antiproton und Neutron. Ebenso muß die invariante Masse der beiden Pionen genau ein K_S ergeben. Weitere Bedingungen sind, daß je zwei Photonen aus dem Zerfall eines neutralen Pions stammen und daß bei zwei neutralen Pionen diese wiederum aus dem Zerfall eines weiteren K_S stammen. Damit ist die Reaktion überbestimmt und der Impuls des Zuschauer-Protons, das nicht gemessen wurde, kann nachträglich bestimmt werden.

Die kinematischen Anpassungen werden nach der Anzahl der *Constraints* klassifiziert. Beim Datensatz $K_S K^- \pi^0$ sind dies sechs Bedingungen, jedoch ergibt sich ein 3C-Fit, da der Impuls des Protons ebenfalls durch die Anpassung bestimmt werden muß. Bei der Untersuchung von $K_S K_S \pi^-$ sind die invarianten Massen der Pionen, die aus dem Zerfall des K_S stammen, sowie die Masse des K_S selber zur Bestimmung des Vertizes benutzt worden, so daß man anstelle eines 4C-Fits eine 1C-Anpassung erhält.

Die überprüften Hypothesen sind in Tabelle 3.4 gelistet. Der kinematische Fit benutzt zur Anpassung für neutrale Teilchen die Parameter⁸ ϕ , θ und \sqrt{E} sowie Ψ , $1/P_{xy}$ und $\tan(\lambda)$ der geladenen Teilchen. Die sich ergebende Variation der Parameter wird, normiert auf den Fehler, *Pull* genannt. Schwanken die gemessenen Parameter mit einem realistischen Fehler um den wahren Wert, so ergibt sich für die *Pulls* eine Gaußverteilung mit dem Mittelwert Null und einer Breite von $\sigma = 1$. Abweichungen der Breite von Eins deuten darauf hin, daß die angenommenen Fehler nicht die richtige Größe besitzen, Abweichungen der Pulls vom Mittelwert Null bedeuten, daß die Parameter nicht richtig kalibriert sind.

$K_S K^- \pi^0$	$K_S K_S \pi^-$
$\pi^{+}\pi^{-}\pi^{-}\gamma\gamma^{*}$ $\pi^{+}\pi^{-}\pi^{-}\pi^{0*}$ $K_{S}K^{-}\gamma\gamma$ $K_{S}K^{-}\eta^{*}$ $K_{S}K^{-}\pi^{0}$	$\begin{array}{l} \pi^{+}\pi^{-}\pi^{-}\gamma\gamma\gamma\gamma\\ \pi^{+}\pi^{-}\pi^{-}\pi^{0}\pi^{0}\\ K_{S}K^{-}\gamma\gamma\gamma\gamma\\ K_{S}K^{-}\pi^{0}\pi^{0}\\ K_{S}K_{S}\pi^{-} \end{array}$

Tabelle 3.4: Untersuchte Hypothesen der kinematischen Anpassung. Die mit einem * gekennzeichneten Hypothesen sind Untergrundkanäle. Die letzte ist der gesuchte Ereignistyp.

Es wird auch getestet, ob Ereignisse zu einem Untergrundkanal gehören können, indem diese Kanäle als zusätzliche Hypothesen in den kinematischen Fit aufgenommen werden. Dies erlaubt den Untergrund später aus dem gewünschten Datensatz zu entfernen. Als Ergebnis liefert der kinematische Fit außer den an die Bedingungen angepaßten Parametern ein Vertrauensniveau (*confidence-level*) für jede Hypothese. Dieser Wert gibt an, welcher Anteil der Ereignisse schlechter gemessen wurde, als der untersuchte. Damit liegt dieser Wert immer zwischen Null und Eins und sollte flach verteilt sein, wenn die Annahme von Gauß-verteilten Meßwerten richtig ist und kein Untergrund existiert.

Benutzt werden schließlich nur noch Ereignisse, deren Vertrauensniveau für den gesuchten Ereignistyp größer als 1% ist. Diese werden im PAW-Format⁹ als N-Tupel auf Festplatte geschrieben. Das N-Tupel enthält zu jedem Ereignis einen Vektor, der alle notwendigen Informationen zur Weiterverarbeitung enthält. Dies sind unter anderem auch die Ergebnisse der kinematischen Anpassung. Die weitere Bearbeitung als N-Tupel erlaubt besonders einfach Qualitätstests der Daten vorzunehmen und die endgültigen Schnitte festzulegen.

3.5.1 Ergebnisse des kinematischen Fits

Aufgrund der umfangreichen Rekalibration des Detektors müssen keine weiteren Skalierungen der Werte selber vorgenommen werden. Lediglich die Fehler müssen entsprechend angepaßt werden, um eine Breite der *Pulls* von Eins und eine flache Vertrauensniveau-Verteilung zu erhalten. Die Skalierung der Fehler sind in Tabelle 3.5 protokolliert. Die resultierenden

⁸Die Parameter sind so gewählt, daß die Fehler Gauß-verteilt sind, was für die Impulse in kartesischen Koordinaten nicht ausreichend gilt.

⁹CERN Softwarepaket Physics Analysis Workstation

Parameter	$K_S K^- \pi^0$ -Daten	$\mathrm{K_SK^-}\pi^0\text{-}\mathrm{MC}$	$K_S K_S \pi^-$ -Daten	$K_S K_S \pi^MC$
$(\pi^+) \Psi$	0.75	0.55	0.85	0.6
$(\pi^+) \ 1/P_{xy}$	1.2	0.55	1.15	0.6
(π^+) $\tan(\lambda)$	0.65	0.4	0.75	0.4
$(\pi^-) \Psi$	0.75	0.65	0.85	0.6
$(\pi^{-}) \ 1/P_{xy}$	1.2	0.65	1.15	0.6
$(\pi^{-}) \tan(\lambda)$	0.65	0.4	0.75	0.4
(lange Spur) Ψ	1.0	0.7	1.7	1.6
(lange Spur) $1/P_{xy}$	1.0	0.7	1.7	1.6
(lange Spur) $\tan(\lambda)$	0.75	0.7	1.6	1.6
$(\gamma) \phi$	1.15	1.1	1.1	1.0
$(\gamma) heta$	1.2	1.1	1.1	1.0
$(\gamma) \sqrt{E}$	1.0	1.0	0.3	0.3

Tabelle 3.5: Skalierung der Fehler für den kinematischen Fit. Die lange Spur ist je nach Datensatz das K^- oder das π^- .

Pulls findet man in den Abbildungen 3.21 bis 3.24 am Ende dieses Kapitels. Wie man sieht, ergibt sich eine Breite, die durch den Untergrund minimal größer als Eins ist, während der Mittelwert genau bei Null liegt.

Eine weitere Kontrolle bietet die Vertrauensniveau-Verteilung. Diese soll bis auf den Untergrund, der bei niedrigen Werten angehäuft ist, flach sein. Dies ist, wie man Abbildung 3.14 entnehmen kann, für den Datensatz $K_S K^- \pi^0$ der Fall. Bei der Verteilung im Fall $K_S K_S \pi^-$ sieht man zusätzlich noch eine Erhöhung bei Werten nahe von Eins. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Hypothese $K_S K_S \pi^-$ gefordert wird, die invarianten Massen der verschiedenen Photon-Kombinationen aber schon in den Vertex-Fit des in $\pi^0 \pi^0$ zerfallenden K_S 's eingegangen sind.



Abbildung 3.14: Vertrauensniveau-Verteilung. Links die beiden Verteilungen für Daten und Simulation des Datensatzes $K_S K^- \pi^0$. Rechts entsprechend für $K_S K_S \pi^-$.

3.5.2 Letzte Schnitte zur Qualitätsoptimierung

Offensichtlich ist, daß noch ein Schnitt auf das Vertrauensniveau erfolgen muß. Zudem bieten sich noch weitere Schnitte an, die im folgenden diskutiert werden. Einer der wichtigen Schnitte ist dabei der, der die sekundären Vertizes des Zerfalls $K_S \rightarrow \pi^+\pi^-$ auf Radien in der *x-y*-Ebene größer 1.2 cm beschränkt. Dies gewährleistet, daß der Vertex-Detektor sinnvoll zur Entscheidung beigetragen hat, da bei Vertizes innerhalb des Detektors beide Spuren gemessen sein müßten.

Eine weitere Besonderheit stellt ein Schnitt auf niedrige Impulse des K⁻ dar. Wie sich in älteren Analysen herausstellte [48], kann die Simulation in diesem Impulsbereich die Wechselwirkung des K⁻ mit den Protonen der Detektormaterie nur unzureichend beschreiben. Da die niedrigen Impulse des K⁻ im Dalitz-Plot eine definierte Region darstellen, wäre die Folge eine Asymmetrie, die dann in der Partialwellenanalyse die Ergebnisse verfälschen würde. Dieser Bereich wird daher von der Analyse ausgeschlossen und kann nur noch durch den äquivalenten Fall eines niedrigen Impulses des K_S beschrieben werden. Deutlich zu sehen ist dieser Schnitt in Abbildung 3.17 durch Ausblenden des oberen Bereiches des Dalitz-Plots.



Abbildung 3.15: Grafische Darstellung der angewendeten Schnitte nach dem kinematischen Fit. Die Anzahl der Ereignisse ist logarithmisch geplottet.

Die Schnittbedingungen lauten im einzelnen:

- Ein Vertrauensniveau der geforderten Hypothese > 0.05 für $K_S K^- \pi^0$ bzw. > 0.10 für $K_S K_S \pi^-$.
- Ein Anti-Cut auf das Vertrauensniveau der Hypothese $\pi^+\pi^-\gamma\gamma$ von größer 0.005 für $K_SK^-\pi^0$.
- Ein Anti-Cut auf das Vertrauensniveau der Hypothese $K_S K^- \gamma \gamma \gamma \gamma \gamma$ von größer 0.05 für $K_S K_S \pi^-$.
- Der Impuls des K^- muß größer als 300 MeV/c sein.
- Es darf nur ein Cluster im Vertexdetektor geben. Dies verhindert Untergrund durch nicht zu Spuren zugeordneten Treffern.
- Zur Unterdrückung von zufälligen Treffern durch Rauschen im Vertexdetektor müssen Cluster aus zwei oder mehr *Strips* bestehen.
- Die Flugrichtung des K_S → π⁺π⁻ muß innerhalb 75° mit der Richtung, in der der Zerfallsvertex liegt, übereinstimmen (Abb. 3.15.c). Dadurch werden falsch rekonstruierte Vertizes unterdrückt.
- Der primäre Vertex muß innerhalb des Targets liegen. Dies wird durch einen Schnitt auf einen Radius von 0.6 cm in der *x-y*-Ebene (Abb. 3.15.d) und einen weiteren auf die *z*-Komponente mit $\pm 2 \text{ cm}$ innerhalb des Targetmittelpunkts erreicht.
- Für den sekundären Vertex wird ein entsprechender Radius außerhalb 1.2 cm gefordert (Abb. 3.15.e), so daß dieser außerhalb des Vertexdetektors liegt.
- Die Qualität der Spurrekonstruktion soll ein χ^2 je Freiheitsgrad von zwei oder besser haben.
- Die lange Spur soll in der JDC in den ersten drei Lagen (Abb. 3.15.a) beginnen. Zudem soll keine Spur vor der Lage zehn (Abb. 3.15.b) die JDC verlassen haben.
- Ein Schnitt auf die Geometrie des Vertexdetektors stellt sicher, daß keine sekundären Vertizes durch Teilchen gemessen werden können, die den Vertexdetektor nicht passiert haben (Abb. 3.15.f).
- Die Qualität der Vertexsuche des in $\pi^0 \pi^0$ zerfallende K_S soll ein χ^2 besser als 0.1 bzw. 0.2 für die Simulation bzw. die Daten haben. Da der Vertexfit vor der Skalierung der Fehler durchgeführt wird, muß ein anderer Schnitt für die simulierten Daten gewählt werden. Da die simulierten Daten nicht zur Berechnung eines Verzweigungsverhältnisses benutzt werden, hat dies keine weiteren Auswirkungen. Um Untergrund von anderen $\pi^0 \pi^0$ -Kanälen zu unterdrücken, wird bei kleinem χ^2 geschnitten.

3.5.3 Zuschauer-Impulsverteilung

Das Zuschauer-Proton wird bei der Analyse dieser Datensätze nicht direkt gemessen. Da die Reaktion aber überbestimmt ist, wird der Impuls des Protons durch den kinematischen Fit ermittelt. Ein kleiner Protonimpuls entspricht dabei der gewünschten Annihilation an einem quasi-freien Neutron (s. Kap. 4.1). Nach Kenntnis des Impulses muß jetzt ein Kompromiß zwischen ausreichender Statistik und niedrigem Protonimpuls gefunden werden.

Man sieht, daß in den Daten und der Simulation die gleiche Struktur zu finden ist (Abb. 3.16), so daß auf den Impuls des Protons geschnitten werden kann.



Abbildung 3.16: Impulsverteilung des Zuschauer-Protons für $K_S K^- \pi^0$ (links) und $K_S K_S \pi^-$ (rechts). Die simulierten Ereignisse sind auf die Anzahl der Datenereignisse skaliert und heller (gepunktete Linie) hinter den Daten (durchgezogene Linie) dargestellt.

Ein Schnitt auf einen Impuls von 120 MeV/c liefert abschließend genügend Ereignisse für die folgende Partialwellenanalyse. Man erwartet jedoch möglicherweise einen leicht höheren Anteil von Annihilationen aus den Anfangszuständen, die sich in der P-Welle befinden, verglichen mit einem sonst üblichen Schnitt bei 100 MeV/c.

3.6 Die präparierten Datensätze

Nach allen Schnitten erhält man schließlich die gewünschten Dalitz-Plots für die Daten und die Akzeptanz und kann mit der Partialwellenanalyse beginnen. Die endgültige Statistik beträgt 12434 bzw. 65342 Ereignisse für Daten bzw. Akzeptanz des Datensatzes $K_S K^- \pi^0$ und entsprechend 3003 bzw. 9904 Ereignisse für $K_S K_S \pi^-$.

Zu sehen sind im Datensatz $K_S K^- \pi^0$ (Abb. 3.17) deutlich die sich kreuzenden Bänder des $K^*(892)$, die destruktiv miteinander interferieren. Ansatzweise läßt sich auch die dazu diagonal verlaufende Resonanz $a_2(1320)$ (gestrichelte Linie) erkennen, die die beiden Bänder schneidet. Es sind zudem weitere Ereignisse neben diesen Strukturen zu sehen, deren Ursprung sich jedoch erst mit der Partialwellenanalyse bestimmen läßt. Im Datensatz $K_S K_S \pi^-$ (Abb. 3.18) sind ebenfalls die Strukturen des K^{*}(892) zu erkennen. Diese Bänder werden von mehreren K \bar{K} -Resonanzen überlagert, die in der Partialwellenanalyse genauer untersucht werden.

Zunächst fällt beim Datensatz $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ (Abb. 3.19) auf, daß dieser nicht symmetrisch ist. Diese Asymmetrie liegt an der unterschiedlichen Impulsabhängigkeit der Akzeptanz für geladene und neutrale Kaonen; sie wird von der Simulation reproduziert. Auch hier ist die Resonanz K^{*}(892) offensichtlich. Deutlich zu erkennen sind jedoch zwei weitere Strukturen, die bei einer invarianten KK-Masse von 1320 MeV/c² und 980 MeV/c² liegen. Die erste Struktur läßt sich dem a₂(1320) zuordnen, während die zweite durch ein a₀(980) oder ein K^{*}₂(1430) erzeugt werden kann. Dies wird bei der Partialwellenanalyse genauer untersucht.



Abbildung 3.17: Daten und Akzeptanz für $K_S K^- \pi^0$.



Abbildung 3.18: Daten und Akzeptanz für $K_S K_S \pi^-$.



Abbildung 3.19: Daten und Akzeptanz für $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$.

3.7 Untergrundabschätzung

Natürlich werden bei der Datennahme nicht nur Ereignisse der gewünschten Datensätze, sozusagen das Signal, aufgezeichnet, sondern es ist immer auch Untergrund von anderen Datensätzen möglich. Während der Datenselektion wird der Untergrund in den ausgewählten Ereignissen so weit wie möglich unterdrückt. Da der Untergrund aber möglicherweise nicht mehr vom Signal unterschieden werden kann, wenn er diesem zu ähnlich ist, werden auch diese Ereignisse in den Dalitz-Plot eingetragen. Deshalb bietet sich die Möglichkeit an, mit simulierten Daten den Untergrund in den selektierten Datensätzen abzuschätzen.

3.7.1 Untersuchte Untergrundkanäle

Als mögliche Untergrundkanäle kommen solche in Frage, die im Endzustand auch drei geladene Spuren und zwei oder vier neutrale Teilchen enthalten. Wichtig sind bei dieser Untersuchung insbesondere Ereignisse von Kanälen, die ein deutlich höheres Verzweigungsverhältnis haben, als die beiden untersuchten Datensätze, weil diese bei gleicher Unterdrückung stärker beitragen würden. Da der Detektor nicht den kompletten Raumwinkelbereich abdeckt, können auch Teilchen verloren gehen und man muß zusätzlich noch solche Kanäle mit in Betracht ziehen, die nach Verlust eines Teilchens die vermeintlich richtige Topologie haben. Die untersuchten Ereignistopologien waren dabei folgende:

- $\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$
- $K_S \pi^- \pi^0 K_L^{missing}$
- $\bullet \ \pi^+\pi^-\pi^-\eta$

Von jedem Untergrundkanal wurden 50 000 Ereignisse generiert. Es zeigt sich, daß so wenige Ereignisse die komplette Analysekette durchlaufen, daß in beiden Datensätzen weniger als 0.1% Untergrund zu erwarten ist, der damit vernachlässigbar ist.

3.8 Verzweigungsverhältnisse

Als Rekonstruktionseffizienz ϵ ergibt sich aus den Monte-Carlo-Studien ein Wert von 1.45% für den Datensatz $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0$. Dieser niedrige Wert berücksichtigt auch schon die nicht gemessenen Zerfälle von $K_S \rightarrow \pi^0 \pi^0$. Dieser Wert muß noch um einen Faktor $\frac{1}{2}$ verringert werden, da in den Daten die Annihilationen von $\bar{p}n$ und $\bar{p}p$ zu gleichen Anteilen vorkommen [49]. Bei $n_{data} = 12434$ rekonstruierten Ereignissen im Datensatz erwartet man $N_{data} = n_{data}/0.5\epsilon$ Annihilationen des Typs $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0$.

Während der hier untersuchten Strahlzeit wurden insgesamt 1359336 Minimum-Bias-Ereignisse¹⁰ auf Band geschrieben. Dies ist jedoch nicht genug Statistik, um daraus das Verzweigungsverhältnis zu berechnen, wenn alle Schnitte der Selektion ausgeführt werden. Deshalb werden die Daten und Minimum-Bias-Ereignisse ausgewählt, die nach der Vorselektion und dem kinematischem Fit in ein N-Tupel geschrieben werden und zusätzlich wird nur noch auf einen Radius des sekundären Vertex in der x-y-Ebene größer als 1.3 cm geschnitten¹¹. Wie in Abbildung 3.20 zu sehen ist, zeigen beide Datensätze das gleiche Verhalten für verschiedene Darstellungen, so daß man davon ausgehen kann, daß der Untergrund, falls er in beiden Datensätzen vorhanden ist, den gleichen Anteil hat.

Mit diesen Schnitten erhält man aus den Minimum-Bias-Daten $n'_{minb} = 40$ und aus dem getriggerten Datensatz $n'_{data} = 27\,371$ Ereignisse. Bezeichnet man mit S_{minb} und S_{data} die Summen aller auf Band vorhandenen Daten, so läßt sich der Anreicherungsfaktor des Triggers berechnen.

$$V_{Trigger} = \frac{\frac{n'_{data}}{S_{data}}}{\frac{n'_{minb}}{S_{minb}}} = 140 \pm 20$$

Zur Berechnung des Verzweigungsverhältnisses benötigt man noch die Anzahl von Antiprotonen im Target, die bei Minimum-Bias-Ereignissen dem selektierten Hochstatistik-Datensatz entspricht.

$$N_{stop} = S_{minb} \cdot \frac{n'_{data}}{n'_{minb} \cdot \epsilon_t}$$

Zur Korrektur von Annihilationen, die außerhalb des Targets stattfinden aber nicht in den Monte-Carlo-Ereignissen berücksichtigt werden, wird ein weiterer Faktor $\epsilon_t = 0.956 \pm 0.025$ eingeführt. Dieser wurde aus der z-Verteilung der primären Vertizes extrahiert (vgl. Abb. 3.2).

Damit ergibt das Verzweigungsverhältnis $BR = N_{data}/N_{stop}$ zu:

$$BR(\bar{p}n \to K_{\rm S}K^{-}\pi^{0}) = (19.3 \pm 3.1) \cdot 10^{-4}$$

¹⁰Dies sind Ereignisse, bei denen nur auf ein einkommendes Antiproton getriggert wird.

 $^{^{11} {\}rm Dieser}$ Wert ist größer, als bei der eigentlichen Selektion, um das Verhalten der Vertexverteilung in den getriggerten Daten vernachlässigen zu können



Abbildung 3.20: Vergleich der getriggerten Daten (grau) mit den Minimum-Bias-Daten (Punkte bzw. Fehlerbalken). Oben der Vergleich von Energie gegen Impuls und die Dalitz-Plots, unten dann die $\pi^+\pi^-$ -invariante Masse und die Vertex-Verteilung. Als letztes dann die Confidenzlevel-Verteilung.

Dies ist in guter Übereinstimmung mit dem in Blasenkammerexperimenten und einer früheren Crystal-Barrel-Analyse bestimmten Verzweigungsverhältnissen.

$$BR(\bar{p}n \to K_{S}K^{-}\pi^{0}) = (18.9 \pm 2.4) \cdot 10^{-4}$$
[50]
$$BR(\bar{p}n \to K_{S}K^{-}\pi^{0}) = (19.8 \pm 3.0) \cdot 10^{-4}$$
[51]

Beim Datensatz $K_S K_S \pi^-$ ist es mittels der vorhandenen Statistik an Minimum-Bias-Ereignissen nicht mehr möglich, auch ein Verzweigungsverhältnis zu bestimmen. Deshalb wird der in Blasenkammerexperimenten bestimmte Wert aus [50] für weitere Berechnungen herangezogen: $PR(\bar{z}n \to K, K, \pi^-) = (14.7 \pm 2.0) - 10^{-4}$

$$BR(\bar{p}n \to K_{\rm S}K_{\rm S}\pi^{-}) = (14.7 \pm 2.0) \cdot 10^{-1}$$



Abbildung 3.21: Pull-Verteilung der Daten für $K_S K^- \pi^0$. Ψ , $1/P_{xy}$ und $\tan \lambda$ der geladenen Teilchen sowie ϕ , θ und \sqrt{E} der Photonen.



Abbildung 3.22: Pull-Verteilung der Daten für $K_S K_S \pi^-$. Ψ , $1/P_{xy}$ und $\tan \lambda$ der geladenen Teilchen sowie ϕ , θ und \sqrt{E} der Photonen.



Abbildung 3.23: Pull-Verteilung der Monte-Carlo-Ereignisse für $K_S K^- \pi^0$. Ψ , $1/P_{xy}$ und $\tan \lambda$ der geladenen Teilchen sowie ϕ , θ und \sqrt{E} der Photonen.



Abbildung 3.24: Pull-Verteilung der Monte-Carlo-Ereignisse für $K_S K_S \pi^-$. Ψ , $1/P_{xy}$ und $\tan \lambda$ der geladenen Teilchen sowie ϕ , θ und \sqrt{E} der Photonen.

Kapitel 4

Formalismus

Ein System aus einem Antiproton und einem Nukleon kann aufgrund von Auswahlregeln nur feste vorgegebene Quantenzahlen besitzen, die beim Zerfall in einen Endzustand unter der starken Wechselwirkung erhalten sind. Die Quantenzahlen des Endzustands hängen von den gewählten Zerfällen der Resonanzen ab, über die die Kopplung zum Anfangszustand erfolgt. Bei der Berechnung einer Zerfallskette ergeben sich dadurch feste Faktoren für einen gewählten Zerfall. Diese Faktoren geben die relative Stärke der Kopplung des Endzustandes an den Anfangszustand über verschiedene Resonanzen an. Unbekannt sind dabei jedoch die Produktionsstärken, mit denen die Anfangszustände erzeugt werden. Diese Produktionsstärken sollen bei der Analyse ermittelt werden und gehen als freie Parameter in die anschließende Anpassung ein.

Zur Berechnung der Amplituden wird hier das Isobarenmodell von Jackson benutzt [52]. Dabei wird davon ausgegangen, daß ein Zustand in jeweils zwei Teilchen zerfällt, die ihrerseits wieder zerfallen können, wodurch die gesamte Reaktion als Folge von 2-Körperzerfällen berechnet werden kann. Bei drei Mesonen im Endzustand zerfällt der Anfangszustand somit in ein Rückstoß-Meson und eine Resonanz, die ihrerseits direkt in die beiden anderen Mesonen des Endzustandes zerfällt. Die Rolle des Rückstoß-Teilchens kann dabei von allen drei Mesonen übernommen werden.

Im folgenden werden alle Formeln begründet, die zur Berechnung einer theoretischen Intensitätsverteilung notwendig sind; diese wird dann mit Hilfe von freien Parametern an die gemessenen Daten angepaßt.

4.1 Antiproton-Nukleon Anfangszustände

Die Antiprotonen werden im Target aus flüssigem Wasserstoff oder Deuterium soweit abgebremst, bis ihre kinetische Energie in etwa der Bindungsenergie des Hüllenelektrons entspricht. Sie können dann vom Kern eingefangen werden und bilden antiprotonischen Wasserstoff bzw. antiprotonisches Deuterium. Dieses System befindet sich zunächst in einem hochangeregten Zustand mit einer Hauptquantenzahl n von etwa 30.



Abbildung 4.1: Die Kaskaden des pp-Systems in Abhängigkeit der äußeren Bedingungen. (a) flüssiger Wasserstoff, (b) gasförmiger Wasserstoff, (c) nahezu Vakuum

Nun findet eine Abregung zum Grundzustand statt, deren Verlauf von den äußeren Bedingungen abhängt. Im Vakuum (Abb. 4.1c) sind nur radiative Übergänge möglich, so daß sich durch die Auswahlregel $\Delta l = \pm 1$ eine zirkulare Kaskade ergibt. Sobald der 2P-Zustand erreicht ist, überlappen die Wellenfunktionen dann so stark, daß zu 99% schon eine Annihilation mit dem Proton oder Neutron stattfindet.

Anders ist die Situation bei gasförmigem oder flüssigem Wasserstoff. Dort treten weitere druckabhängige Effekte¹ auf, die die Abregung beeinflussen. Durch die dominante Stark-Mischung ergibt sich in flüssigem Wasserstoff, daß die Annihilation bevorzugt aus dem S-Zustand erfolgt (Abb. 4.1a) [53], [54]. In gasförmigem Wasserstoff treten die Annihilationen in etwa gleicher Stärke aus S- und P-Anfangszuständen auf (Abb. 4.1b).

Bei der Annihilation am Neutron oder Proton des Deuteriumkerns ist es möglich, daß sich Antiproton und Neutron bzw. Proton im relativen P-Zustand befinden, auch wenn Antiproton und Kern im S-Zustand sind und umgekehrt. Berechnungen zeigen, daß dieser Effekt stark vom Impuls des nicht an der Reaktion beteiligten Nukleons abhängt [55]. Bei niedrigen Impulsen dieses Teilchens findet hauptsächlich eine Annihilation im S-Zustand statt, so daß man durch eine geeignete Selektion auf niedrige Impulse eine Situation erhält, die mit der Annihilation am Proton vergleichbar ist. Dies erlaubt es, das Proton bei der Reaktion $\bar{p}d \rightarrow X^-p$ als reines Zuschauerteilchen zu betrachten. Die Gültigkeit dieser Annahme wurde experimentell durch den Vergleich der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^0$ mit $\bar{p}d \rightarrow 3\pi^0$ n (p(Neutron) < 100 MeV/c) bestätigt [56], [57].

¹Dazu gehören externer Augereffekt, Starkeffekt und chemische Effekte

4.1.1 Quantenzahlen der Anfangszustände

In der gleichen Weise wie die u- und d-Quarks und deren Antiquarks bilden die Protonen mit den Neutronen und den entsprechenden Antiteilchen zwei Isospin-Dubletts. Ausführlich wird dies in Kapitel 4.3.2 gezeigt, so daß hier das Ergebnis der Zerlegung in Isotriplett und Isosingulett benutzt wird:

$$|1,1\rangle = -p\bar{n}$$

$$|1,0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(p\bar{p}-n\bar{n})$$

$$|1,-1\rangle = n\bar{p}$$

$$|0,0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(p\bar{p}+n\bar{n})$$

Der pp̄-Anfangszustand besteht dabei aus einem I = 0 und einem I = 1 Anteil, während die np̄-Anfangszustände nur Isospin I = 1 haben können. Aus den möglichen Kombinationen von Spin und Drehimpuls zwischen Antiproton und Nukleon ergeben sich $P = (-1)^{L+1}$ und $C = (-1)^{L+S}$. Mit der Festlegung auf den Isospins I eines Anfangszustands ist durch $G = (-1)^{S+L+I}$ auch die G-Parität eindeutig festgelegt, so daß die Anfangszustände in der üblichen Notation $I^G(J^{PC})$ angegeben werden können. Für die später folgende Zerlegung der Endzustände nach Isospin, C- und G Parität wird auch die Schreibweise $|I, I_3\rangle^{GC}$ angegeben. Die möglichen Anfangszustände mit einem Drehimpuls $L \leq 1$ sind in Tabelle 4.1 aufgeführt.

$^{2S+1}L_J$	$I^G(J^{PC})$		$\ket{I,I_3}^{GC}$		
${}^{1}S_{0}$ ${}^{3}S_{1}$	$1^{-}(0^{-+})$ $1^{+}(1^{})$	$0^+(0^{-+})$ $0^-(1^{})$	$ 1,0 angle^{-+} 1,0 angle^{+-}$	$\ket{0,0}^{++} \ \ket{0,0}^{}$	$\frac{\ket{1,-1}^{-}}{\ket{1,-1}^{+}}$
${}^{1}P_{1}$ ${}^{3}P_{0}$ ${}^{3}P_{1}$ ${}^{3}P_{2}$	$1^{+}(1^{+-})$ $1^{-}(0^{++})$ $1^{-}(1^{++})$ $1^{-}(2^{++})$	$0^{-}(1^{+-}) \\ 0^{+}(0^{++}) \\ 0^{+}(1^{++}) \\ 0^{+}(2^{++})$	$egin{array}{c} 1,0 angle^{+-} \ 1,0 angle^{-+} \ 1,0 angle^{-+} \ 1,0 angle^{-+} \ 1,0 angle^{-+} \end{array}$	$egin{array}{c} 0,0 angle^{} \ 0,0 angle^{++} \ 0,0 angle^{++} \ 0,0 angle^{++} \ 0,0 angle^{++} \end{array}$	$\begin{array}{c} 1,-1\rangle^+ \\ 1,-1\rangle^- \\ 1,-1\rangle^- \\ 1,-1\rangle^- \end{array}$

Tabelle 4.1: Quantenzahlen der erlaubten Anfangszustände für $\bar{p}p$ und für $\bar{p}n$ mit I = 1.

4.2 Berechnung der Amplitude

Ereignisse werden im allgemeinen durch die Viererimpulse der Endzustandsteilchen beschrieben, die einen kinematischen Zustand x_i vorgeben. Die erwartete Intensität bzw. Zählrate f für Ereignisse mit der Kinematik x_i wird berechnet, indem alle Resonanzen aus einem Anfangszustand kohärent addiert werden und die Beiträge der Anfangszustände dann inkohärent aufaddiert werden. Dies leitet sich daraus ab, daß unterschiedliche Anfangszustände

unterscheidbar sind und nicht miteinander interferieren. Für einen Parametervektor a, der die komplexen Produktionsstärken, sowie Massen und Breiten der Resonanzen enthält, berechnet sich f wie folgt:

$$f(x_i, a) = \sum_{\text{initial}} \left| \sum_{\text{final}} A_{\text{initial,final}}(x_i, a) \right|^2$$

Aus dem Anfangszustand (initial) und der Wahl der Resonanz (final) folgt, welche Quantenzahlen l, L, J^{PC} , i und I benötigt werden und welche Impulse \vec{p} und \vec{q} in die Berechnung eingehen. Die Amplituden kann man dann als

$$A_{l,L,J^{PC},i,I}(\vec{p},\vec{q},a) = Z_{l,L,J}(\vec{p},\vec{q}) \cdot D_L(|\vec{p}|) \cdot \tau_{i,I,C} \cdot F(|\vec{p}|,|\vec{q}|,a)$$

schreiben, wobei A in die dynamische Amplitude F, die Zentrifugalbarriere D_L , einen Isospin-Kopplungskoeffizienten τ und die Winkelverteilung Z separiert. Die Berechnung der Quantenzahlen und der Anteile wird im folgenden angegeben.

4.2.1 Dalitz-Plot Analyse

Die Analyse der vorgestellten Datensätze erfolgt durch Beschreibung der Struktur der gemessenen Dalitz-Plots. In den hier untersuchten Datensätzen sind jeweils drei Mesonen im Endzustand vorhanden. Die Viererimpulse dieser Teilchen ergeben insgesamt zwölf Variablen, die sich jedoch auf nur zwei reduzieren lassen. Da die Massen der Mesonen bekannt sind, erhält man drei Variablen weniger. Weitere drei Parameter — die Eulerwinkel — beschreiben die Orientierung eines Ereignisses im Raum. Sie haben keine Auswirkung auf den physikalischen Prozeß, solange die Annihilation in Ruhe und ohne Polarisation erfolgt. Abschließend sind Anfangsenergie und -impuls bekannt, wodurch vier Variablen wegfallen, so daß sich die gesamte Kinematik eines Ereignisses mit nur zwei Variablen komplett beschreiben läßt. Üblicherweise nimmt man dazu die invarianten Massenquadrate zweier Mesonenpaare m_{21}^2 und m_{31}^2 , die wie in Abbildung 4.2 gezeigt gegeneinander aufgetragen werden.

Alle für die Analyse benötigten Impulse \vec{p} bzw. \vec{q} der Mesonen im Laborsystem bzw. im Ruhesystem der Resonanz lassen sich aus den beiden Massenquadraten rekonstruieren. Die Wahl einer ausgezeichneten Ebene, die die drei Mesonen aufspannen, ist dabei willkürlich und hat keinen Einfluß auf die Amplitude. Die Details der Berechnung der Impulse sind ausführlich in [58] beschrieben. Alle im weiteren verwendeten Variablen sind im folgenden kurz aufgeführt.

m_1, m_2, m_3	Massen der drei Mesonen, je nach Datensatz sind dies $(\pi^0, K^-, K_S), (\pi^-, K_S, K_S)$
	oder $(\pi^+, \mathbf{K}_{\mathbf{S}}, \mathbf{K}^+)$
m_{21}, m_{23}, m_{31}	invariante Massen der drei Mesonenpaare
$\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3$	Impulse der Mesonen im Laborsystem
$ec{q_1}$	negativer Impuls von Meson 1 im Ruhesystem von m_{21} zum Rückstoß-Teilchen m_3
$\vec{q_2}$	Impuls von Meson 2 im Ruhesystem von m_{23} zum Rückstoß-Teilchen m_1
$ec{q_3}$	Impuls von Meson 3 im Ruhesystem von m_{31} zum Rückstoß-Teilchen m_2
L, l, J	Drehimpulse (s. Kap. 4.2.2)



Abbildung 4.2: Definition der kinematischen Variablen für die Dalitz-Plot Analyse.

Es gibt jeweils zwei Möglichkeiten, die Definition der Impulse \vec{q} vorzunehmen. Diese sind in Abbildung 4.3 jeweils in Richtung m_2 oder m_3 und entsprechen \vec{q} und $-\vec{q}$. Dies ist dabei direkt mit der Wahl des Winkels θ verknüpft, der so gewählt ist, daß für K*-Resonanzen immer der Winkel zwischen den beteiligten Kaonen genommen wird. Dies gewährleistet, daß die Reihenfolge der Teilchen dieselbe ist, wie bei der Berechnung der dazugehörigen Isospin-Kopplungskoeffizienten in Kapitel 4.3.6. Diese geben zusammen mit dem Verhalten der Zemach-Amplitude das Interferenzverhalten im Dalitz-Plot an.



Abbildung 4.3: Definition der Winkel und Drehimpulse im Gottfried-Jackson-System [59].

4.2.2 Zemach-Formalismus

Der Zemach-Formalismus erlaubt eine einfache Beschreibung der Winkelverteilung, wenn die Endzustandsteilchen Spin Null haben [60]. Dann reicht die Angabe der Normalen der Impulse \vec{p}, \vec{q} im Gottfried-Jackson-System und die Information der Drehimpulse l, L, J^2 , wie in Abbildung 4.3 dargestellt. Die Drehimpulse sind J des Anfangszustandes, L der Drehimpuls zwischen Resonanz und rückstoßendem Meson, sowie l der Drehimpuls zwischen den Mesonen, in die die Resonanz zerfällt.

Der Spinanteil der Wellenfunktion wird durch symmetrische spurlose Tensoren **T** bis 2ter Stufe parametrisiert, die aus den Impulsvektoren $\vec{P} = \vec{p}/|\vec{p}|$ und $\vec{Q} = \vec{q}/|\vec{q}|$ konstruiert werden. Die Drehimpulse l und L werden als Tensoren l-ter und L-ter Stufe zu einem Tensor der Stufe J gekoppelt, der wieder spurlos und symmetrisch sein muß. Die folgende Wahl der Tensoren gewährleistet, daß die Wellenfunktion für einen Drehimpuls l die entsprechende Anzahl 2l + 1 Freiheitsgrade hat:

$$l = 0: \qquad \mathbf{T}_l = \mathbf{1}$$

$$l = 1: \qquad \mathbf{T}_l = \vec{Q}$$

$$l = 2: \qquad \mathbf{T}_l = \vec{Q}\vec{Q}^T - \frac{1}{3}\cdot\mathbf{1}$$

Analog dazu werden die Tensoren \mathbf{T}_L für den Drehimpuls L zwischen Meson und Resonanz definiert. Schließlich koppelt man \mathbf{T}_l und \mathbf{T}_L zu dem gesuchten Zemach-Tensor $Z_{l,L,J}(\vec{p},\vec{q})$ gekoppelt. Weitere Details zur Berechnung findet man in [58]. Die Winkelverteilung für die möglichen Kombinationen l, L und J zeigt Tabelle 4.2.

Die Zemach-Tensoren können in einigen Spezialfällen für den Fall $m_{21} = m_{31}$ auch ein eindeutig symmetrisches oder antisymmetrisches Verhalten besitzen. An diesen Stellen x_i im Dalitz-Plot überlagern sich die K*-Bänder. Ob dies konstruktiv oder destruktiv geschieht, hängt sowohl von den Isospin-Kopplungskoeffizienten als auch von dem Verhalten der Zemach-Amplitude ab. Ebenso, wie die Berechnung der Kopplungskoeffizienten von der Wahl der Reihenfolge der Teilchen abhängig sein kann, ändert sich entsprechend das Verhalten der Zemach-Amplitude, da die Reihenfolge der Teilchen die Wahl des Winkels festlegt (Abb. 4.4). Damit ist gewährleistet, daß die Amplitude für eine Stelle x_i im Dalitz-Plot immer gleich berechnet wird.

Nicht berücksichtigt werden durch diese Parametrisierung relativistische Effekte, die die Winkelverteilung modifizieren können [61]. Die Größe dieser Abweichungen wurde in [1] abgeschätzt und es zeigte sich, daß der Effekt im Vergleich zur statistischen Unsicherheit vernachlässigt werden kann.

²Oftmals wird auch die Bezeichnung l_m , l_d , l_c , für die Drehimpulse L, l, J gewählt

L	l	J	$\mathbf{Z}_{J^{PC},L,l}(\vec{P},\vec{Q})$	Winkelverteilung	Syn	nmetrie
0	0	0	$1 = \vec{P} \vec{Q} $	1	+	(+)
1	1	0	$ec{Q}\cdotec{P}$	$\cos^2 \theta$	+	(-)
2	2	0	$(\vec{P}\cdot\vec{Q})^2 - \frac{1}{3} \vec{Q} ^2 \vec{P} ^2$	$(\cos^2\theta - \frac{1}{3})^2$	+	(+)
1	0	1	$ec{P}$	1		
0	1	1	$ec{Q}$	1		
1	1	1	$(ec{P} imesec{Q})$	$\sin^2 \theta$	_	(+)
1	2	1	$\vec{Q}(\vec{P}\cdot\vec{Q}) - \frac{1}{3} \vec{Q} ^2\vec{P}$	$\cos^2\theta + \frac{1}{3}$		
2	1	1	$ec{P}(ec{P}\cdotec{Q})-rac{1}{3}ec{P}ec{P}ec{2}ec{Q}$	$\cos^2\theta + \frac{1}{3}$		
2	2	1	$(\vec{Q}\cdot\vec{P})(\vec{Q}\times\vec{P})$	$(\cos\theta\sin\theta)^2$	_	(-)
2	0	2	$ec{P}\cdotec{P}^T-rac{1}{3}ec{P}e$	const.		
0	2	2	$ec{Q}\cdotec{Q}^T-rac{1}{3}ec{Q}ec{Q}ec{2}$	const.		
1	1	2	$ec{P}\cdotec{Q}^T-rac{1}{3}ec{P}\cdotec{Q}ec{}$	$(\sin\theta + \text{const.})$		
1	2	2	$ec{Q}(ec{P} imesec{Q})_s^T$	$\sin^2 \theta$		
2	1	2	$ec{P}(ec{Q} imesec{P})_s^T$	$\sin^2 \theta$		

Tabelle 4.2: Zemach-Amplitude und Winkelverteilung für verschiedene Drehimpulskombinationen. Die Winkelverteilung berechnet sich aus dem Quadrat der Amplitude; Interferenzen zwischen verschiedenen Amplituden sind bei der Berechnung der Winkelverteilung hier nicht berücksichtigt. Zusätzlich wird das Symmetrieverhalten für sich kreuzende Resonanzen ohne den Einfluß des Isospin-Kopplungskoeffizienten angegeben. Dies ist das relative Vorzeichen des Zemachtensors, das sich beim Übergang von System m_{21} nach m_{31} ergibt (links) und entspricht der in dieser Analyse benutzten Definition der Winkel. Rechts daneben in Klammern das Verhalten, daß zyklischer Teilchenreihenfolge entspricht und damit dem Übergang von System m_{12} nach m_{31} .



Abbildung 4.4:

Definitionsmöglichkeiten der Winkel unter Berücksichtigung der Teilchenreihenfolge:

Gezeichnet sind die Impulse der Teilchen im Laborsystem (schwarz) so wie die im Ruhesystem von m_{31} (grau, gestrichelte Linie) und m_{21} (grau, gepunktete Linie) für den Spezialfall $m_{31} = m_{21}$. Die Winkel θ_{31} und θ_{21} , die sich aus der Wahl von \vec{q}_3 und \vec{q}_1 ergeben, sind ebenfalls in schwarz eingezeichnet und sind von Betrag her gleich groß mit entgegengesetztem Vorzeichen. Der Winkel θ_{12} (grau) wird in dieser Analyse nicht verwendet, da er nicht die Reihenfolge der Teilchen berücksichtigen würde, die der Berechnung der Isospin-Kopplungskoeffizienten entspricht.

4.2.3 K-Matrix-Formalismus

Die Beschreibung der Dynamik der Annihilation wird aus der Streuung von zwei Zuständen abgeleitet. Dazu wird der Formalismus so erweitert, daß die Resonanzen mit Hilfe eines P-Vektors direkt bei der Annihilation erzeugt werden. Im Isobarenmodell zerfallen diese Resonanzen dann sequentiell in Zweikörperzustände.

Der Streuprozeß zweier Teilchen $ab \to cd$ wird als Übergang des Anfangszustandes $|i\rangle$ durch die Streumatrix **S** in den Endzustand $|f\rangle$ beschrieben.

$$S_{fi} = \langle f | \mathbf{S} | i \rangle$$

Da die einlaufende Intensität bei der Streuung gleich der auslaufenden ist, muß auch die Norm N von $|i\rangle$ und $|f\rangle = \mathbf{S} |i\rangle$ gleich sein.

$$N = \langle i | i \rangle = \langle f | f \rangle = \langle i | \mathbf{S}^{\dagger} \mathbf{S} | i \rangle$$

Daraus folgt, daß S unitär sein muß, also

$$\mathbf{S}\mathbf{S}^{\dagger}=\mathbf{S}^{\dagger}\mathbf{S}=\mathbf{1}$$

Zerlegt man die S-Matrix in einen Wechselwirkungsanteil ${\bf T}$ und einen nicht wechselwirkenden Anteil ${\bf 1}$

$$\mathbf{S} = \mathbf{1} + 2i\mathbf{T},$$

so folgt aus der Unitarität von S:

$$ImT = T^{\dagger}T$$

Eine einfache unitäre Parametrisierung von ${f S}$ erhält man durch Einführen der K-Matrix.

$$\mathbf{K}^{-1} = \mathbf{T}^{-1} + i\mathbf{1}$$

Aus der Unitarität von **S** folgt, daß **K** hermitisch ist und aus der Zeitumkehrinvarianz von **S** und **T** ergibt sich, daß **K** zudem reell und symmetrisch ist. Die Lorentz-invarianten Matrizen $\hat{\mathbf{K}}$ und $\hat{\mathbf{T}}$ erhält man, indem der Streuprozeß im Schwerpunktsystem betrachtet wird und die Phasenraumfaktoren ρ absepariert werden.

$$\mathbf{T} = \{\rho^{\dagger}\}^{1/2} \mathbf{\hat{T}} \{\rho\}^{1/2}$$
$$\mathbf{K} = \{\rho^{\dagger}\}^{1/2} \mathbf{\hat{K}} \{\rho\}^{1/2}$$

Bei n offenen Zerfallskanälen ist ρ eine einfache Diagonalmatrix der Form

$$\begin{pmatrix} \rho_1 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \rho_n \end{pmatrix}.$$

Die Diagonalelemente stehen in Zusammenhang mit dem Relativimpuls q_i des Zweikörperzustandes durch

$$\rho_i = \frac{2q_i}{m} \quad , i = 1, \dots, n$$

mit

$$\rho_i = \sqrt{\left[1 - \left(\frac{m_1 + m_2}{m}\right)^2\right] \cdot \left[1 - \left(\frac{m_1 - m_2}{m}\right)^2\right]},$$

wobei $m = \sqrt{s}$ die Schwerpunktsenergie ist und m_1 und m_2 die Massen der Teilchen, in die die Resonanz zerfallen ist. Die Normierung ist dabei so gewählt, daß die Phasenraumfaktoren für unendliche Schwerpunktsenergie gegen Eins konvergieren.

