

**Zustandsklassifikation von nichtlinearen
dynamischen Systemen mit Zellularen
Neuronalen Netzen und mit Untersuchung
des Phasenskalierungsverhaltens**

Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Sascha Alexander Florin

aus

Bonn

Bonn Juni 2004

Anfertigung mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

1. Referent: Priv.-Doz. Dr. K. Lehnertz

2. Referent: Prof. Dr. K. Maier

Tag der Promotion: 12.07.2004

Meinen Eltern gewidmet.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie der Zellularen Neuronalen Netzwerke	5
2.1	Neuronale Netzwerke	5
2.2	Das Zellulare Neuronale Netzwerk	8
2.2.1	Differentialgleichung einer CNN-Zelle im 2D-Netzwerk	11
2.2.2	Differentialgleichung eines allgemeinen CNN	12
2.2.3	Gene eines Standard-CNN	12
2.2.4	Stabilitätskriterium	13
2.3	Parameteranpassung eines CNN	17
2.3.1	Optimierungsverfahren	20
2.3.2	Datenanordnung	21
3	Theorie des Skalenverhaltens fraktaler Signale	23
3.1	Fraktale	23
3.1.1	Fraktale Signale	25
3.2	Skaleninvarianz	26
3.3	Skalierungskoeffizient	27
3.3.1	Leistungs-Spektrum-Analyse	27
3.3.2	Zusammenhang von Fraktale beschreibende Kenngrößen	30
3.4	Bekanntes Skalenverhalten	31
3.4.1	Phase einer Zeitreihe	32
3.4.2	Phaseninformation und die Dynamik eines Systems	34
3.4.3	Rice-Rate $\langle f \rangle$, Phasen-Zeitreihe $P(t)$ und Zero-Zeitreihe $s(t)$	35
4	Das System Gehirn und die Epilepsie	39
4.1	Das System Gehirn und dessen Observablen	39
4.1.1	Neuronale Aktivität	40
4.2	Definition der Epilepsie	41
4.3	Aufnahme eines Elektroencephalogramms (EEG)	41
4.4	Eigenschaften des EEGs	43
5	Zeitreihenklassifikation mit einem CNN	49
5.1	Zeitreihenanalyse mit einem SCNN	49

5.1.1	Normierung der Daten	50
5.1.2	Randbedingungen	50
5.1.3	Sollergebnisse und Vergleichsfehlerdefinition	51
5.1.4	Problem der Zuordnung eines Sollergebnisses	52
5.2	Erkenntnisse von Voruntersuchungen	53
5.3	Studie 1: Klassifikationstraining mit SEEG - Segmenten eines Patienten . . .	54
5.3.1	Trainingsmengen in Studie 1	55
5.3.2	Ergebnisse	56
5.3.3	Bivariate Methode und Ergebnisse (Studie 1A)	58
5.4	Studie 2: Klassifikationstraining mit SEEG - Segmenten mehrerer Patienten und Auswirkungen verschiedener Template-Strukturen.	59
5.4.1	Trainingsmenge Studie 2	60
5.4.2	Ergebnisse	60
5.5	Studie 3: Klassifikation anhand des Vergleichsfehlers	62
5.5.1	Prinzip der Trainings-Klassifikation	63
5.5.2	Ergebnisse	66
5.6	Studie 4: Klassifikationstraining mit angepasster Trainingsmenge	67
5.6.1	Trainingsmenge der Studie 4	68
5.6.2	Ergebnisse	68
6	Skalenverhalten und Dynamik in Zeitreihen	70
6.1	Zerozeitreihe einer Modelldynamik	70
6.2	Zerozeitreihe des SEEG	71
6.3	Erwartungswerte des Skalierungskoeffizienten einer SEEG-Zeitreihe	77
6.4	Skalenverhalten von SEEG-Zeitreihen	78
6.4.1	Zeitliche Zustandsklassifikation	81
6.4.2	Räumliche Zustandsklassifikation: Bestimmung der epileptogenen He- misphäre	83
7	Diskussion	89
8	Zusammenfassung und Ausblick	93
A	SCNN und verwendete Methoden	95
A.1	Simulations-Software eines CNN (SCNN)	95
A.2	Optimierungsverfahren	97
A.2.1	Simplex-Methode	97
A.2.2	Powell-Methode	98
A.2.3	Annealing-Methode	99
A.3	Numerische Lösung einer DGL erster Ordnung	99
A.3.1	Euler-Methode	100
A.3.2	Taylor-Methode	100
A.3.3	Runge-Kutta-Methode	100

B Nichtlineare Dynamik	102
B.1 Fraktale und zufällige Fraktale	102
B.2 Fraktale Dimension	103
B.2.1 Box-Dimensionen	103
B.2.1.1 Kapazitäts-Dimension D_C	104
B.2.1.2 Informations-Dimension D_I	104
B.2.1.3 Korrelations-Dimension D_K	105
B.2.2 Zusammenhang der Dimensionen	106
B.3 Brownsche Bewegung (1-Dimensional)	106
B.4 Fraktionierte Brownsche Bewegung	107
B.5 Hurst-Koeffizient	108
C Zeitreihenanalyse	110
C.1 Nyquist-Frequenz	110
C.2 Autokorrelationsfunktion	111
C.3 Wiener-Khinchin Theorem	111
C.4 Mittlere Phasenkohärenz R	112
Literaturverzeichnis	112
Abkürzungs- und Symbolverzeichnis	121
Danksagung	122
Lebenslauf	123

Kapitel 1

Einleitung

Die Beschreibung von dynamischen Systemen ist eines der Hauptziele der Physik. Dazugehörige Modelle bestehen häufig aus einem Satz von Differentialgleichungen, welche in geeigneter Form zukünftige Verhaltensweisen des Systems beschreiben können. Der erste Schritt zur Findung einer solchen Systembeschreibung ist durch die Klassifikation der Systemzustände gegeben. Der aktuelle Zustand eines Systems beschreibt die vorherrschende Dynamik und erlaubt gegebenenfalls Vorhersagen über die Weiterentwicklung. Ein solches Wissen ist bei einer Vielzahl von Systemen erstrebenswert. So könnten neben Wettervorhersagen z.B. wirtschaftliche Prognosen erstellt werden, aber auch ein steuerndes Eingreifen zur Regulation wäre, je nach System, möglich. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, neue Methoden zur zeitlichen und räumlichen Zustandsklassifikation am System des epileptischen Gehirns zu untersuchen und Aussagen zur Dynamik zu treffen. Zur Beschreibung der Dynamik werden eine Untersuchung des globalen Skalenverhaltens der Zeitreihen und ein Test auf Persistenz in der Dynamik des Systems durchgeführt.

In den letzten Jahrzehnten beschränkten sich Physiker bei einer Systembeschreibung nicht mehr auf rein physikalische Systeme, sondern beschäftigten sich auch mit anderen komplexen Zusammenhängen aus den Bereichen der Biologie, Sozialwissenschaften und der Medizin. Große Herausforderungen sind die exakte Beschreibung von häufig zu beobachteten *nichtlinearen Systemen*, wie z.B. Systeme gekoppelter Oszilatoren mit nichtlinearer Rückstellkraft. Nichtlineare Systeme besitzen oft eine hohe *deterministische Komplexität*, deren notwendige Voraussetzung gerade die Nichtlinearitäten der Dynamik darstellen [Pro88]. Auf Grund der sensitiven Abhängigkeiten von den Anfangsbedingungen zeigen solche Systeme auf langen Zeitskalen praktisch ein nicht vorhersehbares Verhalten. Das wohl bekannteste und eines der interessantesten Systeme dieser Art ist das *Gehirn*. Seit 1874 von Richard Caton erstmals hirnelektrische Aktivität bei Säugetieren registriert wurde und Hans Berger 1929 Potentialschwankungen des menschlichen Gehirns beschrieb, konnten aus elektrophysiologischen Untersuchungen viele Erkenntnisse gezogen werden. Zur Analyse solcher komplexer Systeme und zur Bildung geeigneter Modelle für die zugrunde liegenden Dynamiken sind meist jedoch nur wenige Observablen verfügbar. Die Untersuchung solcher zeitlich voranschreitender Systeme erfolgt durch eine *Zeitreihenanalyse* dieser gemessenen Größen, welche in vielen Gebieten Rückschlüsse auf die in dem System enthaltene, inhärente Dynamik erlaubt.

Die in dieser Arbeit zu klassifizierenden Zustände sind die des *epileptischen Gehirns*, und die daraus erhaltenen Elektroenzephalogramme (*EEG*) sind die zu untersuchenden *Zeitreihen*. Aufgrund der vorliegenden Pathologie werden im Rahmen einer prächirurgischen Epilepsiediagnostik die EEG-Zeitreihen zum Teil direkt innerhalb des Gehirns registriert und erlauben dadurch einen einzigartigen Einblick in dessen Dynamik. Das Ziel der angestrebten Klassifikation von EEG-Zeitreihenabschnitten ist zum einen die zeitliche Trennung des *Zwischenanfallszustandes* von einem vermuteten und mit Hinweisen belegten *Voranfallszustand* [Leh03] sowie die räumliche Trennung des fokalen Areals von non-fokalen Arealen [Ger70]. Dies würde zu neuen Erkenntnissen in der Beschreibung der Dynamik des epileptogenen Prozesses führen und eine Möglichkeit zur Anfallsvorhersage bieten, welche in der Behandlung dieser Pathologie von Nutzen sein könnte.

Eine spezielle Art der Zeitreihenanalyse, welche in dieser Arbeit untersucht wird, bietet ein so genanntes *Neuronales Netzwerk*. Die Bezeichnung folgt aus dem theoretischen Aufbau derartiger Netzwerke, welcher einer Vernetzung der Neuronen (Nervenzellen) im Gehirn nachempfunden ist. Neuronale Netzwerke zeichnen sich durch ein hohes Generalisierungsverhalten und einer relativ hohen Unempfindlichkeit gegenüber Störungen in den zu bearbeitenden Daten aus. Somit erlauben Neuronale Netzwerke auf vielen Gebieten z.B. eine Approximation wichtiger Größen, und sie werden meist verwendet, um Vorgänge zu beschreiben, die analytisch nicht fassbar sind. Die Verwendung eines *Neuronalen Netzwerkes* zur Systembeschreibung bzw. Klassifikation bietet sich durch die Ähnlichkeit zum Gehirn an, denn auch das physiologische Vorbild verarbeitet alle durch bestimmte Rezeptoren der Sinnesorgane empfangenen Sinnesreize bzw. Informationen, indem zunächst eine Zustandsapproximation durchgeführt wird. Ein einfaches Beispiel ist die Klassifizierung der Dynamik eines Fahrzeuges auf einer Straße, welche überquert werden soll. Die räumlichen und zeitlichen Korrelationen der „Observablen“ (Sinnesreize) werden ausgewertet und Einschätzungen bzw. sogar Vorhersagen können getroffen werden.

Ein Nachteil hochgradig vernetzter (und damit theoretisch sehr leistungsfähiger) Netzwerke liegt allerdings in deren Topologie. Die Vernetzung aller Neuronen untereinander ist elektronisch trotz des hohen Standes heutiger Schaltungstechnik (VSLI) nicht realisierbar und mögliche Simulationen sind zum Teil mit einem erheblichen Zeitaufwand verbunden. Seit Chua und Yang [Chu88] Ende der achtziger Jahre des letzten Jahrhunderts die Theorie eines *Zellularen Neuronalen Netzwerkes* (*Cellular Neural Network = CNN*) veröffentlichten, rückte durch die Topologie des CNNs auch eine elektronische Realisierung (CNN-Chip) in greifbare Nähe und die Simulation solcher CNNs bewegte sich ebenfalls in einem sinnvollen zeitlichen Rahmen.

Aufgrund dieser Eigenschaften und wegen des hohen Generalisierungsverhaltens wird in der vorliegenden Arbeit ein *simuliertes CNN* (*SCNN*) als *Klassifikator* einer Zeitreihe getestet. Das Ziel ist es, den *SCNN als Detektor* für bestimmte, (eventuell) noch unbekannt *Eigenschaften der Zeitreihe*, welche einen *Zustand klassifizieren*, zu verwenden.

Häufig ist die relevante, zustandsbeschreibende (intrinsische) Dynamik jedoch von Rauschen und anderen Systemdynamiken überlagert und kann nur schwer identifiziert werden. Eine Lösung ist durch die Berechnung einer *systemsbeschreibenden Kenngröße*, also durch

eine Datenreduktion gegeben, welche die relevante Information hervorheben kann und damit eine Klassifikation vereinfacht. Als weiteres Ziel der Arbeit ergibt sich daraus die Verwendung und Untersuchung einer geeigneten Kenngröße.

Um solche relevanten Signaleigenschaften nichtlinearer Systeme zu extrahieren und zu beschreiben, reichen die *klassischen Analyseverfahren*, wie z.B. die *Frequenzanalyse* alleine nicht aus. Viele in der Natur vorkommende, biologische bzw. physiologische Systeme liefern Zeitreihen, wie z.B. auch die Atmungs- oder Herzrate, welche ein hochkompliziertes irreguläres Verhalten aufweisen und zeigen keineswegs einen periodischen Verlauf. Die Ursache für das hochkomplexe Verhalten solcher Zeitreihen könnte in den *deterministischen Grundeigenschaften* der Prozesse liegen, die in *nichtlinearen Komponenten der intrinsischen Dynamik* des Systems verankert sind. Zur Beschreibung der spezifischen Eigenschaften *nichtlinearer Systeme* wurde die *nichtlineare Zeitreihenanalyse* entwickelt [Kan97].

Wie in vorangegangenen Arbeiten (z.B.: [LeV01]) dargestellt, besitzt das offene dynamische System Gehirn *deterministische, nichtlineare* Eigenschaften. Insgesamt führte das Instrumentarium der nichtlinearen Zeitreihenanalyse bei der Anwendung auf EEG-Zeitreihen zu beschreibenden Kenngrößen der Dynamik des Systems Gehirn mit großen Erfolgen in der Diagnostik, Prophylaxe und Hirnforschung ([Leh03]). Es bleibt jedoch zu beachten, dass ein Gehirn aus einer Vielzahl (etwa 10^{11}) von Neuronen (Nevenzellen) besteht, welche untereinander vernetzt sind, und die Anzahl der Systemfreiheitsgrade übersteigt die Anzahl der pro Zeiteinheit erhaltenen Werte eines EEGs. Aus dieser Kompliziertheit der Systemdynamik wurden die Grenzen der Verfahren nichtlinearer Zeitreihenanalyse aufgezeigt, was zur Motivation der Entwicklung weiterer Methoden führte.

In der vorliegenden Arbeit wird als datenreduzierende Kenngröße der sogenannte *Skalierungskoeffizient* α verwendet, mit dessen Hilfe die *Selbstähnlichkeit*¹ eines Objektes, z.B. der Graph eines EEGs, beschrieben wird. Ein Vorteil, Selbstähnlichkeit in einer Zeitreihe zu identifizieren, liegt in der sich dadurch ergebenden Möglichkeit, komplexe physikalische Systeme auf einfache Grundmuster zurück zu führen, sodass die Dynamik besser zu verstehen ist. Ferner ist der Skalierungskoeffizient α mit Hilfe einer Leistungs-Spektrum-Analyse leicht zu bestimmen. Hinweise auf die Hypothese von einer Skaleninvarianz im dynamischen System Gehirn liegen mit Einschränkungen bereits vor und sind in Untersuchungen über das Skalierungsverhalten in [Wat00], [Lee01] und [Hwa02] zu finden. Diese Untersuchungen des Skalenverhaltens beschränkten sich auf die Amplitudenvariation einer Zeitreihe. Diese wurde ebenfalls in [Ceb03] untersucht, wobei jedoch keine globale Skaleninvarianz der Amplitudenvariation im EEG festgestellt werden konnte. Aus diesem Grunde wird in der vorliegenden Arbeit der Skalierungskoeffizient mit Hilfe einer *Phaseninformation* bestimmt, wodurch es ermöglicht wird, *Langzeitkorrelationen*, welche durch Skaleninvarianz suggeriert werden, in einem *Frequenzverhalten* zu beobachten. Somit werden eventuell neue Erkenntnisse über die deterministische Dynamik des zugrunde liegenden Systems erhalten. Des weiteren gibt der Skalierungskoeffizient Auskunft über die Dynamik eines Systems, indem er *Persistenz* oder *Anti-Persistenz* im Verlauf von Zeitreihen aufzeigt. Eine ange-

¹Es wird von Selbstähnlichkeit (Selbstähnlichkeit) eines Objektes gesprochen, wenn z.B. seine Oberflächenstruktur auf veränderten Maßstäben wiederkehrend zu beobachten ist (vgl.: *Mandelbrotmenge*). In der Natur sind Phänomene der Selbstähnlichkeit häufig zu beobachten, wie z.B. in dem geometrischen Aufbau des Farnblattes.

nommene Anti-Persistenz des untersuchten Systems könnte damit bestätigt werden. Ferner erlaubt die Annahme, dass Persistenz in einem EEG nur kurz vor einem Anfall herrscht, eine Möglichkeit der Anfallsvorhersage durch Identifikation dieser Persistenz.

Das Ziel der Untersuchungen der EEGs mit Hilfe des Skalierungskoeffizienten ist daher eine eventuelle Identifikation eines *globalen Skalenverhaltens* in der *Phaseninformation* des EEGs und die daraus folgende Zuordnung zur Persistenz oder Anti-Persistenz. Ferner soll durch den zeitlichen Verlauf dieser Kenngröße eine eventuelle *Persistenz* im Vorfeld eines Anfalls überprüft werden.

Die vorliegende Dissertation gliedert sich in folgende Abschnitte. In Kapitel 2 werden allgemeine Eigenschaften Neuronaler Netzwerke beschrieben. Zelluläre Neuronale Netzwerke (CNN) und deren Simulation bzw. deren beschreibende Differentialgleichungen werden erläutert. Anschließend wird die Verwendung eines CNN zur Zeitreihenanalyse beschrieben. Kapitel 3 gibt die theoretischen Grundlagen zur Langzeitkorrelation, der Persistenz sowie des *Skalierungskoeffizienten*, welcher die angestrebte Datenreduktion beschreibt. Ferner wird die in dieser Arbeit verwendete Phaseninformation einer Zeitreihe und der Algorithmus zur Berechnung des *Skalierungskoeffizienten* aus dem Phasenverhalten beschrieben. Die Kapitel 2 und 3 beinhalten dabei eine Beschreibung der verwendeten Termini dieser Dissertation. Nach einer kurzen Einführung in das System Gehirn und die Epilepsie (Kapitel 4) sowie in die bekannte Dynamik der Observablen (EEG) werden die durchgeführten Untersuchungen an EEG-Zeitreihen eines epileptischen Gehirns mit Hilfe eines CNN in Kapitel 5 und Untersuchungen des Skalierungsverhaltens in Kapitel 6 beschrieben und in Kapitel 7 diskutiert. Das Kapitel 8 beschließt die Dissertation mit einer Zusammenfassung der durchgeführten Methoden und der erhaltenen Ergebnisse sowie einem Ausblick.

Kapitel 2

Theorie der Zellularen Neuronalen Netzwerke

Die Klassifikation von Zuständen eines nichtlinearen Systems anhand von Observablen-Zeitreihen stellt eine sehr komplexe Aufgabe dar. Zum Einen muss die Annahme gemacht werden, dass die dazu benötigte Information in der Zeitreihe vorhanden ist, zum Anderen wird diese eventuell enthaltene Information von einer unbekanntem Anzahl von anderen (für die Zustandsbestimmung unwichtigen) Dynamiken und von Rauschen überlagert. Der dazu verwendete Klassifikator muss also ein sehr hohes *Generalisierungsverhalten* zeigen und möglichst gering auf *vorhandenes Rauschen* reagieren. Ausserdem muss für Echtzeitberechnungen je nach Klassifikator eine bestimmte *Grundschnelligkeit* (der Klassifikation bzw. Aufgabenverarbeitung) vorliegen.

Ein so genanntes Neuronales Netzwerk (NN) beinhaltet alle verlangten Eigenschaften eines solchen Klassifikators. Im Folgenden wird die dazugehörige Definition und die Motivation zur Verwendung eines bestimmten Neuronalen Netzwerktyps, dem Zellularen Neuronalen Netzwerk (engl.: Cellular Neural Network = CNN), gegeben. Es werden die theoretischen Grundlagen eines CNN und die Arbeitsweise sowie der von einem CNN aufgespannte Parameterraum beschrieben, welcher zur jeweiligen Problemstellung angepasst werden muss.

2.1 Neuronale Netzwerke

Ein Neuronales Netzwerk ist gemäß der Definition an die (prinzipielle) funktionelle Anatomie des menschlichen Gehirns angelehnt. Dieses besteht aus einer Vielzahl von Nervenzellen (Neuronen), die untereinander über die so genannten Dendriten und Axone verbunden sind. Jedes Neuron erhält über die Dendriten Eingangssignale von den Nachbarzellen, während die Ausgabesignale über die Axone an weitere Nachbarzellen geleitet werden (siehe Abbildung 2.1). Die Ein- und Ausgabesignale werden in den Verbindungen der Zellen, den so genannten Synapsen, gewichtet.

Ein *künstliches Neuronales Netzwerk* besteht aus einem Gitter stilisierter Zellen und Synapsen. Die zwei Hauptmerkmale des Aufbaus sind ebenfalls die *Zelle* und deren *Verbindungen* zu benachbarten Zellen. Die *Verbindungen* besitzen, wie deren Vorbilder, eine für

die Informationsverarbeitung essentielle Möglichkeit zur *Gewichtung* der Signale, welche an die verbundenen Zellen weitergeleitet werden.

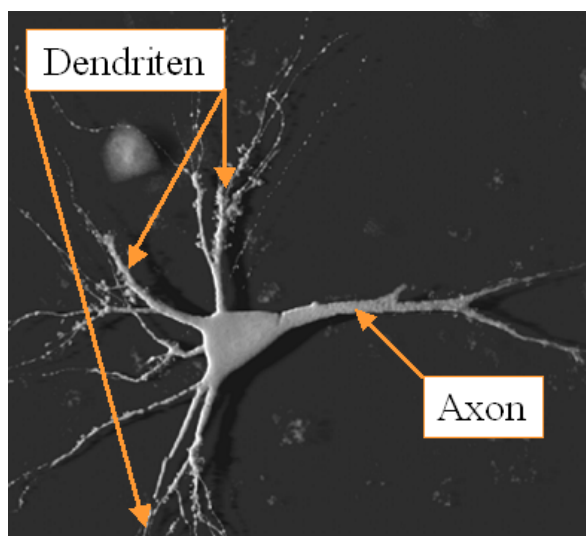


Abbildung 2.1: Isoliertes menschliches Neuron.

Wie auch beim menschlichen Gehirn handelt es sich im Falle eines künstlichen Netzwerks keinesfalls um ein autonomes Gebilde. Es benötigt Kommunikationsmittel, wie Informationseingänge (z.B. von ausserhalb des Netzwerks erhaltene elektrische Eingangssignale) und Ausgabemöglichkeiten (z.B. elektrische Ausgabesignale). Deren Aufbau ist jedoch für die prinzipielle Arbeitsweise bedeutungslos, also vom funktionellen Aufbau zu trennen und wird deshalb hier nicht beschrieben.

Arbeitsweise einer (künstlichen) Nervenzelle

Die Arbeitsweise eines (künstlichen) Neurons ist der eines Diskriminators ähnlich. Die Eingangssignale $e_j(t)$ der Zelle C_i sind mit einem Faktor γ_{ij} gewichtet und werden in der Zelle C_i zu jedem Zeitpunkt t zu einem neuen Signal $s_i(t)$ aufsummiert. Als Eingangssignal dient z.B. das Ausgabesignal $e_j(t)$ der verbundenen Zelle C_j .

$$s_i(t) = \sum_j \gamma_{ij} e_j(t), \quad \gamma_{ij} \in \mathbb{R} \quad (2.1)$$

Überschreitet das Signal $s_i(t)$ eine (von aussen) gesetzte Schwelle (auch *Bias* z_i genannt), so wird die Zelle aktiviert. Die Größe der Aktivität a_i wird dabei durch die so genannte (meist nichtlineare) Aktivierungsfunktion f_{Akt} bestimmt.

$$a_i(t) = f_{Akt}(s_i(t), z_i) \quad (2.2)$$

Die Aktivität a_i wird abschließend nochmals durch eine meist nichtlineare Ausgabe-

funktion¹ f_{Aus} beeinflusst und als Ausgabesignal e_i der Zelle C_i zu einer mit ihr verbundenen Zelle C_k geleitet.

$$e_i(t) = f_{Aus}(a_i(t)) \quad (2.3)$$

Die Zelle C_i dient also als Informationsträger, welcher im einfachsten Fall nur zwei Zustände besitzt (erregt oder nicht erregt). Die Ausgabefunktion ist für die Weiterleitung verantwortlich und γ_{ki} für die Gewichtung des Ausgangsignals und somit für die Auswirkung der vermittelten Erregung auf die verbundene Zelle C_k .

Die *Leistungsfähigkeit* eines Netzwerks wird dabei nicht durch die Komplexität der Zellzustände sondern durch die *Anzahl der Verbindungen* zwischen den Zellen (also der *parallelen Bauweise*) bestimmt. Diese Verbindungen bestimmen auch die Anzahl der Freiheitsgrade in einer zellbeschreibenden Differentialgleichung (DGL), die den Zustand einer Zelle und deren Variationen, welche durch die benachbarten Zellen hervorgerufen werden, beschreibt. (Die DGL für ein spezielles Neuronales Netzwerk ist in Kapitel 2.2 beschrieben.) Nach einer Eingabe der Information in die Zelle und anschließender „Öffnung“ der Verbindungen beeinflussen sich also die benachbarten Zellen gemäß den einzelnen Gewichtungen untereinander. Dieser *dynamische Zustand* bleibt so lange erhalten, bis die in den Verbindungen gewichteten Signale keine weitere Veränderung der Information zur Folge haben und ein stabiler Gleichgewichtszustand erreicht wird (siehe auch Kapitel 2.2.4). Dieser stabile Zellzustand (x_{ij}) entspricht dann dem Ergebnis, welches ausgelesen werden kann.

Allgemeine Netzwerkeigenschaften

Es wird deutlich, dass in einem Neuronalen Netzwerk (NN) keine Rechenoperationen, wie in einem Rechenprozessor stattfinden. Die Ermittlung einer Größe erfolgt in einem NN mit Hilfe einer *Approximation*, welche durch die Gewichtungen bestimmt wird. Der Vorteil eines NNs liegt somit nicht in der Exaktheit des Ergebnisses, sondern in den, im weiteren aufgeführten *besonderen Eigenschaften* eines Netzwerks.

1. Zum einen ist die *Anpassungsfähigkeit* des Systems an verschiedene Problemstellungen zu nennen, die in der Fachliteratur (z.B. [Chu88]) in Anlehnung an die Eigenschaften des menschlichen Gehirns häufig als so genannte *Lernfähigkeit* bezeichnet wird. Zur Lösung einer Aufgabe folgt das NN keinem festen Algorithmus, sondern den Rahmenbedingungen, welche vorher durch die Minimierung einer Kostenfunktion bestimmt werden (siehe Kapitel 2.3). (Diese Verfahrensweise wird auch oft als *Lernen* oder *Training* eines Neuronalen Netzwerkes beschrieben.)
2. Zum anderen ist ein *hohes Generalisierungsverhalten*, welches durch die Arbeitsweise eines NN erhalten wird, und eine *große Toleranz gegenüber verrauschten Eingangsdaten* von grundsätzlichem Vorteil. Additives Rauschen auf den Eingangsdaten hat durch den dynamischen Prozess im NN kaum Einfluss auf das Endergebnis.

¹Die Aktivierungs- sowie Ausgabefunktion können z.B. die Identität, eine Sprungfunktion, eine stückweise lineare oder eine sigmoidale Funktion sein.

3. Des Weiteren erzeugt der Aufbau eine *parallele Informationsverarbeitung*.

Ein Nachteil ist jedoch durch den oft *hohen zeitlichen Aufwand* einer Parameterbestimmung (wie z.B. die Gewichtungen der Zellverbindungen) einer NN-Zelle gegeben, welche zu jeder neuen Problemstellung durchgeführt werden muss.

Bevor genaue Beschreibungen eines Neuronalen Netzwerks und dessen Zellen gegeben werden, wird kurz auf die Topologie eines Netzwerkes und dessen Folgen eingegangen. Es ist leicht ersichtlich, dass die Definition eines NN die unterschiedlichsten Topologien zulässt. Eine sehr bekannte und häufig verwendete Netzwerktopologie liegt im so genannten Hopfield-Netzwerk ([Hop82], [Fen97] und [McE87]) vor. Es besitzt eine gewünschte Anzahl von Zellen, die alle miteinander verbunden sind. Diese globalen Verbindungen V_{Hop} wachsen etwa quadratisch mit der Anzahl der Zellen (N) an. Für unidirektionale Verbindungen gilt:

$$V_{Hop} = N(N - 1) \sim N^2, \quad (2.4)$$

Damit steigert sich zwar die Leistungsfähigkeit des Netzwerks enorm mit der Anzahl der Zellen, aber eine elektronische Realisierung auf einem Chip kann für größere Netzwerke (z.B. $N=1000$) aufgrund der hohen Verbindungsanzahl ausgeschlossen werden. Es wird deutlich, dass nicht jede simulierbare und leistungsfähige Netzwerktopologie auch technisch realisierbar ist. Lediglich Simulationen von Netzwerken, welche (je nach Topologie) sehr zeitaufwendig werden können, sind möglich, aber verhindern die für eine zeitliche Beurteilung eines Systems oft bedeutende *Echtzeitklassifikation*. Um die Möglichkeit einer solchen Klassifikation zu erhalten, muss also auf Kosten der Leistungsfähigkeit die technische Realisierbarkeit gewahrt werden.

2.2 Das Zellulare Neuronale Netzwerk

Eine sinnvolle Netzwerktopologie zur Lösung dieser Problematik wird durch die Verwendung eines Zellularen Neuronalen Netzwerks (CNN) gegeben. Hierbei sind nur die Zellen aus einem bestimmten Nachbarschaftsradius $r \in \mathbb{N}$ miteinander verbunden. Für die Anzahl der unidirektionalen Verbindungen² V_{CNN} gilt mit $r \ll N$:

$$V_{CNN} = 2N(2r + 1)^2 \sim N. \quad (2.5)$$

Mit r kann die Leistungsfähigkeit angepasst werden und die Verbindungsanzahl steigt nur mit der einfachen Anzahl (N) der Zellen, sodass eine technische Realisierung ermöglicht wird und eine Simulation im Gegensatz zu anderen Topologien erleichtert bzw. beschleunigt wird. Für den häufig verwendeten Fall eines zweidimensionalen Netzwerks sind mit einem Nachbarschaftsradius von $r = 1$ jeweils nur direkte Nachbarzellen verbunden, und der technische Aufbau vereinfacht sich zu einem Gitter mit einer zeilen- und spaltenweisen Anordnung der Zellen auf den Kreuzungspunkten (siehe Abb. 2.2). Die folgenden Beschreibungen gelten alle für ein in der Arbeit verwendetes zweidimensionales Netzwerk, sind aber leicht auf einen dreidimensionalen Aufbau erweiterbar.

²Die Selbstkopplungen sind dabei mitgezählt.

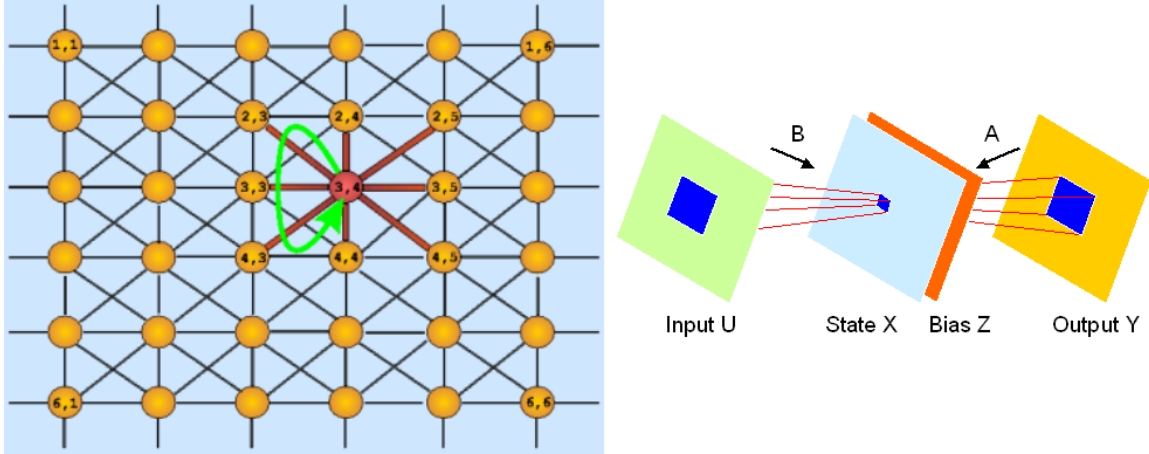


Abbildung 2.2: Links: Aufbau eines zweidimensionalen Zellularen Neuronalen Netzwerks. Zelle 3,4 zeigt die Verhältnisse eines Nachbarschaftsradius von $r = 1$ und der Rückkopplung (grüner Pfeil). Rechts: Ebenen des Zellularen Neuronalen Netzwerks.

Zellulare Neuronale Netzwerke wurden erstmals gegen Ende des letzten Jahrhunderts (1988) von Chua und Yang beschrieben [Chu98]. Eine dazugehörige, allgemeine Definition für ein CNN wurde 1997 von Chua und Roska gegeben.

Definition 2.1 ([Chu98]: CNN) *Ein CNN ist eine räumliche Anordnung von **lokal gekoppelten Zellen**, wobei jede Zelle ein **dynamisches System** darstellt, welches einen **Eingang (Input)**, einen **Ausgang (Output)** und einem **Zustand (State)** besitzt, der sich nach einem vorgeschriebenen dynamischen Gesetz entwickelt.*

Eine einzelne Zelle kann in drei verschiedene Ebenen aufgeteilt werden. Dies sind eine *Eingabe-Ebene (Input U)* aus den Eingangsdaten bestehend, eine *Zustands-Ebene (State X)* sowie einer *Ausgabe-Ebene (Output Y)*, die auf den Zustand rückgekoppelt ist (siehe Abb. 2.2 rechts). Jede Zelle C_{ij} besitzt neben den Variablen des Inputs ($u_{ij} \in \mathbb{R}^u$), des Outputs ($y_{ij} \in \mathbb{R}^y$) und des States ($x_{ij} \in \mathbb{R}^x$) auch den oben erwähnten Schwellwert (auch Bias genannt, $z_{ij} \in \mathbb{R}^z$). Üblicherweise kann aus Gründen der Einfachheit der Bias z_{ij} als konstante, skalare Größe betrachtet werden, wohingegen die anderen Variablen als Funktionen der Zeit t zu sehen sind. Eine schematische Darstellung einer isolierten Zelle (ohne Verbindungen zu anderen Zellen, $r = 0$) ist in Abbildung 2.3 gegeben.

Die von Chua aufgestellte Differentialgleichung zur zeitlichen Beschreibung der Dynamik einer isolierten Zelle verknüpft die oben beschriebenen Größen wie folgt:

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = -x_{ij} + a_{ij}y_{ij} + b_{ij}u_{ij} + z_{ij} \quad (2.6)$$

Die Parameter a_{ij} und b_{ij} sind hierbei die Gewichtungsfaktoren. Die Rückkopplung (Feedback) wird dabei von a_{ij} und die Vorwärtskopplung (Feedforward) durch b_{ij} beschrieben. Die Werte des Zellausgangs sind dabei durch eine Ausgabefunktion $y_{ij} = f(x_{ij})$ gegeben.

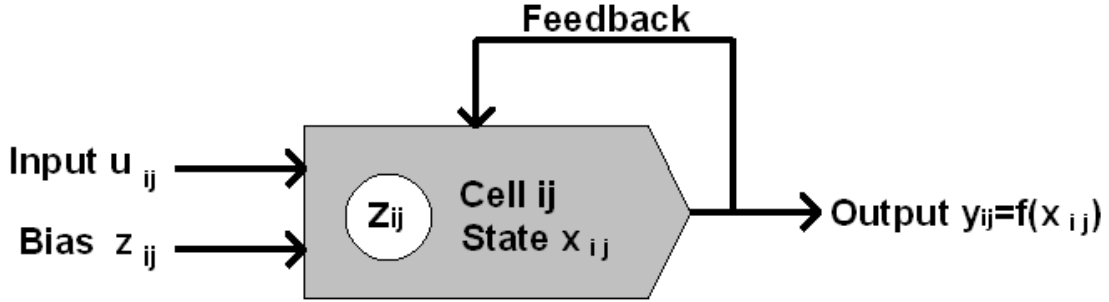


Abbildung 2.3: Informations-Schnittstellen einer isolierten ($r = 0$) Zelle.

Zur Beschreibung einer Zelle im *CNN-Zellverband* mit $r > 0$, müssen im Gegensatz zur isolierten Zelle die Verbindungen zur Nachbarschaft, in Abhängigkeit der Nachbarschaftsgröße $S_{ij}(r)$ (engl.: sphere of influence) berücksichtigt werden.

$$S_{ij}(r) = \{C_{kl} : \max(\|k - i\|, \|l - j\|) \leq r, 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq N\} \quad (2.7)$$

Mit der Nachbarschaftsgröße, mit welcher die Zelle C_{ij} in einem $M \times N$ großem CNN verbunden wird, vergrößert sich also die Anzahl der lokalen Kopplungsparameter a und b in Gleichung 2.6. Der einzelnen Zelle werden lediglich die Ausgänge der Zellnachbarn $f(x_{kl})$ hinzugefügt. In Abbildung 2.4 entspricht dies (neben dem von aussen angelegten Eingang u_{ij}) mehrerer zusätzlicher Eingänge für die benachbarten Zellausgabesignale $y_{kl} = f(x_{kl})$.

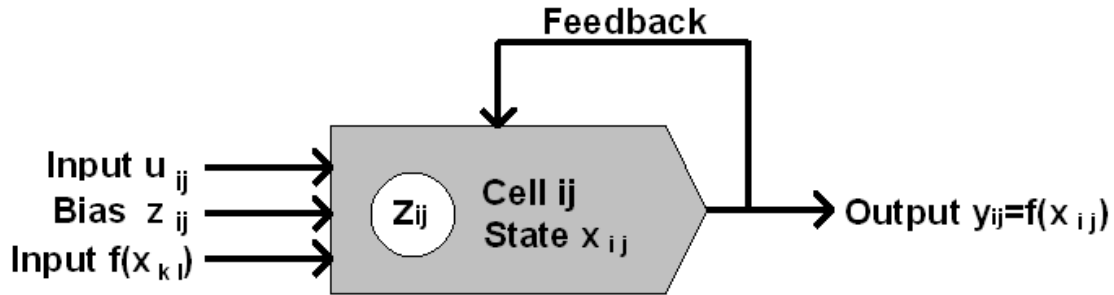


Abbildung 2.4: Informations-Schnittstellen einer Zelle im CNN.

Der Gesamtbeitrag der benachbarten Zellausgänge zur lokalen Kopplung beschreibt sich in der gewichteten Summe $A(y_{ij})$:

$$A(y_{ij}) = \sum_{kl \in S_{ij}} a_{kl} y_{kl} \quad (2.8)$$

Bei einem zweidimensionalen CNN mit einem Nachbarschaftsradius von $r = 1$ ergibt sich $A(y_{ij})$ aus den acht benachbarten Zellen und der Rückkopplung zu einer 3×3 -Matrix. Für den Term der Vorwärtskopplung (Feedforward) $B(u_{ij})$ ergibt sich gleichbedeutendes:

$$B(u_{ij}) = \sum_{kl \in S_{ij}} b_{kl} u_{kl} \quad (2.9)$$

Die Größen A (Feedback) und B (Feedforward) werden wegen der Möglichkeit der Matrixschreibweise auch als Feedback-*Template* A und Feedforward-*Template* B bezeichnet.

2.2.1 Differentialgleichung einer CNN-Zelle im 2D-Netzwerk

Aus den Gleichungen 2.7, 2.8 und 2.9 folgt die *allgemeine Differentialgleichung eines zweidimensionalen CNN*, mit $M \cdot N$ Zellen in M Zeilen und N Spalten ($M \times N$ -CNN).

$$\dot{x}_{ij} = -x_{ij} + z_{ij} + \sum_{kl \in S_{ij}} a_{kl} y_{kl} + \sum_{kl \in S_{ij}} b_{kl} u_{kl} \quad (2.10)$$

Hierbei ist $i = 1, 2, \dots, M$ und $j = 1, 2, \dots, N$ und für die Ausgabefunktion gilt:

$$y_{ij} = f(x_{ij}) \quad (2.11)$$

Im Falle einer elektronischen Realisierung werden die Kapazität K und der Widerstand R einer Zelle als Faktoren eingefügt. Die Differentialgleichung 2.10 geht dann über in:

$$K \dot{x}_{ij} = -\frac{x_{ij}}{R} + z_{ij} + \sum_{kl \in S_{ij}} a_{kl} y_{kl} + \sum_{kl \in S_{ij}} b_{kl} u_{kl} \quad (2.12)$$

Für den sich nach Einschwingen eines CNN einstellenden Endzustand der Zellen sind die Werte von R und K allerdings bedeutungslos. Zur mathematischen Beschreibung können diese Faktoren also auf eins gesetzt werden. Eine ausführlichere Behandlung der Differentialgleichungen ist in [Chu98] zu finden.

Randzellen

Es bleibt zu bemerken, dass so genannte *Randzellen* (z.B. Zelle 1,1 in Abbildung 2.2), deren Nachbarschaft zum Teil außerhalb des $M \times N$ -CNN liegt, keine vollständig definierte DGL besitzen. Zur Bestimmung solcher Nachbarschaftswerte x_{kl} (also der virtuellen Zellzustände x_{kl}) einer Randzelle C_{ij} gibt es verschiedene, definierte *Randbedingungen*. Im Allgemeinen werden den virtuellen Randzellen bestimmte Werte zugeordnet. Drei der bekanntesten Randbedingungen sind hier aufgelistet [Chu98]:

1. **Dirichlet-Randbedingung:** Die virtuellen Randzellen besitzen einen konstanten Zustand. (Häufig werden die virtuellen Randzellen auf den Wert 0 gesetzt.)
2. **Neumann-Randbedingung:** Die virtuellen Randzellen besitzen stets den gleichen Wert wie die Randzellen. Diese Bedingung wird auch „Zero-Flux-Randbedingung“ genannt.
3. **Torusförmige Randbedingung:** Die Reihen werden derart verknüpft, dass sich ein Torus ergibt. Somit existieren keine virtuellen Randzellen.

Die Wahl einer sinnvollen Randbedingungen hängt dabei stark von der Aufgabenstellung des CNN ab.

2.2.2 Differentialgleichung eines allgemeinen CNN

Zur Beschreibung eines allgemeinen, zweidimensionalen $M \times N$ -CNN werden neben der *Zustandsgleichung der isolierten Zelle* auch die *Kopplungsgesetze*, die *Randbedingungen* und die *Anfangsbedingungen* (Zellwerte für den State-Zustand) benötigt. Das komplette System an gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen eines $M \times N$ -CNN wird durch die Kombination der Zelldynamiken und der Kopplungsgesetze in folgender Form erhalten [Chu98]:

$$\dot{x}_{ij} = F(x_{ij}, z_{ij}; \vec{u}_{kl}, \vec{y}_{kl}), \quad kl \in S_{ij}(r) \quad (2.13)$$

Dabei sind \vec{u}_{kl} und \vec{y}_{kl} als Vektoren zu verstehen, deren Komponenten u_{kl} und y_{kl} alle benachbarten Zellen $C_{kl} \in S_{ij}(r)$ beinhalten. Die Ausgabefunktion ist durch

$$y_{ij} = f(x_{ij}) \quad (2.14)$$

gegeben, wobei $i = 1, 2, \dots, M$ und $j = 1, 2, \dots, N$ gilt.

2.2.3 Gene eines Standard-CNN

Zur Beschreibung eines Zustandes einer Zelle und dessen zeitlicher Verlauf in einem zweidimensionalen CNN sind eine Vielzahl von Parametern notwendig. Neben dem Startwert $x_{ij}(t=0)$ und den Eingangsdaten u_{ij} werden, bei der Annahme eines Nachbarschaftsradius³ von $r = 1$, insgesamt 19 weitere Größen benötigt. Sie setzen sich aus den acht benachbarten Ausgängen, dem eigenen, rückgekoppelten Ausgang (*Feedback*: neun Parameter) sowie der acht benachbarten Eingänge, dem eigenen Eingang (*Feedforward*: neun Parameter) und dem Schwellwert z_{ij} (*Threshold*: ein Parameter) zusammen.

Die Aneinanderreihung μ der 19 Parameter z_{ij} , b_{kl} und a_{kl} mit $k, l \in S_{ij}(1)$ wird in [Chu98] als *CNN-Gen* (*genetischer-CNN-Kode*) bezeichnet.

$$\mu = [z, b_{1,1}, b_{1,2}, b_{1,3}, b_{2,1}, \dots, b_{3,3}, a_{1,1}, a_{1,2}, a_{1,3}, a_{2,1}, \dots, a_{3,3}], \quad \mu \in \mathbb{R}^{19} \quad (2.15)$$

Dieser genetische Kode bestimmt die Wirkungsweise einer Zelle. Handelt es sich gar um einen CNN mit translationsinvarianter Schwelle z , translationsinvarianten Templates (A, B) und festgelegten Randbedingungen, so ist durch Angabe dieser 19 Parameter die komplette Wirkungsweise eines CNN auf die Eingangsdaten gegeben. Die Gleichung 2.10 kann dann in eine kompakte Matrixschreibweise umgeformt werden [Chu98]:

$$\dot{X} = F(X; \mu), \quad X \in \mathbb{R}^M \times \mathbb{R}^N, \quad \mu \in \mathbb{R}^{19}. \quad (2.16)$$

Die Größe μ kann dann in der Betrachtungsweise der nichtlinearen Dynamik als Bifurkationsparameter gesehen werden.

³Falls nicht anders erwähnt, wird im folgenden immer von einem Nachbarschaftsradius von $r = 1$ ausgegangen.

Mittlerweile gibt es eine Vielzahl von bekannten Genen μ , die zur Lösung bestimmter Aufgaben mit Hilfe eines CNNs verwendet werden. Viele Anwendungen kommen dabei aus dem Bereich der Bildverarbeitung. Der Grauwert eines Bildpunktes wird dabei in einer Zelle gespeichert. Die Veränderung der Bildpunkte wird durch die gewichteten Verbindungen bewerkstelligt.