In der lorentzinvarianten Form kann man $\hat{\mathbf{T}}$ mit Hilfe von $\hat{\mathbf{K}}$ ausdrücken:

$$\hat{\mathbf{T}} = (\mathbf{1} - i\rho\hat{\mathbf{K}})^{-1}\hat{\mathbf{K}}$$

Die invariante K-Matrix wird nun in der Approximation der Dominanz resonanter Amplituden parametrisiert, welcher auch durch konstante nicht-resonante Anteile c_{ij} erweitert werden kann, ohne die Unitarität zu verletzen. Folgender Ansatz leistet das gewünschte:

$$\hat{K}_{ij} = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha i}^0 g_{\alpha j}^0 B_{\alpha i}^l(q_i, q_{\alpha i}) B_{\alpha j}^l(q_j, q_{\alpha j})}{m_{\alpha}^2 - m^2} + c_{ij}$$

Die Drehimpulsbarrieren $B_{\alpha i}^{l}$ werden später diskutiert, während die Kopplungsstärke definiert wird als:

$$g_{\alpha i}^{0} = \sqrt{\frac{m_{\alpha} \tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_{i}(m_{\alpha})}}$$

Bei nur einer Resonanz ($\alpha = 0$) reduziert sich die T-Matrix auf eine relativistische Breit-Wigner Form:

$$\hat{T} = \frac{m_0 \Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - i m_0 \Gamma_0(m)} \left[B^l(q, q_0) \right]^2$$

mit

$$\Gamma_0 = \frac{\tilde{\Gamma}_0}{\rho(m_0)}$$
 und $\Gamma_0(m) = \tilde{\Gamma}_0 \cdot \frac{\rho(m)}{\rho(m_0)} \cdot \left[B^l(q, q_0)\right]^2$.

Hierbei sind $\tilde{\Gamma}_0$ die totale Breite und m_0 die Masse der Resonanz. Man sieht, daß die Breite $\Gamma(m)$ mit der Schwerpunktsenergie variiert.

4.2.4 F- und P-Vektor Ansatz

Soweit läßt sich mit dem K-Matrix Formalismus nur die Resonanzproduktion in der Streuung, aber nicht die Produktion von Resonanzen in der \bar{p} N-Annihilation, beschreiben. Eine Erweiterung des Formalismus stammt von Aitchison [62]. Dazu wird die Streuamplitude $\hat{\mathbf{T}}$ durch die Lorentz-invariante Übergangsamplitude $\hat{\mathbf{F}}$ ersetzt und ein Produktionsvektor $\hat{\mathbf{P}}$, der dieselbe Polstruktur wie die K-Matrix besitzt, zur Erzeugung der Resonanzen zugefügt.

$$\hat{\mathbf{F}} = (\mathbf{1} - i\rho\hat{\mathbf{K}})^{-1}\hat{\mathbf{P}}$$

mit dem Produktionsvektor

$$\hat{P}_i = \sum_{\alpha} \frac{\beta_{\alpha}^0 g_{\alpha i}^0 B_{\alpha i}^l(q, q_{\alpha i})}{m_{\alpha}^2 - m^2}$$

Die gesamte Unkenntnis über den Produktionsmechanismus geht dabei in die Parameter β_{α}^{0} ein und müssen in der Anpassung bestimmt werden. Daher kann man die β_{α}^{0} wie folgt skalieren:

$$\beta^0_{\alpha} = \beta_{\alpha} \sqrt{\sum_k (g^0_{\alpha k})^2}$$

Die Kopplungskonstanten $g_{\alpha i}^0$ sind mit der Gesamtbreite wie folgt verknüpft:

$$\sum_{k} (g^{0}_{\alpha k})^{2} = m_{\alpha} \sum_{k} \frac{\tilde{\Gamma}_{\alpha k}}{\rho_{k}(m_{\alpha})} = m_{\alpha} \Gamma_{\alpha}$$

so daß man auch schreiben kann:

$$\beta_{\alpha}^{0} = \beta_{\alpha} \sqrt{m_{\alpha} \Gamma_{\alpha}}$$

Mit dieser Parametrisierung erhält man für den Fall genau einer Resonanz und einem Zerfallskanal wieder die gewünschte relativistische Breit-Wigner Form mit den gleichen Definitionen für Γ_0 und $\Gamma_0(m)$:

$$\hat{F} = \beta_0 \frac{m_0 \Gamma_0 B^l(q, q_0)}{m_0^2 - m^2 - im_0 \Gamma_0(m)}$$

4.2.5 Drehimpulsbarrieren

Die zunächst willkürlich eingeführten drehimpulsabhängigen Funktionen B^l dienen dazu, das Verhalten an der Schwelle richtig zu beschreiben und liefern auch gleichzeitig die Änderung von der symmetrischen Breit-Wigner Form bei Drehimpulsen größer Null. Die Funktionen B^l werden dazu als Quotient aus Blatt-Weiskopf-Faktoren D^l parametrisiert [63].

$$B_{\alpha i}^{l} = \frac{D_{l}(q_{i})}{D_{l}(q_{\alpha i})}$$

Für $l \leq 2$ und der Definition $z = (q/q_R)^2$ sehen die Blatt-Weiskopf-Faktoren wie folgt aus:

$$D^{0}(q) = 1,$$

$$D^{1}(q) = \sqrt{\frac{2z}{z+1}},$$

$$D^{2}(q) = \sqrt{\frac{13z^{2}}{(z-3)^{2}+9z^{2}}}$$

Dabei gibt q_R den Annihilations
radius an und wird im allgemeinen zu 1 fm gewählt, welches 197.3 MeV ent
spricht.

4.3 Berechnung der Isospin-Kopplungskoeffizienten

Zunächst werden ganz allgemein die Eigenschaften der Mesonen hergeleitet, die sich durch die Kopplung von Quark und Antiquark und Betrachtung der einzelnen Isospin-Komponenten ergeben. Diese lassen sich dann zu Zwei- und Dreikörperzuständen zusammenführen. Aus der Erhaltung der Quantenzahlen in der starken Wechselwirkung und den möglichen Anfangszuständen in der \bar{p} N-Annihilation ergibt sich dann, welche Resonanzen zu welchen Datensätzen beitragen können. Außerdem erhält man die Größe des Anteils einer Resonanz, die mit einem ausgewählten Datensatz gemessen wird; diesen Wert benötigt man, um die absoluten Verzweigungsverhältnisse einer Resonanz bei Messung nur eines Kanals zu bestimmen.

4.3.1 Quantenzahlen der Mesonen

Berechnet man die Quantenzahlen eines Quark-Antiquark-Paares, so lassen sich aufgrund der Kopplungen nicht alle beliebigen Kombinationen J^{PC} erreichen. Die verschiedenen Möglichkeiten ergeben sich durch parallelen oder antiparallelen Spin der Quarks, einen beliebigen Drehimpuls zwischen ihnen und die Möglichkeit einer Radialanregung. Damit kann man die Quantenzahlen J, P und C berechnen. Für $\bar{q}q$ -Paare gilt $P = (-1)^{L+1}$ und $C = (-1)^{L+S}$, wobei die Parität P von Fermion-Antifermion-Paaren allgemein gültig ist. Mit jeweils drei Quarks und drei Antiquarks lassen sich neun Kombinationen bilden, so daß es zu jeder Kombination J^{PC} aus Tabelle 4.3 ein Nonett von Mesonen geben muß.

L	S	$^{2S+1}L_J$	J^{PC}	Nomenklatur	Name
0	0	${}^{1}S_{0}$	0^{-+}	π, η, η', K	pseudoskalare Mesonen
0	1	${}^{3}S_{1}$	$1^{}$	$ ho, \omega, \phi, \mathrm{K}^*$	Vektormesonen
1	0	${}^{1}P_{1}$	1^{+-}	b_1, h_1, h'_1, K_1	Axialvektormesonen
1	1	${}^{3}P_{0}$	0^{++}	a_0, f_0, f'_0, K_0	skalare Mesonen
1	1	${}^{3}P_{1}$	1^{++}	a_1, f_1, f'_1, K_1	Axialvektormesonen
1	1	${}^{3}P_{2}$	2^{++}	a_2, f_2, f'_2, K^*_2	Tensormesonen
2	0	${}^{1}D_{2}$	2^{-+}	$\pi_2, \eta_2, \eta'_2, K_2$	
2	1	${}^{3}D_{1}$	$1^{}$	$\rho, \omega, \phi, \mathrm{K}_1^*$	
2	1	${}^{3}D_{2}$	$2^{}$	$\rho_2, \omega_2, \phi_2, \mathrm{K}_2$	
2	1	${}^{3}D_{3}$	3	$ \rho_3, \omega_3, \phi_3, \mathrm{K}_3^* $	

Tabelle 4.3: Einteilung der Mesonen nach Quantenzahlen bis zu einem Drehimpuls von L = 2. Die Nomenklatur ist dabei in der Reihenfolge der Mesonen nach Isospin und Quarkinhalt I = 1 (u, d), I = 0 (u, d), I = 0 (s) und $I = \frac{1}{2}$ (s mit u, d) gewählt.

4.3.2 Isospin-Zustände der Mesonen

Mit drei Quarks und Antiquarks werden neun Kombinationen gebildet, die man zunächst so aufschreiben kann:

$$\begin{pmatrix} u\bar{u} & d\bar{u} & s\bar{u} \\ u\bar{d} & d\bar{d} & s\bar{d} \\ u\bar{s} & d\bar{s} & s\bar{s} \end{pmatrix}$$

Die beiden Quarks u und d lassen sich als Isospindublett in der Form $|I, I_3\rangle$ schreiben.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{d} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \\ \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \end{pmatrix}$$

Um q̄q-Zustände zu bilden, benötigt man das entsprechende Dublett der Antiteilchen, das sich unter Drehungen im Isospinraum genauso wie die Teilchen verhält. Dies erlaubt, daß die gleichen Clebsch-Gordan Koeffizienten benutzt werden können, wenn die Teilchen miteinander gekoppelt werden. Zunächst untersuchen wir dazu die Auswirkungen der Drehungen auf das Dublett der Quarks.

Die möglichen Rotationen werden mit Hilfe der Generatoren τ_i der Drehgruppe erzeugt. Im Falle von Spin $\frac{1}{2}$ sind dies die Pauli-Matrizen die wie folgt aussehen.

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Die eigentliche Drehung $U_i(\theta_i)$ wird dann durch

$$U_i(\theta_i) = e^{-i\theta_i \tau_i/2}$$

erzeugt. Dies vereinfacht sich bei einer Drehung von π um die 2-Achse zu

$$U_2(\pi) = -i\tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -1\\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Man kann leicht nachrechnen, daß dies u in -d und d in u überführt.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -d \\ u \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} u \to -d \\ d \to u \end{matrix}$$
Wendet man nun die C-Parität auf beide Seiten an, so erhält man das gewünschte Transformationsverhalten für die Antiteilchen, und zwar \bar{u} nach $-\bar{d}$ und \bar{d} nach \bar{u} . Dazu werden die Antiquarks so im Dublett angeordnet, daß die größere I_3 -Komponente wieder oben steht. Durch Nachrechnen zeigt sich, daß nur mit einem zusätzlichen Vorzeichen das Transformationsverhalten der Antiquarks mit dem der Quarks übereinstimmt. Dies entspricht der Konvention, die auch in [64] gewählt ist.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\bar{u} \\ -\bar{d} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \bar{u} \to -\bar{d} \\ \bar{d} \to \bar{u}$$

Somit sind die beiden Dubletts gefunden,

$$\begin{pmatrix} \left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle\\ \left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u\\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\bar{d}\\ \bar{u} \end{pmatrix}$$

und die Kombinationen aus u, d, \bar{u} und \bar{d} lassen sich nach den Regeln der SU(2) in Isotriplett und Isosingulett zerlegen.

$$|1,1\rangle = -u\bar{d}$$

$$|1,0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$$

$$|1,-1\rangle = d\bar{u}$$

$$|0,0\rangle = \sqrt{\frac{1}{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$$

Berücksichtigt man zusätzlich das s-Quark, so ergibt sich für den Singulettzustand der SU(3) $\sqrt{\frac{1}{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$. Will man die Zustände auf der Diagonalen orthogonal zueinander konstruieren und gleichzeitig das Isotriplett der SU(2) erhalten, muß man den mittleren Zustand als $\sqrt{\frac{1}{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$ wählen.

$$\begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) & d\bar{u} & s\bar{u} \\ -u\bar{d} & \sqrt{\frac{1}{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) & -s\bar{d} \\ u\bar{s} & d\bar{s} & \sqrt{\frac{1}{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \end{pmatrix}$$

Als Isospinzustände aufgeschrieben erhält man folgende Matrix,

$$\begin{pmatrix} |1,0\rangle & |1,-1\rangle & \left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle \\ |1,1\rangle & |0,0\rangle & \left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle \\ \left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle & \left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle & |0,0\rangle \end{pmatrix}$$

in der für alle Nonetts jeder Position ein Meson zugeordnet wird. Für die Pseudoskalaren ergibt sich das bekannte Bild, wobei man auf das zusätzliche Vorzeichen für die Flavorwellenfunktion achten muß.

$$\begin{pmatrix} \pi^0 & \pi^- & \mathbf{K}^- \\ -\pi^+ & \eta_8 & -\bar{\mathbf{K}}^0 \\ \mathbf{K}^+ & \mathbf{K}^0 & \eta_1 \end{pmatrix}$$

Die experimentell gemessenen Mesonen η und η' werden dabei durch Mischung der Wellenfunktionen von η_8 und η_1 erzeugt. Dabei läßt sich die Mischung durch einen Winkel θ beschreiben, der wie folgt definiert wird:

$$\eta = \eta_1 \cos(\theta) + \eta_8 \sin(\theta)$$

$$\eta' = \eta_1 \sin(\theta) - \eta_8 \cos(\theta)$$

Bei den Vektormesonen mischen die beiden unteren Zustände auf der Diagonalen in etwa unter einem Winkel von $\theta = 1/\sqrt{3}$, welches man "ideale" Mischung nennt. Unter diesem Mischungswinkel entkoppeln die Anteile von s\overline{s} und den leichtesten Quarks, so daß man die Flavorinhalte n\overline{a}herungsweise wie folgt schreiben und den Vektormesonen zuordnen kann.

$$\begin{pmatrix} \sqrt{\frac{1}{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) & d\bar{u} & s\bar{u} \\ -u\bar{d} & \sqrt{\frac{1}{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) & -s\bar{d} \\ u\bar{s} & d\bar{s} & s\bar{s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho^0 & \rho^- & K^{*-} \\ -\rho^+ & \omega & -\bar{K}^{*0} \\ K^{*+} & K^{*0} & \phi \end{pmatrix}$$

4.3.3 Transformationsverhalten unter C- und G-Parität

Die C-Parität läßt sich nur für Teilchen angeben, die ihr eigenes Antiteilchen sind und hat damit nur für neutrale Zustände einen definierten Wert. Die Einführung des G-Operators als Multiplikation des C-Operators mit einer Drehung von π um die I_2 -Achse zu $G = CU_2(\pi)$ ergibt auch für geladene Zustände eine definierte G-Parität. Wie sich die Quarks unter den C- und G-Operatoren transformieren, ist in Tabelle 4.4 angegeben.

$C \left \mathbf{u} \right\rangle = + \left \bar{\mathbf{u}} \right\rangle$	$G \left \mathbf{u} \right\rangle = - \left \bar{\mathbf{d}} \right\rangle$	$C \left \bar{\mathbf{u}} \right\rangle = + \left \mathbf{u} \right\rangle$	$G\left \bar{\mathbf{u}}\right\rangle = -\left \mathbf{d}\right\rangle$
$C \left \mathbf{d} \right\rangle = + \left \bar{\mathbf{d}} \right\rangle$	$G \left \mathbf{d} \right\rangle = + \left \bar{\mathbf{u}} \right\rangle$	$C \left \bar{\mathrm{d}} \right\rangle = + \left \mathrm{d} \right\rangle$	$G\left \bar{\mathrm{d}}\right\rangle = +\left \mathrm{u}\right\rangle$
$C \left \mathbf{s} \right\rangle = + \left \bar{\mathbf{s}} \right\rangle$	$G\left \mathbf{s}\right\rangle = +\left \bar{\mathbf{s}}\right\rangle$	$C \left \bar{\mathbf{s}} \right\rangle = + \left \mathbf{s} \right\rangle$	$G\left \bar{\mathbf{s}}\right\rangle = +\left \mathbf{s}\right\rangle$

Tabelle 4.4: Transformationsverhalten der Quarks unter C- und G-Parität.

Nach dem allgemeinen Pauli-Prinzip muß die Gesamtwellenfunktion eines Fermion-Antifermion-Paares unter der Vertauschung der Teilchen antisymmetrisch sein:

$$|\Psi_1(\mathbf{q})\Psi_2(\bar{\mathbf{q}})\rangle = -|\Psi_1(\bar{\mathbf{q}})\Psi_2(\mathbf{q})\rangle$$

Schreibt man die Wellenfunktion als Produkt aus Farb-, Spin-, und Flavorwellenfunktion $\Psi = \Phi_C \Phi_S \Phi_F$, so ergibt sich das Symmetrieverhalten der Flavorwellenfunktion Φ_F aus dem Verhalten der Spinwellenfunktion Φ_S , da die Farbwellenfunktion grundsätzlich symmetrisch³ ist. Für die pseudoskalaren und Tensormesonen bedeutet dies, daß die Flavorwellenfunktion symmetrisch und für die Vektormesonen antisymmetrisch sein muß. Wendet man die Symmetrisierung auf die Quarkinhalte an, so lassen sich mit Tabelle 4.4 die Eigenschaften der Mesonen unter den beiden Transformationen angeben (Tab. 4.5). Für die Kaonen verwenden wir dabei die Notation K_{JP}^* , um Spin J und Parität P zu unterscheiden.

Meson $(J=0,2)$	$ I,I_3 angle$	Flavorwellenfunktion	C	G
$K^{+} (K_{J^{+}}^{*+})$	$\left \frac{1}{2},+\frac{1}{2}\right\rangle$	$[u\bar{s}+\bar{s}u]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+K^{-}$	$-\bar{\mathrm{K}}^{0}$
${f K}^0~({f K}^{*0}_{J^+})$	$\left \frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle$	$[d\bar{s} + \bar{s}d]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\bar{\mathrm{K}}^{0}$	$+K^{-}$
$\bar{\mathbf{K}}^{0} \; (\bar{\mathbf{K}}^{*0}_{J^+})$	$-\left \frac{1}{2},+\frac{1}{2}\right\rangle$	$[s\bar{d} + \bar{d}s]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+K^0$	$+K^+$
${\rm K}^-~({\rm K}^{*-}_{J^+})$	$\left \frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle$	$[s\bar{u} + \bar{u}s]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+K^+$	$-\mathrm{K}^{0}$
π^+ (a ⁺ _J)	$-\left 1,+1\right\rangle$	$\left[u\bar{d}+\bar{d}u\right]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\pi^{-}$	$-\pi^+$
π^0 (a ⁰ _J)	1,0 angle	$[u\bar{u} - d\bar{d} + \bar{u}u - \bar{d}d]\frac{1}{2}$	$+\pi^0$	$-\pi^0$
π^- (a _J ⁻)	$ 1,-1\rangle$	$[d\bar{u} + \bar{u}d]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$+\pi^+$	$-\pi^-$
$\eta_8 ({ m f}_J)$	0,0 angle	$[u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s} + \bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s]\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\eta_8$	$+\eta_8$
η_1 (f'_J)	0,0 angle	$[u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s} + \bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s]\sqrt{\frac{1}{6}}$	$+\eta_1$	$+\eta_1$
$K_{1^{-}}^{*+}$	$\left \frac{1}{2},+\frac{1}{2}\right\rangle$	$[u\bar{s}-\bar{s}u]\sqrt{rac{1}{2}}$	$-K_{1-}^{*-}$	$+\bar{K}_{1^{-}}^{*0}$
K_{1-}^{*0}	$\left \frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle$	$[d\bar{s} - \bar{s}d]\sqrt{\frac{1}{2}}$	$-\bar{K}_{1^{-}}^{*0}$	$-K_{1-}^{*-}$
$\bar{\mathrm{K}}_{1^{-}}^{*0}$	$-\left \frac{1}{2},+\frac{1}{2}\right\rangle$	$[s\bar{d}-\bar{d}s]\sqrt{rac{1}{2}}$	$-K_{1^{-}}^{*0}$	$-K_{1^{-}}^{*+}$
$K_{1^{-}}^{*-}$	$\left \frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle$	$[s\bar{u}-\bar{u}s]\sqrt{rac{1}{2}}$	$-K_{1^{-}}^{*+}$	$+K_{1^{-}}^{*0}$
$ ho^+$	$-\left 1,+1\right\rangle$	$[u\bar{d}-\bar{d}u]\sqrt{rac{1}{2}}$	$-\rho^{-}$	$+\rho^+$
$ ho^0$	1,0 angle	$[u\bar{u} - d\bar{d} - \bar{u}u + \bar{d}d]\frac{1}{2}$	$- ho^0$	$+\rho^0$
$ ho^-$	$ 1,-1\rangle$	$[d\bar{u}-\bar{u}d]\sqrt{rac{1}{2}}$	$-\rho^+$	$+\rho^{-}$
ω	0,0 angle	$[u\bar{u} + d\bar{d} - \bar{u}u - \bar{d}d]\frac{1}{2}$	$-\omega$	$-\omega$
ϕ	0,0 angle	$[s\bar{s}-\bar{s}s]\sqrt{rac{1}{2}}$	$-\phi$	$-\phi$

Tabelle 4.5: Flavorwellenfunktion und Transformationsverhalten unter C- und G-Parität der in dieser Analyse vorkommenden Mesonen.

³Da nur farblose Zustände existieren (Confinement), kann es sich bei einen $\bar{q}q$ -Paar nur um den Singuletzustand $\sqrt{\frac{1}{3}}(r\bar{r}+b\bar{b}+g\bar{g})$ handeln, der symmetrisch ist.

4.3.4 Zwei-Teilchen-Zustände

Es ist nun möglich, die Transformationseigenschaften der gekoppelten Zustände KK bzw. K π und $\bar{K}\pi$ zu berechnen. Dies bedeutet im ersten Fall, die beiden Isospin-Dubletts $\left|\frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}\right\rangle$ der Kaonen zu Isospin $|I, I_3\rangle$ zu koppeln und im zweiten Fall, Isospin $\frac{1}{2}$ und 1 zu $\frac{1}{2}$ zu koppeln. Dies geschieht mit Hilfe der entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten. Die Lösung der ersten Kopplung nimmt man analog der Kopplung von Quark und Antiquark vor. Man kann daher direkt schreiben:

$$\begin{aligned} |1,+1\rangle &= -\left|\mathbf{K}^{+}\bar{\mathbf{K}}^{0}\right\rangle \\ |1,0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}(\left|\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\right\rangle - \left|\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\right\rangle) \\ |1,-1\rangle &= \left|\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{-}\right\rangle \\ |0,0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}}(\left|\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\right\rangle + \left|\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\right\rangle) \end{aligned}$$

Die Isospindubletts sind dabei:

$$\begin{pmatrix} \left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle\\ \left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}^{+}\\ \mathbf{K}^{0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\bar{\mathbf{K}}^{0}\\ \mathbf{K}^{-} \end{pmatrix}$$

Durch entsprechende Symmetrisierung wird das symmetrische und antisymmetrische Verhalten der Resonanzen unter C- und G-Transformation je nach Drehimpuls erhalten. Die kompletten Kopplungen sind also:

$$\begin{aligned} |\mathbf{a}_{0}^{+}\rangle &= (|K^{+}\bar{K}^{0}\rangle + |\bar{K}^{0}K^{+}\rangle)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\mathbf{a}_{0}^{0}\rangle &= (|\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\rangle - |\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle + |\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+}\rangle - |\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{0}\rangle)\frac{1}{2} \\ |\mathbf{a}_{0}^{-}\rangle &= (|K^{0}K^{-}\rangle + |K^{-}K^{0}\rangle)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\mathbf{f}_{0}\rangle, |\mathbf{f}_{0}'\rangle &= (|\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\rangle + |\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle + |\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+}\rangle + |\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{0}\rangle)\frac{1}{2} \\ |\rho^{+}\rangle &= (|K^{+}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle - |\bar{\mathbf{K}}^{0}K^{+}\rangle)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\rho^{0}\rangle &= (|\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\rangle - |\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle - |\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+}\rangle + |\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{0}\rangle)\frac{1}{2} \\ |\rho^{-}\rangle &= (|K^{0}K^{-}\rangle - |K^{-}K^{0}\rangle)\sqrt{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$|\omega\rangle, |\phi\rangle = (|\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-}\rangle + |\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle - |\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+}\rangle - |\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{0}\rangle)^{\frac{1}{2}}$$

Wir betrachten nun die Kopplungen der Ka
onen mit den Pionen zu den K*. Je nach J der Mesonen muß man das entsprechende Isospin-Dublett verwenden.

$$\begin{pmatrix} \left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle \\ \left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{1^{-}}^{*+} \\ K_{1^{-}}^{*0} \\ K_{1^{-}}^{*0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\bar{K}_{1^{-}}^{*0} \\ K_{1^{-}}^{*-} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} K_{J^{+}}^{*+} \\ K_{J^{+}}^{*0} \\ K_{J^{+}}^{*0} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{K}_{J^{+}}^{*0} \\ -\bar{K}_{J^{+}}^{*-} \end{pmatrix}$$

Die K* können nur auf die folgenden vier Arten zerfallen, da Ladung und strangeness erhalten sein müssen.

$$\begin{array}{lcl} \left| \mathbf{K}_{1^{-}}^{*+} \right\rangle & \rightarrow & \left| \pi^{0}\mathbf{K}^{+} \right\rangle, - \left| \pi^{+}\mathbf{K}^{0} \right\rangle \\ \left| \mathbf{K}_{1^{-}}^{*0} \right\rangle & \rightarrow & \left| \pi^{-}\mathbf{K}^{+} \right\rangle, \left| \pi^{0}\mathbf{K}^{0} \right\rangle \\ \left| \bar{\mathbf{K}}_{1^{-}}^{*0} \right\rangle & \rightarrow & \left| \pi^{+}\mathbf{K}^{-} \right\rangle, \left| \pi^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle \\ \left| \mathbf{K}_{1^{-}}^{*-} \right\rangle & \rightarrow & \left| \pi^{0}\mathbf{K}^{-} \right\rangle, - \left| \pi^{-}\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle \end{array}$$

Als Isospinzustände geschrieben ergeben sich die folgenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten, die in der Notation $\langle JM | j_1 j_2 m_1 m_2 \rangle$ angegeben sind, zunächst für den ersten Zerfall:

$$\begin{array}{rcl} \left\langle \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \middle| 1, \frac{1}{2}, 0, +\frac{1}{2} \right\rangle & = & -\sqrt{\frac{1}{3}} \\ \left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \middle| 1, \frac{1}{2}, -1, +\frac{1}{2} \right\rangle & = & -\sqrt{\frac{2}{3}} \\ \left\langle \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \middle| 1, \frac{1}{2}, +1, -\frac{1}{2} \right\rangle & = & +\sqrt{\frac{2}{3}} \\ \left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \middle| 1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2} \right\rangle & = & +\sqrt{\frac{1}{3}} \end{array}$$

Für den zweiten Zerfall findet man:

$$\begin{array}{rcl} \left\langle \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} | 1, \frac{1}{2}, +1, -\frac{1}{2} \right\rangle & = & +\sqrt{\frac{2}{3}} \\ \left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | 1, \frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2} \right\rangle & = & +\sqrt{\frac{1}{3}} \\ \left\langle \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} | 1, \frac{1}{2}, 0, +\frac{1}{2} \right\rangle & = & -\sqrt{\frac{1}{3}} \\ \left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | 1, \frac{1}{2}, -1, +\frac{1}{2} \right\rangle & = & -\sqrt{\frac{2}{3}} \end{array}$$

Die Gleichungen lauten damit:

$$\begin{aligned} |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*+}\rangle &= -\sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\mathbf{K}^{+}\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |\pi^{+}\mathbf{K}^{0}\rangle \\ |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*0}\rangle &= -\sqrt{\frac{2}{3}} |\pi^{-}\mathbf{K}^{+}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\mathbf{K}^{0}\rangle \\ |\bar{\mathbf{K}}_{1^{-}}^{*0}\rangle &= +\sqrt{\frac{2}{3}} |\pi^{+}\mathbf{K}^{-}\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle \\ |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*-}\rangle &= +\sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\mathbf{K}^{-}\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |\pi^{-}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle \end{aligned}$$

Diese Wellenfunktionen ergeben das gewünschte Transformationsverhalten der Vektormesonen unter Anwendung der C- und G-Parität. Für die skalaren und Tensormesonen (J = 0, 2) ergibt sich:

$$\begin{aligned} |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*+}\rangle &= -\sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\mathbf{K}^{+}\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |\pi^{+}\mathbf{K}^{0}\rangle \\ |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*0}\rangle &= -\sqrt{\frac{2}{3}} |\pi^{-}\mathbf{K}^{+}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\mathbf{K}^{0}\rangle \\ |\bar{\mathbf{K}}_{J^{+}}^{*0}\rangle &= -\sqrt{\frac{2}{3}} |\pi^{+}\mathbf{K}^{-}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle \\ |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*-}\rangle &= -\sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\mathbf{K}^{-}\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |\pi^{-}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle \end{aligned}$$

4.3.5 Drei-Teilchen-Zustände

Im folgenden werden die Kopplungen von π mit K \bar{K} und K^{*} mit \bar{K} bzw. \bar{K}^* mit K zu $\bar{p}p$ und $\bar{p}n$ diskutiert. Die Zustände werden dabei nach Isospin des Anfangszustandes, *C*- und *G*-Parität sowie dem Isospin des K \bar{K} -Systems sortiert. Dabei erweist sich die Notation $|I, I_3\rangle_i^{GC}$ als nützlich, bei der *i* der Isospin der Zwischenresonanz ist. Für die geladenen Zustände mit $I_3 \neq 0$ kann dabei nur die *G*-Parität angegeben werden. Als Abkürzung werden dabei die Namen der Teilchen verwendet, die die entsprechenden Quantenzahlen tragen.

 $|\bar{p}p\rangle$:

$$\begin{aligned} |1,0\rangle_{0}^{-+} &= |\pi^{0}f_{0}\rangle \\ |1,0\rangle_{1}^{-+} &= -\sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{+}\rho^{-}\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{-}\rho^{+}\rangle \\ |1,0\rangle_{0}^{+-} &= |\pi^{0}\omega\rangle \\ |1,0\rangle_{1}^{+-} &= -\sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{+}a_{0}^{-}\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{-}a_{0}^{+}\rangle \\ |0,0\rangle_{1}^{++} &= -\sqrt{\frac{1}{3}} (|\pi^{+}a_{0}^{-}\rangle + |\pi^{0}a_{0}^{0}\rangle + |\pi^{-}a_{0}^{+}\rangle) \\ |0,0\rangle_{1}^{--} &= -\sqrt{\frac{1}{3}} (|\pi^{+}\rho^{-}\rangle + |\pi^{0}\rho^{0}\rangle + |\pi^{-}\rho^{+}\rangle) \end{aligned}$$

 $|\bar{p}n\rangle$:

$$\begin{aligned} |1, -1\rangle_0^- &= |\pi^- f_0\rangle \\ |1, -1\rangle_1^- &= -\sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^- \rho^0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^0 \rho^-\rangle \\ |1, -1\rangle_0^+ &= |\pi^- \omega\rangle \\ |1, -1\rangle_1^+ &= -\sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^- a_0^0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^0 a_0^-\rangle \end{aligned}$$

Die Kopplungen zwischen K_J^* und K werden wieder für Vektormesonen und für den Fall J = 0 oder 2 getrennt behandelt. Man sieht, daß die Zustände an die entgegengesetzten *C*-und *G*-Paritäten koppeln.

 $|\bar{p}p\rangle$:

$$\begin{split} |1,0\rangle^{+-} &= \frac{1}{2} \left(|\mathbf{K}_{1^{-}}^{*+}\mathbf{K}^{-}\rangle - |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle + |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*-}\mathbf{K}^{+}\rangle - |\bar{\mathbf{K}}_{1^{-}}^{*0}\mathbf{K}^{0}\rangle \right) \\ |1,0\rangle^{-+} &= \frac{1}{2} \left(|\mathbf{K}_{1^{-}}^{*+}\mathbf{K}^{-}\rangle - |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle - |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*-}\mathbf{K}^{+}\rangle + |\bar{\mathbf{K}}_{1^{-}}^{*0}\mathbf{K}^{0}\rangle \right) \\ |0,0\rangle^{--} &= \frac{1}{2} \left(|\mathbf{K}_{1^{-}}^{*+}\mathbf{K}^{-}\rangle + |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle + |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*-}\mathbf{K}^{+}\rangle + |\bar{\mathbf{K}}_{1^{-}}^{*0}\mathbf{K}^{0}\rangle \right) \\ |0,0\rangle^{++} &= \frac{1}{2} \left(|\mathbf{K}_{1^{+}}^{*+}\mathbf{K}^{-}\rangle - |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle - |\mathbf{K}_{1^{-}}^{*-}\mathbf{K}^{+}\rangle - |\bar{\mathbf{K}}_{1^{+}}^{*0}\mathbf{K}^{0}\rangle \right) \\ |1,0\rangle^{+-} &= \frac{1}{2} \left(|\mathbf{K}_{J^{+}}^{*+}\mathbf{K}^{-}\rangle - |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle - |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*-}\mathbf{K}^{+}\rangle + |\bar{\mathbf{K}}_{J^{+}}^{*0}\mathbf{K}^{0}\rangle \right) \\ |0,0\rangle^{++} &= \frac{1}{2} \left(|\mathbf{K}_{J^{+}}^{*+}\mathbf{K}^{-}\rangle + |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle + |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*-}\mathbf{K}^{+}\rangle + |\bar{\mathbf{K}}_{J^{+}}^{*0}\mathbf{K}^{0}\rangle \right) \\ |0,0\rangle^{--} &= \frac{1}{2} \left(|\mathbf{K}_{J^{+}}^{*+}\mathbf{K}^{-}\rangle + |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*0}\bar{\mathbf{K}}^{0}\rangle - |\mathbf{K}_{J^{+}}^{*-}\mathbf{K}^{+}\rangle - |\bar{\mathbf{K}}_{J^{+}}^{*0}\mathbf{K}^{0}\rangle \right) \end{split}$$

 $|\bar{p}n\rangle$:

$$\begin{aligned} |1,-1\rangle^{+} &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\left| \mathbf{K}_{1^{-}}^{*0} \mathbf{K}^{-} \right\rangle + \left| \mathbf{K}_{1^{-}}^{*-} \mathbf{K}^{0} \right\rangle \right) \\ |1,-1\rangle^{-} &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\left| \mathbf{K}_{1^{-}}^{*0} \mathbf{K}^{-} \right\rangle - \left| \mathbf{K}_{1^{-}}^{*-} \mathbf{K}^{0} \right\rangle \right) \\ |1,-1\rangle^{-} &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\left| \mathbf{K}_{J^{+}}^{*0} \mathbf{K}^{-} \right\rangle + \left| \mathbf{K}_{J^{+}}^{*-} \mathbf{K}^{0} \right\rangle \right) \\ |1,-1\rangle^{+} &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\left| \mathbf{K}_{J^{+}}^{*0} \mathbf{K}^{-} \right\rangle - \left| \mathbf{K}_{J^{+}}^{*-} \mathbf{K}^{0} \right\rangle \right) \end{aligned}$$

Die gesamten Phasenbeziehungen erhält man durch Einsetzen der Zwei-Teilchen-Zustände in die obigen Gleichungen der pp- und pn-Anfangszustände. Zunächst werden die Gleichungen für die KK-Resonanzen angegeben. Als Abkürzung wird die Notation $\Phi_{I,i}^C$ bzw. $\Phi_{d,i}^G$ eingeführt. Dabei steht d für pn-Anfangszustände, die nur Isospin $|1, -1\rangle$ haben.

$$\begin{split} |1,0\rangle_{0}^{-+} &= \begin{cases} +\frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0})\rangle \\ +\frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{0}(\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \end{cases} =: \Phi_{1,0}^{+} \\ |1,0\rangle_{1}^{-+} &= \begin{cases} -\frac{1}{2} |\pi^{+}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{-})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{+}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ +\frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{+}\bar{\mathbf{K}}^{0})\rangle - \frac{1}{2} |\pi^{-}(\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{+})\rangle \end{cases} =: \Phi_{1,1}^{+} \\ |1,0\rangle_{0}^{+-} &= \begin{cases} +\frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0})\rangle \\ -\frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle - \frac{1}{2} |\pi^{0}(\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \end{cases} =: \Phi_{1,0}^{-} \\ |1,0\rangle_{1}^{+-} &= \begin{cases} -\frac{1}{2} |\pi^{+}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{-})\rangle - \frac{1}{2} |\pi^{+}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ +\frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{+}\bar{\mathbf{K}}^{0})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{-}(\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{+})\rangle \end{cases} =: \Phi_{1,1}^{-} \\ |1,0\rangle_{1}^{+-} &= \begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{+}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{-})\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{+}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{12}} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-})\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{12}} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}} |\pi^{0}(\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{+}\bar{\mathbf{K}}^{0})\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{-}(\bar{\mathbf{K}}^{0}\mathbf{K}^{+})\rangle \end{cases} \end{cases} =: \Phi_{0,1}^{+} \end{split}$$

$$\begin{split} |0,0\rangle_{1}^{--} &= \begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{+}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{-})\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{+}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{12}} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-})\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{12}} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{0})\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{+})\rangle \end{cases} \\ |1,-1\rangle_{0}^{-} &= \begin{cases} +\frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ +\frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle + \sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle - \sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ +\frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{-})\rangle - \frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ &= :\Phi_{\mathbf{d},\mathbf{0}}^{-} \\ |1,-1\rangle_{\mathbf{0}}^{+} &= \begin{cases} +\frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ -\frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle - \frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ = :\Phi_{\mathbf{d},\mathbf{0}}^{+} \\ |1,-1\rangle_{\mathbf{0}}^{+} &= \begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{+}\mathbf{K}^{-})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle + \sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{+})\rangle + \sqrt{\frac{1}{8}} |\pi^{-}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{0})\rangle \\ +\frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{0}\mathbf{K}^{-})\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{0}(\mathbf{K}^{-}\mathbf{K}^{0})\rangle \end{cases} \end{aligned} =:\Phi_{\mathbf{d},\mathbf{0}}^{+} \end{split}$$

In gleicher Weise lassen sich die Phasenbeziehungen für die K π -Resonanzen angeben. Dabei zeigt sich, daß sich die unterschiedlichen Vorzeichen für skalare und Vektormesonen aufheben, so daß alle Übergänge K*K das gleiche Verhalten in der pp- und pn-Annihilation zeigen. Zur Unterscheidung der einzelnen Zustände wird die Notation $\Psi_{I,i}^C$ bzw. $\Psi_{d,i}^G$ benutzt.

$$\begin{split} |1,0\rangle^{+-} &= \begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathbf{K}^{+})\mathbf{K}^{-} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{+}\mathbf{K}^{0})\mathbf{K}^{-} \right\rangle \\ &+\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\mathbf{K}^{+})\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathbf{K}^{0})\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle \\ &+\sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathbf{K}^{-})\mathbf{K}^{+} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\bar{\mathbf{K}}^{0})\mathbf{K}^{+} \right\rangle \\ &-\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{+}\mathbf{K}^{-})\mathbf{K}^{0} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0})\mathbf{K}^{0} \right\rangle \\ &+\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\mathbf{K}^{+})\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathbf{K}^{0})\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle \\ &+\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\mathbf{K}^{+})\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathbf{K}^{0})\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle \\ &-\sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathbf{K}^{-})\mathbf{K}^{+} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\bar{\mathbf{K}}^{0})\mathbf{K}^{+} \right\rangle \\ &+\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{+}\mathbf{K}^{-})\mathbf{K}^{0} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0})\mathbf{K}^{0} \right\rangle \\ &|0,0\rangle^{--} = \begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathbf{K}^{+})\mathbf{K}^{-} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{+}\mathbf{K}^{0})\mathbf{K}^{-} \right\rangle \\ &+\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\mathbf{K}^{+})\bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0})\mathbf{K}^{0} \right\rangle \\ &+\sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathbf{K}^{-})\mathbf{K}^{+} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\bar{\mathbf{K}}^{0})\mathbf{K}^{+} \right\rangle \\ &+\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{+}\mathbf{K}^{-})\mathbf{K}^{0} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\bar{\mathbf{K}}^{0})\mathbf{K}^{0} \right\rangle \end{cases} =: \Psi_{0,\frac{1}{2}}^{-} \end{split}$$

$$\begin{split} |0,0\rangle^{++} &= \begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathrm{K}^{+})\mathrm{K}^{-} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{+}\mathrm{K}^{0})\mathrm{K}^{-} \right\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\mathrm{K}^{+})\bar{\mathrm{K}}^{0} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathrm{K}^{0})\bar{\mathrm{K}}^{0} \right\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\mathrm{K}^{-})\mathrm{K}^{+} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{-}\bar{\mathrm{K}}^{0})\mathrm{K}^{+} \right\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{+}\mathrm{K}^{-})\mathrm{K}^{0} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{12}} \left| (\pi^{0}\bar{\mathrm{K}}^{0})\mathrm{K}^{0} \right\rangle \end{cases} =: \Psi_{\mathrm{d},\frac{1}{2}}^{+} \\ |1,-1\rangle^{+} = \begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{3}} \left| (\pi^{-}\mathrm{K}^{+})\mathrm{K}^{-} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{0}\mathrm{K}^{0})\mathrm{K}^{-} \right\rangle \\ +\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{0}\mathrm{K}^{-})\mathrm{K}^{0} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| (\pi^{-}\bar{\mathrm{K}}^{0})\mathrm{K}^{0} \right\rangle \end{cases} =: \Psi_{\mathrm{d},\frac{1}{2}}^{+} \\ |1,-1\rangle^{-} = \begin{cases} -\sqrt{\frac{1}{3}} \left| (\pi^{-}\mathrm{K}^{+})\mathrm{K}^{-} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{0}\mathrm{K}^{0})\mathrm{K}^{-} \right\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} \left| (\pi^{0}\mathrm{K}^{-})\mathrm{K}^{0} \right\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} \left| (\pi^{-}\bar{\mathrm{K}}^{0})\mathrm{K}^{0} \right\rangle \end{cases} =: \Psi_{\mathrm{d},\frac{1}{2}}^{-} \end{split}$$

Unter der Annahme, daß keine weiteren Anfangszustände mit I = 2 oder Zwischenresonanzen mit $i = \frac{3}{2}$ existieren, die bis jetzt noch nicht beobachtet worden sind, ist das Isospinsystem der Anfangszustände vollständig.

$$\begin{aligned} p\bar{p}\rangle^{C} &= a_{C} |1,0\rangle^{C} + b_{C} |0,0\rangle^{C} \\ &= a_{C} \Psi^{C}_{1,\frac{1}{2}} + b_{C} \Psi^{C}_{0,\frac{1}{2}} \\ &= \alpha_{C} \Phi^{C}_{1,0} + \beta_{C} \Phi^{C}_{1,1} + \gamma_{C} \Phi^{C}_{0,1} \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} |\mathbf{n}\bar{\mathbf{p}}\rangle^{G} &= |1, -1\rangle^{G} \\ &= \Psi^{G}_{\mathrm{d}, \frac{1}{2}} \\ &= \alpha_{G} \Phi^{G}_{\mathrm{d}, 0} + \beta_{G} \Phi^{G}_{\mathrm{d}, 1} \end{aligned}$$

Die Koeffizienten a, b, α, β und γ werden dabei als freie Parameter bei der Partialwellenanalyse bestimmt. Dies bedeutet, daß die Anteile der Resonanzen in verschiedenen Endzuständen ein festes Verhältnis zueinander haben, das durch die Isospin-Zerlegung festgelegt ist. Das spielt dann eine wesentliche Rolle, wenn mehrere Endzustände gekoppelt angepaßt werden sollen. Obwohl dies bei dieser Analyse nicht der Fall ist, sind die Vorzeichen wichtig, um das richtige Interferenzverhalten sich überlagernder Resonanzen richtig zu beschreiben. Durch Vergleich mit den Quantenzahlen der Anfangszustände des \bar{p} p- und des \bar{p} n-Systems ergibt sich, daß ${}^{1}S_{0}$ und ${}^{3}P_{1,2,3}$ durch die Isospinwellenfunktionen $\Phi_{d,i}^{-}, \Psi_{d,\frac{1}{2}}^{-}, \Phi_{I,i}^{+}$ und $\Psi_{I,\frac{1}{2}}^{+}$ beschrieben werden müssen, während die Anfangszustände ${}^{3}S_{1}$ und ${}^{1}P_{1}$ in den Quantenzahlen mit $\Phi_{d,i}^{+}, \Psi_{d,\frac{1}{2}}^{+}, \Phi_{I,i}^{-}$ und $\Psi_{I,\frac{1}{2}}^{-}$ übereinstimmen.

4.3.6 Kopplungskoeffizienten an die Anfangszustände

Bevor die Isospinkoeffizienten endgültig bestimmt werden können, müssen noch die meßbaren Teilchen K_S und K_L mit definierter C-Parität auf die bei der Produktion erzeugten K⁰ und \bar{K}^0 mit definierter Strangeness zurückgeführt werden. Im Rahmen der Genauigkeit kann der Effekt der CP-Verletzung hier vernachlässigt werden.

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\left| K^0 \right\rangle + \left| \bar{K}^0 \right\rangle \right) & C = +1 \\ |K_L\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\left| K^0 \right\rangle - \left| \bar{K}^0 \right\rangle \right) & C = -1 \end{aligned}$$

Einzusetzen sind in die hergeleiteten Wellenfunktionen also die durch Transformation in die andere Basis erhaltenen Zustände:

$$\begin{split} \left| K^{0} \right\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\left| K_{S} \right\rangle + \left| K_{L} \right\rangle \right) \\ \left| \bar{K}^{0} \right\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}} \left(\left| K_{S} \right\rangle - \left| K_{L} \right\rangle \right) \end{split}$$

bzw.

$$\begin{split} \left| \mathbf{K}^{0} \bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle + \left| \bar{\mathbf{K}}^{0} \mathbf{K}^{0} \right\rangle &= \left| \mathbf{K}_{\mathrm{S}} \mathbf{K}_{\mathrm{S}} \right\rangle - \left| \mathbf{K}_{\mathrm{L}} \mathbf{K}_{\mathrm{L}} \right\rangle \\ \left| \mathbf{K}^{0} \bar{\mathbf{K}}^{0} \right\rangle - \left| \bar{\mathbf{K}}^{0} \mathbf{K}^{0} \right\rangle &= \left| \mathbf{K}_{\mathrm{L}} \mathbf{K}_{\mathrm{S}} \right\rangle - \left| \mathbf{K}_{\mathrm{S}} \mathbf{K}_{\mathrm{L}} \right\rangle \end{split}$$

Bei der Messung eines Endzustandes wird nun der Anteil der Wellenfunktion herausprojiziert, der im pp oder pn-Anfangszustand enthalten ist. Die Projektionsoperatoren $|\pi KK\rangle\langle\pi KK|$ für die untersuchten Endzustände sind in Tabelle 4.6 aufgelistet. Die Festlegung der Reihenfolge der Teilchen bei der Projektion legt dabei auch fest, welcher Impuls des zur Resonanz gehörenden Teilchens zur Berechnung der Zemach-Amplitude benutzt wird.

Endzustand	Projektionsoperator							
$m_1 m_2 m_3$	m_{21}	m_{31}	m_{23}					
$\pi^0 K^- K_S$	$ \dots\rangle\langle (\pi^0 \mathrm{K}^-)\mathrm{K}_\mathrm{S} $	$ \dots\rangle\langle (\pi^0 K_S) K^- $	$\left \dots \right\rangle \left\langle \pi^0 (\mathrm{K}^- \mathrm{K}_\mathrm{S}) \right $					
$\pi^{-}K_{S}K_{S}$	$ \rangle\langle (\pi^{-}K_{S})K_{S} $	$ \rangle\langle (\pi^{-}K_{S})K_{S} $	$ \rangle\langle\pi^{-}(K_{S}K_{S}) $					
$\pi^+ K_S K^-$	$ \dots\rangle\langle (\pi^+ K_S) K^- $	$ \dots\rangle\langle (\pi^+ \mathrm{K}^-)\mathrm{K}_{\mathrm{S}} $	$ \dots\rangle\langle\pi^+(K_SK^-) $					
$\pi^{-}K_{S}K^{+}$	$ \dots\rangle\langle (\pi^{-}K_{S})K^{+} $	$ \dots\rangle\langle (\pi^{-}\mathrm{K}^{+})\mathrm{K}_{\mathrm{S}} $	$ \dots\rangle\langle\pi^{-}(K_{S}K^{+}) $					

Tabelle 4.6: Projektionsoperatoren der untersuchten Endzustände. Jede Spalte entspricht dabei einer Achse (waagerecht, senkrecht und diagonal) im Dalitz-Plot.

Gleichbedeutend mit der Wahl der Impulse ist die Angabe des Winkels θ_{ab} . Auf der Diagonalen im Dalitz-Plot ($m_{21} = m_{31}$) sind die Impulse der K^{*} dem Betrag nach gleich. Das hat dann zur Folge, daß in diesem Fall die Winkel θ_{21} und θ_{31} genau entgegengesetzte Vorzeichen haben und dem Betrag nach gleich sind, wie in Kapitel 4.2.2 gezeigt ist. Damit ergibt sich eine destruktive Interferenz zwischen den beiden Resonanzen, wenn die Isospinkoeffizienten für m_{21} und m_{31} unterschiedliches Vorzeichen haben und die Zemach-Amplitude symmetrisch in θ ist oder die Isospinkoeffizienten gleich sind, dafür aber die Zemach-Amplitude antisymmetrisch ist. Im Fall von $\pi^0 K^- K_S$ folgt damit für beide Anfangszustände 1S_0 und 3S_1 destruktive Interferenz.

$\pi^0 \mathrm{K}^- \mathrm{K}_\mathrm{S}$	m_{21}	m_{31}	m_{23}
$\Phi^{ m d,0}$	-	-	
$\Phi^{\mathrm{d},1}$	-	-	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$
$\Phi^+_{ m d,0}$	-	-	-
$\Phi^+_{\mathrm{d},1}$	-	-	$+\sqrt{\frac{1}{8}}$
$\Psi^+_{\mathrm{d},rac{1}{2}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	-
$\Psi^{-}_{\mathrm{d},\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	-

Tabelle 4.7: Isospin Clebsch-Gordan Koeffizienten für $K_S K^- \pi^0$

Für den Anfangszustand ${}^{1}S_{0}$ hat die Spinwellenfunktion der K*(892) das Verhalten $\cos(\theta)$, also symmetrisch unter Änderung des Vorzeichens des Winkels. Die Isospinkoeffizienten haben entgegengesetztes Vorzeichen und damit ist die Interferenz destruktiv. Der nächste Anfangszustand ${}^{3}S_{1}$ hat für dieselbe Resonanz die Spinwellenfunktion $\sin(\theta)$. Da in diesem Fall die Isospinkoeffizienten gleiches Vorzeichen haben, ergibt sich wieder destruktive Interferenz. Das gleiche Verhalten gilt auch für die K_{0}^{*}(1430) und K_{2}^{*}(1430), da die Spinwellenfunktionen zwar nicht gleich sind, aber dasselbe Symmetrieverhalten besitzen.

$\pi^- K_S K_S$	m_{21}	m_{31}	m_{23}
$\Phi^{ m d,0}$	-	-	$+\frac{1}{2}$
$\Phi_{\mathrm{d},1}^{-}$	-	-	-
$\Phi^+_{ m d,0}$	-	-	-
$\Phi^+_{\rm d,1}$	-	-	$+\sqrt{\frac{1}{8}}$
$\Psi^+_{\mathrm{d},\frac{1}{2}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	-
$\Psi_{\mathrm{d},\frac{1}{2}}^{-}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	-

Tabelle 4.8: Isospin Clebsch-Gordan Koeffizienten für $K_S K_S \pi^-$

Da für $\pi^-K_SK_S$ die gleichen Spinwellenfunktionen gelten wie für $\pi^0K^-K_S$, ist offensichtlich, daß sich bei diesem Datensatz konstruktive Interferenz für den Anfangszustand 1S_0 und destruktive Interferenz für 3S_1 zwischen den sich kreuzenden K^{*} ergibt.

Beim Datensatz $\pi^{\pm}K_{S}K^{\mp}$ fällt zunächst das unterschiedliche Vorzeichen zwischen $\pi^{-}K_{S}K^{+}$ und $\pi^{+}K_{S}K^{-}$ für C = -1 auf. Da dieser Vorzeichenwechsel aber global für alle drei Dalitz-

$\pi^-\mathrm{K}_\mathrm{S}\mathrm{K}^+,\pi^+\mathrm{K}_\mathrm{S}\mathrm{K}^-$	m_{21}	m_{31}	m_{23}	m_{21}	m_{31}	m_{23}
$\Phi^+_{1,0}$	-	-		-	-	
$\Phi^+_{1,1}$	-	-	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$	-	-	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$
$\Phi^{1,0}$	-	-		-	-	
$\Phi^{1,1}$	-	-	$+\sqrt{\frac{1}{8}}$	-	-	$-\sqrt{\frac{1}{8}}$
$\Phi^+_{0,1}$	-	-	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	-	-	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$
$\Phi_{0,1}^-$	-	-	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	-	-	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$
$\Psi^{1,\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	-	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	-
$\Psi^+_{1,\frac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	-	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	-
$\Psi_{0,rac{1}{2}}^{-2}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	-	$+\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	-
$\Psi^+_{0,rac{1}{2}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	-	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	$-\sqrt{\frac{1}{12}}$	-

Plot-Achsen gilt und es keine Interferenzeffekte zwischen den Anfangszuständen unterschiedlicher C-Parität gibt, ändert sich an dem beobachteten Datensatz nichts und beide Zustände lassen sich in einen Dalitz-Plot eintragen.

Tabelle 4.9: Isospin Clebsch-Gordan Koeffizienten für $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$

Man sieht, daß es für die K^{*} je nach Isospin des Anfangszustandes einen konstruktiv interferierenden Anteil mit I = 0 und einen destruktiv interferierenden Anteil mit I = 1 gibt. Da die beiden Anteile kohärent addiert werden und die Produktionsstärke der Isospinanteile freie komplexe Parameter der Anpassung sind, lassen sich die starren Phasenbeziehungen auf die Produktionsstärken übertragen.

$$\alpha \left(\mathbf{K}^{*0} - \mathbf{K}^{*\pm} \right) + \beta \left(\mathbf{K}^{*0} + \mathbf{K}^{*\pm} \right) = (\alpha + \beta) \mathbf{K}^{*0} + (\beta - \alpha) \mathbf{K}^{*\pm}$$

4.4 Erlaubte Resonanzen in den Endzuständen

Ausgehend von der Erhaltung der Quantenzahlen und des Isospins, sowie der Frage, ob die Kopplung mit Drehimpulsen zu diesen Quantenzahlen überhaupt möglich ist, ergibt sich, welche Resonanzen aus einem der Anfangszustände erlaubt sind. In den folgenden Tabellen 4.10-4.12 sind die Drehimpulse zur Kopplung an die Anfangszustände aufgelistet.

4.4.1 Parametrisierung der Partialwellen

Die meisten Resonanzen können als Breit-Wigner-Resonanz beschrieben werden. Erst wenn mehrere Resonanzen in einer Partialwelle vorhanden sind, die deutlich überlappen, muß der allgemeine K-Matrix Formalismus benutzt werden. Dies ist sowohl für die Resonanzen

			pn-Anfangszustand					
		${}^{2S+1}J_{L_i} \\ I^G(J^P)$	${}^{1}S_{0}$ $1^{-}(0^{-})$	${}^{3}S_{1}$ 1 ⁺ (1 ⁻)	${}^{1}P_{1}$ 1 ⁺ (1 ⁺)	${}^{3}P_{1}$ $1^{-}(1^{+})$	${}^{3}\mathrm{P}_{2}$ $1^{-}(2^{+})$	
Resonanz	$I^G(l^{PC})$	Zerfall			L			
K*(892)	$\frac{1}{2}(1^{-})$	$K\pi$	1	1	0	0	2	
$K_0^*(1430)$	$\frac{1}{2}(0^+)$	$K\pi$	0	-	1	1	-	
$K_{2}^{*}(1430)$	$\frac{1}{2}(2^+)$	$K\pi$	2	2	1	1	1	
$a_2(1320), a_2(1650)$	$\tilde{1}^{-}(2^{++})$	ΚĒ	-	2	1	-	-	
$\rho(1450), \rho(1700)$	$1^+(1^{})$	ΚĒ	1	-	-	0	2	
$a_0(980), a_0(1450)$	$1^{-}(0^{++})$	$K\bar{K}$	-	-	1	-	-	

Tabelle 4.10: Drehimpulse der erlaubten Anfangszustände und Resonanzen in $K_S K^- \pi^0$.

			$\bar{\mathrm{p}}\mathrm{n} ext{-}\mathrm{Anfangszustand}$						
		${}^{2S+1}_{I^G(J^P)}J_{L_i}$	${}^{1}S_{0}$ $1^{-}(0^{-})$	${}^{3}S_{1}$ 1 ⁺ (1 ⁻)	${}^{1}P_{1}$ 1 ⁺ (1 ⁺)	${}^{3}P_{1}$ $1^{-}(1^{+})$			
Resonanz	$I^G(l^{PC})$	Zerfall		1	5				
$K^{*}(892)$	$\frac{1}{2}(1^{-})$	$K\pi$	1	1	0	0			
$K_0^*(1430)$	$\frac{1}{2}(0^{+})$	$K\pi$	0	-	1	1			
$K_{2}^{*}(1430)$	$\frac{1}{2}(2^+)$	$K\pi$	2	2	1	1			
$a_2(1320), a_2(1650)$	$\bar{1}^{-}(2^{++})$	ΚĒ	-	2	1	-			
$a_0(980), a_0(1450)$	$1^{-}(0^{++})$	ΚĒ	-	-	-	1			
$f_0(980), f_0(1370),$	$0^+(0^{++})$	ΚĒ	0	-	-	1			
$\begin{array}{l} f_0(1500),f_0(1700)\\ f_2(1270),f_2'(1525),\\ f_2(1700) \end{array}$	$0^+(2^{++})\\0^+(2^{++})$	ΚĒ	2	-	-	1			

Tabelle 4.11: Drehimpulse der erlaubten Anfangszustände und Resonanzen in $K_S K_S \pi^-$.

			pp-Anfangszustand						
		${}^{2S+1}J_{L_i} \\ I^G(J^{PC})$	${1 \atop 1^{-}(0^{-+}) \\ 0^{+}(0^{-+})}$	${}^{3}S_{1} \\ 1^{+}(1^{}) \\ 0^{-}(1^{})$	${}^{1}P_{1} \\ 1^{+}(1^{+-}) \\ 0^{-}(1^{+-})$	${}^{3}P_{1}$ $1^{-}(1^{++})$ $0^{+}(1^{++})$	${}^{3}P_{2} \\ 1^{-}(2^{++}) \\ 0^{+}(2^{++})$		
Resonanz	$I^G(l^{PC})$	Zerfall			L				
$K^{*}(892)$	$\frac{1}{2}(1^{-})$	$K\pi$	1	1	0	0	2		
$K_0^*(1430)$	$\frac{1}{2}(0^{+})$	$K\pi$	0	-	1	1	-		
$K_2^*(1430)$	$\frac{1}{2}(2^+)$	$K\pi$	2	2	1	1	1		
$a_2(1320), a_2(1650)$	$\bar{1}^{-}(2^{++})$) KĀ	2	2	1	1	1		
$\rho(1450), \rho(1700)$	$1^+(1^{})$) KĀ	1	1	0	0	2		
$a_0(980), a_0(1450)$	$1^{-}(0^{++})$) KĀ	0	-	1	1	-		

Tabelle 4.12: Drehimpulse der erlaubten Anfangszustände und Resonanzen in $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$.

 $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ als auch für die skalaren Mesonen $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ und $f_0(1700)$ der Fall. Weitere Besonderheiten sind bei den Resonanzen $a_0(980)/f_0(980)$, sowie beim $K_0^*(1430)$ zu beachten, die im folgenden diskutiert werden.

$a_0(980)$ und $f_0(980)$

Die Resonanzen $a_0(980)$ und $f_0(980)$ werden mit Hilfe der Flatté-Parametrisierung beschrieben [6]. Dadurch wird die Änderung der Resonanzform durch den weiteren Zerfallskanal berücksichtigt. Dies ist am Beispiel des $a_0(980)$ in Abbildung 4.5 zu sehen, das sowohl in $\eta\pi$ als auch in K \bar{K} zerfällt. Die hier benutzen Parameter sind $m = 980 \text{ MeV/c}^2$, sowie $\Gamma_{\eta\pi} = 8.8 \text{ MeV/c}^2$ und $\Gamma_{K\bar{K}} = 86.6 \text{ MeV/c}^2$ [2]. Diese Parameter werden bei der Anpassung festgehalten, da die Daten nicht sensitiv genug sind, um genauere Informationen über die Partialbreiten zu gewinnen. Für das $f_0(980)$ wird entsprechend die Breite des zweiten Zerfallskanals als $\Gamma_{\pi\pi} = 8.8 \text{ MeV/c}^2$ gewählt.



Abbildung 4.5: Die Flatté-Parametrisierung der Resonanz $a_0(980)$. Dargestellt sind die Kurvenformen der Resonanz in den Zerfallskanälen $\eta\pi$ und $\bar{K}K$ in willkürlichen Einheiten, die sich durch die Öffnung der $\bar{K}K$ -Schwelle und die gegenseitige Beeinflussung durch den Konkurrenzkanal ergibt. Gestrichelt ist der Verlauf gezeichnet, der sich bei einer einfachen Breit-Wigner Resonanz für $\eta\pi$ ergeben würde, wenn der Einfluß durch den Zerfall in $\bar{K}K$ vernachlässigt wird.

$K_0^*(1430)$

Das $K_0^*(1430)$ wurde von der LASS-Kollaboration detailliert vermessen (Abb. 4.6). Daraus wurden die für die Analyse im K-Matrix-Formalismus nötigen Parameter in [1] extrahiert. Der Resonanz- und der Streuanteil wird durch die Erweiterung der K-Matrix dann als

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{m_0 \Gamma_0 / \rho(m_0)}{m_0^2 - m^2} + \frac{am}{2 + abq^2}$$



Abbildung 4.6: Die $(K\pi)$ -S-Streuamplitude und Phase des LASS-Experiments [40]. Zu sehen sind die experimentellen Daten und die Anpassung zur Bestimmung der Parameter für den K-Matrix Formalismus.

beschrieben. Die Parameter sind dabei $m_0 = 1343 \,\mathrm{MeV/c^2}$, $\Gamma_0 = 400 \,\mathrm{MeV/c^2}$, $a = 0.00181 \,\mathrm{MeV^{-1}}$ und $b = 0.00258 \,\mathrm{MeV^{-1}}$. Der Phasenraumfaktor ρ und der Relativimpuls q sind in Kapitel 4.2.3 definiert worden. Zur Bestimmung der Parameter wurde die Amplitude aus Abbildung 4.6 an **T** angepaßt.

$$\mathbf{T} = (\mathbf{1} - i\rho\hat{\mathbf{K}})^{-1}\hat{\mathbf{K}}\rho$$

 $K_2^*(1430)$

Eine Sonderstellung nimmt die Resonanz $K_2^*(1430)$ ein. Die Masse liegt mit 1430 MeV/c² außerhalb des Phasenraum, der bis etwa 1380 MeV/c² reicht. Wie in Abbildung 4.7 zu sehen ist, kann die Resonanz durch die Breite von etwa 100 MeV/c² doch zu den Datensätzen beitragen, auch wenn die Intensität durch den Phasenraum und Drehimpulsbarrieren stark unterdrückt ist. Durch die Winkelverteilungen erscheint diese Resonanz in den Dalitz-Plots nicht als senkrechtes oder waagerechtes Band wie das K*(892), sondern kann mit \bar{K} K-Resonanzen vergleichbare Strukturen erzeugen. Dies wird noch deutlicher, wenn man die Interferenzeffekte zweier $K_2^*(1430)$ betrachtet (Abb. 4.8).



Abbildung 4.7: Messung der Resonanzen $K^*(892)$ und $K_2^*(1430)$ durch das LASS-Experiment. Zu sehen ist, daß die Intensität des $K_2^*(1430)$ deutlich bis zu 1000 MeV/ c^2 reicht. Die schraffierte Fläche ergibt sich nach Vernachlässigung von Ereignissen durch N^{*}-Produktion. Dies hat jedoch auf die hier untersuchten Daten keinen Einfluß.

4.4.2 Grafische Darstellung der Partialwellen

Aus den benötigten Drehimpulsen aus Kapitel 4.4 folgt, welcher Zemach-Tensor zur Berechnung der Winkelverteilung benutzt wird. Gleichzeitig geben die Isospin-Kopplungskoeffizienten zusammen mit dem Zemach-Tensor an, wie das Interferenzverhalten sich kreuzender Resonanzen im Dalitz-Plot aussieht, wenn kein freier komplexer Parameter zwischen den beiden Resonanzen angepaßt werden darf. Dies ist für die K*-Resonanzen in den Datensätzen $K_SK^-\pi^0$ und $K_SK_S\pi^-$ der Fall. Zusätzlich zur Winkelverteilung wird das Bild einer Resonanz auch durch die dynamische Amplitude und die Drehimpulsbarriere bestimmt. Damit stehen alle Informationen zur Berechnung der theoretischen Amplitude zur Verfügung. Im folgenden sind alle bei der Analyse der Datensätze vorkommenden Partialwellen grafisch dargestellt. Die unterschiedlichen Intensitäten bei mehreren Polen in einer Partialwelle ergeben sich durch die Wahl der komplexen Produktionsstärken. Diese sind zufällig ausgewählten Anpassungen aus Kapitel 5.3 und den folgenden entnommen.



Abbildung 4.8: Dalitz-Plots der vorkommenden Resonanzen in $K_S K^- \pi^0$ durch Berechnung der theoretischen Amplitude.



Abbildung 4.9: Dalitz-Plots der vorkommenden Resonanzen in $K_S K_S \pi^-$ durch Berechnung der theoretischen Amplitude.



Abbildung 4.10: Dalitz-Plots der vorkommenden Resonanzen in $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ aus der S-Welle durch Berechnung der theoretischen Amplitude.



Abbildung 4.11: Dalitz-Plots der vorkommenden Resonanzen in $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ aus der P-Welle durch Berechnung der theoretischen Amplitude.

Kapitel 5

Partialwellenanalyse der Daten

5.1 Anpassungsverfahren

Alle zur Beschreibung der Partialwellen benötigten Funktionen sind nun bekannt und es wird die beste Beschreibung der Daten gesucht. Zu jedem Ereignis oder jedem Bin x_i im Dalitzplot wird dazu die theoretische Intensität $f(x_i, a)$ berechnet, die vom Parametervektor *a* abhängt, der die komplexen Produktionsstärken sowie die Massen und Breiten der Resonanzen enthält. Für die Summe aller Ereignisse bzw. Bins muß dann zu jedem *a* eine geeignete Güte FCN berechnet werden, die angibt, wie gut die Anpassung ist. Diese Güte erlaubt es, unterschiedliche Anpassungen zu vergleichen und damit den Parametervektor *a* zu finden, der die beste Beschreibung liefert.

5.1.1 Minimierungs-Funktionen

Es stehen drei mögliche Funktionen zur Verfügung, mit denen die Güte berechnet werden kann. Diese leiten sich vom allgemeinen Fall der *maximum likelihood*-Methode ab [65].

Likelihood-Anpassung

Ganz allgemein läßt sich die Gesamtwahrscheinlichkeit als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten berechnen. Bei der Untersuchung der Verteilung von Ereignissen ist die Einzelwahrscheinlichkeit proportional zur theoretischen Intensität $f(x_i, a)$ für ein Ereignis. Daraus folgt die Definition der *likelihood*-Funktion für *n* gemessene Ereignisse x_i :

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; a) = \prod_{i=1}^n f(x_i, a)$$

Die $f(x_i, a)$ müssen normiert werden, damit der Wert von \mathcal{L} nicht unendlich groß werden kann. Die Normierung ist darin begründet, daß nur eine endliche Zahl von Ereignissen

gemessen wurde; sie wird realisiert mit Hilfe der Monte-Carlo Ereignisse x_j durch Integration über den Phasenraum:

$$\int_{\Omega} f(x,a) \, \mathrm{d}x = \sum_{j=1}^{N_{\mathrm{MC}}} f(x_j,a)$$

Damit ergibt sich für \mathcal{L} :

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; a) = \prod_{i=1}^n \left(\frac{f(x_i, a)}{\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{MC}}} f(x_j, a)} \right)$$

Anschaulich wird der Wert von \mathcal{L} dann größer, wenn die theoretische Intensität $f(x_i, a)$ gerade an den Stellen x_i groß ist, an denen viele Ereignisse gemessen werden. Aus technischen Gründen ist es günstiger, den Logarithmus von \mathcal{L} zu berechnen und diesen Wert zu maximieren, da \mathcal{L} schnell sehr kleine Werte annimmt, die dann nicht mehr innerhalb des erlaubten Zahlenbereichs der Rechner liegen.

Bei der technischen Umsetzung wird in diesem Fall das CERN-Softwarepaket MINUIT verwendet. Da mit MINUIT nur Minima bestimmt werden können, wird ein zusätzliches Vorzeichen eingeführt und durch Variation von *a* der Wert von FCN minimiert. Die Minimierungsfunktion lautet damit:

$$FCN = -\ln \mathcal{L} = n \ln \sum_{j}^{N_{MC}} f(x_j, a) - \sum_{i} \ln f(x_i, a)$$

Es ist offensichtlich, daß dieses Verfahren sehr aufwendig ist, da für jedes Ereignis der Daten und der Akzeptanz die theoretische Amplitude bei jedem Iterationsschritt zur Bestimmung von a neu berechnet werden muß. Daher eignet sich diese Methode nur bei geringer Statistik.

χ^2 -Anpassung

Für eine χ^2 -Anpassung müssen die Daten gebinnt vorliegen. Dabei werden die Ereignisse N_i in einem Bin x_i berechnet, indem die gemessenen Ereignisse n_i durch die Ereignisse der Akzeptanz m_i geteilt werden und abschließend auf die ursprüngliche Anzahl von gemessenen Ereignissen normiert wird. Geht man davon aus, daß die N_i mit einem Fehler σ_i Gaußverteilt um $f(x_i, a)$ sind, so ergibt sich für die Einzelwahrscheinlichkeit p_i :

$$p_i(f(x_i, a), N_i, \sigma_i) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(f(x_i, a) - N_i)^2/2\sigma_i^2}$$

Setzt man die p_i in die Definition der *likelihood*-Funktion ein und bildet den negativen Logarithmus, so erhält man:

$$-\ln \mathcal{L} = \sum_{i}^{n} \left[\ln(\sigma_i \sqrt{2\pi}) + \frac{(f(x_i, a) - N_i)^2}{2\sigma_i^2} \right]$$

Eine Normierung der $f(x_i, a)$ muß dabei nicht vorgenommen werden, da in diesem Fall die p_i die schon normierten Wahrscheinlichkeiten sind. Vernachlässigt man alle Terme, die nicht von a abhängen und multipliziert das Ergebnis mit einem Faktor zwei, so erhält man die bekannte χ^2 -Definition:

$$\texttt{FCN} = \chi^2 = \sum_{i}^{n} \frac{(f(x_i, a) - N_i)^2}{\sigma_i^2}$$

Anschaulich bedeutet dies, daß der Abstand zwischen gemessener und berechneter Intensität minimiert werden muß, um ein kleines χ^2 zu erhalten, wobei Einträge mit kleineren Fehlern stärker berücksichtigt werden. Diese Möglichkeit zur Berechnung der Güte hat den Vorteil, daß die theoretische Intensität an weniger Stellen x_i berechnet werden muß. Jedoch kann dieses Verfahren nicht mehr angewendet werden, wenn die gemessene oder theoretische Intensität zu niedrig ist. In diesem Fall ist die Annahme Gauß-verteilter Fehler nicht mehr gültig.

Extended binned likelihood-Anpassung

Um das Problem der χ^2 -Anpassung bei niedriger Statistik zu umgehen, wird anstelle der Gauß- die Poisson-Verteilung benutzt. Da hier der statistische Fehler der Akzeptanz nicht durch Fehlerfortpflanzung in σ_i eingehen kann, muß dieser vernachlässigbar sein. Dies kann durch Erhöhung der Statistik der simulierten Ereignisse oder durch Glättung der Akzeptanz (s. Kap. 5.2) erreicht werden. Die gemessene Zählrate n_i in einem Bin x_i ist dann um den Wert $f'(x_i, a) = f(x_i, a) \cdot m_i$ Poisson-verteilt. Damit ergibt sich folgende Einzelwahrscheinlichkeit:

$$p_i(f'(x_i, a), n_i) = \frac{f'(x_i, a)^{n_i}}{n_i!} e^{-f'(x_i, a)}$$

Auch hier wird der negative Logarithmus gebildet und man erhält:

$$FCN = -\ln \mathcal{L} = \sum_{i}^{n} \left[f'(x_i, a) - n_i \cdot \ln \left(f'(x_i, a) \right) + \ln(n_i!) \right]$$

Allen Verfahren ist gemeinsam, daß die Summen über eine große Anzahl n berechnet werden müssen. Dies führt numerisch zu Problemen der Rechengenauigkeit, da jedesmal ein einzelner Summand zur bisherigen Summe addiert wird. Dadurch gehen bei jeder Addition so viele Stellen des kleineren Summanden verloren, wie die Größenordnung der bisherigen Summe größer ist. Dies kann schließlich dazu führen, daß kleine Änderungen des Parametervektors a keinen Einfluß mehr auf den FCN-Wert haben. Da der negative Logarithmus von \mathcal{L} jedoch keine absolute Größe ist, kann er beliebig transformiert werden, wenn sich dadurch die relativen Abstände zwischen zwei Anpassungen nicht ändern. Als Transformation bietet sich an, den FCN-Wert am Anfang jeder Minimierung auf Null zu transformieren. Dazu wird der Wert $-\ln \mathcal{L}$ zunächst ganz normal berechnet und durch die Anzahl n der Summanden geteilt. Der an MINUIT nach jedem Anpassungsschritt zurückgegebene FCN-Wert wird dann berechnet, indem nach jeder Addition der Wert $-\ln \mathcal{L}/n$ wieder abgezogen wird. Dadurch bleibt der FCN-Wert immer nahe der Größenordnung Eins. Die Anpassungen konvergieren dadurch, wie deutlich beobachtet werden konnte, zuverlässiger und schneller.

5.1.2 Technische Umsetzung

Die Bestimmung des optimalen Parametervektors a erfolgt mit einer für diese Analysen erweiterten Version des Programms pwa++ [58]. Die einzelnen Parameter a_k können dabei beliebig gesetzt und festgehalten oder frei angepaßt werden. Zu beachten ist dabei, daß für jeden \bar{p} N-Anfangszustand eine Phase festgehalten werden muß, da nur die relative und nicht die absolute Phase gemessen werden kann. Zusätzlich dazu muß bei einer Anpassung mit der *likelihood*-Methode insgesamt eine Amplitude festgehalten werden, da die theoretischen Intensitäten $f(x_i, a)$ renormiert werden. Dadurch wird anschaulich nur die Intensitätsverteilung und nicht die absolute Zählrate der Ereignisse angepaßt.

PWA++

Die Steuerung einer Anpassung mit pwa++ benötigt als Eingabe mehrere Dateien.

• Datendatei(en) (*.dat)

Diese Dateien enthalten je nach Minimierungsmethode die notwendigen Informationen der Ereignisse:

- likelihood: Die Koordinaten der gemessenen Daten $(m_{21,i}^2 \text{ und } m_{31,i}^2)$ und die der simulierten Daten $(m_{21,j}^2 \text{ und } m_{31,j}^2)$ werden aus zwei getrennten Dateien eingelesen.

- χ^2 : Die Koordinaten $m_{21,i}^2$ und $m_{31,i}^2$ der Mittelpunkte der Bins werden zusammen mit der akzeptanzkorrigierten Ereignisrate N_i der Bins mit dem dazugehörigen Fehler σ_i aus einer Datei eingelesen.

- binned likelihood: Die Koordinaten $m_{21,i}^2$ und $m_{31,i}^2$ der Mittelpunkte der Bins werden zusammen mit den Ereignisrate der gemessenen n_i und der simulierten Daten m_i aus einer Datei eingelesen.

• Definitionsdatei (*.crd)

In dieser Datei werden der Endzustand sowie die zu untersuchenden Resonanzen definiert (s. Beispiel in Kap. C.2). Dazu werden die Massen und Ladungen der drei Mesonen des Endzustands angegeben. Danach folgen Angaben über die zu benutzende Fitmethode sowie die Namen der Dateien, die die Daten enthalten. Die Resonanzen werden dann definiert, indem der Resonanztyp gewählt wird. Dabei stehen neben der Breit-Wigner-Parametrisierung mehrere K-Matrix-Typen zur Verfügung. Danach müssen je nach Resonanztyp die Masse, Breite oder Partialbreiten und weitere Konstanten angegeben werden.

Prinzipiell steht damit durch die Auswahlregeln fest, welche Resonanzen mit welchen Drehimpulsen und Isospin-Kopplungskoeffizienten zu einem Anfangszustand koppeln können. Diese Berechnung wird von pwa++ jedoch nicht durchgeführt, so daß der Benutzer die Anfangszustände und die dazugehörigen Parameter selber angeben muß.

• Steuerungsdatei (*.in)

MINUIT wird von pwa++ nun der Parametervektor *a* sowie eine Funktion zur Berechnung des FCN-Wertes zur Verfügung gestellt. Diese Funktion berechnet mit Hilfe des Parametervektors die theoretischen Amplituden und vergleicht diese je nach ausgewählter Anpassungsmethode mit den Daten. Die Steuerung der Anpassung erfolgt durch Ausführen der möglichen Befehle von MINUIT. Die wichtigsten Befehle sind, neben dem Starten der Minimierung, das Setzen gewünschter Startwerte sowie das Festlegen, welche Parameter festgehalten oder frei angepaßt werden sollen. Die Parameter können dabei über eine laufende Nummer angesprochen werden. Diese Befehle werden dazu in der Steuerungsdatei vorgegeben (s. Beispiel in Kap. C.3).

Um pwa++ aufzurufen, werden als Parameter noch die Namen der Dateien, die Anzahl der Rechner, auf denen die Anpassung durchgeführt werden soll, sowie die Startpriorität angegeben. Nachdem alle MINUIT-Befehle abgearbeitet sind, wird eine Definitionsdatei mit den aktuellen Parametern ausgegeben, die wieder als Startdatei für eine weitere Anpassung dienen kann. Zudem wird noch eine Histogrammdatei ausgegeben, die alle theoretischen Intensitäten sowie die Daten enthält, so daß die Ergebnisse graphisch dargestellt werden können.

Steuerung des Ablaufs mit heli

Zur Vereinfachung der Anpassungen wird pwa++ von einem weiteren Programm (heli) aufgerufen, das die Definitions- und die Steuerungsdatei nach Vorgabe einer weiteren Datenkarte (s. Beispiel in Kap. C.1) automatisch berechnen kann und dann pwa++ startet.

Das Programm berechnet dazu für jede Resonanz aus allen vorgegebenen Anfangszuständen aus, ob eine Kopplung erlaubt und mit welchen Drehimpulsen dies möglich ist. Dadurch reicht die Angabe der Resonanzen und die Anzahl der Anfangszustände um die Definitionsdatei für **pwa++** zu erzeugen.

Eine weitere Vereinfachung ergibt sich dadurch, daß die Parameter der Resonanzen innerhalb der Datenkarte mit einem eindeutigen Namen angesprochen werden können. Die Parameter lassen sich sowohl einzeln oder in Gruppen ansprechen, wenn z.B. alle Amplituden und Phasen einer Resonanz frei angepaßt werden sollen. Dazu wird die Anweisung der Datenkarte in mehrere MINUIT-Befehle übersetzt, wobei die Parameternamen in die entsprechenden Nummern der Parameter umgerechnet werden. Zudem erlaubt das Programm die Durchführung von Scans zweier Parameter, z.B. Masse und Breite einer Resonanz, mit automatischer Ausgabe von kumac-Dateien, wodurch sich das Ergebnis graphisch mit PAW darstellen läßt. Dazu werden die Wertebereiche und die Anzahl der Scanpunkte für die Parameter angegeben und die Anpassungen werden nacheinander durchgeführt.

5.2 Glättung der Detektorakzeptanz

Die Detektorakzeptanz wird durch gewürfelte Monte-Carlo Ereignisse ermittelt, da sie im allgemeinen nicht direkt berechnet werden kann. Durch diese Methode enthält die Akzeptanz zunächst statistische Fluktuationen, da nicht unendlich viele Ereignisse generiert werden können. Um dies auszugleichen, bietet es sich an, sie mit einer phänomenologischen Funktion zu beschreiben und deren Funktionswerte zur Akzeptanzkorrektur zu benutzen.

Nach einer kleinen Erweiterung läßt sich das Analyseprogramm dazu benutzen, ein Polynom an die Akzeptanz anzupassen. Dazu werden mit der Definition $x = m_{12}^2/10^6$ und $y = m_{31}^2/10^6$ die Koeffizienten eines gemischten zweidimensionalen Polynoms angepaßt. Tabelle 5.1 zeigt die Ergebnisse dieser Parametrisierungen. Im folgenden werden nun die Funktionswerte dieser Polynome (Abb. 5.1 und 5.2) anstelle der Monte-Carlo Ereignisse als Akzeptanz für die Partialwellenanalysen benutzt.

Term	$K_S K^- \pi^0$	$K_S K_S \pi^-$	Term	$K_{\rm S}K^-\pi^0$	$\rm K_S K_S \pi^-$	Term	$K_S K^- \pi^0$	$K_S K_S \pi^-$
const	0.297	-16.7	x^5y	0.0310	-1.65	y^8	0.829	-0.0929
x	2.55	32.7	x^4y^2	-8.44	-18.2	x^9	0.323	-0.312
y	-5.76	37.6	x^3y^3	10.2	16.5	x^8y	-1.12	-1.01
x^2	1.85	-20.5	x^2y^4	-16.4	-13.6	x^7y^2	0.288	2.79
xy	-9.96	-34.6	xy^5	8.83	-4.88	x^6y^3	2.96	3.37
y^2	23.2	-29.8	y^6	-1.06	-0.782	x^5y^4	0.235	-0.763
x^3	-3.88	5.30	x^7	-1.05	1.13	x^4y^5	-5.29	-1.73
x^2y	-3.78	-15.0	x^6y	2.68	-2.73	x^3y^6	-1.32	0.459
xy^2	24.0	17.8	x^5y^2	-5.88	-8.62	x^2y^7	-0.329	0.189
y^3	-29.8	-0.914	x^4y^3	-0.407	-0.837	xy^8	2.29	0.148
x^4	1.34	-1.90	x^3y^4	2.70	0.745	y^9	4.82	-0.212
x^3y	4.53	15.2	x^2y^5	1.18	-2.01	x^{10}	-0.0722	0.0296
x^2y^2	-13.7	-2.69	xy^6	-1.14	0.402	x^9y	0.0548	0.382
xy^3	-6.58	11.7	y^7	-11.9	0.879	x^8y^2	0.725	-0.685
y^4	-4.68	7.59	x^8	0.0415	0.396	x^7y^3	-2.07	-1.60
x^5	0.877	-1.44	x^7y	0.663	0.0123	x^6y^4	0.728	-0.0985
x^4y	-4.34	17.4	x^6y^2	0.499	4.26	x^5y^5	0.964	0.717
x^3y^2	24.6	3.13	x^5y^3	-0.221	-0.189	x^4y^6	-0.215	-0.430
x^2y^3	-15.3	-1.64	x^4y^4	-1.55	-0.805	x^3y^7	0.724	0.0783
xy^4	6.93	3.77	x^3y^5	8.28	3.91	x^2y^8	-0.308	-0.369
y^5	22.2	-2.22	x^2y^6	1.18	1.18	xy^9	-0.180	0.00453
x^6	0.240	-0.768	xy^7	-4.99	0.525	y^{10}	-1.60	0.0551

Tabelle 5.1: Beschreibung der Akzeptanz mit einem gemischten zweidimensionalen Polynom.



Abbildung 5.1: Dalitz-Plots und Projektionen der Glättung der Detektor-Akzeptanz von $K_S K^- \pi^0$. Links oben sind die Monte-Carlo Ereignisse geplottet, daneben die Anpassung. In den Projektionen ist die Anpassung durch die Fläche, die Ereignisse als Fehlerbalken dargestellt.



Abbildung 5.2: Dalitz-Plots und Projektionen der Glättung der Detektor-Akzeptanz von $K_S K_S \pi^-$. Links oben sind die Monte-Carlo Ereignisse geplottet, daneben die Anpassung. In den Projektionen ist die Anpassung durch die Fläche, die Ereignisse als Fehlerbalken dargestellt.

5.3 Die Reaktion $\bar{p}p \rightarrow K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$

Dieser Datensatz wurde bereits in der Dissertation in Berkeley [1] untersucht. Zudem gibt es eine veröffentlichte Analyse [2] des Datensatzes $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$, die dieselben Ergebnisse liefern sollte, wie die Analyse von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$. Die Untersuchungen unterscheiden sich jedoch sowohl in der vorhandenen Statistik (11373 Ereignisse für $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$ und 49849 für $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$) als auch in den getesteten Hypothesen. Insbesondere wurde eine zusätzliche $K\pi$ -Resonanz, das $K_2^*(1430)$, mit in die Hypothesen aufgenommen. In [1] wurde gezeigt, daß diese Resonanz einen wesentlichen Einfluß auf das Ergebnis der Partialwellenanalyse haben kann. Der Vergleich mit zwei weiteren $\bar{K}K\pi$ -Datensätzen erlaubt es, den Einfluß des $K_2^*(1430)$ zu kontrollieren. Aufgrund der höheren Statistik ist es bei der Analyse von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ auch möglich, P-Anfangszustände zu untersuchen.

Um auf systematische Abweichungen und die Detektorauflösung Rücksicht zu nehmen, werden die Massen und Breiten der K*(892) bei jedem Fit freigelassen. Im Vergleich zu den Werten der PDG, die in Tabelle 5.2 aufgelistet sind, stimmen die Massen sehr gut überein. Allerdings ergeben sich aufgrund der Detektorauflösung systematisch höhere Breiten. Die Auflösung beträgt hier etwa 20 – 30 MeV/c^2 . Für die Massen und Breiten der Resonanzen werden als Startwerte die Resultate der PDG oder Ergebnisse von anderen Crystal-Barrel-Analysen eingesetzt. Die Parametrisierung des $a_0(980)$ und des $K_0^*(1430)$ ist in Kapitel 4.4.1 beschrieben.

Resonanz	$\rm Masse~[MeV/c^2]$	Breite $[MeV/c^2]$
$K^{*}(892)^{\pm}$	$891.66 {\pm} 0.26$	$50.8 {\pm} 0.9$
$K^{*}(892)^{0}$	$896.10 {\pm} 0.28$	$50.7 {\pm} 0.6$
$K_0^*(1430)$	1412 ± 6	$294{\pm}23$
$K_2^*(1430)^{\pm}$	$1425.6{\pm}1.5$	$98.5 {\pm} 2.7$
$K_2^*(1430)^0$	$1432.4{\pm}1.3$	109 ± 5
$a_2(1320)$	$1318.0 {\pm} 0.6$	107 ± 5
$a_2(1660)$	$1660 {\pm} 40$	$280{\pm}70$
$a_2(1750)$	$1751{\pm}21\pm4$	$150{\pm}110\pm34$
$ \rho(1450) $	1465 ± 25	$310{\pm}60$
$ \rho(1700) $	1700 ± 20	$240{\pm}60$
$a_0(1450)$	$1474{\pm}19$	265 ± 13
$f_0(1370) \rightarrow \bar{K}K$	~ 1440	118 - 250
$f_0(1500)$	$1500 {\pm} 10$	112 ± 10
$f_0(1710)$	1715 ± 7	125 ± 12

Tabelle 5.2: Massen und Breiten der Resonanzen von der PDG.

Die Ergebnisse der Anpassungen werden in mehrere Tabellen aufgeteilt. Dazu werden in jeder Spalte immer ein Name und die Güte der Anpassung angegeben. In den jeweiligen Tabellen sind dann dazu die Massen und Breiten der Resonanzen, die Anteile der Partialwellen sowie deren Summen angegeben.

Die Anteile der einzelnen Partialwellen werden ermittelt, indem die Intensität, die sich aus einer einzelnen Resonanz aus einem Anfangszustand ergibt, mit der Gesamtzahl der Ereignisse im Dalitz-Plot verglichen wird. Dadurch geht der Einfluß der Interferenzeffekte verloren, so daß sich in der Summe nicht 100% ergeben müssen. Erst bei der Summe aller Partialwellen aus einem Anfangszustand können die Interferenzen berücksichtigt werden, wodurch die Summe aller Anfangszustände 100% ergibt. Sofern es möglich ist, werden die Anteile noch nach dem Isospin des Anfangszustandes unterteilt. Da in dem Datensatz $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ die Anfangszustände ¹P₁ und ³P₁ nicht unterscheidbar sind, wird jeweils die Hälfte der Summe einer Partialwelle zugeordnet.

5.3.1 Minimale Hypothesen

Zunächst werden nur die Resonanzen K^{*}(892), K^{*}₀(1430) und a₂(1320) an die Daten angepaßt. Diese Anpassung beschreibt die Daten noch nicht ausreichend und wird nur als Referenz und Startpunkt für die weiteren drei Anpassungen verwendet. Diese enthalten zusätzlich noch das $\rho(1405)$ und das $\rho(1700)$. Dabei werden als Massen und Breiten zunächst die K-Matrix-Parameter aus [2] übernommen und festgehalten. Um die Signifikanz des a₀(980) und des K^{*}₂(1430) zu untersuchen, werden diese beiden Resonanzen einzeln sowie zusammen in die Hypothese aufgenommen. Diese drei hier gezeigten Anpassungen sind die Zwischenschritte einer langen Reihe von Versuchen, zu einer optimalen und physikalisch plausiblen Beschreibung zu gelangen.

An der Güte der Anpassungen sieht man deutlich, daß die Struktur des $K_2^*(1430)$ wesentlich wichtiger für die Beschreibung der Daten ist als das $a_0(980)$. Verglichen mit der Anpassung beider Resonanzen entspricht die Änderung des $-\ln \mathcal{L}$ ohne die jeweilige Resonanz einer Verschlechterung von $\Delta \chi^2 = 16.2$ für das $a_0(980)$ und von $\Delta \chi^2 = 301$ für das $K_2^*(1430)$. Während der Anteil des $K^*(892)$ bei den letzten drei Anpassungen sehr stabil bei 60% liegt, verdrängt das $K_2^*(1430)$ mit etwa 17% das $a_0(980)$. Dieses sinkt in der Intensität von 19% auf 6%. Auch das $K_0^*(1430)$ verliert durch Hinzufügen des $K_2^*(1430)$ deutlich an Intensität. Die Ergebnisse dieser Anpassungen sind in den Tabellen 5.3 bis 5.5 aufgeführt.

Die Frage ist, warum das $K_2^*(1430)$ hier so eine wichtige Rolle spielt, während es zur Beschreibung des Datensatzes $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$ nicht benötigt wurde. Betrachtet man die Intensitätsverteilung zweier miteinander interferierender $K_2^*(1430)$, die aus dem Anfangszustand ${}^{1}S_0$ produziert werden (Abb. 4.10, Dalitz-Plot 9 und 10), so sieht man, daß diese hauptsächlich an den Rändern des Dalitz-Plots beitragen; zum Teil entsprechen sie auch der vom $a_0(980)$ erzeugten Struktur (Abb. 4.10, Dalitz-Plot 6). Aus systematischen Gründen mußten diese Bereiche bei der Analyse von $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$ teilweise ausgeschlossen werden [48]. Die in der Anpassung nicht benutzten Bereiche sind in Abbildung 5.3 links dort zu sehen, wo es keinen Eintrag für ein χ^2 gibt. Bei der Selektion des Datensatzes $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ treten diese systematischen Probleme nicht auf, so daß ein größerer Bereich des Phasenraums bei der Partialwellenanalyse berücksichtigt wird. Das $K_2^*(1430)$ ist dann erforderlich, um die Daten zu beschreiben.