Einfache Beispiele⁴ sind Anwendungen wie z.B. ein Diskriminator. Das Gen ist durch $\mu = [-0,5; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 0]$ beschrieben. Dabei werden alle Grauwerte unterhalb einer Schwelle ($z = -0,5$) auf weiß und alle oberhalb dieser Schwelle auf schwarz gesetzt. Ein anderes Beispiel ist durch $\mu = [-0,5; -1; -1; -1; -1; 8; -1; -1; -1; -1; 0; 0; 0; 0; 2; 0; 0; 0; 0; 0]$ gegeben und entspricht einer „Kanten-Extraktion“. Für eine Auflistung, einer Vielzahl von Anwendungen und den dazugehörigen Genen wird auf [Chu98] verwiesen. Neben der Bildverarbeitung sind aber auch Anwendungen aus völlig anderen Bereichen möglich, indem die zu bearbeitende Problematik auf spezielle Bilder, also auf die Datenanordnungen in dem CNN Zellgitter zurückgeführt wird. Bereits 1994 wurde eine Anwendung in einem Roboter präsentiert, wobei die Aufgabe des CNN in der Bestimmung des Weges bestand, dem der Roboter folgen sollte [Kan94].

Universelle Maschine

Logische Grundverknüpfungen wie z.B. „UND“(AND), „ODER“(OR) sowie „NEGATIVIERUNG“(NOT) sind ebenfalls durch einfache Gene gegeben.

$$\mu_{AND} = [-1, 0, 0, 0, 0, 0, +1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, +2, 0, 0, 0, 0] \quad (2.17)$$

$$\mu_{OR} = [+1, 0, 0, 0, 0, 0, +1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, +2, 0, 0, 0, 0] \quad (2.18)$$

$$\mu_{NOT} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, -2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, +1, 0, 0, 0, 0] \quad (2.19)$$

Mit deren Hilfe und einer Erweiterung des CNN um einen Speicher für Programme, welche aus einer Abfolge von Templatesätzen bestehen, wird aus einem solchen *zellularen Automaten* eine *Universelle Maschine*, welche z.B. mit nur drei Genen eine Game-of-Life-Simulation durchführen kann [Chu98]. Ein CNN ist also durch eine Abfolge von Genen als *Universelle (Turing) Maschine* zu verstehen. (Ein so modifiziertes CNN wird auch als CNUM bezeichnet.) Ein CNN ist also *allgemein einsetzbar* und auch für eine *Zustandsklassifikation* zu verwenden.

Durch den parallelen Aufbau und der daraus resultierenden Geschwindigkeit ist ein CNN somit in allen Bereichen mit erwünschter Echtzeitberechnung von Interesse und großem Vorteil. (Es bleibt jedoch zu bedenken, dass ein CNN jede Berechnung approximiert und nicht auf die Exaktheit des Ergebnisses ausgelegt ist.)

2.2.4 Stabilitätskriterium

Zum Erhalt und zur Auslese eines eindeutigen Ergebnisses müssen die Zustände aller Zellen eines CNN ein Gleichgewicht erreicht haben. Aus den Gleichungen 2.13 und 2.14 ist

⁴Hierbei gilt jeweils die Dirichlet-Randbedingung. Die virtuellen Randzellen sind dabei auf den konstanten Wert von Null gesetzt.

ersichtlich, dass das dynamische System CNN nicht zwingend auf einen solchen stabilen Zustand hinstrebt. Um Aussagen über das Verhalten eines Zellzustandes x_{ij} zu treffen, wird zunächst ein so genanntes *Standard-CNN* definiert.

Definition 2.2 ([Chu98]: Standard-CNN) Die Gleichungen 2.10 und 2.11 beschreiben ein Standard-CNN.

In [Chu98] findet sich ein Kriterium zum Vorhandensein eines beschränkten Zellzustandes x_{ij} in folgender Form:

Theorem 2.1 (Zustands-Beschränkungs-Kriterium) Falls die Ausgabefunktion y_{ij} bzw. $f(x_{ij})$ stetig und beschränkt ist, dann ist jeder Zustand x_{ij} jeder Zelle eines Standard-CNN für alle beschränkten Schwellen z_{ij} und beschränkten Eingangswerten u_{ij} bestimmt.

Des Weiteren liefert [Chu98] ein komplettes Stabilitätskriterium für ein stabiles Ergebnis bzw. einen stabilen Zustand des CNN :

Theorem 2.2 (Zustands-Stabilitäts-Kriterium) Alle Trajektorien eines Standard-CNN (durch Gleichung 2.13 und 2.14 definiert) mit konstanter Schwelle z_{ij} , konstanten Eingangswerten u_{ij} und einer beliebigen Nachbarschaftsgröße konvergieren zu einem Gleichgewichtszustand, welcher im Allgemeinen von den Anfangbedingungen abhängig ist, falls die folgenden drei Hypothesen gelten:

1. Das Rückkopplungs-Template A ist sternsymmetrisch (um das Zentrumselement).
2. Die skalare Ausgabefunktion $f(\circ)$ ist mit positiver Steigung differenzierbar und ist vorherbestimmt.
3. Die Gleichgewichtspunkte sind isoliert.

Für einen Beweis der hier aufgeführten Theoreme sei auf [Chu98] verwiesen.

Es ist zu bemerken, dass das Zustands-Stabilitäts-Kriterium für einen stabilen Zustand keine notwendige Bedingung darstellt. Es existieren z.B. Gene mit einem unsymmetrischen Rückkopplungs-Template A , welche trotzdem einen stabilen Zustand im CNN erlauben [Chu98].

Bistabilitätskriterium

Zur weiteren Anlehnung des CNN an die Funktionsweise des Gehirns gehört ferner ein bistabiler Zustand einer Zelle. Dieser entspricht in einem Neuron entweder dem „Ruhezustand“ oder dem „Aktivitätszustand“. Diese Eigenschaft wird durch die richtige Wahl der Ausgabefunktion $f(\circ)$ erreicht, welche zum einen Theorem 2.1 genügt und zum anderen zwei stabile Regionen besitzt, wie z.B. die stückweise lineare Funktion 2.20. Diese wird im Folgenden ohne weitere Hinweise immer verwendet.

$$f(x_{ij}) = \frac{1}{2}(|x_{ij} + 1| - |x_{ij} - 1|) \quad (2.20)$$

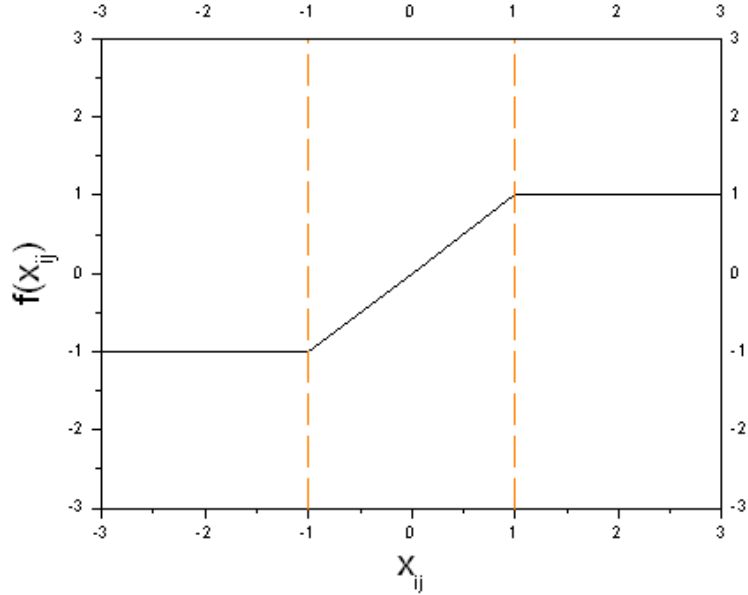


Abbildung 2.5: Stückweise lineare Ausgabefunktion $f(x_{ij})$.

Die Bistabilität ist also erreicht, wenn jede Trajektorie einer Zelle gegen einen Gleichgewichtszustand konvergiert, das heißt, dass mindestens $|x_{ij}| \geq 1$ gilt.

Nach Gleichung 2.10 gilt⁵ für eine Zelle [Chu98]:

$$\dot{x}_{ij} = g(x_{ij}) + \omega_{ij} \quad (2.21)$$

mit dem Term $g(x_{ij})$, welcher die Rückkopplung a_{ij} beinhaltet:

$$g(x_{ij}) = -x_{ij} + a_{ij}f(x_{ij}) = \begin{cases} -x_{ij} + a_{ij}, & x_{ij} \geq 1 \\ (a_{ij} - 1)x_{ij}, & |x_{ij}| < 1 \\ -x_{ij} - a_{ij}, & x_{ij} \leq -1 \end{cases} \quad (2.22)$$

sowie dem Term mit den restlichen Kopplungen:

$$\omega_{ij} = z_{ij} + \sum_{\substack{kl \in S_{ij} \\ kl \neq ij}} a_{kl}f(x_{kl}) + \sum_{kl \in S_{ij}} b_{kl}u_{kl} \quad (2.23)$$

Im Gleichgewichtszustand von x_{ij} einer Zelle C_{ij} entspricht der Term ω_{ij} lediglich einer Konstanten. Zum besseren Verständnis des bistabilen Zustandes werden im Folgenden zwei Variationen von ω_{ij} beschrieben.

Wird zunächst der Fall $\omega_{ij} = 0$ mit beliebigen Anfangsbedingungen betrachtet, so ist dies gleichzusetzen mit einer isolierten Zelle ($r = 0$) ohne Eingangssignal ($u_{ij} = 0$). Lediglich der Anfangszustand (State) $x_{ij}(t = 0)$ und die Rückkopplung bestimmen den weiteren Zustand

⁵Im Allgemeinen besteht die Gleichung 2.21 aus einem System von $M \times N$ gekoppelten, nichtlinearen Differentialgleichungen.

der Zelle. Die Gleichung 2.22 beschreibt somit einen Verlauf mit ungerader Symmetrie, bestehend aus drei Segmenten (Abbildung 2.6). Es ist eine stückweise lineare Kurve, deren inneres Segment ($|x_{ij}| < 1$) durch den Ursprung verläuft und eine Steigung von $a_{ij} - 1$ besitzt. Die äußeren Segmente ($|x_{ij}| \geq 1$) besitzen dagegen eine Steigung von -1. In einem negativen Bereich von $g(x_{ij})$ ist die Ableitung \dot{x}_{ij} des Zustands x_{ij} ebenfalls negativ und die Werte des Zustandes x_{ij} streben zu kleineren Bereichen hin (in der Abbildung also nach links). Ist umgekehrt $g(x_{ij})$ im positiven Bereich, so ist auch die Ableitung des Zustands \dot{x}_{ij} positiv und der Zustandswert x_{ij} strebt zu größeren Werten (in der Abbildung also nach rechts).

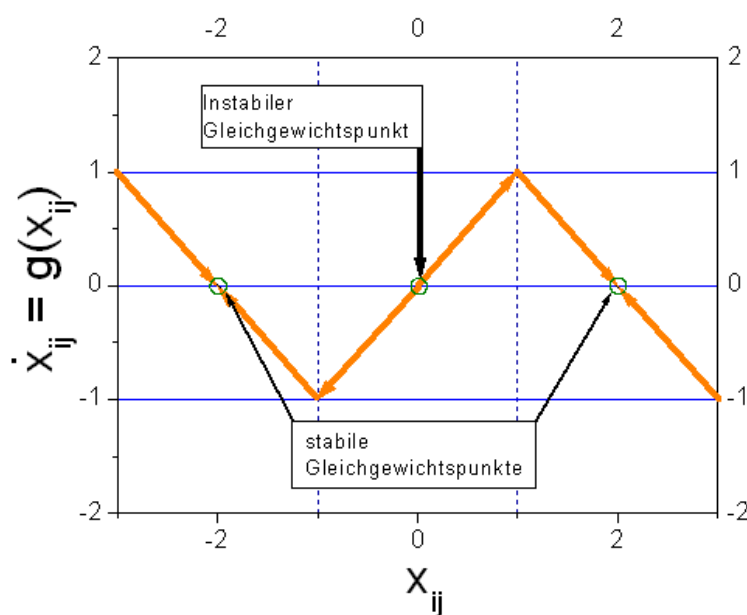


Abbildung 2.6: Dynamischer Verlauf einer isolierten ($\omega_{ij} = 0$) Zelle C_{ij} .

Es ergeben sich also ein instabiler Gleichgewichtspunkt im Ursprung und zwei stabile Gleichgewichtspunkte, welche dabei den Wert $|x_{ij}| = a_{ij}$ der Rückkopplung der Zelle C_{ij} besitzen.

In dem Fall von $\omega_{ij} \neq 0$ mit beliebigen Anfangsbedingungen wird eine Zelle mit Kopplung an die Nachbarzellen ($r > 0$) betrachtet. Der Term ω_{ij} wird dabei auch als „offset level“ bezeichnet, da er lediglich eine vertikale Verschiebung⁶ der (in der Abbildung 2.6) dargestellten Funktion $\dot{x}_{ij} = g(x_{ij})$ zur Folge hat. In dem Bereich $-a_{ij} < \omega_{ij} < 0$ und $0 < \omega_{ij} < a_{ij}$ bleiben zwei stabile Zustände vorhanden. Gilt jedoch $\omega_{ij} > a_{ij}$ oder $\omega_{ij} < -a_{ij}$, so existiert nur noch ein stabiler Zustand x_{ij} der Zelle. Es ist leicht ersichtlich, dass ein Gleichgewichtspunkt immer kleiner als $x_{ij} = -1$ oder größer als $x_{ij} = +1$

⁶Dies gilt im Allgemeinen nur, wenn das Gleichgewicht erreicht ist. Ansonsten ist die Verschiebung zeitlich nicht konstant. Der Term ω_{ij} ist bei konstanter Schwelle z und konstantem Eingang u_{ij} zeitlich variierend, falls $a_{kl} \neq 0$ und $kl \neq ij$ gilt.

ist. Für den Zellausgang y_{ij} folgt mit der stückweisen linearen Funktion⁷ immer $y_{ij} = 1$ oder $y_{ij} = -1$ (siehe auch Abbildung 2.5). Es gilt das folgende Theorem für ein bistabiles Gleichgewicht⁸:

Theorem 2.3 (bistabiles Gleichgewicht [Chu98]) *Die Ausgabe y_{ij} jeder Zelle, definiert durch die Gleichungen 2.10 und 2.11, an jedem stabilen Gleichgewichtspunkt eines komplett stabilen Standard-CNN ist entweder gleich 1 oder -1, falls das Zentralelement des A-Templates (a_{ij}) größer eins ist ($a_{ij} > 1$).*

Aus diesen Überlegungen wird auch verständlich, weshalb eine Rückkopplung a_{ij} der Zelle auf sich selber benötigt wird. Es bleibt zu bemerken, dass $x_{ij}(t)$ im Allgemeinen bis $t \rightarrow \infty$ variiert. Der Sättigungsbereich der Ausgabefunktion ist jedoch viel früher erreicht. Die Zellzustände x_{ij} befinden sich dann nahe den Gleichgewichtspunkten und unterliegen nur noch geringen, vernachlässigbaren Schwankungen, so dass die Zustände als Ergebnisse ausgelesen werden können.

2.3 Parameteranpassung eines CNN

Die *Hauptaufgabe* bei der Nutzung eines CNN für das jeweilig vorhandene Problem ist durch das Finden des dazugehörigen genetischen Kodes μ (also des Skalars z und der Templates B und A) gegeben und stellt zudem das größte Problem dar. Eine analytische Bestimmung des Gens μ ist durch die Komplexität des Systems von gekoppelten Differentialgleichungen nicht möglich. Aus diesem Grunde muss μ durch Minimierung einer *Kostenfunktion* $f_K(\circ)$ approximiert werden. Die Kostenfunktion beschreibt dabei die Abweichung (z.B. prozentual) zwischen dem vom CNN approximierten Ergebnis und dem Erwartungswert der gestellten Aufgabe. Neben der Abhängigkeit der Kostenfunktion $f_K(\circ)$ von dem Gen μ sind auch die Randbedingungen Rb und Startwerte der Zellen $x_{ij}(t=0)$ zu beachten. Es gilt:

$$f_K(\circ) = f_K(\mu, Rb, x_{00}(t=0), \dots, x_{MN}(t=0)) \quad (2.24)$$

Die Kostenfunktion wird durch die jeweilige Aufgabenstellung und durch die verwendete CNN-Struktur, also M und N bestimmt. Da f_K jedoch unbekannt bleibt, kann lediglich eine geschickte Abtastung der Werte vorgenommen werden. Diese Minima-Suche wird mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens unter Parametervariation von $f_K(\circ)$ durchgeführt (siehe Anhang A.2) und wird im folgenden auch als „Training“ eines CNN oder *Trainingsverfahren* bezeichnet.

Minimierung der Kostenfunktion

Zur Durchführung einer Optimierung ist eine so genannte *Trainingsmenge* erforderlich, welche aus Beispielen der zu trainierenden Aufgabe besteht. Die jeweils zusammengehörigen

⁷Dies gilt auch für leicht veränderte Funktionen, denn z.B. eine sigmoidale Funktion mit $f(x_{ij} > 1) = 1$ und $f(x_{ij} < 1) = -1$ erfüllt ebenfalls die Bedingung.

⁸Eine mathematische Beweisführung ist in [Chu98] zu finden.

Eingangsdaten (u_{ij}), Startwerte ($x_{ij}(t = 0)$) und Sollergebnisse ($x_{Soll,ij}$) eines Beispiels werden zu einem so genannten *Datenset* zusammengefasst. Diese Eingangsdaten und Startwerte bestehen aus $M \cdot N$ Werten, welche in die *Eingabe-* (Input U) und *Zustands-Ebene* (State X) auf die einzelnen Zellen des $M \times N$ -CNN in bestimmter Reihenfolge verteilt werden. (Die Anordnung der Datenpunkte auf der CNN-Zellmatrix kann unterschiedliche Formen annehmen. Je nach Aufgabe ergeben sich sinnvolle Anordnungen (siehe auch Kapitel 2.3.2).)

Im einfachsten Fall besteht die Trainingsmenge aus einem einzigen Beispiel, also einem Datenset von Eingangsdaten, Startwerten und einem Sollergebnis. Zu Beginn des Trainingsverfahrens (Optimierungsverfahren) wird das - im ersten Schritt meist zufällig gewichtete - Gen μ aktiv und beeinflusst die Zellzustände. Die Werte der *Zustands-Ebene* x_{ij} werden dann durch das Trainingsverfahren mit den Sollergebniswerten $x_{Soll,ij}$ verglichen. Die Abweichung wird dabei durch den so genannten *Vergleichsfehler* (VF; z.B. prozentuale Abweichung oder mittlerer quadratischer Fehler) beschrieben. Liegt eine Abweichung der CNN-Approximation x_{ij} zum Sollergebnis $x_{Soll,ij}$ vor, was zu Beginn des Trainings sehr wahrscheinlich ist, so werden die Gewichtungen durch das *Trainingsverfahren* verändert und der Vorgang wiederholt. Die Iteration in Bezug auf ein Training wird auch als *Trainings-schritt* bezeichnet. Die Optimierung der Parameter wird bei Erreichen eines genügend kleinen Vergleichsfehlers⁹ beendet. Die in der letzten Iteration verwendeten Gewichtungen (der Skalar z sowie die Templates B und A) erfüllen dann - approximiert - die „trainierte“ Aufgabe und bilden somit das gesuchte Gen μ . In Abbildung 2.7 ist dieser Vorgang schematisch dargestellt.

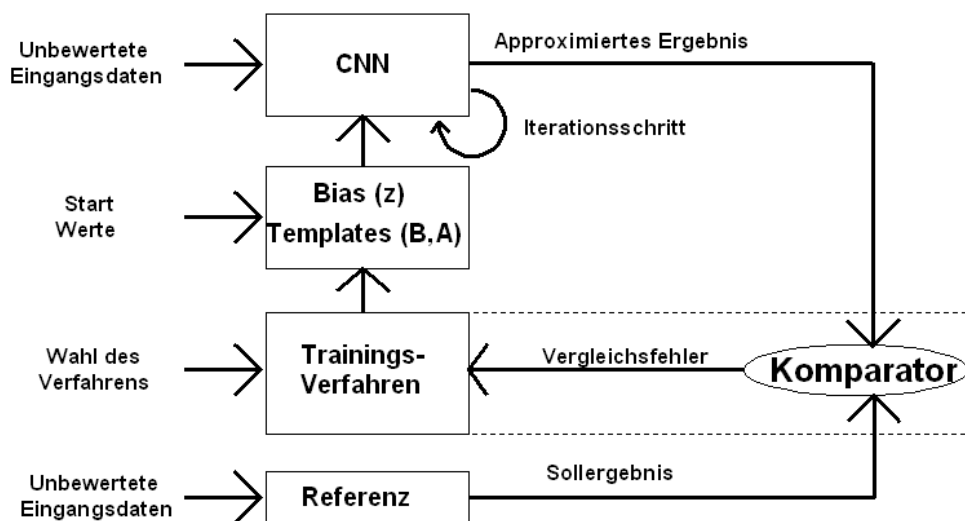


Abbildung 2.7: Schematische Darstellung eines Trainings zur Bestimmung eines CNN-Gens.

Eine zu beachtende Problematik liegt in der Beurteilung eines approximierten Gens, da es sich bei der Optimierung um ein *inverses Problem* handelt und eine analytische Bestimmung der Funktionsweise eines Gens nicht möglich ist. Es muss also auf einen empirischen

⁹Der erwünschte Vergleichsfehlerwert ist frei wählbar und kann auch Null betragen.

Test zurückgegriffen werden, indem die Allgemeinheit des Gens μ - für die jeweilig trainierte Aufgabe - überprüft wird.

Hierzu wird eine so genannte *Testmenge* verwendet, welche aus Datensets besteht, die nicht im Training verwendet wurden, jedoch den gleichen Aufgabentyp beschreiben. Zum Test wird das gewonnene Gen μ , die Eingangsdaten u_{ij} und Startwerte $x_{ij}(t = 0)$ eines Datensets auf der Testmenge, in das CNN geladen und die Approximation gestartet. Nach Erreichen eines Gleichgewichtszustandes einer jeden Zelle wird das Ergebnis ausgelesen und bewertet, indem es mit den Sollwerten des Datensets verglichen wird. Dies wird mit allen Datensets der Testmenge durchgeführt und erlaubt somit statistische Aussagen.

In der obigen Trainingsbeschreibung bestand die Trainingsmenge aus einem einzigen Datenset, was einem einzigen Beispiel der zu trainierenden Aufgabe entspricht. Es ist jedoch mit hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen, ein allgemein gültiges Gen μ durch ein Training anhand eines einzigen Datensets zu erhalten. Das somit erhaltene Gen würde im Test mit nicht bekannten Eingangsdaten (höchstwahrscheinlich) versagen, da es eine so genannten *Überanpassung* für das verwendete Beispiel erfahren hat.

Deshalb wird zum Erhalt von allgemein gültigen Genen eine Trainingsmenge verwendet, welche aus mehreren Datensets besteht. Eine Optimierung der CNN-Parameter unter Verwendung solcher Trainingsmengen wird als *Epochenweise Minimierung der Kostenfunktion* oder *epochenweises Training* bezeichnet.

Epochenweise Minimierung der Kostenfunktion (Epochenweises Training)

Der Unterschied zum obigen Trainingsverfahren besteht darin, dass erst nach Verwendung aller Datensets aus der Trainingsmenge eine Veränderung des Skalars z und der Gewichtungen B und A vorgenommen wird und eine weitere Iteration beginnt.

Jedes einzelne Datenset erzeugt einen Vergleichsfehler zwischen CNN-Ergebnis und Sollergebnis. Die Einzel-Vergleichsfehler können z.B. gemittelt und als Gesamt-Vergleichsfehler (GVF) bezeichnet werden. GVF beeinflusst daraufhin durch das Trainingsverfahren den Skalar z und die Templates B und A und ein neuer Trainingsschritt beginnt (siehe Abbildung 2.8).

Es bleibt zu beachten, dass durch dieses Verfahren die Gewinnung von allgemeinen CNN-Genen zwar wahrscheinlicher, jedoch nicht gewährleistet ist. Nach einer erfolgreichen Optimierung des Gens μ stellt sich weiterhin die Frage, ob eine *Überanpassung* stattgefunden hat. In diesem Fall sind die erhaltenen Templates B , A und der Skalar z nur für die Trainingsmenge gültig. Dies kann eventuell an der Auswahl der Datensets in der Trainingsmenge liegen, welche einen bedeutenden Einfluss auf den Erfolg eines Trainings haben. Erfüllt das Ergebnis also nicht die allgemeinen Anforderungen, muss das Training mit einer eventuell neuen Trainingsmenge wiederholt werden. Dabei ist darauf zu achten, dass in einer Trainingsmenge alle Eventualitäten (passend zur gestellten Aufgabe) in der Trainingsmenge mindestens einmal vorhanden sein sollten, um die Allgemeinheit der Aufgabenstellung zu wahren. Ohne weitere Erwähnung wird aufgrund der Vorteile in den durchgeführten Optimierungen jeweils das epochenweise Training verwendet, wobei nur die Trainingsmengen bzw. die enthaltenen Datensets variiert und ausgetauscht werden.

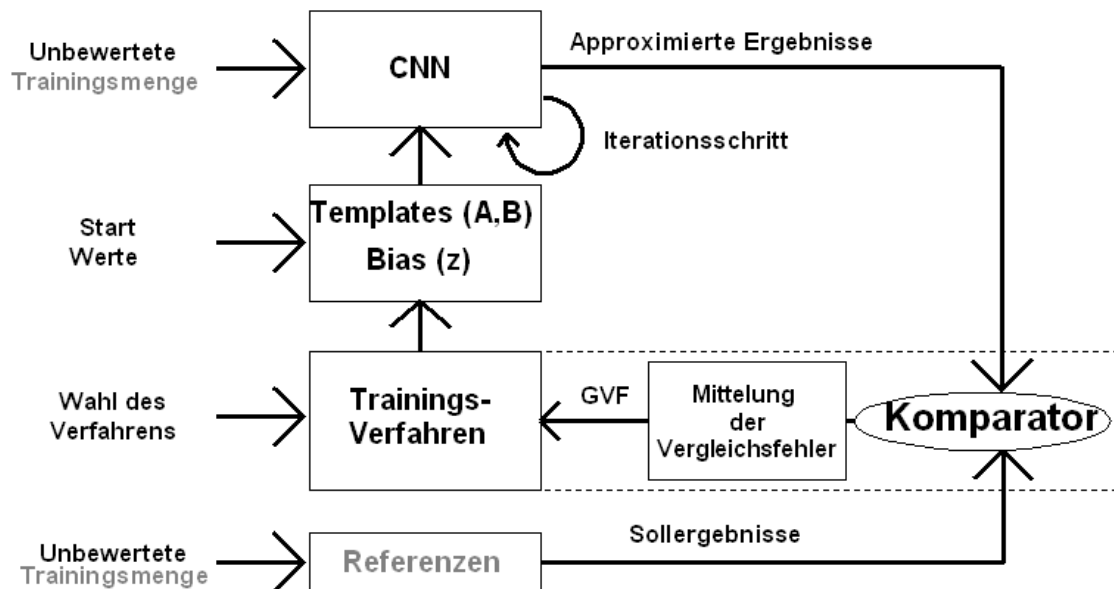


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung des epochenweisen Trainings zur Bestimmung eines allgemeinen CNN-Gens.

Neben einer richtig gewählten Trainingsmenge gibt es weitere Faktoren, die den Erfolg eines Trainings entscheidend beeinflussen können, wie z.B. der Vergleichsfehler.

Wahl des Vergleichsfehlers

Die Wahl des *Vergleichsfehlers* von CNN-Ergebnis und Sollergebnis ist im Training von großer Bedeutung. Die meisten Fehler vergleichen die Ergebnisse zellunabhängig, wie z.B. der prozentuale Fehler, welcher die kompletten Zellmengen vergleicht. Für bestimmte Aufgaben ist es jedoch von Wichtigkeit zu wissen, welche Zellen in einer CNN-Matrix Abweichungen zum Sollergebnis besitzen.

Ausserdem kann die Wahl der Verknüpfung der einzelnen Fehler eines Datensets zum *Gesamt-Vergleichsfehler* der Testmenge indirekten Einfluss auf den Trainingsverlauf haben. (Wird z.B. ein arithmetisches Mittel als Verknüpfung verwendet, können sich Abweichungen der (Datenset-) Vergleichsfehler unterschiedlicher Richtung aufheben und der Gesamt-Vergleichsfehler erscheint ohne erfolgreiche Gen-Anpassung minimiert.)

2.3.1 Optimierungsverfahren

Das Ziel eines Trainingsverfahren ist es, nach minimaler Anzahl von Iterationen ein allgemeingültiges Gen bzw. den Skalar z und die Templates B und A für eine durchzuführende Aufgabe zu bestimmen. Nach Festlegung der Rahmenbedingungen, wie virtuelle Randzellenbelegung, bleibt ein von den Templates (A und B) und dem Bias (z) aufgespannter Parameterraum, welcher ein (Vergleichs-) Fehlergebirge beschreibt, indem das *globale Mi-*

nimum gefunden werden muss.

Als Trainingsmethoden wurden bekannte Optimierungsverfahren wie z.B. die *Simplex*-, *Powell*- und *Simulated Annealing-Methode* verwendet ([Puf95], [Nel65], [Fle63], [Pow64], [Kir83] und [Pre92]). Eine genaue Beschreibung dieser Trainingsmethoden ist in Anhang A.2 zu finden.

Es bleibt jedoch zu beachten, dass wegen der nicht möglichen Berechnung der Gewichungen (inverses Problem) nie gesagt werden kann, ob ein einzelnes Gen existiert, welches die gestellte Aufgabe löst. Die Wahrscheinlichkeit eines erfolgreichen Trainings, also des Erreichens eines globalen Minimums im Vergleichsfehlergebirge mit $GVF \approx 0$, wächst allerdings mit der Anzahl der Iterationen. Da jedoch die benötigte Anzahl nicht bestimmt werden kann, wird das Optimierungsverfahren nach einer festen, frei gewählten Anzahl von Iterationen abgebrochen und ausgewertet. (Falls vorher $GVF \approx 0$ erhalten wird, gilt dies ebenfalls als Abbruchbedingung für das Trainingsverfahren.)

2.3.2 Datenanordnung

Die Daten, die mit Hilfe eines CNNs bearbeitet werden sollen, können innerhalb einer CNN-Zellmatrix beliebig angeordnet werden. Je nach Aufgabenbereich ergeben sich unterschiedlich sinnvolle Anordnungen. Wegen der Vielzahl der Möglichkeiten wird an dieser Stelle lediglich die Beschreibung einer Datenanordnung, welche zur *Zeitreihenanalyse* genutzt wird, gegeben. Weiter wird von 4096 CNN-Zellen in einer 64×64 -Matrix ausgegangen. Bei dieser hier verwendeten Matrixgröße gibt es verschiedene Möglichkeiten, von denen drei als Beispiel in einem 4×4 -CNN dargestellt sind (siehe Abb. 2.9).

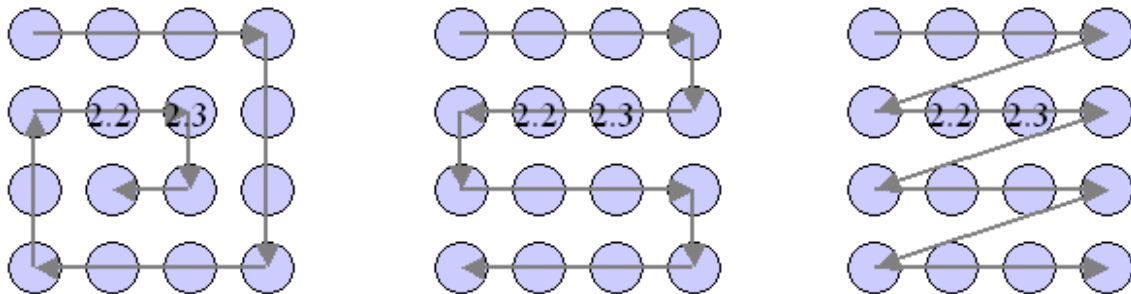


Abbildung 2.9: Spiralförmige, schlangenartige und zeilenweise Einlese in einen 4×4 -CNN.

Bei der Verwendung einer 3×3 Templategröße - welche hier ebenfalls verwendet wurde - besitzen die Zellen (je nach Datenanordnung) nicht die gleiche zeitliche Nachbarschaft in Bezug auf den zelleigenen Zeitpunkt. Wird z.B. die Zelle 2,2 in Abbildung 2.9 und die durch eine 3×3 -Template verbundene Nachbarschaft (Nachbar-Zellen: 1,1; 1,2; 1,3; 2,1; 2,3; 3,1; 3,2; 3,3) betrachtet, so sind obige Nachbarn (Zellen: 1,1; 1,2; 1,3) in allen Datenanordnungen zeitlich aufeinanderfolgend. In der spiralförmigen Datenanordnung sind die unteren Nachbarn (Zellen: 3,1; 3,2; 3,3) diskontinuierlich, wobei $t(3,1) < t(3,3) < t(3,2)$ gilt. Wird nun zur Nachbarschaft von Zelle 2,3 (Nachbar-Zellen: 1,2; 1,3; 1,4; 2,2; 2,4; 3,2;

3,3; 3,4) gewechselt, so bleibt zwar die zeitliche Reihenfolge der oberen Nachbarn, aber die der unteren hat gewechselt $t(3,4) < t(3,3) < t(3,2)$. Eine Verwendung von translationsinvarianten Templates ist hierbei also nicht sinnvoll. Die gleiche Problematik ergibt sich in der schlangenartigen Datenanordnung. Die Verwendung von translationsinvarianten Templates bedeutet jedoch eine erhebliche zeitliche Ersparnis im Trainingsverlauf im Gegensatz zu translationsvarianten Templates, da die Anzahl der zu optimierenden Parameter im invarianten Fall 19 und im varianten Fall 73.729 (bei 4096 Zellen und translationsinvarianten Bias z) beträgt. Es ist leicht zu sehen, dass nur bei zeilenweiser Datenanordnung die Möglichkeit besteht, translationsinvariante 3×3 Templates zu nutzen, denn hier bleibt der zeitliche Verlauf in der Nachbarschaft von Zelle zu Zelle gleich, weshalb in der vorliegenden Arbeit nur diese Datenanordnung verwendet wurde.

Kapitel 3

Theorie des Skalenverhaltens fraktaler Signale

Nach der Beschreibung einer Methode der Zustandsklassifikation eines nichtlinearen, komplexen Systems anhand einer gemessenen Zeitreihe $\{\kappa_i\}$ mit Hilfe eines CNNs, wird in diesem Kapitel der üblichere Weg einer Zustandsklassifikation durch eine vorangehende Informationsreduktion aufgezeigt. Häufig verwendete Methoden der Analyse von Zeitreihen nichtlinearer Systeme sind in [Kan97] beschrieben, wozu z.B. die Berechnung der Korrelationsdimension ([Gra83] und [Gra84]) oder des Lyapunov-Exponenten (z.B. [Wri84]) gehören. Solche Größen sind *Kenngrößen* des Systems und beschreiben einzelne Systemeigenschaften. Da diese Eigenschaften zeitlichen und - in einem räumlich ausgedehnten System - räumlichen Variationen unterliegen können, werden die Kenngrößen für aufeinander folgende Zeitreihenabschnitte¹ und für Zeitreihenabschnitte von unterschiedlichen Messpunkten bestimmt. Die Variationen im zeitlichen Verlauf und der räumlichen Verteilung der Kenngröße können zur zeitlichen und räumlichen Zustandsklassifikationen behilflich sein.

In diesem Kapitel wird eine weitere Kenngröße - der *Skalierungskoeffizient* - (Abschnitt 3.3.1) aus den Methoden der *Analyse nichtlinearer* und *deterministischer Systeme* vorgestellt. Dazu wird zunächst eine Einführung in nichtlineare Objekte, so genannte *Fraktale* gegeben, deren Eigenschaften und deren Verbindung zu Zeitreihen nichtlinearer Systeme aufgezeigt. Ein zur Berechnung der eingeführten Kenngröße benötigtes Fluktuationsprofil wird dabei aus einer in Kapitel 3.4.3 definierten *Phaseninformation* gewonnen, wodurch neue Aussagen über die Eigenschaften der Phase eines Systems ermöglicht werden.

3.1 Fraktale

Der Begriff *Fraktal* (lat. fractus, -a, -um = gebrochen) wurde 1975 von dem Mathematiker Benoit Mandelbrot geprägt. Ihm fiel auf, dass bestimmte Objekte bzw. Formen aus der Natur sich anders als euklidische Objekte verhalten. Wird z.B. ein Kreis unendlich

¹Die Dauer der Zeitreihenabschnitte ist je nach System unterschiedlich zu wählen und stellt meist einen Kompromiss zwischen der angenommenen Dauer eines stationären Zustands sowie der zur Berechnung der Kenngröße minimal ausreichenden Datenpunktzahl dar.

vergrößert, so endet ein Abschnitt dieses Kreises in einer Geraden. Wird dagegen eine Küstenlinie betrachtet, welche Mandelbrot auch in seinem Buch „Die fraktale Geometrie der Natur“ beschrieb, so endet diese nach unendlicher Vergrößerung **nicht** in einer euklidischen Form. Besagte Objekte, wie z.B. Wolken und Berge besitzen keine glatte Oberfläche sondern erscheinen zunächst unregelmäßig, zerklüftet und *nichtlinear*.

Die Entstehung solcher *nichtlinearer* Objekte ist durch eine Rückkopplung zu erklären, wodurch sich die Struktur der Objekte auf verschiedenen Skalen gleichen und *Skaleninvarianz* entsteht. Die Eigenschaft der Skaleninvarianz wird auch *Selbsaffinität* oder *Selbstähnlichkeit* der Objekte genannt. Mathematisch geschieht dies durch *Iteration* einer beschreibenden Gleichung. Einfach zu verstehende Beispiele solcher so genannten Generationsabfolgen (Bildung von fraktalen Strukturen) sind in der Abbildung 3.1 gezeigt. Hierbei werden die ersten 4 Generationen der *Koch-Kurve* und die ersten 6 Generationen eines *Sierpinski-Dreiecks* gezeigt.

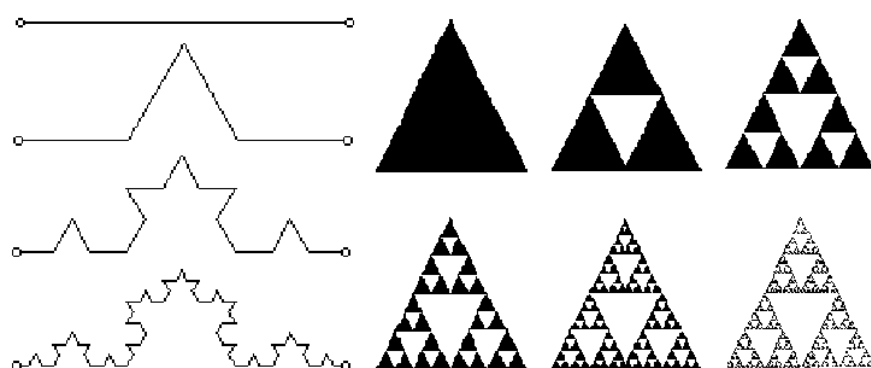


Abbildung 3.1: Links: Die ersten vier Generationen der Koch-Kurve; rechts: Die ersten sechs Generationen des Sierpinski-Dreiecks.

Wie beschrieben wurden fraktale Eigenschaften zunächst an Objekten, welche in der Natur vorkommen, beobachtet. Eine Vielzahl von im täglichen Leben zu sehenden Strukturen gehören zu diesen fraktalen Objekten mit so genanntem selbstaffinem Aufbau, werden jedoch als solche nicht direkt wahrgenommen. Ein bekanntes Beispiel für natürlich vorkommende Fraktale ist z.B. der Aufbau eines Farnblattes (siehe Abb. 3.2).

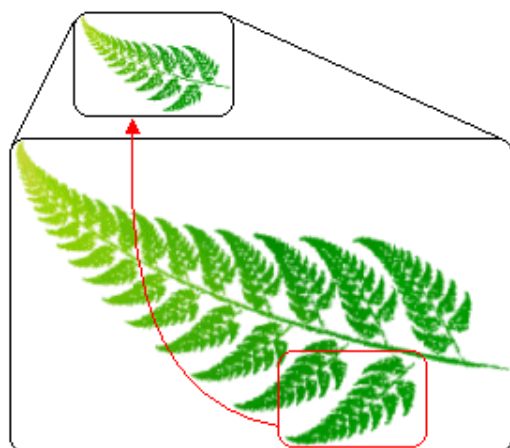


Abbildung 3.2: Der selbstaffine Aufbau eines Farnblatts. Unten ist die Vergrößerung des obigen Farnblatts. Ein selbstaffiner Abschnitt in der Vergrößerung ist umrandet.

Nach einfachen Überlegungen wird ersichtlich, dass solche Objekte einen dreidimensio-

nalen Raum, welcher aus unendlich kleinen Würfeln aufgebaut ist, nicht komplett ausfüllen würden, da sich deren zerklüftete Oberfläche auf keiner Skala der glatten Oberfläche der Würfel angleichen würde. Aus diesen Beobachtungen heraus ordnete Mandelbrot diesen Objekten eine *gebrochene*, also eine *fraktale Dimension* zu, deren Definition durch Hausdorffs² grundlegende Arbeit [Hau19] angeregt wurde [Pei98]. Mittlerweile gibt es eine Vielzahl solcher Dimensionsbegriffe (siehe auch Anhang B.2), welche alle spezielle Formen von Mandelbrots *fraktaler Dimension* darstellen. Zum Verständnis selbstähnlicher, fraktaler Objekte wird die sogenannte *Selbstähnlichkeits-Dimension* [Pei98] (als eine Möglichkeit einer fraktalen Dimension) beschrieben.

Definition 3.1 (Selbstähnlichkeits-Dimension D_s) *Ein selbstähnliches Objekt besitzt eine (fraktale) Dimension D_s , wenn es in K identische Kopien zerlegt werden kann, welche jeweils mit dem Faktor*

$$\xi = K^{1/D_s} \quad (3.1)$$

skaliert sind. Es gilt also:

$$D_s = \frac{\log(K)}{\log(\xi)}. \quad (3.2)$$

Alle selbstähnlichen Strukturen besitzen also die Gemeinsamkeit, dass zwischen einem - für das jeweilige Fraktal charakterisierenden - Verkleinerungsfaktor ξ und der Anzahl der verkleinerten Teile K (in welche die Struktur zerlegt wird) der Zusammenhang $K = (\xi)^{D_s}$ besteht. Wird z.B. ein nicht fraktales Blatt Papier (DIN A4) in 4 gleiche Teile ($K = 4$) zerlegt (DIN A6), so sind die das Blatt beschreibenden Größen, wie die Länge und Breite halbiert worden ($\xi = 2$). Daraus folgt $D_s(\text{Papierblatt}) = \frac{\log(4)}{\log(2)} = 2$. Wird jedoch die in Abbildung 3.1 zu sehende fraktale Koch-Kurve betrachtet, bei deren Erzeugung in jeder Iteration vier neue Teilstücke ($K=4$) hinzukommen, welche jeweils um ein Drittel verkleinert wurden ($\xi = 3$) so zeigt sich folgende, nicht-ganzzahlige Selbstähnlichkeits-Dimension $D_s(\text{Koch} - \text{Kurve}) = \frac{\log(4)}{\log(3)} \approx 1,262$.

Mit Hilfe dieses Dimensionsbegriffs ist es möglich, die *Definition eines Fraktals* zu geben. Mittlerweile existieren eine Vielzahl von - unterschiedlich exakten - Definitionen von Fraktalen in der Fachliteratur ([Man82], [Pei98]), weshalb an dieser Stelle von einer Aufzählung abgesehen wird. Allgemein kann jedoch von Fraktalen gesprochen werden, falls es sich um ein räumlich ausgedehntes Objekt mit einer gebrochenen Dimension handelt.

3.1.1 Fraktale Signale

Einem Signal (*Observable eines Systems*) können ebenfalls fraktale Eigenschaften zugeordnet werden, in dem Sinne, dass dessen Graph z.B. als Funktion der Zeit eine gebrochene, also fraktale Dimension besitzt. Solche Signale werden als *fraktale Signale* bezeichnet und von Systemen erzeugt, welche eine *nichtlineare Dynamik* besitzen. Somit können Kenngrößen,

²Die Idee einer gebrochenen Dimensionalität stammt aus dem Jahre 1919 von dem Mathematiker F. Hausdorff.

die fraktale Eigenschaften charakterisieren, auch zur Untersuchung von nichtlinearen Systemen dienen.

Neben geometrischen Fraktalen ([Ser95], [Jes96]) wurden bereits auch fraktale Signale in den unterschiedlichsten physikalischen [Kan97] und biologischen Bereichen beobachtet. Ein bekanntes Beispiel eines *fraktalen Signals* aus dem Bereich der Physiologie zeigt die Herzratenvariabilität, welche in einem Elektrokardiogramm (EKG) deutlich wird [Ber01]. Die Herzrate besitzt augenscheinlich keinen statischen Wert. Im Ruhezustand liegt die Frequenz bei 60-80/min. und kann im Schlaf weniger als 60/min., sowie bei großer Anstrengung bis zu 170/min. betragen [Schm00]. Die Schwankungsbreite ist wegen der nie gleich bleibenden Bedingungen relativ groß. Dies ist dadurch zu erklären, dass der Herzrhythmus von einer Vielzahl von Faktoren gesteuert wird und eine sensitive Abhängigkeit davon zeigt, welches ebenfalls charakteristisch für nichtlineare Systeme ist.

Die Beschreibung und im Besonderen eine genaue Vorhersage über die Weiterentwicklung *nichtlinearer Systeme* gestaltet sich im Allgemeinen schwierig. Mit der Theorie der *nichtlinearen Dynamik* sind Methoden (zur Kenngrößenberechnung aus den Signalen) vorhanden, welche weitere Kenntnisse über solche Systeme liefern und eventuell Vorhersagen einzelner Abläufe in diesen Systemen erlauben. Aussagekräftige Größen, welche die typische Eigenschaft der Skaleninvarianz eines fraktalen Signals beschreiben, sind die Skalierungskoeffizienten³ H (auch Hurstkoeffizient genannt) und α .

Bleibt in einem System ein bestimmter Zustand der Dynamik mit positiver Korrelation über einen längeren Zeitraum bestehen, so wird in diesem Zeitraum von *Persistenz* gesprochen. Die Skalierungskoeffizienten können unter anderem Aussagen über die eventuell vorhandene *Persistenz* eines fraktalen Signals geben und sind damit in der Lage, Hinweise über die zukünftigen Tendenzen des Signals zu geben. Für Zeitreihenanalysen ist die Aussage über einen zukünftigen Zustand von besonderem Interesse, weshalb im folgenden auf die *Skaleninvarianz* und den Skalierungskoeffizienten genauer eingegangen wird.

3.2 Skaleninvarianz

Fraktale haben, wie oben erwähnt, die Eigenschaft skaleninvariant zu sein. Dies zeigt sich in immer wiederkehrenden raum-zeitlichen Strukturen bei Änderung der Skala bzw. des betrachteten Ausschnitts eines Fraktals⁴. Mathematisch werden skaleninvariante Objekte durch folgende Definition festgelegt.

³In der Fachliteratur wird häufig nicht zwischen dem Skalierungskoeffizienten α und dem ebenfalls skalierenden Hurstkoeffizienten H unterschieden und die Bezeichnungen der Größen sind nicht einheitlich. (H und α besitzen zwar einen einfachen Zusammenhang (Kapitel 3.3.2), aber die noch folgenden Definitionen zeigen einen deutlichen Unterschied.)

⁴Eines der bekanntesten Beispiele eines Fraktals ist die Mandelbrotmenge (siehe Anhang B.1, Seite 102). Untersuchungen zeigen deutlich, dass diese Menge auf unterschiedlichen Skalen jeweils topologisch ähnliches Verhalten aufweist. Diese Mandelbrotmenge ist somit, wie alle Fraktale, selbstaffin.

Definition 3.2 (Skaleninvarianz) *Ein Objekt mit einer beschreibenden Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt selbstaffin oder skaleninvariant, wenn gilt:*

$$f(t) = k^{-H} f(kt), \quad k, t, H \in \mathbb{R} \quad (3.3)$$

Hierbei ist die Funktion f stetig und nicht differenzierbar⁵ und H der so genannte Hurst-Koeffizient (*Skalierungskoeffizient* H). Zu bemerken ist, dass Gleichung 3.3 im Allgemeinen nicht durch das gesamte physikalische System bzw. alle Beobachtungsgrößen, sondern lediglich durch eine beliebige Observable erfüllt sein muss. Dies ist verständlich, da eine Observable κ partielle Eigenschaften des durch die Messfunktion $g : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$ beobachteten d -dimensionalen Systems $T \in \mathbb{R}^d$ widerspiegelt:

$$\kappa_i = g(i\Delta t; T), \quad i \in \mathbb{N} \quad (3.4)$$

Wie in der Gleichung 3.4 deutlich wird, ist die gemessene Zeitreihe κ_i keine stetige Funktion im mathematischen Sinne, sondern eine diskrete Abfolge von Realisierungen des mit einem Abtastintervall Δt beobachteten Systems T . Um dennoch einen Skalierungskoeffizienten⁶ für gemessene Zeitreihen physikalischer Systeme bestimmen zu können, wird der Verlauf der Observable κ_i in den Abtastintervallen als stetig angenommen⁷.

3.3 Skalierungskoeffizient

Der in Definition 3.2 eingeführte Skalierungskoeffizient H und der unten beschriebene Skalierungskoeffizient α haben, wie schon erwähnt, eine hohe Aussagekraft in Bezug auf die eventuell vorhandene deterministische Dynamik eines physikalischen Systems, dessen Observable in einer Zeitreihe $\{\kappa_i\}$, mit $i = 1, \dots, N$ gegeben ist.

Eine positiv hervorzuhebende Eigenschaft des *Skalierungskoeffizienten* α gegenüber dem Hurst-Koeffizient H ist die einfache Bestimmung dieser Größe. Es handelt sich bei α um ein leicht abzuschätzendes und gleichfalls wichtiges Charakteristikum des zu analysierenden Systems, weshalb diese Größe näher beschrieben wird.

3.3.1 Leistungs-Spektrum-Analyse

Eine seit Mitte des letzten Jahrhunderts bekannte Methode zur Bestimmung bzw. Schätzung⁸ des Skalierungskoeffizienten α ist die Leistungs-Spektrum-Analyse (engl.: *Power Spectral Density*; PSD), in welcher der Koeffizient aus dem Verlauf des Spektrums gewonnen wird.

Aus [Ber94] ist zu ersehen, dass Prozesse mit langreichweitigen Korrelationen (long memory processes) folgende Autokorrelationsfunktion $C(\tau)$ (siehe auch Anhang C.2) besitzen:

⁵Wäre sie differenzierbar, besäße sie eine (fraktale) Hausdorff-Dimension von eins und somit fehlt die Eigenschaft eines Fraktals.

⁶Hierbei ist es gleich, ob H oder der später beschriebene Koeffizient α bestimmt werden soll.

⁷Wegen dem vorhandenen Abtastintervall kann k in Gleichung 3.3 für solche Zeitreihen nicht beliebige Werte aus \mathbb{R} annehmen.

⁸Wegen der endlichen Länge einer Zeitreihe, welche zur Untersuchung zur Verfügung steht, können nicht alle Fourierkomponenten erfasst werden, und es kommt zu Einschränkungen in der Berechnung.

$$C(\tau) \sim \tau^{-\beta}, \quad 0 < \beta < 1 \quad (3.5)$$

Das Wiener-Khinchin-Theorem (siehe auch Anhang C.3) beschreibt den Zusammenhang zwischen der Autokorrelationsfunktion $C(\tau)$ und dem Leistungsspektrum $S(f)$ wie folgt.

$$S(f) = C(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} C(\tau) \cos(2\pi f\tau) \quad (3.6)$$

Dieses geht mit Gleichung 3.5 über in:

$$S(f) \approx 2 \sum_{\tau=1}^{\infty} \tau^{-\beta} \cos(2\pi f\tau) \quad (3.7)$$

Nach [Ran00] wird die Summe mit Hilfe der Taylorreihenentwicklung sowie einiger Näherungen umgeformt. Zunächst wird die Annahme einer existenten Taylorreihe der Funktion $(1 - y)^{-\delta-1}$ getroffen:

$$(1 - y)^{-\delta-1} = \sum_{\tau=0}^{\infty} Q_{\tau}^{\delta} y^{\tau} \quad (3.8)$$

Mit den definierten Eigenschaften $Q_{\tau}^{\delta} = 1$ und für $\tau \geq 1$ gilt:

$$Q_{\tau}^{\delta} y^{\tau} = \frac{(\delta + 1)(\delta + 2) \cdots (\delta + \tau)}{\tau!} \approx \frac{\tau^{\delta}}{\Gamma(\delta + 1)}. \quad (3.9)$$

Daraus folgt:

$$\sum_{\tau=1}^{\infty} \tau^{\delta} y^{\tau} \approx \Gamma(\delta + 1) [(1 - y)^{-\delta-1} - 1]. \quad (3.10)$$

Wird δ durch $-\beta$ ersetzt und $y = \rho e^{i\omega} = \rho(\cos(\omega) + i \sin(\omega))$ als komplexwertige Größe in Exponentialform einfügt, so folgt:

$$\sum_{\tau=1}^{\infty} \tau^{-\beta} \rho^{\tau} e^{i2\pi\tau f} \approx \Gamma(1 - \beta) [(1 - \rho e^{i2\pi f})^{\beta-1} - 1]. \quad (3.11)$$

Die Limesbildung von $\rho \rightarrow 1$ und $f \rightarrow 0$ führt zu:

$$\sum_{\tau=1}^{\infty} \tau^{-\beta} \cos(2\pi\tau f) \approx \Gamma(1-\beta)(2\pi f)^{\beta-1} \cos[\pi(1-\beta)/2]. \quad (3.12)$$

Die linke Seite dieser Gleichung ist, bis auf einen konstanten Faktor, identisch mit der rechten Seite der Gleichung 3.7, woraus durch einsetzen

$$S(f) \approx 2\Gamma(1-\beta)(2\pi f)^{\beta-1} \cos[\pi(1-\beta)/2] \sim f^{\beta-1} \quad (3.13)$$

folgt. Bei einer doppelt logarithmischen Auftragung des Spektrums $S(f)$ gegen die Frequenz zeigt sich in einer angepassten Regressionsgeraden der Skalierungskoeffizient (siehe Definition 3.3) in der (häufig) negativen Steigung $-\alpha = \beta - 1$ (siehe Abb. 3.3).

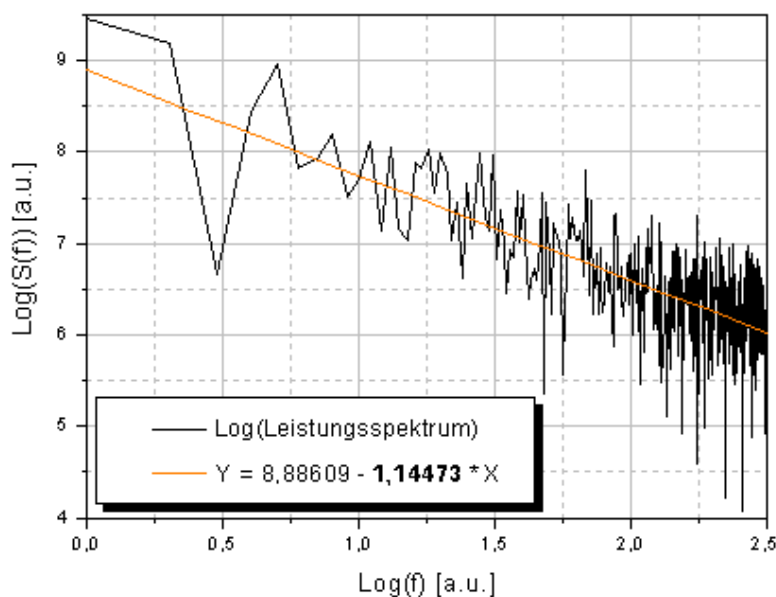


Abbildung 3.3: Doppelt logarithmische Auftragung eines Leistungsspektrums mit einer an den Verlauf des Spektrums angepassten Regressionsgeraden mit der Steigung $-\alpha$.

Um eine Verwechslung zwischen den Skalierungskoeffizienten H und α zu vermeiden, wird der Ausdruck Skalierungskoeffizient nur noch für α verwendet (im Falle von H wird nur noch vom Hurstkoeffizienten gesprochen.).

Definition 3.3 (Skalierungskoeffizient) Der Skalierungskoeffizienten α ist durch das Exponentialverhalten der Frequenz f des Leistungsspektrum S eines Prozesses mit langreichweitigen Korrelationen gegeben:

$$S_L \sim f^{-\alpha} \quad \text{mit} \quad \alpha = 1 - \beta \quad (3.14)$$

Als Maß der Güte von α kann z.B. der Kehrwert der Standardabweichung der Datenpunkte von der erhaltenen Regressionsgeraden ($\log(S) = \alpha \cdot \log(f) + q$) angesehen werden:

$$\sigma_{Reg} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^P (\log(S_i) - (\alpha + q \cdot \log(f_i)))^2}{P - 2}} \quad (3.15)$$

Dabei sind $(\log(f_i), \log(S_i))$ die Datenpunkte der Regressionsgeraden und P deren Anzahl. Die Standardabweichung beschreibt dabei die Stärke der Korrelation zwischen S und f . Da diese zur Bestimmung des Skalierungskoeffizienten von großer Bedeutung ist, kann σ_{Reg} als „Fehlermaß“ von α gesehen werden, wobei die maximale Güte für $\sigma_{Reg} \rightarrow 0$ erreicht wird.

Zur Bestimmung des benötigten Leistungsspektrums wird üblicherweise das Fluktuationsprofil einer Amplitude verwendet. Das verwendete Fluktuationsprofil kann jedoch ebenfalls aus dem zeitlichen Verlauf einer anderen Größe der Zeitreihe bestehen. Alle mit der Zeit variierenden Fluktuationen können verwendet werden. Zu beachten ist hierbei lediglich, dass die variierende Größe Informationen beinhalten soll, welche zur Beschreibung des zu untersuchenden Systems von Bedeutung sind. In der vorliegenden Arbeit wird das Fluktuationsprofil aus dem zeitlichen Verhalten einer *Phaseninformation* der Zeitreihe gewonnen, um Aussagen über das Skalenverhalten einer Phase zu treffen. Die hierfür verwendete Phase wird in Kapitel 3.4.3 beschrieben. Zunächst folgt jedoch eine Beschreibung der Zusammenhänge von Fraktale charakterisierenden Kenngrößen sowie einige Erwartungswerte der in dieser Arbeit verwendeten Größe.

3.3.2 Zusammenhang von Fraktale beschreibende Kenngrößen

Der Skalierungskoeffizient α wird aus dem Leistungsspektrum $S(f) \sim f^{-\alpha}$ und der Hurst-Koeffizient H mit Hilfe der DFA-Analyse (engl.:detrended fluctuation analysis, [Pen94]) aus der exponentiellen Abhängigkeit der so genannten rms-Fluktuation⁹ $F(L) \sim L^H$ von der Segmentlänge L (des zu untersuchenden Zeitreihensegments) bestimmt. Beide Größen geben Auskunft über das Skalenverhalten und den weiteren Verlauf bzw. die Tendenz einer Zeitreihe. Es ist daher nahe liegend, dass beide Größen auch mathematisch eng miteinander verknüpft sind. Zu beachten ist hierbei die Abhängigkeit des Zusammenhangs zwischen H und α von der Art des Modells, welches zur Beschreibung der fraktalen Zeitreihe verwendet wird.

Ein häufig verwendetes Modell ist die *fraktionierte Brownsche Bewegung* (engl.: fractional Brownian motion = *FBM*; siehe auch Kapitel B.3 und B.4). Eine weiteres Modell ist durch die Inkremente einer FBM gegeben, welche ein *fraktioniertes Gaussches Rauschen* (engl.: fractional Gaussian noise = *FGN*) bildet. Aus [Hen00] folgen die einfachen Zusammenhänge, welche in Tabelle 3.1 zusammengefasst sind. In vorangegangenen Studien (siehe z.B. auch [And01a]) zeigte sich in EEG-Zeitreihen, welche auch hier untersucht

⁹Diese Fluktuation entspricht einer „Standardabweichung der Trend-Varianz“. (Engl. rms: root mean square.)

Modell	Zusammenhang
FBM	$\alpha = 2H + 1$
FGN	$\alpha = 2H - 1$

Tabelle 3.1: Modellabhängiger Zusammenhang zwischen dem Hurstkoeffizienten H und dem Skalierungskoeffizienten α . (FBM: fraktionierte Brownsche Bewegung; FGN: fraktioniertes Gaußssches Rauschen.)

werden, eine *deterministische Dynamik*. EEG-Zeitreihen sind also nicht mit einem fraktionierte Gaußsschen Rauschen (FGN) ohne korrelative Eigenschaften der aufeinander folgenden Werte gleichzusetzen. Hieraus erwächst die Motivation zur Verwerfung des Modells eines FGNs zur Beschreibung des untersuchten Systems (Gehirn). Aus diesem Grunde wird im Folgenden der Zusammenhang $\alpha = 2H + 1$ verwendet.

Wie α und H , verdeutlicht die fraktale Dimension D_f eine Eigenschaft von Fraktalen, also skaleninvarianten Objekten (siehe auch Anhang B). Die Größen α , H und D_f sind voneinander abhängige Parameter. Der Zusammenhang zwischen der fraktalen Dimension und dem Hurst-Koeffizienten ist in Gleichung 3.16 (siehe auch [Gne01]) für eine selbstähnliche (skaleninvariante) Oberfläche in einem d -dimensionalen Raum beschrieben:

$$D_f = d + 1 - H \quad (3.16)$$

wobei $0 \leq H \leq 1$ gilt. Für eine eindimensionale Brownsche Bewegung gilt also: $D_f = 2 - H$ (mit $0 \leq H \leq 1$) [Pei98]. Dies ist leicht zugänglich, denn der Graph dieser eindimensionalen Brownschen Bewegung stellt eine Kurve in einer Ebene dar und besitzt somit mindestens die Dimension 1 und kann 2 nicht überschreiten.

Die Aussagekraft solcher zum Teil einfach zu berechnender Größen wie H , α und auch D_f ist bedeutend für die Beschreibung von fraktalen Objekten. Zu beachten ist allerdings, dass die Ergebnisse, streng mathematisch betrachtet, für in der Natur vorkommende Objekte nur bedingt gelten, da diese weder glatte Berandungen besitzen, noch sind sie über *alle* Dimensionen skaleninvariant (zwischen dem Atomkern und dem Durchmesser des bekannten Universums liegen 'nur' 42 Größenordnungen). Euklidische Körper sowie Fraktale sind somit nur Näherungen für die in der Natur vorkommenden Gebilde, welche meist nur mit zusätzlichem Rauschen in einer Observablen beobachtet werden können. Die Werte von H , α und D_f für die in der Natur beobachteten Objekte bzw. Systeme können somit Hinweise auf die Dynamik liefern, zeigen aber keinen zwingenden Sachverhalt im streng mathematischen Sinne auf.

3.4 Bekanntes Skalenverhalten

Zur Bestimmung der Dynamiken eines nichtlinearen Systems, welche in einer Observablen (z.B. einer EEG-Zeitreihe) manifestiert sind, kann auf bekannte Orientierungswerte des

Skalierungskoeffizienten α zurückgegriffen werden. Auf eine Herleitung wird an dieser Stelle verzichtet und auf die Fachliteratur verwiesen (siehe z.B. [Hen00]). In Tabelle 3.2 sind die drei meist zitierten Werte dargestellt:

System-Dynamik	
langreichweitige persistente Korrelationen	$\alpha > 2$
rotes Rauschen, Brownsche Bewegung (BM); kurzreichweitige Korrelation	$\alpha = 2$
langreichweitige anti-persistente Korrelationen	$\alpha < 2$
rosa Rauschen, $1/f$ -Rauschen	$\alpha \sim 1$
weißes Rauschen	$\alpha = 0$

Tabelle 3.2: Werte des Skalierungskoeffizienten für verschiedene Systemdynamiken und verschiedene Rauschprozesse.

Mit Hilfe des Skalierungskoeffizienten kann also ebenfalls entschieden werden, ob ein Determinismus oder ein Zufallsprozess in der Dynamik vorherrscht. Die fett hervorgehobenen Systemdynamiken und dazugehörige Wertebereiche des Skalierungskoeffizienten in Tabelle 3.2 stehen für in weiteren Kapiteln häufig verwendete Orientierungswerte (siehe auch Kapitel 6), welche eine besondere Bedeutung in der Systemanalyse besitzen.

Für $\alpha > 2$ besteht *positive Korrelation* zwischen den Elementen der untersuchten Zeitreihe und der Zustand des Systems ist *persistent*. Der dazugehörige Graph behält dann den zum Zeitpunkt t_0 bestimmten Trend, wie z.B. den Anstieg einer Amplitude, in einem direkt darauf folgenden Zeitabschnitt $t = t_0 + \delta t$ bei. Über einen weiteren Zeitraum $t > \delta t$, in dem diese positive Korrelation gilt, kann jedoch keine Aussage getroffen werden. Die Abschnittsgröße von δt ist dabei unter anderem von der Abtastrate der Zeitreihe, also der betrachteten, minimalen Zeitskala bestimmt. Dagegen gilt für ein System mit $\alpha < 2$ *negative Korrelation*; das System befindet sich somit in einem *anti-persistenten* Zustand. Falls der Graph zum Zeitpunkt $t = t_0$ eine Auslenkung besitzt, strebt dieser in der Zukunft ($t = t_0 + \delta t$) wieder zum Ursprungsbereich zurück.

Mit der Hilfe von α lassen sich also wichtige Hinweise auf ein *zukünftiges Verhalten* eines Systems geben. Für Systemanalysen, deren Ziel eine Voraussage von bestimmten Ereignissen beinhaltet, kann die Aussage, ob α größer oder kleiner als zwei ist, von essentieller Bedeutung sein, weshalb in Kapitel 6 besonderes Augenmerk darauf gelegt wird.

3.4.1 Phase einer Zeitreihe

Zur Berechnung des Leistungs-Spektrums S und des Skalierungskoeffizienten α wird, wie oben beschrieben, ein Fluktuationsprofil benötigt. Es läge auf der Hand den direkten Verlauf der Zeitreihe, also deren Amplitude, als Profil zu verwenden. Allerdings ist der eigentliche Informationsgehalt der *Amplitude* eines zu beschreibenden Systems zunächst unbekannt und oft von Rauschen überlagert, sodass der eigentliche eventuell deterministische Verlauf unerkannt bleibt.

Eine neben der Amplitude weitere sehr aussagekräftige Größe einer Zeitreihe ist die *Phase*. Der Begriff Phase stammt aus der *Schwingungslehre* und wird meist nur als Phasendifferenz oder Phasenverschiebung (um einen Phasenwinkel $\varphi = \omega t + \varphi_0$) zwischen zwei Schwingungen eingeführt. Die Phase bestimmt den Zustand einer einzelnen Schwingung zu einem bestimmten Zeitpunkt t und ist wie folgt definiert:

Definition 3.4 (Phase) *Die Phase einer Schwingung ist kennzeichnend für den augenblicklichen Zustand des Zyklus und wird durch die Elongation und dem dazu gehörigen Zeitpunkt t bestimmt.*

In Bezug auf eine Zeitreihe finden sich z.B. für Synchronisationsuntersuchungen eine Menge von unterschiedlichen Phasendefinitionen (siehe z.B. [Pik03], und Anhang C.4), wie z.B. die *Natürliche Phase*, *Linear Interpolierte Phase* sowie die *Hilbert Phase*.

- **Natürliche Phase Φ_N :** Wird z.B. eine *zyklische Bewegung eines Oszillators* im Zustandsraum beobachtet, so wird auf „natürlichem“ Wege eine Phase aus der Position der Trajektorie im Zustandsraum erhalten, indem der Attraktor in Polarkoordinaten ($\kappa = p_N \cdot \cos(\Phi_N)$, $q = p_N \cdot \sin(\Phi_N)$) mit der Phase $\Phi_N(t)$ und der Amplitude $p_N(t)$ beschrieben wird. Eine Methodik, eine *Natürliche Phase* $\Phi_N(t) = \arctan(q/\kappa)$ aus Zeitreihen zu bestimmen, wurde von Bogoliubov und Mitropolski [Bog61] entwickelt.

In [Fre03] konnte des weiteren anhand der *natürlichen Phase* gezeigt werden, dass mit Hilfe der *Nulldurchgänge mit positiver Steigung* eines Signals die *Vollendung eines Zyklus* erkannt werden kann. Diese wichtige Information zeigt einen einfachen Weg auf, eine Phase zu definieren (ähnlich der folgenden Phase Φ_L) und wird später nochmals aufgegriffen, um eine Phaseninformation aus einer allgemeinen Zeitreihe zu gewinnen.

- **Linear Interpolierte Phase Φ_L :** Im Verlauf einer Zeitreihe wiederkehrende charakteristische *Ereignisse*, wie z.B. Nulldurchgänge mit positiver Steigung, Impulse (auch Spikes¹⁰ genannt) oder Herzschläge können als so genannte Punktprozesse bezeichnet werden. Diese Punktprozesse können verwendet werden, um die *Vollendung eines Zyklus k* und den Beginn eines neuen $k+1$ zu definieren. Somit folgt für die dazugehörige Phase Φ_L [Fre03]:

$$\Phi_L(t) = \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} 2\pi + k2\pi. \quad (3.17)$$

Die Zeiten t_k sind dabei durch die Zeitpunkte der Punktprozesse gegeben.

- **Hilbert Phase Φ_H :** Ist eine *Systemobservable κ mit einer Vielzahl von Irregularitäten* (ohne Punktprozesse) zu beschreiben, wird häufig die *Hilbert Phase* verwendet (siehe auch Anhang C.4):

¹⁰Zu beachten ist, das die hier erwähnten Spikes frei als Informationsträger definiert sind und nicht mit den typisch epileptischen Spikes in EEG-Aufnahmen von Epilepsie-Patienten zu verwechseln sind.

$$\Phi_H(t) = \arctan \left[\frac{\kappa_H(t)}{\kappa(t)} \right]. \quad (3.18)$$

Dabei ist κ_H die Hilbert-Transformierte von κ .

Vergleichende Untersuchungen der Phasen von Zeitreihen, welche aus räumlich unterschiedlichen Messpunkten des Systems stammen, erlauben Beobachtungen der Synchronisation untereinander, welche zu neuen Einsichten und Anwendungen auf vielen Gebieten der Zeitreihenanalyse führen [Pik03].

Eine Phaseninformation kann neben der Amplitude einer Zeitreihe eine informative Größe darstellen und eventuell weitere, in der Amplitude nicht erkennbare Systemdynamiken enthalten, welche zur Klassifikation eines Systemzustandes von großer Bedeutung sein können. Das Skalierungsverhalten der Amplitude einer EEG-Zeitreihe wurde z.B. in [Ceb03] untersucht, jedoch konnte keine erwartete globale Skaleninvarianz gefunden werden.

Aus diesem Grunde wird die Skaleninvarianzuntersuchung der Zeitreihe nicht an deren Amplitude, sondern an der Phase durchgeführt. Zur Erzeugung eines Fluktuationsprofils wird daher der Verlauf einer Phaseninformation einer Zeitreihe verwendet. Dazu wird die weiter unten beschriebene Phase aus den *Nulldurchgängen mit positiver Steigung* der normierten Zeitreihe gewonnen, welche den Beginn und die Vollendung eines Zyklus in einer Zeitreihe aufzeigen kann.

3.4.2 Phaseninformation und die Dynamik eines Systems

In diesem Abschnitt wird auf den Informationsgehalt von Phaseninformationen eingegangen, welche aus Zyklus-beschreibenden *Ereignissen*, wie Nulldurchgänge mit positiver Steigung ([Fre03]) erhalten werden. Dieser Informationsgehalt ist für viele zeitvariierende Systeme von besonderem Interesse, welche keine genaue Amplitudenmessung einer geeigneten Observablen erlauben. Es kann jedoch oft eine Serie von *Ereignissen*, wie Impulsen (Spikes) beobachtet werden, welche in regulären oder irregulären Zeitintervallen auftreten. Diese Zeitintervalle werden als *Interspike-Intervalle* (ISI) bezeichnet und sind mit einer *Phaseninformation* gleichzusetzen.

Mathematisch können die zeitlichen Intervalle zwischen den Spikes durch folgendes Integral beschrieben werden:

$$\int_{T_i}^{T_{i+1}} \kappa(t) dt = \Theta, \quad (3.19)$$

wobei $\kappa(t)$ die Observable eines endlich dimensionalen, dynamischen Systems beschreibt, Θ einer positiven Zahl entspricht und somit den zu erreichenden Schwellwert darstellt. Die Interspike-Intervalle sind definiert als $t_i = T_i - T_{i-1}$. Mit der richtigen Wahl der Parameter, wie Θ , ist es möglich, aus den ISIs einen Zustandsvektor $(t_i, t_{i-1}, \dots, t_{i-m+1}) \in \mathbb{R}^m$ zu rekonstruieren, dessen Attraktor die Dynamik des Systems beschreibt [Sau94]. Wichtige

Informationen über die Dynamik eines Systems können somit aus den Spikes oder allgemein aus überschwelligen Potentialen bzw. den dazwischenliegenden Intervallen (ISIs) gewonnen werden.

3.4.3 Rice-Rate $\langle f \rangle$, Phasen-Zeitreihe $P(t)$ und Zero-Zeitreihe $s(t)$

Wie im obigen Abschnitt erwähnt, kann mit einer Phaseninformation (Interspike-Intervalle) die Dynamik eines Systems beschrieben werden, wobei die Definition eines überschwelligen Signals willkürlich bleiben kann. In dieser Arbeit wird ein überschwelliges Signal durch das Überschreiten (positive Steigung) eines Schwellwertes definiert. Damit wird gleichzeitig, wie in [Fre03] beschrieben, ein vollendeter Zyklus im Systemsignal definiert. Mit Hilfe dieser Nulldurchgänge (mit positiver Steigung) lassen sich also Kenngrößen definieren, welche einer Phaseninformation gleich sind und im folgenden beschrieben werden.

Eine Größe, welche die Information von positiven Nulldurchgängen verwendet, ist die bereits Mitte des letzten Jahrhunderts (1944) von Rice [Ric44] entwickelte *Rice-Rate* (auch *Rice-Frequenz* genannt). Zur mathematischen Beschreibung dieser Frequenz verwendete Rice eine Wahrscheinlichkeitsdichte $\omega(\kappa, v = \dot{\kappa}; t)$ des Systemsignals κ und dessen Ableitung nach der Zeit t [Ric54]:

$$\langle f \rangle (t) = \int_0^\infty v \cdot \omega(\kappa = 0, v; t) dv \quad (3.20)$$

Die Rice-Rate wurde für glatte Signale entwickelt und ist als Ensemble-Mittelwert der Nulldurchgangsrate (mit positiver Steigung) zu verstehen, welche Hinweise auf eine mittlere (*dominante*) Frequenz gibt (daher der Name Rice-Frequenz). Wenn es sich im zu untersuchenden System um ein ergodisches handelt, kann die Gleichung 3.20 zu einer asymptotischen stationären Rate $\langle f_s \rangle$ mit Hilfe der Anzahl von Nulldurchgängen (mit positiver Steigung) $N([0, t])$ in einem *stationär* angenommenen Intervall $[0, t]$ umgeschrieben werden [Fre03]:

$$\langle f_s \rangle = \int_0^\infty v \cdot \omega(\kappa = 0, v) dv = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N([0, t])}{t} \quad (3.21)$$

Die zeitliche Information des untersuchten Signals geht jedoch verloren. Die Aussage, welche mit Hilfe dieser Größe getroffen werden kann, ist ähnlich der Aussage, welche mit Untersuchungen eines Frequenzspektrums möglich ist. Jedoch zeigt sich in der Rice-Rate lediglich die dominanteste Frequenz. Ein Vorteil ist dagegen durch die einfache Berechnung dieser Größe gegeben. Um den Nachteil der verlorenen zeitlichen Information der Rice-Rate zu umgehen und dennoch den Vorteil einer einfach zu berechnenden Größe zur Analyse von allgemeinen Signalen zu erhalten, werden in den letzten Abschnitten dieses Kapitels zwei Größen in Anlehnung an die Rice-Rate definiert, welche in dieser Arbeit ihre Anwendungen finden.

Die in der Rice-Rate verwendeten Nulldurchgänge mit positiver Steigung werden im folgenden auch als *positive Nulldurchgänge* bezeichnet. Mit diesen können „Inter-positive-Nulldurchgangs-Intervalle“ bestimmt werden, welche aneinander gereiht die im weiteren genannte *Phasenzeitreihe* $P(t)$ ergeben.

Definition 3.5 (Phasenzeitreihe) Die Phasenzeitreihe $P(t)$ wird aus einer Zeitreihe $\kappa_i = [\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_{N_\kappa}]$ extrahiert, indem die aufeinander folgenden Zeitpunkte t_i der Nulldurchgänge mit positiver Steigung $\frac{d\kappa_i}{dt} > 0 \forall i$ genutzt werden, um Intervalle zu bilden, welche die Elemente der Phasenzeitreihe ergeben:

$$P(t) = [t_2 - t_1, t_3 - t_2, \dots, t_N - t_{N-1}] = [p_1, p_2, \dots, p_{N_p}], \quad (3.22)$$

Es gilt $N_P \leq (N_\kappa/2)$.

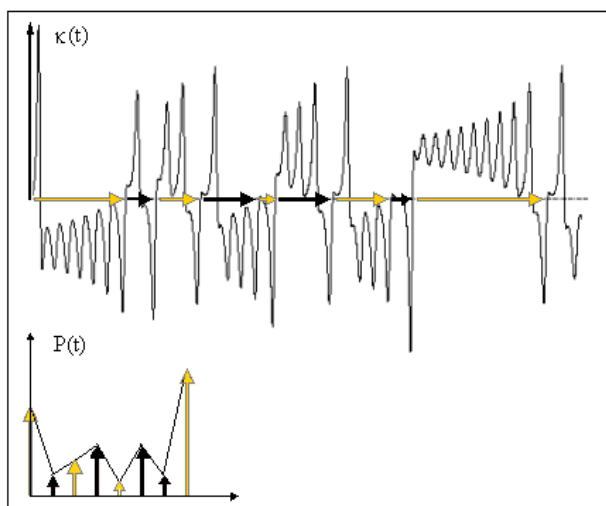


Abbildung 3.4: Oben: Original-Zeitreihe $\kappa(t)$ (x-Komponente des Lorentz-Systems); unten: Phasenzeitreihe $P(t)$, welche nach Definition 3.5 aus $\kappa(t)$ extrahiert wurde.

Abbildung 3.4 zeigt deutlich den Unterschied zwischen der ursprünglichen Zeitreihe $\kappa(t)$ und der neuen Phasen-Zeitreihe $P(t)$. Der Informationsgehalt von $P(t)$ ist (wiederum) ähnlich dem eines Frequenzspektrums, mit dem Unterschied, den *zeitlichen Ablauf* zu skizzieren. Hierbei werden jedoch lediglich die dominanten, in einem Abschnitt ($[\kappa_1, \dots, \kappa_{N_\kappa}]$) vorkommenden Frequenzen beobachtet. Dieses Verhalten wird in Abbildung 3.5 verdeutlicht und die geringe Einflussnahme von additivem Rauschen wird erkennbar.

Es ist ersichtlich, dass im Wertebereich der Phasenzeitreihe $P(t)$ und eventuell in der Anzahl der Elemente auch Schwankungen durch additives Rauschen entstehen. Ebenso deutlich zeigt sich in der Abbildung 3.5 jedoch die unterschiedliche, durch Rauschen erzeugte Schwankungsbreite des Amplitudenverlaufs und des Phasenverlaufs, welche in der verrauschten Phasenzeitreihe wesentlich geringer ist und dadurch Vorteile gegenüber der Amplitudeninformation besitzt.

Aufgrund der Definition beschreiben die Elemente p_i unterschiedlich lange zeitliche Abschnitte der ursprünglichen Zeitreihe κ_i . Daher kann nicht direkt gesagt werden, welches

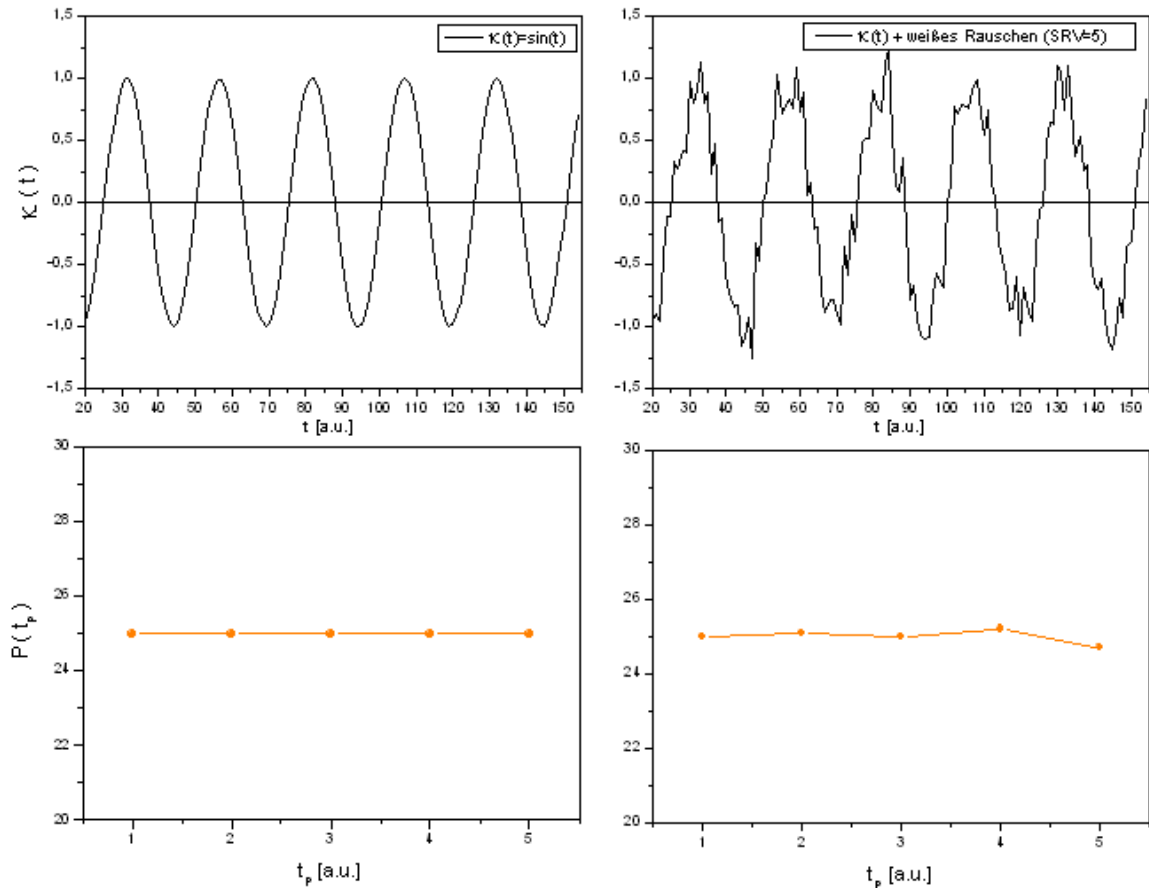


Abbildung 3.5: Oben: Original-Zeitreihe $\kappa(t)$; unten: Phasenzeitreihe $P(t_p)$, wobei t_p die zu den Intervallen gehörige Zeit ist. Links ohne, rechts mit additivem weißem Rauschen und einem Signal-zu-Rausch-Verhältnis von 5 zu 1 (SRV=5).

Element p_i der Phasenzeitreihe, zu welchem Zeitabschnitt $t_i - t_{i-1}$ der ursprünglichen Reihe gehört. Um z.B. den Zeitpunkt t_i zu bestimmen, müssten das Element p_i und alle vorherigen aufsummiert werden.

Um eine Größe mit einer Phaseninformation zu erhalten, welche *gleich große Zeitreihenabschnitte* beschreibt und somit einfacher einem Zeitabschnitt zugeordnet werden kann wird eine weitere Definition vorgenommen.

In Gleichung 3.21 der Rice-Rate wurde ein *stationär* angenommenes Intervall $\lim_{t \rightarrow \infty} [0, t]$ zur Berechnung verwendet. Eine große Anzahl von Signalen verschiedener Systeme sind jedoch nur abschnittsweise als stationär anzunehmen. Die Rice-Rate eines solchen Abschnittes $\Delta\tau$ ist also durch $N([t, t + \Delta\tau])$ gegeben und kann als *Rice-Abschnitts-Rate* bezeichnet werden. Um den zeitlichen Verlauf dieser Rate zu betrachten, werden die positiven Nulldurchgänge der aufeinander folgenden Abschnitte $[t, t + \Delta\tau]$ einer abschnittswisen stationären Zeitreihe zu einer neuen Reihe zusammengefasst und im folgenden als *Zerozeitreihe*

bezeichnet.

Definition 3.6 (Zerozeitreihe) Die zeitliche Abfolge der Rice-Abschnitts-Rate (Nulldurchgänge mit positiver Steigung) $N([t, t + \Delta\tau])$ ist die Zerozeitreihe $s(t)$, welche sich über den gesamten zeitlichen Bereich der ursprünglichen Zeitreihe $\kappa(t)$ erstreckt.

$$s(t) = [N([t_1, t_1 + \Delta\tau = t_2]), N([t_2, t_2 + \Delta\tau = t_3]), \dots, N([t_{N_s-1}, t_{N_s}])] \quad (3.23)$$

Hierbei ist $N_s = (\text{Zeitbereich von } \kappa(t))/(\Delta\tau)$.

Die Zerozeitreihe wird in Kapitel 6 in der Bestimmung des *Skalierungskoeffizienten* α als *Fluktuationsprofil einer Phaseninformation* dienen und somit zu Aussagen über das Skalenverhalten der Phase einer Zeitreihe führen.

Kapitel 4

Das System Gehirn und die Epilepsie

In diesem Kapitel wird das in der gesamten Arbeit untersuchte und als Anwendungsbeispiel verwendete System und dessen Observable vorgestellt. Hierbei handelt es sich um das Organ Gehirn, dessen grundsätzlicher Aufbau deutlich die Komplexität des Systems aufzeigt. Durch einen Einblick in die prinzipielle Funktionsweise eines *Neurons* (lat. Neuron: Nervenzelle) werden bereits nichtlineare Eigenschaften einzelner Bausteine des Systems deutlich. Eine Definition und kurze Beschreibung der Epilepsie wird gegeben und die in einer prächirurgischen Diagnostik verwendete Aufnahmemethode der Zeitreihen beschrieben. Ferner wird kurz auf die Tagesperiodik des Systems eingegangen, welche im EEG ersichtlich wird und zu Fehlinterpretationen führen kann. Abschließend werden die Eigenschaften und bekannten Dynamiken der Observablen (EEG) weitere Motivation geben, die an diesem Organ gemessenen Zeitreihen als nichtlinear zu betrachten und unter anderem mit Methoden der nichtlinearen Zeitreihenanalyse zu untersuchen.

4.1 Das System Gehirn und dessen Observablen

Das Gehirn ist das komplexeste Organ im menschlichen Körper. Im erwachsenen Alter wiegt es durchschnittlich 1,5 kg und ist aus ca. 10^{11} *Neuronen* aufgebaut. Die Neuronen besitzen wiederum jeweils $10^3 - 10^4$ Synapsen (Verbindungen). Einzelne Regionen von Neuronen lassen sich als funktionelle Einheiten zusammenfassen, welche starke Verbindungen untereinander ausbilden. Informationen werden dort verarbeitet und weitergeleitet. Eine genaue Beschreibung der Informationsabläufe sowie deren Verarbeitung im System Gehirn scheint bislang jedoch wegen fehlender Beobachtungstiefe und der Komplexität des Systems unmöglich, wobei die Einschränkung der Beobachtungstiefe durch die Aufnahmetechnik gegeben ist. Für weitergehende Informationen der allgemeinen Physiologie des Gehirns wird auf die Fachliteratur wie [Schm00] verwiesen.

Die Arbeitsweise der kleinsten funktionellen Einheiten (Neuronen) im Gehirn, ist zum Verständnis des EEGs bzw. dessen Zustandekommen aus verschiedenen Systemsignalanteilen sowie zum Verständnis der Informationsverarbeitung des Gesamtsystems von großer Bedeutung, weshalb im nächsten Abschnitt auf die neuronale Aktivität genauer eingegangen wird.

4.1.1 Neuronale Aktivität

Neuronen bilden eine Zellklasse, welche eine Informationsverarbeitung und -vermittlung durch elektrische Erregung und Weiterleitung ermöglicht. Die Erregung, welche als *Aktionspotential* bezeichnet wird, unterliegt dabei bestimmten Regeln und besitzt verschiedene Auswirkungen auf den Verlauf eines EEGs.

Signalerzeugung (Aktionspotential)

Die Funktionsweise eines Neurons ist der eines *Diskriminators* gleichzusetzen. Nach genügend großer Aufsummierung der Eingangssignale wird nach Überschreiten des Schwellwertes die Zelle erregt und ein Aktionspotential (AP) erzeugt, welches als Signal weitergeleitet wird. Das AP selber ist eine kurze, stereotype, *nichtlineare* Änderung des Membranpotentials in positiver Richtung. Die Amplitude ist dabei unabhängig von der Stärke der Erregung und beträgt um die $100mV$. Dies entspricht dem so genannten „Alles-oder-Nichts-Gesetz“ der Erregung [Schm00], weshalb **einzelne Neuronen als nichtlineare Elemente** angesehen werden können. Die Dauer eines APs beträgt $1 - 2ms$. Die APs besitzen also eine Frequenz von $500 - 1000 Hz$ und sind somit in den hier untersuchten EEGs¹ nicht (einzeln) sichtbar.

Signalweiterleitung (Postsynaptische Potentiale)

Nach Übertragung des Signals von der erregten Zelle über Synapsen auf die verbundene Zelle entsteht dort ein so genanntes *Postsynaptisches Signal* (PSP), welches erregender Natur (EPSP) oder hemmender Natur (inhibitorisch; IPSP) sein kann, je nachdem, welche Synapse die Verbindung herstellt. Trotz additiver Rauschkomponenten der elektrischen Aktivität von Membranen, kann angenommen werden, dass die Reizweiterleitung in Neuronenverbänden quasi-deterministischer Natur ist [Lop97]. Die PSPs werden in der verbundenen Zelle als Eingangssignale am so genannten Axonhügel einer Zelle summiert und entscheiden dort, ob ein überschwelliges Signal (Erregung) vorliegt und somit eine Entstehung eines APs erfolgt. Die PSPs haben eine Dauer von $10-150ms$ ($\Delta t(EPSP) : 10 - 30ms$; $\Delta t(IPSP) : 70 - 150ms$), besitzen also eine Frequenz von etwa $6-100Hz$ und tragen nur indirekt zu den hier untersuchten EEG-Verläufen bei. Erst durch eine zeitliche Versetzung, also Überschneidung solcher Potentiale von benachbarten Zellen werden eine Vielzahl von PSPs in einem EEG registriert. Die zum EEG beitragende Zellanzahl ist dabei von der Oberfläche der Elektrode abhängig. Die gemessenen Spannungsschwankungen setzen sich somit aus vielen Signalen von interagierenden Neuronen zusammen, welche in ein kompliziertes Netzwerk eingebettet sind, wobei eine Vielzahl von **Freiheitsgraden** vorliegt.

Ein EEG-Zeitreihenverlauf zeigt also keine einzelne Erregungen (APs) oder einzelne Informationsweiterleitungen (PSPs) von Neuronen. Das *nichtlineare Verhalten* der Neuronen ist somit nur indirekt für die Erzeugung der beobachtbaren Größe (EEG) verantwortlich. Untersuchungsmethoden der *Analyse nichtlinearer Systeme* könnten für ein EEG wegen

¹Die hier untersuchten EEGs lagen im Frequenzbereich von $0,05$ bis $80 Hz$ vor.

des Vorhandenseins *nichtlinearer Schaltelemente* im System zwar sinnvolle Ergebnisse liefern, jedoch ist die Existenz von Nichtlinearitäten in der Dynamik eines EEGs, wegen der Überlagerung einer Vielzahl von *Freiheitsgraden* nicht bewiesen. Eine kurze Beschreibung der enthaltenen Dynamiken eines EEGs sowie der Stand der Forschung wird daher in Kapitel 4.4 gegeben.

4.2 Definition der Epilepsie

Die Epilepsie (gr.: Fallsucht) ist eine wiederkehrende, *anfallsartige Funktionsstörung* des Gehirns mit anscheinend zufälligen Intervallen [Eng89]. Während dieser Funktionsstörungen, welche auch als *epileptische Anfälle* bezeichnet werden, kommt es zu exzessiven Entladungen der Neuronen und einem Ausfall der betroffenen Hirnregionen. Das jeweilige Erscheinungsbild ist - je nach Hirnregion - sehr unterschiedlich. Es äußert sich klinisch in paroxysmalen (gr.-lat.: anfallsweise auftretend) Phänomenen aus dem psychischen, sensorischen, sensiblen, vegetativen oder motorischen Bereich. Auslösende Faktoren für eine Epilepsie sind neben Fehlbildungen, Tumoren und Entzündungen im Gehirn auch Erkrankungen des Gesamtorganismus bzw. eine metabolische Störung, welche Einwirkungen auf die Gehirnfunktion besitzen, wie z.B. ein Absinken des Blutzuckers unter Normalwerte (Hypoglykämie²).