Appessing	m	in	rh	2.20	rh	1-0	rho	20 k2
Anpassung				10 F)_KZ	1110_	<u>au_kz</u>
$-\ln \mathcal{L}$	400	53.0	27	42.5	260)0.1	255	92.0
			Masse	en und B	reiten [M	eV/c^2]		
$m(K^{*-}(892))$	887.5	5 ± 0.6	891.2	2 ± 0.6	889.6	6 ± 0.6	889.7	7 ± 0.7
$\Gamma(K^{*-}(892))$	50.6	5 ± 1.8	51.4	1 ± 1.4	50.7	$'\pm 1.5$	51.7	7 ± 1.6
$m(K^{*0}(892))$	891.6	6 ± 0.5	895.1	± 0.6	893.1	± 0.6	893.0	0 ± 0.6
$\Gamma(K^{*0}(892)$	49.7	7 ± 1.1	57.2	2 ± 1.1	58.2	2 ± 1.3	57.2	2 ± 1.4
K-Matrix								
$ \rho(1450) $			m	a = 1465.	$0, \tilde{\Gamma} = 310$	0.0		
$\rho(1700)$			m	a = 1780.0	$0, \tilde{\Gamma} = 27$	5.0		
T-Matrix								
$ \rho(1450) $			m	a = 1543.	$6, \Gamma = 41$	0.0		
$\rho(1700)$			m	v = 1681.3	$3, \Gamma = 21$	4.0		
	ink	ohärente	und kohå	irente Su	mmen de	r Anfangs	szustände	e [%]
$^{1}\mathrm{S}_{0}$	90.2	40.9	85.5	42.3	54.5	37.5	52.5	39.6
$^{3}S_{1}$	13.9	12.3	31.7	25.4	35.4	25.6	37.0	25.3
${}^{1}P_{1}, {}^{3}P_{1}$	68.5	37.1	42.0	27.7	64.8	32.4	80.9	29.3
$^{3}P_{2}$	12.0	9.7	5.4	4.6	6.7	4.6	8.0	5.8
ΣS	104.1	53.2	117.2	67.7	89.9	63.0	89.6	64.9
ΣP	80.6	46.8	47.5	32.3	71.4	37.0	88.9	35.1
Σ	184.7	100.0	164.7	100.0	161.3	100.0	178.5	100.0

Tabelle 5.3: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit wenigen $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind die Teilergebnisse der jeweiligen Anpassung angegeben. Unter dem Namen der Anpassung findet man die dazugehörige Güte $-\ln \mathcal{L}$. Weiter folgen die Massen und Breiten der verwendeten Resonanzen, wenn die Werte frei angepaßt werden oder nicht die Werte der PDG sind. Als letztes werden die Summen der Anfangszustände gelistet. Dabei werden die Summen ohne (inkohärent, links) und mit (kohärent, rechts) Berücksichtigung der Interferenzen aufgeführt.



Abbildung 5.3: Verteilung der angepaßten Bins bei der Analyse von $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$ im Vergleich zum Datensatz $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$. Links sieht man an der χ^2 -Verteilung, daß aus systematischen Gründen vor allem Bereiche an den Rändern des Dalitz-Plots nicht mit in die Anpassung eingegangen sind. Dies sind die Stellen, an denen kein χ^2 geplottet ist. Vor allem das $a_0(980)$ und die Interferenzen der $K_2^*(1430)$ tragen dort zur Intensität bei.

Anpassung	min	rho_a0	rho_k2	rho_a0_k2	
$-{ m ln}{\cal L}$	4063.0	2742.5 2600.1		2592.0	
	inkohärente Anteile der K π-Partialwellen [%]				
$K^*(892)_{I=0} {}^1S_0$	$12.0 {\pm} 0.6$	0 ± 0.6 14.0 ± 1.0		$11.1 {\pm} 1.2$	
$K^*(892)_{I=1}$ ¹ S ₀	$0.0 {\pm} 0.6$	$1.1{\pm}1.0$	$0.1{\pm}1.0$	$0.7{\pm}1.2$	
$K^*(892)_{I=0} {}^3S_1$	$0.6{\pm}0.8$	$1.4{\pm}1.4$	$1.5 {\pm} 2.2$	$1.1{\pm}2.1$	
$K^*(892)_{I=1} {}^3S_1$	$10.3 {\pm} 0.8$	24.2 ± 1.4	$27.8 {\pm} 2.2$	27.5 ± 2.1	
$K^*(892)_{I=0} {}^1P_1$	$5.2 {\pm} 0.7$	5.4 ± 2.2	$5.6 {\pm} 1.1$	$4.7{\pm}1.8$	
$K^*(892)_{I=1} {}^1P_1$	$2.3 {\pm} 0.7$	$3.1{\pm}2.2$	$2.0{\pm}1.1$	$2.4{\pm}1.8$	
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}P_1$	$2.3 {\pm} 0.7$	$3.1{\pm}2.2$	$2.0{\pm}1.1$	$2.4{\pm}1.8$	
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}P_1$	$5.2 {\pm} 0.7$	5.4 ± 2.2	$5.6 {\pm} 1.1$	4.7 ± 1.8	
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}P_2$	$1.7 {\pm} 0.9$	$0.7 {\pm} 1.2$	$0.5 {\pm} 1.8$	$0.6{\pm}1.7$	
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}P_2$	$8.5{\pm}0.9$	$3.6{\pm}1.2$	$3.4{\pm}1.8$	$3.9{\pm}1.7$	
$K^{*}(892)_{I=0} \Sigma$	$21.8 {\pm} 1.7$	24.5 ± 3.8	20.6 ± 3.4	$19.9 {\pm} 3.9$	
$K^{*}(892)_{I=1} \Sigma$	$26.4{\pm}1.7$	37.3 ± 3.8	$38.8 {\pm} 3.4$	$39.0{\pm}3.9$	
$K^*(892) \Sigma$	$48.1 {\pm} 2.5$	$61.9 {\pm} 5.4$	$59.4 {\pm} 4.8$	$58.9{\pm}5.6$	
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^1S_0$	30.6 ± 2.1	16.7 ± 7.8	4.3 ± 2.2	$3.8{\pm}2.8$	
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^1S_0$	0.7 ± 2.1	$10.8 {\pm} 7.8$	$1.2{\pm}2.2$	1.2 ± 2.8	
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^1P_1$	22.7 ± 1.4	4.9 ± 2.3	$10.2 {\pm} 1.7$	14.7 ± 2.8	
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^1P_1$	1.5 ± 1.4	$2.4{\pm}2.3$	$1.7 {\pm} 1.7$	$4.0{\pm}2.8$	
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^3P_1$	1.5 ± 1.4	$2.4{\pm}2.3$	$1.7 {\pm} 1.7$	$4.0{\pm}2.8$	
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^3P_1$	22.7 ± 1.4	4.9 ± 2.3	$10.2 {\pm} 1.7$	14.7 ± 2.8	
$K_0^*(1430)_{I=0} \Sigma$	$54.9 {\pm} 2.9$	24.1 ± 8.5	$16.3 {\pm} 3.3$	$22.6 {\pm} 4.9$	
$K_0^*(1430)_{I=1} \Sigma$	$25.0{\pm}2.9$	$18.1 {\pm} 8.5$	13.2 ± 3.3	$19.9 {\pm} 4.9$	
$K_0^*(1430) \Sigma$	$79.9 {\pm} 4.1$	42.2 ± 12.0	$29.5 {\pm} 4.6$	$42.6 {\pm} 6.9$	
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^1S_0$			$8.1{\pm}1.0$	$6.6{\pm}1.1$	
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^1S_0$			$0.6{\pm}1.0$	$0.4{\pm}1.1$	
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^3S_1$			$0.2{\pm}0.7$	$0.1{\pm}1.0$	
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^3S_1$			$0.7 {\pm} 0.7$	$1.9{\pm}1.0$	
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^1P_1$			$2.6{\pm}1.0$	$2.7 {\pm} 0.8$	
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^1P_1$			$1.1 {\pm} 1.0$	$0.5{\pm}0.8$	
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^3P_1$			$1.1 {\pm} 1.0$	$0.5{\pm}0.8$	
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^3P_1$			$2.6{\pm}1.0$	$2.7 {\pm} 0.8$	
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^3P_2$			$0.3{\pm}1.1$	$0.3{\pm}1.0$	
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^3P_2$			$0.8 {\pm} 1.1$	$1.0{\pm}1.0$	
$K_2^*(1430)_{I=0} \Sigma$			$12.4{\pm}2.1$	10.2 ± 2.1	
$K_2^*(1430)_{I=1} \Sigma$			$5.8 {\pm} 2.1$	6.5 ± 2.1	
$K_2^*(1430) \Sigma$			18.2 ± 3.0	16.7 ± 3.0	

Tabelle 5.4: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit wenigen $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die relativen Anteile der $K\pi$ -Resonanzen angegeben. Da zwischen den Anfangszuständen 1P_1 und 3P_1 nicht unterschieden werden kann, wird die Hälfte der Summe den Partialwellen zugeordnet. Die Fehler sind — besonders bei kleinen Beiträgen — teilweise größer als die Beiträge selbst; eine Angabe wie 0.5 ± 1.8 würde ein negatives Verzweigungsverhältnis zulassen. Dies ist physikalisch jedoch nicht möglich. Zur besseren Lesbarkeit wird trotzdem auf die Angabe asymmetrischer Fehler in der Form $0.5^{+1.8}_{-0.5}$ verzichtet.

Anpassung				rho_a0_k2		
$-\mathrm{ln}\mathcal{L}$	4063.0	2742.5	2600.1 2592.0			
	inkohärente Anteile der $\bar{\mathrm{K}}\mathrm{K}\text{-}\mathrm{Partialwellen}~[\%]$					
$ ho(1450)$ $^{1}S_{0}$	11.2±0.4		$6.4 {\pm} 0.6$	$6.2 {\pm} 0.7$		
ho(1450) ³ S ₁		$5.0 {\pm} 0.3$	$4.1 {\pm} 0.5$	$5.3 {\pm} 0.7$		
$\rho(1450)$ $^{1}P_{1}$ $^{3}P_{1}$		$0.1{\pm}0.1$	$1.1 {\pm} 0.4$	$2.5{\pm}0.7$		
$ ho(1450) \ {}^{3}\mathrm{P}_{2}$		$0.6{\pm}0.2$	$0.0{\pm}0.0$	$0.0{\pm}0.0$		
$\rho(1450)_{I=0} \Sigma$		$5.0{\pm}0.3$	$4.7 {\pm} 0.5$	$6.6{\pm}0.8$		
$\rho(1450)_{I=1} \Sigma$		$11.9{\pm}0.5$	$7.0 {\pm} 0.7$	$7.4 {\pm} 0.8$		
$\rho(1450) \Sigma$		$16.9{\pm}0.5$	$11.7{\pm}0.9$	$14.0{\pm}1.2$		
$ ho(1700)$ $^{1}S_{0}$		$1.8 {\pm} 0.1$	$2.5{\pm}0.3$	$2.5 {\pm} 0.3$		
$ ho(1700) \ {}^{3}S_{1}$		$0.1{\pm}0.0$	$0.1 {\pm} 0.1$	$0.3 {\pm} 0.1$		
$ ho(1700) \ {}^{1}P_{1} \ {}^{3}P_{1}$		$7.0 {\pm} 0.4$	$14.6 {\pm} 1.1$	$15.0{\pm}1.2$		
$ ho(1700) \ {}^{3}\mathrm{P}_{2}$		$0.1{\pm}0.1$	$0.1{\pm}0.0$	$0.1 {\pm} 0.1$		
$\rho(1700)_{I=0} \Sigma$		$3.6{\pm}0.2$	$7.4 {\pm} 0.5$	$7.8 {\pm} 0.6$		
$\rho(1700)_{\mathrm{I}=1} \Sigma$		$5.4 {\pm} 0.3$	$10.0{\pm}0.6$	$10.0{\pm}0.6$		
$\rho(1700) \Sigma$		$9.0{\pm}0.5$	$17.4{\pm}1.1$	$17.8 {\pm} 1.2$		
$a_0(980)$ 1S_0	$39.8 {\pm} 1.1$	$19.0{\pm}1.0$		$1.4{\pm}0.4$		
$a_0(980) \ ^1P_1 \ ^3P_1$	$4.9{\pm}0.5$	$0.2{\pm}0.2$		$4.4{\pm}1.2$		
$a_0(980)_{I=0} \Sigma$	42.3 ± 1.1	$19.1 {\pm} 1.0$		$3.6{\pm}0.7$		
$a_0(980)_{I=1} \Sigma$	2.5 ± 0.3	$0.1 {\pm} 0.1$		2.2 ± 0.6		
$a_0(980) \Sigma$	44.7 ± 1.2	$19.2 {\pm} 1.0$		5.8 ± 1.3		
$a_2(1320)$ ¹ S ₀	$7.0{\pm}0.2$	$11.0 {\pm} 0.3$	$20.2{\pm}0.6$	$18.7 {\pm} 0.7$		
$a_2(1320)$ ³ S ₁	$3.0 {\pm} 0.1$	$1.0 {\pm} 0.1$	$1.0 {\pm} 0.1$	$0.9{\pm}0.1$		
$a_2(1320) \ ^1P_1 \ ^3P_1$	$0.0{\pm}0.0$	$3.1{\pm}0.3$	$2.3 {\pm} 0.4$	$1.0 {\pm} 0.3$		
$a_2(1320)$ ³ P_2	$1.9{\pm}0.1$	$0.5{\pm}0.1$	$1.7 {\pm} 0.3$	$2.2 {\pm} 0.3$		
$a_2(1320)_{I=0} \Sigma$	$8.9{\pm}0.3$	$13.0{\pm}0.3$	$23.0{\pm}0.7$	$21.4{\pm}0.8$		
$a_2(1320)_{I=1} \Sigma$	$3.0{\pm}0.1$	$2.6{\pm}0.2$	$2.2{\pm}0.2$	$1.4{\pm}0.2$		
$a_2(1320) \Sigma$	$11.9{\pm}0.3$	$15.6{\pm}0.4$	$25.2{\pm}0.8$	$22.8{\pm}0.8$		

Tabelle 5.5: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit wenigen $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die relativen Anteile der $\bar{K}K$ -Resonanzen angegeben.

5.3.2 Hypothesen mit $a_0(1450)$

Die Hypothese wird nun um das $a_0(1450)$ erweitert, so daß beide a_0 berücksichtigt sind. Damit entspricht dies am ehesten der Analyse von $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$ [2]. Das Hinzufügen des $a_0(1450)$ hat zur Folge, daß das $a_0(980)$ wieder stärker zur Beschreibung der Daten benötigt wird, ohne daß das $K_2^*(1430)$ an Intensität verliert. Auch die Stärke der anderen Resonanzen verändert sich dadurch kaum.

Anpassung	alla0_n ϕ	$K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$	alla0
$-{\rm ln}{\cal L}$	2859.1	-	2570.9
	inkohärente A	Anteile der l	K π -Partialwellen [%]
$K^*(892)_{I=0} {}^1S_0$	$7.1 {\pm} 0.9$	$7.5{\pm}1.0$	12.1 ± 1.5
$K^*(892)_{I=1}$ ¹ S ₀	$0.7{\pm}0.9$	$1.1{\pm}0.4$	$0.4{\pm}1.5$
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}S_1$	$0.8 {\pm} 2.2$	$5.5 {\pm} 1.5$	$0.4{\pm}2.2$
$K^*(892)_{I=1}$ ³ S ₁	$22.4{\pm}2.2$	20.2 ± 3.0	$30.1 {\pm} 2.2$
$K^*(892)_{I=0} {}^1P_1$	5.4 ± 3.2		$4.5 {\pm} 2.2$
$K^*(892)_{I=1} {}^1P_1$	3.2 ± 3.2		$2.0{\pm}2.2$
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}P_1$	3.2 ± 3.2		$2.0{\pm}2.2$
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}P_1$	5.4 ± 3.2		4.5 ± 2.2
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}P_2$	$1.4{\pm}7.3$		$0.3{\pm}1.6$
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}P_2$	$1.9{\pm}7.3$		$1.7{\pm}1.6$
$K^{*}(892)_{I=0} \Sigma$	$17.9 {\pm} 8.9$	$13.0{\pm}1.8$	$19.3 {\pm} 4.4$
$K^{*}(892)_{I=1} \Sigma$	$33.7 {\pm} 8.9$	21.3 ± 3.0	$38.7 {\pm} 4.4$
$\mathbf{K}^*(892)\ \Sigma$	51.5 ± 12.6	$34.3{\pm}3.5$	$58.0 {\pm} 6.2$
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^1S_0$	$13.8 {\pm} 14.5$	30.3 ± 7.0	$2.3{\pm}2.1$
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^1S_0$	$9.1{\pm}14.5$	$4.7 {\pm} 2.0$	$0.6{\pm}2.1$
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^1P_1$	$6.4{\pm}1.9$		11.3 ± 4.7
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^1P_1$	$1.0{\pm}1.9$		$4.0{\pm}4.7$
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^3P_1$	$1.0{\pm}1.9$		$4.0 {\pm} 4.7$
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^3P_1$	$6.4{\pm}1.9$		11.3 ± 4.7
$K_0^*(1430)_{I=0} \Sigma$	21.2 ± 14.8	30.3 ± 7.0	$17.6 {\pm} 6.9$
$K_0^*(1430)_{I=1} \Sigma$	16.6 ± 14.8	4.7 ± 2.0	$15.9 {\pm} 6.9$
$K_0^*(1430) \Sigma$	$37.8 {\pm} 20.9$	$35.0{\pm}7.3$	$33.6 {\pm} 9.8$
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^1S_0$	$12.6{\pm}1.6$		$8.4{\pm}1.4$
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^1S_0$	$0.9{\pm}1.6$		0.5 ± 1.4
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^3S_1$	$2.2{\pm}1.9$		$0.1 {\pm} 0.7$
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^3S_1$	7.2 ± 1.9		$1.1 {\pm} 0.7$
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^1P_1$	$3.1{\pm}1.5$		$1.6{\pm}2.3$
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^1P_1$	$1.4{\pm}1.5$		$1.0{\pm}2.3$
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^3P_1$	$1.4{\pm}1.5$		$1.0{\pm}2.3$
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^3P_1$	$3.1{\pm}1.5$		$1.6{\pm}2.3$
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^3P_2$	$1.2{\pm}1.9$		$0.2{\pm}1.2$
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^3P_2$	$5.6 {\pm} 1.9$		$0.5{\pm}1.2$
$K_2^*(1430)_{I=0} \Sigma$	20.5 ± 3.7		11.4 ± 3.8
$K_2^*(1430)_{I=1} \Sigma$	$18.0 {\pm} 3.7$		4.8 ± 3.8
$K_{2}^{*}(1430) \Sigma$	$38.5 {\pm} 5.3$		16.2 ± 5.3

Tabelle 5.6: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit $a_0(1450)$. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die relativen Anteile der K π -Resonanzen angegeben. Bei der mittleren Anpassung handelt es sich um die Ergebnisse der Veröffentlichung von [2].

Anpassung	alla	a0_n <i>o</i>	Kī ŀ	$X^{\pm}\pi^{\mp}$		alla0	
$-\ln \mathcal{L}$	285	59.1				2570.9	
		inkohärente Anteile der KK-Partialwellen [%]					
ho(1450) ¹ S ₀	3.2	3.2 ± 0.5 3.2 ± 1.0			6.1±0.7		
$\rho(1450)$ ³ S ₁	2.1	± 0.4	3.2	2 ± 1.0		$3.9{\pm}0.5$	
$\rho(1450)$ ¹ P ₁ ³ P ₁	2.2	$2{\pm}0.8$				$2.5{\pm}0.9$	
$\rho(1450)$ ³ P ₂	2.7	2 ± 0.6				$0.0{\pm}0.1$	
$\rho(1450)_{I=0} \Sigma$	3.2	2 ± 0.5	$3.2{\pm}1.0$			$5.1 {\pm} 0.7$	
$\rho(1450)_{I=1} \Sigma$	7.0	0 ± 0.9	3.2	2 ± 1.0		$7.4{\pm}0.8$	
$\rho(1450)$ Σ	10.2	2 ± 1.2	6.4	$.4{\pm}1.4$		12.5 ± 1.3	
$ ho(1700)$ $^{1}S_{0}$	5.4	1±0.6	entha	lten im		$2.4{\pm}0.2$	
$ ho(1700) \ {}^{3}S_{1}$	1.2	2 ± 0.3	Ante	il von		$0.5 {\pm} 0.2$	
$ ho(1700) \ ^{1}P_{1} \ ^{3}P_{1}$	8.4	± 1.1	$\rho(1$	$ \rho(1450) $ 12.8±1		$12.8 {\pm} 1.3$	
$ ho(1700) \ {}^{3}\mathrm{P}_{2}$	10.6	5 ± 1.5				$0.1 {\pm} 0.1$	
$\rho(1700)_{I=0} \Sigma$	5.4	± 0.6				$6.9 {\pm} 0.7$	
$\rho(1700)_{\mathrm{I}=1} \Sigma$	20.2	2 ± 1.7				$8.8 {\pm} 0.7$	
$\rho(1700) \Sigma$	25.6	5 ± 2.0				15.7 ± 1.3	
$a_0(980)$ ¹ S ₀	16.4	± 2.7	7.5	2 ± 1.2		$4.8 {\pm} 1.3$	
$a_0(980) {\ }^1P_1 {\ }^3P_1$	1.6	5 ± 0.8	0.8			8.5 ± 3.3	
$a_0(980)_{I=0} \Sigma$	17.3	3 ± 2.8	$7.2{\pm}1.2$			$9.0{\pm}2.1$	
$a_0(980)_{I=1} \Sigma$	0.8	3 ± 0.4				$4.2{\pm}1.6$	
$a_0(980) \Sigma$	18.1	18.1 ± 2.9		7.2 ± 1.2		13.3 ± 3.5	
$a_0(1450)$ 1S_0	$10.0 {\pm} 0.9$		$10.8 {\pm} 2.0$			2.2 ± 0.4	
$a_0(1450)$ ¹ P_1 ³ P_1	0.2	2 ± 0.2				1.5 ± 0.7	
$a_0(1450)_{I=0} \Sigma$	10.1	10.1 ± 0.9 10.8 ± 2.0			$2.9{\pm}0.5$		
$a_0(1450)_{I=1} \Sigma$	0.1	$0.1{\pm}0.1$			0.8 ± 0.4		
$a_0(1450) \Sigma$	10.2	2 ± 0.9	10.8	10.8 ± 2.0		3.7 ± 0.8	
$a_2(1320)$ ¹ S ₀	4.0	$4.0 {\pm} 0.4$		14.6 ± 3.0		21.2 ± 0.8	
$a_2(1320) {}^3S_1$	0.6	0.6 ± 0.1 5.2 ± 1.6			1.2 ± 0.1		
$a_2(1320) {}^1P_1 {}^3P_1$	4.8	3 ± 0.5				$1.7 {\pm} 0.5$	
$a_2(1320) {}^3P_2$	1.8	3 ± 0.3			$1.7{\pm}0.5$		
$a_2(1320)_{I=0} \Sigma$	8.1	± 0.6	14.0	14.6 ± 3.0 23.8 ± 1.4		23.8 ± 1.0	
$a_2(1320)_{I=1} \Sigma$	3.0	0 ± 0.3	5.2	2 ± 1.6		$2.0{\pm}0.3$	
$a_2(1320) \Sigma$	11.2	2 ± 0.7	19.8	3 ± 3.4		25.8 ± 1.0	
	inkohärente und kohärente Summen der Anfangszustände $[\%]$					nde [%]	
$^{1}S_{0}$	83.1	36.0	79.4	62.0	61.1		43.5
$^{3}S_{1}$	36.5	23.9	34.1	38.0	37.4		26.3
${}^{1}P_{1}, {}^{3}P_{1}$	58.4	30.5			75.9		26.8
$^{3}P_{2}$	25.1	9.6			4.5		3.4
ΣS	119.6	59.9	113.5	100.0	98.5		69.8
ΣP	83.5	40.1			80.3		30.2
Σ	203.1	100.0	113.5	100.0	178.8		100.0

Tabelle 5.7: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit $a_0(1450)$. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die relativen Anteile der $\bar{K}K$ -Resonanzen angegeben. Danach folgen die Summen der Anfangszustände.

Die Anpassung alla0_n ϕ nimmt dabei eine Sonderstellung ein, da dort die Phasen zwischen den Isospinanteilen der K^{*}(892) fest auf Null gesetzt sind (no ϕ). Dies hat jedoch zur Folge, daß sich eine schlechtere Güte ergibt, die einem $\Delta \chi^2$ von 576 entspricht. Obwohl diese Anpassung in vielen Werten der Veröffentlichung von K_LK[±] π^{\mp} sehr ähnlich ist, lassen sich die beiden nur schlecht vergleichen, da die Hypothese durch die P-Anfangszustände und das K^{*}₂(1430) wesentlich umfangreicher ist. Beide Anpassungen und die Ergebnisse der Veröffentlichung sind in den Tabellen 5.6 und 5.7 aufgeführt.

5.3.3 Anpassungen mit freien Massen und Breiten

Bei den bisherigen Anpassungen sind bis auf Ausnahme des K^{*}(892) die Massen und Breiten festgehalten. Eine bessere Beschreibung der Daten kann sich ergeben, wenn auch für die Resonanzen $\rho(1450)$, $\rho(1700)$ und $a_0(1450)$ diese Parameter frei bestimmt werden. Dies ist bei der Hypothese **alla0**^f der Fall und entspricht bis auf den zusätzlichen Anfangszustand ³P₂ genau der Anpassung von [1]. Während die Anteile der K π -Resonanzen kaum voneinander abweichen, stimmt bei den KK-Resonanzen nur das $a_2(1320)$ in der gemessenen Intensität überein. Die Anteile der übrigen Resonanzen hängen sehr von den gemessenen Massen und Breiten ab und sind auch stark miteinander korreliert. Trotzdem unterscheiden sich die inkohärenten Summen der Anfangszustände bei beiden Anpassungen kaum. Bei Berücksichtigung der Interferenzen ergibt sich trotz des weiteren Anfangszustandes aus der P-Welle insgesamt ein geringerer Anteil für die kohärente Summe aller P-Anfangszustände (Σ P).

Eine weitere Resonanz, die in ihrem Zerfall nach $\bar{K}K$ noch nicht beobachtet worden ist, ist das $a_2(1660)$ oder möglicherweise auch $a_2(1750)$. Diese Resonanz ist im Zerfall nach $\pi\eta$ bzw. $\pi^+\pi^-\pi^0$ gemessen worden und sollte auch nach $\bar{K}K$ zerfallen. Als letzte Hypothese wird daher eine Anpassung mit einer weiteren Spin-2-Resonanz getestet. Dies ergibt eine Verbesserung der Beschreibung der Daten von $\Delta\chi^2 = 42$. Werden zusätzlich auch wieder die Massen und Breiten freigelassen, wird die Anpassung instabil, so daß diese Werte¹ nicht bestimmt werden können.

Die Ergebnisse der letzten drei Anpassungen sowie der Analyse von [1] sind in den Tabellen 5.8 bis 5.10 aufgeführt.

5.3.4 Verzweigungsverhältnisse

Aus den relativen Beiträgen der Partialwellen lassen sich die absoluten Verzweigungsverhältnisse von $\bar{p}p \rightarrow \bar{K}K\pi$ berechnen. Dazu sind neben dem relativen Anteil das absolute Verzweigungsverhältnis von $\bar{p}p$ in den Kanal $K_SK^{\pm}\pi^{\mp}$ sowie die Isospin-Kopplungskoeffizienten der entsprechenden Partialwellen notwendig. Aus dem gemessenen inkohärenten Anteil der Wellenfunktion läßt sich so die Intensität der Gesamtwellenfunktion berechnen. Die Ergebnisse findet man in den Tabellen 5.11 und 5.12.

¹Eine versuchte Anpassung mit Massen und Breiten des $a_2(1750)$ liefert eine unwesentlich schlechtere Güte im Vergleich zur dokumentierten Hypothese alla0_f_alla2.
Anpassung	all	la0 _f	alla0	_alla2	alla0	_{f_} alla2	lak	ata	
$-{ m ln}{\cal L}$	25	63.3	2542.1		25	2531.9		-	
	Massen und Breiten $[MeV/c^2]$								
$m(K^{*-}(892))$	890.4	4 ± 0.7	891.0	0 ± 0.8	891.1	$891.1 {\pm} 0.7$		$890.0 {\pm} 0.8$	
$\Gamma({\rm K}^{*-}(892)$	51.4	$4{\pm}1.7$	53.3	3 ± 1.8	50.0	$)\pm 1.6$	56	5 ± 2	
$m(K^{*0}(892))$	892.4	4 ± 0.7	893.3	3 ± 0.7	893.8	8 ± 0.7	894.0	0 ± 0.6	
$\Gamma(K^{*0}(892))$	57.4	4 ± 1.5	57.9	9 ± 1.5	57.5	5 ± 1.4	60	$)\pm 2$	
K-Matrix									
$m(\rho(1450))$	1460	$)\pm 44$	1460)	1353	3 ± 19			
$\tilde{\Gamma}(\rho(1450))$	285	5 ± 36	285	5	213	3 ± 30			
$m(\rho(1700))$	1717	7 ± 18	1717	7	173'	7 ± 23			
$\tilde{\Gamma}(\rho(1700))$	191	1 ± 30	191	L	148	8 ± 29			
T-Matrix									
$m(\rho(1450))$	1503	3 ± 45	1503	3	1340	$)\pm 19$	1452	2 ± 18	
$\Gamma(\rho(1450))$	366	6 ± 46	366	3	234	4 ± 33	204 ± 24		
$m(\rho(1700))$	1656	5 ± 17	1656	5	1712	1712 ± 23		0 ± 13	
$\Gamma(\rho(1700))$	134	$4{\pm}21$	134	1	138 ± 27		170	$)\pm22$	
$m(a_2(1660))$			1660)	1660)			
$\Gamma(a_2(1660))$			280)	280	280			
$m(a_0(1450))$	1485	5 ± 15	1485	5	151	1 ± 12	1481	± 17	
$\Gamma(a_0(1450))$	146	5 ± 59	146	3	71	1 ± 29	100	-250	
	ink	ohärente	und kohä	irente Su	mmen de	r Anfangs	szustände	[%]	
$^{1}\mathrm{S}_{0}$	59.8	43.9	62.2	42.2	70.0	37.9	58.0	35.6	
$^{3}S_{1}$	36.9	25.6	37.1	22.9	38.1	24.7	31.6	19.4	
${}^{1}P_{1}, {}^{3}P_{1}$	61.1	25.9	56.8	25.7	73.1	31.9	73.3	45.0	
$^{3}P_{2}$	5.7	4.6	14.6	9.1	7.6	5.6			
ΣS	96.7	69.5	99.3	65.2	108.1	62.5	89.6	55.0	
ΣP	66.9	30.5	71.4	34.8	80.7	37.5	73.3	45.0	
Σ	163.6	100.0	170.6	100.0	188.8	100.0	162.9	100.0	

Tabelle 5.8: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die Massen und Breiten angegeben. Ein f bedeutet dabei, daß mehr als nur die Massen und Breiten der $K^*(892)$ frei angepaßt sind. Danach folgen die Summen der Anfangszustände. Die rechte Anpassung sind die Ergebnisse der Arbeit von [1].

	-11-0	-11-0 -11-0	-11-0 -11-0] =]== + =
Anpassung	$allaO_f$	allaU_alla2	$a_{11a}V_{f}a_{11a}Z$	lakata
	2000.0	2042.1	2001.9	-
	inkoh	ärente Anteile o	der K π -Partialwe	llen [%]
$K^*(892)_{I=0} {}^1S_0$	$12.6 {\pm} 1.4$	$18.9 {\pm} 2.1$	$14.8 {\pm} 1.9$	I=0+I=1
$K^*(892)_{I=1} {}^1S_0$	$1.0{\pm}1.4$	0.7 ± 2.1	$1.4{\pm}1.9$	$13.0{\pm}6.5$
$K^*(892)_{I=0} {}^3S_1$	$1.3 {\pm} 2.5$	1.2 ± 3.2	$0.5 {\pm} 4.1$	I=0+I=1
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}S_1$	$29.4 {\pm} 2.5$	24.8 ± 3.2	$23.8 {\pm} 4.1$	$24.9{\pm}12.4$
$K^*(892)_{I=0} {}^1P_1$	$4.5 {\pm} 1.6$	$3.9 {\pm} 3.2$	6.2 ± 2.8	I=0+I=1
$K^*(892)_{I=1} {}^1P_1$	$1.8 {\pm} 1.6$	2.1 ± 3.2	$2.9{\pm}2.8$	7.3 ± 3.7
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}P_1$	$1.8 {\pm} 1.6$	2.1 ± 3.2	$2.9{\pm}2.8$	I=0+I=1
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}P_1$	$4.5 {\pm} 1.6$	$3.9 {\pm} 3.2$	6.2 ± 2.8	7.3 ± 3.7
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}P_2$	$0.4{\pm}2.1$	1.5 ± 3.7	$0.1{\pm}4.5$	
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}P_2$	$2.8{\pm}2.1$	4.5 ± 3.7	$5.1 {\pm} 4.5$	
$K^{*}(892)_{I=0} \Sigma$	$20.7 {\pm} 4.2$	27.6 ± 7.0	24.5 ± 7.6	
$K^{*}(892)_{I=1} \Sigma$	$39.5 {\pm} 4.2$	$35.9{\pm}7.0$	$39.3 {\pm} 7.6$	
$K^*(892) \Sigma$	$60.2{\pm}5.9$	$63.5{\pm}9.9$	$63.8 {\pm} 10.7$	$52.6 {\pm} 15.0$
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^1S_0$	$2.6{\pm}2.1$	$3.6{\pm}4.9$	$5.4{\pm}3.6$	I=0+I=1
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^1S_0$	$0.6{\pm}2.1$	$2.0{\pm}4.9$	1.7 ± 3.6	$6.8 {\pm} 3.4$
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^1P_1$	10.1 ± 3.2	5.5 ± 2.2	7.1 ± 2.4	I=0+I=1
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^1P_1$	2.7 ± 3.2	$0.6 {\pm} 2.2$	0.3 ± 2.4	$16.0 {\pm} 8.0$
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^3P_1$	2.7 ± 3.2	$0.6 {\pm} 2.2$	0.3 ± 2.4	I=0+I=1
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^3P_1$	10.1 ± 3.2	5.5 ± 2.2	$7.1{\pm}2.4$	$16.0 {\pm} 8.0$
$K_0^*(1430)_{I=0} \Sigma$	$15.4 {\pm} 5.0$	$9.7{\pm}5.8$	$12.8 {\pm} 4.9$	
$K_0^*(1430)_{I=1} \Sigma$	$13.4 {\pm} 5.0$	$8.1 {\pm} 5.8$	$9.1 {\pm} 4.9$	
$K_0^*(1430) \Sigma$	$28.8{\pm}7.0$	$17.8 {\pm} 8.3$	$22.0{\pm}6.9$	$38.8{\pm}11.8$
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^1S_0$	$7.8 {\pm} 1.5$	$7.6{\pm}1.7$	$3.2{\pm}1.0$	I=0+I=1
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^1S_0$	$1.3{\pm}1.5$	$1.1{\pm}1.7$	$0.2{\pm}1.0$	$7.4{\pm}3.7$
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^3S_1$	$0.0 {\pm} 0.8$	1.9 ± 3.1	$0.7 {\pm} 2.2$	I=0+I=1
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^3S_1$	$1.1 {\pm} 0.8$	4.1 ± 3.1	6.4 ± 2.2	$0.7 {\pm} 0.3$
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^1P_1$	$1.9{\pm}0.9$	$1.8 {\pm} 1.0$	$1.5 {\pm} 0.9$	I=0+I=1
$\overline{K_{2}^{*}(1430)}_{I=1} {}^{1}P_{1}$	$0.3 {\pm} 0.9$	$0.4{\pm}1.0$	$0.4{\pm}0.9$	$2.5{\pm}1.3$
$\overline{K_2^*}(1430)_{I=0} {}^{3}P_1$	$0.3 {\pm} 0.9$	$0.4{\pm}1.0$	$0.4{\pm}0.9$	I=0+I=1
$\overline{K_{2}^{*}(1430)}_{I=1} {}^{3}P_{1}$	$1.9{\pm}0.9$	$1.8{\pm}1.0$	$1.5 {\pm} 0.9$	$2.5{\pm}1.3$
$\bar{K_2^*}(1430)_{I=0} {}^{3}P_2$	$0.1{\pm}0.8$	$0.0{\pm}0.3$	$0.1{\pm}2.0$	
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^{3}P_2$	$0.3{\pm}0.8$	$0.1{\pm}0.3$	$0.1{\pm}2.0$	
$K_2^*(1430)_{I=0} \Sigma$	$10.1 {\pm} 2.2$	11.7 ± 3.8	5.9 ± 3.4	
$K_2^*(1430)_{I=1} \Sigma$	$4.9 {\pm} 2.2$	7.5 ± 3.8	8.7 ± 3.4	
$K_2^*(1430) \Sigma$	15.1 ± 3.2	19.2 ± 5.4	14.6 ± 4.8	13.1 ± 4.1

Tabelle 5.9: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die relativen Anteile der K π -Resonanzen angegeben. Bei den Ergebnissen von [1] stehen dabei nur die Summen beider Isospinzustände zur Verfügung. Da zwischen den Anfangszuständen ${}^{1}P_{1}$ und ${}^{3}P_{1}$ nicht unterschieden werden kann, wird die Hälfte der Summe den Partialwellen zugeordnet.

Annessung	21120.	21120 21120	21120, 21120	laka+a				
$-\ln \mathcal{L}$	2563.3	2542 1	2531.9	Tavala -				
	inkol	inkohärente Anteile der \overline{K} Partialwallen [%]						
$(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{0})$ 10			der KK-Fattialw					
$\rho(1450) {}^{1}S_{0}$	7.2 ± 1.3	7.3 ± 0.7	4.3 ± 0.9	6.8 ± 3.4				
$\rho(1450) {}^{3}S_{1}$	3.6 ± 0.8	1.9 ± 0.4	2.3 ± 0.5	4.5 ± 2.3				
$\rho(1450) {}^{1}P_{1} {}^{3}P_{1}$	2.1 ± 1.2	$2.9{\pm}0.9$	$3.9{\pm}1.1$	8.1 ± 4.1				
$\rho(1450) {}^{3}P_{2}$	0.0 ± 0.0	0.7 ± 0.6	0.2 ± 0.3	0.0 ± 0.0				
$\rho(1450)_{I=0} \Sigma$	4.6 ± 1.0	3.3 ± 0.6	4.3 ± 0.7	$8.6{\pm}3.0$				
$\rho(1450)_{I=1} \Sigma$	8.2 ± 1.4	$9.4{\pm}1.1$	$6.4{\pm}1.1$	10.9 ± 4.0				
$\rho(1450) \Sigma$	12.9 ± 1.9	12.8 ± 1.4	10.7 ± 1.5	19.4 ± 5.7				
$ ho(1700) \ ^{1}S_{0}$	$2.6 {\pm} 0.4$	$1.8 {\pm} 0.2$	$1.9{\pm}0.4$	enthalten im				
$ ho(1700) \ {}^{3}S_{1}$	$0.3 {\pm} 0.1$	$0.0{\pm}0.0$	$0.6 {\pm} 0.3$	Anteil von				
$ ho(1700) \ {}^{1}\mathrm{P}_{1} \ {}^{3}\mathrm{P}_{1}$	13.5 ± 1.3	$9.8{\pm}1.1$	5.6 ± 1.1	$\rho(1450)$				
$ ho(1700) \ {}^{3}\mathrm{P}_{2}$	$0.1 {\pm} 0.2$	0.3 ± 0.4	$0.3 {\pm} 0.4$					
$\rho(1700)_{I=0} \Sigma$	$7.0 {\pm} 0.6$	$4.9 {\pm} 0.6$	$3.4{\pm}0.6$					
$\rho(1700)_{\mathrm{I}=1} \Sigma$	$9.5 {\pm} 0.7$	$7.0 {\pm} 0.7$	$5.0 {\pm} 0.8$					
$\rho(1700) \Sigma$	16.5 ± 1.3	11.9 ± 1.2	8.5 ± 1.2					
$a_0(980)$ 1S_0	2.3 ± 1.2	$0.0{\pm}0.2$	16.2 ± 2.9	$3.9{\pm}2.0$				
$a_0(980)$ 1P_1 3P_1	$1.0{\pm}1.0$	$5.9{\pm}1.8$	$5.0{\pm}1.7$	$9.3{\pm}4.7$				
$a_0(980)_{I=0} \Sigma$	$2.7{\pm}1.3$	$3.0{\pm}0.9$	18.7 ± 3.0	$8.6 {\pm} 3.0$				
$a_0(980)_{I=1} \Sigma$	$0.5 {\pm} 0.5$	$2.9{\pm}0.9$	$2.5{\pm}0.8$	4.7 ± 2.3				
$a_0(980) \Sigma$	$3.2{\pm}1.5$	$5.9{\pm}1.8$	21.2 ± 3.3	13.2 ± 5.0				
$a_0(1450)$ ¹ S ₀	$1.3{\pm}0.3$	$0.8 {\pm} 0.2$	$0.3 {\pm} 0.1$	$1.0 {\pm} 0.5$				
$a_0(1450)$ 1P_1 3P_1	$0.1 {\pm} 0.1$	$0.6 {\pm} 0.3$	$0.4{\pm}0.1$	$2.6{\pm}1.3$				
$a_0(1450)_{I=0} \Sigma$	$1.3 {\pm} 0.3$	$1.1 {\pm} 0.2$	$0.5 {\pm} 0.1$	$2.3 {\pm} 0.8$				
$a_0(1450)_{I=1} \Sigma$	$0.1 {\pm} 0.1$	$0.3 {\pm} 0.1$	$0.2{\pm}0.1$	$1.3 {\pm} 0.6$				
$a_0(1450) \Sigma$	$1.4{\pm}0.3$	$1.4{\pm}0.3$	$0.7{\pm}0.2$	$3.6{\pm}1.4$				
$a_2(1320)$ ¹ S ₀	20.7 ± 0.8	$16.9 {\pm} 0.7$	$15.4 {\pm} 0.7$	$19.1 {\pm} 9.6$				
$a_2(1320)$ ³ S ₁	$1.2{\pm}0.2$	$1.3 {\pm} 0.3$	$0.5 {\pm} 0.2$	$1.5 {\pm} 0.8$				
$a_2(1320)$ 1P_1 3P_1	$1.7 {\pm} 0.5$	$6.6{\pm}1.2$	10.6 ± 1.4	$1.6 {\pm} 0.8$				
$a_2(1320)$ ³ P_2	$2.0{\pm}0.4$	$3.7{\pm}1.0$	$0.5{\pm}0.5$					
$a_2(1320)_{I=0} \Sigma$	$23.5{\pm}0.9$	23.9 ± 1.4	$21.2{\pm}1.1$	$19.9{\pm}9.6$				
$a_2(1320)_{I=1} \Sigma$	$2.1 {\pm} 0.3$	$4.6 {\pm} 0.7$	$5.8 {\pm} 0.7$	$2.3 {\pm} 0.9$				
$a_2(1320) \Sigma$	$25.6{\pm}1.0$	$28.5 {\pm} 1.7$	$27.0{\pm}1.6$	22.2 ± 9.6				
$a_2(1660)$ ¹ S ₀		1.3 ± 0.4	$5.1 {\pm} 0.5$					
$a_2(1660)$ 3S_1		$1.9{\pm}0.6$	$3.3 {\pm} 0.9$					
$a_2(1660)$ 1P_1 3P_1		$2.6{\pm}0.8$	10.8 ± 1.2					
$a_2(1660)$ ³ P_2		$3.8{\pm}1.3$	$1.2{\pm}1.0$					
$a_2(1660)_{I=0} \Sigma$		$6.4{\pm}1.4$	11.7 ± 1.3					
$a_2(1660)_{I=1} \Sigma$		$3.2{\pm}0.7$	8.7 ± 1.1					
$a_2(1660) \Sigma$		$9.6{\pm}1.7$	20.5 ± 1.9					

Tabelle 5.10: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die relativen Anteile der $\bar{K}K$ -Resonanzen angegeben. Bei den Ergebnissen von [1] sind die Anteile von $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ nur als kohärente Summe angegeben.

Anpassung	$alla0_{f}$	alla0_alla2	alla0 _f _alla2					
$-\mathrm{ln}\mathcal{L}$	2563.3	2542.1	2531.9					
	absolute Verzweigungsverhältnisse $[\cdot 10^{-4}]$							
$K^*(892)_{I=0} {}^1S_0$	$10.2 {\pm} 1.1$	15.2 ± 1.7	11.9 ± 1.5					
$K^*(892)_{I=1} {}^1S_0$	$0.8 {\pm} 1.1$	$0.6{\pm}1.7$	$1.1{\pm}1.5$					
$K^*(892)_{I=0} {}^3S_1$	$1.0{\pm}2.0$	$1.0{\pm}2.5$	$0.4{\pm}3.3$					
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}S_1$	$23.6 {\pm} 2.0$	$19.9 {\pm} 2.5$	19.1 ± 3.3					
$K^*(892)_{I=0} {}^1P_1$	$3.7{\pm}1.3$	$3.1{\pm}2.6$	$5.0{\pm}2.3$					
$K^*(892)_{I=1} {}^1P_1$	$1.4{\pm}1.3$	$1.7 {\pm} 2.6$	2.3 ± 2.3					
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}P_1$	$1.4{\pm}1.3$	$1.7 {\pm} 2.6$	2.3 ± 2.3					
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}P_1$	$3.7{\pm}1.3$	$3.1{\pm}2.6$	$5.0{\pm}2.3$					
$K^*(892)_{I=0} {}^{3}P_2$	$0.3 {\pm} 1.7$	1.2 ± 3.0	0.1 ± 3.7					
$K^*(892)_{I=1} {}^{3}P_2$	$2.3{\pm}1.7$	$3.6{\pm}3.0$	4.1 ± 3.7					
$K^{*}(892)_{I=0} \Sigma$	$16.6 {\pm} 3.4$	22.2 ± 5.6	$19.7 {\pm} 6.1$					
$K^{*}(892)_{I=1} \Sigma$	$31.8 {\pm} 3.4$	$28.9 {\pm} 5.6$	$31.6{\pm}6.1$					
$K^*(892) \Sigma$	$48.4{\pm}4.8$	51.1 ± 8.0	$51.3 {\pm} 8.6$					
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^1S_0$	$2.1{\pm}1.7$	$2.9{\pm}4.0$	4.3 ± 2.9					
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^1S_0$	$0.4{\pm}1.7$	$1.6{\pm}4.0$	$1.4{\pm}2.9$					
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^1P_1$	$8.1 {\pm} 2.5$	$4.4{\pm}1.8$	5.7 ± 1.9					
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^1P_1$	2.2 ± 2.5	0.5 ± 1.8	$0.2{\pm}1.9$					
$K_0^*(1430)_{I=0} {}^3P_1$	2.2 ± 2.5	0.5 ± 1.8	$0.2{\pm}1.9$					
$K_0^*(1430)_{I=1} {}^3P_1$	$8.1 {\pm} 2.5$	$4.4{\pm}1.8$	5.7 ± 1.9					
$K_0^*(1430)_{I=0} \Sigma$	$12.4{\pm}4.0$	$7.8 {\pm} 4.7$	10.3 ± 3.9					
$K_0^*(1430)_{I=1} \Sigma$	$10.7 {\pm} 4.0$	$6.5 {\pm} 4.7$	7.3 ± 3.9					
$K_0^*(1430) \Sigma$	23.1 ± 5.6	$14.3 {\pm} 6.6$	17.7 ± 5.6					
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^1S_0$	$6.2{\pm}1.2$	6.1 ± 1.4	$2.6{\pm}0.8$					
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^1S_0$	$1.0{\pm}1.2$	$0.9{\pm}1.4$	$0.2{\pm}0.8$					
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^3S_1$	$0.0{\pm}0.6$	1.5 ± 2.5	$0.5 {\pm} 1.8$					
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^3S_1$	$0.9{\pm}0.6$	$3.3 {\pm} 2.5$	5.1 ± 1.8					
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^1P_1$	$1.6{\pm}0.7$	$1.4{\pm}0.8$	$1.2 {\pm} 0.7$					
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^1P_1$	$0.3 {\pm} 0.7$	$0.3 {\pm} 0.8$	$0.3 {\pm} 0.7$					
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^{3}P_1$	$0.3 {\pm} 0.7$	$0.3 {\pm} 0.8$	$0.3 {\pm} 0.7$					
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^{3}P_1$	$1.6{\pm}0.7$	$1.4{\pm}0.8$	$1.2{\pm}0.7$					
$K_2^*(1430)_{I=0} {}^{3}P_2$	$0.1 {\pm} 0.7$	$0.0{\pm}0.2$	$0.1{\pm}1.6$					
$K_2^*(1430)_{I=1} {}^{3}P_2$	$0.2{\pm}0.7$	$0.1{\pm}0.2$	$0.1{\pm}1.6$					
$K_2^*(1430)_{I=0} \Sigma$	$8.2{\pm}1.8$	$9.4{\pm}3.1$	$4.7 {\pm} 2.7$					
$K_2^*(1430)_{I=1} \Sigma$	$4.0{\pm}1.8$	$6.0{\pm}3.1$	$7.0{\pm}2.7$					
$K_{2}^{*}(1430) \Sigma$	$12.1 {\pm} 2.6$	$15.5 {\pm} 4.3$	11.7 ± 3.9					

Tabelle 5.11: Verzweigungsverhältnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die absoluten Verzweigungsverhältnisse der $K\pi$ -Resonanzen angegeben.

$\begin{array}{l} \text{Anpassung} \\ -\text{ln}\mathcal{L} \end{array}$	alla0 _f 2563.3	alla0_alla2 2542.1	alla0 _f _alla2 2531.9				
	absolute Verzweigungsverhältnisse [$\cdot 10$						
$ ho(1450)$ $^{1}S_{0}$	$3.8 {\pm} 0.7$	$3.9{\pm}0.4$	2.3 ± 0.5				
$\rho(1450)^{-3}S_1$	$2.9 {\pm} 0.6$	$1.5 {\pm} 0.3$	$1.9{\pm}0.4$				
$\rho(1450)$ ¹ P ₁ ³ P ₁	$1.4{\pm}0.8$	$2.0{\pm}0.6$	$2.6{\pm}0.7$				
$ ho(1450) {}^{3}P_{2}$	$0.0{\pm}0.0$	$0.4{\pm}0.3$	$0.1{\pm}0.1$				
$\rho(1450)_{I=0} \Sigma$	$3.7 {\pm} 0.8$	$2.7{\pm}0.5$	$3.4{\pm}0.6$				
$\rho(1450)_{I=1} \Sigma$	$4.4 {\pm} 0.8$	$5.1 {\pm} 0.6$	$3.4{\pm}0.6$				
$\rho(1450) \Sigma$	$8.1 {\pm} 1.2$	$7.7 {\pm} 0.9$	$6.9{\pm}0.9$				
$ ho(1700)$ $^{1}S_{0}$	$1.4{\pm}0.2$	$1.0 {\pm} 0.1$	$1.0{\pm}0.2$				
$ ho(1700) \ {}^{3}S_{1}$	$0.2 {\pm} 0.1$	$0.0{\pm}0.0$	$0.5 {\pm} 0.2$				
$ ho(1700) \ {}^{1}P_{1} \ {}^{3}P_{1}$	$9.0{\pm}0.8$	$6.5{\pm}0.8$	$3.8 {\pm} 0.7$				
$ ho(1700) \ {}^{3}\mathrm{P}_{2}$	$0.1 {\pm} 0.1$	$0.2{\pm}0.2$	$0.1{\pm}0.2$				
$\rho(1700)_{I=0} \Sigma$	$5.6 {\pm} 0.5$	$3.9 {\pm} 0.5$	$2.8 {\pm} 0.5$				
$\rho(1700)_{\mathrm{I}=1} \Sigma$	$5.1 {\pm} 0.4$	$3.8 {\pm} 0.4$	$2.7{\pm}0.4$				
$\rho(1700) \Sigma$	$10.7 {\pm} 0.9$	$7.7 {\pm} 0.8$	$5.5 {\pm} 0.8$				
$a_0(980)$ ¹ S ₀	$1.8{\pm}0.9$	$0.0 {\pm} 0.1$	$13.1 {\pm} 2.3$				
$a_0(980) {}^1P_1 {}^3P_1$	$0.7 {\pm} 0.7$	$3.9{\pm}1.2$	$3.3{\pm}1.1$				
$a_0(980)_{I=0} \Sigma$	$2.2{\pm}1.0$	$2.4{\pm}0.7$	15.1 ± 2.4				
$a_0(980)_{I=1} \Sigma$	$0.3 {\pm} 0.3$	$1.6 {\pm} 0.5$	1.3 ± 0.4				
$a_0(980) \Sigma$	2.5 ± 1.1	$4.0{\pm}1.2$	16.4 ± 2.6				
$a_0(1450)$ 1S_0	$1.0 {\pm} 0.2$	$0.6{\pm}0.2$	$0.3 {\pm} 0.1$				
$a_0(1450)$ 1P_1 3P_1	$0.1 {\pm} 0.1$	$0.4{\pm}0.2$	$0.3 {\pm} 0.1$				
$a_0(1450)_{I=0} \Sigma$	$1.1 {\pm} 0.2$	$0.9{\pm}0.2$	$0.4{\pm}0.1$				
$a_0(1450)_{I=1} \Sigma$	$0.0 {\pm} 0.0$	$0.2{\pm}0.1$	$0.1 {\pm} 0.0$				
$a_0(1450) \Sigma$	$1.1 {\pm} 0.2$	$1.0 {\pm} 0.2$	$0.5 {\pm} 0.1$				
$a_2(1320)$ ¹ S ₀	$16.7{\pm}0.6$	$13.6{\pm}0.6$	$12.4 {\pm} 0.5$				
$a_2(1320)$ ³ S_1	$0.7 {\pm} 0.1$	$0.7 {\pm} 0.1$	$0.3 {\pm} 0.1$				
$a_2(1320) {}^1P_1 {}^3P_1$	$1.1{\pm}0.3$	$4.4 {\pm} 0.8$	$7.1 {\pm} 0.9$				
$a_2(1320)$ ³ P_2	$1.6 {\pm} 0.4$	$3.0{\pm}0.8$	$0.4{\pm}0.4$				
$a_2(1320)_{I=0} \Sigma$	$18.9 {\pm} 0.7$	19.2 ± 1.1	$17.0 {\pm} 0.8$				
$a_2(1320)_{I=1} \Sigma$	$1.1 {\pm} 0.2$	2.5 ± 0.4	3.1 ± 0.4				
$a_2(1320) \Sigma$	20.0 ± 0.8	21.6 ± 1.3	20.1 ± 1.1				
$a_2(1660)$ 1S_0		$1.1 {\pm} 0.3$	$4.1 {\pm} 0.4$				
$a_2(1660)$ 3S_1		$1.0 {\pm} 0.3$	$1.8 {\pm} 0.5$				
$a_2(1660) {}^1P_1 {}^3P_1$		$1.8 {\pm} 0.5$	$7.2 {\pm} 0.8$				
$a_2(1660)$ ³ P_2		$3.0{\pm}1.0$	$1.0{\pm}0.8$				
$a_2(1660)_{I=0} \Sigma$		5.1 ± 1.1	$9.4{\pm}1.0$				
$a_2(1660)_{I=1} \Sigma$		1.7 ± 0.4	4.7 ± 0.6				
$a_2(1660) \Sigma$		6.9 ± 1.2	14.1 ± 1.3				

Tabelle 5.12: Verzweigungsverhältnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die absoluten Verzweigungsverhältnisse der $\bar{K}K$ -Resonanzen angegeben.



Abbildung 5.4: Die Projektionen und der theoretische Dalitz-Plot der besten Anpassung an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$. Darunter sind das mit Vorzeichen versehene χ^2 und die Daten dargestellt.

5.4 Die Reaktion $\bar{\mathbf{p}}\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{K}_{\mathbf{S}}\mathbf{K}^{-}\pi^{0}$

5.4.1 Minimale Hypothesen

In einer ersten Anpassung werden nur die offensichtlichen Bestandteile wie das K^{*}(892) und das $a_2(1320)$ als Hypothese angenommen. Dies dient als Ausgangspunkt für die weitere Analyse und wird als min-Fit bezeichnet. Dadurch erhält man eine Referenz der Güte $-\ln \mathcal{L}$. In Abbildung 5.5 ist diese Anpassung dargestellt. Weitere Informationen über die Anpassung erhält man durch Vergleich des angepaßten Dalitz-Plots und den gemessenen Daten. Anstelle der Differenz eignet sich dazu die mit Vorzeichen versehene χ^2 -Verteilung. An den Projektionen sieht man deutlich, daß diese Anpassung die Daten bei niedrigen K π invarianten Massen nicht ausreichend beschreibt. Auch im Bereich des $a_2(1320)$ ist die Beschreibung nicht optimal, was man am besten an der χ^2 -Verteilung sehen kann.

Eine bessere Beschreibung wird durch Erweitern der Hypothese erreicht. Bekannte K π -Resonanzen sind das $K_2^*(1430)$ und das $K_0^*(1430)$. Diese Resonanzen zeigen sowohl einzeln als auch zusammen eine deutliche Verbesserung der Güte, wie man in Tabelle 5.13 sehen kann. Diese Resonanzen werden deshalb von nun an in jeder Anpassung mit berücksichtigt. Eine weitere K π -Resonanz ist in diesem Massenbereich das $K^*(1410)$, dessen Zerfall nach $\bar{K}K$ jedoch gering ist, so daß es von der weiteren Analyse ausgeschlossen wird.

Bei der Untersuchung des $K_2^*(1430)$ spielt auch das $a_0(980)$ eine wichtige Rolle. Die an der KK-Phasenraumgrenze durch Interferenz erzeugte Struktur der $K_2^*(1430)$ ist der Struktur des $a_0(980)$ sehr ähnlich. Das $a_0(980)$ ist allerdings deutlich unterdrückt, da es nur aus dem ¹P₁-Anfangszustand erzeugt werden kann. Dies zeigt sich in einem wesentlich geringeren Anteil und einer kleineren Anderung des $-\ln \mathcal{L}$ im Vergleich zum $K_2^*(1430)$, das durch seine Parametrisierung auch an anderen Stellen im Dalitz-Plot Strukturen gut beschreiben kann. Die geringe Intensität des $a_0(980)$ ist jedoch zu erwarten, da schon bei der Analyse von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ ermittelt wurde, daß der Anteil des $a_0(980)$ aus den Anfangszuständen mit Isospin I = 1 sehr klein ist. Da die Intensität des $a_0(1450)$ im Vergleich zum $a_0(980)$ noch geringer zu erwarten ist, kann man davon ausgehen, daß das $a_0(1450)$ im Datensatz $K_S K^- \pi^0$ nicht nachzuweisen ist. Dieser scheinbare Nachteil wird jedoch dadurch aufgewogen, daß weniger Parameter zur Beschreibung der Daten notwendig sind. Außerdem erleichtert diese Beobachtung die Interpretation der Reaktion $\bar{p}n \rightarrow K_S K_S \pi^-$, da aufgrund der Isospinsymmetrie auch in diesem Kanal kein $a_0(1450)$ erwartet werden und Intensität bei dieser Masse dem $f_0(1500)$ zugeschrieben werden kann. Zur Kontrolle wird auch das $a_0(980)$ in jeder Hypothese berücksichtigt. Damit ist sichergestellt, daß das $a_0(1450)$ wirklich vernachlässigbar ist, wenn die Intensität des $a_0(980)$ klein genug bleibt.

Die Resultate der bisherigen Anpassungen sind in Tabelle 5.13 aufgelistet. Die Beschreibung mit zusätzlichem $K_0^*(1430)$, $K_2^*(1430)$ und $a_0(980)$ ist in Abbildung 5.6 zu sehen. Wie man an der Projektion der $\bar{K}K$ -invarianten Masse sehen kann, wird der Bereich bis zum $a_2(1320)$ nun sehr gut beschrieben. Dort interferieren das $a_2(1320)$ und die $K_2^*(1430)$ und man erhält den Verlauf, der den gemessenen Daten entspricht. Bei höheren invarianten Massen ergeben sich jedoch noch größere Abweichungen, die im folgenden mit weiteren $\bar{K}K$ -Resonanzen beschrieben werden.

Anpassung	m 57'	in 21.2	miı 57	n_a0	miı 54	n_k0	mii 59/	n_k2	min_a	10k0k2
$-\mathrm{III}\mathcal{L}$	<u> </u>							51.8		
	Massen und Breiten [MeV/C ²]									
$m(K^{*-}(892))$	897.6	6 ± 0.7	897.2	$2{\pm}0.7$	896.3	3 ± 0.7	891.4	4 ± 0.8	892.9	0 ± 0.8
$\Gamma(K^{*-}(892))$	67.3	3 ± 2.0	66.8	8 ± 1.9	59.5	5 ± 1.6	57.9	9 ± 1.6	52.4	4 ± 1.5
$m(K^{*0}(892))$	899.8	8 ± 0.8	899.3	3 ± 0.8	897.9	9 ± 0.8	892.8	8 ± 0.9	894.4	4 ± 0.9
$\Gamma(K^{*0}(892)$	76.1	1 ± 2.3	74.3	3 ± 2.2	58.8	8 ± 1.7	65.1	1 ± 1.9	58.8	8 ± 1.8
			in	kohärent	e Anteile	der Parti	ialwellen	[%]		
$K^{*}(892)$ ¹ S ₀	9.0	0 ± 0.6	8.2	$2{\pm}0.6$	12.5	5 ± 0.6	5.1	1 ± 0.4	3.7	7 ± 0.4
$K^{*}(892)$ ³ S ₁	50.1	$l \pm 1.0$	50.8	8 ± 1.0	42.7	7 ± 1.0	24.7	7 ± 1.4	26.2	2 ± 5.1
$K^{*}(892)$ ¹ P ₁	4.6	6 ± 0.5	1.8	8 ± 0.3	3.2	2 ± 0.8	0.2	2 ± 0.2	3.3	3 ± 1.5
$K^*(892) {}^{3}P_1$	23.0	$)\pm 1.1$	26.1	$l \pm 1.0$	27.0	0 ± 2.0	21.5	5 ± 0.8	10.0	$)\pm 3.0$
$K^*(892) {}^{3}P_2$	0.0	0 ± 0.0	0.0	0 ± 0.0	0.0	0 ± 0.0	23.3	3 ± 2.0	28.4	4 ± 5.5
$\mathrm{K}^*(892)\ \Sigma$	86.8	8 ± 1.7	86.8	8 ± 1.6	85.4	4 ± 2.4	74.8	8 ± 2.6	71.6	6 ± 8.2
$K_0^*(1430)$ ¹ S ₀					71.5	5 ± 5.3			14.1	1 ± 3.1
$K_0^*(1430)$ ¹ P ₁					2.3	3 ± 0.4			0.9	9 ± 1.2
$K_0^*(1430) {}^3P_1$	$11.4{\pm}0.5$							10.6	$10.6 {\pm} 1.1$	
$K_0^*(1430) \Sigma$					85.2	2 ± 5.3			25.6	5 ± 3.5
$K_2^*(1430)$ ¹ S ₀							26.3	3 ± 0.9	22.1	l±1.1
$\overline{K_2^*}(1430) \ {}^3S_1$							21.2	2 ± 1.6	2.6	5 ± 1.2
$\overline{K_{2}^{*}(1430)}$ ¹ P ₁							0.1	$l\pm0.1$	1.5	5 ± 0.7
$K_2^*(1430) {}^3P_1$							0.5	5 ± 0.2	2.5	5 ± 0.8
$K_2^*(1430) {}^3P_2$							0.8	8 ± 0.2	0.5	5 ± 0.4
$K_{2}^{*}(1430) \Sigma$							49.0	$)\pm 1.9$	29.3	3 ± 2.0
$a_0(980) \Sigma$			0.9	9 ± 0.1					1.1	1 ± 0.8
$a_2(1320)$ ³ S_1	1.2	2 ± 0.1	1.(0 ± 0.1	3.5	5 ± 0.2	1.4	4 ± 0.3	4.7	7 ± 1.5
$a_2(1320)$ ¹ P_1	23.1	$l\pm0.6$	21.8	8 ± 0.6	6.4	4 ± 0.8	2.9	0 ± 0.4	0.9	9 ± 0.4
$a_2(1320) \Sigma$	24.3	3 ± 0.6	22.8	8 ± 0.6	9.8	8 ± 0.8	4.3	3 ± 0.5	5.5	5 ± 1.6
		ink	ohärente	und koh	ärente Su	mmen de	r Anfangs	szustände	e [%]	
$^{1}S_{0}$	9.0	7.7	8.2	7.0	84.0	16.2	31.4	18.2	39.9	18.1
$^{3}S_{1}$	51.3	42.6	51.8	43.0	46.1	41.4	47.3	38.4	33.5	30.3
${}^{1}P_{1}$	27.7	27.8	24.4	25.1	11.9	9.9	3.2	3.1	7.7	5.2
$^{3}P_{1}$	23.0	21.9	26.1	24.9	38.4	32.5	22.0	20.1	23.1	18.8
$^{3}P_{2}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	24.1	20.2	28.9	27.6
ΣS	60.3	50.3	60.0	50.0	130.2	57.6	78.7	56.6	73.4	48.5
ΣP	50.7	49.7	50.5	50.0	50.3	42.4	49.3	43.4	59.8	51.5
Σ	111.1	100.0	110.4	100.0	180.5	100.0	128.1	100.0	133.2	100.0

Tabelle 5.13: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^- \pi^0$ mit der minimalen Hypothese und weiteren K π -Resonanzen. Von links nach rechts sind die Teilergebnisse der jeweiligen Anpassung angegeben. Unter dem Namen und der Güte der Anpassung folgen die Massen und Breiten der K^{*}(829), danach die relativen Anteile der Partialwellen und schließlich die Summen der Anfangszustände.



Abbildung 5.5: Die Projektionen und der theoretische Dalitz-Plot der Anpassung an $K_S K^- \pi^0$ mit der minimalen Hypothese. Darunter sind das mit Vorzeichen versehene χ^2 und die Daten dargestellt. Deutlich sieht man die Abweichung bei niedrigen $K\pi$ -invarianten Massen. Auch die Beschreibung des $a_2(1320)$ ist nicht optimal.

 $m^2(K_S\pi^0)$ vs. $m^2(K^-\pi^0)$



Abbildung 5.6: Die Projektionen und der theoretische Dalitz-Plot der Anpassung an $K_S K^- \pi^0$ mit der minimalen Hypothese sowie allen $K\pi$ -Resonanzen und dem $a_0(980)$. Darunter sind das mit Vorzeichen versehene χ^2 und die Daten dargestellt. Auch hier ist die Beschreibung nicht optimal, wie man an der Projektion der $\bar{K}K$ -invarianten Masse sehen kann.

5.4.2 Weitere Resonanzen

Ausgehend vom bisherigen Ergebnis wird nun nach weiteren $\bar{K}K$ -Resonanzen gesucht. Mögliche Kandidaten sind das $\rho(1450)$, das $\rho(1700)$ und das $a_2(1660)$. Das $a_0(1450)$ kann nur aus dem ¹P₁-Anfangszustand produziert werden und sollte vernachlässigbar sein, wird aber aus systematischen Gründen auch untersucht.

Die bisherige Hypothese wird um jeweils eine KK-Resonanz erweitert. Dann wird ein Massenund Breitenbereich festgelegt, der untersucht werden soll. Dazu wird der Bereich in ein Raster eingeteilt, an dessen Stellen dann mit fester Masse und Breite der zusätzlichen Resonanz die Verbesserung der Güte $-\ln \mathcal{L}$ ermittelt wird. Da eine Verringerung der Güte $-\ln \mathcal{L}$ um 0.5 einer χ^2 -Änderung von Eins entspricht, sieht man durch Auftragen von $\Delta 2 \ln \mathcal{L}$ im Raster der untersuchten Massen und Breiten an den Maxima (Abb. 5.7), wo die Resonanzen zur



Abbildung 5.7: Scan nach Anteilen weiterer $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von oben nach unten jeweils für $\rho(1450/1700)$, $a_2(1660)$ und $a_0(1450)$. Von links nach rechts unterscheiden sich die Abbildungen nur in der Art der Darstellung.

Beschreibung der Daten benötigt werden.

Wie die Scans zeigen, ergibt sich die größte Verbesserung des $\Delta 2 \ln \mathcal{L}$ von 82 durch die Struktur eines ρ bei der Masse von etwa 1450 MeV/c². Als nächste Kandidaten, die die Beschreibung der Daten verbessern, findet man mit einem $2\Delta \ln \mathcal{L}$ von etwa 65 das a_2 bei $1550 - 1600 \text{ MeV/c}^2$ und die im ρ -Scan sichtbare Schulter bei 1650 MeV/c^2 . Die Evidenz für ein a_0 ist deutlich geringer. Es ist eher anzunehmen, daß dieser Scan den Anteil der ρ 's in ¹P₁ beschreibt, da dort die Winkelverteilungen des a_0 und der ρ 's flach sind. Die Ergebnisse der Scans sind in Tabelle 5.14 zusammengefaßt.

Resonanz	$2\Delta ln \mathcal{L}$	$\mathrm{Masse}\;[\mathrm{MeV}/\mathrm{c}^2]$	Breite $[MeV/c^2]$
$\rho(1450)$	82	1450	300
$\rho(1700)$	64-65	1650	400-500
$a_2(1660)$	64-68	1550 - 1600	200-300
$a_0(1450)$	40	1450	200

Tabelle 5.14: Ergebnisse der Scans von weiteren $\bar{K}K$ -Resonanzen.

Es ergeben sich damit vier neue Hypothesen, die getestet werden. Zunächst ein $\rho(1450)$ bei den Massen und Breiten, die sich aus dem Scan ergeben, dann eine Erweiterung mit $\rho(1700)$ oder $a_2(1660)$ und schließlich eine Hypothese, die alle drei \bar{K} K-Resonanzen beinhaltet. Technisch ist dabei zu beachten, daß man ein ρ nur mit einer Breit-Wigner Funktion beschrieben darf, da ein weiterer Pol im K-Matrix Formalismus — auch wenn er zunächst keine Intensität beiträgt — die Form des ersten Pols verändert. Nimmt man ein zweites ρ mit hinzu, so muß der K-Matrix Formalismus verwendet werden, da die beiden Resonanzen breit sind und überlappen.

Ausgehend von der Anpassung mit einem $\rho(1450)$ ergibt sich eine Verbesserung der Beschreibung mit einem zusätzlichen $\rho(1700)$ von $\Delta\chi^2 = 13.2$ und für ein $a_2(1660)$ von nur $\Delta\chi^2 = 7.2$. Wird das $a_2(1660)$ mit in die Hypothese aufgenommen, wenn beide ρ 's vorhanden sind, dann ist die Verbesserung durch das a_2 mit $\Delta\chi^2 = 15.4$ größer, als beim Hinzufügen zum $\rho(1450)$ alleine.

Die Massen, Breiten und auch der Anteil der K^{*}(892) bleiben durch die zusätzlichen $\bar{K}K$ -Resonanzen innerhalb der Fehler konstant. Auch der Anteil der K^{*}₂(1430) und des a₂(1320) variieren nur wenig. Untereinander beeinflussen sich die $\bar{K}K$ -Resonanzen jedoch relativ stark, da alle im gleichen Massenbereich liegen. Die Ergebnisse dieser vier Hypothesen sind in den Tabellen 5.15 und 5.16 aufgeführt.

$\begin{array}{l} \text{Anpassung} \\ -\text{ln}\mathcal{L} \end{array}$	r 51	ho 16.6	rh c 511	o_a2 13.0	rho 511	_rho 10.0	rho_r 510	rho_a2 02.3
	-		Masse	en und B	reiten [M	eV/c^2]		
$m(K^{*-}(892))$	891.5	5 ± 0.9	891.3	3 ± 0.9	891.2	2 ± 0.8	891.3	3 ± 0.9
$\Gamma(K^{*-}(892))$	52.8	8 ± 1.7	53.0	$)\pm 1.6$	52.6	5 ± 1.6	53.3	3 ± 1.7
$m(K^{*0}(892))$	893.3	3 ± 1.0	893.0	0 ± 0.9	893.0	0 ± 0.9	892.8	8 ± 0.9
$\Gamma(K^{*0}(892))$	57.5	5 ± 2.1	58.0	$)\pm 1.9$	56.2	2 ± 1.8	57.3	3 ± 2.0
K-Matrix								
$ \rho(1450) $						m = 1402	$2, \tilde{\Gamma} = 270$	0
$ \rho(1700) $						m = 175	$6, \tilde{\Gamma} = 230$	0
T-Matrix								
$ \rho(1450) $		m = 1458	$S, \Gamma = 292$	2		m = 1430	$6, \Gamma = 322$	2
$ \rho(1700) $						m = 169'	$7, \Gamma = 210$	0
$a_2(1660)$				m = 166	$0, \Gamma = 280$)		
	ink	ohärente	und kohä	irente Su	mmen der	r Anfangs	szustände	: [%]
$^{1}\mathrm{S}_{0}$	79.3	20.2	78.8	18.8	135.0	23.6	144.3	20.8
$^{3}S_{1}$	47.0	37.3	46.9	41.2	51.3	46.2	44.6	40.0
${}^{1}P_{1}$	4.9	4.2	15.0	5.8	6.3	4.0	19.6	10.8
$^{3}P_{1}$	48.3	24.4	41.4	19.5	17.2	14.7	6.1	5.3
${}^{3}\mathrm{P}_{2}$	16.0	13.9	17.2	14.7	13.5	11.5	25.9	23.1
ΣS	126.3	57.5	125.7	60.0	186.3	69.8	188.9	60.8
ΣP	69.2	42.5	73.5	40.0	37.0	30.2	51.6	39.2
Σ	195.5	100.0	199.2	100.0	223.2	100.0	240.5	100.0

Tabelle 5.15: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^- \pi^0$ mit den weiteren $\bar{K}K$ -Resonanzen $\rho(1450)$, $\rho(1700)$ und $a_2(1660)$. Von links nach rechts sind die Teilergebnisse der jeweiligen Anpassung angegeben. Unter dem Namen und der Güte der Anpassung findet man die Massen und Breiten der verwendeten Resonanzen, wenn die Werte frei angepaßt werden oder nicht die Werte der PDG sind. Als letztes werden die Summen der Anfangszustände gelistet.

Annassung	rho	rho a?	rho rho	rho rho a?
$-\ln \ell$	5116.6	5113.0	5110 0	5102 3
		0110.0		[07]
	inkohai	rente Anteile d	der Partialwell	en [%]
$K^{*}(892)$ ¹ S ₀	$3.8 {\pm} 0.6$	4.3 ± 0.9	6.2 ± 1.1	5.7 ± 1.8
$K^*(892) {}^{3}S_1$	$39.8 {\pm} 5.6$	40.4 ± 4.7	43.4 ± 3.6	35.1 ± 3.9
$K^{*}(892) {}^{1}P_{1}$	1.2 ± 1.3	$2.8{\pm}1.6$	0.8 ± 1.0	$2.0{\pm}1.2$
$K^*(892) {}^{3}P_1$	18.4 ± 3.0	13.7 ± 3.7	11.6 ± 2.4	$2.8{\pm}1.6$
$K^{*}(892)$ ³ P_{2}	14.7 ± 6.2	15.3 ± 5.1	7.6 ± 3.9	22.2 ± 4.6
$K^*(892) \Sigma$	77.9 ± 9.0	76.5 ± 8.1	$69.6 {\pm} 6.0$	$67.9 {\pm} 6.6$
$K_0^*(1430)$ ¹ S_0	$50.0{\pm}19.3$	$51.7 {\pm} 10.1$	$97.6 {\pm} 15.9$	$108.6 {\pm} 14.5$
$K_0^*(1430)$ ¹ P ₁	$1.0{\pm}1.5$	$6.4 {\pm} 3.0$	$2.1{\pm}2.5$	$0.7{\pm}1.2$
$K_0^*(1430) {}^3P_1$	$18.0{\pm}1.7$	$16.5 {\pm} 1.8$	$0.7{\pm}1.2$	$0.0 {\pm} 0.3$
$K_0^*(1430) \Sigma$	$69.0{\pm}19.4$	$74.6{\pm}10.7$	$100.4{\pm}16.1$	$109.4{\pm}14.6$
$K_2^*(1430)$ ¹ S_0	$8.0{\pm}2.6$	$6.4{\pm}1.5$	$13.7 {\pm} 2.5$	$14.9 {\pm} 2.7$
$K_2^*(1430)$ 3S_1	$2.1 {\pm} 0.9$	$1.2 {\pm} 0.8$	5.2 ± 1.8	$0.5 {\pm} 0.6$
$K_2^*(1430)$ ¹ P_1	$0.3 {\pm} 0.5$	$0.9{\pm}0.8$	$0.5 {\pm} 0.7$	2.5 ± 1.3
$K_2^*(1430) {}^3P_1$	5.3 ± 1.1	4.5 ± 1.1	$0.7 {\pm} 0.8$	$0.0 {\pm} 0.2$
$K_2^*(1430) {}^{3}P_2$	$0.5{\pm}0.5$	$0.4{\pm}0.4$	$1.6{\pm}1.1$	$0.2 {\pm} 0.3$
$K_{2}^{*}(1430) \Sigma$	16.2 ± 3.0	$13.5 {\pm} 2.2$	21.6 ± 3.4	18.2 ± 3.1
$ ho(1450)$ $^{1}S_{0}$	$17.5 {\pm} 0.3$	$16.4 {\pm} 0.3$	$16.6 {\pm} 2.5$	5.1 ± 1.6
$ ho(1450) \ {}^{3}P_{1}$	$6.6{\pm}1.6$	$6.6{\pm}1.9$	$2.6{\pm}1.9$	$0.2 {\pm} 0.6$
$ ho(1450) \ {}^{3}P_{2}$	$0.8{\pm}0.6$	$1.4{\pm}0.8$	$1.1 {\pm} 0.8$	$1.3 {\pm} 0.9$
$\rho(1450) \Sigma$	$25.0{\pm}1.7$	$24.4{\pm}2.1$	20.3 ± 3.3	$6.6 {\pm} 1.9$
$ ho(1700)$ $^{1}S_{0}$			$1.0 {\pm} 0.5$	$9.9{\pm}2.1$
$\rho(1700)$ ³ P ₁			$1.6{\pm}1.2$	$3.0{\pm}1.1$
$\rho(1700)$ ³ P ₂			$3.2{\pm}1.3$	$2.2{\pm}1.1$
$\rho(1700) \Sigma$			$5.8 {\pm} 1.9$	$15.1 {\pm} 2.6$
$a_0(980) \Sigma$	$0.2{\pm}0.3$	$0.4{\pm}0.4$	$0.1{\pm}0.3$	$0.4{\pm}0.4$
$a_2(1320)$ ³ S_1	$5.0 {\pm} 0.9$	$3.5 {\pm} 0.6$	$2.7{\pm}0.5$	$2.3{\pm}0.5$
$a_2(1320)$ ¹ P_1	$2.2{\pm}0.9$	$2.2 {\pm} 0.7$	$2.8{\pm}1.2$	$6.3 {\pm} 1.6$
$a_2(1320) \Sigma$	7.2 ± 1.3	$5.7 {\pm} 1.0$	$5.5 {\pm} 1.3$	$8.6{\pm}1.7$
$a_2(1660)$ 3S_1		$1.8 {\pm} 0.9$		$6.7{\pm}1.9$
$a_2(1660)$ ¹ P_1		$2.4{\pm}1.5$		$7.7 {\pm} 2.5$
$a_2(1660) \Sigma$		4.1 ± 1.8		14.4 ± 3.2

Tabelle 5.16: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^- \pi^0$ mit weiteren $\bar{K}K$ -Resonanzen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die relativen Anteile der Partialwellen angegeben. Als problematisch erweist sich das $K_0^*(1430)$. Die Eigeninterferenz wird nicht zur Berechnung der Summe der Resonanz berücksichtigt; die beiden Anteile löschen sich aber nahezu aus. Daher ergibt sich in diesem speziellen Fall ein Anteil von über 100%, obwohl davon über 90% durch die Eigeninterferenz nicht zu der Intensität im Dalitz-Plot beitragen.

5.4.3 Anpassungen mit freien Massen und Breiten

Die letzten drei Anpassungen werden wieder aufgenommen, und es wird getestet, ob sich die Massen und Breiten dieser \bar{K} K-Resonanzen auch frei anpassen lassen. Da die Werte für diese Parameter entweder die der PDG sind oder aus anderen Crystal-Barrel-Analysen stammen, erwartet man keine großen Änderungen. Interessant ist, ob sich dadurch die Reihenfolge der nach Güte aufgelisteten Anpassungen zugunsten einer anderen Hypothese entscheidet.

$\begin{array}{l} \text{Anpassung} \\ -\text{ln}\mathcal{L} \end{array}$	rho 510	f_a2 _f)8.5	\texttt{rho}_{f}	rho _f 7.9	:	rho _f _rho _f _a: 5101.7	2	
		Massen und Breiten $[MeV/c^2]$						
$m(K^{*-}(892))$	891.3	3 ± 0.4	891.0	± 0.9		$891.2 {\pm} 0.9$		
$\Gamma(K^{*-}(892))$	53.1	± 0.6	52.7	± 1.7		53.2 ± 1.8		
$m(K^{*0}(892))$	893.0	0 ± 0.4	892.6	± 1.0		$892.7 {\pm} 1.0$		
$\Gamma(K^{*0}(892))$	57.9	0 ± 0.8	57.6	± 2.0		57.5 ± 2.0		
K-Matrix $m(\rho(1450))$			1417	± 25		1418 ± 37		
$\Gamma(\rho(1450))$			210	± 50		245 ± 52		
$m(\rho(1700))$			1694	± 49		1760 ± 72		
$\Gamma(\rho(1700))$			151	± 58		284 ± 154		
T-Matrix $m(\rho(1450))$ $\Gamma(\rho(1450))$	1385 ± 5 362 ± 17		1436 ± 26 238 ± 57			1472 ± 39 278 ± 59 1696 ± 60		
$\Gamma(\rho(1700))$ $\Gamma(\rho(1700))$			1050 ± 48 134 ± 51			282 ± 152		
$m(a_2(1660))$	1522	2 ± 6				1660		
$\Gamma(a_2(1660))$	178	3 ± 14				280		
	inkohär	ente und	l kohärente	e Summe	en der A	nfangszustäi	nde [%]	
$^{1}S_{0}$	112.8	18.0	106.0	26.3	150.3		20.6	
$^{3}S_{1}$	57.8	52.8	53.2	47.2	45.9		41.8	
${}^{1}P_{1}$	25.1	12.3	5.6	4.3	19.4		10.9	
$^{3}P_{1}$	43.6	16.9	14.7	9.3	6.8		5.8	
$^{3}P_{2}$	0.0	0.0	13.9	13.0	23.8		20.9	
ΣS	170.7	70.8	159.2	73.5	196.1		62.4	
ΣP	68.6	29.2	34.2	26.5	50.0		37.6	
Σ	239.3	100.0	193.4	100.0	246.1		100.0	

Tabelle 5.17: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^- \pi^0$ mit freien Massen und Breiten. Unter dem Namen und der Güte der Anpassung findet man die Massen und Breiten der Resonanzen. Als letztes werden die Summen der Anfangszustände gelistet. Ein f ist für jede $\bar{K}K$ -Resonanz angegeben, dessen Masse und Breite frei angepaßt ist.

Die Ergebnisse sind in den Tabellen 5.17 und 5.18 aufgelistet. Die beste Beschreibung der Daten erhält man mit den zusätzlichen $\bar{K}K$ -Resonanzen $\rho(1450)$, $\rho(1700)$ und $a_2(1660)$. Diese Anpassung ist in Abbildung 5.8 dargestellt. An der Reihenfolge der Güte der Anpassungen ändert sich dabei nichts. So ist die Anpassung mit allen drei $\bar{K}K$ -Resonanzen besser, als die mit zweien. Auch ergeben zwei ρ 's eine bessere Beschreibung als ein $\rho(1450)$ und ein

$a_2(1660)$. Jedoch fällt auf, daß die Fehler insgesamt dazu tendieren, größer zu werden, wenn
mehr freie Parameter angepaßt werden. Wie schon bei der Analyse von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ ergibt sich
auch eine starke Abhängigkeit der Intensitäten der $\bar{K}K$ -Resonanzen von deren Massen und
Breiten.

$\begin{array}{l} \text{Anpassung} \\ -\text{ln}\mathcal{L} \end{array}$	rho _f _a2 _f 5108.5	rho _f _rho _f 5107.9	rho _f _rho _f _a2 5101.7
	inkohärente	Anteile der Pa	artialwellen $[\%]$
$K^{*}(892)$ ¹ S ₀	$5.4 {\pm} 0.2$	$9.6{\pm}2.3$	$6.3 {\pm} 1.8$
$K^{*}(892)$ ³ S ₁	$53.5 {\pm} 0.3$	40.2 ± 4.0	$36.4{\pm}4.1$
$K^{*}(892)$ ¹ P ₁	$5.5 {\pm} 0.2$	$1.5{\pm}1.6$	$3.1{\pm}1.3$
$K^{*}(892)$ ³ P ₁	$8.6 {\pm} 0.4$	8.7 ± 5.2	$3.1{\pm}2.4$
$K^{*}(892)$ ³ P ₂	$0.0{\pm}0.0$	$10.0 {\pm} 4.0$	$20.4{\pm}4.7$
$K^*(892) \Sigma$	$73.0{\pm}0.6$	$70.0{\pm}8.1$	$69.4{\pm}7.1$
$K_0^*(1430)$ ¹ S ₀	$79.2 {\pm} 2.8$	$69.9{\pm}13.6$	$111.7 {\pm} 21.2$
$K_0^*(1430) {}^1P_1$	4.1 ± 0.3	$1.1{\pm}2.1$	0.3 ± 1.0
$K_0^*(1430) {}^3P_1$	$19.2 {\pm} 0.4$	$3.5 {\pm} 4.6$	$0.2{\pm}1.0$
$K_0^*(1430) \Sigma$	102.5 ± 2.9	74.5 ± 14.5	112.3 ± 21.2
$K_2^*(1430)$ ¹ S ₀	$9.7{\pm}0.4$	$17.7 {\pm} 4.1$	16.1 ± 3.0
$\overline{K_{2}^{*}(1430)}$ ³ S ₁	$1.1 {\pm} 0.1$	$10.9 {\pm} 4.4$	$1.4{\pm}1.3$
$K_2^*(1430)$ ¹ P_1	$1.5 {\pm} 0.2$	$0.5{\pm}0.6$	$2.1{\pm}1.3$
$K_2^*(1430) {}^3P_1$	$5.7 {\pm} 0.3$	$1.2{\pm}1.6$	$0.0{\pm}0.1$
$K_2^*(1430) \ {}^3P_2$	$0.0 {\pm} 0.0$	$0.0 {\pm} 0.1$	$0.1{\pm}0.2$
$K_{2}^{*}(1430) \Sigma$	$18.0 {\pm} 0.6$	30.3 ± 6.3	19.7 ± 3.5
$\rho(1450)$ ${}^{1}S_{0}$	$18.6{\pm}0.1$	$7.0{\pm}3.4$	$3.9{\pm}1.6$
$\rho(1450) {}^{3}\mathrm{P}_{1}$	$10.0 {\pm} 0.5$	0.5 ± 1.9	$0.2 {\pm} 0.8$
$ ho(1450) \ {}^{3}\mathrm{P}_{2}$	$0.0{\pm}0.0$	$1.0 {\pm} 0.8$	2.3 ± 1.6
$\rho(1450) \Sigma$	28.5 ± 0.5	$8.5 {\pm} 4.0$	6.5 ± 2.3
$\rho(1700) {}^{1}S_{0}$		$1.7{\pm}1.2$	12.2 ± 3.3
$\rho(1700) {}^{3}P_{1}$		$0.9{\pm}0.6$	3.3 ± 2.4
$\rho(1700) {}^{3}\mathrm{P}_{2}$		2.9 ± 2.2	$1.0{\pm}1.5$
$\rho(1700) \Sigma$		5.5 ± 2.6	16.5 ± 4.4
$a_0(980) \Sigma$	$0.1 {\pm} 0.1$	$0.1{\pm}0.2$	$0.4{\pm}0.5$
$a_2(1320) {}^3S_1$	4.5 ± 0.2	2.1 ± 0.6	2.1 ± 0.5
$a_2(1320)$ ¹ P_1	$6.2 {\pm} 0.4$	$2.4{\pm}1.1$	5.7 ± 1.8
$a_2(1320) \Sigma$	$10.7 {\pm} 0.4$	4.5 ± 1.2	7.8 ± 1.8
$a_2(1660)$ ³ S ₁	$0.6{\pm}0.1$		$6.0{\pm}2.2$
$a_2(1660)$ ¹ P_1	$10.0 {\pm} 0.3$		$7.7 {\pm} 2.7$
$a_2(1660) \Sigma$	$10.6 {\pm} 0.3$		13.6 ± 3.4

Tabelle 5.18: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^- \pi^0$ mit freien Massen und Breiten. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die relativen Anteile der Partialwellen angegeben.

5.4.4 Verzweigungsverhältnisse

Die absoluten Verzweigungsverhältnisse werden aus den relativen Anteilen genauso wie bei der Analyse von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ berechnet und sind in Tabelle 5.19 aufgeführt. Einziger Unterschied ist bei der Annihilation an Neutron, daß dabei das Verzweigungsverhältnis von $\bar{p}n \rightarrow \bar{K}K\pi$ über den entsprechenden Zwischenzustand berechnet wird; es unterscheidet sich vom Verzweigungsverhältnis für $\bar{p}d \rightarrow \bar{K}K\pi p$ durch einen Faktor zwei.

$\begin{array}{l} \text{Anpassung} \\ -\text{ln}\mathcal{L} \end{array}$	rho _{f-} a2 _f 5108.5	rho _f _rho _f 5107.9	rho _f _rho _f _a2 5101.7				
	absolute Verzweigungsverhältnisse [$\cdot 10$						
$ \begin{array}{c} \mathrm{K}^{*}(892) \ {}^{1}\mathrm{S}_{0} \\ \mathrm{K}^{*}(892) \ {}^{3}\mathrm{S}_{1} \\ \mathrm{K}^{*}(892) \ {}^{1}\mathrm{P}_{1} \\ \mathrm{K}^{*}(892) \ {}^{3}\mathrm{P}_{2} \end{array} $	6.2 ± 0.2 62.0 ± 0.4 6.3 ± 0.2 10.0 ± 0.5	11.1 ± 2.7 46.6 ± 4.6 1.7 ± 1.8 10.0 ± 6.0	7.3 ± 2.1 42.2 ± 4.8 3.6 ± 1.5 3.6 ± 2.8				
$ \begin{array}{c} \mathrm{K}^{*}(892) \ ^{3}\mathrm{P}_{2} \\ \mathrm{K}^{*}(892) \ \Sigma \end{array} $	$\begin{array}{c} 10.0 \pm 0.0 \\ 0.0 \pm 0.1 \\ 84.5 \pm 0.7 \end{array}$	11.6 ± 4.7 81.1 ± 9.4	$ \begin{array}{r} 3.0\pm2.0\\ 23.7\pm5.4\\ 80.3\pm8.2 \end{array} $				
$\begin{array}{c} \mathrm{K}_{0}^{*}(1430) \ ^{1}\mathrm{S}_{0} \\ \mathrm{K}_{0}^{*}(1430) \ ^{1}\mathrm{P}_{1} \\ \mathrm{K}_{0}^{*}(1430) \ ^{3}\mathrm{P}_{1} \\ \mathrm{K}_{0}^{*}(1430) \ \Sigma \end{array}$	91.7 ± 3.3 4.7 ± 0.4 22.3 ± 0.5 118.7 ± 3.3	$\begin{array}{c} 80.9{\pm}15.8\\ 1.3{\pm}2.4\\ 4.0{\pm}5.3\\ 86.3{\pm}16.8\end{array}$	$\begin{array}{c} 129.4{\pm}24.5\\ 0.4{\pm}1.1\\ 0.2{\pm}1.1\\ 130.0{\pm}24.6 \end{array}$				
$\begin{array}{c} \mathrm{K}_{2}^{*}(1430) \ ^{1}\mathrm{S}_{0} \\ \mathrm{K}_{2}^{*}(1430) \ ^{3}\mathrm{S}_{1} \\ \mathrm{K}_{2}^{*}(1430) \ ^{1}\mathrm{P}_{1} \\ \mathrm{K}_{2}^{*}(1430) \ ^{3}\mathrm{P}_{1} \\ \mathrm{K}_{2}^{*}(1430) \ ^{3}\mathrm{P}_{2} \\ \mathrm{K}_{2}^{*}(1430) \ \Sigma \end{array}$	$ \begin{array}{r} 11.2\pm0.5\\ 1.3\pm0.1\\ 1.7\pm0.2\\ 6.6\pm0.4\\ 0.0\pm0.1\\ 20.9\pm0.7\\ \end{array} $	$20.5\pm4.8 \\ 12.6\pm5.1 \\ 0.6\pm0.7 \\ 1.4\pm1.9 \\ 0.0\pm0.2 \\ 35.1\pm7.3 \\$	$ \begin{array}{r} 18.7 \pm 3.5 \\ 1.7 \pm 1.5 \\ 2.5 \pm 1.6 \\ 0.0 \pm 0.1 \\ 0.1 \pm 0.2 \\ 22.8 \pm 4.1 \\ \end{array} $				
$\begin{array}{c} \rho(1450) \ ^{1}\mathrm{S}_{0} \\ \rho(1450) \ ^{3}\mathrm{P}_{1} \\ \rho(1450) \ ^{3}\mathrm{P}_{2} \\ \rho(1450) \ \Sigma \end{array}$	$ \begin{array}{r} 14.3 \pm 0.1 \\ 7.7 \pm 0.4 \\ 0.0 \pm 0.1 \\ 22.0 \pm 0.4 \end{array} $	$5.4\pm 2.6 \\ 0.4\pm 1.5 \\ 0.8\pm 0.6 \\ 6.6\pm 3.1$	$\begin{array}{r} 3.0 \pm 1.2 \\ 0.2 \pm 0.6 \\ 1.8 \pm 1.2 \\ 5.0 \pm 1.8 \end{array}$				
$\begin{array}{l} \rho(1700) \ {}^{1}\mathrm{S}_{0} \\ \rho(1700) \ {}^{3}\mathrm{P}_{1} \\ \rho(1700) \ {}^{3}\mathrm{P}_{2} \\ \rho(1700) \ \Sigma \end{array}$		$\begin{array}{c} 1.3 {\pm} 0.9 \\ 0.7 {\pm} 0.5 \\ 2.2 {\pm} 1.7 \\ 4.2 {\pm} 2.0 \end{array}$	$9.4{\pm}2.6 \\ 2.6{\pm}1.9 \\ 0.7{\pm}1.2 \\ 12.7{\pm}3.4$				
$a_0(980) \Sigma$	$0.0{\pm}0.1$	$0.0{\pm}0.2$	0.3 ± 0.4				
$\begin{array}{l} a_2(1320) \ {}^3S_1 \\ a_2(1320) \ {}^1P_1 \\ a_2(1320) \ \Sigma \end{array}$	2.1 ± 0.1 3.1 ± 0.2 5.1 ± 0.2	1.6 ± 0.4 1.8 ± 0.9 3.5 ± 1.0	1.6 ± 0.3 4.4 ± 1.4 6.0 ± 1.4				
$\begin{array}{l} a_2(1660) \ {}^3S_1 \\ a_2(1660) \ {}^1P_1 \\ a_2(1660) \ \Sigma \end{array}$	0.4 ± 0.1 7.7 ± 0.2 8.2 ± 0.2		4.6 ± 1.7 5.9 ± 2.1 10.5 ± 2.6				

Tabelle 5.19: Verzweigungsverhältnisse der Anpassungen an $K_S K^- \pi^0$ mit freien Massen und Breiten. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die absoluten Verzweigungsverhältnisse der Partialwellen angegeben.