Die Epilepsie gehört zu den häufigsten chronischen Erkrankungen des Zentralnervensystems (ZNS) und besitzt die gleiche Häufigkeit, wie die weit mehr bekannte Diabetes. Etwa 1% der Weltbevölkerung leidet darunter [Ann96]; das entspricht ungefähr 800.000 Personen in Deutschland. Epilepsien können zwar in jedem Lebensjahr auftreten, eine Manifestation der Krankheit zeigt sich jedoch in etwa der Hälfte der Betroffenen bereits vor dem 10. und in zwei Dritteln bis zum 20. Lebensjahr. In ungefähr zwei Dritteln der Fälle kann Anfallsaktivität durch eine Medikation kontrolliert bzw. verhindert werden. Anderen 8% kann bei Vorhandensein eines fokalen *epileptogenen Areals* durch eine neurochirurgische Resektion desselbigen geholfen werden [Eng93]. Es verbleiben jedoch 25% der Patienten denen keine derzeit verfügbare Therapie behilflich sein kann. Abhilfe könnte allerdings durch die Möglichkeit einer *Klassifikation* eines Voranfallszustands und einer daraus resultierenden Anfallsvorhersage geschaffen werden. Damit könnte z.B. eine Prävention, ähnlich eines Schrittmachers³ eingeleitet werden.

4.3 Aufnahme eines Elektroencephalogramms (EEG)

Es gibt eine Vielzahl von unterschiedlichen Möglichkeiten zur Registrierung der elektrischen Potentialschwankungen des Gehirns (EEG-Aufnahme). Neben der klassischen EEG-Haube, welche eine EEG-Registrierung an der Oberfläche der Schädeldecke erlaubt, können Elektroden im Rahmen einer prächirurgischen Epilepsiediagnostik in das Schädelinnere (lat. intrakraniell: innerhalb des Schädels) eingebracht werden und dort eine direkte Ableitung der Hirnaktivität erlauben. Eine EEG-Aufnahme mit Hilfe einer Elektrodenhaube ist im

²Diabetes entspricht einer chron. Hyperglykämie.

³In der Parkinsontherapie wird bereits ein Implantat verwendet, welches elektrische Stimuli in gewisse Hirnareale leitet und somit die Symptome lindert.

Gegensatz zu intrakraniellen Messmethoden zwar einfach durchzuführen, jedoch infolge der Leitung der Signale durch die Gehirnflüssigkeit, die Schädeldecke und die verschiedenen Gewebsarten tiefpass gefiltert.

Zu den intrakraniellen Methoden gehört die Aufnahme des so genannten *Stereo-EEGs* (*SEEG*). Für eine SEEG-Messung werden z.B. Stabelektroden stereotaktisch⁴, intrazerebral (lat. Cerebrum : (Groß-)Hirn) z.B. in die so genannte Hippokampusstruktur⁵ beider Hemisphären (Hirnhälften) eingeführt (siehe Abb. 4.1).

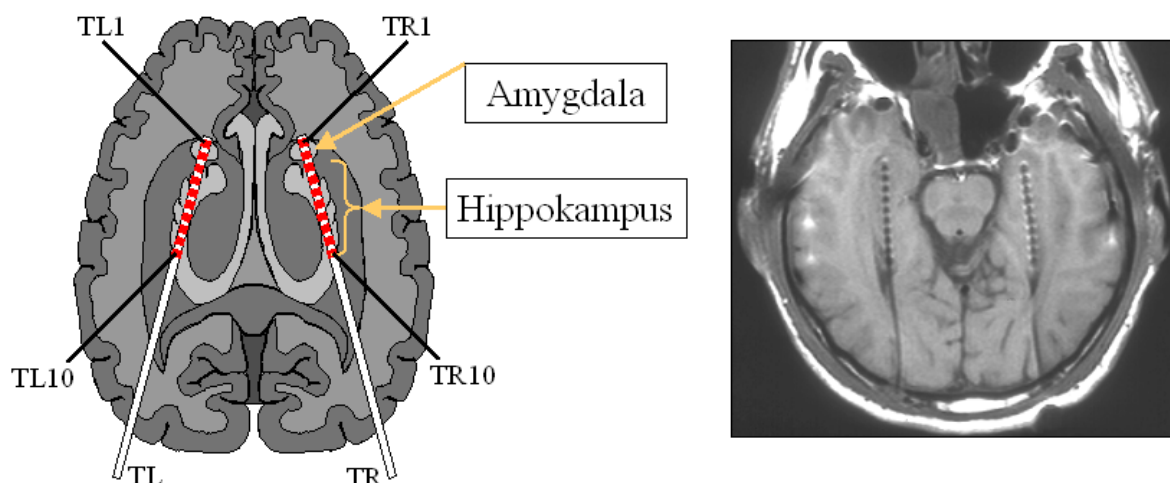


Abbildung 4.1: Links: Implantationsschema der Tiefenelektroden. Die zehn Kontakte auf dem linken Stab werden von vorne nach hinten (in der Abbildung von oben nach unten) als die Kontakte TL1 bis TL10 bezeichnet. Dementsprechend sind die Kontakte TR1 bis TR10 auf dem rechten Stab zu finden. Rechts: MRT-Aufnahme von implantierten Tiefenelektroden.

Die Stabelektroden bestehen aus einem elastischen Stab mit jeweils 10 Kontakten aus einer Nickel-Chrom-Legierung mit einem Interelektrodenabstand von 4mm, sowie einem Durchmesser von 1mm und einer Kontaktlänge von 2,5mm. Das Volumen des Gehirngewebes, welches zum Summenpotential beiträgt, kann daher eine Größe von einigen Kubikmillimetern erreichen. Daraus ergibt sich ein Zell-Ensemble von mehreren Zehntausend Neuronen, denn in 1mm^3 sind ca. $2 \cdot 10^4$ bis $4 \cdot 10^4$ Neuronen enthalten [Fri92]. Trotz erhöhter Risiken⁶ für den Patienten liegen die Vorteile zur Untersuchung des Systems Gehirn eindeutig auf der Seite der intrakraniellen Messung (SEEG). Die Aufnahme der elektrischen Aktivität geschieht dabei direkt an der Quelle. Die Impedanzen zwischen Quelle und Elektrode bleiben gering und lineare Frequenzgänge bleiben erhalten. Die Untersuchungen dieser Arbeit wurden ausschließlich an SEEG-Aufnahmen durchgeführt.

⁴Stereotaktisch ist ein Ausdruck, welcher die Sterotaxie betrifft. Er umschreibt das punktförmig genaue Berühren eines bestimmten Gebietes im Gehirn durch ein kleines Bohrloch in der Schädeldecke.

⁵Der Hippokampus bildet zusammen mit der Amygdala, sowie dem so genannten Gyrus parahippocampalis den medialen Temporallappen, dessen (pathologische) Dynamik in dieser Arbeit untersucht wird.

⁶Das chirurgische Risiko einer Schädigung im Rahmen der Messung ist auf Grund der Elektrodengröße als gering anzusehen.

Signalerfassung

Die hirnelektrische Aktivität wurde kontinuierlich mit einem 128-Kanal-Aquisitionssystem in der Klinik für Epileptologie der Universität Bonn registriert. Die Abtastrate lag für die in Kapitel 5 untersuchten SEEG-Zeitreihen bei 173,61Hz bzw. für die in Kapitel 6 untersuchten Reihen bei 200 Hz. Die Aufzeichnungen wurden mit einem Bandpassfilter (0.05 - 80 Hz) durchgeführt und zur Konvertierung der Daten wurde ein 12- bzw. 16-bit Analog-Digital-Wandler verwendet. Ein typischer Verlauf eines SEEGs ist in folgender Abbildung (4.2) zu sehen.

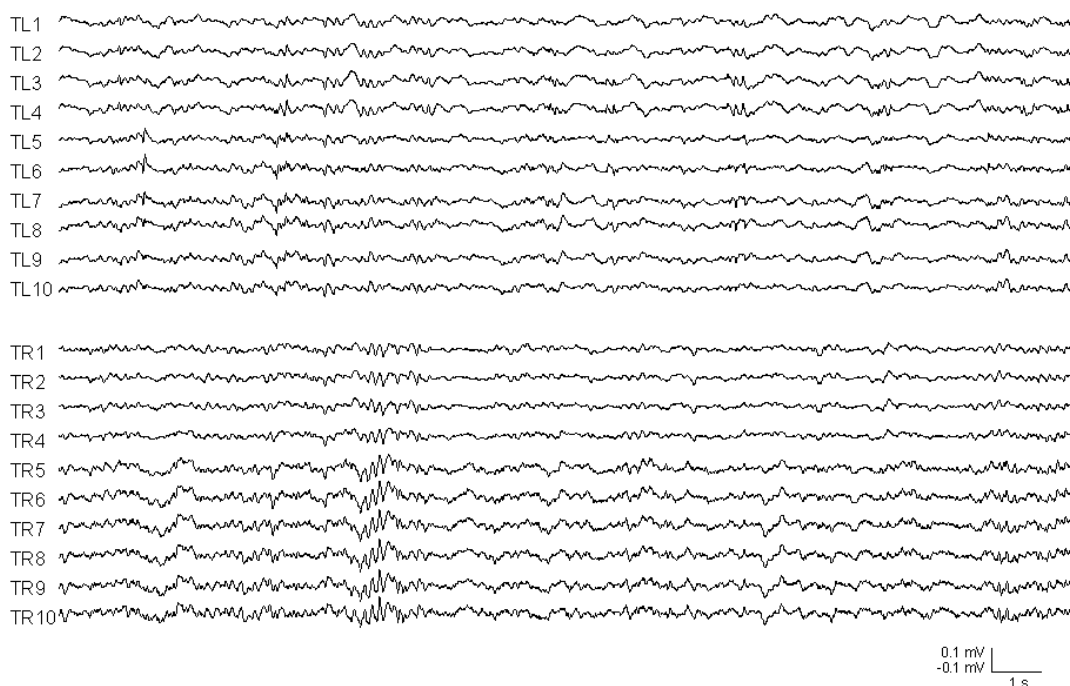


Abbildung 4.2: SEEG der linken (oben) und rechten (unten) Hippokampusformation eines zwischenanfallsabschnittes mit einer Dauer von 20 Sekunden.

4.4 Eigenschaften des EEGs

Ein EEG zeichnet sich im allgemeinen durch charakteristische Amplituden- und Frequenzschwankungen aus (siehe auch das SEEG in Abb.4.2). Die Amplitude besitzt keinen glatten Verlauf. Es sind plötzliche, zum Teil sprunghafte Änderungen zu beobachten, was als Indiz für *nichtlineares Verhalten* gewertet werden kann. Die regelmäßigen Potentialschwankungen eines EEGs werden zur Beschreibung einzelner normaler und abnormaler Charakteristika in Abhängigkeit der Frequenz in Delta- (0-4Hz), Theta- (4-8Hz), Alpha- (8-12Hz), Beta- (13-30Hz) und Gammaband (30-40Hz) unterschieden. (Die Grenzwerte dieser Abschnitte variieren in der Fachliteratur zum Teil.)

Während bei einem Normalbefund eines EEGs der mittlere Alpha- und höhere Betafrequenzbereich dominieren, können Abweichungen, wie das Auftreten von niedrigen Frequenzen (im Wachzustand), dementsprechend als pathologischer Befund dienen. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass auch das Lebensalter [Psc98] sowie der Zustand des Patienten, wie Wach- und Schlafzustand das EEG beeinflussen. (Für eine ausführlichere Einteilung eines Patientenzustandes zu den Frequenzbändern ist auf [Schm00] verwiesen.) Des Weiteren bleibt zu beachten, dass die Grenzen zwischen einem normalem und pathologischen Befund fließend verlaufen und zu einer vollständigen Diagnose weitere Untersuchungen und Tests erfolgen müssen.

Epileptischer Anfall im EEG

Epileptische Anfälle, welche auch als *iktale Zustände* (lat. ictus: betroffen, beunruhigt) bezeichnet werden, besitzen im betroffenen Neuronenverband ebenfalls charakteristische Frequenzverhalten im EEG. Im Vergleich zu anfallsfreien Intervallen ist eine „exzessiv gesteigerte Frequenz“ und „abnormale Synchronie“ [Psc98] zu verzeichnen. Eine bestimmte Anfallsform verzeichnet zu Beginn des epileptischen Anfalls einen Anstieg an hohen Frequenzen aus dem Gammaband (siehe auch Abb. 4.3).

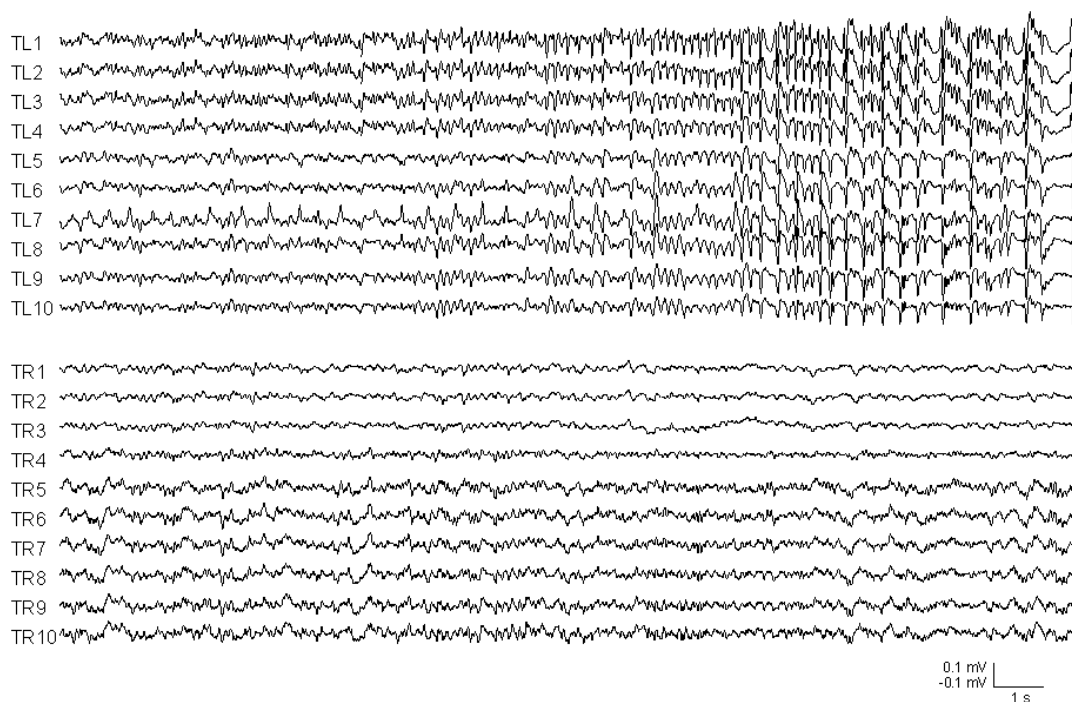


Abbildung 4.3: SEEG der linken (oben) und rechten (unten) Hippokampusformation eines Anfalls-Abschnittes mit einer Dauer von 20 Sekunden. Der epileptische Herd (fokales Areal) des Patienten befindet sich im linken Temporallappen.

Im Verlaufe eines solchen Anfalls können die hohen, anfänglich dominanten Frequenzen

an Bedeutung verlieren und ein Abschnitt von niedrigeren Frequenzen folgt, bevor nach einigen Sekunden bis Minuten eine Wiederkehr des Normalzustands beginnt.

Häufig wird während eines Anfalls im Gegensatz zum Normalzustand auch in räumlich weit entfernten Arealen ein höheres Maß an *Synchronie* beobachtet. Eine anfangs nur in einer Elektrode registrierte Anfalls-Aktivität kann sich zunächst auf die benachbarten Regionen und später (über Hemisphären-Verbindungen) auch auf die Areale der gegenüberliegenden Hemisphäre ausbreiten. Eine Vielzahl von pathologischen und auch physiologischen Phänomenen zeigen eine *Synchronisation* größerer Verbände von Neuronen und besitzen verschiedene dominante Rhythmen [Lop91], jedoch ist die deutlichste Erscheinungsform der Synchronisation während eines epileptischen Anfalls zu beobachten. Ein solches *Synchronisationsphänomen* kann als „dynamische Zwangsbedingung“ gesehen werden, welche durch **Einschränkung der Systemfreiheitsgrade** die Komplexität der Dynamik reduziert. Die *nichtlinearen Verhaltensweisen* der einzelnen Neuronen könnten dadurch an *Einfluss* gewinnen. Es kann daher hypothetisiert werden [And01], dass auf neuraler Ebene sowohl pathologische als auch physiologische Synchronisationsphänomene zu einem **nicht-linearen deterministischen Erscheinungsbild des EEG** führen, im Gegensatz zu dem sonst linear stochastischen Erscheinungsbild. Eine Untersuchung dieser Hypothese mit unterstützenden Ergebnissen ist in [And01] und [And01a] zu finden.

Anfallsbezogene Zustände im EEG

Das Gehirnareal, von dem verantwortlich und herdförmig der epileptische Prozess ausgeht, wird epileptogenes Areal genannt und wird im allgemeinen als ein hoch-synchronisiertes Neuronennetzwerk mit einer inhibitorischen Umgebung verstanden. Es wird angenommen, dass es *vor einem Anfall* zum Aufbau einer so genannten „*kritischen Masse*“ kommt. Aus diesem Grunde erscheint es sinnvoll, auch von einem eventuell vorhandenen *Voranfallszustand* zu sprechen, dessen Klassifikation zu einer medizinisch erwünschten Anfallsvorhersage notwendig wäre und zu eventuellen Warn- oder Präventions-Systemen führen könnte. Neben dem Anfalls- und eventuellen Voranfallszustand können weitere, zur Beschreibung des epileptogenen Prozesses nützliche Zustände beschrieben werden, deren Auflistung (inkl. Anfallszustand) folgt:

- ***Peri-iktaler-Zustand*** : Zustand um einen Anfall (inklusive Anfall)
- ***Prä-iktaler-Zustand*** : Eventuell vorhandener Voranfallszustand
- ***Iktaler-Zustand*** : Anfallszustand
- ***Post-iktaler-Zustand*** : Zustand nach einem Anfall
- ***Inter-iktaler-Zustand*** : Zustand zwischen den Anfällen

Wie folgend beschrieben besitzt die (zum Vergleich der Systemzustände notwendige) Untersuchung des *inter-iktalen-Zustands* neben dem *prä-iktalen-Zustand* einen besonderen Stellenwert in der Epilepsieforschung. Zur Bestimmung des epileptischen Herdes und zur Beurteilung der Risiken einer Resektion des betroffenen Areals (durch die Mediziner) wird

nach dem „Goldstandard“ ein EEG während mehrerer Anfälle (Anfallsaktivitäten) benötigt, um das fokale Areal z.B. durch beginnende pathologische Aktivität zu identifizieren. Durch die geänderten Umstände des Patienten während einer SEEG-Messung kann es jedoch einige Zeit (Tage bis zu Wochen) dauern bis ein Anfall eintritt. Aus diesem Grunde ist es von großer Bedeutung, auch während des *inter-iktalen* Zustands mit Hilfe des EEGs die *räumlich-zeitliche Dynamik* zu beobachten, um eventuell das fokale Areal auch ohne Anfall eindeutig zu identifizieren und somit die Messdauer erheblich zu verkürzen.

Schlafstadien im EEG

Die Schlafstadien wurden unter anderem durch ihr Frequenzverhalten im EEG (extrakraniell mit einer Elektrodenhaube aufgenommen) klassifiziert [Rec68] und besitzen, wie auch einige Pathologien viele *Anteile der niedrigen Frequenzbänder*, sind jedoch nicht mit diesen krankhaften Veränderung zu verwechseln. Es ist daher ratsam, eventuelle Auswirkungen der Schlafstadien auf EEG-beschreibende Kenngrößen zu untersuchen, um Fehlinterpretationen zu vermeiden. Einer groben Beschreibung folgend sind die Schlafstadien umso tiefer, je niedriger die Frequenzen sind, welche im EEG vorliegen. Es sind jedoch einige Ausnahmen und Besonderheiten in verschiedenen Schlafstadien, wie z.B. der REM-Phase (REM: Rapid Eye Movement) zu beachten. Eine Zusammenfassung der Schlafstadien und deren Frequenzverhalten ist in Tabelle 4.1 gegeben.

Schlafstadium	EEG-Frequenzen
Wach (entspannt)	Vorherrschender Alpharhythmus
REM-Schlaf	Kein Alpharhythmus; Gemisch schneller Frequenzen
Stadium 1	Kein Alpha, schnelle Beta- und niedrige Theta-aktivität
Stadium 2	Theta-aktivität
Stadium 3	Delta-aktivität (10-50%)
Stadium 4	Vorherrschender Deltarhythmus (>50%)

Tabelle 4.1: Einteilung der Schlafstadien [Schm01].

Die Stadien sind nach dem Frequenzverhalten geordnet. Im zeitlichen Ablauf wäre die REM-Phase an letzter Stelle zu finden. Ein Vergleich zwischen dem Frequenzverhalten am Tage (Wachzustand) mit dem in der Nacht (Schlafzustand) zeigt also deutliche Unterschiede, welche auch als *zirkadiane Schwankungen* bzw. *zirkadianer Rythmus*⁷ im EEG bekannt sind.

Bekannte Dynamik des EEG und Stand der Forschung

Wie in vorangegangenen Kapiteln erwähnt, ist ein Aufgabengebiet der Zeitreihenanalyse die Klassifikation und Charakterisierung dynamischer Systeme. In den vergangenen

⁷Aus der ungefähren Periode von etwa (lat.: **circa**) einem Tag (lat.: **dies**) leitet sich der Begriff des so genannten *zirkadianen Rythmus* ab.

Jahrzehnten wurde diese Zielsetzung verstärkt auf Zeitreihen der hirnelektrischen Aktivität bezogen. Eine Vielzahl von EEG-Zeitreehen-Untersuchungen folgten und beschäftigten sich mit deren Dynamik (z.B. [Ias90], [Pij91], [Leh95]). Die ersten Studien befassten sich mit *linearen Methoden* zur *Fokuslokalisierung* des epileptogenen Areals z.B. mit Hilfe des Leistungsspektrums von extra- und intrakraniellen EEG-Registrierungen ([Ger70], [Bin78], [Lop86], [Pan90], [Mar92], [Ala95], [Nuw98] und [Dra98]).

Es folgten Arbeiten mit Methoden der *nichtlinearen Zeitreihenanalyse*, welche die Hypothese, dass ein EEG ein *nichtlineares Erscheinungsbild* besitzt, untersuchten und unterstützten. Es wurden EEGs von Patienten im entspannten Wachzustand [Rom95] sowie im Schlafzustand [Fel96] verwendet. Weitere Studien beschäftigten sich mit verschiedenen Krankheitsbildern, wie Alzheimer [Jel99] und Parkinson [Pez01].

Nach Veröffentlichungen von Arbeiten, in denen z.B. positive Werte von maximalen Lyapunovexponenten [Fra90] für Oberflächen-EEGs während eines epileptischen Anfalls beobachtet wurden, wurde zunächst das Zugrundeliegen einer *chaotischen Dynamik* als bewiesen angesehen, obwohl vorherige Untersuchungen zeigten, dass Zeitreihen mit stochastischen Dynamiken vergleichbare Resultate von maximalen Lyapunovexponenten sowie Korrelationsdimensionen liefern ([The86] und [Os89]) und die Aussage absoluter Werte der nichtlinearen, charakterisierenden Maße an Bedeutung verlor. Eine Lösung der Problematik wurde 1991 durch das Konzept der *stochastischen Kontrollsignale* (Surrogate) von [Pij91] und [The92] geliefert. Diese werden aus den zu untersuchenden Zeitreihen gewonnen, indem sie z.B. in den Frequenzraum transformiert werden, die Phasen randomisiert und rücktransformiert werden. Dadurch bleiben ursprüngliche statistische Verhältnisse (z.B. Leistungsspektrum) erhalten, wobei jedoch die eventuelle nichtlineare Struktur zerstört wird. In der Arbeit [Pij97] wurden Korrelationssummen von EEG- mit Surrogatzeitreihen verglichen, was die Autoren veranlasste, von einer chaotischen Dynamik abzusehen und stattdessen auf eine **niederdimensionale deterministische Dynamik** zu schließen.

Untersuchungen der zeitlichen und räumlichen Variationen nichtlinearer, charakterisierender Maße von intrakraniellen EEG-Zeitreehen erlaubten eine korrekte *Lokalisation des epileptogenen Areals*. Es wurden z.B. die zeitlichen Variationen eines Komplexitätsverlustes L^* aus Zeitreihen verschiedener Messpunkte des Systems beobachtet ([Leh95] und [Wid00]). Ein Überblick von weiteren Studien zur Lokalisation des epileptogenen Areals, welche ebenfalls eine Verwendung von nichtlinearen, charakterisierenden Maßen motivieren, ist z.B. aus [Leh01] zu entnehmen.

Neben den zeitlichen Mittelwerten der räumlichen Verteilung ist die zeitliche Variation der Dynamik von besonderer Bedeutung. Die Theorien zur Anfallsentstehung, wie der Aufbau einer „kritischen Masse“, erlauben (wie oben bereits erwähnt) die Annahme auf eine eventuell mögliche *Klassifikation eines prä-iktalen Zustands*, womit eine (z.B. für therapeutische Zwecke wichtige) Anfallsvorhersage ermöglicht werden könnte. Bereits 1991 wurden bestimmte Wertebereichsabfälle von maximalen Lyapunov-Exponenten als charakteristisch für Zustände vor einem Anfall interpretiert [Ias91]. Unter anderem folgte eine Studie über einen Schätzer der effektiven Korrelationsdimension D_2^* im Vorfeld eines Anfalls, wobei in 15 von 16 Anfällen eine vorangehende Erniedrigung von D_2^* zu verzeichnen war [Leh98]. Vergleichbare Ergebnisse lieferte die Berechnung der Korrelationsdichte für das EEG [Mart98].

In den letzten Jahren wurde das Augenmerk der Analyse von EEG-Zeitreihen des Weiteren auf so genannte *bivariate* Maße gerichtet. Diese benötigen zur Berechnung zwei Zeitreihen und treffen z.B. Aussagen über Phasensynchronisation [Mor00] oder Ähnlichkeiten ([LeV00] und [LeV01b]). Ferner berichten Iasemidis und Mitarbeiter über eine Zunahme der Korrelation von - an verschiedenen Mess-Sonden berechneten - Lyapunov-Exponenten im Vorfeld eines Anfalls [Ias01]. Insbesondere die Arbeit über Phasensynchronisation ([Mor00], [Mor03a] und [Mor03b]) zeigte Erfolge in der Anfallsvorhersage. Insgesamt konnte in bis zu 80% der Fälle ein eventueller prä-iktaler Zustand, durch eine charakteristische Erniedrigung der Phasensynchronisation im Vorfeld des Anfalls identifiziert werden. Die Phase scheint also besonders deutliche Charakteristiken zu besitzen, welche in Synchronisationsuntersuchungen zur Identifikation von Dynamikänderungen verwendet werden kann.

Des Weiteren wurde der in Kapitel 3 erwähnte Hurstkoeffizient aus dem Amplitudenverlauf eines EEGs gewonnen [Ceb03] und das Skalierungsverhalten von EEG-Amplituden untersucht. Hierbei zeigte sich jedoch keine angenommene globale Skaleninvarianz.

Weiteres Vorgehen

Neben einer bisher nicht erreichten hundertprozentigen *Sensivität und Spezifität* der Maße für einen prä-iktalen Zustand ist als weiterer Nachteil zu erwähnen, dass die Berechnungen der erwähnten Maße auf herkömmlichen Rechnern *zeitintensiv* sind und nur in wenigen Fällen eine Echtzeitberechnung erlauben. Aus diesem Grunde ist es ratsam, alternative Berechnungs- und Approximationsmöglichkeiten der Maße zu suchen. Eine leistungsstarke Rechenmaschine stellt das in Kapitel 2 beschriebene Zelluläre Neuronale Netzwerk dar [Chu88]. Im Gegensatz zu üblichen Prozessoren, welche zur Berechnung einer beliebigen mathematischen Größe mehrere Takte benötigt, um ein Programm abzuarbeiten, ist zur Approximation einer Größe im CNN nur ein einziger Takt von Nöten. Bereits 2000 wurde aus diesem Grunde ein CNN zur erfolgreichen Approximation der Korrelationsdimension von EEG-Zeitreihen verwendet [Tet99]. Des Weiteren besitzt ein CNN hohe Anpassungsfähigkeit an Problemstellungen (siehe auch Kapitel 2), weshalb es nahe liegt, einen CNN zur Klassifikation von Systemzuständen durch Zeitreihenanalyse, ohne eine vorherige Kenngrößenbestimmung oder -Approximation zu trainieren. Ein solches Training wird in dieser Arbeit in Kapitel 5 für die *Klassifikation von Zuständen des epileptischen Gehirns* beschrieben.

Auf Grund des *nichtlinearen Erscheinungsbilds* des EEGs sowie dessen *nicht glatten Verlaufs* wird in der vorliegenden Arbeit die Fraktalität des Graphen, welche sich auch in der Korrelationsdimension widerspiegelt, durch Bestimmung des *Skalierungskoeffizienten* nochmals untersucht. Der größte Unterschied zur Skalierungs-Untersuchung in [Ceb03] liegt auf Grund der positiven Ergebnisse von Untersuchungen der Phasensynchronisation in der Verwendung einer *Phaseninformation* zur Berechnung des *Skalierungskoeffizienten der Phase*. Im Gegensatz zu Untersuchungen der Phasensynchronisation soll in dieser Arbeit der Informationsgehalt einer Phase (einzelner Zeitreihen) untersucht werden, indem deren Skalierungsverhalten bestimmt wird. Mit Hilfe eines Skalierungskoeffizienten einer Phaseninformation werden Aussagen zur zeitlichen und räumlichen Dynamik des Systems getroffen bzw. bestätigt. Die Ergebnisse werden in Kapitel 6 besprochen.

Kapitel 5

Zeitreihenklassifikation mit einem CNN

Das in Kapitel 2 beschriebene Zellulare Neuronale Netzwerk wird hier zur Analyse von SEEG-Zeitreihen als Klassifikator von Zuständen des in Kapitel 4 skizzierten *nichtlinearen Systems* aus den dort genannten Gründen verwendet. Besonderes Augenmerk in den Untersuchungen galt dabei der Unterscheidung eines Zwischenanfalls- und eines vermuteten Voranfallszustands. Das Ziel der Untersuchungen war die Suche eines diese Aufgabe erfüllenden Gens μ . Dazu wurden Rahmenbedingungen bestimmt und verschiedene Trainingsmethoden sowie verschiedene Trainingsmengen, welche aus SEEG Zeitreihen zusammengestellt wurden, angewendet. Der Verlauf des Trainings, also die iterative Parameteranpassung eines CNN, kann dabei als Detektion nach Zustands-Merkmalen, wie z.B. charakteristische Abläufe im SEEG, gesehen werden.

Zunächst wird das Prinzip einer solchen Zeitreihenanalyse mit Hilfe eines CNNs erläutert und auf die Normierung der Zeitreihen eingegangen. Die Randbedingungen der CNN-Zell-Matrix werden gesetzt und die Sollergebnisse der Datensets definiert, welche zur Parameteroptimierung des CNNs verwendet wurden. Anschließend folgt eine Beschreibung einiger genereller Verhaltensweisen eines CNNs im Training, welche aus hier nicht dargestellten Voruntersuchungen stammen. Die damit gewonnenen Erkenntnisse wurden folgend genutzt, um eine Klassifikation von SEEGs des komplexen Systems Gehirn und somit eine Klassifikation der Systemzustände zu trainieren. An Stelle eines realen CNNs wurde im folgenden ein Simulator (*SCNN*) verwendet, welcher in Anhang A.1 beschrieben wird.

5.1 Zeitreihenanalyse mit einem SCNN

Zunächst werden generelle Vorüberlegungen beschrieben. Diese erleichtern das Training durch eine sinnvolle Minimierung des im Training zu untersuchenden Parameterraums, dessen Parameter sich aus den *Randbedingungen* (virtuelle Randzellen), den Gewichtungsparemtern, den Möglichkeiten der *Datenanordnung* (in der Gitterstruktur des $M \times N$ -SCNN) sowie den möglichen *Normierungen*, dem *Nachbarschaftsradius*, verschiedenen *Trainingsmethoden*, den *Vergleichsfehlern* und deren Verknüpfung zum *Gesamt-Vergleichsfehler* zusammensetzen.

Sollten empirische Aussagen über alle Variationsmöglichkeiten des SCNNs in Bezug auf eine zu trainierende Aufgabe getroffen werden, und bestünde die Testmenge z.B. aus 15 Datensets mit Zeitreihen der Länge 4096 Datenpunkten (DP), so würde bei 5000 Trainingsschritten die Dauer der Studie auf einem 1 GHz-Rechner mehrere Jahre betragen. Auf Grund einer zeitlich sinnvollen Effizienz konnte daher keine vollständige Parametervariationen durchgeführt werden. Daher ist eine Vorauswahl der Variationen aus bekanntem Verhalten und Erfahrungswerten aus den Voruntersuchungen (Kapitel 5.2) zu treffen. Einige Parameter-Variationen bzw. -Einstellungen wurden somit nur stichprobenartig untersucht.

Bei der Verwendung eines SCNNs als Klassifikator stellt sich zunächst die Frage nach einer sinnvollen *Normierung der Daten*, denn der SCNN-Wertebereich ist durch $[-1, 1]$ gegeben.

5.1.1 Normierung der Daten

Die aufgenommene SEEG Zeitreihe wurde in Datenfenster der Länge 4096 DP unterteilt, welche Zeilenweise in eine 64×64 -SCNN-Matrix geladen werden konnten, sodass jede Zelle als Eingangssignal u_{ij} (Vgl. Gleichung 2.10) je ein Element der Zeitreihe besaß. Bei einer Abtastrate von 200Hz entspricht ein 4096-DP-Fenster einem Abschnitt von 20,48s; die Länge des Fensters erlaubt dabei einen Kompromiss zwischen quasi stationärem Zustand des Systems und einer ausreichenden Anzahl von Datenpunkten zur Charakterisierung der Dynamik. Vor dem Einlesen der Werte in das SCNN wurde eine fensterweise Normierung verwendet. Jedes Fenster ergab später mit einem dazugehörigen Sollergebnis (für jede Zelle einen Wert) und den Startwerten $x_{ij}(t = 0)$, bestehend aus Zufallszahlen¹ (*univariate Untersuchung*²) ein Datenset. Für eine *bivariate Untersuchung* (in der 64×64 -SCNN-Matrix) werden die Startwerte aus einem Abschnitt einer zweiten normierten Zeitreihe entnommen.

Die untersuchten SEEG-Daten (in μV gemessen) lagen zu über 90% in einem Bereich von $[-300, 300]$. Alle darunter und darüber liegende Amplitudenwerte wurden auf das Minimum von -300 bzw. das Maximum von 300 gesetzt. Damit wurden alle Abschnitte gleich behandelt, im Gegensatz zu einer Normierung, welche sich auf die Maximal- und Minimalwerte des Abschnittes bezieht und somit z.B. Amplitudenvergleiche unter normierten Abschnitten verhindert. Die auf $[-300, 300]$ beschränkten Fenster wurden abschliessend auf den Bereich $[-1, 1]$ linear abgebildet, um die Kompatibilität zum SCNN-Wertebereich zu ermöglichen.

5.1.2 Randbedingungen

Zu einem erfolgreichen Training gehört ebenfalls die Festlegung der Zustandswerte x_{ij} der virtuellen Randzellen. Im Falle von einer so genannten *geschlossenen-Torus-Randbedingung* werden die virtuellen Randzellen auf den Wert der gegenüberliegenden Randzellen gesetzt,

¹Die Zufallszahlen waren dabei um Null gleichverteilt.

²In Anlehnung an uni- und bivariate Maße, welche zur Berechnung eine einzige oder zwei Zeitreihen verwenden, werden Untersuchungsmethoden, die eine oder zwei Zeitreihen verarbeiten, hier als uni- und bivariate Untersuchungen bezeichnet.

wobei die Werte der virtuellen Randzellen einer Zeile im Gegensatz zu den virtuellen Randzellen einer Spalte aus der darauf folgenden Zeile stammen (siehe Abbildung 5.1). Die letzte Zelle einer Zeile wird also mit der ersten Zelle der darauf folgenden Zeile verknüpft. Die Zeilen sind somit aneinander gesetzt und ergeben eine Reihe von zeitlich aufeinanderfolgenden Werten. Der ursprüngliche zeitliche Zusammenhang der eingelesenen Zeitreihe wird wieder hergestellt. Aus diesem Grund ist die geschlossene-Torus-Randbedingung bei zu analysierenden Zeitreihen und zeilenweiser Datenanordnung sinnvoll und wird in allen Studien (1 bis 4; ab Kapitel 5.3) verwendet.

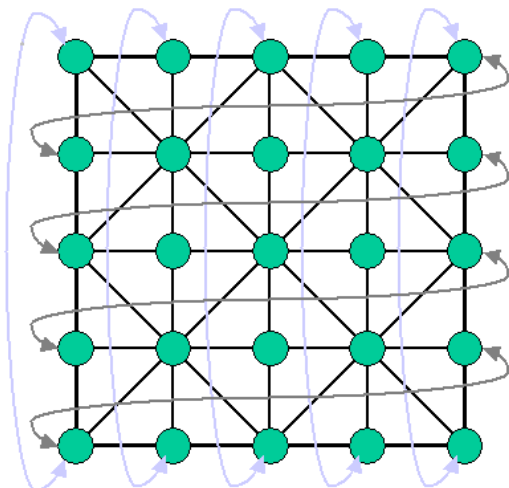


Abbildung 5.1: Geschlossene, torusförmige Verknüpfung der Randzellen.

5.1.3 Sollergebnisse und Vergleichsfehlerdefinition

Das Sollergebnis, die Eingabedaten und die Startwerte bestehen aus jeweils $M \cdot N$ -Werten, also erhält jede Zelle ein u_{ij} und x_{ij} , womit alle Parameter der zellbeschreibenden DGL - außer den Templates - beschrieben sind. Die Eingabedaten u_{ij} waren durch die 4096 Elemente eines Zeitreihenabschnitts gegeben und somit ein CNN mit 4096 Zellen zu verwenden (z.B. ein 64×64 CNN). Die 4096 Zellzustände x_{ij} sollten im Falle eines bestimmten Systemzustands alle auf ein und den selben Wert gesetzt werden, um diesen Zustand zu deuten. Die $M \cdot N$ Werte des Sollergebnis $x_{Soll,ij}$ wurden daher alle auf den gleichen Wert gesetzt. Die Aufgabe des SCNN-Trainings bestand darin, die Template-Elemente zu bestimmen, welche diese Aufgabe erfüllen. Der SCNN wurde somit zum hier genannten *direkten Klassifikator* trainiert, wobei anhand der SEEG-Zeitreihe bzw. deren Verlauf der System-Zustand (z.B. inter-iktal) ohne vorheriger Kenngrößenberechnung „direkt“ klassifiziert werden sollte.

Wird den Beträgen ein bestimmter Grauwert zugeordnet, so entspricht der SCNN-Matrix ein Bild mit $M \cdot N$ Bildpunkten und es ergeben sich Sollergebnis-, Eingangsdaten- und Startwert-Bilder. Wegen der Einfachheit dieser bildlichen Darstellung wird im folgenden öfter Gebrauch davon gemacht.

Zur Unterscheidung von zwei Zuständen wurden die im SCNN größtmöglich entfernten Werte, die Extrema -1 und +1 als Sollwerte der einzelnen Zellen gewählt. Im Falle von drei zu klassifizierenden Zuständen wurde der Wert 0 als Sollwert hinzugenommen. In der

bildlichen Grauwerte-Darstellung ergab sich entweder eine schwarze ($x_{Soll,ij} = -1$), eine graue ($x_{Soll,ij} = 0$) oder weiße ($x_{Soll,ij} = +1$) Fläche. Die Wahl solcher Sollergebnisse wurde bereits bei anderen Aufgabenstellungen erfolgreich verwendet. Als Beispiel ist die Approximation der Kenngröße D_2^* (effektive Korrelationsdimension) [Ame98] zu nennen.

Als Vergleichsfehler wurde die prozentuelle Abweichung der einzelnen Zellwerte x_{ij} zu den Sollzellwerten $x_{Soll,ij}$ verwendet. Da in jeder Studie ein epochenweises Training angewendet wurde und somit mehrere Datensets aus Eingabedaten, Startwerten und Sollergebnissen in einer Trainingsmenge enthalten waren, wurde der prozentuelle Vergleichsfehler jedes Datensets zu einem Gesamt-Vergleichsfehler (GVF) gemittelt. Hierbei ist jedoch darauf zu achten, dass durch die Mittelung gegensätzliche Aussagen wegfallen können und der GVF auf das Zustandekommen geprüft werden muss. Ein GVF von 20% kann daher eventuell ein besseres Ergebnis darstellen als ein GVF von 10%, weshalb diese Überprüfung nach jedem Training durchgeführt wurde.

5.1.4 Problem der Zuordnung eines Sollergebnisses

Es ergaben sich Problematiken bei der Zuordnung eines Sollergebnisses zu einem SEEG-Abschnitt sowie bei der Auswahl der zu klassifizierenden Zustände eines Systems, welche im folgenden beschrieben sind. Diese Auswahl ist für ein erfolgreiches Training von großer Bedeutung. Im Falle des Systems „epileptisches Gehirn“ besitzen z.B. die Zustände interiktal und prä-iktal im Gegensatz zum Zustand des Anfalls (iktaler Zustand) eine ähnliche Dynamik. Der Anfall kann als Extremereignis bezeichnet werden und ist in seiner Dynamik weit von den anderen Zuständen entfernt. Es wird angenommen, dass eine Unterscheidung des prä- und inter-iktalen Zustandes durch die Anwesenheit des Extremereignisses in der Trainingsmenge erschwert wird, was in Studie 1 (Kapitel 5.3) untersucht wird.

Die Einteilung des SEEGs in prä-iktale und inter-iktale Abschnitte³ zeigt allerdings die größere Problematik, denn um eine korrekte Einteilung vorzunehmen, müsste bereits eine exakte Klassifikation der Eingangsdaten vorliegen. Im hier analysierten System ist jedoch unklar, wie weit im Voraus ein Zustand vor einem Anfall als Voranfallszustand gelten soll und die dazugehörigen Dynamiken sind weitgehend unbekannt. Lediglich einige nichtlineare Kenngrößen, wie z.B. die effektive Korrelationsdimension D_2^* (univariate Größe; siehe auch Anhang B.2.1.3) oder die *mittlere Phasenkohärenz* R (bivariate Größe; siehe auch Anhang C.4), zeigen zum Teil eine charakteristische Änderung des Wertebereichs im Vorfeld eines Anfalls und sind somit als Hinweise auf einen solchen Voranfallszustand zu verstehen (z.B. [Leh03]). Es bleibt jedoch zu beachten, dass die eventuellen *Dynamiken eines prä-iktalen Zustands* in den einzelnen SEEG-Zeitreihen in unterschiedlicher Deutlichkeit vorliegen können.

Auf Grund dieser Gegebenheiten und da sowohl univariate als auch bivariate Untersuchungen durchgeführt wurden, konnten sowohl D_2^* (univariate Größe) als auch R (bivariate Größe) zu einer „Vorklassifikation“ der inter-iktalen und prä-iktalen Segmente verwendet werden, um die SEEG-Abschnitte einem Sollergebnis zuzuordnen und eine Trainingsmenge

³Der Begriff Segment wird für SEEGs verwendet mit einer Anzahl von Datenpunkten $\gg 4096$ und der Begriff Abschnitt für SEEG Ausschnitte mit genau 4096 Datenpunkten.

für einen SCNN zu erstellen. Es bleibt zu erwähnen, dass sich ein Charakteristikum eines eventuellen Voranfallszustand in R bereits bis zu Stunden vor einem Anfall und in D_2^* „erst“ Minuten vor einem Anfall zeigt. Aus diesem Grunde wurden nur SEEG-Segmente verwendet, in welchen beide Größen gleiche Schlussfolgerungen zuließen. Die jeweilig „vor-klassifizierten“ Zeitreihen wurden dann mit einem Sollergebnis und den Startwerten versehen und ergaben Datensets, aus denen die *Trainingsmenge* und auch eine *Testmenge* erstellt wurden.

5.2 Erkenntnisse von Voruntersuchungen

In Voruntersuchungen wurden allgemeine Verhaltensweisen eines SCNN im Training ermittelt. Als zu trainierende Aufgabe wurde eine Unterscheidung zweier Wertebereiche gewählt, deren Werte zufällig auf die SCNN-Zellen verteilt wurden. Die Wertebereiche überschritten sich, sodass die Lösung der Aufgabe keine einfache Diskriminatorfunktion darstellte, sondern ein Zellwert nur dann einem Bereich zugeordnet wurde, falls eine bestimmte Anzahl der Nachbarzellen mit Werten aus demselben Bereich belegt waren. Da zur Lösung der Aufgabe die Information der Werte der Nachbarzellen benötigt wurde, konnte somit sichergestellt werden, dass alle Template-Elemente a_{kl} und b_{kl} ungleich Null waren.

Ferner sollten in den Voruntersuchungen die Unterschiede aller *Trainings-Methoden* (siehe auch Anhang A.2), welche in der Softwareumgebung des SCNN zur Verfügung standen, bestimmt werden und die Effizienz des Trainings in Abhängigkeit der Trainingsschritte (Iterationen) untersucht werden.

Verwendete feste Parametereinstellungen in den Voruntersuchungen

Das Training wurde mit 5000 Trainingsschritten durchgeführt. Der Nachbarschaftsradius r einer Zelle C_{ij} wurde auf eins gesetzt. Damit ergab sich für die Feedback A - und Feedforward B -Matrizen eine 3×3 Struktur. Wegen der gewählten Datenanordnung konnten invariante Templates verwendet werden⁴, was zu einer erheblichen Minderung der Dauer eines Trainings führte. Die zu untersuchenden Elemente der Wertebereiche wurden als Eingangsdaten u_{ij} in die Zellen geladen. Als Startwerte $x_{ij}(t = 0)$ der Zellzustände wurden sowohl Zufallszahlen (ungleich Null) als auch (in einem zweiten Durchgang) Werte gleich Null verwendet.

Zunächst stellte sich heraus, dass mit Startwerten der Zellzustände $x_{ij}(t = 0)$ von Zufallszahlen (ungleich Null) im Gegensatz zu Werten von Null nach weniger Iterationen des Trainings eine Minimierung des Gesamt-Vergleichsfehlers erreicht wurde. Im Training zeigte sich neben dem zuverlässigen **Powell-Verfahren** das **Simulated-Annealing-Verfahren** als effektivste Möglichkeit, eine erfolgreiche Approximation zu erzielen. Das *Simplex-Verfahren* zeigte dagegen (nach 5000 Trainingsschritten) zwar ähnliche Ergebnisse, erreichte aber in keinem Trainingverlauf das beste Ergebnis und wurde aus diesem Grunde nicht weiter verwendet.

⁴Durch Verschieben dieser 3×3 Templates auf den Zellen wurden wegen der zeilenweisen Datenanordnung die gleichen nachbarschaftlichen Zeitverhältnisse beibehalten (siehe auch Kapitel 2.3.2).

Die in den Voruntersuchungen für die Aufgabe gefundenen Gene μ wurden ferner auf einer Testmenge von im Training nicht verwendeten Datensets getestet. Wenn der im Training erreichte Gesamt-Vergleichsfehler unter einem Prozent lag ($GVF < 1\%$), dann zeigte sich, dass die trainierte Aufgabe von dem gefundenen Gen μ mit adäquaten Abweichungen ($\approx 1\%$) auf der Testmenge erfüllt wurde. Dieser Test von μ aus der ersten Voruntersuchung sowie die Gesamt-Vergleichsfehlerverläufe aller drei Voruntersuchungen unterstützten die naheliegende Vermutung, dass ein *erfolgreiches Training* (vernachlässigbar kleiner Gesamt-Vergleichsfehler) umso *länger* dauert, je *komplexer* die Aufgabe ist, denn eine **Trainingsmenge** sollte möglichst alle oder zumindest alle wichtigen und **häufig auftretenden Eventualitäten beinhalten**, um ein optimal angepasstes Gen zu erhalten. Jedoch verlängert sich die Dauer des Trainings mit größer werdender Trainingsmenge, sodass meist ein **Kompromiss zwischen der Vollständigkeit der Menge und der Trainings-Dauer** eingegangen werden muss.

5.3 Studie 1: Klassifikationstraining mit SEEG - Segmenten eines Patienten

In diesem Abschnitt wird mit Hilfe der gewonnenen Erkenntnisse ein Training des SCNN für eine Klassifikation von zeitlichen Zuständen von SEEG-Zeitreihen des nichtlinearen Systems Gehirn beschrieben. Verwendet wurde ein 64×64 -SCNN, um die 4096 Elemente eines Zeitreihenabschnitts als Eingangsdaten u_{ij} in die Zellen einzulesen. Als Startwerte x_{ij} der SCNN-Zellen wurden um Null verteilte Zufallszahlen verwendet.

Zunächst wurde die Annahme überprüft, dass ein Extremereignis in der Trainingsmenge das Training negativ beeinflusst (siehe Kapitel 5.1.4), obwohl generell alle Eventualitäten in einer Trainingsmenge vorhanden sein sollten. Dazu wurden in Studie 1 zwei unterschiedliche Trainingsmengen (TM1 und TM2) verwendet. Die erste Trainingsmenge (TM1) enthielt dabei jeweils fünf SEEG-Segmente von drei unterschiedlichen Zuständen (prä-iktal, inter-iktal und iktal) des zu untersuchenden Systems, wobei der iktale Zustand als Extremereignis gesehen werden konnte. Die zweite Trainingsmenge (TM2) besaß dagegen je fünf SEEG-Segmente zweier Zustände (prä- und inter-iktal). Beide Untersuchungen sollten eine eventuelle Anfallsvorhersage ermöglichen, indem prä-iktal von den restlichen Zuständen unterschieden werden sollte.

Alle Zeitreihen wurden zeilenweise in den SCNN geladen (siehe auch Kapitel 2.3.2). Die nachbarschaftlichen Zeitverhältnisse der Zellen untereinander blieben durch diese Datenanordnung für jede Zelle gleich und es konnten invariante Templates A und B verwendet werden. Der Schwellwert (Bias z) einer Zelle wurde ebenfalls invariant gewählt. Als Randbedingung wurde in Studie 1 eine torusförmige Verknüpfung (siehe auch Kapitel 5.1.2) gewählt, damit der zeitliche Zusammenhang der Zeitreihe gewährleistet blieb.

Zuordnung des Sollergebnisses

Für einen bestimmten Zustand des Systems wurden wie oben beschrieben in einem

Sollergebnis alle Zellen des SCNN auf ein und denselben Wert gesetzt. Im Falle von drei zu klassifizierenden Zuständen (TM1) wurde die in Tabelle 5.1 gezeigte Sollergebnis-Definition der verschiedenen Zustände für die 4096 Zellwerte $x_{ij,soll}$ verwendet.

Zustand	Sollergebnis der Zellen
Inter-iktal (Zwischenanfallszustand)	-1
Prä-iktal (Voranfallszustand)	0
Iktal (Anfallszustand)	+1

Tabelle 5.1: Sollergebnisse der System-Zustände in Studie 1 (TM1).

Für zwei zu klassifizierenden Zustände (TM2) wird die Sollergebnis-Definition aus Tabelle 5.2 verwendet.

Zustand	Sollergebnis der Zellen
Inter-iktal (Zwischenanfallszustand)	-1
Prä-iktal (Voranfallszustand)	+1

Tabelle 5.2: Sollergebnisse der System-Zustände Studie 1 (TM2).

Die Tabelle 5.3 beinhaltet zusammengefasst die Einflussgrößen, welche in Studie 1 zur Anwendung kamen.

Parameter	Einstellungen
Vergleichsfehler (VF)	%-Abweichung
Verknüpfung des VFs (zum GVF)	Mittelwert
Nachbarschaftsradius	1
Trainingsmethode	Powell
Trainingsschritte	5000
Zustände (TM1)	inter-/prä-/iktal
Zustände (TM2)	inter-/prä-iktal

Tabelle 5.3: Parameter und deren Einstellungen im SCNN der Studie 1.

5.3.1 Trainingsmengen in Studie 1

Insgesamt wurden zwei SEEGs von einem Patienten mit jeweils etwa 40 Minuten Dauer verwendet. Hierbei konnte ein SEEG, welches vor und während einem Anfall aufgezeichnet war, durch die effektive Korrelationsdimension D_2^* „vorklassifiziert“ werden und ein einige Minuten langes Segment einem Voranfallszustand zugeordnet werden.

Die SEEGs wurden in Fenster der Länge 4096 DP (Abschnitte) aufgeteilt, wobei die als Eingangsdaten u_{ij} verwendeten SEEG-Daten von der Tiefenelektrode TL1 stammten.

Nach den Normierungen wurden jeweils fünf zufällig gewählte SEEG-Ausschnitte aus den verschiedenen Zuständen mit jeweiligen Sollergebnissen und Startwerten versehen; diese bildeten somit (bei zwei zu klassifizierenden Zuständen) zehn oder (bei drei Zuständen) 15 Datensets in der Trainingsmenge.

5.3.2 Ergebnisse

In Abbildung 5.2 und 5.3 sind die Gesamt-Vergleichsfehler-Verläufe der Trainings mit TM1 und TM2 dargestellt. Das Training mit TM1 zeigte nur in den ersten 500 Trainingsschritten einen Erfolg in der Gesamt-Vergleichsfehler-Minimierung, wobei die ersten 122 Iterationen einen Großteil der Erniedrigung des GVF's erzielen. Im weiteren Verlauf wurde eine Sättigung bei etwa 33% erreicht (Abb. 5.2), was als negatives Trainingsergebnis zu bewerten ist.

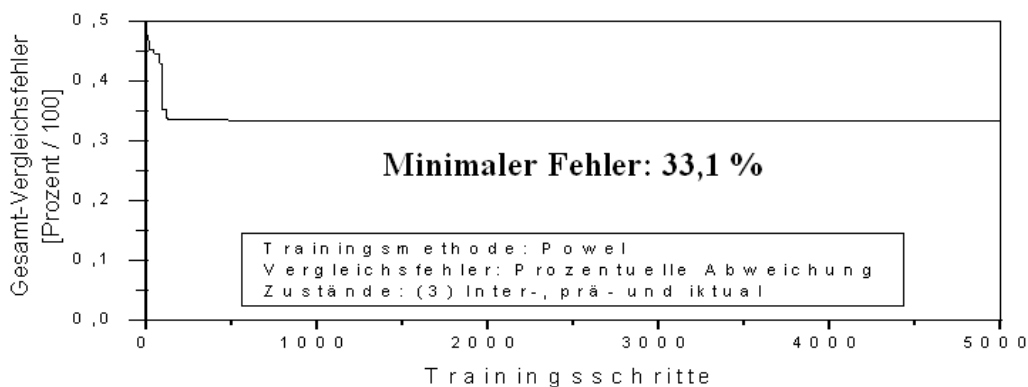


Abbildung 5.2: GVF-Verläufe der Studie 1 unter Verwendung von TM1.(Eingangsdaten u_{ij} :SEEG-Abschnitt aus TL1, Startwerte $x_{ij}(t = 0)$: um Null verteilte Zufallszahlen)

Im Gegensatz dazu zeigte der Trainingsverlauf unter Verwendung von TM2 (Abb. 5.3) erst eine Sättigung nach etwa 1200 Iterationen bei 10%; dies ist jedoch ebenfalls als negativ zu bewerten.

Die schlechte Optimierung des Gesamt-Vergleichsfehlers könnte unterschiedliche Gründe besitzen. Obwohl die Voruntersuchungen (und folgende Ergebnisse auf Seite 61) zeigten, dass die Anzahl von 5000 Trainingsschritten ein guter Kompromiss zwischen der zeitlichen Dauer und dem Erfolg des Trainings einer Aufgabe (wie eine Zustandsklassifikation) darstellt, könnte die Anzahl der Trainingschritte zu klein sein, da auf Grund des unbekanntes Fehlergebirges des GVF's, welches mit der Trainingsmethode durchfahren wird, auch nach 5000 Trainingsschritten eine Minimierung des GVF's nicht ausgeschlossen werden kann.

Des Weiteren könnte eine falsche Wahl an Datensets in der Trainingsmenge vorliegen, da es denkbar ist, dass die klassifizierende Information in unterschiedlicher Deutlichkeit in

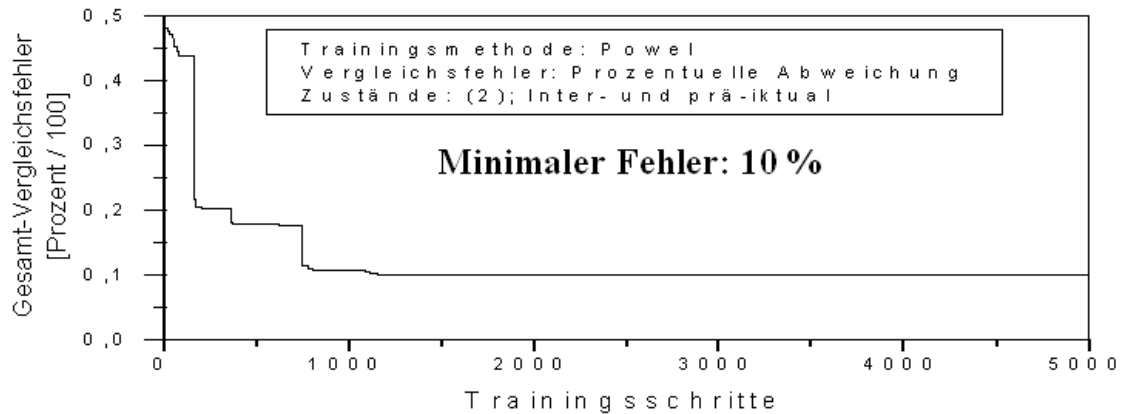


Abbildung 5.3: GVF-Verläufe der Studie 1 unter Verwendung von TM2. (Eingangsdaten u_{ij} :SEEG-Abschnitt aus TL1, Startwerte $x_{ij}(t=0)$: um Null verteilte Zufallszahlen)

den verschiedenen Abschnitten (4096 DP) vorliegt. Aus diesem Grunde wurde das Training zwei weitere Male mit anderen Abschnitten aus dem inter-iktalen und prä-iktalen SEEG-Segmenten durchgeführt. Es zeigten sich allerdings keine nennenswerten Unterschiede, weshalb von einer Abbildung dieser GVF-Verläufe abgesehen wurde. Die Verläufe in Abb. 5.2 und 5.3 sind daher auch exemplarisch zu verstehen.

Test des besten Gens

Im Falle des besten erreichten Gesamt-Vergleichsfehlerwertes von 10% in Studie 1 kann auf Grund der Größe des Gesamt-Vergleichsfehlerwertes nicht von einem erfolgreichen Training gesprochen werden. Zur genaueren Beurteilung des im Training erhaltenen Gens μ und wegen der Mittelung der VFs zum GVF wurde die Entstehung des Gesamt-Vergleichsfehlers genauer betrachtet. Hier zeigte sich, dass jedes Training kontrolliert werden muss und ein GVF nicht unbedingt den korrekten Sachverhalt widerspiegelt.

Die jeweiligen SCNN-Approximationen wurden mit den Sollergebnissen einzeln betrachtet. Als Ergebnis wurden insgesamt sechs inter-iktale und vier prä-iktale Zustände zugeordnet, was ein GVF von 10% bedeutet. Es zeigte sich jedoch, dass fälschlicherweise ein inter-iktaler Zustand als prä-iktal klassifiziert und zwei prä-iktale Zustände als inter-iktal erkannt wurden. Es waren somit nicht nur ein, sondern drei Abschnitte falsch zugeordnet worden. Da die Trainingsmenge aus zehn Datensets (fünf prä- und fünf inter-iktale Zustände) bestand, ergab eine nachfolgende Mittelung der einzelnen VFs ein GVF von 10%, was fälschlicherweise auf nur einer Falschzuordnung hinweist. Auch das Gen, welches zu einem GVF von 33% führte, zeigte drei Fehlzugeordnungen sowie einige einzelne falsche Zellwerte. Somit wird auch empirisch deutlich, dass jedes erfolgreiche Training, ungeachtet des GVFs, vor einer Weiterverwendung des gefundenen Gens μ untersucht, und eventuell mit einer Testmenge überprüft werden sollte.

In den oben beschriebenen Voruntersuchungen (Kapitel 5.2) zeigte sich, dass ein Gen nach Optimierung im Training erst auf einer Testmenge adäquate Ergebnisse liefert, wenn bei dem vorherigen Training ein $GVF < 1\%$ erzielt wurde. Eine weitere, sinnvolle Verwendung des erhaltenen Gens μ war somit ausgeschlossen, weshalb ein weiterer Test auf die Allgemeingültigkeit des Gens μ mit Hilfe einer Testmenge nicht durchgeführt wurde.

Zusammengefasst bestätigte sich in Studie 1 die Erwartung, dass die Wahl der Trainingsmenge von großer Bedeutung für den Verlauf des Trainings ist und eine Hinzunahme von Extremereignissen in einer Trainingsmenge die Aufgabe einer Zustandsklassifikation erschwert, denn das beste Ergebnis der Studie 1 wurde mit TM2 (ohne einen zu trainierenden Extremzustand) erhalten.

5.3.3 Bivariate Methode und Ergebnisse (Studie 1A)

Da es sich im System Gehirn um ein räumlich ausgedehntes System handelt, kann die Hinzunahme einer Information, welche aus unterschiedlichen Punkten des Systems gewonnen wird, Vorteile zeigen. Dies wird z.B. durch eine vergleichende Untersuchung von zwei Zeitreihen erreicht, welche zeitgleich an unterschiedlichen Messpunkten der insgesamt 20 Kontakte (siehe Kapitel 4.3) des Systems aufgenommen wurden. Auf Grund des großen Erfolgs bivariater Größen (z.B. [Mor00]) wurde die Studie 1 in abgewandelter Form wiederholt. Studie 1A verwendete als Startwerte $x_{ij}(t = 0)$ keine Zufallszahlen, sondern eine zweite Zeitreihe eines weiteren Messpunktes des Systems und ermöglichte damit eine (hier genannte) bivariate Untersuchungsmethode.

Als Vorklassifikator der SEEG-Zeitreihen wurde hier die bivariate Größe R verwendet. Die Verwendung der Kanalkombination TL1 mit TL2 zeigte in R den deutlichsten charakteristischen Verlauf im Bezug auf einen Voranfallszustand, weshalb die Zeitreihen aus TL1 als Eingangsdaten u_{ij} und die aus TL2 als Startwerte $x_{ij}(t = 0)$ verwendet wurden. Die zeitlichen Abschnitte, welche zur Erzeugung der Datensets genutzt wurden, blieben die gleichen wie in Studie 1.

In dem Trainingsverlauf in Studie 1A zeigten sich jedoch kaum Unterschiede zu Studie 1. Es wurden ebenfalls drei Zustände falsch zugeordnet und ein GVF von etwa 10% erreicht, weshalb von einer Darstellung des Verlauf abgesehen wurde. Es zeigte sich, dass in diesen Untersuchungen kein genereller Vor- oder Nachteil einer bi- oder univariaten Methode zu beobachten war. Beide Methoden zeigten im Mittel nahezu gleiche Gesamt-Vergleichsfehler-Verläufe und Ergebnisse. Aus diesem Grunde wurden die weiteren Studien wieder „univariat“ durchgeführt. Die erhaltenen Gewichtungen aus Studie 1 und 1A waren weder spezifisch (überangepasst) noch allgemein gültig. Wie bereits erwähnt, kann ein Misserfolg des Trainings viele Gründe haben. Wie in Studie 1 (Vergleich TM1 und TM2) gezeigt, besitzt die Wahl der Datensets in einer Trainingsmenge einen besonders starken Einfluss auf den Trainingsverlauf. Aus diesem Grunde wurde die Trainingsmenge in Studie 2 erweitert mit SEEG-Abschnitten mehrerer Patienten.

5.4 Studie 2: Klassifikationstraining mit SEEG - Segmenten mehrerer Patienten und Auswirkungen verschiedener Template-Strukturen.

In den Studien 1 und 1A wurden die aus einem Standard-CNN bekannten 3×3 Templates verwendet. Die Elemente der mittleren Zeile in dieser Template-Struktur⁵ ($a_{2,1}$, $a_{2,2}$, $a_{2,3}$) verbinden die Zelle bzw. den Zellwert (x_{ij}) mit dem unmittelbar vorher gelegenen Wert ($x_{i,j-1}$) und dem direkt folgenden Wert ($x_{i,j+1}$). Die obere Zeile der Templates ($a_{1,1}$, $a_{1,2}$, $a_{1,3}$) verbindet jedoch - bei zeilenweiser Datenanordnung - den aktuellen Wert (x_{ij}) mit zeitlich weit entfernten Werten ($x_{i-1,j-1}$, $x_{i-1,j}$ und $x_{i-1,j+1}$). Die zeitliche Verknüpfung der Werte ist neben der Anordnung der Daten in der Matrix also von der Template-Struktur abhängig (siehe Abb. 5.4). Wird z.B. ein $1 \times J$ ($J \in \mathbb{N}$) Template verwendet, so sind nur zeitlich hintereinander liegende Werte miteinander verbunden. Templates mit einer $1 \times J$ Struktur werden im folgenden als *zeitachsenorientierte Templates* bezeichnet. Sie verknüpfen lediglich zeitlich zusammenhängende bzw. aufeinanderfolgende Zellwerte, wodurch sich die Verwendung zur Zeitreihenanalyse anbietet, um eventuell charakteristische Verläufe deutlicher zu erkennen. Es ist verständlich, dass verschiedene Verknüpfungen (ähnlich wie Datenanordnungen) bestimmte zu trainierende Aufgaben des SCNNs erschweren oder erleichtern, je nach dem welche Information benötigt wird. Um weitere Aussagen darüber zu treffen, wurden verschiedene Verknüpfungsmöglichkeiten ebenfalls in Studie 2 untersucht.

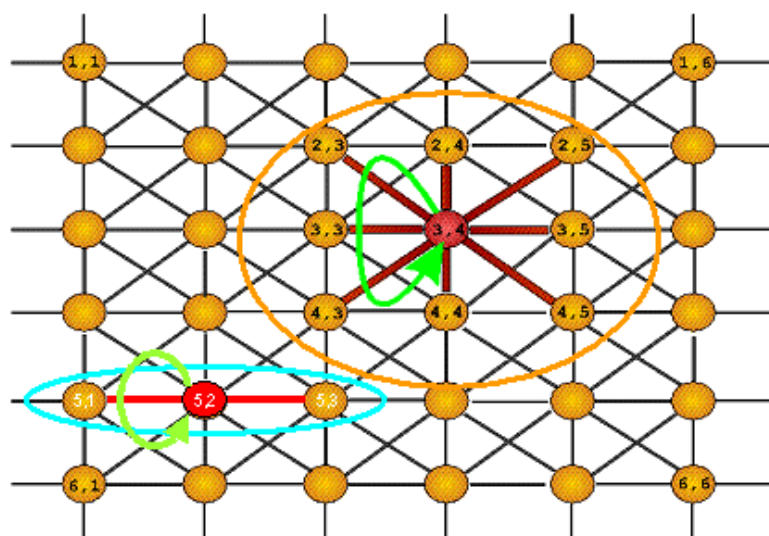


Abbildung 5.4: Verknüpfungsbereich eines 3×3 Templates (Zelle 3,4) und eines so genannten *Zeitachsenorientierten* 1×3 Templates (Zelle 5,2).

Insgesamt wurden in der folgenden Studie 2 fünf verschiedene Templatestrukturen untersucht und miteinander verglichen. Zum einen das bekannte 3×3 -Template sowie vier *zeitachsenorientierte Templates* (1×3 , 1×10 , 1×25 und 1×50).

⁵Als Beispiel wird hier das A-Template verwendet.

5.4.1 Trainingsmenge Studie 2

Bei der Verwendung von SEEG-Segmenten eines einzigen Patienten kann es passieren, dass eine Charakteristik in der Dynamik des Systems erkannt wird, welche lediglich dieser Patient besitzt und nichts mit der Dynamik eines (eventuellen) Voranfallszustands, welche (eventuell) alle Epilepsiepatienten besitzen, zu tun hat. Ferner könnten patientencharakteristische Dynamiken die (eventuell allgemein gleiche) epileptische Dynamik derart überlagern, dass ein SCNN-Training anhand der SEEG-Daten eines einzigen Patienten die Aufgabe einer Klassifikation des prä-iktalen Zustands erschwert. Aus diesem Grunde wurde in Studie 2 die Trainingsmenge aus SEEG-Abschnitten fünf verschiedener Patienten zusammengestellt. Jeweils ein inter-iktaler und ein prä-iktaler SEEG-Abschnitt eines Patienten wurde für die Eingangsdaten (u_{ij}) des SCNNs zur Trainingsmengengenerierung genutzt. Ein weiterer Vorteil einer solchen Trainingsmenge gegenüber der in Studie 1 und 1A liegt in der Möglichkeit, damit ein patientenübergreifendes, allgemein gültiges Kriterium zur Klassifikation eines Voranfallszustandes in einem SEEG zu finden.

Somit ergaben sich zehn Datensets innerhalb einer Trainingsmenge. Da es sich um verschiedene Patienten-SEEGs handelt, kann von einem Vergleich von verschiedenen, jedoch ähnlichen Systemen ausgegangen werden. Daher könnte es sein, dass die bisher verwendete Anzahl an Trainingsschritten zu klein war, weshalb diese in Studie 2 erhöht wurde. In Tabelle 5.5 sind nochmals die wichtigsten SCNN-Einstellungen zusammengefasst.

Einstellungen	Studie 2
Startwerte ($x_{ij}(t = 0)$)	Zufallszahlen
Methode	Univariat
Matrixstruktur	64×64
Zeitreihenabschnittslänge	4096
Trainingsschritte	14000

Tabelle 5.4: Einstellungen des SCNN der Studie 2.

5.4.2 Ergebnisse

In Trainingsverläufen von Studie 2 wird ein minimaler GVF von etwa 33% erreicht und es zeigt sich ein zunächst überraschendes Resultat. In Abb. 5.5 sind die Trainingsverläufe der 1×3 - und 1×10 Templates exemplarisch für alle untersuchten zeitachsenorientierten Templates dargestellt. Die 3×3 -Templates, welche nicht zeitachsenorientiert sind, besitzen nach 14000 Iterationen den geringsten Gesamt-Vergleichsfehler. Die untersuchten Templates (1×3 , 1×10 , 1×25 , 1×50) zeigten deutlich, dass je größer J , also je größer ein zeitlich kontinuierliches durch das Template verknüpftes Segment war, desto schlechter war die Optimierung und umso größer der Gesamt-Vergleichsfehler nach 5000 Trainingsschritten.

Dieses Verhalten ist zum Teil auf die Anzahl der Elemente eines Templates zurückzuführen, denn diese sind in der DGL eines Zellzustands zu finden und bestimmen unter anderem die Anzahl der zu optimierenden Parameter im Training. Es ist somit verständlich,

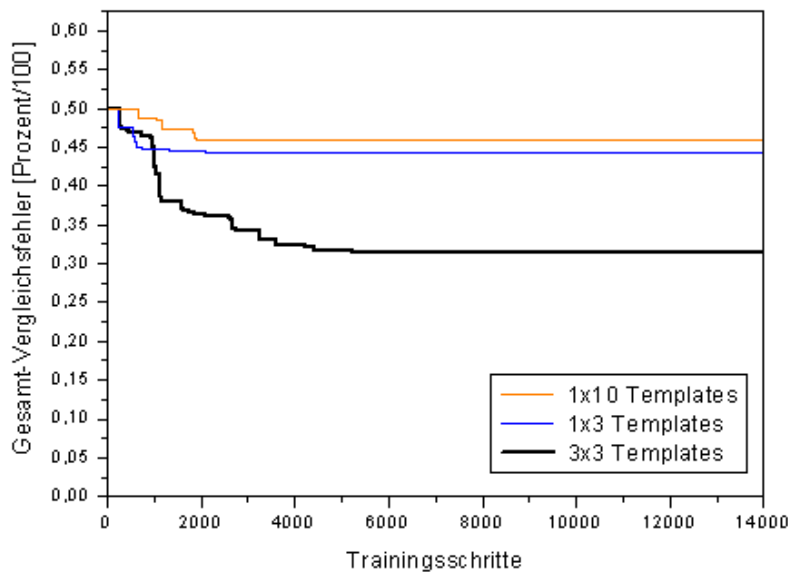


Abbildung 5.5: Drei exemplarische Trainingsverläufe der Studie 2.

dass Templates mit vielen Elementen (z.B. 25 im 1×25 Template) mehr Iterationen zur Optimierung benötigen als Templates mit wenigen Elementen (z.B. 9 im 3×3 Template). Damit sind jedoch lediglich die unterschiedlichen Trainings-Verläufe der zeitachsenorientierten Templates der Größe 1×3 , 1×10 (und die hier nicht abgebildeten, aber ebenfalls untersuchten 1×25 und 1×50) erklärbar.

Der Unterschied von etwa 15% im Gesamt-Vergleichsfehler nach 14000 Iterationen zwischen dem verwendeten 3×3 Template mit neun Elementen und dem 1×10 Template mit zehn Elementen scheint nicht von der Elementanzahl abhängig zu sein, sondern mit den Abständen der verknüpften Elemente in der Zeitreihe in Zusammenhang zu stehen. Eine erklärende Annahme dazu wird im folgenden Abschnitt gegeben.

Ergebnisdeutung Studie 2

Mit Hilfe eines 1×10 Templates werden zehn aufeinanderfolgende Zeitreihenelemente miteinander verbunden. Dies entspricht einer zeitlichen Verknüpfung von $10 \cdot \Delta t \approx 50ms$ ($\Delta t = 1/Abtastrate \approx 5ms$). Ein 3×3 Template verknüpft dagegen die Zustände $x_{i-1,|j-1|}$ und $x_{i+1,|j+1|}$ miteinander. Damit werden Zeitreihenelemente, welche bis zu $130 \cdot \Delta t \approx 0,75s$ auseinander liegen, miteinander verknüpft. Im Gegensatz dazu verknüpft selbst ein 1×50 -Template nur die Zellen aus einem Zeitsegment von $50 \cdot \Delta t \approx 0,29s$ miteinander. (Dieses 1×50 Template besitzt jedoch 50 Elemente und benötigt zusätzlich eine höhere Anzahl von Iterationen zur Optimierung.) Mit einem 3×3 Template ist dem Algorithmus also ein Trend im Verlauf der Zeitreihe über einen größeren Zeitraum als unter Verwendung von z.B. 1×10 bekannt. Dies könnte bei Aufgaben, in denen eine größere Zeitskala als im Millisekunden Bereich von Bedeutung ist, von Vorteil sein, sodass dazugehörige Trainingsverläufe bei Verwendung solcher quadratischer Templates erfolgreicher sind.

Die Verwendung von SEEGs mehrerer Patienten in einer Trainingsmenge zeigte allerdings eine geringe Verschlechterung des Ergebnisses im Gegensatz zur Studie 1 mit SEEGs

eines einzelnen Patienten. Eine genaue Betrachtung und Überprüfung des Trainingsergebnisses zeigte, dass wie in Studie 1 drei Falschzuordnungen getroffen wurden und zusätzlich nicht alle 4096 Zellen des SCNNs im Ergebnis - im Gegensatz zum Sollergebnis - den selben Wert besaßen, wodurch der GVF von 33% zu erklären ist. An dieser Stelle sei erwähnt, dass die SEEGs der insgesamt fünf Patienten zwar aus dem gleichen System (Gehirn) stammen, jedoch individuelle Eigenarten vorhanden sein können. Alle Patienten hatten die gleiche Epilepsieform, dennoch können weiterhin unterschiedliche Dynamikänderungen vorherrschen, da die fokalen Areale unter den Patienten nie deckungsgleich sind und somit auch unterschiedliche Auswirkungen auf die Systemdynamiken und somit auf das SEEG besitzen können. Eine vorhandene Gemeinsamkeit konnte anhand dieser Untersuchung nicht festgestellt werden. Eine Vergrößerung der Anzahl der SEEG-Abschnitte der einzelnen Patienten, wobei gleichfalls die Dauer des Trainings erhöht wird, könnte eine Verbesserung erzielen. Auf Grund der erhöhten Dauer wurde an dieser Stelle davon abgesehen und in folgenden Studien wieder nur SEEG-Segmente einzelner Patienten zur Trainingsmengenerstellung genutzt.

Wegen der Größe der verbleibenden Gesamt-Vergleichsfehler nach 14.000 Trainingsritten wurde für die in Studie 2 gefundenen Gene μ kein Test auf Allgemeinheit durchgeführt. In allen weiteren Untersuchungen dieses Kapitels (Studie 3 und 4) wurden 3x3 Templates verwendet, denn diese sind ein effizienter Kompromiss aus einer Verknüpfung von zeitlich „weit“ (0,75 Sekunden) auseinanderliegenden Zeitreihenelementen und der Anzahl der Iterationen, welche zu einem erfolgreichen Training führen können. Zum Vergleich wären bei einem 5x5 Template zwar die Zellen aus einem Zeitsegment von $(260/173,62\text{Hz}) \approx 1,5$ Sekunden miteinander verknüpft, aber es wären wiederum 25 Elemente in dem Template zu optimieren.

Des Weiteren zeigte sich im obigen Trainingverlauf (Abb. 5.5), dass eine sichtbare Minimierung des Gesamt-Vergleichsfehlers lediglich in den ersten 5000 Trainingsschritten stattfand, was im Einklang mit den Voruntersuchungen steht. Zwar kann auf Grund des unbekanntes Fehlergebietes eine weitere Verbesserung nach z.B. 150.000 Trainingsschritten nicht ausgeschlossen werden, aber wegen der zeitlichen Dauer eines Trainings bleibt die Anzahl der Trainingsritte in den weiteren Studien wieder deutlich unter 14.000 Schritten beschränkt.

5.5 Studie 3: Klassifikation anhand des Vergleichsfehlers

Die richtige Wahl einer Trainingsmenge ist essentiell für die Parameteroptimierung zur Lösung der Aufgabe. Außer in Studie 1A wurde bisher einem Abschnitt einer Zeitreihe von 4096 Datenpunkten ein „prä-iktales Sollergebnis“ zugeordnet, falls dieser Abschnitt kurz vor einem Anfall lag und die effektive Korrelationsdimension D_2^* sowie die mittlere Phasenkohärenz R in diesem Zeitraum einen Abfall im Wertebereich verzeichneten. Es könnte jedoch sein, dass bestimmte dieser Abschnitte besonders ausgeprägte Merkmale besitzen, welche sehr nützlich in einer Trainingsmenge sind, und andere Abschnitte weniger

ausgeprägte Merkmale besitzen, welche zur Parameteroptimierung nicht ideal erscheinen.

Diese einfache Tatsache wirft die Frage nach einer Methode auf, wie die „richtige“ Auswahl einer Trainingsmenge und der darin enthaltenen SEEG-Abschnitte für ein erfolgreiches Zustandsklassifikationstraining gefunden werden kann. So könnten z.B. Datensets mit weniger Merkmalen eines prä-iktalen Zustands entfernt werden und durch Merkmalsreiche ersetzt werden. Ein weiteres Training wäre somit effizienter auf die jeweilige Problematik angepasst. Zunächst werden folgende Annahmen über eine sinnvolle Trainingsmenge gemacht:

1. Zeitreihenabschnitte einer Trainingsmenge müssen eine klassifizierende Information enthalten.
2. Zeitreihenabschnitte unterschiedlicher Zustände müssen mit Hilfe eines Klassifikators durch diese Information voneinander trennbar sein.

Die Erfüllung der Forderung, wie sie in Punkt 1 beschrieben ist, kann bei einer Suche lediglich angenommen werden und ist somit keine Hilfe zur Wahl von Datensets einer Trainingsmenge. Der zweite Punkt erscheint zunächst trivial, kann aber bei einer Auswahl der Zeitreihenabschnitte von großer Bedeutung sein.

Wenn z.B. von einem Voranfallszustand ausgegangen wird, der *eine* sich klassifizierende Information nicht kontinuierlich in einer Observablen präsentiert (z.B. periodische Schwankungen), dann kann z.B. in einem Segment kurz vor Anfallsbeginn (z.B. 1 min. davor) keine Information über einen Voranfallszustand enthalten sein. Es bleibt aber denkbar, dass diese Information fünf Minuten vorher oder auch wieder 30 Sekunden vor dem Anfall enthalten ist. Es ist also nicht immer sinnvoll ein komplettes SEEG-Segment, woraus die Abschnitte der Länge 4096 DP gewonnen werden als zustandsklassifizierend anzusehen, sondern eventuell nur diejenigen Abschnitte darin als Trainingsabschnitte zu verwenden, welche vom Klassifikator „erkannt“ werden.

Aus diesem Grunde wird im Folgenden gezeigt, wie anhand eines GVF-Verlaufs eines durchgeführten Trainings Aussagen über die Verhältnisse bestimmter Zeitreihen Abschnitte zueinander getroffen werden können. Die Methode ist darauf ausgelegt, bestimmte Abschnitte aus Segmenten (z.B. ein prä-iktales Segment) zu identifizieren, welche sich durch *bestimmte Eigenschaften* von anderen Abschnitten (z.B. aus einem inter-iktalen Segment) unterscheiden, sodass sie als Eingangsdaten in einem Datenset für eine Trainingsmenge in Frage kommen. Die Eigenschaften, in denen sich die Abschnitte unterscheiden, bleiben jedoch dem Benutzer dieser Methode unbekannt.

Die Methode, welche Ähnlichkeiten zu einer Kreuzvalidierung aufweist, wird im folgenden *Trainings-Klassifikation* genannt.

5.5.1 Prinzip der Trainings-Klassifikation

Zur Suche nach prägnanten Merkmalen in bestimmten SEEG-Abschnitten mit 4096 Datenpunkten, welche in einer Trainingsmenge verwendet werden können, wurde die *Trainings-Klassifikation* angewendet. Dazu wurden *Zeitreihenabschnitte miteinander verglichen* und

festgestellt, wie groß die *Ähnlichkeit* zueinander ist (Vgl. [LeV01]). Es wurde angenommen, dass zwei SEEG-Abschnitte, welche dem gleichen Zustand zugehörig sind, eine höhere Ähnlichkeit besitzen, als SEEG-Abschnitte aus verschiedenen Zuständen auf Grund der eventuell anderen Dynamik. Zum Vergleich zweier Abschnitte wurde der SCNN genutzt, indem er auf die Unterscheidung von den jeweils zwei zu vergleichenden Abschnitten trainiert wurde. Waren die SEEG-Abschnitte aus verschiedenen Zuständen, konnte mit einem erfolgreichen Training gerechnet werden. Ein einzelner Vergleich war somit mit einem einzelnen Training gleichzusetzen, und die Größe der Ähnlichkeit wurde durch die Größe des verbleibenden GVF's nach einem Training dargestellt.

Zur Durchführung wurden zunächst zwei SEEG-Abschnitts-Mengen erstellt, wobei Menge 1 aus vorklassifizierten Abschnitten des inter-iktalen Zustands bestand und Menge 2 aus Abschnitten des prä-iktalen Zustands. Aus Menge 1 wurde ein hier genannter *Exempel-Abschnitt* mit Abschnitten des gleichen Zustands (Menge 1) und mit Abschnitten des zweiten Zustands (Menge 2) verglichen. Der Exempel-Abschnitt sollte von den Abschnitten aus Menge 1 (mit gleichem Zustand) kaum, jedoch von den Abschnitten aus Menge 2 (des anderen Zustandes) gut zu unterscheiden sein. Im Unterschied zu einer Kreuzvalidierung, wird der Exempel-Abschnitt aus Menge 1 zufällig⁶ aus Menge 1 entnommen, da eine eventuelle exemplarische Charakteristik nicht bekannt ist. Dieser Abschnitt wird erst nach der Trainingsklassifikation als Exempel-Abschnitt akzeptiert bzw. bestätigt, wenn die Annahmen über Unterschiede zu den verschiedenen Mengen zutreffen (Vgl. [LeV01]).

Nachdem ein Exempel-Abschnitt erfolgreich gefunden wurde, können Abschnitte aus Menge 1, welche besonders wenig Unterschied aufweisen, und Abschnitte aus Menge 2 mit besonders großen Unterschieden als neue Trainingsmenge verwendet werden. Innerhalb dieser Trainingsmenge kann davon ausgegangen werden, dass die zu findenden Unterschiede in den Mengen maximal sind. Unter der Annahme, dass diese Unterschiede zustandsklassifizierend sind, können diese Abschnitte zur weiteren Parameteroptimierung eines SCNNs verwendet werden (siehe Studie 4).

Zur hier durchgeführten Trainingsklassifikation wurden zwei SEEG-Segmente des Meßpunktes TL2 (eines Patienten), deren Zeitreihen jeweils einen beginnenden Anfall als erstes vermuten ließen, mit einer Dauer von über 10 Minuten verwendet. Eins der Segmente wurde einem inter-iktalen Zustand entnommen und das zweite ging über in einen Anfall am Ende des Segmentes. Beide Segmente wurden in aufeinander folgende Abschnitte mit je 4096 Datenpunkten unterteilt, wobei das inter-iktale Segment einen Abschnitt mehr liefern sollte, da ein Abschnitt in der weiteren Durchführung als „Exempel“ verwendet wird. Im vorliegenden Fall waren dies 26 inter-iktale und 25 eventuelle prä-iktale Abschnitte (siehe auch Abb. 5.6 oben).

Als nächstes wurde aus den 26 inter-iktalen Abschnitten ein Exempel entnommen. Dieser SEEG-Abschnitt, dessen Werte im (hier üblich beobachteten) Bereich von $[-300\mu V, 300\mu V]$ liegen sollte, wurde als *exemplarischer inter-iktaler Vergleichsabschnitt* verwendet.

Aus den insgesamt 51 Abschnitten wurden 25 Trainingsmengen aus jeweils dem exemplarischen-inter-iktalen Vergleichsabschnitt und einem weiteren inter-iktalen Abschnitt sowie 25

⁶Mit der Einschränkung, dass es sich nicht um ein eventuell enthaltenes Extremereignis aus Menge 1 handelt.

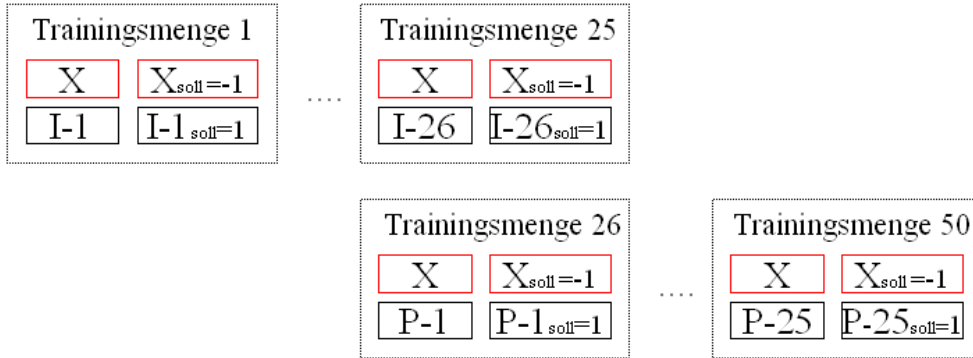
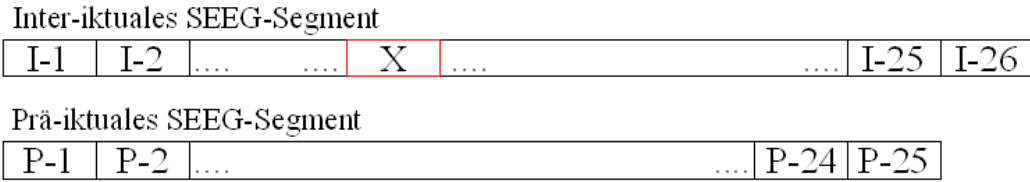


Abbildung 5.6: Oben: Abschnittseinteilung der SEEG-Segmente zur Trainings-Klassifikation. Der rote Abschnitt (X) markiert den ausgewählten, exemplarischen inter-iktalen Vergleichsabschnitt. Unten: Zusammenstellung der insgesamt 50 Trainingsmengen.

Trainingsmengen aus dem Exempel und einem prä-iktalen Abschnitt zusammengestellt (siehe Abb. 5.6 unten). Im Sollergebnis des inter-iktalen Vergleichsabschnitts waren alle 4096 Zellwerte $x_{Soll,ij}$ dem Wert -1 und dem jeweils anderen Abschnitt waren alle 4096 Zellwerte dem Wert +1 zugeordnet. Somit wurde der SCNN auf eine Unterscheidung der beiden Abschnitte in der Trainingsmenge trainiert und der verbleibende GVF nach dem Training beschrieb die Größe der Ähnlichkeit der beiden im Training verwendeten SEEG-Abschnitte.

Im Falle einer Trainingsmenge mit einem prä-iktalen Abschnitt und dem inter-iktalen Vergleichsabschnitt wurde im Gegensatz zu einem Training mit einem inter-iktalen Abschnitt sowie dem inter-iktalen Vergleichsabschnitt eine Optimierung nach weniger Iterationen im Training angenommen bzw. ein geringerer GVF nach einem Training mit fest vorgegebener Iterationsanzahl erwartet, weil ein eventueller Unterschied der Dynamiken eine Unterscheidung erleichtern sollte. Falls die Trainingsmenge aus dem inter-iktalen Vergleichsabschnitt und einem weiteren inter-iktalen Abschnitt bestand, war eine größere Ähnlichkeit zwischen den Abschnitten vorhanden und die Unterscheidung im Training konnte nicht durch einen Dynamik-Unterschied erleichtert werden. Der maximal erreichbare Gesamt-Vergleichsfehler (GVF) liegt für einer Trainingsmenge mit zwei Datensets und entgegengesetzten Sollergebnissen bei 50 %. Somit ist maximale Ähnlichkeit bei GVF=50% und minimale Ähnlichkeit bzw. maximaler Unterschied bei GVF=0% erreicht⁷.

⁷Wegen der unbekanntenen Dynamik, welche einen Voranfallszustand definiert, und des eventuell nicht kontinuierlichen Auftretens dieser Dynamik kann es durchaus sein, dass auch im Vergleich bzw. in der Unterscheidung eines inter- und prä-iktalen Abschnittes ein negatives Ergebnis (GVF \approx 50 %) zustande kommt. Des Weiteren ist zu beachten, dass die Wahl eines exemplarischen inter-iktalen Vergleichsabschnitts

Die Annahme einer geringen Ähnlichkeit des prä-iktalen zum inter-iktalen Abschnitt wurde jeweils nach 3500 Trainingsschritten kontrolliert.

5.5.2 Ergebnisse

Jedes der insgesamt 50 Trainings wurde nach 3500 Iterationen gestoppt und der verbleibende Gesamt-Vergleichsfehler ermittelt. Die 25 Gesamt-Vergleichsfehlerwerte aus dem Vergleich von inter- mit prä-iktal wurden getrennt von den 25 anderen, des „Zustands-internen“ Vergleichs von inter- mit inter-iktal, in Abb. 5.7 dargestellt. Da ein SEEG-Abschnitt, welcher mit dem *exemplarischen inter-iktalen Abschnitt* verglichen wurde, einem bestimmten Zeitabschnitt des ursprünglichen SEEG-Segments zugehörig ist, konnte jedem Gesamt-Vergleichsfehler ein Zeitabschnitt zugeordnet werden. Die jeweils 25 Gesamt-Vergleichsfehler (der aufeinander folgenden SEEG-Abschnitte) wurden somit auf einer Zeitskala aufgetragen (siehe Abbildung 5.7). (Ein GVF eines Trainings ist jeweils einem bestimmten SEEG-Abschnitt der Länge $(4096/\text{Abtastrate}) = (4096/173,62 \text{ Hz}) \approx 24$ Sekunden, welcher von dem Vergleichsabschnitt unterschieden werden sollte, zugehörig.) Der beginnende Anfall ist im prä-iktalen Segment durch einen Pfeil markiert.

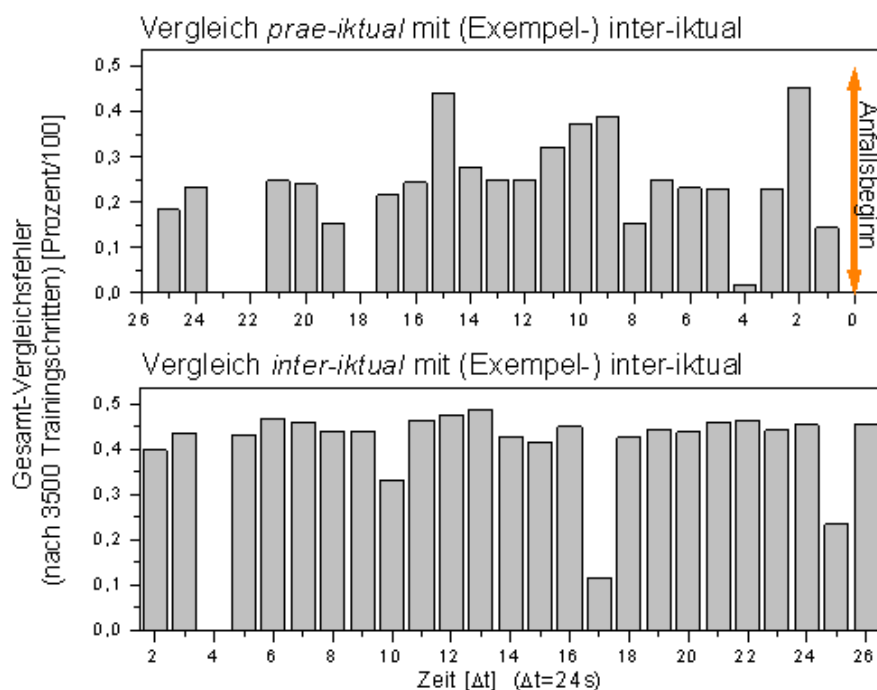


Abbildung 5.7: Oben: Zeitliche Variation der Vergleichsfehlerwerte des prä-iktalen Segments. Der Anfallsbeginn ist durch einen Pfeil markiert. Unten: Zeitliche Variation der Vergleichsfehlerwerte des inter-iktalen Segments.