Abbildung 5.8: Die Projektionen und der theoretische Dalitz-Plot der besten Anpassung an $K_S K^- \pi^0$ mit $\rho(1450)$, $\rho(1700)$ und $a_2(1660)$ und freien Massen und Breiten. Darunter sind das mit Vorzeichen versehene χ^2 und die Daten dargestellt.

5.5 Die Reaktion $\bar{p}n \rightarrow K_S K_S \pi^-$

Die Analyse des Datensatzes $K_S K_S \pi^-$ unterscheidet sich deutlich von den ersten beiden Untersuchungen, da hier alle skalaren Resonanzen mit Isospin I = 0 und I = 1 erlaubt sind. Stattdessen sind jedoch die Vektormesonen $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ verboten.

Vergleichbar ist der Datensatz $K_S K_S \pi^-$ am ehesten mit dem in [39] untersuchten Kanal $K_L K_L \pi^0$. Allerdings sind mit $K_S K_S \pi^-$ nur die Anfangszustände mit Isospin I = 1 zugänglich, so daß die beiden Dalitz-Plots nicht identisch sind. Im Vergleich zur Analyse von $K_L K_L \pi^0$ wird bei dieser Untersuchung die Hypothese um Anfangszustände aus der P-Welle und zusätzliche Resonanzen erweitert. Diese sind das $K_2^*(1430)$, $f_0(1710)$, $f_2(1710)$ und $a_2(1660)$. Ein Ergebnis der Analysen von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ und $K_S K^- \pi^0$ ist bereits, daß die Anteile von $a_0(980)$ und $a_0(1450)$ vernachlässigbar sind, wenn nur Anfangszustände mit I = 1 beitragen. Dies ist auch bei $K_S K_S \pi^-$ der Fall. Damit kann die Hypothese vereinfacht werden und das Problem der Abhängigkeit der Intensitäten zwischen $f_0(1500)$ und $a_0(1450)$ in der Arbeit von [39] wird umgangen. Außerdem wird die Intensität, die an der $\overline{K}K$ -Schwelle zu beobachten ist, ausschließlich mit dem $f_0(980)$ oder den $K_2^*(1430)$ beschrieben.

In den folgenden Anpassungen werden die K-Matrix-Parameter nun so gewählt, daß die Pole der T-Matrix mit den Werten der PDG übereinstimmen. Für das $f_0(1370)$ wird dabei ein Mittelwert der Ergebnisse des Zerfalls in $\bar{K}K$ gewählt (s. auch Tab. 5.2). Als erstes werden die Hypothesen untersucht, bei denen die $\bar{K}K$ -Resonanzen $f_0(1710)$ und $f_2(1710)$ sowohl einzeln als auch zusammen berücksichtigt werden. Die Hypothese wird dann um das $a_2(1660)$ erweitert. Abschließend werden die Massen und Breiten des $f_0(1370)$ und des $f_0(1500)$ frei bestimmt. Die Parameter der Resonanzen in der Region um 1700 MeV/c² lassen sich nicht frei anzupassen, da die Anpassung dann nicht konvergiert.

Wie erwartet, ergeben zusätzliche $\bar{K}K$ -Resonanzen jeweils eine Verbesserung der Anpassung. Es zeigt sich auch, daß die Startwerte der Massen und Breiten schon sehr nah am richtigen Ergebnis liegen, da sich die Güte nur noch unwesentlich ändert, wenn diese Werte frei angepaßt werden. Die insgesamt geringen Änderungen der Güte durch die weiteren $\bar{K}K$ -Resonanzen sind im wesentlichen eine Folge davon, daß die Statistik relativ gering ist. Dies macht es schwierig, im Bereich nahe der Phasenraumgrenze eine $\bar{K}K$ -Resonanz eindeutig nachzuweisen. Eine weitere Folge der geringen Statistik ist, daß die relativen Fehler höher ausfallen, als es bei den ersten beiden Datensätzen der Fall ist.

Die Ergebnisse der frei bestimmten Massen und Breiten der Resonanzen $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ in dieser Analyse stimmen mit den Werten von [39] innerhalb der Fehler überein. Die Resultate im dort untersuchten Kanal $K_L K_L \pi^0$ sind $m = (1378 \pm 10) \text{ MeV/c}^2$ und $\Gamma = (361\pm25) \text{ MeV/c}^2$ für das $f_0(1370)$ bzw. $m = (1515\pm12) \text{ MeV/c}^2$ und $\Gamma = (104\pm12) \text{ MeV/c}^2$ für das $f_0(1500)$. Auch die frei angepaßte Masse des K*(892) stimmt innerhalb der Fehler mit den Werten der PDG überein. Lediglich die Breiten sind aufgrund der Detektorauflösung, wie auch bei den vorherigen Analysen, systematisch größer.

$\begin{array}{l} \text{Anpassung} \\ -\text{ln}\mathcal{L} \end{array}$	f 327	0 72.0	f 327	2 71.1	f2 32'	_f0 70.0	f2_1 320	f0_a2 69.7	f2_f 320	0 _{f-} a2 69.4
		Massen und Breiten $[MeV/c^2]$								
$m(K^{*-}(892))$ $\Gamma(K^{*-}(892))$	$894.3 \\ 59.4$	$\pm 2.8 \\ \pm 5.5$	892.9 57.3	$0\pm 3.1 \\ \pm 5.4$	893.4 57.3	4 ± 2.8 3 ± 5.4	894.1 57.0	1 ± 2.9 $)\pm 5.1$	894.2 57.8	2 ± 3.2 3 ± 5.6
K-Matrix $f_0(980)$				m = 9	80, $\tilde{\Gamma}_{K\bar{K}}$ =	= 8.8, $\tilde{\Gamma}_{\pi\pi}$	= 86.6			
$\begin{array}{l} \text{K-Matrix} \\ m(f_0(1370)) \\ \tilde{\Gamma}(f_0(1370)) \\ m(f_0(1500)) \\ \tilde{\Gamma}(f_0(1500)) \\ m(f_0(1710)) \\ \tilde{\Gamma}(f_0(1710)) \end{array}$		1369 210 1538 105 1757 155						1357 232 1531 95	7 ± 60 2 ± 116 1 ± 20 5 ± 37	
$\begin{array}{l} \text{T-Matrix} \\ m(f_0(1370)) \\ \Gamma(f_0(1370)) \\ m(f_0(1500)) \\ \Gamma(f_0(1500)) \\ m(f_0(1710)) \\ \Gamma(f_0(1710)) \end{array}$		$ \begin{array}{r} 1442 \\ 250 \\ 1498 \\ 114 \\ 1715 \\ 125 \\ \end{array} $						1421 290 1498 90	$1\pm62 \\ 0\pm93 \\ 8\pm19 \\ 0\pm35$	
T-Matrix $f_2(1270)$ $f_2(1525)$ $f_2(1710)$	$m = 1275, \ \Gamma = 185$ $m = 1525, \ \Gamma = 112$ $m = 1715, \ \Gamma = 125$									
		inkohärente und kohärente Summen der Anfangszustände [%]								
$^{1}S_{0}$ $^{3}S_{1}$ $^{3}P_{1}$ ΣS Σ	$57.7 \\ 27.1 \\ 63.4 \\ 84.8 \\ 148.3$	38.7 22.6 38.6 61.4 100.0	$75.6 \\ 22.6 \\ 63.3 \\ 98.3 \\ 161.6$	$ \begin{array}{r} 45.4\\ 19.0\\ 35.5\\ 64.4\\ 100.0 \end{array} $	$125.2 \\ 25.4 \\ 79.5 \\ 150.6 \\ 230.1$	$ \begin{array}{r} 44.5 \\ 20.9 \\ 34.6 \\ 65.4 \\ 100.0 \end{array} $	$137.1 \\ 26.8 \\ 72.4 \\ 163.9 \\ 236.3$	$ \begin{array}{r} 43.1\\ 21.2\\ 35.7\\ 64.3\\ 100.0 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 133.5 \\ 28.5 \\ 78.3 \\ 162.1 \\ 240.3 \\ \end{array} $	$ \begin{array}{r} 44.5 \\ 21.1 \\ 34.4 \\ 65.6 \\ 100.0 \\ \end{array} $

Tabelle 5.20: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K_S \pi^-$ mit den verschiedenen Hypothesen. Je nach Hypothese werden die Resonanzen $f_0(1710)$, $f_2(1710)$ oder $a_2(1660)$ berücksichtigt. Bei der letzten Hypothese werden die Massen und Breiten der Resonanzen $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ frei angepaßt.

Die Ergebnisse sind in den Tabellen 5.20 und 5.21 aufgelistet. Die daraus berechneten absoluten Verzweigungsverhältnisse sind in Tabelle 5.22 zu finden. Die Darstellung der besten Anpassung schließt sich in Abbildung 5.9 an die Tabellen an.

$\begin{array}{c} \text{Anpassung} \\ -\text{ln}\mathcal{L} \end{array}$	f0 3272.0	f2 3271.1	f2_f0 3270.0	f2_f0_a2 3269.7	f2_f0 _f _a2 3269.4
$\begin{array}{c} {\rm K}^{*}(892) \ ^{1}{\rm S}_{0} \\ {\rm K}^{*}(892) \ ^{3}{\rm S}_{1} \\ {\rm K}^{*}(892) \ ^{3}{\rm P}_{1} \\ {\rm K}^{*}(892) \ \Sigma \end{array}$	$\begin{array}{c} 3.2{\pm}2.0\\ 22.6{\pm}2.8\\ 25.7{\pm}6.8\\ 51.6{\pm}7.6\end{array}$	$\begin{array}{c} 1.1 \pm 1.3 \\ 19.5 \pm 2.4 \\ 30.7 \pm 7.5 \\ 51.2 \pm 8.0 \end{array}$	7.9 ± 5.6 22.2 ± 3.4 25.6 ± 9.2 55.6 ± 11.3	$7.7 \pm 4.7 \\ 20.7 \pm 3.2 \\ 28.0 \pm 8.1 \\ 56.4 \pm 9.9$	8.3 ± 5.7 21.0 ± 3.9 25.6 ± 9.8 54.8 ± 12.0
$\begin{array}{c} K_0^*(1430) \ {}^1S_0 \\ K_0^*(1430) \ {}^3P_1 \\ K_0^*(1430) \ \Sigma \end{array}$	$\begin{array}{c} 11.5 {\pm} 9.1 \\ 6.9 {\pm} 7.2 \\ 18.4 {\pm} 11.6 \end{array}$	1.5 ± 1.5 11.0 ± 12.1 12.5 ± 12.2	6.2 ± 6.5 12.3 \pm 12.1 18.5 \pm 13.8	$6.9{\pm}6.2$ 12.1 ${\pm}10.1$ 19.0 ${\pm}11.9$	5.4 ± 7.4 13.0 ± 12.6 18.5 ± 14.6
$\begin{array}{c} {\rm K}_2^*(1430) \ {}^1{\rm S}_0 \\ {\rm K}_2^*(1430) \ {}^3{\rm S}_1 \\ {\rm K}_2^*(1430) \ {}^3{\rm P}_1 \\ {\rm K}_2^*(1430) \ \Sigma \end{array}$	$\begin{array}{c} 1.0{\pm}1.2\\ 0.5{\pm}0.8\\ 3.7{\pm}2.7\\ 5.3{\pm}3.1\end{array}$	0.8 ± 0.7 0.3 ± 0.7 2.2 ± 2.7 3.2 ± 2.9	3.9 ± 2.2 0.4 ± 0.9 4.1 ± 3.7 8.4 ± 4.3	$\begin{array}{c} 4.0{\pm}1.8\\ 2.3{\pm}3.2\\ 2.5{\pm}3.1\\ 8.8{\pm}4.8\end{array}$	$3.7{\pm}2.4$ $3.5{\pm}5.0$ $3.4{\pm}3.8$ $10.5{\pm}6.8$
$\begin{array}{c} f_0(980) \ {}^1S_0 \\ f_0(980) \ {}^3P_1 \\ f_0(980) \ \Sigma \end{array}$	$\begin{array}{c} 10.3 {\pm} 9.7 \\ 16.9 {\pm} 12.0 \\ 27.2 {\pm} 15.4 \end{array}$	1.6 ± 6.2 15.0 ± 14.9 16.5 ± 16.2	21.0 ± 21.5 28.8 ± 11.4 49.7 ± 24.3	27.7 ± 25.2 22.4 ± 12.0 50.0 ± 27.9	26.0 ± 25.7 26.6 ± 14.6 52.6 ± 29.5
$\begin{array}{c} f_0(1370) \ {}^1S_0 \\ f_0(1370) \ {}^3P_1 \\ f_0(1370) \ \Sigma \end{array}$	5.7 ± 6.3 2.4 ± 3.2 8.1 ± 7.1	$36.0{\pm}7.6$ $0.8{\pm}1.7$ $36.8{\pm}7.8$	46.7 ± 12.2 4.2 ± 5.0 50.9 ± 13.2	49.3 ± 12.1 2.6 ± 3.5 51.9 ± 12.5	50.7 ± 14.8 4.6 ± 5.6 55.3 ± 15.8
$\begin{array}{l} f_0(1500) \ {}^1S_0 \\ f_0(1500) \ {}^3P_1 \\ f_0(1500) \ \Sigma \end{array}$	9.9 ± 6.7 2.3 ± 2.2 12.2 ± 7.0	$12.6 \pm 5.2 \\ 0.7 \pm 1.3 \\ 13.3 \pm 5.4$	$14.5 \pm 8.9 \\ 0.1 \pm 0.7 \\ 14.6 \pm 8.9$	$15.1{\pm}7.4$ $0.7{\pm}1.9$ $15.8{\pm}7.6$	13.7 ± 7.8 0.5 ± 1.6 14.2 ± 8.0
$\begin{array}{c} f_0(1700) \ {}^1S_0 \\ f_0(1700) \ {}^3P_1 \\ f_0(1700) \ \Sigma \end{array}$	4.0 ± 1.7 1.7 ± 1.9 5.7 ± 2.6		2.6 ± 2.6 1.8 ± 1.4 4.4 ± 2.9	2.9 ± 2.1 1.3 ± 1.0 4.3 ± 2.4	2.0 ± 2.7 1.5 ± 1.4 3.6 ± 3.1
$\begin{array}{l} f_2(1270) \ {}^1S_0 \\ f_2(1270) \ {}^3P_1 \\ f_2(1270) \ \Sigma \end{array}$	3.4 ± 2.1 1.1 ± 0.7 4.4 ± 2.2	$8.1{\pm}2.3$ $0.4{\pm}0.6$ $8.5{\pm}2.4$	6.5 ± 1.8 0.1 ± 0.1 6.5 ± 1.8	7.0 ± 1.8 0.4 ± 0.4 7.4 ± 1.8	7.1 ± 3.4 0.0 ± 0.1 7.1 ± 3.4
$\begin{array}{c} f_2(1525) \ {}^1S_0 \\ f_2(1525) \ {}^3P_1 \\ f_2(1525) \ \Sigma \end{array}$	$8.7{\pm}2.2$ $2.8{\pm}1.8$ $11.5{\pm}2.9$	$\begin{array}{c} 13.2{\pm}2.9\\ 1.0{\pm}1.5\\ 14.1{\pm}3.3\end{array}$	$14.0{\pm}3.5 \\ 2.2{\pm}2.4 \\ 16.2{\pm}4.2$	14.5 ± 3.4 2.0 ± 1.9 16.5 ± 3.9	15.3 ± 5.0 2.4 ± 3.2 17.7 ± 6.0
$\begin{array}{l} f_2(1700) \ {}^1S_0 \\ f_2(1700) \ {}^3P_1 \\ f_2(1700) \ \Sigma \end{array}$		$0.9 \pm 0.9 \\ 1.6 \pm 0.7 \\ 2.5 \pm 1.2$	$2.0 \pm 1.2 \\ 0.3 \pm 0.7 \\ 2.3 \pm 1.4$	$2.0 \pm 0.0 \\ 0.3 \pm 0.0 \\ 2.3 \pm 0.0$	$ \begin{array}{r} 1.3 \pm 1.3 \\ 0.7 \pm 1.1 \\ 2.0 \pm 1.7 \end{array} $
$a_2(1320) \Sigma$	4.0 ± 1.5	2.9 ± 1.6	2.8 ± 1.5	3.8 ± 1.9	4.1 ± 2.2
$a_2(1660) \Sigma$				$3.0{\pm}3.6$	$3.7 {\pm} 4.5$

Tabelle 5.21: Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K_S \pi^-$ mit den verschiedenen Hypothesen. Je nach Hypothese werden die Resonanzen $f_0(1710)$, $f_2(1710)$ oder $a_2(1660)$ berücksichtigt. Bei der letzten Hypothese werden die Massen und Breiten der Resonanzen $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ frei angepaßt.

$\begin{array}{c} \text{Anpassung} \\ -\text{ln}\mathcal{L} \end{array}$	f0 3272.0	f2 3271.1	f2_f0 3270.0	f2_f0_a2 3269.7	f2_f0 _f _a2 3269.4			
	absolute Verzweigungsverhältnisse $[\cdot 10^{-4}]$							
$\begin{array}{c} {\rm K}^{*}(892) \ ^{1}{\rm S}_{0} \\ {\rm K}^{*}(892) \ ^{3}{\rm S}_{1} \\ {\rm K}^{*}(892) \ ^{3}{\rm P}_{1} \\ {\rm K}^{*}(892) \ \Sigma \end{array}$	5.7 ± 3.5 39.9 ± 4.9 45.4 ± 12.0 90.9 ± 13.4	$\begin{array}{c} 1.9{\pm}2.3\\ 34.4{\pm}4.2\\ 54.1{\pm}13.2\\ 90.3{\pm}14.1\end{array}$	$\begin{array}{c} 13.9{\pm}9.9\\ 39.1{\pm}6.1\\ 45.1{\pm}16.2\\ 98.1{\pm}19.9\end{array}$	$13.6\pm8.3 \\ 36.5\pm5.6 \\ 49.4\pm14.2 \\ 99.5\pm17.4$	$\begin{array}{c} 14.6{\pm}10.0\\ 37.0{\pm}6.9\\ 45.1{\pm}17.3\\ 96.6{\pm}21.2 \end{array}$			
$\begin{array}{c} {\rm K}_0^*(1430) \ {}^1{\rm S}_0 \\ {\rm K}_0^*(1430) \ {}^3{\rm P}_1 \\ {\rm K}_0^*(1430) \ \Sigma \end{array}$	20.3 ± 16.0 12.1 ± 12.8 32.4 ± 20.5	2.6 ± 2.6 19.4 ± 21.3 22.0 ± 21.5	$\begin{array}{c} 10.9{\pm}11.6\\ 21.8{\pm}21.4\\ 32.7{\pm}24.3 \end{array}$	$\begin{array}{c} 12.2{\pm}11.0\\ 21.4{\pm}17.8\\ 33.6{\pm}20.9 \end{array}$	9.6 ± 13.1 23.0 ± 22.2 32.6 ± 25.8			
$\begin{array}{l} K_2^*(1430) \ ^1S_0 \\ K_2^*(1430) \ ^3S_1 \\ K_2^*(1430) \ ^3P_1 \\ K_2^*(1430) \ \Sigma \end{array}$	$\begin{array}{c} 1.9{\pm}2.2\\ 0.9{\pm}1.4\\ 6.5{\pm}4.7\\ 9.3{\pm}5.4\end{array}$	$\begin{array}{c} 1.3{\pm}1.2\\ 0.5{\pm}1.2\\ 3.8{\pm}4.8\\ 5.6{\pm}5.1\end{array}$	6.8 ± 3.8 0.7 ± 1.6 7.3 ± 6.5 14.8 ± 7.7	$7.1 \pm 3.2 \\ 4.0 \pm 5.7 \\ 4.4 \pm 5.5 \\ 15.5 \pm 8.6$	$6.5{\pm}4.3$ $6.1{\pm}8.9$ $6.0{\pm}6.7$ $18.6{\pm}11.9$			
$\begin{array}{c} f_0(980) \ ^1S_0 \\ f_0(980) \ ^3P_1 \\ f_0(980) \ \Sigma \end{array}$	6.0 ± 5.7 9.9 ± 7.1 16.0 ± 9.1	0.9 ± 3.7 8.8 ± 8.8 9.7 ± 9.5	$12.3 \pm 12.6 \\ 16.9 \pm 6.7 \\ 29.2 \pm 14.3$	$16.3 \pm 14.8 \\ 13.2 \pm 7.1 \\ 29.4 \pm 16.4$	15.3 ± 15.1 15.6 ± 8.6 30.9 ± 17.4			
$\begin{array}{c} f_0(1370) \ {}^1\mathrm{S}_0 \\ f_0(1370) \ {}^3\mathrm{P}_1 \\ f_0(1370) \ \Sigma \end{array}$	3.4 ± 3.7 1.4 ± 1.9 4.8 ± 4.2	21.2 ± 4.5 0.5 ± 1.0 21.6 ± 4.6	27.5 ± 7.2 2.5 ± 2.9 29.9 ± 7.8	29.0 ± 7.1 1.5 ± 2.0 30.5 ± 7.4	29.8 ± 8.7 2.7 ± 3.3 32.5 ± 9.3			
$\begin{array}{l} f_0(1500) \ {}^1S_0 \\ f_0(1500) \ {}^3P_1 \\ f_0(1500) \ \Sigma \end{array}$	5.8 ± 3.9 1.3 ± 1.3 7.2 ± 4.1	7.4 ± 3.1 0.4 ± 0.8 7.8 ± 3.2	8.5 ± 5.2 0.1 ± 0.4 8.6 ± 5.2	$8.9{\pm}4.3$ $0.4{\pm}1.1$ $9.3{\pm}4.5$	8.0 ± 4.6 0.3 ± 1.0 8.3 ± 4.7			
$\begin{array}{l} f_0(1700) \ {}^1\mathrm{S}_0 \\ f_0(1700) \ {}^3\mathrm{P}_1 \\ f_0(1700) \ \Sigma \end{array}$	2.3 ± 1.0 1.0 ± 1.1 3.4 ± 1.5		1.6 ± 1.5 1.0 ± 0.8 2.6 ± 1.7	1.7 ± 1.3 0.8 ± 0.6 2.5 ± 1.4	1.2 ± 1.6 0.9 ± 0.8 2.1 ± 1.8			
$\begin{array}{l} f_2(1270) \ {}^1S_0 \\ f_2(1270) \ {}^3P_1 \\ f_2(1270) \ \Sigma \end{array}$	2.0 ± 1.2 0.6 ± 0.4 2.6 ± 1.3	4.8 ± 1.4 0.2 ± 0.3 5.0 ± 1.4	3.8 ± 1.1 0.0 ± 0.0 3.8 ± 1.1	4.1 ± 1.0 0.3 ± 0.2 4.4 ± 1.1	$4.2\pm2.0 \\ 0.0\pm0.0 \\ 4.2\pm2.0$			
$\begin{array}{c} f_2(1525) \ {}^1S_0 \\ f_2(1525) \ {}^3P_1 \\ f_2(1525) \ \Sigma \end{array}$	5.1 ± 1.3 1.6 ± 1.0 6.8 ± 1.7	7.7 ± 1.7 0.6 ± 0.9 8.3 ± 1.9	8.2 ± 2.1 1.3 ± 1.4 9.5 ± 2.5	8.5 ± 2.0 1.2 ± 1.1 9.7 ± 2.3	$9.0{\pm}3.0$ $1.4{\pm}1.9$ $10.4{\pm}3.5$			
$\begin{array}{c} f_2(1700) \ {}^1S_0 \\ f_2(1700) \ {}^3P_1 \\ f_2(1700) \ \Sigma \end{array}$		0.5 ± 0.5 1.0 ± 0.4 1.5 ± 0.7	$1.2 \pm 0.7 \\ 0.2 \pm 0.4 \\ 1.4 \pm 0.8$	$\begin{array}{r} 1.2 \pm 0.0 \\ 0.2 \pm 0.0 \\ 1.4 \pm 0.0 \end{array}$	0.8 ± 0.8 0.4 ± 0.7 1.2 ± 1.0			
$a_2(1320) \Sigma$	4.7 ± 1.7	$3.4{\pm}1.9$	$3.3{\pm}1.8$	4.5 ± 2.3	$4.8 {\pm} 2.6$			
$a_2(1660) \Sigma$				$3.5 {\pm} 4.2$	4.4 ± 5.3			

Tabelle 5.22: Verzweigungsverhältnisse der Anpassungen an $K_S K_S \pi^-$ mit den verschiedenen Hypothesen. Von links nach rechts sind unter dem Namen und der Güte der Anpassung die absoluten Verzweigungsverhältnisse der Partialwellen angegeben.



Abbildung 5.9: Die Projektionen und der theoretische Dalitz-Plot der besten Anpassung an $K_S K_S \pi^-$ mit $f_0(1710)$, $f_2(1710)$ und $a_2(1660)$. Darunter sind das mit Vorzeichen versehene χ^2 und die Daten dargestellt. Die Massen und Breiten des $f_0(1370)$ und des $f_0(1500)$ sind bei dieser Anpassung frei bestimmt.

Kapitel 6

Interpretation der Ergebnisse

Zur Interpretation der Ergebnisse werden die Analysen der Datensätze $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$, $K_S K^{-} \pi^{0}$ und $K_S K_S \pi^{-}$ herangezogen. Mit der Bestimmung der Intensität einer Partialwelle in einer der Untersuchungen wird indirekt die Gesamtintensität eines Anfangszustandes $\Phi_{I,i}$ bzw. $\Psi_{I,i}$ (Kap. 4.3.6) gemessen. Dadurch können die Ergebnisse der unterschiedlichen Analysen miteinander verglichen werden, wenn es sich um die gleiche Wellenfunktion handelt. Ebenso müssen die Massen und Breiten übereinstimmende Resultate ergeben, wenn es sich um dieselbe Resonanz handelt.

6.1 Kompatibilität der Ergebnisse

Zu Unterscheiden ist zwischen Annihilationen des Antiprotons am Proton oder am Neutron. Unter der Annahme, daß das $\bar{p}p$ -System zu gleichen Teilen Isospin I = 0 und I = 1 enthält, werden die absoluten Verzweigungsverhältnisse der $\bar{p}p$ -Annihilation mit Isospin I = 1 mit einem Faktor zwei skaliert. So läßt sich überprüfen, ob die Ergebnisse der $\bar{p}n$ -Annihilation mit denen der $\bar{p}p$ -Annihilation konsistent sind. Erschwert werden die Vergleiche jedoch dadurch, daß beim Datensatz $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ nicht zwischen den Anfangszuständen 1P_1 und 3P_1 unterschieden werden kann. Daraus folgt auch, daß die Intensität aus diesen Partialwellen nicht eindeutig den beiden Isospinanteilen zugeordnet werden kann, da Resonanzen aus diesen Anfangszuständen jeweils mit unterschiedlichem Isospin beitragen.

6.1.1 Massen und Breiten

Die Massen und Breiten der K^{*}(892) werden bei jeder Anpassung frei bestimmt. Dies ist hilfreich, da die Resonanzen sehr schmal sind und empfindlich auf mögliche systematische Abweichungen reagieren. Es zeigt sich, daß die Massen aufgrund der hohen Datenqualität und der Kalibration des Detektors sehr gut mit den Werten der PDG übereinstimmen. Bei den Breiten ergeben sich leicht höhere Werte, die sich durch das endliche Auflösungsvermögen erklären lassen.

Betrachtet man die KK-Resonanzen, so variieren die Ergebnisse der Anpassungen von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ und $K_S K^{-} \pi^{0}$ leicht, wenn die Hypothese um das $a_2(1660)$ erweitert wird. Da die Masse dieser zusätzlichen Resonanz sehr nahe bei der der Vektormesonen $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ liegt, kann es deren Parameter beeinflussen. Zur Angabe des Endergebnisses werden die Werte der beiden Hypothesen und der unterschiedlichen Datensätze gemittelt (Tab. 6.1). Trotz der teilweise großen Unterschiede einzelner Anpassungen ist das Ergebnis insgesamt mit der PDG verträglich. Auch die Masse und noch deutlicher die Breite des $a_0(1450)$ hängt ebenfalls von der Hypothese ab. Da die vier nahe beieinander liegenden \bar{K} K-Resonanzen nicht einzeln als deutliche Strukturen sichtbar sind, erreicht man hier die Grenze dessen, was mit den Anpassungen beschreibbar ist.

Anpassung	$K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$	$\mathrm{K_SK}^{\pm}\pi^{\mp}_{\texttt{a2(1660)}}$	$K_S K^- \pi^0$	$\mathrm{K_SK}^-\pi^0{}_{\mathrm{a2(1660)}}$	Mittelwert				
		Massen und Breiten $[MeV/c^2]$							
$m(K^{*\pm}(892))$	$890.4 {\pm} 0.7$	$891.1 {\pm} 0.7$	$891.0{\pm}0.9$	$891.2 {\pm} 0.9$	$890.9 {\pm} 0.6$				
$\Gamma(K^{*\pm}(892))$	$51.4{\pm}1.7$	$50.0{\pm}1.6$	$52.7 {\pm} 1.7$	53.2 ± 1.8	$51.7 \pm 1.2 \pm 1.1$				
$m(K^{*0}(892))$	$892.4 {\pm} 0.7$	$893.8 {\pm} 0.7$	$892.6 {\pm} 1.0$	$892.7 {\pm} 0.6$	$892.9 {\pm} 0.5$				
$\Gamma(K^{*0}(892))$	$57.4 {\pm} 1.5$	57.5 ± 1.4	$57.6{\pm}2.0$	57.5 ± 1.2	$57.5 \pm 1.1 \pm 7.0$				
$m(a_0(1450))$	1485 ± 15	$1510{\pm}11$			1501 ± 13				
$\Gamma(a_0(1450))$	$146{\pm}59$	71 ± 30			$86 {\pm} 45$				
$m(\rho(1450))$	$1503 {\pm} 45$	$1360 {\pm} 19$	$1436{\pm}25$	1472 ± 38	1409 ± 23				
$\Gamma(\rho(1450))$	$366 {\pm} 46$	234 ± 33	238 ± 57	278 ± 59	272 ± 35				
$m(\rho(1700))$	$1656{\pm}17$	1712 ± 23	$1655 {\pm} 48$	$1686 {\pm} 69$	1675 ± 31				
$\Gamma(\rho(1700))$	134 ± 21	138 ± 27	$134{\pm}51$	282 ± 153	137 ± 52				

Tabelle 6.1: Vergleich der Massen und Breiten der Resonanzen in den untersuchten Kanälen und in Abhängigkeit des $a_2(1660)$. Die zusätzliche Angabe eines systematischen Fehlers der Breite der K^{*}(892)-Resonanzen ist eine Abschätzung der zusätzlichen Verbreiterung durch die Auflösung. Diese ist durch Anpassen einer Voigt-Funktion an die K π -Massenprojektion bestimmt.

6.1.2 Verzweigungsverhältnisse

In Tabelle 6.2 sind für einige Resonanzen die Summen der absoluten Verzweigungsverhältnisse für die entsprechenden Anpassungen aufgelistet.

Das $K^*(892)$ ist die Resonanz, die am deutlichsten in den Daten zu sehen ist. Dies wird durch den jeweils größten Anteil in den drei Analysen bestätigt, wobei die Anteile wie erwartet innerhalb der Fehler übereinstimmen, obwohl sie unabhängig voneinander bestimmt werden. Dies zeigt, daß das Modell gut geeignet ist, die unterschiedlichen Datensätze gleichzeitig zu beschreiben.

Die Resonanz $a_2(1320)$ ist die Struktur, die nach dem K^{*}(892) ebenfalls deutlich in den Datensätzen zu sehen ist. Auch bei dieser Resonanz ergeben sich in den unterschiedlichen Datensätzen übereinstimmende Anteile.

Das $a_2(1660)$ wird in dieser Arbeit zum ersten mal im Zerfall nach $\overline{K}K$ beobachtet. Auch wenn der Fehler im Datensatz $K_S K_S \pi^-$ so groß ist, daß alleine keine Aussage möglich wäre,

so stimmen doch die Werte aller drei Datensätze innerhalb der Fehler überein.

Für das $K_2^*(1430)$ findet man ebenso übereinstimmende Anteile; zusammen mit der in jedem Kanal deutlich besseren Beschreibung der Daten ist dies ein eindeutiges Indiz dafür, daß das $K_2^*(1430)$ bei der Antiproton-Annihilation in Ruhe eine wichtige Rolle spielt. Das $K_2^*(1430)$ wurde das erste mal in [1] erfolgreich eingesetzt, um die Daten besser zu beschreiben. Dies wird durch seinen deutlichen Anteil in allen drei Kanälen bestätigt. Der größere Phasenraum, der mit den neuen Daten durch den K_S-Trigger erreicht wird, macht das $K_2^*(1430)$ unverzichtbar zur Beschreibung der Datensätze. Im Vergleich zum $a_0(980)$ wird deutlich, daß das $K_2^*(1430)$ durch die auffällige Struktur vom $a_0(980)$ unterschieden werden kann und nicht die gesamte Intensität übernimmt.

Bei den Vektormesonen $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ findet man uneinheitliche Resultate. Während sich für das $\rho(1450)$ noch miteinander verträgliche Anteile ergeben, weichen die Werte beim $\rho(1700)$ leicht voneinander ab. Mögliche Probleme gibt es dabei durch die empfindliche Abhängigkeit der Anteile von der Masse und Breite der Resonanz und durch die Nähe zur Phasenraumgrenze. Auch die Aufteilung der Isospinanteile in $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ kann mit zu der Abweichung beitragen.

Als problematisch erweist sich das $K_0^*(1430)$. Die Eigeninterferenz wird nicht zur Berechnung der Summe der Resonanz berücksichtigt; die beiden Anteile löschen sich aber nahezu aus. Im Datensatz $K_S K^- \pi^0$ ergibt sich dabei ein Anteil von über 100%, obwohl davon über 90% durch die Eigeninterferenz nicht zu der Intensität im Dalitz-Plot beitragen. Hinzu kommt, daß diese Intensität aufgrund eines Schnitts auf langsame K⁻ nur durch die K⁻ π^0 -invariante Masse bestimmt werden kann.

Anpassung	$K_S K^{\pm} \pi^{\mp}_{2 \cdot I = 1}$	${\rm K_SK^-}\pi^0$	$K_S K_S \pi^-$	Mittelwert				
	Absolute Verzweigungsverhältnisse $[\cdot 10^{-4}]$							
$K^*(892)K K_2^*(1430)K$	63.2 ± 12.2 14.0 ± 5.4	80.3 ± 8.2 22.8 ± 4.1	96.6 ± 21.2 18.6 ± 11.9	77.0 ± 6.5 19.5 ± 3.1				
$a_2(1320)\pi$ $a_2(1660)\pi$	$6.2{\pm}0.8$ $9.4{\pm}1.2$	6.0 ± 1.4 10.5 ± 2.6	4.8 ± 2.6 4.4 ± 5.3	$6.1{\pm}0.7$ $9.4{\pm}1.1$				
$\begin{array}{c} \rho(1450)\pi\\ \rho(1700)\pi \end{array}$	6.8 ± 1.2 5.4 ± 0.8	5.0 ± 1.8 12.7 ± 3.4		$6.2{\pm}1.0$ $5.4{-}12.7$				

Tabelle 6.2: Vergleich der absoluten Verzweigungsverhältnisse einiger Resonanzen. Der Anteil mit Isospin I = 1 aus der Analyse von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ ist mit einem Faktor zwei multipliziert, so daß für alle drei Datensätze auf die gleiche Summe normiert wird.

6.2 Auswahlregeln in der Strangeness-Produktion

6.2.1 K^{*}K-Produktion

Bestätigt wird durch die Analyse von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ die Auswahlregel der Anfangszustände mit positiver *G*-Parität. So sind jeweils die Anteile der K*(892) aus ¹S₀ mit I = 0 bzw. ³S₁ mit

I=1 die deutlich stärkeren.

$BR(\bar{p}p(^{1}S_{0,I=0}) \to K^{*}(892)K \to \bar{K}K\pi) =$	$(11.9 \pm 1.5) \cdot 10^{-4}$
$BR(\bar{p}p(^{1}S_{0,I=1}) \to K^{*}(892)K \to \bar{K}K\pi) =$	$(1.1 \pm 1.5) \cdot 10^{-4}$
$BR(\bar{p}p(^{3}S_{1,I=0}) \to K^{*}(892)K \to \bar{K}K\pi) =$	$(0.4 \pm 3.3) \cdot 10^{-4}$
$BR(\bar{p}p(^{3}S_{1,I=1}) \to K^{*}(892)K \to \bar{K}K\pi) =$	$(19.1 \pm 3.3) \cdot 10^{-4}$

Analog dazu ist im Datensatz $K_S K^- \pi^0$ der größte Anteil dieser Resonanz aus dem Anfangszustand ${}^{3}S_1$. Zu beachten ist, daß die pn-Verzweigungsverhältnisse nur dann mit pp verglichen werden können, wenn man einen weiteren Faktor $\frac{1}{2}$ aufgrund des fehlenden Isospinanteils mit I = 0 berücksichtigt. Es ergibt sich:

$$BR(\bar{p}n({}^{1}S_{0}) \to K^{*}(892)K \to \bar{K}K\pi) = (7.3 \pm 2.1) \cdot 10^{-4}$$

$$BR(\bar{p}n({}^{3}S_{1}) \to K^{*}(892)K \to \bar{K}K\pi) = (42.2 \pm 4.8) \cdot 10^{-4}$$

6.2.2 K_0^*K - und K_2^*K -Produktion

Aufgrund der systematischen Probleme bei der Bestimmung des Anteils von $K_0^*(1430)$ in $K_S K^- \pi^0$ wird für diese Resonanz auf eine weitere Untersuchung verzichtet.

Für das $K_2^*(1430)$ läßt sich zunächst bei der Analyse von $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ eine ähnliche Auswahlregel wie für das $K^*(892)$ vermuten.

$BR(\bar{p}p({}^{1}S_{0,I=0}) \to K_{2}^{*}(1430)K \to \bar{K}K\pi) =$	$(2.6 \pm 0.8) \cdot 10^{-4}$
$BR(\bar{p}p({}^{1}S_{0,I=1}) \to K_{2}^{*}(1430)K \to \bar{K}K\pi) =$	$(0.2 \pm 0.8) \cdot 10^{-4}$
$BR(\bar{p}p(^{3}S_{1,I=0}) \to K_{2}^{*}(1430)K \to \bar{K}K\pi) =$	$(0.5 \pm 1.8) \cdot 10^{-4}$
$BR(\bar{p}p({}^{3}S_{1,I=1}) \to K_{2}^{*}(1430)K \to \bar{K}K\pi) =$	$(5.1 \pm 1.8) \cdot 10^{-4}$

Diese Auswahlregel kann bei der Analyse des Datensatzes $K_S K^- \pi^0$ bei der Annihilation des Antiprotons am Neutron jedoch nicht bestätigt werden. Dort findet man im Gegensatz zum obigen Ergebnis:

$BR(\bar{p}n(^{1}S_{0}) \rightarrow K_{2}^{*}(1430)K \rightarrow \bar{K}K\pi) =$	$(18.7 \pm 3.5) \cdot 10^{-4}$
$BR(\bar{p}n(^{3}S_{1}) \rightarrow K_{2}^{*}(1430)K \rightarrow \bar{K}K\pi) =$	$(1.7 \pm 1.5) \cdot 10^{-4}$

Ob dies mit den systematischen Problemen des $K_0^*(1430)$ im Datensatz $K_S K^- \pi^0$ korreliert ist, konnte nicht gezeigt werden.

6.3 Vektormesonen

6.3.1 Das Spektrum der ρ -Anregungen

Bekannte Anregungen des $\rho(770)$ sind das $\rho(1450)$ sowie das $\rho(1700)$. Zudem gibt es schwache Evidenz dafür, daß eine weitere Anregung existiert, das $\rho(1300)$. Unter der Annahme, daß ein Hybridzustand mit den Quantenzahlen des ρ existiert, kann er mit den Anregungen mischen. In diesem Fall erwartet man drei Resonanzen im Massenbereich bis etwa 1800 MeV/c². Mit Hilfe von Modellrechnungen können die Partialbreiten berechnet werden, mit denen die Anregungen [31] oder ein Hybrid [32] in verschiedene Kanäle zerfällt. Wenn die Mischung gering ist, können die Resonanzen anhand ihrer Zerfälle durch Vergleich mit den Modellen identifiziert werden.

6.3.2 Bisherige Ergebnisse

Bisher gemessen sind die Verzweigungsverhältnisse der Zerfälle der Vektormesonen $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ in 2π [33] und 4π [14]. In der Analyse [34] wird der Anteil des Zerfalls in $\omega\pi$ bestimmt. In der vorliegenden Arbeit wird der Zerfall in $\bar{K}K$ untersucht.

6.3.3 Der Zerfall $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ in KK

Die Verzweigungsverhältnisse $\bar{p}n \rightarrow \rho(1450)\pi/\rho(1700)\pi \rightarrow \bar{K}K\pi$ werden mit Hilfe der Datensätze $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ und $K_S K^{-} \pi^{0}$ bestimmt. Für das Verzweigungsverhältnis des $\rho(1700)$ wird im folgenden trotz der Abweichung zwischen beiden Datensätzen der Mittelwert benutzt; der Fehler wird dabei so groß angenommen, daß beide Ergebnisse innerhalb des Fehlers liegen. Eine Resonanz mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{--}$ bei einer Masse von 1300 MeV/c² wird beim Zerfall in $\bar{K}K$ nicht beobachtet. Alle Verzweigungsverhältnisse zusammen (Tab. 6.3) werden benutzt, um die Partialbreiten in die Zerfallskanäle zu berechnen (Tab. 6.4).

Resonanz	Ver	Breite			
	$\pi\pi$	$\pi\omega$	ΚK	4π	
$ \rho(1450) $	12.2 ± 2.8	$15.9{\pm}4.6$	$6.2{\pm}1.0$	$33.1 {\pm} 8.9$	325 ± 35
$\rho(1700)$	$11.4{\pm}2.0$	$7.0{\pm}2.4$	$9.1{\pm}3.7$	$71.4{\pm}17.9$	235 ± 35

Tabelle 6.3: Experimentelle Ergebnisse der Verzweigungsverhältnisse von Annihilationen des Typs $\bar{p}n \rightarrow \rho\pi$; $\rho \rightarrow X$. Angegeben sind die von Crystal-Barrel-Kollaboration gemessenen Zerfälle in X für $\pi\pi$, $\pi\omega$, $\bar{K}K$ und 4π .

6.3.4 Vergleich mit Modellvorhersagen

Für den Vergleich mit den Modellvorhersagen ist die Kenntnis der absoluten Partialbreiten nötig. Dabei benutzt man die Annahme, daß mit der Kenntnis dieser vier Zerfallskanäle alle

Zerfallskanäle gemessen sind:

 $\Gamma_{\rm total} = \Gamma_{2\pi} + \Gamma_{4\pi} + \Gamma_{\omega\pi} + \Gamma_{\bar{\rm K}{\rm K}}$

Bei Kenntnis der totalen Breite lassen sich durch Normierung auf einen Zerfallskanal die Partialbreiten berechnen. In Tabelle 6.4 sind die Vorhersagen des ${}^{3}P_{0}$ -Modells [31] und des Flux-Tube-Modells [32] zusammen mit den experimentellen Werten aufgelistet.

Modell			Partialbreite								
		$\pi\pi$	$\pi\omega$	πa_2	πa_1	πh_1	$\rho\rho$	$\pi^*\pi$	$ ho\sigma$	ĒΚ	4π
$2^{3}S_{1}$ - $\rho(1465)$	[31]	74	122	0	3	1	0	-	-	35	4
Hybrid- ρ (~ 1500)	[32]	0	5 - 10	~ 0	140	0	0	0	-	-	140
$1^{3}D_{1}-\rho(1700)$	[31]	48	35	2	134	124	0	14	-	36	272
$3^{3}S_{1}-\rho(1900)$	[31]	1	5	46	26	32	70	16	-	1	144
$ \rho(1450) $		59 ± 17	77 ± 26	-	4π	4π	4π	4π	4π	30 ± 18	159 ± 53
$\rho(1700)$		27 ± 8	17 ± 7	-	4π	4π	4π	4π	4π	22 ± 10	170 ± 59

Tabelle 6.4: Partialbreiten der ρ -Zerfälle unter Annahme der Modelle und die experimentellen Ergebnisse. Noch nicht berechnete oder gemessene Zerfälle sind mit - gekennzeichnet. Ein 4π in einer Zeile gibt an, daß die einzelnen Zerfallsbreiten in der Spalte der 4π -Zerfälle zusammengefaßt sind.

Wie man durch Vergleich feststellt, gibt es für beide ρ -Anregungen keine eindeutige Übereinstimmung mit genau einem Modell. Betrachtet man dagegen die jeweiligen Verhältnisse der Partialbreiten (Tab. 6.5), so lassen sich die Modellrechnungen und experimentelle Ergebnisse unabhängig von der Gesamtbreite vergleichen.

	$\frac{\pi\pi}{\pi\omega}$	$\frac{\pi\pi}{\overline{K}K}$	$\frac{\pi\pi}{4\pi}$
$2^{3}S_{1}$ - $\rho(1465)$	0.61	2.11	18.50
Hybrid- ρ (~ 1500)	0.00	0.00	0.00
$1^{3}D_{1}-\rho(1700)$	1.37	1.33	0.18
$3^{3}S_{1}-\rho(1900)$	0.20	1.00	0.01
$ \rho(1450) $	$0.77{\pm}0.28$	$1.97{\pm}0.55$	$0.37 {\pm} 0.10$
$\rho(1700)$	$1.64{\pm}0.64$	$1.26{\pm}0.56$	$0.16{\pm}0.04$

Tabelle 6.5: Vergleich der Verhältnisse der Partialbreiten.

Zunächst fällt auf, daß die Vorhersage keines Zerfalls in $\pi\pi$ für einen Hybridzustand deutlich im Widerspruch zum experimentellen Ergebnis steht. Sowohl für das $\rho(1450)$ als auch für das $\rho(1700)$ wird der Zerfall eindeutig nachgewiesen.