Es zeigten sich deutliche Unterschiede zwischen dem prä- und inter-iktalen Segment (siehe Abb. 5.7). Wie erwartet, konnte die Parameteroptimierung zur Unterscheidung eines prä-iktalen Abschnitts von dem exemplarischen inter-iktalen Abschnitt größere Erfolge zeigen als für die Aufgabe der Unterscheidung eines inter-iktalen Abschnitts von dem exemplarischen inter-iktalen Abschnitt. Im Mittel sind die Gesamt-Vergleichsfehler der prä-iktalen Abschnitte mit $\overline{GVF}(\text{prä}) \approx 22\%$ wesentlich niedriger als die Fehler in den inter-iktalen

essentiell den Erfolg oder Misserfolg einer solchen Trainings-Klassifikation beeinflusst.

Abschnitten mit $\overline{GVF}(inter) \approx 40\%$. Somit ist die hier untersuchte Ähnlichkeit des inter-iktalen Exempel-Abschnitts zu anderen inter-iktalen Abschnitten größer als zu prä-iktalen Abschnitten. Dieser Unterschied zwischen den Vergleichsfehlern im prä- und inter-iktalen Segment kann als Unterschied in den Dynamiken aufgefasst werden und könnte somit einen weiteren *Hinweis auf einen Voranfallszustand* aufzeigen.

Mit Hilfe der beschriebenen Trainingsklassifikation konnten die Abschnitte zum einen retrospektiv *klassifiziert* werden und zum anderen können einige dieser Abschnitte in der folgenden Untersuchung (Studie 4) als „verbesserte“ Trainingsmenge verwendet werden. Dazu wurden alle Abschnitte benutzt, welche deutliche Unterschiede aufwiesen und somit eine höhere Wahrscheinlichkeit besaßen, einen prä-iktalen Zustand zu charakterisieren.

Die *Trainings-Klassifikation* ermöglichte es also, Zeitreihenabschnitte (hier 4096 DP) aus Zeitreihensegmenten ($\gg 4096DP$) zu bestimmen, welche sich besonders wenig, oder besonders stark von einem Exempel unterscheiden.

Die Art der Unterscheidung blieb jedoch bei dieser Methode verborgen. Die erzielten Gewichtungen (A , B und z) in den insgesamt 50 Trainingsverläufen zeigten nach 3500 Trainingsschritten weder einen allgemeinen symmetrischen Aufbau noch andere Gemeinsamkeiten. Ein Hinweis auf die Struktur allgemein gültiger Templates konnte daher nicht gewonnen werden, weshalb die Trainings-Klassifikation hier nicht zur Findung allgemein gültiger Gewichtungen zur Zustandsklassifikation genutzt werden konnte.

Es bleibt jedoch zu beachten, dass die Trainings-Klassifikation, wie gewünscht einen (nicht ersichtlichen und auch unbekannt) Unterschied zwischen Segmentabschnitten feststellen kann. Diese Information könnte dazu beitragen, eine sinnvolle Trainingsmenge zusammenzustellen, um dann eine allgemein gültige Gewichtung (für eine Zustandsklassifikation) zu finden.

5.6 Studie 4: Klassifikationstraining mit angepasster Trainingsmenge

Die in einer Trainings-Klassifikation untersuchten SEEG-Abschnitte besaßen eine unterschiedliche Ähnlichkeit zu einem Exempel-Abschnitt. Die jeweiligen Unterschiede der Abschnitte waren unbekannt und könnten daher von Abschnitt zu Abschnitt variieren. Diese Überlegung wurde dadurch gestützt, dass in der oben beschriebenen Trainings-Klassifikation keine Gemeinsamkeiten in den gefundenen Genen μ identifiziert werden konnten. Zur Vereinigung der obigen Templateeigenschaften wurde die im Folgenden präsentierte Studie 4 durchgeführt. Ein allgemeines Gen μ sollte dabei mit Hilfe eines weiteren Trainings mit zehn in Studie 3 gefundenen Abschnitten mit den größten Merkmalen, also für die fünf inter-iktalen Abschnitte mit den größten GVFs und für die fünf prä-iktalen Abschnitte mit den geringsten GVFs durchgeführt werden. Eine patientenbezogene Klassifikation des prä-iktalen Zustandes wäre damit im untersuchten System (Gehirn eines einzigen Patienten) ermöglicht.

5.6.1 Trainingsmenge der Studie 4

Die Trainingsmenge setzte sich in dieser Studie aus zehn Abschnitten der in Studie 3 untersuchten Abschnitte zusammen. Sie enthielt die fünf prä-iktalen Abschnitte mit den in Studie 3 gefundenen geringsten Gesamt-Vergleichsfehlerwerten (GVF < 25%) und die fünf inter-iktalen Abschnitte mit den größten GVF-Werten (GVF > 25%). (Eine größere Anzahl von Datensets in der Trainingsmenge wurde aus Gründen der zeitlichen Effizienz vermieden.) Tabelle 5.9 zeigt zusammenfassend die Zusammenstellung der Trainingsmenge.

Eigenschaften der Trainingsmengen	Studie 4
Startwerte ($x_{ij}(t = 0)$)	Zufallszahlen
Inter-iktale Datensets [Anzahl]	5
Prä-iktale Datensets [Anzahl]	5
Datensets einer Trainingsmenge [Anzahl]	10

Tabelle 5.5: Eigenschaften der Trainingsmenge der Studie 4.

5.6.2 Ergebnisse

Der GVF-Verlauf des Trainings ist in Abbildung 5.8 dargestellt. (Aus technischen Gegebenheiten wurde das Training bereits nach 4800 Trainingsschritten abgebrochen. Von einer Wiederholung des Trainings wurde auf Grund der bereits erzielten Anzahl an Trainingsschritten jedoch abgesehen.)

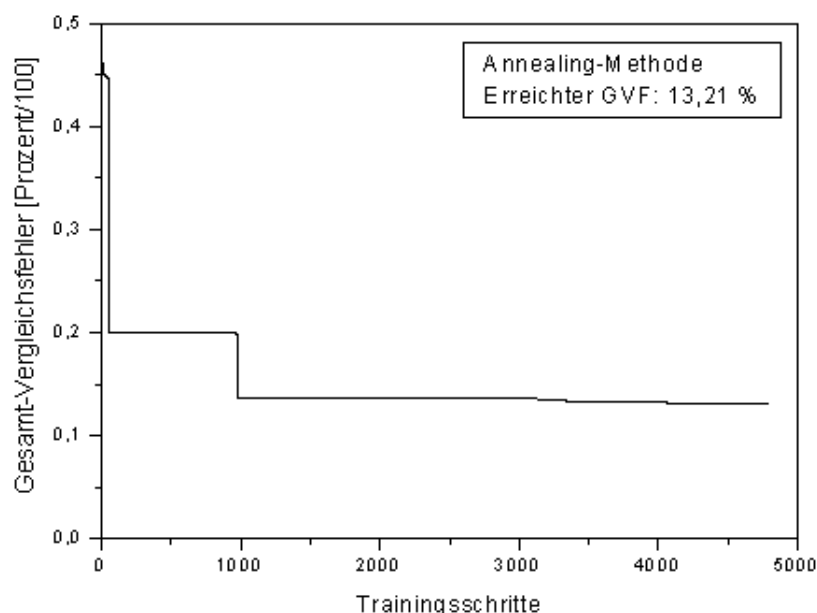


Abbildung 5.8: Der Gesamt-Vergleichsfehlerverlauf im Annealing-Training der Studie 4.

Der GVF zeigt sich trotz der vorherigen Auswahl von vermeintlich sinnvollen SEEG-Trainingsabschnitten (mit Hilfe der *Trainings-Klassifikation*) als insgesamt zu groß. Jedoch

zeigte eine Betrachtung der einzelnen VFs eine deutliche Verbesserung gegenüber Studie 1, denn im Gegensatz dazu wurde in Studie 4 lediglich ein SEEG-Abschnitt falsch zugeordnet und einige wenige Zellwerte besaßen nicht den Wert des Sollergebnisses, wodurch ein GVF von 13 % entstand. Zwar konnte kein allgemein gültiges Gen μ gefunden werden, jedoch konnte die Trainingsmenge erfolgreich mit der Trainingsklassifikation verbessert werden und das Training der Aufgabe erleichtern.

Das für die Allgemeingültigkeit negativ zu bewertende Trainingsergebnis könnte dadurch erklärt werden, dass verschiedene Eigenschaften der in Studie 3 gefundenen Templates mehr Trainingsschritte benötigen, um diese in einem einzigen Gen μ zu vereinigen.

Es bleibt zu erwähnen, dass ein verbleibender Gesamt-Vergleichsfehler von über 13 % die Komplexität der Aufgabe widerspiegelt, denn obwohl alle SEEG-Abschnitte für sich die gewünschte Eigenschaft einer Unterscheidbarkeit besaßen, konnte nach 4800 Trainingsschritten keine Gemeinsamkeit gefunden werden.

In Studie 3 konnte zwar ein weiterer Hinweis auf die Existenz eines prä-iktalen Zustand gegeben werden, wodurch die generelle Eignung eines SCNNs zu Zeitreihenanalyse unterstrichen wurde, allerdings konnte die im gesamten Kapitel beschriebene Aufgabe einer Zustandsklassifikation anhand des SEEG-Zeitreihenverlaufs mit Hilfe eines SCNN und eines dazu bestimmten Gens μ nicht gelöst werden. Die Verwendung eines SCNN als „direkten“ Klassifikator von SEEGs ist durch die Problematiken einer benötigten Vorklassifikation der in der Trainingsmenge verwendeten SEEG-Abschnitte nicht ermöglicht worden. Die einzelnen Dynamikunterschiede benachbarter SEEG-Abschnitte konnten jedoch nur sehr grob berücksichtigt werden, indem entweder ein prä-iktaler oder inter-iktaler Zustand angenommen wurde. Eventuelle zustandsinterne Dynamikschwankungen wurden hingegen vernachlässigt, wodurch ein erfolgreiches Training einer Zustandsklassifikation eventuell verhindert wurde.

Weiteres Training des SCNN an veränderten bzw. vergrößerten Trainingsmengen mit einer größeren Anzahl von Trainingsschritten würde jedoch mit einem erheblichen Anstieg der Dauer eines Trainings einhergehen. Des Weiteren sollte bisher während eines Trainings aus dem gesamten dynamischen Verhalten eines SEEGs mit einer Fülle von Informationen, wie Amplitudengröße und Frequenz ein allgemein gültiges Gen μ gefunden werden, welches hier nicht gelang. Deshalb wurde eine weitere Möglichkeit der **Zustandsklassifikation durch Informationsreduktion** untersucht. Durch die Reduktion der Informationen, welche für eine Klassifikation nicht wichtig sind, könnte die Aufgabe der Zustandsklassifikation vereinfacht werden. In Kapitel 6 wird dafür eine für Observablen nichtlinearer Systeme und für diese Aufgabe sinnvolle Informationsreduktion durch Bestimmung des in Kapitel 3 beschriebenen **Skalierungskoeffizienten einer Phaseninformation** des SEEGs untersucht und die Ergebnisse präsentiert.

Kapitel 6

Skalenverhalten und Dynamik in Zeitreihen

Die in Kapitel 3 beschriebene Informationsreduktion zur vereinfachten Klassifikation eines Systemzustandes findet hier ihre Anwendung auf die in Kapitel 4 beschriebenen Zeitreihen des nichtlinearen Systems Gehirn. Die Zielsetzung war die Beschreibung und Durchführung sowohl einer zeitlichen, als auch eine räumlichen Klassifikation des Systemzustands mit Hilfe des Skalenverhaltens der in Kapitel 3 definierten Phaseninformationen (Zerozeitreihe $s(t)$). Ferner bietet die zeitliche Zustandsklassifikation die für Mediziner wichtige Möglichkeit zur Unterscheidung von inter-iktalen und prä-iktalen Abschnitten, zur eventuellen Anfallsvorhersage. Aus der ursprünglichen Zeitreihe $\kappa(t)$ wurde zunächst die Zerozeitreihe $s(t)$ (siehe Seite 38) gewonnen. Diese diente dann als Fluktuationsprofil einer Phaseninformation zur Bestimmung des Skalierungskoeffizienten α , mit dessen Hilfe das Skalenverhalten von SEEG-Zeitreihen in zeitlicher und räumlicher Auflösung untersucht wurde.

Im folgenden Abschnitt wird auf den Informationsgehalt einer Zerozeitreihe $s(t)$, also die Rice-Abschnitts-Rate (Nulldurchgänge mit positiver Steigung) $N([t, t + \Delta\tau])$ im zeitlichen Verlauf, eingegangen. In weiteren Abschnitten finden sich Anwendungen und Aussagen der Zerozeitreihe $s(t)$. Abschließend wird auf den, aus $s(t)$ gewonnenen, Skalierungskoeffizienten α sowie die daraus erhaltenen Erkenntnisse eingegangen.

6.1 Zerozeitreihe einer Modelldynamik

Mit Hilfe eines einfachen Gedankenexperiments wird der Informationsgehalt einer Zerozeitreihe $s(t)$ leicht ersichtlich. Hierzu wird ein abgetasteter Sinus als Zeitreihe (Sinus-Reihe $\kappa(t)$; die Abtastrate ist hierbei wesentlich höher als die Frequenz des Sinus) verwendet und deren zugehörige Zerozeitreihe $s(t)$ betrachtet. Es ist verständlich, dass der Wertebereich von $s(t) = [N([t_1, t_1 + \Delta\tau = t_2]), N([t_2, t_2 + \Delta\tau = t_3]), \dots, N([t_{N_s-1}, t_{N_s}])]$ durch die Größe $\Delta\tau$ beeinflusst wird, welche die Abschnittslänge der Zeitreihe $\kappa(t)$ festlegt, in welcher die Nulldurchgänge (mit positiver Steigung) bestimmt werden. Im Falle der Sinus-Reihe besitzen alle Werte der Zerozeitreihe sogar die gleiche Größe, da nur eine einzige Frequenz innerhalb der Sinus-Zeitreihe vorhanden ist.

Es ist verständlich, dass die Aussage einer Zerozeitreihe Ähnlichkeiten zur Frequenzanalyse beinhaltet. Im Falle einer allgemeinen Zeitreihe mit mehreren, unterschiedlichen Frequenzen, beschränkt sich die Aussage der Zerozeitreihe (im Gegensatz zur Frequenzanalyse) jedoch auf die dominierende Frequenz (DF) in der zu untersuchenden Reihe¹. Durch eine Filterung der SEEG-Zeitreihe in unterschiedliche Frequenzbänder vor der Informationsreduktion zur Zerozeitreihe wird es ermöglicht, bestimmte Frequenzbänder und deren dominante Frequenz (DF) getrennt voneinander zu untersuchen. Zur Untersuchung von SEEG Zeitreihen wird deshalb eine Bandpassfilterung in physiologisch interessante Bereiche, welche aus [Schm00] und [Schm01] übernommen wurden, durchgeführt.

Die Vorteile und größten Unterschiede der Zerozeitreihe zur klassischen Frequenzanalyse sind zum einen durch die Schnelligkeit des Algorithmus und zum anderen durch die Beibehaltung einer zeitlichen Information gegeben.

6.2 Zerozeitreihe des SEEG

Um den Informationsgehalt von $s(t)$ eines in die verschiedenen Frequenzbänder gefilterten SEEGs zu verdeutlichen, wird zunächst ein Segment von ~ 31 min. Dauer beschrieben, bevor im weiteren auf die Langzeit-Studien (SEEG-Aufzeichnung mit 4 Tagen Dauer) eingegangen wird.

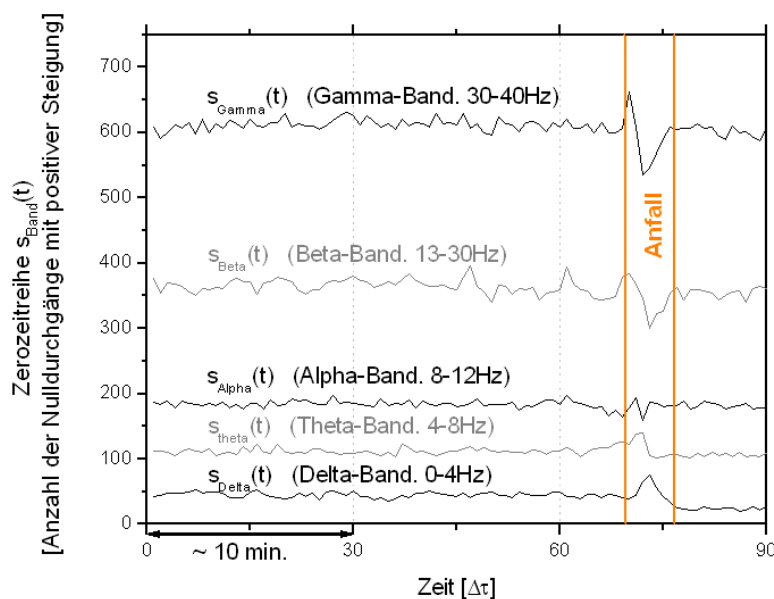


Abbildung 6.1: Zerozeitreihen verschiedener Frequenzbänder eines SEEGs von ~ 31 min. Dauer, welches im Wachzustand des Patienten aufgenommen war. Ein Anfall (Dauer ≈ 2 min.) nach etwa 23 Minuten ist eingezeichnet; ein Element (Datenpunkt) von $s(t)$ entspricht einer Dauer $\Delta\tau = 20,48s$ im ursprünglichen SEEG.

Die betrachtete SEEG-Zeitreihe wurde dazu auf Varianz 1 und Mittelwert 0 normiert und aus den im obigen Abschnitt genannten Gründen in fünf Frequenzbänder (Delta: 0-4 Hz,

¹Dies folgt aus der Definition der Zerozeitreihe, siehe auch Kapitel 3.

Theta: 4-8 Hz, Alpha: 8-12 Hz, Beta: 13-30 Hz und Gamma: 30-40 Hz) bandpass gefiltert. Verwendet wurde ein Butterworthfilter (mit Tiefpassordnung: 4 und Hochpassordnung: 1). Abhängig vom untersuchten Frequenzband, wurden verschiedene Eigenschaften von $s(t)$, welche den in Kapitel 4.4 erwähnten Schlafstadien zugeordnet werden können, sichtbar.

Die Beobachtung von $s_{Band}(t)$ in Abbildung 6.1 verläuft über einen Zeitraum von etwa 31 min. und entspricht 90 Rice-Abschnitts-Raten (Datenpunkte von $s(t)$) bei einer Abschnittslänge von $\Delta\tau = 20,48s$, in denen jeweils die Anzahl der Nulldurchgänge mit positiver Steigung bestimmt werden. (Die Abschnittslänge $\Delta\tau$ entspricht der in diesem Teil der Arbeit verwendeten SEEG-Fensterung (Einteilung in Abschnitte) von 4096 Datenpunkten bei einer Abtastfrequenz von 200 Hz). Das Verhalten von $s_{Band}(t)$ während des epileptischen Anfalls ist jeweils durch das Frequenzverhalten des EEGs zu erklären. Wird z.B. die Zerozeitreihe des Gammabandes $s_{Gamma}(t)$ betrachtet, so ist ein Anstieg am Anfallsbeginn zu erkennen. Aus den Frequenzanalysen ist bekannt, dass zu Beginn eines Anfalls häufig große Frequenzanteile des SEEGs aus einem Bereich des Gammabandes vorliegen. Damit lässt sich der in Abb. 6.1 sichtbare Anstieg der Zerozeitreihe $s_{Gamma}(t)$ wie folgt erklären.

Wird eine Zeitreihe Z3 aus den Komponenten Z1, mit einer einzigen enthaltenen Frequenz f_1 und einer zweiten Komponente Z2, mit einer gleichgroßen oder größeren Amplitude und kleineren enthaltenen (einzigen) Frequenz f_2 überlagert, so ist es verständlich, dass die ursprünglichen Nulldurchgänge von Z1 in Z3 eventuell nicht mehr vorhanden sind. Abbildung 6.2 verdeutlicht diese Überlegung.

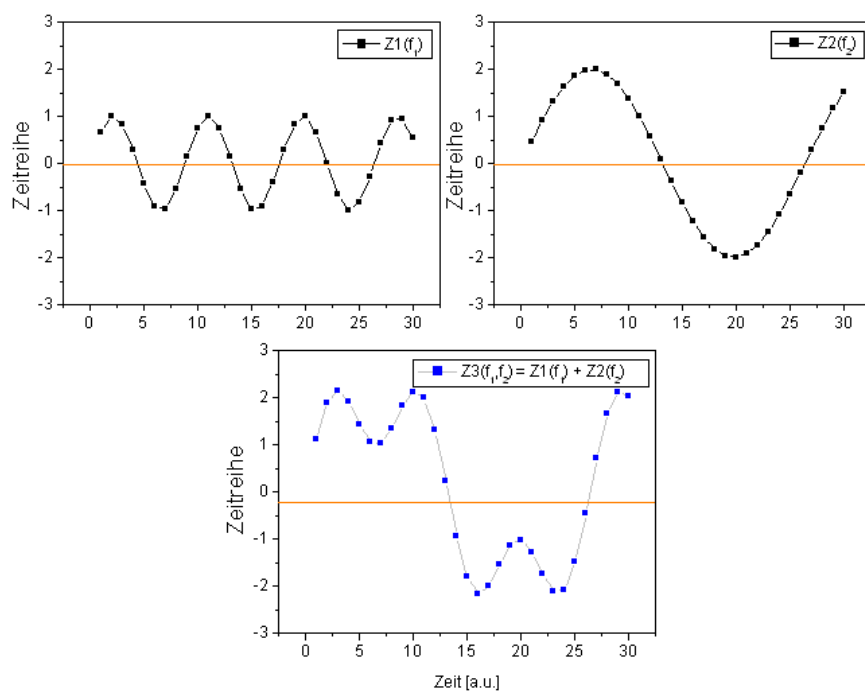


Abbildung 6.2: Zeitreihenkomponenten $Z1(f_1)$ und $Z2(f_2)$ mit jeweils einer einzigen enthaltenen Frequenz $f_1 > f_2$ sowie eine zusammengesetzte Zeitreihe $Z3(f_1, f_2) = Z1(f_1) + Z2(f_2)$ mit den Frequenzen $(f_1$ und $f_2 = f_1/2)$.

Die Anzahl der ursprünglichen Nulldurchgänge in Z1 wäre somit in Z3 vermindert. Je ähnlicher also die enthaltenen Frequenzen (und Amplituden) der jeweiligen Frequenzen im SEEG sind, desto weniger Überlagerungen von weit auseinander liegenden Frequenzen mit großem Amplitudenunterschied treten auf und folglich kommen mehr Nulldurchgänge

zustande. Genau diese Voraussetzungen sind bei dem hier untersuchten Anfallsbeginn gegeben, sodass der Wert der Zerozeitreihe $s_{Gamma}(t)$ ansteigt. Im weiteren Verlauf des Anfalls kommen wieder niedrige Frequenzen hinzu, die Anzahl der Überlagerungen verschiedener Frequenzen im Gammaband steigt an und der Wertebereich der Zerozeitreihe des Gammabands sinkt wieder. Gleichzeitig kommt es zu mehr nah beieinander liegenden Frequenzkomponenten (höhere Frequenzdichte) im Deltaband, wodurch in $s_{Delta}(t)$ ein Anstieg zu verzeichnen ist. Ein Hinweis auf einen eventuellen Voranfallszustand konnte jedoch in dieser Darstellung nicht erkannt werden. Bei keinem der fünf untersuchten Anfallsverläufe von zwei Patienten konnten Hinweise auf den prä-iktalen Zustand gefunden werden.

Nach diesem Einblick in das Verhalten der Zerozeitreihe eines SEEGs von etwa 31 min. Dauer wird die Untersuchung an einem länger andauernden (4 Tage) SEEG Segment beschrieben. Anhand einer SEEG-Registrierung über mehrere Tage ist es möglich, einen globalen Verlauf einer Kenngröße zu beobachten sowie die in Kapitel 4.4 beschriebenen *zirkadianen Rythmiken* und deren Einfluss auf die Kenngröße zu untersuchen. Um in solch langen Segmenten die in Kapitel 4 erwähnten Schlafstadien zu erkennen, wird zunächst der Mittelwert der Zerozeitreihe des bandpass gefilterten SEEGs im Wachzustand des Patienten (über z.B. $180 s_{Band}(t)$ -Werte; $180 \cdot \Delta\tau \sim 1 \text{ Stunde}$) ermittelt (siehe auch Tabelle 6.2):

$$\bar{s}_{Band}(t) = \frac{1}{180} \sum_{i=1}^{180} N([t_i, t_{i+1} = t_i + \Delta\tau]) \quad (6.1)$$

Der zu erwartende Unterschied zwischen den Mittelwerten von $s_{Band}(t)$ einer SEEG-Zeitreihe in den verschiedenen Bändern $\bar{s}_{delta}(t) < \bar{s}_{theta}(t) < \bar{s}_{alpha}(t) < \bar{s}_{beta}(t) < \bar{s}_{gamma}(t)$ ist in Abb. 6.1 deutlich zu erkennen.

Wertebereiche und dominante Frequenzen

Die Mittelwerte von $s_{Band}(t)$ folgen aus einfachen Zusammenhängen. Ist z.B. ein Zeitreihensegment der Länge $\Delta t = 20,48s$ ins Deltaband (0-4 Hz) gefiltert worden, so können (bei ideal steilen Filtern) also minimal 0 und maximal $4Hz * 20,48s = 81,92$ Nulldurchgänge mit positiver Steigung in diesem Segment vorhanden sein. Daraus ergeben sich für alle Bänder folgende einfache Beziehungen:

Frequenzband	Anz. der Nulldurchgänge mit pos. Steigung
<i>delta</i> (0 – 4Hz)	$0 \lesssim N([t_i, t_{i+1} = t_i + \Delta\tau]) \lesssim 81,92$
<i>theta</i> (4 – 8Hz)	$81,92 \lesssim N([t_i, t_{i+1} = t_i + \Delta\tau]) \lesssim 163,84$
<i>alpha</i> (8 – 12Hz)	$163,84 \lesssim N([t_i, t_{i+1} = t_i + \Delta\tau]) \lesssim 245,76$
<i>beta</i> (13 – 30Hz)	$245,76 \lesssim N([t_i, t_{i+1} = t_i + \Delta\tau]) \lesssim 614,4$
<i>gamma</i> (30 – 40Hz)	$614,4 \lesssim N([t_i, t_{i+1} = t_i + \Delta\tau]) \lesssim 819,2$

Tabelle 6.1: Wertebereiche für $N([t_i, t_{i+1} = t_i + \Delta\tau])$ (mit $\Delta t = 20,48s$).

Es bleibt zu beachten, dass die oberen und unteren Werte wegen der verwendeten Ordnungen der Hoch- und Tiefpassfilter keine scharfen Grenzen darstellen. Des Weiteren kann

(außer im delta-Band) die untere Grenze jederzeit aus anderen Gründen unterschritten werden, denn aus den (nach einer Bandpassfilterung) verbleibenden Frequenzen kann z.B. durch die Überlagerung von verschiedenen Frequenzen die Anzahl der Nulldurchgänge, wie oben beschrieben, herabgesetzt werden. Ebenso können zwei benachbarte Frequenzen (f_1 und f_2) eine kleinere Schwebungsfrequenz $f_S = |f_1 - f_2|$ erzeugen, so dass ebenfalls weniger Nulldurchgänge und somit geringere Werte für $N([t_1, t_2])$ resultieren.

Eine Betrachtung der Abbildung 6.1 zeigt, dass die dortigen $s_{Band}(t)$ -Werte alle in den erwarteten Wertebereichen (Tabelle 6.1) liegen. Umgekehrt lässt sich zur Bestimmung eines Wertebereichs jedem untersuchten Band zu den in Abbildung 6.1 gefundenen Mittelwerten $\bar{s}_{Band}(t)$ eine zugehörige *dominante Frequenz* (DF) zuordnen. Hierbei gilt der Zusammenhang $DF = \bar{s}_{Band}(t)/\Delta\tau$ und für das Deltaband folgt bei dem untersuchten Patienten somit $DF = 50/20, 48s \approx 2,44Hz$.

Frequenzband	$\bar{s}_{Band}(t)$ -Wert	dominate Frequenz(DF)
<i>delta</i> (0 – 4Hz)	~ 50	DF : 2,4 Hz
<i>theta</i> (4 – 8Hz)	~ 110	DF : 5,4 Hz
<i>alpha</i> (8 – 12Hz)	~ 190	DF : 9,3 Hz
<i>beta</i> (13 – 30Hz)	~ 360	DF : 17,6 Hz
<i>gamma</i> (30 – 40Hz)	~ 620	DF : 30,3 Hz

Tabelle 6.2: Dominante Frequenzen und $\bar{s}_{Band}(t)$ -Werte für verschiedene Frequenzbänder der SEEG-Daten des hier untersuchten Patienten (Wachzustand).

Die Auflistung der Mittelwerte und dominanten Frequenzen in Tabelle 6.1 ist jedoch nur für die jeweilig untersuchte Person gültig². Das grobe Frequenzverhalten einer Zeitreihe wird also durch die Zerozeitreihe ohne die wesentlich rechenintensivere Fouriertransformation erhalten. Ferner können, wie in folgendem Abschnitt gezeigt, in $s_{Band}(t)$, welche aus einem SEEG von mindestens 24 Stunden Dauer gewonnen wurde, sogar die zirkadianen Rythmiken erkannt werden.

Zirkadianer Rythmus

Untersuchungen an SEEG-Zeitreihen, aller 20 Messpunkte des Systems, mit einer Dauer von einigen Tagen, wiesen in den fünf betrachteten Frequenzbändern einen zirkadianen Rythmus auf. Die deutlichsten zirkadianen Schwankungen zeigten sich in den Verläufen der Alpha-Zerozeitreihe ($s_{alpha}(t)$) und der Delta-Zerozeitreihe ($s_{delta}(t)$). Abbildung 6.3 zeigt die Verläufe über vier Tage und Nächte. Die nächtlichen Abschnitte (0:00-7:00 Uhr) werden folgend als „Schlafphasen“ bezeichnet. Ihnen und den, nach gleichen Kriterien genannten „Wachphasen“ des Systems konnten damit dominante Frequenzen zugeordnet werden.

In $s_{delta}(t)$ ist während der Schlafphasen ein deutlicher Anstieg von (im Mittel) 14 auf 31 zu erkennen. Dies entspricht einem Anstieg der DF von $\sim 0,7$ Hz auf $\sim 1,5$ Hz. Es

²Zwischen verschiedenen Patienten kommt es zu kleineren Abweichungen der Mittelwerte, wodurch auch die DF verschoben werden. Die oben beschriebene Ordnung der Mittelwerte und somit der dominanten Frequenzen bleibt jedoch bestehen.

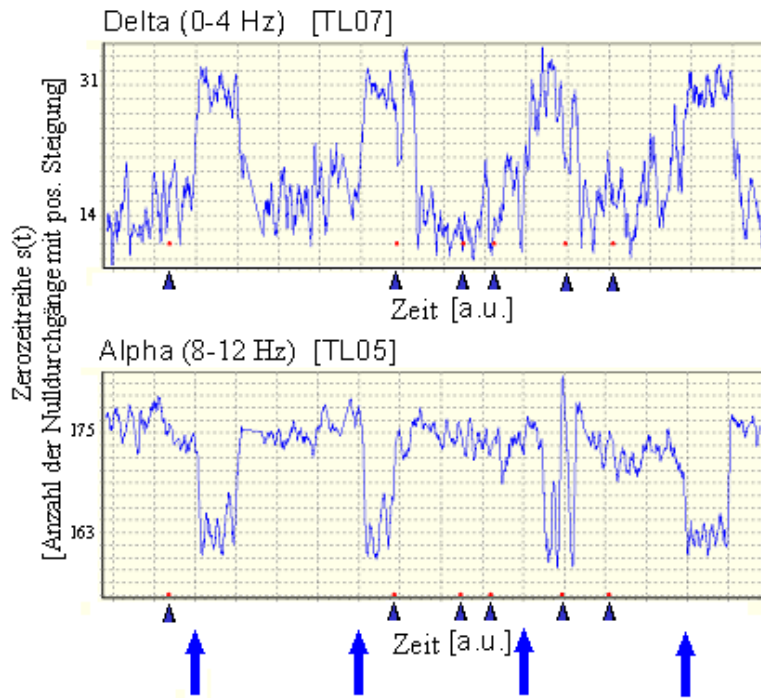


Abbildung 6.3: Verlauf der Zerozeitreihe $s(t)$ im Deltaband (Daten der Tiefenelektrode TL07), bzw. Alphaband (Daten der Tiefenelektrode TL05) über 4 Tage. Die Pfeile markieren jeweils 24 Uhr. Die Dreiecke markieren die Zeitpunkte eines einsetzenden epileptischen Anfalls des Patienten.

könnte einem Anstieg der *Delta-Aktivität* des EEGs zugeschrieben werden, welcher aus bestimmten *Schlafstadien* bekannt ist [Schm00]. Der Verlauf von $s_{alpha}(t)$ zeigt ebenfalls starke Tag-Nacht-Veränderungen auf. Die mittlere Anzahl fällt von ~ 175 (8,75 Hz) auf die untere Grenze des Erwartungsbereichs 163 (8,15 Hz) ab. Die *Alpha-Aktivität* erscheint in den Schlafphasen herabgesetzt. Auch in den hier nicht dargestellten Theta-, Beta- und Gamma-Zerozeitreihen wurden ebenfalls Rythmiken beobachtet, welche deutliche Abgrenzungen der Wach-Schlaf-Phasen erlaubten. In der Gamma-Zerozeitreihe war z.B. ein deutlicher Abfall im Schlaf zu identifizieren, sowie ein kontinuierlicher Anstieg zur wiederkehrenden Wachphase. Es bleibt hervorzuheben, dass die Ergebnisse aus SEEG-Zeitreihen gewonnen wurden, welche an Tiefenelektroden gemessen waren, und im Einklang mit den in der Fachliteratur beschriebenen Ergebnissen von Schlafstadienuntersuchungen an EEGs stehen, welche an Oberflächen Elektroden aufgenommen wurden (siehe z.B. [Schm00]).

Neben den zeitlichen Schwankungen ist es in einem räumlich ausgedehnten System von großem Interesse, die eventuellen räumlichen Fluktuationen einer Kenngröße ebenfalls zu untersuchen, um räumliche Dynamikunterschiede in verschiedenen Systemregionen zu erkennen und zu deuten. Des Weiteren kann in einem pathologischem System, wie dem epileptischen Gehirn, davon ausgegangen werden, dass an verschiedenen Messpunkten des Systems unterschiedliche Einschränkungen vorliegen (z.B. [Leh95]). Aus diesem Grunde wurden im Folgenden die Zerozeitreihen $s(t)$ der fokalen (epileptogenen) und nonfokalen (nichtepileptogenen) Hemisphäre³ miteinander verglichen.

³Hierbei wurden SEEGs von Patienten verwendet, welche lediglich ein einziges fokales epileptisches Areal

Hemisphärenvergleich

Bei dem Vergleich der Zerozeitreihe $s(t)$ von der nonfokalen und der fokalen Hemisphäre zeigten sich unterschiedliche Schwankungsbreiten des Tag-Nacht-Verlaufs (siehe Abb. 6.4). Die Zerozeitreihen der gefilterten SEEGs aus den jeweilig, im Bezug auf die Hemisphären, gegenüberliegenden Tiefenelektroden, z.B. TL7 und TR7, wurden miteinander verglichen. Insgesamt wurden SEEGs von drei Patienten untersucht. Bei $s_{Alpha}(t)$ -Daten, aus den SEEGs (Hemisphären-) gegenüberliegender Messpunkte, zeigte sich jeweils eine größere Tag-Nacht-Schwankungsbreite $\sigma(s_{Alpha}(t))$ auf der nonfokalen Hemisphäre. (Der hier beobachtete Effekt war allerdings nicht bei allen Vergleichen von Zerozeitreihen, aus gegenüberliegender Messpunkten gleich ausgeprägt. Es kam jedoch nicht vor, dass ein gegensätzliches Verhalten zu beobachten war.) In Abbildung 6.4 ist der beschriebene Unterschied im $s_{alpha}(t)$ -Verlauf gut erkennbar.

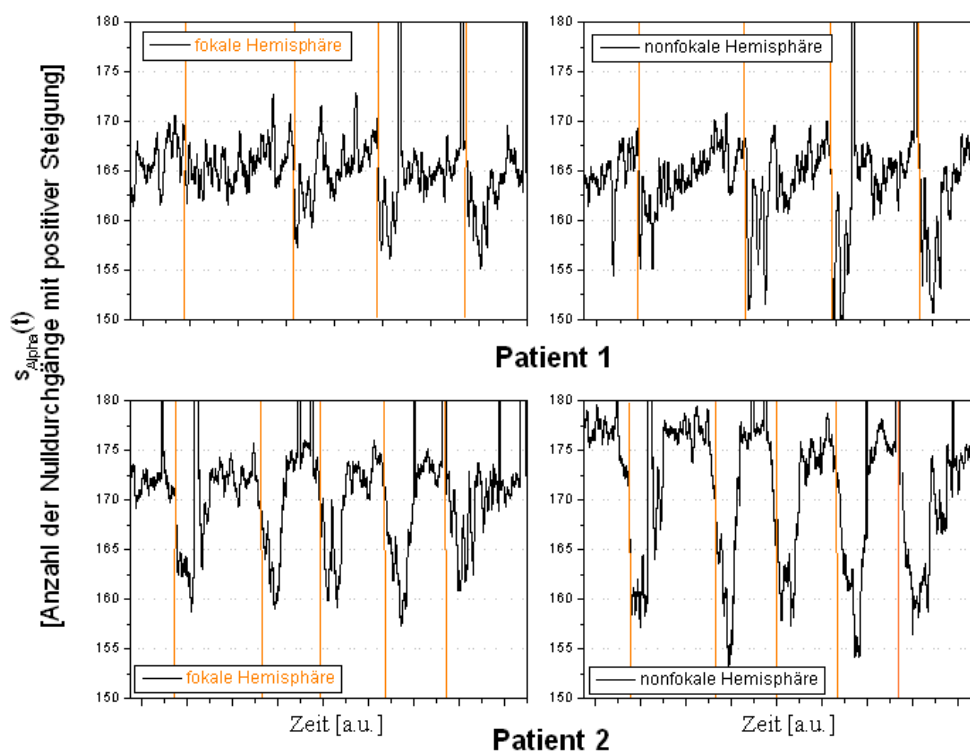


Abbildung 6.4: Verlauf der Zerozeitreihe im Alphaband ($s_{Alpha}(t)$). Oben: Patient 1 (4 Tage, TL08 und TR08); unten: Patient 2 (5 Tage, TL07 und TR07). Die vertikalen Linien markieren jeweils 24 Uhr. Links: fokale Hemisphäre; rechts: nonfokale Hemisphäre.

Das Alpha-Band wurde verwendet, da in Oberflächen EEGs eine so genannte Alpha-Blockade (keine Frequenzen aus dem Alpha Band) eines der sichersten und ausgeprägtesten Anzeichen für einsetzenden Schlaf ist [Schm00]. Somit waren im $s_{alpha}(t)$ -Verlauf erwar-

besaßen.

tungsgemäß die deutlichsten zirkadianen Rythmiken erkennbar. (Die niedrigen Wertebereiche in $s_{Alpha}(t)$ sind, wie in der vorangegangenen Abbildung 6.4, mit den Schlafphasen zu identifizieren.)

Während der SEEG-Aufnahme vorkommende Anfälle sollten keinen falschen Verlauf von $s(t)$ suggerieren und von den zirkadianen Schwankungen ablenken, weshalb an den entsprechenden Zeitpunkten $s(t)$ auf den Maximalwert 180 gesetzt wurde. Ferner waren die hier verwendeten SEEGs mit zeitlichen Aufnahmelücken behaftet, welche bis zu einigen Stunden betrug. Die (diskontinuierlichen) Segmente wurden zeitlich aufeinander folgend direkt aneinander gesetzt, wodurch die unterschiedlichen Tag- und Nachtlängen in Abb. 6.4 zu erklären sind.

Es ist auszuschließen, dass die unterschiedlichen Tag-Nacht-Schwankungsbreiten durch eventuelle rechts-links-Unterschiede der Hemisphären zustande kommen, da die untersuchten SEEG-Aufnahmen von Rechts- sowie Linkshändern stammen und die Schwankungsbreite $\sigma(s_{Alpha}(t))$ nur die Abhängigkeit vom fokalen Areal zeigt. Von einer Ergebnisinterpretation wird an dieser Stelle abgesehen, da für allgemein gültige Aussagen die Anzahl der zu untersuchenden SEEGs, welche hier sehr gering war (3 SEEGs), erweitert werden muss. Es bleibt jedoch zu erwähnen, dass die Ergebnisse als Hinweis auf eine unterschiedliche Dynamik in den fokalen und nonfokalen Arealen gesehen werden kann. Die Dynamik der fokalen Hemisphäre scheint im Gegensatz zur nonfokalen Hemisphäre Einschränkungen zu unterliegen, was im Einklang mit Ergebnissen über die Erniedrigung der Anzahl der Freiheitsgrade des Systems im fokalen Areal (Vgl. [Leh95]) steht.

6.3 Erwartungswerte des Skalierungskoeffizienten einer SEEG-Zeitreihe

Die Aufnahmetechnik zur Messung von Zeitreihen beinhaltet ein Problem durch die endliche Messgenauigkeit, welche sowohl in dem Zeit- (Sampling-Rate) als auch im Amplitudenbereich (Verstärker-Genauigkeit) zu finden ist. Um Kenngrößen und deren Aussagen besser zu deuten und von eventuellen Rauschprozessen zu unterscheiden, ist es daher ratsam, zunächst einen Erwartungsbereich zu definieren.

Zur Bestimmung eines Erwartungsbereiches des Skalierungskoeffizienten α von SEEG-Zeitreihen wird auf die Tabelle 3.2 der Erwartungswerte aus Kapitel 3 zurückgegriffen. Wird von der Annahme ausgegangen, dass ein SEEG weder einem roten Rauschem, noch einem weißen Rauschen entspricht, können die ersten Werte ausgeschlossen werden.

Für rotes Rauschen gilt $S_L \sim f^{-2}$ (vgl. Tabelle 3.2). Dies entspricht einem Hurst-Koeffizienten $H = (\alpha - 1)/2 = 0.5$ und bestätigt einen Prozess mit kurzreichweitiger Korrelation. Im Gegensatz dazu sind die Werte eines unkorrelierten Zufallsprozesses (weißes Rauschen) um Null verteilt, und es gilt $S_L \approx const$. Um weitere Angaben zu dem Erwartungsbereich von α für ein SEEG-Segment zu geben, werden zunächst einige Überlegungen beschrieben.

Die Parameter und Observablen des Systems Gehirn sind, wie die aller Organe, in einem bestimmten Arbeitsbereich beschränkt. Jeder Auslenkung eines Parameters (z.B. EEG-Amplitude oder Ionenkonzentration in Nervenzellen) folgt ein Zurücktreiben zum

Ursprungs-Wertebereich (*antipersistentes* Verhalten). Während eines epileptischen Anfalls zeigt das EEG über einen abnormal langen Zeitraum (bis zu Minuten) Wertebereiche in der Amplitude und Frequenz, welche in inter-iktalen Abschnitten nur selten vorkommen [Psc98], und es könnte eine (zunächst) weiter voranschreitende Auslenkung der Dynamik (*persistentes* Verhalten) zu erwarten sein. Mit dieser Annahme ergeben sich aus der Tabelle 3.3 weitere Erwartungen für $\alpha(\Delta(s_{Band}))$. Werte von $\alpha > 2$ könnten somit für anfallsfreie Segmente ausgeschlossen werden, denn diese würden, wie in Kapitel 3.4 beschrieben, *Persistenz* bedeuten. Unter der weiteren Annahme, das die Dynamik eines SEEG sich stark von weißem, rosa und rotem Rauschen unterscheidet, bleiben α -Werte aus dem Bereich von $0 \lesssim \alpha(\Delta(s_{Band})) \lesssim 2$ und $\alpha(\Delta(s_{Band})) \neq 1$ (Tabelle 3.3) zu erwarten. Zusammenfassend kann der Erwartungsbereich von α verschiedener Hirndynamiken wie folgt beschrieben werden.

Dynamik	α -Wert
Iktal und eventuell prä-iktal (persistent)	$\alpha > 2$
Inter-iktal	$]0; 1[$ und $]1; 2[$

Tabelle 6.3: Angenommener Erwartungsbereich von α für unterschiedliche Hirndynamiken.

Es bleibt natürlich zu beachten, dass allgemein die Werte mit einer gewissen Schwankungsbreite behaftet sein können, welche durch Anteile von Rauschprozessen in der Dynamik der Zeitreihe oder durch die α -abschätzende PSD-Methode hervorgerufen werden. Ab einer zu untersuchenden Segmentlänge von mindestens 3 Stunden bis zu 140 Stunden (längstes hier untersuchtes Segment) ist mit einer Schwankungsbreite von $\Delta\alpha \approx 0,2$ zu rechnen (siehe auch Abb. 6.5). Kürzere Segmentlängen (z.B. 10 min.; kürzestes hier untersuchtes Segment) können Schwankungsbreiten bis zu $\Delta\alpha \approx 1$ besitzen. Die dazugehörigen α -Werte können dementsprechend lediglich Trends des Verlaufs anzeigen und erlauben keine genauen Aussagen.