Bessere Ubereinstimmung findet man für die Vorhersagen des ${}^{3}P_{0}$ -Modells. Betrachtet man zunächst das $\rho(1700)$, so stimmen dort alle Verhältnisse mit den theoretischen Vorhersagen für einen $1{}^{3}D_{1}$ -Zustand überein. Aufgrund des Verhältnisses von $\pi\pi/\pi\omega$ ist es eher unwahrscheinlich, daß es sich stattdessen um die zweite Radialanregung $3{}^{3}S_{1}$ handelt; zudem stimmt die Masse von berechnete 1900 MeV/c² schlechter mit dem experimentellen Wert überein. Betrachtet man die totale Breite des Modells für den $1^{3}D_{1}$ -Zustand, so liegt dieser mit etwa 400 MeV/c² deutlich über dem experimentellen Wert. Rechnet man die theoretischen Partialbreiten so um, daß sie in der Summe die aktuelle gemessene Breite ergeben, so findet man in Tabelle 6.6 die erwartete bessere Übereinstimmung zwischen dem Modell und den experimentellen Daten.

Modell	Partialbreite			
	$\pi\pi$	$\pi\omega$	Κ̈́K	4π
$1^{3}D_{1}-\rho(1700)$	29	21	22	163
$\rho(1700)$	27 ± 8	17 ± 7	22 ± 10	170 ± 59

Tabelle 6.6: Partialbreiten des $\rho(1700)$ und die Vorhersage für einen 1^3D_1 -Zustand bei Umrechnung der Gesamtbreite des 3P_0 -Modells auf den experimentellen Wert.

Für das $\rho(1450)$ ist die Situation nicht eindeutig. Zwar stimmen die Verhältnisse für die Zerfälle in zwei Mesonen mit der Berechnung für den 2³S₁-Zustand überein. Das Verhältnis für den Zerfall in vier Pionen weicht jedoch deutlich ab.

Hierfür kann es drei Ursachen geben. Bei der Berechnung im ${}^{3}P_{0}$ -Modell sind die Zerfälle in $\pi^{*}\pi$ und $\rho\sigma$ nicht berücksichtigt. Diese können durch Rückstreuung evtl. auch zu den anderen 4π -Kanälen beitragen. Die im Modell berechneten bzw. nicht berechneten Partialbreiten der Zerfallskanäle würden dann in einem anderen Endzustand gemessen. Eine andere Erklärung ist, daß durch den geringen Anteil, den die ρ -Zustände bei der Partialwellenanalyse der 5π -Datensätze ausmachen, die Zerfallsbreiten eine größere Unsicherheit haben, als angenommen ist. Die dritte Möglichkeit ist, daß es sich bei dem $\rho(1450)$ um die Mischung aus dem $2^{3}S_{1}$ -und einem Hybridzustand handelt. Dazu wird jedoch eine dritte Resonanz benötigt, für die es bis jetzt keine ausreichende Evidenz gibt. Eine mögliche Erklärung dafür ist, daß der dritte Zustand durch die Mischung bei einer Masse von über 1800 MeV/c² liegen kann [66]. Diese Resonanz ist dann in der Antiproton-Nukleon Annihilation in Ruhe nicht meßbar. Eine detaillierte Diskussion aller Szenarien findet man auch in [34].

6.4 Skalare Mesonen

Die skalaren Mesonen $a_0(980)$ und $a_0(1450)$ mit Isospin I=1 werden im Datensatz $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ gemessen. Sie werden dort dominant in Anfangszuständen mit Isospin I = 0 erzeugt. Es zeigt sich, daß die Intensität aus Anfangszuständen mit I = 1, die nur für die P-Anfangszustände erlaubt ist, stark unterdrückt ist. Durch die Analyse des Datensatzes $K_S K^- \pi^0$ wird dies bestätigt, da dort kein $a_0(980)$ benötigt wird; das $a_0(1450)$ trägt in $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ aus Anfangszuständen mit Isospin I = 1 noch weniger Intensität bei und kann bei der Analyse der Antiproton-Annihilation am Neutron vernachlässigt werden. Bei der Analyse des Kanals $K_S K_S \pi^-$ werden aus den oben genannten Gründen beide Resonanzen nicht mehr berücksichtigt. Dort treten im Gegensatz zu den beiden anderen Datensätze die skalaren Resonanzen mit Isospin I = 0 auf. So lassen sich die Produktionsraten und teilweise auch die Massen und Breiten der Resonanzen $f_0(980)$, $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ und $f_0(1710)$ bestimmen.

$6.4.1 \quad {ar pp} ightarrow { m a}_0(980) \pi \,\, { m und} \,\, { m a}_0(1450) \pi ightarrow {ar KK} \pi$

Die Anteile des $a_0(980)$ und des $a_0(1450)$ werden nur durch den Datensatz $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ bestimmt. Da die Anteile sehr stark von der zusätzlichen Annahme eines $a_2(1660)$ abhängen, kann man keine eindeutige Aussage treffen. Vergleicht man die Zerfälle der a_0 in $\bar{K}K$ und $\pi\eta$, so läßt sich das Verhältnis $r(a_0)$ angeben. Mit den Verzweigungsverhältnissen $BR(\bar{p}p \rightarrow a_0(980)\pi; a_0(980) \rightarrow \pi\eta) = (26.1 \pm 4.8) \cdot 10^{-4}$ und $BR(\bar{p}p \rightarrow a_0(1450)\pi; a_0(1450) \rightarrow \pi\eta) = (10.05 \pm 1.80) \cdot 10^{-4}$ [24] ergibt sich aus den Anpassungen mit $a_2(1660)$:

$$r(a_0(980)) = \frac{BR(\bar{p}p \to a_0(980)\pi; a_0(980) \to \bar{K}K)}{BR(\bar{p}p \to a_0(980)\pi; a_0(980) \to \pi\eta)} = 0.63 \pm 0.15$$

$$r(a_0(1450)) = \frac{BR(\bar{p}p \to a_0(1450)\pi; a_0(1450) \to \bar{K}K)}{BR(\bar{p}p \to a_0(1450)\pi; a_0(1450) \to \pi\eta)} = 0.05 \pm 0.02$$

Diese Werte unterscheiden sich jedoch deutlich von den Vorhersagen der SU(3) und stimmen auch nicht mit früheren Messungen [2] überein. Die Werte dort sind $r(a_0(980)) = 0.23 \pm 0.05$ und $r(a_0(1450)) = 0.88 \pm 0.23$. Bei der Anpassung der Hypothese ohne $a_2(1660)$ erhält man eine geringfügig schlechtere Beschreibung der Daten. Trotzdem sind die Verhältnisse $r(a_0)$ damit näher an den früheren Messungen.

$$r(a_0(980)) = 0.10 \pm 0.05$$

 $r(a_0(1450)) = 0.11 \pm 0.03$

Diese deutlichen Unterschiede bei nur wenig veränderter Beschreibung der Daten deuten auf einen großen systematischen Fehler des Anteils dieser beiden Resonanzen hin.

$6.4.2 \quad {ar pp} { ightarrow} { m f}_0(980) \pi ightarrow {ar KK} \pi$

Das Verzweigungsverhältnisses von $\bar{p}n \rightarrow f_0(980)\pi \rightarrow \bar{K}K\pi$ wird in der Analyse von $K_S K_S \pi^$ bestimmt. Dies läßt sich in das Verzweigungsverhältnis aus $\bar{p}p$ umrechnen, da der Anteil der f_0 in $\bar{p}p$ nur aus Anfangszuständen mit Isospin I = 1 beiträgt. Es ergibt sich:

$$BR(\bar{p}n \to f_0(980)\pi; f_0(980) \to \bar{K}K) = (30.9 \pm 17.4) \cdot 10^{-4}$$

Dieses hohe Verzweigungsverhältnis ist darauf zurückzuführen, daß das $K_0^*(1430)$ nicht nur destruktiv mit dem $f_0(980)$ interferiert sondern auch in seiner Intensität stark damit korreliert ist. So ergibt sich bei der Anpassung insgesamt eine Summe der Partialwellen von 204.3%; durch destruktive Interferenz entspricht dies gerade den 100% der gemessenen Ereignisse im Dalitz-Plot. Renormiert man die Summe auf 100% und rechnet das Verzweigungsverhältnis auf die \bar{p} p-Annihilation um, so erhält man:

$$BR(\bar{p}p \to f_0(980)\pi; f_0(980) \to \bar{K}K) = (6.4 \pm 3.6) \cdot 10^{-4}$$

In [48] wurde eine gekoppelte Analyse mehrerer $KK\pi$ -Datensätze, unter anderem auch $K_LK_L\pi^0$, durchgeführt. Dort findet man den Wert $BR(\bar{p}p \rightarrow f_0(980)\pi; f_0(980) \rightarrow \bar{K}K) = (3.8 \pm 1.4) \cdot 10^{-4}$. Dieser Wert ist geringer aber innerhalb der Fehler in Übereinstimmung mit der Analyse von $K_SK_S\pi^-$. Dazu ist zu bemerken, daß durch systematische Probleme in [48] teilweise Ereignisse an der $\bar{K}K$ -Schwelle von der Partialwellenanalyse ausgeschlossen werden mußten. Zudem werden dort die Resonanz $K_2^*(1430)$ und P-Anfangszustände nicht berücksichtigt.

${f 6.4.3} \quad {ar pp} ightarrow {f f_0(1370)\pi} \,\, { m und} \,\, {f f_0(1500)\pi} ightarrow {ar KK\pi}$

Die Massen und Breiten dieser beiden Resonanzen werden bei der Analyse von $K_S K_S \pi^$ frei bestimmt und sind in guter Übereinstimmung mit anderen Analysen ($\bar{p}n \rightarrow 5\pi$ [13], $\bar{p}p \rightarrow K_L K_L \pi^0$ [48]). Die Ergebnisse dieser Analyse sind:

> $m(f_0(1370)) = (1421 \pm 62) \text{ MeV/c}^2 \quad \Gamma(f_0(1370)) = (290 \pm 93) \text{ MeV/c}^2$ $m(f_0(1500)) = (1498 \pm 19) \text{ MeV/c}^2 \quad \Gamma(f_0(1500)) = (90 \pm 35) \text{ MeV/c}^2$

Im Vergleich dazu findet man bei [13]:

 $m(f_0(1370)) = (1395 \pm 62) \text{ MeV/c}^2 \quad \Gamma(f_0(1370)) = (275 \pm 55) \text{ MeV/c}^2$ $m(f_0(1500)) = (1490 \pm 30) \text{ MeV/c}^2 \quad \Gamma(f_0(1500)) = (140 \pm 40) \text{ MeV/c}^2$

sowie bei [48]:

$$m(f_0(1370)) = (1419 \pm 10) \text{ MeV/c}^2 \quad \Gamma(f_0(1370)) = (456 \pm 46) \text{ MeV/c}^2$$

$$m(f_0(1500)) = (1502 \pm 13) \text{ MeV/c}^2 \quad \Gamma(f_0(1500)) = (136 \pm 10) \text{ MeV/c}^2$$

Die mit dem Datensatz $K_S K_S \pi^-$ gemessenen Anteile der skalaren Mesonen $f_0(1370)$ und $f_0(1500)$ können mit der Analyse von $K_L K_L \pi^0$ [48] verglichen werden. Dazu werden die Verzweigungsverhältnisse der Annihilation am Neutron halbiert, um auf den Anteil der Anfangszustände mit Isospin I = 0 zu korrigieren. Es ergeben sich:

$$BR(\bar{p}p \to f_0(1370)\pi; f_0(1370) \to \bar{K}K) = (16.3 \pm 4.7) \cdot 10^{-4}$$
$$BR(\bar{p}p \to f_0(1500)\pi; f_0(1500) \to \bar{K}K) = (4.2 \pm 2.4) \cdot 10^{-4}$$

Dies ist verträglich mit den Ergebnissen $BR(\bar{p}p \rightarrow f_0(1370)\pi; f_0(1370) \rightarrow \bar{K}K) = (17.1 \pm 1.2) \cdot 10^{-4}$ und $BR(\bar{p}p \rightarrow f_0(1500)\pi; f_0(1500) \rightarrow \bar{K}K) = (4.9 \pm 0.2) \cdot 10^{-4}$ aus der Analyse von [48] bzw. $BR(\bar{p}p \rightarrow f_0(1500)\pi; f_0(1500) \rightarrow \bar{K}K) = (4.52 \pm 0.36) \cdot 10^{-4}$ aus der indirekten Bestimmung durch den Datensatz $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$ [2].

6.4.4 Nonett der skalaren Mesonen

Zusätzlich zu den hier untersuchten skalaren Mesonen gibt es noch eine Resonanz $f_0(400 - 1200)$. Damit finden sich deutlich mehr Resonanzen als im Nonett einen Platz finden können. Lediglich das $K_0^*(1430)$ ist als eindeutiges Mitglied etabliert (Abb. 6.1). Die Einordnung der restlichen Mesonen wird kontrovers diskutiert. Als Kandidaten stehen die Resonanzen $a_0(980)$, $a_0(1450)$, $f_0(400 - 1200)$, $f_0(980)$, $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ und $f_0(1710)$ zur Verfügung.



Abbildung 6.1: Das Nonett der skalaren Mesonen. Eindeutig etabliert ist nur die Einordnung des $K_0^*(1430)$

Zunächst wird im Detail auf weitere experimentelle Ergebnisse und theoretische Hintergründe eingegangen, die für die daran anschließenden Interpretationen eine Rolle spielen.

$f_0(400-1200)$

Dieses Teilchen wird zur Beschreibung der $\pi\pi$ -S-Welle in der $\pi\pi$ -Streuung benötigt, um eine sehr breite Struktur zu beschreiben. D. Bugg und B. Zou finden in einer Arbeit [11], daß diese Struktur durch Austausch von Mesonen im *t*-Kanal erzeugt werden kann.

Die GAMS-Kollaboration findet bei der Messung der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ in diesem Zusammenhang eine Abhängigkeit vom Impulsübertrag $t = -q^2$ [67]. Dort wird das $f_0(980)$ zusammen mit einem breiten Untergrund erzeugt. Für kleine Impulsüberträge (0.0 < -t < 0.2) interferiert das $f_0(980)$ destruktiv mit dem Untergrund; bei höheren Impulsüberträgen ist das $f_0(980)$ als deutlicher Peak zu sehen. Die Vermutung liegt nahe, daß es sich bei dem Untergrund um das $f_0(400 - 1200)$ handelt, das bei "weichen" Prozessen durch t-Kanal-Austausch die Streuamplitude dominiert. Bei höherem Impulsübertrag verschwindet diese Amplitude und die Resonanzen treten hervor. Die PDG schlägt daher vor, das $f_0(400 - 1200)$ als Untergrund-Struktur und nicht als $\bar{q}q$ -Resonanz, die im *s*-Kanal erzeugt wird, zu interpretieren. Damit wird das $f_0(400 - 1200)$ für die weitere Interpretation als Kandidat für das skalare Nonett ausgeschlossen.

$a_0(980)$ und $f_0(980)$

Für das $f_0(980)$ existiert eine Vielzahl von Interpretationen. So wird vorgeschlagen, es als $\bar{q}q$ -Meson [9], als $\bar{q}q\bar{q}q$ -Zustand [7] oder als $\bar{K}K$ -Molekül [8] zu interpretieren. Endgültig geklärt ist diese Frage noch nicht, es gibt jedoch für jede Interpretation Hinweise.

Da das $a_0(980)$ und $f_0(980)$ massenentartet sind, wird oft davon ausgegangen, daß beide Resonanzen die gleiche innere Struktur besitzen. Dem widersprechen jedoch theoretische Berechnungen, die das $f_0(980)$ als \bar{K} K-Molekül und das $a_0(980)$ als dynamisch erzeugten Schwelleneffekt durch Meson-Austausch im *t*-Kanal erklären [10].

Weitere Hinweise kann die Zerfallsbreite der Mesonen in $\gamma\gamma$ geben. Man findet dort wesentlich kleinere Zerfallsbreiten [68] als man für ein $\bar{q}q$ -Meson erwarten würde [69]. Gemessen sind die Breiten:

$$\gamma \gamma \to f_0(980); f_0(980) \to \pi \pi \quad 0.36 \ keV$$

$$\gamma \gamma \to a_0(980); a_0(980) \to \eta \pi \quad 0.32 \ keV$$

Erwartet werden eine Breite von 2.5 keV für ein $\bar{q}q$ -Meson und nur 0.6 keV für ein KK-Molekül. Für diese Berechnungen wird ein nichtrelativistisches Quarkmodell benutzt, daß im Grenzfall verschwindender Konstituentenquarkmassen eine 2γ -Breite von Null vorhersagt. Auch wenn somit Zweifel an der Aussagekraft dieses Modells berechtigt sind, so ist dies ein Hinweis, daß die beiden Resonanzen einen möglichen \bar{K} K-Anteil besitzen.

Die OPAL-Kollaboration hat die Produktion von leichten Mesonen bei Z⁰-Zerfällen untersucht [70]. Verglichen werden unter anderem die Produktionsraten von η' , $a_0(980)$, $f_0(980)$, $\Phi(1020)$ und $f_2(1270)$. Es zeigt sich, daß diese Resonanzen, die alle im selben Massenbereich liegen, auch gleich stark produziert werden. Weitere experimentelle Parameter werden mit einem Modell verglichen, bei denen das $f_0(980)$ als $\bar{q}q$ -Meson betrachtet wird. Es ergeben sich dabei keine Abweichungen zwischen den Daten und dem Modell. Eine ähnliche weitere Untersuchung für das $a_0(980)$ existiert noch nicht.

Der radiative $\Phi(1020)$ -Zerfall in $\gamma f_0(980)$ läßt sich sowohl mit der Annahme beschreiben, daß es sich um einen Vier-Quark-Zustand handelt [71] oder um einen sehr hohen Anteil eines \bar{K} K-Moleküles [72], [73]. Der Vergleich der Raten zeigt jedoch auch, daß das $f_0(980)$ und $a_0(980)$ möglicherweise nicht die gleiche Struktur besitzen, da die Raten gleich groß sein sollten [74], wenn beides \bar{K} K-Moleküle sind.

$$\Phi(1020) \to \gamma f_0(980); f_0(980) \to \pi \pi \quad (4.7 \pm 1.0) \cdot 10^{-4}$$

$$\Phi(1020) \to \gamma a_0(980); a_0(980) \to \eta \pi \quad (1.3 \pm 0.7) \cdot 10^{-4}$$

Auch der Zerfall eines D_S^+ in drei Pionen gibt Hinweise auf die innere Struktur des $f_0(980)$. Dabei zerfällt das c-Quark schwach in ein s-Quark. Der entstandene $\bar{s}s$ -Zustand muß dann OZI-Regel-verletzend in $\pi^+\pi^-$ zerfallen. Das $f_0(980)$ verbindet dabei den $\bar{s}s$ -Anfangszustand mit dem ($\bar{u}u + \bar{d}d$)-Endzustand; dies spricht dafür, daß seine Wellenfunktion selber beide Anteile hat. Unter der Voraussetzung, daß das $f_0(980)$ ein $\bar{q}q$ -Meson ist, deutet dies auf ein nicht ideal gemischtes skalares Nonett hin. Eine weitere Resonanz, die man in diesem Zerfallskanal findet, ist das $f_0(1500)$.

Die Situation ist damit nicht eindeutig geklärt. Niederenergetische Phänomene sprechen dafür, daß es sich bei den Resonanzen $f_0(980)$ und $a_0(980)$ um \bar{K} K-Moleküle handelt. Die Z⁰- und D_S⁺-Zerfälle deuten eher auf eine $\bar{q}q$ -Struktur hin. Es ist auch nicht sicher, ob $f_0(980)$ und $a_0(980)$ die gleiche Struktur aufweisen. Es gibt aber gute Gründe, die beiden Resonanzen nicht von der weiteren Diskussion bei der Einordnung in das skalare Nonett auszuschließen, wie es in vielen Interpretationen gemacht wird.

$f_0(1370)$

Das $f_0(1370)$ gilt inzwischen als etabliert und ist in zahlreichen Reaktionen in sehr vielen Zerfallskanälen gemessen worden. Dazu gehören bei der p̄N-Annihilation die Kanäle $\pi\pi$, $\bar{K}K$, $\rho\rho$, $\sigma\sigma$, $\pi^*\pi$ und $a_1\pi$. Die Zerfälle in 4 Pionen sind sehr ausführlich in [13] bestimmt worden. In der zentralen Produktion liegen von der WA102-Kollaboration Daten von Zerfällen in vier Pionen vor [75].

Die Analyse der 4π -Daten der zentralen Produktion zeigt, daß das $f_0(1370)$ in $\rho\rho$ zerfällt, aber nicht in $\sigma\sigma$. Das $f_0(1500)$ zerfällt in beide Endzustände. Dies ist im deutlichen Widerspruch zu den Ergebnissen der \bar{p} N-Annihilation.

$f_0(1370) \to \sigma\sigma/f_0(1370) \to 4\pi \le 0.23$	WA102
$f_0(1500) \to \sigma\sigma/f_0(1500) \to 4\pi = 0.23 - 0.50$	WA102
$f_0(1370) \to \sigma\sigma/f_0(1370) \to 4\pi = 0.51 \pm 0.09$	Crystal – Barrel
$f_0(1500) \to \sigma\sigma/f_0(1500) \to 4\pi = 0.26 \pm 0.07$	Crystal – Barrel

Es scheint so, als ob der Produktionsmechanismus Einfluß auf die Endzustände hat. Eine Resonanz muß aber, wenn sie erzeugt werden kann, immer in die gleichen Kanäle zerfallen. Eine Resonanz mit Isospin I = 0 kann an zwei Teilchen mit Isospin I = 0 oder I = 1 koppeln, also z.B. an $\sigma\sigma$ oder $\rho\rho$. Wird eine Struktur durch *t*-Kanal-Austausch von Vektor-Mesonen erzeugt, so hängt es vom Isospin des Anfangszustands ab, welchen Isospin die Teilchen im Endzustand haben.

Die obere Grenze, die von der WA102-Kollaboration für den Zerfall des $f_0(1370)$ in $\sigma\sigma$ angegeben wird, schließt den Zerfall noch nicht grundsätzlich aus. Es ist jedoch möglich, daß das $f_0(1370)$ durch Austausch von Vektormesonen im *t*-Kanal erzeugt wird und damit eine Erweiterung der Struktur des $f_0(400 - 1200)$ ist. Dann ist es jedoch kein $\bar{q}q$ -Meson, das Anspruch auf einen Platz im Nonett der skalaren Mesonen hat.
$f_0(1500)$ und $f_0(1710)$

Das $f_0(1500)$ ist eines der am besten untersuchten Mesonen. In Abhängigkeit der Wellenfunktion eines Mesons — $\bar{s}s$ oder $(\bar{u}u + \bar{d}d)$ — sagt die SU(3)-Symmetrie unterschiedliche Werte des Verhältnisses r der Verzweigungsverhältnisse in $\bar{K}K/\pi\pi$ voraus. Für ein $\bar{s}s$ -Meson ergibt sich ein Verhältnis von $r = \infty$ und für ein $(\bar{u}u + \bar{d}d)$ -Meson $r = \frac{1}{3}$.

Dieses Verhältnis wird in [2] berechnet und es ergibt sich ein Wert von $r = 0.24 \pm 0.09$. Dies spricht dafür, daß es sich bei dem f₀(1500) um ein $(\bar{u}u + \bar{d}d)$ -Meson handelt.

Eine weitere skalare Resonanz ist das $f_0(1710)$. Bei der \bar{p} N-Annihilation in Ruhe liegt diese Resonanz an der Phasenraumgrenze. Es ist daher nicht möglich, Masse und Breite zu bestimmen. Beim radiativen J/ Ψ -Zerfall werden die skalaren Mesonen ebenfalls gemessen. Unter anderem zeigt der Zerfall nach $\gamma\eta\eta$ [76] ein deutliches Signal bei 1700 MeV/c². Die Zerfälle in $\gamma\pi\pi$ und $\gamma\bar{K}K$ [4] zeigen ebenfalls Evidenz für eine skalare Resonanz. Von BES werden im Kanal J/ $\Psi \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ drei skalare Resonanzen gemessen [77], $f_0(1500)$, $f_0(1740)$ und $f_0(2100)$. Untermauert wird diese Messung durch \bar{p} p-Annihilationen im Fluge im Kanal $\pi^0\eta\eta$ [78]. In der $\eta\eta$ -invarianten Masse findet man drei deutliche Peaks bei 1500 MeV/c², 1750 MeV/c² und 2100 MeV/c². Da die Daten noch nicht mit einer Partialwellenanalyse untersucht worden sind, kann es sich dabei sowohl um 0⁺⁺ als auch um 2⁺⁺-Partialwellen handeln. Die 2⁺⁺-Anteile wären aber durch Drehimpulsbarrieren stark unterdrückt, so daß es wahrscheinlicher ist, daß es sich um skalare Resonanzen handelt, in Übereinstimmung mit dem Resultat der Untersuchung der Zerfälle J/ $\Psi \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$.

Möglicherweise liegt in der Massenregion um $1700 \text{ MeV}/\text{c}^2$ auch eine 2⁺⁺-Resonanz. Dies widerspricht aber nicht der Existenz des $f_0(1700)$.

$a_0(1450)$

Das $a_0(1450)$ ist von der Crystal-Barrel-Kollaboration im Zerfall nach $\eta\pi$, $\eta'\pi$ und $\bar{K}K$ gemessen worden. Die Masse und Breite sind $m = (1474 \pm 19) \text{ MeV/c}^2$ und $\Gamma = (265 \pm 13) \text{ MeV/c}^2$. Seine Existenz wird im Zerfall in KK von der Obelix-Kollaboration bestätigt, allerdings mit anderer Masse und Breite [28]. Dort findet man das $a_0(1450)$ bei $m = (1290 \pm 10) \,\mathrm{MeV/c^2}$ und $\Gamma = (94 \pm 12) \,\mathrm{MeV/c^2}$. Wie stark die Masse und Breite von der gemachten Hypothese abhängt, wird in der Dissertation von [1] gezeigt. Dort wurde die Hypothese zur Beschreibung der Daten jeweils um das $K_2^*(1430)$ und Anfangszustände aus der P-Welle erweitert. Eine Hypothese ohne das $K_2^*(1430)$ lieferte Ergebnisse in Einklang mit der Veröffentlichung der Crystal-Barrel-Kollaboration, die Erweiterung um P-Anfangszustände führte zu dem Ergebnis der Obelix-Kollaboration. Analysen mit $K_2^*(1430)$ wurden vorher nicht durchgeführt. Die genauere Untersuchung zeigte jedoch zwei Lösungen, bei der die Lösung mit einer a_0 -Masse, wie sie die Crystal-Barrel-Kollaboration veröffentlicht hat, nur eine geringfügig schlechtere Beschreibung der Daten lieferte. Die Obelix-Lösung verschwindet aber wieder, wenn nun zusätzlich noch das $K_2^*(1430)$ mit zur Beschreibung der Daten benutzt wird. Es ergeben sich für das $a_0(1450)$ dann die Parameter $m = (1481 \pm 17) \,\mathrm{MeV/c^2}$ und $\Gamma = (100-250) \,\mathrm{MeV/c^2}$. Dies ist kompatibel mit dem bisherigen Ergebnis der Crystal-Barrel-Kollaboration und dem in dieser Arbeit gefundenen Resultat von $m = (1485 \pm 15) \,\mathrm{MeV/c^2}$ und $\Gamma = (146 \pm 59) \,\text{MeV/c}^2$. Damit kann die Diskrepanz zwischen der Obelix-Analyse und der Crystal-Barrel- Analyse als aufgeklärt angesehen werden.

6.4.5 Interpretationen des Nonetts der skalaren Mesonen

Im folgenden werden nun unterschiedliche Interpretationen des Mesonenspektrums diskutiert.

Mischung des Glueballs und der Mesonen

Die Interpretation der PDG [22] geht davon aus, daß es sich bei den Resonanzen $a_0(980)$ und $f_0(980)$ möglicherweise um KK-Moleküle handelt. Damit steht nur noch das $a_0(1450)$ als Kandidat mit Isospin I = 1 zu Verfügung. Weiterhin wird, wie oben gesagt, das $f_0(400-1200)$ bzw. σ als Untergrundstruktur betrachtet und auch nicht berücksichtigt. Unter der weiteren Annahme, daß Radialanregungen der skalaren Mesonen über 2 GeV/c^2 liegen, bleiben als Kandidaten noch das $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ und $f_0(1710)$. Dabei wurde angenommen, daß es sich bei dem $f_0(1500)$ um den Grundzustand des skalaren Glueballs handelt.

Der Grundzustand gg ist mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{++}$ und einer Masse von etwa 1500 MeV/c² bis 1700 MeV/c² vorhergesagt worden. Er stimmt damit in den Quantenzahlen mit den skalaren Mesonen überein und liegt auch in derselben Massenregion. Voraussagen über die Masse werden von verschiedenen Modellen geliefert (Bag-Modell [79], Potential-Modelle [80], Gittereichtheorien [81], [82], QCD-Summenregeln [83] und Flux-Tube-Modell [84]).

Zunächst würde man annehmen, daß ein Glueball flavorblind zerfällt, da er keine Quarks enthält. Die relativen Zerfallsbreiten lassen sich mit SU(3)-Relationen berechnen und es ergibt sich:

 $\pi\pi$: $\eta\eta$: $\eta\eta'$: $\bar{K}K$ 3 : 1 : 0 : 4

Der Zerfall in $\eta\eta'$ ist verboten, da die Wellenfunktionen von η und η' zueinander orthogonal sind. Man findet experimentell, daß das f₀(1500) nicht flavorblind zerfällt. Mit den gemessenen Verzweigungsverhältnissen der Crystal-Barrel-Kollaboration erhält man:

Es wurde daher von mehreren Autoren vorgeschlagen, daß der Glueball — der die selben Quantenzahlen wie die skalaren Mesonen besitzt — mit ihnen mischt. Dabei wird davon ausgegangen, daß ein reiner Glueball entweder zwischen oder über den Zuständen mit ($\bar{u}u + \bar{d}d$) und $\bar{s}s$ liegt.

Amsler und Close finden dabei eine Lösung [85], bei der der Glueball vor der Mischung zwischen den $\bar{q}q$ -Zuständen liegt. Nach der Mischung erhält das $f_0(1370)$ hauptsächlich den $(\bar{u}u + \bar{d}d)$ -Anteil, während $f_0(1500)$ und $f_0(1700)$ große Beiträge von $\bar{s}s$ und Glue tragen.

Eine andere Lösung wird von Lee und Weingarten vorgeschlagen [86]. Dort liegt der reine Glueball über den $\bar{q}q$ -Zuständen. Nach der Mischung trägt dann das $f_0(1710)$ den größten Glue-Anteil. Das $f_0(1500)$ ist in diesem Fall die Resonanz mit dem größten Anteil von $\bar{s}s$, während das $f_0(1370)$ wieder hauptsächlich ($\bar{u}u + \bar{d}d$) ist.

Es gibt noch eine Reihe weiterer Vorschläge, die die Mischung beschreiben. Allen ist gemeinsam, daß sie die Zerfälle in die unterschiedlichen Kanäle beschreiben und der Glueball vor der Mischung bei einer Masse von etwa 1600 MeV/c^2 liegt; dies entspricht der Masse, die von Gittereichtheorien vorhergesagt wird. Die Aussagen, welchen Anteil von ($\bar{u}u + \bar{d}d$), $\bar{s}s$ und Glue die einzelnen Mesonen tragen, geben jedoch kein einheitliches Bild. Die Daten sind noch nicht aussagekräftig genug und erlauben mehrere Interpretationsmöglichkeiten.

6.4.6 Instanton Wechselwirkung

Eine andere Interpretation bietet sich an, wenn man die experimentellen Ergebnisse mit einem Modell vergleicht, das die Massenspektren der Mesonen verschiedener Quantenzahlen gleichzeitig beschreibt. Dabei wird von einem linearen Confinement-Potential ausgegangen und zusätzlich die Instantonwechselwirkung (t'Hooft-Kraft [87]) berücksichtigt. Diese Wechselwirkung läßt sich als Mehr-Gluon-Austausch interpretieren, der es erlaubt ūu-, $\bar{d}d$ - und $\bar{s}s$ -Anteile in der Wellenfunktion zu mischen. Damit läßt sich die η - η' -Mischung beschreiben. Dazu werden die Parameter des Modells ohne Instantonwechselwirkung so angepaßt, daß Regge-Trajektorien reproduziert werden [15]. Damit erhält man für die reinen $\bar{u}u$ -, $\bar{d}d$ - und $\bar{s}s$ -Zustände die Massen in Abbildung 6.2, links. Die Parameter der Instantonwechselwirkung werden nun so angepaßt, daß das Spektrum der pseudoskalaren Mesonen beschrieben wird (Abb. 6.2, Mitte). Es ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten (Abb. 6.2, Mitte). Die $\bar{n}n$ - und $\bar{s}s$ -Zustände mischen und ergeben die Resonanzen η und η' .

Ohne weitere Parameter anzupassen, läßt sich mit diesem Modell auch das Massenspektrum der skalaren Mesonen berechnen. Die Ergebnisse dieser Berechnung sind in Abbildung 6.3 zu sehen. Hier sind wieder die Spektren ohne Instantonwechselwirkung (Abb. 6.3, links.), mit Instantonwechselwirkung (Abb. 6.3, Mitte) und die aktuellen Massen der PDG (Abb. 6.3, rechts) dargestellt.

Vergleicht man die bekannten Resonanzen mit der Modellrechnung, so kann man das $f_0(980)$ dem Isosingulett-Zustand zuordnen. Die Massendifferenz zwischen dem $f_0(1500)$ und 1470 MeV/c² ist so gering, daß das $f_0(1500)$ als Oktett-Zustand interpretiert werden kann. Ebenfalls gute Übereinstimmung findet man für das $K_0^*(1430)$.

Der skalare Isovektor liegt nach diesem Modell bei 1320 MeV/c^2 . Die von der Crystal-Barrel-Kollaboration gemessene Masse des $a_0(1450)$ liegt etwas höher. Der Wert der Obelix-Kollaboration liegt dagegen etwas zu niedrig. Unwahrscheinlich ist jedoch, daß das $a_0(980)$ diesen Platz einnimmt, das damit ein \overline{K} K-Molekül sein könnte. Wie schon diskutiert wurde,



Abbildung 6.2: Schematische Darstellung der Massen der pseudoskalaren Mesonen [15]. Zu sehen sind die Massen durch Confinement-Wechselwirkung (links), die durch die Instanton-induzierte Kraft aufspalteten (Mitte) und der Vergleich mit den Werten der PDG (rechts).



Abbildung 6.3: Schematische Darstellung der Massen der skalaren Mesonen [15]. Zu sehen sind die Massen durch Confinement-Wechselwirkung (links), die durch die Instanton-induzierte Kraft aufspalteten (Mitte) und der Vergleich mit den Werten der PDG (rechts).

gibt es Evidenz dafür, daß
 $a_0(980)$ und $f_0(980)$ nicht die gleiche innere Struktur besitzen müssen.

Die damit noch offene Frage ist, wie das $f_0(1370)$ und das $f_0(1710)$ einzuordnen sind. Berechnet man in diesem Modell die ersten Radialanregungen, so erhält man für die isoskalaren Resonanzen Werte von 1776 MeV/c^2 und 2113 MeV/c^2 . Diese lassen sich damit problemlos

dem $f_0(1710)$ und dem $f_0(2100)$ zuordnen, die in J/ ψ -Zerfällen und der $\bar{p}p$ -Annihilation im Fluge gemessen wurden.

Übrig bleibt das $f_0(1370)$, das möglicherweise ähnlich dem σ durch Vektormesonaustausch im *t*-Kanal beschrieben werden kann. Für einen Glueball, wie er von der Gittereichtheorie vorhergesagt wird, ist damit kein Kandidat mehr übrig. Eine Interpretationsmöglichkeit ist, daß der Glueball eine sehr breite Struktur ist, die etwa bei einer Masse von $1 \text{ GeV}/\text{c}^2$ liegt und eine Breite von auch etwa $1 \text{ GeV}/\text{c}^2$ hat, mit der die anderen Resonanzen interferieren [19]. Dieser *red dragon* beschreibt so die Resonanzen $f_0(400 - 1200)$ und $f_0(1370)$. Diese Interpretation ist jedoch nicht möglich, wenn das $f_0(1370)$ eindeutig als Austausch im *t*-Kanal identifiziert ist.

Eine andere Interpretation ist, daß der Glueball eine Breite von mehreren GeV/c^2 hat und damit nicht als Resonanz auftritt [5]. Dazu muß man die Annahmen betrachten, die bei den Berechnungen der QCD auf dem Gitter gemacht werden. Eine dort gemachte Näherung (*quenched approximation*) vernachlässigt die Kopplungen des Gluonfelds an $\bar{q}q$ -Paare. Damit ist es theoretisch nicht möglich, eine Breite zu berechnen, da Gluebälle auf dem Gitter nicht zerfallen.

Welche dieser Interpretationen die richtige ist, wird mit genaueren Daten sicherlich zu entscheiden sein. Dazu gehört unter anderem die Frage, ob das $f_0(1370)$ durch *t*-Kanal-Austausch erzeugt wird. Ebenso können Berechnungen auf dem Gitter, die die Kopplung des Gluonfelds mit $\bar{q}q$ -Paaren berücksichtigten, weitere Einblicke geben. Eine wesentliche Rolle bei der Wahl der Interpretation spielt dabei, ob es sich bei den Resonanzen $a_0(980)$ und $f_0(980)$ um $\bar{q}q$ -Zustände handelt oder eher um $\bar{K}K$ -Moleküle.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit sind die Datensätze $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0$ sowie $\bar{p}n \rightarrow K_S K_S \pi^-$ selektiert worden. Die Daten dazu wurden mit dem Crystal-Barrel-Detektor mit einem Deuterium-Target am LEAR aufgezeichnet. Ein Trigger auf sekundäre Vertizes ($K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-$) wurde verwendet, um kaonische Kanäle anzureichern.

Mit Hilfe der Daten ist eine deutliche Verbesserung der Detektorkalibration für geladene Spuren vorgenommen worden. Zudem war es möglich, den Vertex eines K_S bei seinem Zerfall nach $\pi^0 \pi^0$ zu rekonstruieren. Für diese Datenätze wurde die Akzeptanzkorrektur mit Hilfe von Monte-Carlo-Ereignissen durchgeführt. Zusammen mit den Daten der schon selektierten Reaktion $\bar{p}p \rightarrow K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ wurden drei Partialwellenanalysen durchgeführt.

Dabei wurde die Resonanz $K_2^*(1430)$ in allen drei Datensätzen für eine ausreichend gute Beschreibung benötigt. Es zeigte sich, daß im Datensatz $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ das $a_0(980)$ stark mit dem $K_2^*(1430)$ und dem $K_0^*(1430)$ interferieren kann und diese Anteile korreliert sind. Es war deshalb nicht möglich ein eindeutiges Verzweigungsverhältnis für das $a_0(980)$ anzugeben. Ebenfalls wurde der skalare Isovektor $a_0(1450)$ gemessen. Die Masse und Breite lag in dieser Analyse bei $m = (1485 \pm 15) \text{ MeV/c}^2$ und $\Gamma = (146 \pm 59) \text{ MeV/c}^2$. Dies ist kompatibel mit anderen Crystal-Barrel-Analysen und weiterhin im Widerspruch zu den Ergebnissen der Obelix-Kollaboration.

Ergebnis der Analyse des Datensatzes $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ war zudem, daß die skalaren Resonanzen nicht aus Anfangszuständen mit Isospin I = 1 erzeugt werden. Diese wurden deshalb bei der Analyse der Datensätze der pn-Annihilation nicht berücksichtigt.

Mit den Datensätzen $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ und $K_S K^{-} \pi^{0}$ ließ sich das Verzweigungsverhältnis der Vektormesonen $\rho(1450)$ und $\rho(1700)$ in $\bar{K}K$ bestimmen. Ein Vergleich dieser Verzweigungsverhältnisse mit anderen Zerfällen der Vektormesonen in zwei Mesonen ($\pi\pi$ und $\omega\pi$) ist im Einklang mit Berechnungen des ³P₀-Modells. Damit läßt sich das $\rho(1450)$ als radiale Anregung 2³S₁ und das $\rho(1700)$ als 1³D₁-Zustand interpretieren. Der starke Zerfall des $\rho(1450)$ in 4π ist dabei nicht mit dem ³P₀-Modell erklärbar. Mit dem Datensatz $K_S K_S \pi^-$ wurden die isoskalaren Resonanzen f₀ gemessen. Für das f₀(980) ergaben sich dieselben Probleme, wie für das a₀(980) im Datensatz $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$. Die Isovektoren a₀(980) und a₍1450) sind im Kanal $K_S K_S \pi^-$ stark unterdrückt; Daher ließen sich die Verzweigungsverhältnisse von f₀(1370) und f₀(1500) direkt und ohne Einfluß des a₀(1450) bestimmen. Es ergab sich:

$$BR(\bar{p}p \to f_0(1370)\pi; f_0(1370) \to \bar{K}K) = (16.3 \pm 4.7) \cdot 10^{-4}$$
$$BR(\bar{p}p \to f_0(1500)\pi; f_0(1500) \to \bar{K}K) = (4.2 \pm 2.4) \cdot 10^{-4}$$

Dies ist in Übereinstimmung mit der indirekten Bestimmung durch die Analyse der Datensätze $K_L K_L \pi^0$ und $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$. Das Verhältnis der Zerfälle des $f_0(1500)$ in $\bar{K}K$ und $\pi\pi$ bleibt damit bei den früher bestimmen Werten; es entspricht dem aus SU(3)-Symmetrien berechneten Verhältnis für ($\bar{u}u + \bar{d}d$)-Mesonen.

Zur Beschreibung des Kanals $K_S K_S \pi^-$ wurde eine Resonanz $f_0(1710)$ oder $f_2(1710)$ benötigt; beide ergaben einzeln eine ähnliche Verbesserung der Beschreibung. Auch beide Resonanzen gleichzeitig waren zur Beschreibung der Daten möglich. Weitere Aussagen waren aufgrund der geringen Statistik nicht möglich.

Eine Resonanz $a_2(1660)$ wurde zum ersten mal in ihrem Zerfall in KK gemessen. Sie trat in allen drei Datensätzen mit gleichen Verzweigungsverhältnissen auf.