6.4 Skalenverhalten von SEEG-Zeitreihen

Die zu analysierenden SEEG-Zeitreihen von 12 verschiedenen Patienten besaßen eine Dauer von mindestens 60h und enthielten bis zu jeweils fünf Anfallsverläufe. Diese Anfallsverläufe sowie dreißigminütige Segmente davor und danach wurden entfernt, um anfallsunabhängige Aussagen treffen zu können. Wie bereits erwähnt, wurden die Zeitreihen danach bandpass gefiltert und in die Zerozeitreihe $s_{Band}(t)$ konvertiert. Ein Segment $\Delta s(t)_{Band}$ der Länge $\Delta\tau$ diente später als Fluktuationsprofil, aus dem der Skalierungskoeffizient α bestimmt wurde. Zunächst wurde die Abhängigkeit von der Segmentdauer untersucht. Die Segmentdauer $\Delta\tau$ begann bei den vorliegenden Untersuchungen mit fünf Stunden und wurde sukzessiv bis 55 h um jeweils eine weitere erhöht.

Nach einer Segmentlänge von etwa 15h zeigte der daraus gewonnene α -Verlauf in allen Elektroden (TL01-TL10; TR01-TR10) eine Art Sättigungsbereich, welcher in Abbildung 6.5 für $\alpha_{Theta}(\Delta\tau)$ (Theta-Band: 4-8 Hz) dargestellt ist. Die Segmentlängen, welche den Beginn

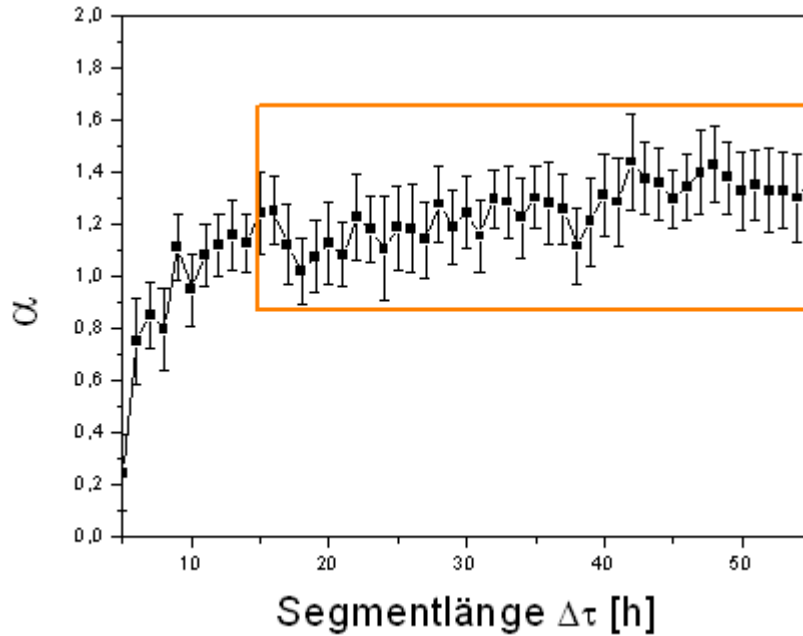


Abbildung 6.5:
 $\alpha_{Theta}(\Delta [s])$ –
Verlauf eines SEEGs
 (Elektrode: TL02) in
 Abhängigkeit der Seg-
 mentlänge $\Delta\tau$. (Die
 „Fehlerbalken“ ent-
 sprechen dem Kehrwert
 der Güte; siehe auch
 Kapitel 3.3.1) Der zur
 Mittelwertbildung ver-
 wendete „Sättigungsbereich“
 ist umrahmt.

des Sättigungsbereichs markierten, variierten sowohl bei SEEGs verschiedener Patienten als auch bei verschiedenen Meßpunkten, waren jedoch stets zwischen $\Delta\tau = 10h - 20h$ zu finden. Dabei wurde kein Zusammenhang zwischen der Segmentlänge des Sättigungsbereichs und den verschiedenen Meßpunkten (Tiefenelektroden) gefunden. Wie in Abb. 6.5 zu sehen, blieben zwar auch im Sättigungsbereich Trends der Steigungen erhalten, jedoch waren diese zum Teil größer und zum Teil kleiner Null und überschritten selten eine Steigung von $\pm 0,01/h$. Aus diesen Gründen konnte innerhalb des Zeitbereichs von 15 bis 55 Stunden ein Mittelwert der α -Werte als „globaler“ Skalierungskoeffizient bestimmt werden. (Im folgenden wird dieser Mittelwert mit α_{M40h} bezeichnet und ist nicht mit dem einzelnen Wert von α eines 40h Segments zu verwechseln.) Ein dazugehörige Fehler wurde wiederum aus der Standardabweichung der Verteilung dieser Werte gewonnen. Es erscheint plausibel, dass der aus der Zerozeitreihe gewonnene Skalierungskoeffizient α erst nach Eintreten der gesamten Tages- und Nacht-Systemzustände (also etwa 24h) „alle“ (in diesem Skalenbereich) enthaltenen Skalierungseigenschaften „erkannt“ hat und nicht weiter durch neu hinzukommende verändert wird, wodurch sich eine Art Plateau ergibt.

Aufgrund des Sättigungsbereichs ergibt sich die Annahme, dass eventuell vorhandene weitere Schwankungen der Systemzustände auf einer wesentlich kleineren Skala (z.B. Minutenbereich) oder größeren Skala (z.B. im Wochen-, Monats- und Jahresbereich) zu suchen sind⁴. Untersuchungen von kleineren Skalen sind jedoch nur mit Einschränkungen möglich, da die ersten, zu kleinen Segmentlängen gehörigen α -Werte mit Vorsicht zu betrachten sind. Auf Grund der begrenzten Abtastrate des SEEGs und der Kürze des Zeitreihen-Abschnitts (20,48 s SEEG), aus dem ein Element der Zerozeitreihe gewonnen wird, liegen zur Bestimmung von α auf kleineren Skalen ($< 3h$) nur wenige Zerozeitreihen-Elemente vor. Eventuel-

⁴Die größeren Zeitbereiche sind hier nicht von Belang, da es in dieser Arbeit um allgemeine Klassifikationen und im hier genutzten Anwendungsbeispiel um kurzzeitige Änderungen des Zustandes zur eventuellen Vorhersage von epileptischen Anfällen geht.

le Abweichungen in Zerozeitreihen $s(t)$, welche kurze ($< 3h$) SEEG-Segmente beschreiben, haben jedoch größere Auswirkungen auf das Leistungsspektrum (und somit auf α) als Abweichungen in längeren Zerozeitreihen, welche lange SEEG-Segmente beschreiben. Wegen dieser geringen Statistik („kleine Segmentlänge $\Delta\tau =$ niedrige Statistik“) besitzen α -Werte für eine Segmentdauer unter drei Stunden also nur wenig Aussagekraft, wobei der Fehler von α bis zu einem Betrag von 1 anwachsen kann. Es bleiben nur Trend-Aussagen zur Persistenz ($\alpha > 2$) und Anti-Persistenz ($\alpha < 2$) bestehen, welche in Kapitel 6.4.1 untersucht werden.

Die fünf untersuchten Bänder (0-4 Hz; 4-8 Hz; 8-12 Hz; 13-30 Hz; 30-40 Hz) zeigen dabei große Unterschiede in den α_{Band} -Mittelwerten des Sättigungsbereiches (siehe Abbildung 6.6).

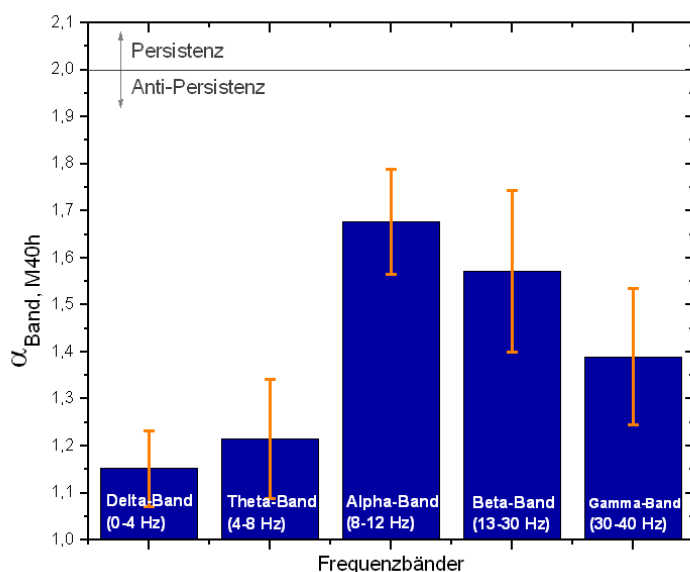


Abbildung 6.6: α_{M40h} - Werte mit Standardabweichung der Punkte des Leistungsspektrums zur Regressionsgeraden. Durch die horizontale Linie bei $\alpha = 2$ ist rotes Rauschen und gleichzeitig die Grenze zwischen persistentem und anti-persistentem Verhalten verifiziert.

Zunächst fällt auf, dass die Dynamiken der verschiedenen Frequenzanteile nicht kontinuierlich ineinander übergehen. Besonders deutlich erscheint der große Unterschied von $\Delta\alpha \approx 0,5$ der direkt benachbarten Bänder Theta (4-8Hz) und Alpha (8-12Hz). Der zunächst steigende Trend von α - mit steigender Frequenz - kehrt sich nach dem sprunghaften Anstieg auf den α -Mittelwerte des Alpha-Bandes in einen fallenden Trend um. Diese deutlichen Unterschiede, welche in den Verläufen der α -Werten bei allen Patienten zu sehen waren, scheinen ferner ein Indiz dafür zu sein, dass sich unterschiedliche Dynamiken des EEGs in verschiedenen Frequenzen widerspiegeln (Vergleich auch Schlafstadien [Schm00]).

Es ist zu erkennen, dass alle ermittelten α_{M40h} -Werte in einem Wertebereich < 2 lagen. Im Gegensatz zu Skalierungsuntersuchungen der Amplitude [Ceb03] konnte anhand der Untersuchung einer Phaseninformation dem nichtlinearen System „epileptisches Gehirn“ also ein anti-persistentes Verhalten und ein globaler (über 55h) Skalierungskoeffizient zugeordnet werden. Somit wird die in Kapitel 6.3 getroffenen Annahme bestätigt, dass das System „epileptisches Gehirn ohne Anfallaktivität“ *anti-persistentes Verhalten* zeigt. Das hier auf Zeitskalen $\Delta\tau = 40h$ beobachtete anti-persistente Verhalten und die erhaltenen

Mittelwerte der einzelnen Skalierungskoeffizienten der verschiedenen Frequenzbänder scheinen darauf hinzudeuten, dass die Dynamik des Systems Gehirn nach einer Auslenkung wieder dem Ursprungsbereich zustrebt.

Dies ist im Einklang zu anderen physiologischen Verhaltensweisen, denn üblicherweise sind Organparameter (physiologische Observablen), wie die Temperatur oder Ionenkonzentrationen im Blut nur innerhalb eines schmalen Wertebereichs zu finden, damit die Lebensfähigkeit des Organismus gewährleistet bleibt. Auslenkungen werden über Rezeptoren registriert und zurückgeführt [Schm00]. Als weiteres Beispiel für Anti-Persistenz sei hier auch auf den Potentialverlauf in einer Nervenzelle (Aktionspotential und die Rückkehr zum Ruhepotential; siehe auch Kapitel 4.1.1 und [Schm01]) verwiesen. Da frühere Skalenuntersuchungen der Amplitude einer EEG-Zeitreihe kein globales (bis mindestens 55h) Skalenverhalten oder anti-persistentes Verhalten zeigten, erscheint des Weiteren diese Dynamikeigenschaft in einem EEG zu der Phase gehörig.

6.4.1 Zeitliche Zustandsklassifikation

In diesem Abschnitt sollen Möglichkeiten zur zeitlichen Klassifikation des System-Zustandes mit Hilfe des Skalierungskoeffizienten einer Phaseninformation beschrieben werden. Wie bereits erwähnt, ist es für das untersuchte System von medizinischer Bedeutung, einen Voranfallszustand zu erkennen und zu klassifizieren. Damit wäre dann die wichtige Möglichkeit einer Anfallsvorhersage gegeben. Im Folgenden wird zur eventuellen Detektion eines Voranfallzustandes das *zeitliche Skalenverhalten* $\alpha_{Band}(t)$ beobachtet.

Zeitliches Verhalten des Skalierungskoeffizienten

In Kapitel 6.4 (Abb. 6.6) wurde gezeigt, dass der Skalierungskoeffizient in Abhängigkeit von der untersuchten SEEG-Segmentlänge von Stunden bis zu Tagen einem stabilen, gesättigten Wertebereich zustrebt. Im folgenden Versuch wurde eine zwanzigstündige SEEG-Zeitreihe in 40 Teilstücke der Segmentlänge $\Delta\tau = 30min.$ eingeteilt und für jedes Segment ein $\alpha_{Band}(\Delta\tau)$ bestimmt. In Abb. 6.7 sind die α -Werte des Gamma-Bandes der einzelnen 40 Teilstücke in ihrer zeitlichen Reihenfolge aufgeführt. Es wurden die α -Werte aller fünf Frequenzbänder an 3 Patienten bestimmt. In den SEEG-Segmenten wurden die Anfallsverläufe belassen, um ebenfalls den α -Werte für ein Anfalls-Segment zu bestimmen. In allen Frequenzbändern zeigten sich bei allen Patienten ähnliche Ergebnisse (bis auf den hohen α -Wert nach einem Anfall), weshalb die α -Werte des Gamma-Bandes exemplarisch für die übrigen Bänder aufgeführt sind.

Wegen der Problematik, dass α in einem solchen zeitlichen Skalenbereich (30 min.) ungesättigt ist, unterliegt der Skalierungskoeffizient wieder den oben gezeigten zirkadianen Schwankungen. Die Ergebnisse sind somit nicht als allgemein gültige Absolutwerte zu betrachten, denn sie gelten lediglich für den betrachteten Zeitabschnitt sowie für den jeweiligen Patienten. Ausserdem wird die Statistik zur Bestimmung von $\alpha(30 min.)$ unsicher ($\alpha - Fehler \approx 1$) und es können nur grobe Trends der Dynamik erkannt werden. Wie erwartet sind die „Fehlerbalken“, welche nicht den Fehler von α , sondern den Kehrwert der Güte beschreiben (siehe Kapitel 3.3.1), recht groß. Die Mehrzahl der α -Werte liegt im

anti-persistenten Bereich $\alpha < 2$ vor. Unter den ersten α -Werten liegen wider erwarten fünf Werte am oder im persistenten Bereich, wobei die „Fehlerbalken“, welche den Kehrwert der Güte darstellen (siehe auch Kapitel 3.3.1) zu beachten sind. Der während des Anfalls gemessene α -Wert, wie auch der (im Gamma-Band) eine halbe Stunde danach, liegt dagegen deutlicher im persistenten Bereich. Die Erkennung eines Voranfallzustandes wahr jedoch nicht möglich. Im Vorfeld des Anfalls waren keinerlei typische, charakteristische Verhaltensweisen oder das erwartete persistente Verhalten ($\alpha > 2$) zu beobachten. In einigen Verläufen wurde nur ein persistentes Verhalten identifiziert, während im Gamma-Band - bei dem ersten von mehreren Anfällen - sogar bis zu 30 Minuten nach Anfallsbeginn dieses Verhalten verdeutlicht wurde (Abb. 6.7). Größere Segmentlängen sind aufgrund der Möglichkeit von eventuellen kurzen ($\ll 1h$) Voranfallzustands zur Detektion des selbigen ungeeignet.

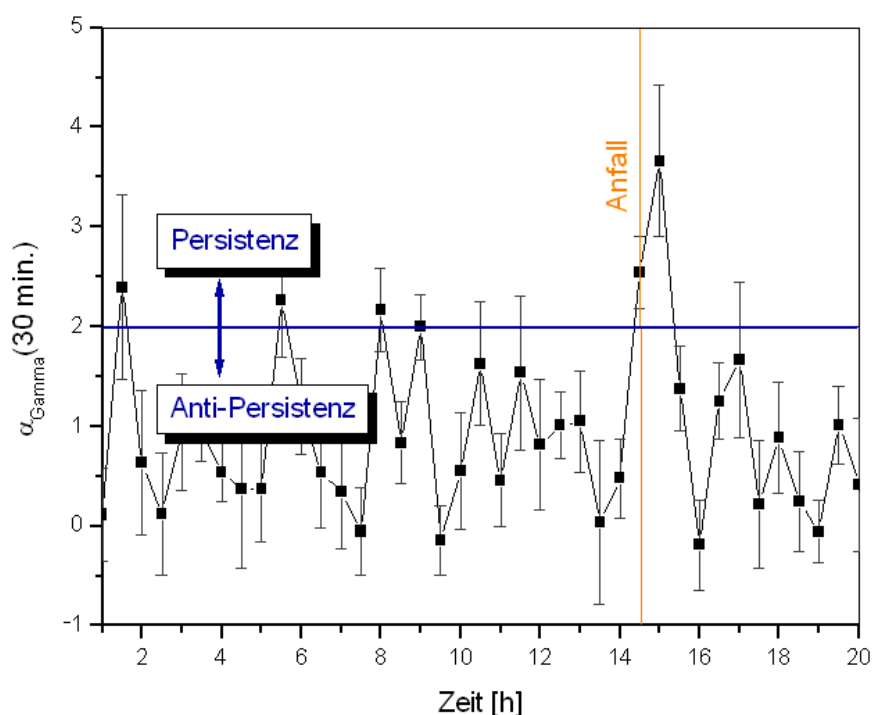


Abbildung 6.7: Verlauf von $\alpha_{Gamma}(\Delta\tau)$. (Segmentlänge: $\Delta\tau = 30 \text{ min.}$) Verwendetes Frequenzband : Gamma (30-40 Hz). SEEG-Kontakt: TL02. Der α -Wert aus dem Abschnitt mit enthaltenem Anfall ist durch eine vertikale Linie markiert.

Das persistente Verhalten nach einem Anfall könnte durch zwei verschiedene Überlegungen erklärt werden. Zum einen könnte diese Persistenz durch ein (über 30 Minuten) kontinuierliches Wegstreben des System-Zustandes vom Anfallszustand zurück zum ursprünglichen Zustand verstanden werden (siehe dazu Abb. 6.8).

Zum anderen ist dieses Verhalten in diesem SEEG-Segment, welches noch drei weite-

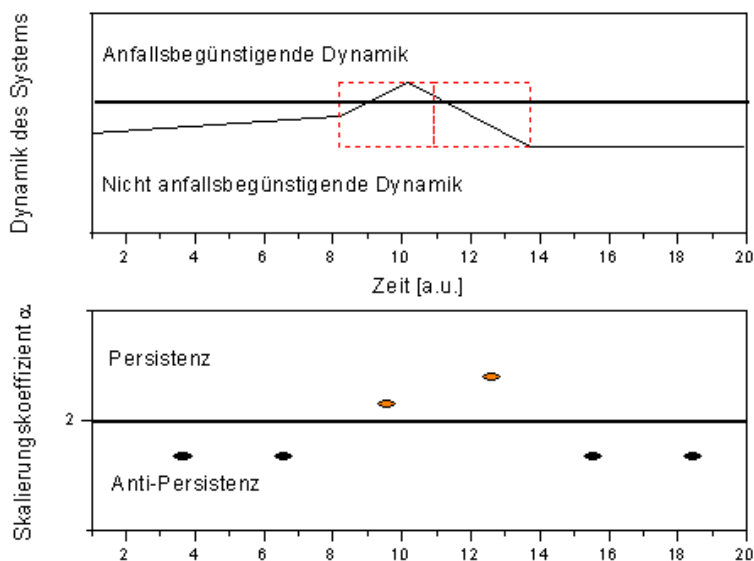


Abbildung 6.8:
Möglicher Dynamikverlauf (oben) und entsprechende Skalierungskoeffizienten (unten).

re Anfälle (in einem Zeitraum von 30 Stunden) enthielt, nur bei dem ersten Anfall von insgesamt vier zu beobachten. Dieses persistente Verhalten könnte daher auch auf eine Dynamik-Veränderung hinweisen, welche für längere Zeit ($\gg 30 \text{ Min.}$) erhalten bleibt. Diese „veränderte“ Dynamik könnte wiederum anti-persistent sein und die Eigenschaft besitzen, weitere Anfälle zu begünstigen (siehe dazu Abb. 6.9). Hierbei ist zu erwähnen, dass die Patienten während der SEEG-Aufnahme eine Reduktion ihrer Medikamente erfahren, um Anfälle zu begünstigen. Es bleibt daher nicht auszuschließen, dass die Skalierungskoeffizienten, welche eine Persistenz andeuten, durch die Medikationsänderung und der daraus resultierenden Dynamikänderung des Systems hervorgerufen wurden. (Siehe dazu auch vergleichend die Medikamenteneinflüsse auf die Dynamiken und somit auf Kenngrößen z.B. [Leh97b].)

Zusammengefasst konnte in dieser Untersuchung kein persistentes Verhalten im eventuellen Voranfallszustand gefunden werden. Kurzfristige Änderungen (z.B. 2 oder 5 min.) vor dem Anfall (Vergleich auch effektive Korrelationsdimension [Leh03]) könnten dennoch vorhanden sein, denn diese könnten mit dieser Methode nicht detektiert werden, da für solch kleine Skalen die Anzahl der Elemente zur Berechnung des Leistungsspektrums und somit die Statistik sehr gering wäre (Anstieg der Schwankungsbereite). Zur Erkennung eines eventuellen Voranfallszustands im epileptischen Gehirn zeigte sich die Bestimmung eines lokalen Skalierungskoeffizienten ($< 15h$) als ungeeignet. Weitere konkrete Aussagen zu einem Voranfallszustand konnten aus diesen Untersuchungen mit Hilfe des Skalierungskoeffizienten somit nicht gezogen werden.

6.4.2 Räumliche Zustandsklassifikation: Bestimmung der epileptogenen Hemisphäre

Neben der zeitlichen Klassifikation von Zuständen ist es für räumlich ausgedehnte Systeme oft von großer Bedeutung, ob eine mögliche räumliche Differenzierung zu beschreiben ist,

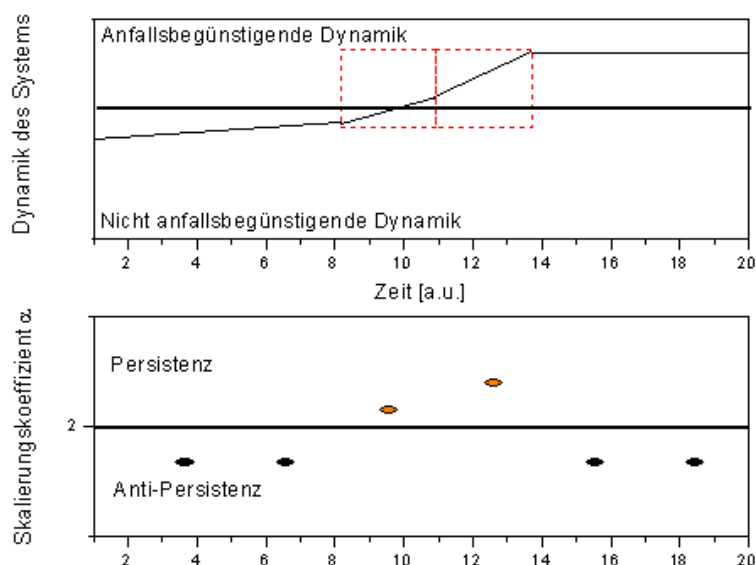


Abbildung 6.9:
Möglicher Dynamikverlauf (oben) und entsprechende Skalierungskoeffizienten (unten).

um Bereiche mit eventuellen besonderen Dynamik-Eigenschaften zu erkennen. Im Falle des hier analysierten Beispielsystems (epileptisches Gehirn) wird ebenfalls von einer räumlichen Differenzierung ausgegangen (siehe auch Kapitel 4), welche Aussagen über das System erlauben. In der Epilepsie-Forschung und -Behandlung ist die exakte Bestimmung der Lage eines Fokus (Anfallsherdes) von besonderer Wichtigkeit. Diese Information kann den Medizinern bei einer Entscheidung, ob z.B. eine Entfernung des Fokus sinnvoll und möglich ist, behilflich sein. Zur Lokalisation dienen dem Mediziner unter anderem die Beobachtungen des Patienten und dessen Ausfallserscheinungen im Verlauf eines epileptischen Anfalls. Damit ist eine exakte Lokalisation jedoch nicht abgeschlossen, denn es bleibt unklar, ob sich in dem (durch die Ausfälle) zugeordneten Bereich der Fokus befindet, oder ob lediglich eine Ausbreitung des Anfalls in diese Region erfolgt ist, oder ob sogar mehrere Foki vorhanden sind.

Viele in dieser Arbeit bereits erwähnten Kenngrößen, die zum Teil aus der nichtlinearen Zeitreihenanalyse stammen, wie z.B. die Korrelationsdimension, können Aufschluss über fokale Areale geben. In dem folgenden Abschnitt wird eine retrospektive Studie beschrieben, in der anhand des Skalierungskoeffizienten aus dem Gamma-Band ($\alpha_{Gamma}(\Delta\tau)$), bzw. dessen Verteilung im Hemisphärenbereich, bestimmte Charakteristika dem Fokusareal zugeordnet werden können. Ein Vorteil der in dieser Arbeit verwendeten Methode gegenüber anderen Methoden zur Bestimmung anderer Kenngrößen liegt in der Einfachheit des Algorithmus zur Berechnung.

Neben der Vermutung eines persistenten Zustandes ($\alpha > 2$) im Vorfeld und im Verlauf eines Anfalls, welcher in Kapitel 6.4.1 untersucht und teilweise bestätigt werden konnte (Abbildung 6.7), gibt es in Bezug auf den Zustand des fokalen Areals eine zu erwartende Reduktion der Systemfreiheitsgrade. In vorangegangenen Untersuchungen des Systems epileptisches Gehirn wurde diese Reduktion im fokalen Gebiet mit Hilfe der Korrelationsdimension verifiziert (siehe z.B. [Leh95]).

Eine Abnahme der Freiheitsgrade könnte bedeuten, dass die Variationen von α an den

verschiedenen Messpunkten geringer werden. Es kann daher angenommen werden, dass die fokale Hemisphäre geringere Unterschiede in den dort bestimmten α -Werten als in denjenigen der nonfokalen Hemisphäre besitzen. Aus diesem Grunde wurde als weitere Beobachtungsgröße die Schwankungsbreite $\sigma(\alpha_{Band}(40h))$ der jeweils 10 rechten und linken Tiefenelektroden betrachtet. Es ist zwar zu beachten, dass durch die Mittelung über die zehn α -Werte der zehn Messpunkte die Genauigkeit der Beobachtung herabgesetzt wird, da sich z.B. gegenläufige Effekte auslöschen könnten, jedoch wurden keine z.B. gegenläufige Trends bei Betrachtung der einzelnen α -Werte untereinander festgestellt.

Zur Überprüfung dieser Annahme wurden im Folgenden nur Daten von Patienten mit vergleichbaren Erkrankungen (Temporallappenepilepsie) verwendet. Die verwendeten Daten bestanden aus SEEG-Zeitreihen, welche im Verlauf der prächirurgischen Abklärungsphase mit Hilfe von intra-kraniell implantierten Tiefenelektroden mit je 10 Kontakten in der rechten (TR1-TR10) sowie linken (TL1-TL10) Hemisphäre von 12 Patienten aufgenommen wurden. Die SEEG-Zeitreihen wurden jeweils über einen längeren Zeitraum ($\geq 60h$) aufgenommen. Eine genaue Angabe zu den Charakteristika der 12 Patienten ist der folgenden Tabelle 6.4 zu entnehmen:

Charakteristika	links	rechts
Fokale (epileptogene) Hemisphäre [<i>Anzahl</i>]	7	5
Geschlecht (w/m) [<i>Anzahl</i>]	4/3	2/3
Alter (Mittelwert \pm St. Abweichung) [<i>Jahre</i>]	41 \pm 17	44 \pm 10
Minimale Aufnahmezeit [<i>h</i>]	60	60

Tabelle 6.4: Charakteristika der 12 Patienten, deren SEEG-Aufnahmen in der Studie untersucht wurden.

Um eine räumliche Zustandsklassifikation zu erzielen, welche nicht durch einen eintretenden Anfall zustande kommt, sondern lediglich auf räumliche inter-iktuale Dynamik-Unterschiede beruht, wurden die in den Zeitreihen aufgezeichneten Anfälle wieder entfernt⁵. Anschließend wurden die Zeitreihen wieder in die physiologisch relevanten Frequenzabschnitte bandpass gefiltert (Delta(0 - 4 Hz), Theta(4 - 8 Hz), Alpha(8 - 12 Hz), Beta(13 - 30 Hz), Gamma(30 - 40 Hz)) und in eine Zerozeitreihe konvertiert, sowie je ein (Mittelwert) $\alpha_{Band,M40h}$ bestimmt⁶.

Es ergaben sich also für jedes der fünf Bänder 20 Zerozeitreihen und $\alpha_{Band,M40h}$ -Werte pro Patient. Um die oben erwähnte, erwartete Verringerung der Anzahl der Freiheitsgrade des Systems auf der fokalen Hemisphäre zu überprüfen, wurden zunächst die jeweils 20 $\alpha_{Band,M40h}$ -Werte eines Frequenzbandes einzeln betrachtet. Die Beträge des Skalierungskoeffizienten wurden verglichen, um einen eventuellen für alle Patienten gültigen Schwellwert von $\alpha_{Band,M40h}$ für das fokales Areal und davon ausgenommene Bereiche zu finden. Hierbei

⁵Aus dem SEEG-Segment wurde der Anfall entfernt, indem der einstündige Abschnitt, welcher den Anfall beinhaltete entnommen wurde.

⁶Hierbei wurde bei SEEG-Daten aller Patienten, wie oben beschrieben, nur der Sättigungsbereich von α in Abhängigkeit der Segmentlänge (Aufnahmezeit von 15 bis 55 h) zur Mittelwertbildung verwendet.

konnten jedoch in keinem der fünf Bänder derartige Aussagen getroffen werden. Dieses unerwartete Ergebnis könnte jedoch durch die betrachtete SEEG-Segmentlänge zu erklären sein, denn diese betrug zur Berechnung der effektiven Korrelationsdimension 20, 48s und zur Bestimmung des Skalierungskoeffizienten 55h, wobei dieser Unterschied sowie die zusätzliche Mittelung von α über einen Bereich von 40 Stunden die Korrelationen der Kenngrößen zueinander zerstört haben könnte.

Die andere oben beschriebene Möglichkeit, eine Abnahme der Anzahl der Systemfreiheitsgrade zu beobachten, wurde ebenfalls untersucht. Dazu wurden die jeweils zehn Werte der rechten und linken Hemisphäre gemittelt ($\bar{\alpha}_{Band,M40h,Hemisph.}$) und deren Standardabweichung ($\sigma(\alpha_{Band,M40h,Hemisph.})$) bestimmt, denn diese könnte bei einer Reduktion der Anzahl der Freiheitsgrade des Systems geringer werden.

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_{Band,M40h,Hemisph.} &= \sum_{i=1}^{10} \alpha_{Band,M40h,i} \\ \sigma(\alpha_{Band,M40h,Hemisph.}) &= \sqrt{\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (\alpha_{Band,M40h,i} - \bar{\alpha}_{Band,M40h,Hemisph.})^2}\end{aligned}\tag{6.2}$$

In fast allen untersuchten Frequenzbändern zeigte ein Vergleich der Standardabweichungen $\sigma(\alpha_{Band,M40h,fokal})$ und $\sigma(\alpha_{Band,M40h,nonfokal})$ über alle 12 untersuchten Patienten keinen allgemein gültigen Schwellwert $\sigma(\alpha_{Band,M40h,fokal})$, der zu einer patientenübergreifenden Klassifikation eines fokalen Areals vorhanden sein müsste.

Einzig im **Gammaband (30-40 Hz)** zeigten sich deutliche Unterschiede in den Werteverteilungen der fokalen (epileptogenen) und der nichtfokalen (nichtepileptogenen) Hemisphäre. In Abbildung 6.10 ist die Häufigkeitsverteilung der Standardabweichungen von $\alpha_{Gamma,M40h}$ der SEEGs aller 12 untersuchten Patienten dargestellt. Auf eine Angabe eines ungefähren Schwellenwertes mit Signifikanzniveau wird aufgrund der geringen Statistik verzichtet.

Wurden die Standardabweichungen $\sigma(\alpha_{Band,M40h,Hemisph.})$ aus dem Gamma-Band für jeden Patienten einzeln betrachtet, so konnte bei allen 12 Patienten der jeweils geringere Wert der fokalen Hemisphäre zugeordnet werden (siehe Abbildung 6.11).

Bei fünf der insgesamt zwölf Patienten konnten aufgrund der langen Dauer der aufgenommenen SEEGs ($> 2*55h$) in zwei aufeinander folgenden SEEG-Segmenten eine Bestimmung von $\bar{\alpha}_{Band,M40h,Hemisph.}$ durchgeführt werden. Die Aussagen beider Segmente blieben gleich: Bei jedem Patienten zeigt sich im Gammaband auf der fokalen Hemisphäre im Gegensatz zur nonfokalen Hemisphäre eine geringere Standardabweichung $\sigma(\alpha_{Gamma,M40h,fokal})$.

Im Verhalten von $\bar{\alpha}_{Theta,M40h,Hemisph.}$ des Theta-Bandes wurde zwar eine ähnliche Beobachtung festgestellt, jedoch konnten hier nur in 58% der Fälle eine exakte Übereinstimmung mit der in der prächirurgischen Abklärung bestimmten Fokusarealbestimmung festgestellt werden.

Zusammengefasst kann angenommen werden, dass eine Verringerung der Freiheitsgrade ein Charakteristikum des fokalen Areals ist, welches sich hier in den verringerten Standard-

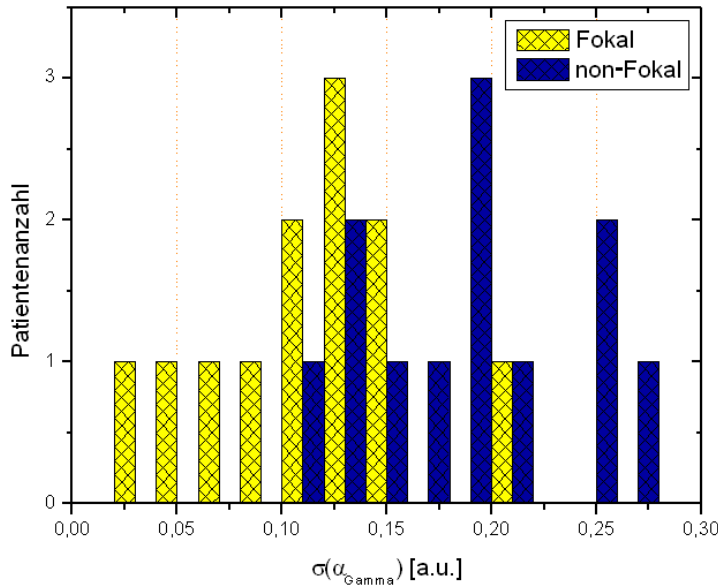


Abbildung 6.10: Häufigkeitsverteilung der Standardabweichungen von $\alpha_{Gamma, M40h}$ aller 12 Patienten. Die Werte der fokalen (epileptogenen) Hemisphäre sind hell hervorgehoben.

abweichungen der räumlich gemittelten α -Werte zeigt. Dieser Verlust an Freiheitsgraden ist konform mit den Ergebnissen, welche z.B. bereits in [Leh95] beschrieben wurden. Nach den obigen Untersuchungen gilt die hier beobachtete Erniedrigung der Standardabweichung und die damit angenommene Verringerung der Freiheitsgrade jedoch nur für einen *Bereich der Dynamik*, welche sich im **Gamma-Frequenz-Band** widerspiegelt. Die anderen Frequenzbänder scheinen davon nicht betroffen zu sein und keiner solcher Einschränkung zu unterliegen. Dies scheint jedoch nur für die Skalierungseigenschaft zu gelten, da in der Zerozeitreihe verschiedener Frequenzbänder (Abb. 6.4) sich ebenfalls in anderen Bändern Unterschiede in der fokalen zur nicht-fokalen Hemisphäre andeuteten. Diese, hier durch die Standardabweichung des Skalierungskoeffizienten ermöglichte, Unterscheidung der Dynamikeigenschaften verschiedener Frequenzbänder steht wiederum im Einklang mit den Ergebnissen aus Kapitel 6.4 (Abb. 6.6), welche unterschiedliche α_{M40h} -Werte für die verschiedenen Frequenzbänder aufzeigen und somit die Annahme stützen, dass unterschiedliche Dynamikeigenschaften (einer Skalierungseigenschaft einer Phaseninformation) in bestimmten Frequenzabschnitten vorhanden sind.

Ferner wurde die obige Untersuchung der Standardabweichungen des Skalierungskoeffizienten ebenfalls auf eine weitere Patienten-Gruppe (vier Patienten) angewandt, welche fokale Areale in beiden Hemisphären besitzen. Für solche Patienten zeigten sich widersprüchliche Ergebnisse. Erwartungsgemäß konnte mit diesem Verfahren keine Seite zugeordnet werden. Zeitlich aufeinander folgende SEEG-Segmente eines Patienten (mit beidseitigen fokalen Arealen) ergaben unterschiedliche Aussagen. Im ersten untersuchten SEEG-Segment von Patient A (dieser Patienten-Gruppe) wurde z.B. in der rechten Hemisphäre die niedrigere Standardabweichung von α_{M40h} festgestellt und in einem weiteren zeitlich dahinter liegenden SEEG-Segment von Patient A wurde in der linken Hemisphäre eine relative Erniedrigung der Standardabweichung $\sigma(\alpha_{Gamma, M40h, fokal})$ (gegenüber der anderen Hemisphäre) beobachtet. Hierbei scheinen zeitliche Diskontinuitäten der verschiedenen fokalen Areale vorhanden zu sein, sodass die relativen Einschränkungen der Dynamik (jeweils auf die

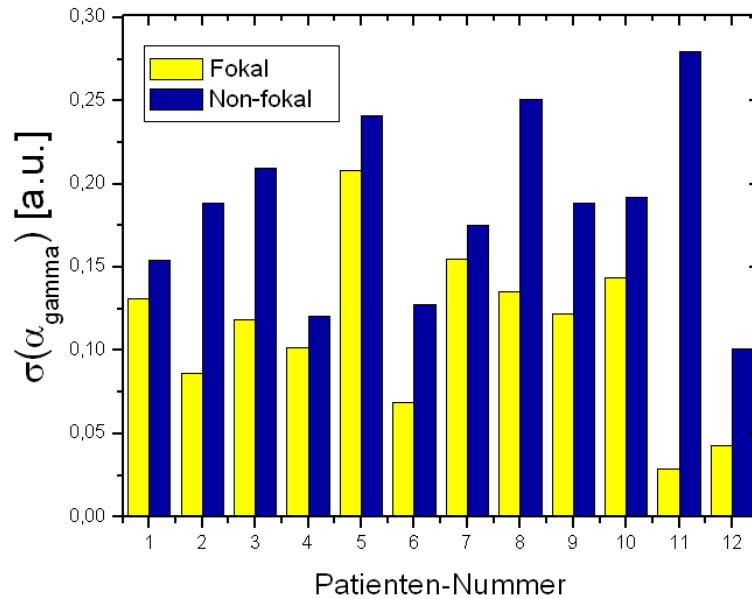


Abbildung 6.11: Standardabweichungen von $\alpha_{Gamma, M40h}$ der fokalen (epileptogenen) und nicht-fokalen (nichtepileptogenen) Hemisphäre aller 12 untersuchten Patienten.

gegenüberliegende Hemisphäre bezogen) zeitlichen Variationen unterliegen kann. Diese Ergebnisse unterscheiden sich damit deutlich von Patienten, welche lediglich eine einseitige Pathologie besitzen.

Ein deutlicher Vorteil der hier gezeigten Untersuchungsmethode ist die Bestimmung der fokalen (epileptogenen) Hemisphäre *ohne* einen benötigten Anfall im untersuchten SEEG-Segment und die Einfachheit des Algorithmus. Die Einschränkungen des betroffenen (epileptogenen) Areals scheinen also zeitlich auch außerhalb eines Anfalls vorhanden zu sein, denn die erniedrigte Standardabweichung wurde innerhalb inter-iktaler Abschnitte beobachtet und stützt damit Untersuchungen mit der effektiven Korrelationsdimension [Leh95]. Zur hier vorgestellten Untersuchungsmethode ist also lediglich ein SEEG während eines inter-iktalen Zustands nötig.

Kapitel 7

Diskussion

Die im Rahmen dieser Dissertation verwendeten und entwickelten Methoden der nichtlinearen Zeitreihenanalyse zeigten sich als geeignet, zur Untersuchung von Phaseneigenschaften und zur Bestimmung des Skalenverhaltens einer Systemobservablen, zur Feststellung von persistentem Dynamikverhalten sowie zur Unterscheidung verschiedener Systemzustände von nichtlinearen Systemen. Diese Untersuchungen wurden beispielhaft an intrakraniell aufgenommenen EEG-Zeitreihen des nichtlinearen Systems „epileptisches menschliches Gehirn“ [Pij97] durchgeführt.

Die Parametereinstellung zur Verwendung eines CNNs ist jedoch nicht analytisch berechenbar [Chu88], weshalb eine Kostenfunktion, abhängig von 19 Parametern, durch ein iteratives Optimierungsverfahren (z.B. [Pow64]) minimiert werden muss. Zur Zusammenstellung einer benötigten Trainingsmenge für eine Systemzustandsklassifikation wurden Zeitreihenabschnitte mit dazugehörigen klassifizierenden Sollergebnissen verwendet. Hieraus ergab sich die Einschränkung der Anwendbarkeit des CNNs bei Systemen, deren Dynamiken weitgehend unbekannt sind, denn durch eine fehlende untermauerte Annahme eines bestimmten Systemzustands kann ein Sollergebnis nicht exakt definiert werden. Nur wenn bereits z.B. zustandsbeschreibende Kenngrößen des Systems vorliegen, kann eine Trainingsmenge optimal erstellt und die Parameteroptimierung durchgeführt werden. Bisher wurden CNNs fast ausschließlich zur Bildverarbeitung verwendet (siehe z.B. Anwendungen in [Chu88] und [Tet02]). Erste erfolgreiche Anwendungen zur Zeitreihenanalyse von nichtlinearen Systemen waren durch Approximationen von einer systembeschreibenden nichtlinearen Kenngröße [Tet99] gegeben. In einer hier zunächst untersuchten Möglichkeit zur Klassifikation eines Systemzustands mit Hilfe des CNNs, wurde die Trainingsmenge aus gleicher Anzahl, jeweils fünf, Zeitreihenabschnitten des Voranfallszustand (Sollergebnis=+1) und des Zwischenanfallszustands (Sollergebnis=-1) zusammengestellt und 5000 Iterationen des Optimierungsverfahrens verwendet. Eine die Aufgabe der Zustandsklassifikation lösende Parametereinstellung des CNNs konnte jedoch nicht gefunden werden. Offensichtlich erscheint eine solche Zusammenstellung der Trainingsmenge aus Zeitreihen und vordefinierten Sollergebnissen nicht ausreichend oder die Anzahl der Iterationen ist möglicherweise zu gering. Die in dieser Arbeit beschriebenen Voruntersuchungen (Kapitel 5.2) sowie die durchgeführten Studien (Kapitel 5) zeigten jedoch, dass nach den ersten 1000 Iterationen die bis dahin erreichte Optimierung in den weiteren 4000 Iterationen (meist) kaum verbessert werden

konnte. Zwar können weitere Optimierungen nach einer größeren Anzahl von Iterationen auf Grund des unbekanntem Verlaufs der Kostenfunktion nicht ausgeschlossen werden, jedoch ist nicht zu vergessen, dass die Verwendung von mehr Iterationen proportional zum zeitlichen Bedarf einer Optimierung der 19 Parameter steht. Auf Grund der vielseitigen Anwendbarkeit des CNNs [Chu88] wurde von mehr Iterationen abgesehen und eine zweite zeitlich effizienter erscheinende Methode untersucht. Dieses zweite eingeführte Verfahren zur Zustandsklassifikation unter Verwendung des CNNs, welches Trainingsklassifikation genannt wurde, zeigt die Möglichkeit auf, jeweils zwei Zeitreihenabschnitte verschiedener Systemzustände voneinander zu trennen. Die Methodik ist angelehnt an ein phasenraum-basiertes Verfahren, welches Korrelationen von Zeitreihenabschnitten vergleicht [LeV01]. In der hier durchgeführten Methode wurde die Korrelation von Zeitreihenabschnitten untereinander durch die Möglichkeit einer Unterscheidung mit Hilfe eines CNNs festgestellt. Eine Trainingsmenge bestand hierzu, im Gegensatz zur zuvor verwendeten Methode aus nur jeweils zwei Zeitreihenabschnitten. Die Werte der Sollergebnisse für diese beiden Abschnitte waren ungleich, wodurch die Aufgabe nur durch Unterscheidung dieser Zeitreihenabschnitte gelöst wurde. Obwohl der Voranfallszustand eine große Vielfalt im Erscheinungsbild aufweist, welche sich zum Teil mit denen des Zwischenanfallszustands überschneiden, konnten beide Zustände voneinander getrennt werden. Es zeigte sich retrospektiv, dass zwei Zeitreihenabschnitte der als verschieden angenommenen Zustände (Zwischen- und Voranfallszustand) in einer Trainingsmenge eine Unterscheidung mit Hilfe des CNNs zuließen. Im Gegensatz dazu konnten jeweils zwei Zeitreihenabschnitte des gleichen Zustands (Zwischenanfallszustand), welche ebenfalls Variationen im Erscheinungsbild aufweisen nicht voneinander getrennt werden. Daraus folgte die Annahme, dass die eventuell unterschiedlichen Dynamiken des Zwischenanfalls- und Voranfallszustands die Unterscheidung der Zustände ermöglicht und die eventuell gleichen Dynamiken (gleicher Zustände) dieses verhindern. Auf Grund dieser Annahme konnte eine Unterscheidung dieser Systemzustände getroffen werden und der CNN als Diskriminator eingesetzt werden. Dieses erzielte Ergebnis (Kapitel 5) steht im Einklang mit vorangegangenen Untersuchungen [LeV01] und stützt als weiterer Hinweis auf einen Voranfallszustand die Hypothese dessen Existenz. Zur angestrebten Unterscheidung des Voranfallszustand vom Zwischenanfallszustands des epileptischen Gehirns [Leh03] erwies sich somit die Zeitreihenanalyse mit Hilfe eines Zellularen Neuronalen Netzwerks (CNN) [Chu88] als geeignet.