Anhang A

Datenkarte der Simulationen

A.1 Datenkarte für $K_S K^- \pi^0$

```
LIST
* select run period with runnumber to get
* the right calibration
RUNG 34700 1
* number of events to generate
TRIG 1500000
TIME 3=0
* selects material in target and geometry
TGLH 'LD2 ' '1991'
* set always to 1
SVTX 1
* start random seeds
* RNDM 200271 080981
* RNDM 640121040 853527004
* RNDM 482898010 809954631
RNDM 503637438 267396633
* select new jdc with 2
JDCD 2
* set width for vertex distribution
* data look like 0.14 0.14 0.65
* so we set
BWID 0.221 0.2178 0.4446
* and use it
SETV 90 -0.319 -0.012 -0.5
* select the data and calibration files
* seen from the path, where cbgeant is
* executed
JDC 'lut/jdc2_15.dat'
LUTF 'lut/mcfera.lut'
LUT2 'lut/mc2282.lut'
LUSV 'lut/sv_apr96.dat'
* magnetic field
MAGN -15
```

```
* options for output
RAWD 20 'TAPE' 'EXCH' 'ALL ' 'RMCB'
* write more info for first events
DEBU 0 2
* choose generated particles
* 31 = deuterium with spectator distribution
* 1. = hit/miss Monte Carlo
* O. = P_z momentum of Beam
* 7. = momentum distribution of spectator particle
                        ! 270
*
        1: pi0 pi0
                               ! 405
        2: pi0 pi0 pi0
*
*
        3: pi0 eta
                                ! 680
*
        4: pi0 pi0 eta
                                ! 815
*
        5: pi0 omega
                               ! 915
*
                              ! 1225
        6: pi0 eta eta
*
        7: omega eta
                               ! 1325
*
                               ! 1635
        8: eta eta eta
*
        9: 3pi with cut
                               ! xxx
                                !
*
       10: 5pi
                                  675
*
       11: 5pi with cut
                                ! xxx
*
*
       xx: Ks K- piO is about 1127, but case 6 fails
*
           with not enough energie, so i took 7
*
* 4. = number of particles
* 14. = spectator is proton in my case
* ... for Ks, K-, p0
KINE 31 1. 0. 7. 4. 14. 16. 12. 7.
* print primary vertex, kinematics
SWIT 1=1
* HDCB 0 means GHEISHA, 1 = FLUKA, 2 = GHEISHA_C
HDCB 1
* store JXYZ data structure
SWIT 10=1
END
```

A.2 Datenkarte für $K_S K_S \pi^-$

```
LIST

* select run period with runnumber to get

* the right calibration

RUNG 34700 1

* number of events to generate

TRIG 1500000

*

TIME 3=0

* selects material in target and geometry

TGLH 'LD2 ' '1991'

* set always to 1

SVTX 1

* start random seeds

* RNDM 200271 080981
```

```
* RNDM 301367433 123373905 this works for about 600000
RNDM 221353678 2009318358
* select new jdc with 2
JDCD 2
* set width for vertex distribution
* data look like 0.14 0.14 0.65
* so we set
BWID 0.221 0.2178 0.4446
* and use it
SETV 90 -0.319 -0.012 -0.5
* select the data and calibration files
* seen from the path, where cbgeant is
* executed
JDC 'lut/jdc2_15.dat'
LUTF 'lut/mcfera.lut'
LUT2 'lut/mc2282.lut'
LUSV 'lut/sv_apr96.dat'
* magnetic field
MAGN -15
* options for output
RAWD 20 'TAPE' 'EXCH' 'ALL ' 'RMCB'
* write more info for first events
DEBU 0 2
* choose generated particles
* 31 = deuterium with spectator distribution
* 1. = hit/miss Monte Carlo
* 0. = P_z momentum of Beam
* 7. = momentum distribution of spectator particle
        1: pi0 pi0
                             ! 270
                               ! 405
        2: pi0 pi0 pi0
*
*
        3: pi0 eta
                               ! 680
*
        4: pi0 pi0 eta
                               ! 815
        5: pi0 omega
                               ! 915
*
*
        6: pi0 eta eta
                               ! 1225
       7: omega eta
*
                                ! 1325
       8: eta eta eta
                                ! 1635
                               ! xxx
*
       9: 3pi with cut
*
      10: 5pi
                               ! 675
*
      11: 5pi with cut
                               ! xxx
       xx: Ks K- piO is about 1127, but case 6 fails
*
           with not enough energie, so i took 7
* 4. = number of particles
* 14. = spectator is proton in my case
* ... for Ks, Ks, pi-
KINE 31 1. 0. 7. 4. 14. 16. 16. 9.
* print primary vertex, kinematics
SWIT 1=1
* HDCB 0 means GHEISHA, 1 = FLUKA, 2 = GHEISHA_C
HDCB 1
* store JXYZ data structure
SWIT 10=1
END
```

Anhang B

Datenkarte der Datenselektionen

B.1 Datenkarte für die Vorselektion

FZIN 'TX1R'
FZOUT 'X'
BANK 'ALLB'
XTAL 'TRAK' 'RTRK' 'DECF' 'DECL' 'CLST' 'PEDS' 'ALCE' 'PDRG'
CHAM 'TRAK' 'RTRK' 'GVTX' 'RAWS' 'PATT' 'CIRC' 'HELX' 'VERT'
GLOB 'TRAK' 'RTRK' 'MTCH' 'TAXI' 'DOLB' 'SMAR' 'SINX'
USER -1 1 1500000 1 0

B.2 Datenkarte für $K_S K^- \pi^0$

FZIN 'X' XTAL 'NONE' CHAM 'NONE' GLOB 'NONE' USER 2 1 1500000 1 0 * this is the fit data field 0.00 -999999. 0.00 -999999. 0.00 -999999. 0.75 1.2 0.65 0.75 1.2 0.65 1.0 1.0 0.75 1.15 1.2 1.0 -999. * this is the fit moca field 0.0 -999999. 0.0 -999999. 0.0 -999999. .55 .55 .4 .65 .65 .4 .7 .7 .7 1.1 1.1 1.0

-999. END

B.3 Datenkarte für $K_S K_S \pi^-$

```
FZIN 'X'
XTAL 'NONE'
CHAM 'NONE'
GLOB 'NONE'
USER 4 1 1500000 1 0
* this is the fit data field
0.0 -999999.
0.0 -999999.
0.0 -999999.
0.85 1.15 0.75
0.85 1.15 0.75
1.7 1.7 1.6
1.1 1.1 0.3
-999.
* this is the fit moca field
0.0 -999999.
0.0 -999999.
0.0 -999999.
0.6 0.6 0.4
0.6 0.6 0.4
1.6 1.6 1.6
1.0 1.0 0.3
-999.
END
```

B.4 Datenkarte für den kinematischen Fit $K_S K^- \pi^0$

```
LIST

ETYP 2 0 2 0 2 0

HYPO PI+ PI- PI- G G P

HYPO PI+ PI- PI- PIO P

RES1 PIO -> G G

HYPO KSH K- G G P

RES1 KSH -> PI+ PI-

HYPO KSH K- ETA P

RES1 KSH -> PI+ PI-

RES1 ETA -> G G

HYPO KSH K- PIO P

RES1 KSH -> PI+ PI-

RES1 PIO -> G G

END
```

B.5 Datenkarte für den kinematischen Fit $K_S K_S \pi^-$

```
LIST
ETYP 2 0 2 0 4 0
HYPO PI+ PI- PI- G G G G P
HYPO PI+ PI- PI- PIO PIO P
    RES1 PIO -> G G
    RES1 PIO -> G G
HYPO KSH K- G G G G P
    RES1 KSH -> PI+ PI-
HYPO KSH K- PIO PIO P
    RES1 KSH -> PI+ PI-
    RES1 PIO -> G G
    RES1 PIO -> G G
HYPO KSH KSH PI- P
    RES1 KSH -> PI+ PI-
    RES1 KSH -> PIO PIO
    RES2 PIO -> G G
    RES2 PIO -> G G
END
```

B.6 Datenkarte für den Vertex-Fit

LIST VERT 3 VFIT 2 VHSP 0.900 VHSZ 1.000 VHGC 3.6 V3MH 5

Anhang C

Steuerung der Partialwellenanalyse

C.1 Datenkarte zur Steuerung der Partialwellenanalyse mit heli für $K_S K^- \pi^0$

My analysis of # # # # pbarn --> pi0 K- Ks # # # card 3p2gfb reaction pbarn piO K- Ks data ../pwa/data_2gam.txt moca ../pwa/moca_2gam.txt norm ../pwa/finebinneddata.txt binn 36 150 maxini 6 # fittypes are # likelihood # flat # chisquare fit binned_likelihood res KST 1 addc Kst-_892 K- pi0 addn Kst0_892 Ks pi0 endres res RHO 3 adda rho-_1450 K- Ks 0.0 adddecay rho-_1450 pi- pi0 adda rho-_1700 K- Ks 0.0 endres res A2 1 adda a2-_1320 K- Ks adda a2-_1650 K- Ks endres res AOH 1

```
adda a0-_1450 K- Ks
endres
res AOL 3
adda a0-_980 K- Ks 86.6
adddecay a0-_980 pi- eta
endres
res KTO 7
addc Kst-_1430 K- pi0
addn Kst0_1430 Ks pi0
addconst 0.00181 0.00258
endres
res KT2 1
addc Kst2-_1430 K- pi0
addn Kst20_1430 Ks pi0
endres
machines 11
priority 16
node marc
fitname * allmin
finishcard
#
minuit set str 2
minuit set err 0.5
#
set a2-_1650__m 1660.0
set a2-_1650__w 280.0
set Kst-_1430__m 1343.0
set Kst-_1430__w 400.0
set Kst0_1430__m 1343.0
set Kst0_1430__w 400.0
set a0-_980__w 8.8
#
fix *
rel xyz
set xyz 1.0
####### the one per initial fixed phase
rel Kst-_892_amp
######## clear resonances
set *_a 0.0
set Kst-_892_amp 0.2
#
rel a2-_1320_a
#
lim *_aph -6.342 6.342
minuit sho par
minuit mini
#
rel Kst-_892__
rel Kst0_892__
minuit mini
dofit
```

#

C.2 Generierte Datenkarte zur Steuerung von pwa++ für $K_S K^- \pi^0$

```
#
       PWA++
#
       Institt fuer Strahlen- und Kernphysik der Universitaet Bonn **
#
       Nussalle 14-16, 53115 Bonn
#
                                                                  **
#
#
       The development of this program is supported by
                                                                  **
       Forschungszentrum Juelich GmbH
#
                                                                  **
#
#
       For more information about PWA++ please look at
                                                                  **
#
       http://www.iskp.uni-bonn.de/cbiskp/pwa++.html
                                                                  **
#
#
#
       DEFINITION OF ANGULAR MOMENTA:
                                                                  **
#
                                                                  **
#
                                                                  **
#
                      ld
                                                                  **
                                        I initial state
#
          m2
                 _____R____ m3
                                                                  **
                                        m1 final state part.1
#
                |theta /
                                                                  **
#
                                         m2 final state part.2
                 \_ _ /
                                                                  **
#
                    /
                                         m3 final state part.3
                                                                  **
#
                 lc / I
                            lm
                                         R RESONANT STATE
                                                                  **
                                          lm ang.mom. m1 - R
#
                                                                  **
                   1
#
                                          ld ang.mom. m2 - m3
                  /
                                                                  **
#
                                          lc ang.mom. I
                                                                  **
#
               m1
                                                                  **
#
# Amplitude:
                          | Masses of decay products (same as in DP)
# 1 = Breit Wigner
                           m31 = m13 |
#
  2 = 1 \times 1 \text{ K-Matrix}
                           # 3 = 2x2 K-Matrix
                          1
# 4 = 2x2 K-Matrix + const |
# 5 = 3x3 K-Matrix |
                                           m12
# 6 = 3x3 K-Matrix + const |
#
# 10 = const. Amplitude
                           I
#
begin{header}
fit_version = binned_likelihood;
ndali = 1;
weight [1] = 1.000000;
# Masses of decay products: m1, m2, m3
# 134.976395 493.666992 497.671997
masses[1] = { "pi0", "K-", "Ks" };
m12_m23_m31_charge[1] = \{ -1, -1, 0 \};
datafile[1] = { "../pwa/finebinneddata.txt" };
binning[1] = 36;
end{header}
#
```

```
xyz_weight[1] = 1.000000;
#
begin{resonance}{1}{"KST"}
 ampl_typ = 1;
 #
 decay_channel_charged[1] = { { "K-", "pi0"} };
 res_mass_charged[1] = { 891.659973, 55.000000, };
 decay_channel_neutral[1] = { { "Ks", "pi0"} };
 res_mass_neutral[1] = { 896.099976, 55.000000, };
end{resonance}
#
begin{resonance}{2}{"RHO"}
 ampl_typ = 3;
 #
 decay_channel[1] = { { "K-", "Ks"} };
 res_mass[1] = \{ 1465.000000, 310.000000, 0.0 \};
 decay_channel[2] = { { "pi-", "pi0"} };
 res_mass[2] = { 1780.000000, 275.000000, 0.0 };
 f_vector = { 1 };
end{resonance}
#
begin{resonance}{3}{"A2"}
 ampl_typ = 1;
 #
 decay_channel[1] = { { "K-", "Ks"} };
 res_mass[1] = { 1318.099976, 109.000000, };
 res_mass[2] = { 1660.000000, 280.000000, };
end{resonance}
#
begin{resonance}{4}{"AOH"}
 ampl_typ = 1;
 #
 decay_channel[1] = { { "K-", "Ks"} };
 res_mass[1] = { 1474.000000, 265.000000, };
end{resonance}
#
begin{resonance}{5}{"AOL"}
 ampl_typ = 3;
 #
 decay_channel[1] = { { "K-", "Ks"} };
 res_mass[1] = { 980.000000, 100.000000, 86.6 };
 decay_channel[2] = { { "pi-", "eta"} };
 f_vector = { 1 };
end{resonance}
#
begin{resonance}{6}{"KTO"}
 ampl_typ = 7;
 #
 decay_channel_charged[1] = { { "K-", "pi0"} };
 res_mass_charged[1] = { 1429.000000, 287.000000, };
 decay_channel_neutral[1] = { { "Ks", "pi0"} };
res_mass_neutral[1] = { 1429.000000, 287.000000, };
 k_matrix_const = { 0.00181, 0.00258 };
 f_vector = { 1 };
end{resonance}
```

```
#
begin{resonance}{7}{"KT2"}
ampl_typ = 1;
#
decay_channel_charged[1] = { { "K-", "pi0"} };
res_mass_charged[1] = { 1425.599976, 98.500000, };
decay_channel_neutral[1] = { { "Ks", "pi0"} };
res_mass_neutral[1] = { 1432.400024, 109.000000, };
end{resonance}
#
begin{initial_state}{1}{1}{"1S0"}
scale = 1.000000;
#
begin{resonance}{1}{"KST"}
 lm_ld_lc = \{ 1, 1, 0 \};
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, -1.000000 };
 end{resonance}
 #
begin{resonance}{2}{"RHO"}
 lm_ld_lc = \{ 1, 1, 0 \};
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 res_ampl[2] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = \{ 0.000000, 1.000000, 0.0000000 \};
 end{resonance}
 #
begin{resonance}{6}{"KT0"}
 lm_ld_lc = \{ 0, 0, 0 \};
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = \{ 1.000000, 0.000000, -1.000000 \};
 end{resonance}
 #
begin{resonance}{7}{"KT2"}
 lm_ld_lc = { 2, 2, 0 };
  ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, -1.000000 };
 end{resonance}
#
end{initial_state}
#
#
begin{initial_state}{1}{2}{"3S1"}
scale = 1.000000;
#
begin{resonance}{1}{"KST"}
 lm_ld_lc = { 1, 1, 1 };
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, 1.000000 };
 end{resonance}
```

```
#
 begin{resonance}{3}{"A2"}
  lm_ld_lc = { 2, 2, 1 };
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
  res_ampl[2] = { 1.000000, 0.000000 };
  m12_m23_m31 = { 0.000000, 1.000000, 0.0000000 };
 end{resonance}
 #
 begin{resonance}{7}{"KT2"}
  lm_ld_lc = { 2, 2, 1 };
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
  m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, 1.000000 };
 end{resonance}
 #
end{initial_state}
#
#
begin{initial_state}{1}{3}{"1P1"}
 scale = 1.000000;
 #
 begin{resonance}{1}{"KST"}
  lm_ld_lc = \{ 0, 1, 1 \};
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
  m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, 1.000000 };
 end{resonance}
 #
 begin{resonance}{3}{"A2"}
  lm_ld_lc = { 1, 2, 1 };
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
  res_ampl[2] = { 1.000000, 0.000000 };
  m12_m23_m31 = \{ 0.000000, 1.000000, 0.0000000 \};
 end{resonance}
 #
 begin{resonance}{4}{"AOH"}
  lm_ld_lc = \{ 1, 0, 1 \};
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
  m12_m23_m31 = { 0.000000, 1.000000, 0.0000000 };
 end{resonance}
 #
 begin{resonance}{5}{"AOL"}
  lm_ld_lc = { 1, 0, 1 };
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
  m12_m23_m31 = \{ 0.000000, 1.000000, 0.0000000 \};
 end{resonance}
 #
 begin{resonance}{6}{"KT0"}
  lm_ld_lc = { 1, 0, 1 };
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
```

```
m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, 1.000000 };
 end{resonance}
begin{resonance}{7}{"KT2"}
 lm_ld_lc = { 1, 2, 1 };
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, 1.000000 };
end{resonance}
#
end{initial_state}
#
#
begin{initial_state}{1}{4}{"3P1"}
scale = 1.000000;
 #
begin{resonance}{1}{"KST"}
 lm_ld_lc = { 0, 1, 1 };
  ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, -1.000000 };
 end{resonance}
 #
begin{resonance}{2}{"RHO"}
 lm_ld_lc = { 0, 1, 1 };
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 res_ampl[2] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 0.000000, 1.000000, 0.000000 };
 end{resonance}
 #
begin{resonance}{6}{"KTO"}
 lm_ld_lc = { 1, 0, 1 };
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, -1.000000 };
 end{resonance}
 #
begin{resonance}{7}{"KT2"}
 lm_ld_lc = { 1, 2, 1 };
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, -1.000000 };
end{resonance}
#
end{initial_state}
#
#
begin{initial_state}{1}{5}{"3P2"}
scale = 1.000000;
#
begin{resonance}{1}{"KST"}
 lm_ld_lc = { 2, 1, 2 };
  ampl_scale = 1.000000;
  res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
```

```
m12_m23_m31 = { 1.000000, 0.000000, -1.000000 };
 end{resonance}
 begin{resonance}{2}{"RHO"}
 lm_ld_lc = { 2, 1, 2 };
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 res_ampl[2] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = { 0.000000, 1.000000, 0.0000000 };
 end{resonance}
 #
 begin{resonance}{7}{"KT2"}
 lm_ld_lc = { 1, 2, 2 };
 ampl_scale = 1.000000;
 res_ampl[1] = { 1.000000, 0.000000 };
 m12_m23_m31 = \{ 1.000000, 0.000000, -1.000000 \};
 end{resonance}
 #
end{initial_state}
```

C.3 Generierte Datenkarte zur Steuerung von MINUIT für $K_S K^- \pi^0$

mini rel 1 2 rel 3 4 mini sho par exit

Anhang D

Isospin-Kopplungen für Mesonen ohne offene Strangeness

Die Berechnungen, die im Kapitel 4.3 für Endzustände mit Kaonen durchgeführt wurden, werden in ähnlicher Form für die Analyse von Endzuständen mit η oder ω benötigt. Eine Besonderheit ergibt sich dann, wenn Mesonen mit exotischen Quantenzahlen eine Rolle spielen. So wie sich das π und das a_J mit J = 0, 2 gleich unter *C*- und *G*-Parität verhalten, gilt dies auch für ρ und b₁. Für das π_1 ist die Situation anders, da es sich um ein Teilchen mit Spin 1 handelt, und die Gesamtwellenfunktion antisymmetrisch sein muß. Trotzdem verhält sich das π_1 unter *C*- und *G*-Parität genauso wie das π .

Meson	$ I,I_3 angle$	Flavorwellenfunktion	C	G
π_1^+	$-\left 1,+1\right\rangle$	$[u\bar{d}g + \bar{d}ug - gu\bar{d} - g\bar{d}u]\frac{1}{2}$	$+\pi_1^-$	$-\pi_1^+$
π_1^0	1,0 angle	$[u\bar{u}g - d\bar{d}g + \bar{u}ug - \bar{d}dg - gu\bar{u} + gd\bar{d} - g\bar{u}u + g\bar{d}d]\sqrt{\frac{1}{8}}$	$+\pi_1^0$	$-\pi_1^0$
π_1^-	1,-1 angle	$[d\bar{u}g + \bar{u}dg - gd\bar{u} - g\bar{u}d]\frac{1}{2}$	$+\pi_{1}^{+}$	$-\pi_1^-$
b_1^+	$-\left 1,+1 ight angle$	$[\mathrm{u}ar{\mathrm{d}}-ar{\mathrm{d}}\mathrm{u}]\sqrt{rac{1}{2}}$	$-b_1^-$	$+b_1^+$
b_1^0	1,0 angle	$[u\bar{u} - d\bar{d} - \bar{u}u + \bar{d}d]\frac{1}{2}$	$-b_1^0$	$+b_1^0$
b_1^-	$ 1,-1\rangle$	$[d\bar{u}-\bar{u}d]\sqrt{rac{1}{2}}$	$-b_1^+$	$+b_1^-$

Tabelle D.1: Weitere Flavorwellenfunktion und Transformationsverhalten unter C- und G-Parität der in dieser Analyse nicht vorkommenden Mesonen.

Ebenso wie für KK und K π lassen sich auch $\pi\pi$, $\pi\eta$ und $\pi\omega$ zu Isospin 1 und 0 koppeln. Dabei werden die Kopplungen nach G- und C-Parität sortiert und die erhaltenen Wellenfunktionen werden nach Symmetrieverhalten der Flavorwellenfunktion der Resonanz symmetrisiert. Dies bedeutet, daß z.B. für $a_J \to \pi\eta$ und $\pi_1 \to \pi\eta$ die gleichen Kopplungen berechnet werden, jedoch im ersten Fall die symmetrische und im zweiten Fall die antisymmetrische Lösung gebraucht wird.

$$\begin{aligned} |1,+1\rangle &= -\sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{+}\pi^{0}\rangle - |\pi^{+}\omega\rangle - |\pi^{+}\eta\rangle \\ |1,0\rangle &= -\sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{+}\pi^{-}\rangle + |\pi^{0}\omega\rangle + |\pi^{0}\eta\rangle \\ |1,-1\rangle &= \sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{0}\pi^{-}\rangle + |\pi^{-}\omega\rangle + |\pi^{-}\eta\rangle \\ |0,0\rangle &= -\sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{+}\pi^{-}\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{0}\pi^{0}\rangle \end{aligned}$$

Nach Symmetrisierung und unter Angabe der Notation der Teilchen erhält man die folgenden drei Kombinationen von Triplett- und Singulettzuständen.

$$\begin{aligned} |\mathbf{a}_{0}^{+}\rangle &= \left(|\pi^{+}\eta\rangle + |\eta\pi^{+}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\mathbf{a}_{0}^{0}\rangle &= \left(|\pi^{0}\eta\rangle + |\eta\pi^{0}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\mathbf{a}_{0}^{-}\rangle &= \left(|\pi^{-}\eta\rangle + |\eta\pi^{-}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\mathbf{f}_{0}\rangle, |\mathbf{f}_{0}'\rangle &= \left(-|\pi^{+}\pi^{-}\rangle - |\pi^{-}\pi^{+}\rangle - 2|\pi^{0}\pi^{0}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{6}} \\ |\pi_{1}^{+}\rangle &= \left(|\pi^{+}\eta\rangle - |\eta\pi^{+}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\pi_{1}^{0}\rangle &= \left(|\pi^{0}\eta\rangle - |\eta\pi^{0}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\pi_{1}^{-}\rangle &= \left(|\pi^{-}\eta\rangle - |\eta\pi^{-}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\rho^{+}\rangle &= \left(|\pi^{+}\pi^{0}\rangle - |\pi^{0}\pi^{+}\rangle\right)\frac{1}{2} + \left(|\pi^{+}\omega\rangle - |\omega\pi^{+}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\rho^{0}\rangle &= \left(-|\pi^{+}\pi^{-}\rangle + |\pi^{-}\pi^{+}\rangle\right)\frac{1}{2} + \left(|\pi^{0}\omega\rangle - |\omega\pi^{0}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \\ |\rho^{-}\rangle &= \left(|\pi^{0}\pi^{-}\rangle - |\pi^{-}\pi^{0}\rangle\right)\frac{1}{2} + \left(|\pi^{-}\omega\rangle - |\omega\pi^{-}\rangle\right)\sqrt{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Diese Zustände werden nun in die Kopplung eines Pions mit der entsprechenden Resonanz zum Anfangszustand eingesetzt. Dabei wird die Notation $|I, I_3\rangle_i^{GC}$ verwendet, bei der *i* der Isospin der Zwischenresonanz ist.

• $\pi^{+}\pi^{-}\eta \ (\pi^{+}\pi^{-}\eta')$

$$\begin{aligned} |1,0\rangle_{1}^{+-} &= -\sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{+}a_{0}^{-}\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{-}a_{0}^{+}\rangle \\ |0,0\rangle_{1}^{++} &= -\sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{+}a_{0}^{-}\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{-}a_{0}^{+}\rangle \\ |1,0\rangle_{1}^{+-} &= -\sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{+}\pi_{1}^{-}\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} |\pi^{-}\pi_{1}^{+}\rangle \\ |0,0\rangle_{1}^{++} &= -\sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{+}\pi_{1}^{-}\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |\pi^{-}\pi_{1}^{+}\rangle \\ |0,0\rangle_{0}^{++} &= |\eta f_{0}\rangle \\ |1,0\rangle_{1}^{+-} &= |\eta \rho^{0}\rangle \end{aligned}$$

$$\bullet \ \pi^-\pi^0\omega$$

$$\begin{aligned} |1, -1\rangle_1^- &= -\sqrt{\frac{1}{2}} \left| \pi^- \rho^0 \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} \left| \pi^0 \rho^- \right\rangle \\ |1, -1\rangle_1^- &= \left| \omega \rho^- \right\rangle \end{aligned}$$

In die Resonanzen werden nun die Zerlegungen nach Isospin eingesetzt und man erhält die folgenden Gleichungen. Als Abkürzung werden die Notationen $\Phi_{I,i,J}^C$ bzw. $\Phi_{d,i,J}^G$ und $\Psi_{I,i,J}^C$ bzw. $\Psi_{d,i,J}^G$ eingeführt:

$$\begin{split} |1,0\rangle_{1}^{+-} &= \left\{ -\frac{1}{2} |\pi^{+}(\pi^{-}\eta)\rangle - \frac{1}{2} |\pi^{+}(\eta\pi^{-})\rangle \right\} =: \Phi_{1,1,0/2}^{-} \\ |0,0\rangle_{1}^{++} &= \left\{ -\sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{+}(\pi^{-}\eta)\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{+}(\eta\pi^{-})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{-}(\pi^{+}\eta)\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{-}(\eta\pi^{+})\rangle \right\} =: \Phi_{0,1,0/2}^{+} \\ |1,0\rangle_{1}^{+-} &= \left\{ -\frac{1}{2} |\pi^{+}(\pi^{-}\eta)\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{+}(\eta\pi^{-})\rangle \\ +\frac{1}{2} |\pi^{-}(\pi^{+}\eta)\rangle - \frac{1}{2} |\pi^{-}(\eta\pi^{+})\rangle \right\} =: \Phi_{1,1,1}^{-} \\ |0,0\rangle_{1}^{++} &= \left\{ -\sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{+}(\pi^{-}\eta)\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{+}(\eta\pi^{-})\rangle \\ -\sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{-}(\pi^{+}\eta)\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}} |\pi^{-}(\eta\pi^{+})\rangle \right\} =: \Phi_{0,1,1}^{+} \\ |0,0\rangle_{0}^{++} &= \left\{ -\sqrt{\frac{1}{6}} |\eta(\pi^{+}\pi^{-})\rangle - \sqrt{\frac{1}{6}} |\eta(\pi^{-}\pi^{+})\rangle \right\} =: \Psi_{0,0,0/2}^{+} \\ |0,0\rangle_{1}^{+-} &= \left\{ -\frac{1}{2} |\eta(\pi^{+}\pi^{-})\rangle + \frac{1}{2} |\eta(\pi^{-}\pi^{+})\rangle \right\} =: \Psi_{0,1,1}^{+} \end{split}$$

Entsprechend lassen sich die Kombinationen für $\pi^-\pi^0\omega$ aufschreiben:

$$|1,-1\rangle_{1}^{-} = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{1}{2} |\pi^{-}(\pi^{0}\omega)\rangle + \frac{1}{2} |\pi^{-}(\omega\pi^{0})\rangle \\ +\frac{1}{2} |\pi^{0}(\pi^{-}\omega)\rangle - \frac{1}{2} |\pi^{0}(\omega\pi^{-})\rangle \end{array} \right\} =: \Phi_{d,1,1}^{+} \\ |1,-1\rangle_{1}^{-} = \left\{ +\frac{1}{2} |\omega(\pi^{0}\pi^{-})\rangle - \frac{1}{2} |\omega(\pi^{-}\pi^{0})\rangle \right\} =: \Psi_{d,1,1}^{+} \end{array}$$

Abbildungsverzeichnis

2.1	Beschleunigerübersicht des Antiprotonen-Komplexes	9
2.2	Der Low Energy Antiproton Ring (LEAR)	10
2.3	Front- und Seitenansicht des Crystal-Barrel-Detektors	11
2.4	Der Silizium-Vertex-Detektor	12
2.5	Die Jet-Driftkammer	13
2.6	Der Aufbau eines Sektors der Jet-Driftkammer	14
2.7	Das Crystal-Barrel-Kalorimeter	15
2.8	Modul des Kalorimeters	15
2.9	Die Triggerhierarchie	17
3.1	Rekonstruierte Primärvertizes in der xy -Ebene	26
3.2	z-Koordinate der Primärvertizes	26
3.3	Rekonstruierte sekundäre Vertizes zweier Spuren aus dem Zerfall ${\rm K_S} \to \pi^+\pi^-$	27
3.4	Invariante Masse von Ereignissen mit vier Photonen	28
3.5	Abhängigkeit der invarianten Massen vom Impuls des Zuschauer-Protons	28
3.6	Vergleich der erzeugten mit den rekonstruierten Vertizes des Zerfalls $K_S \to \pi^0 \pi^0$	29
3.7	$\label{eq:construction} \begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$	29
3.8	Invariante $K_{\rm S}\text{-}{\rm Masse}$ vor und nach der Rekalibration	30
3.9	Abhängigkeit der invarianten Masse des K_S vom Anteil des relativen Impulses der Pionen in z-Richtung	31
3.10	Kalibration des Magnetfeldes	32
3.11	Impulskorrektur der geladenen Teilchen	33
3.12	Invariante Massen der Spurpaare	35
3.13	Gesamtimpuls gegen Gesamtenergie der Datensätze	36

3.14	Vertrauensniveau-Verteilung	39
3.15	Grafische Darstellung der angewendeten Schnitte	40
3.16	Impulsverteilung des Zuschauer-Protons	42
3.17	Daten und Akzeptanz für $K_S K^- \pi^0$ \hdots	43
3.18	Daten und Akzeptanz für $K_S K_S \pi^-$	43
3.19	Daten und Akzeptanz für $K_S K^\pm \pi^\mp$	44
3.20	Vergleich der getriggerten Daten mit den Minimum-Bias-Daten	46
3.21	Pull-Verteilung der Daten für $K_S K^- \pi^0$	47
3.22	Pull-Verteilung der Daten für $K_S K_S \pi^-$	48
3.23	Pull-Verteilung der Monte-Carlo-Ereignisse für $K_S K^- \pi^0$	49
3.24	Pull-Verteilung der Monte-Carlo-Ereignisse für $K_S K_S \pi^-$	50
11	Kaskadon dos āp Systems	52
4.1	Definition der kinometischen Verieblen für die Delitz Plot Anelyse	55
4.2	Demittion der Kinematischen Variabien für die Dantz-1 för Anaryse	55
4.3	Winkel und Drehimpulse im Gottfried-Jackson-System	55
4.4	Definitionsmöglichkeiten der Winkel	57
4.5	Die Flatté-Parametrisierung der Resonanz $a_0(980)$	76
4.6	Die (K π)-S-Streu amplitude und Phase des LASS-Experiments $\ . \ . \ . \ .$	77
4.7	Messung der Resonanzen K*(892) und K_2^*(1430) durch das LASS-Experiment	78
4.8	Dalitz-Plots der vorkommenden Resonanzen in $K_S K^- \pi^0$	79
4.9	Dalitz-Plots der vorkommenden Resonanzen in $K_S K_S \pi^-$	80
4.10	Dalitz-Plots der vorkommenden Resonanzen in $K_S K^\pm \pi^\mp$ aus der S-Welle $~$.	81
4.11	Dalitz-Plots der vorkommenden Resonanzen in $K_S K^\pm \pi^\mp$ aus der P-Welle $~$.	82
5.1	Glättung der Detektor-Akzeptanz von $K_S K^- \pi^0$	89
5.2	Glättung der Detektor-Akzeptanz von $K_S K_S \pi^-$	90
5.3	Verteilung der angepaßten Bins bei der Analyse von $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$	93
5.4	Beste Anpassung der Hypothese mit allen Resonanzen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$	104
5.5	An passung der minimalen Hypothese an $K_S K^- \pi^0$	107
5.6	Anpassung der minimalen Hypothese mit weiteren K $\pi\text{-}\mathrm{Resonanzen}$ an K $_{\mathrm{S}}\mathrm{K}^{-}\pi^{0}$	108
5.7	Scan nach Anteilen weiterer KK-Besonanzen	109

5.8	Beste Anpassung der Hypothese mit allen Resonanzen an $K_S K^- \pi^0 \ldots \ldots$	116
5.9	An passung der Hypothese mit $f_0(1710)$ und $f_2(1710)$ an $K_SK_S\pi^-$	121
6.1	Das Nonett der skalaren Mesonen	132
6.2	Schematische Darstellung der Massen der pseudoskalaren Mesonen	138
6.3	Schematische Darstellung der Massen der skalaren Mesonen	138

Tabellenverzeichnis

1.1	Partialbreiten der ρ -Zerfälle unter Annahme der Modelle	5
2.1	Technische Daten der Jet-Driftkammer	14
2.2	Technische Daten des CsI(Tl)–Kalorimeters $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	16
3.1	Benutzte Softwarepakete	21
3.2	Impulsabhängige Korrektur	33
3.3	Schnitte während der Rekonstruktion	37
3.4	Untersuchte Hypothesen der kinematischen Anpassung	38
3.5	Skalierung der Fehler für den kinematischen Fit	39
4.1	Quantenzahlen der erlaubten Anfangszustände für $\bar{\rm pp}$ und für $\bar{\rm pn}$ mit $I=1$.	53
4.2	Zemach-Amplitude und Winkelverteilung für verschiedene Drehimpulskombi- nationen	57
4.3	Einteilung der Mesonen nach Quantenzahlen	61
4.4	Transformationsverhalten der Quarks unter C - und G -Parität $\ldots \ldots \ldots$	64
4.5	Flavorwellenfunktion und Transformationsverhalten der in der Analyse vor- kommenden Mesonen	65
4.6	Projektionsoperatoren der untersuchten Endzustände	72
4.7	Isospin Clebsch-Gordan Koeffizienten für $K_S K^- \pi^0$	73
4.8	Isospin Clebsch-Gordan Koeffizienten für $K_S K_S \pi^-$	73
4.9	Isospin Clebsch-Gordan Koeffizienten für $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$	74
4.10	Drehimpulse der erlaubten Anfangszustände und Resonanzen in $K_S K^- \pi^0$.	75
4.11	Drehimpulse der erlaubten Anfangszustände und Resonanzen in $K_S K_S \pi^-$	75
4.12	Drehimpulse der erlaubten Anfangszustände und Resonanzen in $K_S K^\pm \pi^\mp$	75
5.1	Beschreibung der Akzeptanz	88

5.2	Massen und Breiten der Resonanzen von der PDG	91
5.3	Ergebnisse der Anpassungen an ${\rm K}_{\rm S}{\rm K}^{\pm}\pi^{\mp}$ mit wenigen $\bar{\rm K}{\rm K}\mbox{-}{\rm Resonanzen}$	93
5.4	Ergebnisse der Anpassungen an ${\rm K}_{\rm S}{\rm K}^{\pm}\pi^{\mp}$ mit wenigen $\bar{\rm K}{\rm K}\mbox{-}{\rm Resonanzen}$	94
5.5	Ergebnisse der Anpassungen an ${\rm K}_{\rm S}{\rm K}^{\pm}\pi^{\mp}$ mit wenigen $\bar{\rm K}{\rm K}\mbox{-}{\rm Resonanzen}$	95
5.6	Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit $a_0(1450)$	96
5.7	Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit $a_0(1450)$	97
5.8	Ergebnisse der Anpassungen an ${\rm K}_{\rm S}{\rm K}^{\pm}\pi^{\mp}$ mit allen $\bar{\rm K}{\rm K}\text{-}{\rm Resonanzen}$	99
5.9	Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ -Resonanzen	100
5.10	Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ -Resonanzen	101
5.11	Verzweigungsverhältnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ - Resonanzen	102
5.12	Verzweigungsverhältnisse der Anpassungen an $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ mit allen $\bar{K}K$ -Resonanzen	103
5.13	Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K^- \pi^0$ mit der minimalen Hypothese und weiteren $K\pi$ -Resonanzen	106
5.14	Ergebnisse der Scans von weiteren $\bar{\rm K}{\rm K}{\rm -Resonanzen}$	110
5.15	Ergebnisse der Anpassungen an ${\rm K_SK^-}\pi^0$ mit weiteren $\bar{\rm K}{\rm K}\mbox{-Resonanzen}$	111
5.16	Ergebnisse der Anpassungen an ${\rm K_SK^-}\pi^0$ mit weiteren $\bar{\rm K}{\rm K}\mbox{-Resonanzen}$	112
5.17	Ergebnisse der Anpassungen an ${\rm K_SK^-}\pi^0$ mit freien Massen und Breiten	113
5.18	Ergebnisse der Anpassungen an ${\rm K_SK^-}\pi^0$ mit freien Massen und Breiten	114
5.19	Verzweigungsverhältnisse der Anpassungen an $K_S K^- \pi^0$ mit freien Massen und Breiten	115
5.20	Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K_S \pi^-$ mit den verschiedenen Hypothesen	118
5.21	Ergebnisse der Anpassungen an $K_S K_S \pi^-$ mit den verschiedenen Hypothesen	119
5.22	Verzweigungsverhältnisse der Anpassungen an $K_S K_S \pi^-$ mit den verschiedenen Hypothesen	120
6.1	Vergleich der Massen und Breiten	124
6.2	Vergleich der absoluten Verzweigungsverhältnisse	125
6.3	Experimentelle Ergebnisse der Verzweigungsverhältnisse von ρ -Zerfällen	127
6.4	Partialbreiten der ρ -Zerfälle unter Annahme der Modelle und die experimentellen Ergebnisse	128
6.5	Vergleich der Verhältnisse der Partialbreiten	128
6.6	Partialbreiten des $\rho(1700)$ und die Vorhersage für einen 1^3D_1 -Zustand	129
D.1	Weitere Flavorwellenfunktion nicht in der Analyse vorkommender Mesonen .	158

Literaturverzeichnis

- [1] M. T. Lakata, Dissertation, University Berkeley, 1995 A Dalitz Plot Analysis of $\bar{p}p$ Annihilation at Rest into $K_S K^{\pm} \pi^{\mp}$ and a Measurement of the Branching Ratio of $\omega \to \eta \gamma$
- [2] A. Abele et al., Phys. Rev. **D57** (1998) 3860 Antiproton-proton annihilation at rest into $K_L K^{\pm} \pi^{\mp}$
- [3] C. Amsler, Rev. Mod. Phys., Vol. 70, No. 4 (1998) 1293 Proton-antiproton annihilation and meson spectroscopy with the Crystal Barrel
- [4] S. Godfrey, J. Napolitano, Rev. Mod. Phys. 71 (1999) 1411-1462 Light Meson Spectroscopy
- [5] E. Klempt, PSI Zuoz Summer School:
 'Phenomenology of Gauge Interactions', August 13-19, 2000 (2000) 61-126 Meson spectroscopy: Glueballs, Hybrids and QQ mesons
- [6] S. M. Flatté, Phys. Lett. **B63** (1976) 224 Coupled-channel analysis of the $\eta\pi$ and $\bar{K}K$ systems near $\bar{K}K$ threshold
- [7] R. L. Jaffe, Phys. Rev. **D15** (1977) 267
- [8] J. Weinstein, N. Isgur, Phys. Rev. **D27** (1983) 588
- [9] N. A. Törnqvist, Z.Phys. C68 (1995) 647
- [10] G. Janssen, B.C. Pearce, K. Holinde, J. Speth, Phys. Rev. D52 (1995) 2690
- [11] B. S. Zou, D. V. Bugg, Phys. Rev. **D50** (1994) 591
- [12] M.P. Locher, V.E. Markushin, H.Q. Zheng, Euro. Phys. Jour. C4 (1998) 317
- [13] A. Abele et al., Accepted for publication in Euro. Phys. Jour. C Study of f_0 Decays into Four Neutral Pions
- [14] A. Abele et al., Submitted for publication in Euro. Phys. Jour. C 4π -decays of scalar and vector mesons
- [15] E. Klempt, B. C. Metsch, C. R. Münz, H. R. Petry, Phys. Lett. **B361** (1995) 160

- [16] S. Narison, Nucl. Phys. **B509** 312
- [17] C. Amsler, F. E. Close, Phys. Lett. **B353** (1995) 378, PR D53(1996)295
- [18] W. Lee, D. Weingarten, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 73 (1999) 249-251 Continuum Limit of Scalar Masses and Mixing Energies
- [19] P. Minkowski, W. Ochs, Eur. Phys. J. C9 (1999) 283-312
 Identification of the glueballs and the scalar meson nonet of lowest mass
- [20] J. Z. Bai et al., Phys. Lett. **B472** (2000) 207
- [21] W. Dunnwoodie, Hadron 97 Conf.
- [22] D. E. Groom et al., Euro. Phys. Jour. C15 (2000) 1 Review of Particle Physics
- [23] D. Bugg, Phys. Lett. **B353** (1995) 378
- [24] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B333** (1994) 277 Observation of a new $I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{++})$ resonance at 1450 MeV
- [25] C. Amsler et al., Phys. Lett. **B355** (1995) 425 Coupled channel analysis of antiproton proton annihilation into $\pi^0\pi^0\pi^0$, $\eta\eta\pi^0$ and $\eta\pi^0\pi^0$
- [26] A. Abele et al., Phys. Lett. **B385** (1996) 425 Observation of $f_0(1500)$ decay into $K_L K_L$
- [27] A. Abele et al., Phys. Lett. **B468** (1999) 178 Antiproton-proton annihilation at rest into $K^+K^-\pi^0$
- [28] A. Bertin et al., Phys. Lett. **B434** (1998) 180
- [29] A. Abele et al., Euro. Phys. Jour. C8, (1999) 67 Observation of resonances in the reaction $\bar{p}p \to \pi^0 \eta \eta$ at 1.94 GeV/c
- [30] A. B. Clegg, A. Donnachie, T. Phys. C62 (1994) 155
- [31] T. Barnes, F. E. Close, P. R. Page, E. S. Swason, Phys. Rev. **D55** (1997) 4157
- [32] F. E. Close, P. R. Page, Nucl. Phys. **B443** (1995) 233
- [33] A. Abele et al., Phys. Lett. **B391**, (1997) 191 High-mass ρ -meson states from antiproton-deuterium-annihilation at rest into $\pi^{-}\pi^{0}\pi^{0}p_{spectator}$
- [34] B. Pick, Dissertation in Vorbereitung, Universität Bonn, 2001 Beobachtung von Anregungen des $\rho(770)$ -Mesons im Kanal $\bar{p}d \rightarrow \omega \pi^{-} \pi^{0} p_{spectator}$
- [35] A. Abele et al., Phys. Lett. **B469** (1999) 270-275 The ρ mass, width and line-shape in antiproton-annihilation at rest into $\pi^+\pi^-\pi^0$

- [36] E. Braaten, Yu-Qi Chen, Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 5060 an explanation for the $\rho - -\pi$ puzzle of J/ψ and $\psi^p rime$ decays
- [37] M. Suzuki, Phys. Rev. **D63** (2001) 054021 Possible hadronic excess in $\psi(2S)$ decay and the $\rho - -\pi$ -puzzle
- [38] Bing-Song Zou, Xue-Qian Li, David V. Bugg, Phys. Rev. **D55** (1997) 1421 Posibble explanation of the $\rho - -\pi$ -puzzle in J/ψ , ψ' decays
- [39] S. von Dombrowski, Dissertation, Universität Zürich, 1995 Proton-Antiproton Annihilation at Rest into $\pi^0 K_L K_L$
- [40] Aston et al., Nucl. Phys. **B296** (1988) 493 A study of $K^-\pi^+$ scattering in the reaktion $K^-p \to K^-\pi^+n$ at 11 GeV/c
- [41] E. Aker at al., Crystal Barrel Proposal, CERN/PSCC/85-86, PSCC/P90 (1985)
- [42] C. Regenfus, Dissertation, Universität München, 1997 Beobachtung der Pontecorvo-Reaktionen $\bar{p}d \rightarrow \Lambda K^0$ und $\bar{p}d \rightarrow \Sigma^0 K^0$ mit einem Silizium-Streifen-Detektor als Sekundärvertex-Trigger
- [43] E. Aker et al., Nucl. Instr. Meth. A321 (1992) 69
- [44] C. Straßburger, CB-Note 288 (1992) Event-Generator for $\bar{p}d$ -annihilations
- [45] M. Benayoun, N. Djaosvili, P. Hidas, J. Kisiel, R. Landua, L. Montanet and R. Ouared, CB-Note 280 (1995) Split-off recognition in the data with charged tracks. The TAXI logics
- [46] N. P. Hessey, CB-Note 199 (1992) Split-off recognition with Dolby-C
- [47] M. T. Lakata, CB-Note 285 (1995)
 A new multi-vertex fitter and updated vertex-locator information
- [48] C. Völcker, Dissertation, Universität München, 1997 Untersuchung von $\bar{K}K\pi^0$ -Endzuständen in Proton-Antiproton-Annihilationen
- [49] Carbonell, G. Ihle, J. M. Richard, Z. Phys. A334 (1989) 329
- [50] Bettini, Nuoro Cimento, Vol. LXIII A, N.4 (1969) 1199
- [51] M. Küstner, Diplomarbeit, Universität München, 1993 Die Antiproton-Neutron Annihilation in den Drei-Körperkanal $K_S^0 K^- \pi^0$
- [52] J. D. Jackson, Nuovo Cimento **34** (1964) 1644
- [53] C. J. Batty, Rep. Prog. Phys. **52** (1989) 1165
- [54] G. Reifenröther, Dissertation, Universität Mainz (1989) Leichte antiprotonische Atome

- [55] Bizarri et al., Nucl. Phys. **B69** (1974) 298
- [56] J. Brose, Dissertation, Universität Mainz (1994) Beobachtung einer neuen $J^{PC} = 0^{++}$ -Resonanz in der Antiproton-Proton-Vernichtung in $\pi^0 \pi^0 \pi^0$
- [57] J. Kuhn, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (1993) Untersuchung der Annihilationsreaktionen $\bar{p}D \rightarrow 3\pi^0 + n$ und $\bar{p}D \rightarrow 2\pi^0\eta + n$ in Ruhe mit dem Crystal-Barrel-Detektor
- [58] B. Pick et al., technical report, Universität Bonn (1997)
 PWA⁺⁺ a program for parallel partial wave analysis of multiple 3-body final states
- [59] K. Gottfried, J. D. Jackson, Nuovo Cimento **33** (1964) 309, Phys. Lett **8** (1964) 144
- [60] C. Zemach, Phys. Rev. **B133** (1964) 1201, **B140** (1965) 97, 109
- [61] V. Filippini et al., Phys. Rev. D51 (1995) 2247 Covariant spin tensors in meson spectroscopy
- [62] I. J. R. Aitchison, Nucl. Phys. A189 (1972) 417
- [63] J. M. Blatt, V. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, Wiley, New York (1952)
- [64] F. Halzen, A. D. Martin, Quarks & Leptons: An introductory course in modern particle physics
- [65] R. J. Barlow, Statistics, ISBN 0-471-92295-1 A guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences
- [66] A. Donnachie, Yu. S. Kalashnikova, Z. Phys. C59 (1993) 621 Four quark and hybrid mixing in the light-quark vector sector
- [67] D. Alde et al., (GAMS Collaboration), Z. Phys. C66 (1995) 375
- [68] O. Berber, Proceedings HADRON'97
- [69] T. Barnes, Phys. Lett. **165** (1985) 434
- [70] A. Bohrer, Phys. Rept. 291 (1997) 107
 Inclusive particle production in hadronic decays of the Z boson at LEP I
- [71] M. N. Achasov et al., Phys. Lett. **B485** (2000) 349 $The \ \Phi(1020) \rightarrow \pi^0 \pi^0 \gamma \ decay$
- [72] V. E. Markushin, Eur. Phys. J. A8 (2000) 389 The radiative decay $\Phi \to \gamma \pi \pi$ in a coupled channel model and the structure of $f_0(980)$
- [73] E. Marco, S. Hirenzaki, E. Oset, H. Toki, Phys. Lett. **B470** (1999) 20 Radiative decay of ρ^0 and Φ mesons in a chiral unitary approach

- [74] F. E. Close, N. Isgur and S. Kumano, Nucl. Phys. B389 (1993) 513 Scalar mesons in φ radiative decay: Their implications for spectroscopy and for studies of CP violation at φ factories
- [75] D. Barberis et al., Phys. Lett. **B474** (2000) 423 A study of the $f_0(1370)$, $f_0(1500)$, $f_0(2000)$ and $f_2(1950)$ observed in the centrally produced 4π final states
- [76] W. Dunwoodie, SLAC-PUB-7163, Brookhaven National Laboratory, Aug. 1997, American Institute of Physics, Conference Proceedings n.432. (1997) Proceedings of the Seventh International Conference on Hadron Spectroscopy
- [77] J. Z. Bai et al., Phys. Lett. **B472** (2000) 207 Partial wave analysis of $J/\psi \rightarrow \gamma(\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$
- [78] T. A. Armstrong et al., Phys. Lett. **B307** (1993) 394 Evidence for $\eta\eta$ resonances in anti-proton - proton annihilations at 2950 < \sqrt{s} < $3620 \, MeV$
- [79] F. E. Close, Rep. Prog. Phys. 51 (1988) 833
- [80] J. M. Cornwall, A. Soni, Phys. Lett. **B120** (1983) 431
- [81] G. Bali et al., Phys. Lett. B309 (1993) 378
- [82] J. Sexton et al., Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 4563
- [83] V. A. Novikov et al., Nucl. Phys. B1191 (1981) 301
 S. Narison, Z. Phys. C26 (1984) 209.
- [84] C. Amsler, F. E. Close, Phys. Lett. **B353** (1995) 385
- [85] C. Amsler and F. E. Close, Phys. Rev. **D53** (1996) 295
- [86] W. Lee and D. Weingarten, Phys. Rev. D61 (2000) 014015 Scalar quarkonium masses and mixing with the lightest scalar glueball
- [87] G. t'Hooft, Phys. Rev. 14 (1976) 3432