Zur Vereinfachung einer Klassifikation durch Informationsreduktion (vgl. [Schr00]) sowie zur Bestimmung von eventueller Persistenz der Dynamik, wurde des Weiteren der Skalierungskoeffizient α untersucht. Die verwendete Methode [Ran00] zeichnet sich aus durch die Einfachheit der Bestimmung des Skalierungskoeffizienten aus dem Verhalten des Leistungsspektrums eines Fluktuationsprofils. Der Skalierungskoeffizient erlaubt Aussagen zu Autokorrelationen in dem zu analysierenden Fluktuationsprofils bzw. zu eventuell enthaltenem persistentem Verhalten und erlaubt somit Voraussagen über den weiteren Verlauf des Fluktuationsprofils, jedoch wird eine Aussage über den Prädiktionshorizont nicht erlaubt. Als Fluktuationsprofil wurde eine in Kapitel 3 für diese Zwecke veränderte Phaseninformation (vgl. [Ric44]) verwendet, welches hier aus der intrakraniell aufgenommenen und in Frequenzbänder gefilterten EEG-Zeitreihen gewonnen wurde und die jeweilige Anzahl der Nulldurchgänge mit positiver Steigung in einem Zeitreihenabschnitt darstellte. Diese Pha-

seninformation zeigt zirkadiane Periodiken, was im Einklang zu Ergebnissen von Vigilanzuntersuchungen [Rec68] steht. Ferner zeigte die Abhängigkeit des Skalierungskoeffizienten von der Länge des zu analysierenden Zeitreihenabschnitts einen deutlichen Sättigungsbereich (Abb. 6.5). Aus dem Skalierungskoeffizienten der Phaseninformation der hier untersuchten EEGs scheint erstmals ein zeitlich globales ($> 55h$) Skalierungsverhalten gefunden. Im Gegensatz dazu konnte eine vorangehende Untersuchung, welche Skalierungsverhalten der Amplitudeninformation analysierte [Ceb03], in den gleichen EEG-Zeitreihen kein globales Verhalten feststellen. Auf Grund dessen und der hier beschriebenen Ergebnisse kann diese Eigenschaft der untersuchten EEGs auf das Phasenverhalten zurückgeführt werden. Durch eine Filterung der zu analysierenden Zeitreihe in verschiedene Frequenzbänder kann ein jeweiliger Skalierungskoeffizient α den verschiedenen Frequenzbändern zugeordnet werden. Es zeigte sich, dass die Dynamiken der verschiedenen Frequenzanteile Unterschiede, durch unterschiedliche α -Werte aufwiesen und nicht kontinuierlich ineinander übergingen. Der zunächst steigende Trend von α - mit steigender Frequenz - kehrte sich nach dem α -Wert des Alpha-Bandes ($8 - 12Hz$) in einen fallenden Trend um (Abb. 6.6), jedoch waren alle α -Werte kleiner zwei und zeugen somit für anti-persistentes Verhalten [Ran00]. Dies ist im Einklang zu anderen physiologischen Verhaltensweisen, denn um die Lebensfähigkeit des Organismus zu gewährleisten, sind Organparameter (physiologische Observablen) nur innerhalb eines schmalen Wertebereichs möglich, und Auslenkungen werden direkt zurückgeführt [Schm00], was Anti-Persistenz entspricht. Wegen einer benötigten Mindestanzahl der Datenpunkte zur Bestimmung des Skalierungskoeffizienten aus der Phaseninformation können nur Aussagen zu EEG-Zeitreihenabschnitten gegeben werden, welche eine Länge über drei Stunden besitzen. Aus diesem Grunde unterliegt die Bestimmung von zeitlich lokalen ($< 3h$) Skalierungskoeffizienten Einschränkungen und es sind lediglich Trendaussagen möglich.

Zur räumlichen Klassifikation des Systems „epileptisches Gehirn“ wurde die Annahme verwendet, dass eine Reduktion der Anzahl an Freiheitsgraden des Systems im fokalen Areal vorliegt [Leh95]. Eine Freiheitsgrade beschreibende Größe stellt die Korrelationsdimension D_2 dar [Leh95], welche im direkten Zusammenhang zu dem Hurstkoeffizienten (z.B. [Gne01]) und somit zu α [Hen00] steht. Vergleiche von α -Werten des fokalen mit non-fokalen Arealen zeigten jedoch keinen Schwellwert auf, welcher eine Unterscheidung dieser Areale erlaubte. Auf Grund dessen wurde davon ausgegangen, dass die unterschiedlichen Längen der EEG-Zeitreihenabschnitte, welche zur Bestimmung der Korrelationsdimension (20,48s) und zur Bestimmung des Skalierungskoeffizienten (mindestens 3h) benötigt werden, den Zusammenhang von D_2 und α zerstören. Ferner konnte wegen der reduzierten Freiheitsgrade im fokalen Areal mit Einschränkungen des Wertebereichs bestimmter Kenngrößen gerechnet werden, da nicht mehr alle Zustände eingenommen werden können. Somit kann z.B. eine geringere Standardabweichung der Verteilung der Skalierungskoeffizienten aus der fokalen Hemisphäre, verglichen mit der Standardabweichung der Skalierungskoeffizienten der nichtfokalen Hemisphäre hervorgerufen werden. Eine Untersuchung dieser Annahme, zeigte, dass Skalierungskoeffizienten von bandpass gefilterten EEG-Zeitreihen (Gammafrequenzband 30-40Hz) bei den 12 untersuchten Patienten jeweils die geringere Standardabweichung auf der fokalen Hemisphäre besaßen. Interessanterweise waren die Einschränkungen nur im Gammaband zu beobachten, was im Einklang zu Beobachtungen in [Med01] und [Wil03] steht, worin Einschränkungen in Gammabandanteilen des EEGs in Zusammenhang

mit dem epileptogenen Prozess gebracht werden. Die unterschiedlichen Eigenschaften des EEGs verschiedener Frequenzanteile stehen wiederum im Einklang mit der Beobachtung der unterschiedlichen Skalierungskoeffizienten verschiedener Frequenzbänder (Abb. 6.6) sowie zu Frequenzuntersuchungen der an Oberflächen Elektroden und intrakraniellen Elektroden aufgenommenen EEGs [Wie91].

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Dissertation wurden neue, zeitliche und räumliche Klassifikationsmöglichkeiten der verschiedenen Zustände des nichtlinearen Systems „epileptisches Gehirn“ mit Hilfe der nichtlinearen Zeitreihenanalyse an EEG-Zeitreihen untersucht und Aussagen über die Dynamik des analysierten Systems getroffen. Die Methoden zur Klassifikation bestanden in der Verwendung eines simulierten Zellularen Neuronalen Netzwerks (SCNN) als Detektor und Diskriminator von Charakteristiken in den Zeitreihenabschnitten verschiedener Systemzustände sowie in der Bestimmung der Skaleneigenschaften einer Phaseninformation der Zeitreihenabschnitte mit Hilfe des Skalierungskoeffizienten α und daraus folgender Zuordnung zu eventuellem persistenten Verhalten des Systems.

Die erste Methode zur zeitlichen Zustandsklassifikation beinhaltete die Verwendung eines SCNNs, dessen Parameter zur Erfüllung einer Aufgabe nicht analytisch zu berechnen sind, sondern durch ein iteratives Optimierungsverfahren mit Hilfe einer Trainingsmenge bestimmt werden mussten. Die Trainingsmenge bestand zunächst aus mehreren (bis zu 15) Zeitreihenabschnitten und dazugehörigen Sollergebnissen. Die Verbindungen der Zellen eines SCNN wurden variiert und die Auswirkungen beobachtet und ausgewertet. Ferner wurden verschiedene Optimierungsverfahren untersucht, welche jeweils das erreichte Ergebnis des SCNNs mit Hilfe eines Vergleichsfehlers zum Sollergebnis bewerten. In Variationen der Trainingsmenge wurde sowohl die Anzahl der enthaltenen Zeitreihenabschnitte unterschiedlich gewählt, als auch Zeitreihenabschnitte einzelner Patienten und mehrerer Patienten verwendet. An keiner dieser Trainingsmengen konnte jedoch eine ausreichende Optimierung erreicht werden, um eine die Aufgabe der Klassifikation erfüllende Parameter-einstellung des SCNNs zu finden und diesen als Detektor zu nutzen. Bei Verwendung von Trainingsmengen mit jeweils nur zwei Zeitreihenabschnitten konnte jedoch eine prinzipielle Möglichkeit zur Bestimmung von Korrelationen der zwei Zeitreihenabschnitte gefunden werden. Dieses eingeführte Verfahren wurde Trainingsklassifikation genannt. Hierbei wirkte der SCNN als Diskriminator und konnte Zeitreihenabschnitte des Voranfallszustand von denen des Zwischenanfallszustand im Gegensatz zu Zeitreihenabschnitten gleicher Zustände trennen.

Aus den gewonnenen Erfahrungen, könnte auch die Benutzung eines SCNNs als Detektor verschiedener Systemzustände durch größere Trainingsmengen, also an einem größeren Kollektiv von Zeitreihenabschnitten ermöglicht werden. Des Weiteren könnten die Para-

meteroptimierungen mit mehr Iterationen als den hier verwendeten eine Verbesserung der Optimierung erzielen. Es bleibt zu beachten, dass sowohl größere Trainingsmengen, als auch mehr Iterationen den Nachteil eines größeren Zeitbedarfs zur Optimierung besitzen. Dennoch könnten dadurch eventuelle bisher unterschwellige, gleiche Eigenschaften in den Zeitreihenabschnitten besser hervorgehoben und eventuell identifiziert werden. Ferner könnte aus den gewonnenen Erkenntnissen ein geeigneterer Vergleichsfehler zur Parameteroptimierung entwickelt werden. Die Anwendung des SCNNs als Zustandsdiskriminator ist auch in anderen nichtlinearen Systemen denkbar, wie z.B. Systeme gekoppelter Oszillatoren mit nichtlinearer Dämpfung oder Rückstellkraft denkbar. Vermutungen vorhandener Systemzustände könnten mit der Trainingsklassifikation untermauert werden und eventuelle weitere Zustandsfluktuationen aufdecken sowie zur Systembeschreibung beitragen.

Als weitere Methode zur Zustandsklassifikation und Bestimmung einer eventuellen persistenten Dynamikeigenschaft wurde der Skalierungskoeffizient α einer dazu eingeführten Phaseninformation $s(t)$ der Zeitreihe untersucht. Zur Analyse des EEGs in unterschiedlichen Frequenzbereichen wurden die Zeitreihen im Vorfeld in verschiedene Frequenzbänder gefiltert. Für die hier eingeführte Phaseninformation $s_{Band}(t)$ konnte ein globales (55h) Skalierungsverhalten und eine globale Anti-Persistenz in allen untersuchten EEGs beobachtet werden. Des Weiteren zeigten sich die Skalierungskoeffizienten der Zeitreihen der verschiedenen Frequenzbänder in jeweils charakteristischen unterschiedlichen Wertebereichen. Ferner wurde der Verlauf von zeitlich lokalen (30 min.) Skalierungskoeffizienten untersucht und Annahmen zu persistentem Verhalten des Systems in verschiedenen Zuständen getroffen. Anschließend wurde eine Untersuchung der räumlichen Variation des Skalierungskoeffizienten durchgeführt und die Anwendbarkeit des Skalierungskoeffizienten für eine räumliche Klassifikation aufgezeigt. Aus der Verteilung des Wertebereichs der Skalierungskoeffizienten an beiden Gehirnhälften konnte in allen 12 untersuchten Fällen die fokale Hemisphäre zugeordnet werden.

Auf Grund der hier erzielten Erfolge mit Hilfe des Skalierungskoeffizienten einer Phaseninformation könnten in Bezug auf das System epileptisches Gehirn die Untersuchungen auf Zeitreihen von weiteren Patienten ausgedehnt werden, welche im Rahmen der prächirurgischen Diagnostik weitere Messpunkte an anderen Hirnarealen, als der hier untersuchten, besitzen. Weitere Aussagen über die räumliche Verteilung der Systemdynamik wären ermöglicht und könnten eventuelle Korrelationen in der Dynamik verschiedener Areale aufzeigen.

Untersuchungen weiterer nichtlinearer Systeme, wie z.B. Vielteilchensysteme oder Systeme der Hydrodynamik (turbulente Strömungen) könnten mit Hilfe des Skalierungskoeffizienten der Phaseninformation der Systemobservablen neue Einblicke in das jeweilige Frequenzverhalten der Dynamik geben und auf einfachem Wege eventuelle Voraussagen über den weiteren Verlauf des Systems durch Festlegung von Persistenz bzw. Anti-Persistenz erlauben.

Anhang A

SCNN und verwendete Methoden

A.1 Simulations-Software eines CNN (SCNN)

Das in dieser Arbeit verwendete CNN zur Analyse von Zeitreihen ist ein in der Programmiersprache C geschriebener CNN-Simulator, *SCNN* genannt. Dieser wurde am Institut für Angewandte Physik der Johann Wolfgang Goethe-Universität in Frankfurt am Main entwickelt und freundlicherweise zur Nutzung und Weiterentwicklung zur Verfügung gestellt.

Die Verwendung eines Simulators wird durch eine Vielzahl von Vorteilen motiviert. Die Parameteroptimierung (auch Training genannt) wird, im Gegensatz zu einer elektronischen Realisierung, nicht durch Bauteiltoleranzen erschwert, welche z.B. ein additives Rauschen auf den Zellzustandswerten verursachen. Die Verwendung eines Simulators verhilft ebenfalls zum Test von bestimmten Netzwerkapplikationen bzw. Parametereinstellungen, welche technisch noch nicht realisierbar sind¹.

Jede Zelle hat eine Auflösung von 56 Bit und einen Wertebereich von $[-1, 1]$. Der SCNN ist generell über eine *Skriptsprache* zu steuern, welche die Einstellungen der Parameter (insgesamt: 46) und Variablen (insgesamt: 57)² ermöglicht. Auf eine genaue Beschreibung der Programmstruktur wird an dieser Stelle unter Hinweis auf [Kun96] verzichtet. Lediglich die verwendeten und variierten Einstellungen werden hier vorgestellt. Zunächst folgt eine Liste der verwendeten Parameter mit den dazugehörigen Bedeutungen.

1. **train.feedback:** Das Feedback-Template A wird (*translationsinvariant* auf den $M \times N$ -CNN bezogen) von der verwendeten Trainingsmethode variiert.
2. **train.feedforward:** Das Feedforward-Template B wird (*translationsinvariant* auf den $M \times N$ -CNN bezogen) von der verwendeten Trainingsmethode variiert.
3. **train.bias:** Der Bias-Skalar z wird (*translationsinvariant* auf den $M \times N$ -CNN bezogen) von der verwendeten Trainingsmethode variiert.

¹Neben den Untersuchungen, die auf eine eventuelle Anwendung bedacht waren, wurden generelle Möglichkeiten zur Analyse von Zeitreihen mit einem CNN getestet, wobei eine technische Realisierung zunächst unwichtig ist.

²Die Anzahl der Parameter und Variablen kann jederzeit durch Weiterentwicklung erhöht werden.

4. **epoch_train_error:** Der Vergleichsfehler eines jeden Datensets wird neben dem Gesamt-Vergleichsfehler einzeln in eine Datei ausgegeben.
5. **writeerror:** Die Vergleichsfehlerdateien werden gespeichert.
6. **writevector:** Der Verlauf durch das Fehlergebirge wird gespeichert.

Eine weitere Auflistung beschreibt die verwendeten Variablen, deren Einstellungswert (z.B.: 0,1,2 ...) und deren Bedeutungen.

1. **calcmethod:** Dies bestimmt die Verwendung des Algorithmus, welcher eine numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung erlaubt (siehe auch Anhang A.3). Verwendet wurden:
 - calcmethod = 0 → Euler-Methode.
 - calcmethod = 1 → Runge-Kutta-Methode (4. Ordnung).
2. **edgehandling:** Bestimmt die Randbedingungen. Verwendet wurden:
 - edgehandling = 0 → neutral=0.
 - edgehandling = 3 → wrap around (hierbei wurden alle Randzellen mit den gegenüberliegenden verbunden.).
 - edgehandling = 4 → closed spiral (hier waren alle Randzellen mit den gegenüberliegenden verbunden, jedoch mit einer Verschiebung von eins für die Zeilen.).
3. **errortype:** Dies bestimmt den Vergleichsfehler. Verwendet wurden:
 - errortype = 1 → Mittlerer quadratischer Fehler.
 - errortype = 5 → Prozentueller Fehler.
4. **epoch_mean_type:** Bestimmt die Verknüpfung der einzelnen Vergleichsfehlerwerte in einem epochenweisem Training zum Gesamtvergleichsfehlerwert. Verwendet wurde:
 - epoch_mean_type = 0 → Mittelwert.
5. **simsteps:** Dies ist die Anzahl der Iterationen in der Approximation zur Lösung der DGL einer Zelle. Verwendet wurde: 500.
6. **trainsteps:** Bestimmt die Anzahl der Trainingsschritte. Verwendete wurde: 1000-15000; hauptsächlich 5000.
7. **trainmethod:** Dies bestimmt die Trainingsmethode. Verwendet wurde:
 - trainmethod = 3 → Simplex-Methode.
 - trainmethod = 4 → Powell-Methode.
 - trainmethod = 9 → Annealing-Methode.

Zur weiteren und tiefer gehenden Information über den Simulator sei auf [Nie04] verwiesen. Ein zu beachtender Nachteil einer CNN-Simulation auf einem handelsüblichen Prozessor ist jedoch durch die Approximation der DGL jeder Zelle des simulierten CNNs gegeben, welche einen sehr hohen *Zeitaufwand* erfordert. Zum Beispiel stellte sich die benötigte Dauer zur Simulation einer Iteration in einem Parameteroptimierungsverfahren als der größte limitierende Faktor in den Untersuchungen dar, wodurch einige Tests nur in verkleinertem Rahmen durchgeführt werden konnten.

A.2 Optimierungsverfahren

Die grundlegende Verfahrensweise einer Optimierung ist die iterative *Extremwertsuche* bei schrittweiser Variation der vorhandenen Parameter. In der hier benötigten Anwendung wird das *globale Minimum* eines Vergleichs-Fehlers gesucht, welcher aus der Abweichung des approximierten Ergebnisses zum Sollergebnis erhalten wird.

Durch eine Variation der vorhandenen Parameter wird also ein so genanntes, unbekanntes „Vergleichs-Fehlergebirge“ durchfahren und dessen globales Minimum gesucht. Die drei in der Arbeit verwendeten Verfahren werden nun vorgestellt.

A.2.1 Simplex-Methode

Ein Simplex ist eine geometrische Figur, welche in d Dimensionen aus $d+1$ Punkten besteht. Diese vergleicht bei jeder Iteration des Verfahrens zwei Werte des Vergleichs-Fehlergebirges miteinander und wählt (bei einer Minimierungsaufgabe) den niedrigeren Wert als weiteren Ausgangspunkt aus. Somit kann das gesamte „Gebirge“ abgetastet werden und eventuell ein globales Minimum gefunden werden.

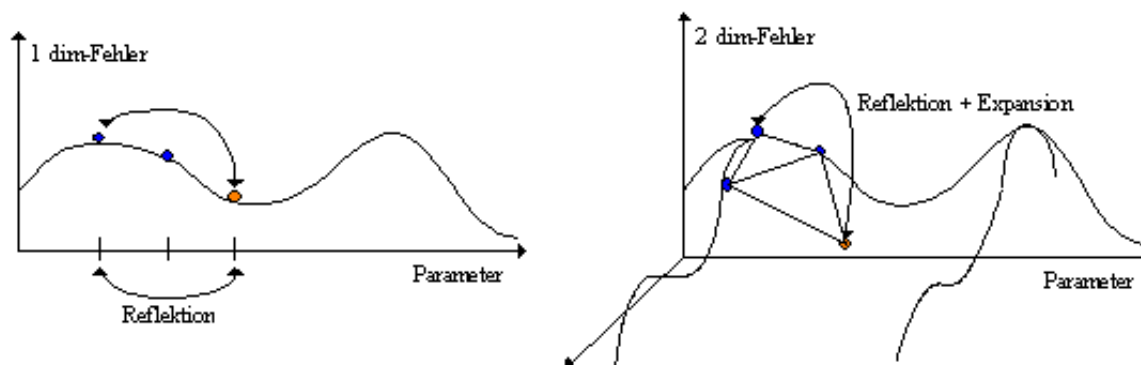


Abbildung A.1: Simplexvariationen in einem 1 und 2 dimensionalen Fehlergebirge bzw. Parameterraum.

Von diesem Simplex bleiben in jeder Iteration d Punkte fest und einer (mit dem größten Wert) wird variiert. Die Variationen bestehen aus drei Möglichkeiten, welche für einen zwei-dimensionalen Simplex in Abbildung A.2 zu sehen sind. Falls die Variationen eines Punktes

keine weitere Verbesserung der Optimierung hervorrufen, können auch mehr Punkte gleichzeitig variiert werden (siehe Möglichkeit Nr.4 in Abb. A.2).

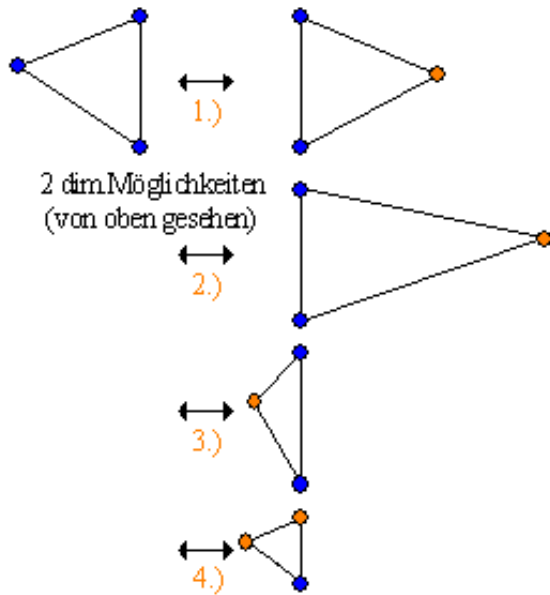


Abbildung A.2: Simplexvariationen in einem zweidimensionalen Parameterraum. 1.) Reflektion 2.) Reflektion + Expansion 3.) Kontraktion 4.) Multiple Kontraktion

Die Punkte des Simplex mit den niedrigsten Werten werden also für die nächste Iteration festgehalten und der höchste bzw. die höchsten (bei multipler Kontraktion) wiederum variiert. Wenn keine weitere Optimierung mehr erreicht werden kann, wird der Simplex erneuert. Der bis dahin erreichte, kleinste Vergleichsfehler wird gespeichert und eventuell als Ergebnis präsentiert. Ein Vorteil gegenüber anderen Methoden ist die Tatsache, dass lediglich Funktionswerte und keine Gradientenberechnungen benötigt werden.

A.2.2 Powell-Methode

Die Iterationen der Powell-Methode sind durch die aufeinander folgenden Variationen aller d zur Verfügung stehenden Parameter (d Richtungen in einem d -dimensionalen Parameterraum) gegeben (Abb. A.3).

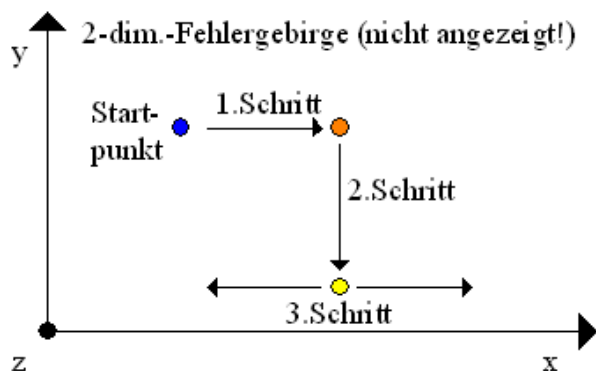


Abbildung A.3: Variationen der Powell-Methode in einem zweidimensionalen Parameterraum.

Die Methode verwendet den Gradienten des aktuellen Punktes im Vergleichsfehlergebirge zur Entscheidung, in welche Richtung im nächsten Schritt variiert wird. Nach einem

eventuellen lokalen Minimum (alle Variationen ergeben höhere Werte), kann auch in eine Richtung höherer Werte variiert werden, damit ein neuer Ausgangspunkt geschaffen wird um ein eventuelles globales Minimum zu finden.

A.2.3 Annealing-Methode

Dieses Verfahren ist eine statistische Methode der Optimierung. Es imitiert den physikalischen Effekt des Ausglühens (engl.: annealing) bzw. Abkühlens (Erreichen des Energieminimums). Dabei werden von einem Startpunkt weitere, zufällig gewählte Punkte des Vergleichfehlergebirges abgetastet (Abb. A.4). Die maximale Entfernung zwischen den Punkten wird durch die Länge $L(T) \propto T$ bestimmt, wobei T im übertragenen Sinne die abkühlende Temperatur des Annealing-Prozesses darstellt.

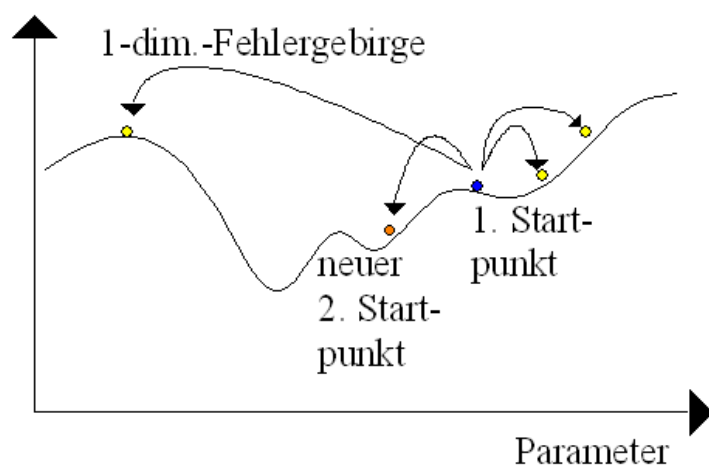


Abbildung A.4: Variationen der Annealing-Methode in einem eindimensionalen Parameterraum.

Die „Zufallsschritte“ werden bei der verwendeten Annealing-Methode durch die Boltzmann-Verteilung generiert. Eine schnellere, hier nicht verwendete Methode (Fast Annealing) benutzt dagegen die Cauchy-Verteilung.

A.3 Numerische Lösung einer DGL erster Ordnung

Die Aufgabe des SCNN lag in der Lösung der DGL erster Ordnung jeder CNN-Zelle, wozu sowohl die Euler- als auch die Runge-Kutta-Methode verwendet werden konnte. Im folgenden werden die verwendeten Methoden und die (dazugehörige) Taylor-Methode zur numerischen Lösung einer Differentialgleichung erster Ordnung vorgestellt. Die Differentialgleichung ist von der Form [For93]:

$$\dot{y} = F(x, y) \text{ mit den Anfangsbedingungen } y(x_0) = y_0 \quad (\text{A.1})$$

wobei $F : G \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto F(x, y)$ und G eine Teilmenge von \mathbb{R}^2 darstellt. Die Lösung wird dabei in einem Intervall $[x_0, x_n]$, welches in n Teilintervalle der Länge $\Delta x = \frac{x_n - x_0}{n}$ zerlegt wird, numerisch approximiert. Die Grenzpunkte der Teilintervalle werden dabei mit x_{i-1} und x_i bezeichnet.

A.3.1 Euler-Methode

Der hier verwendete Algorithmus zur Berechnung der Lösung $y(x)$ entspricht der folgenden Iterationsformel:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x \dot{y}_i = y_i + \Delta x F(x_i, y_i) \quad \text{mit } 0 \leq i \leq n-1 \quad (\text{A.2})$$

Die erste numerische Näherung y_1 berechnet sich aus der bekannten Anfangsbedingung y_0 :

$$y_1 = y_0 + \Delta x F(x_0, y_0) \quad (\text{A.3})$$

A.3.2 Taylor-Methode

In der Iterationsformel von Taylor zur Approximation der Lösung $y(x)$ wird auch die zweite Ableitung verwendet:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x F(x_i, y_i) + \frac{1}{2!} \Delta x^2 \ddot{y}(x_i) \quad \text{mit } 0 \leq i \leq n-1 \quad (\text{A.4})$$

Des Weiteren gilt:

$$\ddot{y}(x_i) = \frac{d}{dx} (F(x, y))_{x=x_i} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{dy}{dx} \right\}_{x=x_i} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} F \right\}_{x_i, y_i} \quad (\text{A.5})$$

wobei $\frac{\partial F}{\partial x}$, $\frac{\partial F}{\partial y}$ jeweils die partiellen Ableitung darstellen. Daraus folgt die endgültige Schreibweise:

$$y_{i+1} = y_i + \Delta x F(x_i, y_i) + \frac{1}{2!} \Delta x^2 \left\{ \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} F \right\}_{x_i, y_i} \quad (\text{A.6})$$

A.3.3 Runge-Kutta-Methode

Die Iterationsformel von Taylor lässt sich umschreiben zu:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{\Delta x}{2} F(x_i, y_i) + \frac{1}{2!} \Delta x \left\{ F + \Delta x \frac{\partial F}{\partial x} + \Delta x \frac{\partial F}{\partial y} F \right\}_{x_i, y_i} \quad (\text{A.7})$$

Der Klammerterm kann als linearer Ansatz von Taylor für $F(x_{i+1}, y_{i+1})$ interpretiert werden und unter Verwendung der linearen Näherung $y_{i+1} = y_i + \Delta x F(x_i, y_i)$ gilt:

$$\left\{ F + \Delta x \frac{\partial F}{\partial x} + \Delta x \frac{\partial F}{\partial y} F \right\}_{x_i, y_i} = F(x_i + \Delta x, y_i + \Delta x F(x_i, y_i)) \quad (\text{A.8})$$

Die *Runge-Kutta-Methode zweiter Ordnung* ergibt folgende Iterationsformel:

$$y_{i+1} = y_i + 0,5 \Delta x (M_1 + M_2) \quad (\text{A.9})$$

und

$$\begin{aligned} M_1 &= F(x_i, y_i), \\ M_2 &= F(x_i + \Delta x, y_i + \Delta x M_1). \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Zur Berechnung von y_{i+1} wird also nicht mehr die Steigung an der Stelle x_i verwendet, sondern eine Mittelung zwischen den Steigungswerten \dot{x}_i und \dot{x}_{i+1} .

Analog lassen sich weitere, höhere Ordnungen formulieren. Die *Runge-Kutta-Methode vierter Ordnung* ergibt folgende Iterationsformel:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}\Delta x(T_1 + 2T_2 + 2T_3 + T_4) \text{ mit } i = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1 \quad (\text{A.11})$$

und

$$\begin{aligned} T_1 &= F(x_i, y_i); \quad T_2 = F(x_i + 0,5\Delta x, y_i + 0,5\Delta x T_1); \\ T_3 &= F(x_i + 0,5\Delta x, y_i + \Delta x T_2) \\ T_4 &= F(x_i + \Delta x, y_i + \Delta x T_4). \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Ein Vergleich zeigt, dass die Genauigkeit der Approximation, wie auch der zeitliche Aufwand, von Methode zu Methode sowie von Ordnung zu Ordnung steigt. Die Entscheidung für eine bestimmte Methode ist dabei durch einen Kompromiss zwischen der Genauigkeit und Geschwindigkeit der Approximation zu treffen.

Anhang B

Nichtlineare Dynamik

B.1 Fraktale und zufällige Fraktale

Eines der bekanntesten Beispiele für die in Kapitel 3 beschriebenen Fraktale stammt von Benoit Mandelbrot und wird als Mandelbrotmenge bezeichnet, in welcher die typische Eigenschaft eines Fraktals, die Selbstähnlichkeit, in den Randzonen deutlich erkennbar ist (siehe Abbildung B.1).

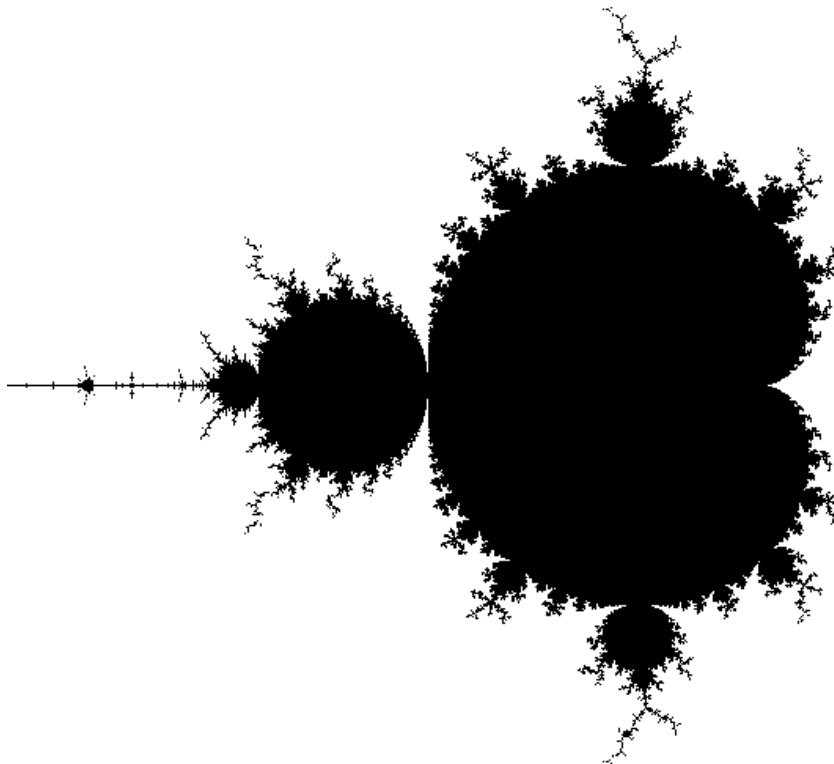


Abbildung B.1: Mandelbrotmenge aus [Alb00].

Erzeugt werden solche Fraktale durch eine Iterationsformel. Aus den Eigenschaften von Fraktalen, wie z.B. die Selbstähnlichkeit, wird der Zusammenhang mit der so genannten *Chaostheorie* ersichtlich. Diese stellt ein Teilgebiet der Theorie nichtlinearer Systeme dar und beschäftigt sich mit der Beschreibung von Systemen, welche ebenfalls sensitiv auf ihre Anfangsbedingungen reagieren und in der graphischen Darstellung einer Observablen ein Fraktal ergeben. Eigenschaften chaotischer Systeme lassen sich also in Fraktalen beobachten und können mit den gleichen Kenngrößen beschrieben werden, welche Aussagen über Fraktale und deren Eigenschaften erlauben.

Neben den oben beschriebenen Fraktalen gibt es die so genannten *zufälligen Fraktale*. Diese sind wie folgt definiert:

Definition B.1 (Zufälliges Fraktal) *Zufällige Fraktale sind Objekte, die zwar Fraktalen ähneln, jedoch durch einen stochastischen Prozess erzeugt werden.*

Im strengen Sinn besitzen diese Objekte keine Selbstaffinität. Daher wird die Definition auf die statistischen Eigenschaften erweitert:

Definition B.2 (Selbstaffinität) *Eine Funktion (bzw. Zeitreihe) heisst statistisch selbstaffin, falls alle ihre statistischen Eigenschaften selbstaffin sind.*

Üblicherweise wird jedoch lediglich die Varianz der Wahrscheinlichkeitsverteilung betrachtet, da die Anzahl der Momente¹ nicht endlich ist und somit die statistische Selbstaffinität nicht überprüft werden könnte. Die im Abschnitt (B.3) beschriebene *Brownsche Bewegung* stellt das bekannteste Beispiel statistischer Selbstaffinität dar. Zunächst wird jedoch der Begriff der fraktalen Dimension näher erläutert.

B.2 Fraktale Dimension

Die *fraktale Dimension* spielt in der Beschreibung von *Fraktalen*, sowie deren Definition (siehe Definition 3.1) eine zentrale Rolle, weshalb im folgenden eine Definition einer allgemeinen fraktalen Dimension, der *Rényi-Dimension* (siehe auch [Rén56]) gegeben wird.

B.2.1 Box-Dimensionen

Die Box-Dimensionen, stellen im Allgemeinen die jeweils obere Grenze der Hausdorff-Dimension dar, welche sich nur in einigen, wenigen Objekten unterscheiden [Kan97]. Sie besitzen den Vorteil gegenüber der Selbstähnlichkeits-Dimension, fraktale Dimensionen für Strukturen zu bestimmen, welche augenscheinlich zunächst keine Selbstähnlichkeit aber bestimmte Skalierungseigenschaften besitzen. Die Box-Dimensionen können also auf jede Struktur in einer Ebene oder einem Raum (z.B. Phasenraum) angewendet werden. Sie beziehen sich jeweils auf ein imaginäres Gitter, welches auf das Objekt gelegt wird und damit die „Boxen“ bzw. Hyperkuben erzeugt, in welchen Anteile des Objektes zu finden sind. Zunächst wird die Definition der verallgemeinerten Dimension gegeben.

¹Die Momente einer statistischen Verteilung repräsentieren die statistischen Eigenschaften.

Definition B.3 (Rényi-Dimension) Für die Rényi-Dimension q -ter Ordnung gilt:

$$D_q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{q-1} \frac{\log \sum_k p_k^q}{\log \varepsilon} \text{ mit } -\infty \leq q \leq \infty \quad (\text{B.1})$$

Dabei bezeichnet p_k^q die Wahrscheinlichkeit, einen Punkt des Objektes in einen Hyperkubus mit den Kantenlängen ε zu finden, wobei die Ordnung q die Wichtung der Wahrscheinlichkeit darstellt.

Aus diesem generalisierten Dimensionsbegriff lassen sich weitere Dimensionen als Spezialfälle ableiten. Drei dieser (in der Fachliteratur häufig verwendeten) Spezialfälle werden in folgenden beschrieben, bevor deren Zusammenhang in Kapitel B.2.2 gezeigt wird.

B.2.1.1 Kapazitäts-Dimension D_C

Eine 1959 von Kolmogorov eingeführte Box-Dimension ist die so genannte *Kapazitäts-Dimension* D_C [Kol59], die von der Zerlegung eines Fraktals (in z.B. \mathbb{R}^m) in gleich große Würfel der Kantenlänge ε ausgeht. Die Anzahl der Würfel, welche mindestens einen Punkt des zu beschreibenden Objektes beinhalten, ist hierbei als $W(\varepsilon)$ bezeichnet. Es gilt:

$$W(\varepsilon) \propto \varepsilon^{-D_C} \quad (\text{B.2})$$

mit $\varepsilon \rightarrow 0$, woraus sich folgende Definition ergibt:

Definition B.4 (Kapazitäts-Dimension) Es gilt:

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln W(\varepsilon)}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}, \quad (\text{B.3})$$

wobei $W(\varepsilon)$ die minimale Anzahl der zur Überdeckung benötigten Würfel mit einer Kantenlänge von ε darstellt.

Die *Kapazitäts-Dimension* ergibt sich, wie bereits angedeutet, ebenfalls aus der obigen *Rényi-Dimension* in nullter Ordnung ($q \rightarrow 0$). Mit $\lim_{q \rightarrow 0}$ ergibt sich $\sum_k p_k^0 = \sum_k 1$ und es wird deutlich, dass in diesem Fall lediglich die Kugeln bzw. Boxen gezählt werden, welche ein Teil des Objektes beinhalten.

$$D_{q=0} = D_C \quad (\text{B.4})$$

In der Praxis wird D_C nach Variation von ε und jeweilig folgender $W(\varepsilon)$ -Auszählung als Steigung einer Regressionsgeraden gewonnen, welche an die $W(\varepsilon)$ -Werte in einem $\log(W(\varepsilon)) - \log(1/\varepsilon)$ -Diagramm angepasst wurde.

B.2.1.2 Informations-Dimension D_I

Eine weitere Box-Dimension ist die Informations-Dimension D_I , welche über die Wahrscheinlichkeit, einen Punkt in einem bestimmten Würfel zu finden, definiert ist.

Definition B.5 (Informations-Dimension) *Es gilt:*

$$D_I = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\sum_i P_i(\varepsilon) \ln P_i(\varepsilon)}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}, \quad (\text{B.5})$$

wobei $P_i(\varepsilon)$ die Wahrscheinlichkeit darstellt, einen Punkt des Fraktals im i -ten Würfel mit den Kantenlängen ε zu finden.

Die *Informations-Dimension* entspricht dabei der *Rényi-Dimension* erster-Ordnung ($q \rightarrow 1$ und Regel von l'Hopital) [Kan97]. Es gilt:

$$D_{q=1} = D_I \quad (\text{B.6})$$

B.2.1.3 Korrelations-Dimension D_K

Eine weitere sehr verbreitete Box-Dimension stellt die 1983 von Grassberger und Proccacia eingeführte *Korrelations-Dimension* ([Gra83] und [Gra84]) dar.

Definition B.6 (Korrelations-Dimension) *Es gilt:*

$$D_K = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\ln C(\varepsilon)}{\ln \frac{1}{\varepsilon}}, \quad (\text{B.7})$$

wobei $C(\varepsilon)$ die Korrelationssumme ist, welche alle in einem Hyperkubus liegenden Punkte um einen Bezugspunkt herum erfasst. Diese ist wie folgt definiert:

$$C(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ j \neq i}}^N \Theta(\varepsilon - \|\vec{x}_m(i) - \vec{x}_m(j)\|) \quad (\text{B.8})$$

wobei N die Anzahl der Punkte darstellt, Θ die Heavisidefunktion ($\Theta(a) = 0$ für $a \leq 0$; $\Theta(a) = 1$ sonst) ist und $\vec{x}_m(i)$ und $\vec{x}_m(j)$ die Punkte beschreibenden Vektoren beschreiben.

Um die Ableitung der Korrelations-Dimension aus der *Rényi-Dimension* durchzuführen, wird das generalisierte Korrelationsintegral $C_q(\varepsilon)$ verwendet (siehe auch [Kan97]).

$$C_q(\varepsilon) \int_x p(\vec{x})_\varepsilon^{q-1} d\mu(\vec{x}) \equiv \langle p_\varepsilon^{q-1} \rangle_\mu \quad (\text{B.9})$$

Hierbei ist μ eine gemessene fraktale Größe im Phasenraum und $p(\vec{x})_\varepsilon$ die Wahrscheinlichkeit, einen Punkt in der Kugel um \vec{x} mit Radius ε zu finden².

Die *Korrelations-Dimension* ergibt sich aus der *Rényi-Dimension* in zweiter Ordnung ($q=2$) [Kan97]. Es gilt also:

$$D_{q=2} = D_K \quad (\text{B.10})$$

²Aus der obigen Gleichung ergibt sich folgendes Verhältnis zur Berechnung bzw. Definition einer Dimension: $C_q(\varepsilon) \propto \varepsilon^{(q-1)D_q}$, $\varepsilon \rightarrow 0$ [Kan97].

B.2.2 Zusammenhang der Dimensionen

Bei der Verwendung all dieser Dimensionsbegriffe ist zu beachten, dass sie zum Teil, für gleiche Objekte unterschiedliche Werte (fraktalen Dimensionen) ergeben. Dies ist bereits bei relativ einfachen Mengen, wie z.B. der rationalen Zahlen $[0, 1]$ zu beobachten. Dort ergibt die Hausdorff-Dimension den Wert 0 und die Kapazitäts-Dimension den Wert 1.

Im Falle der einfachen Fraktale, so genannter *Monofraktale* (statistisch homogen und isotrop; Monofraktale haben im Gegensatz zu *Multifraktalen*³ überall die gleiche fraktale Dimension, und sind überall gleich „rau“) genügt die Angabe einer einzigen Dimension, denn dort (und im Generellen für kompakte Attraktoren) gilt die Gleichheit der verschiedenen Dimensionsbegriffe: $D_S = D_C = D_I = D_K$.

Abschließend wird eine allgemein gültige Beziehung aufgezeigt, welche auch aus den Definitionen ersichtlich ist (siehe auch [Bro95]):

$$d \geq D_C \geq D_{Haus} \geq D_I \geq D_K \geq d_T \quad (\text{B.11})$$

Wobei d die euklidische und d_T die topologische Dimension⁴ bezeichnet und D_{Haus} die Hausdorff-Dimension darstellt.

Physikalische Interpretation

Eine physikalische Interpretation dieser Dimensionen (daher hier $D_{Phys.}$ genannt) kann durch den Zusammenhang der physikalischen Masse m eines Objekts und der Einheitslänge L gegeben werden:

$$m \propto L^{D_{Phys.}} \quad (\text{B.12})$$

Damit folgt:

$$D_{Phys.} = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\log(m)}{\log(L)} \quad (\text{B.13})$$

Eine gebrochene Dimension eines physikalischen Objektes würde bedeuten, dass dessen mittlere Dichte $m(L)/L^2$ nicht konstant ist.

B.3 Brownsche Bewegung (1-Dimensional)

Die *Brownsche Bewegung* (BM ;engl. : brownian motion) beschreibt unregelmässige Bewegungen kleiner Teilchen von in Flüssigkeit schwebender fester Materie. Der Botaniker Robert Brown erkannte um 1828, dass es sich um einen physikalischen und nicht um einen biologischen Effekt handelt. Er beruht auf der Einwirkung schwacher Zusammenstöße benachbarter Moleküle. Die mathematische Definition einer *Brownschen Bewegung* ist im folgenden aufgelistet:

³Multifraktale sind z.B. in der naturvorkommende Gebilde, wie z.B. eine Bergoberfläche. Sie besitzen je nach Abschnitt unterschiedliche fraktale Dimensionen. (Der Kamm eines Berges ist sehr zerklüftet, wohingegen er am Fuss sanft ausläuft.)

⁴Beide sind ganzzahlig.

- (i) Es existiert eine Zufallsfunktion $X : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$
- (ii) Es gilt (mit der Wahrscheinlichkeit 1) $X(0) = 0$ und $X(t)$ ist stetig.
- (iii) Das Inkrement $X(t+v) - X(t)$ ist für jedes $t \geq 0$ und $v > 0$ normalverteilt mit dem Mittelwert 0 und der Varianz v .

Für das Wahrscheinlichkeitsmaß folgt:

$$P(X(t+v) - X(t) \leq x) = (2\pi v)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^x e^{(\frac{-u^2}{2v})} du$$

Folgerungen aus (ii) und (iii) sind, dass die Inkremente $X(t+v) - X(t)$ stochastisch unabhängig sind und für den Graphen einer eindimensionalen *Brownschen Bewegung* die Anforderung der stochastischen Affinität erfüllt ist (auf einen Beweis wird an dieser Stelle verzichtet und auf [Fal93] verwiesen). Zu erwähnen bleibt, dass jede Realisation der Brownschen Bewegung einen *Skalierungskoeffizienten* von $\alpha = 2$ (Hurstkoeffizient $H = 0,5$) besitzt und die Hausdorff-Dimension $D_{Haus} = 1,5$ beträgt (denn es gilt: $D_{Haus} = d+1-H$, wobei d die euklidische Dimension darstellt).

B.4 Fraktionierte Brownsche Bewegung

Eine Verallgemeinerung der *Brownschen Bewegung*, in welcher die Inkremente *nicht mehr statistisch unabhängig* sind, wird *gebrochene* oder *fraktionierte Brownsche Bewegung* (FBM) genannt. Eine bestimmte Anzahl von Inkrementen aus obiger Beschreibung der BM ($X(t+v) - X(t)$) werden zu einem neuen Inkrement addiert, wodurch sich lediglich die Varianz der Inkremente von v auf v^{2H} in Punkt (iii) in der Beschreibung einer FBM im Gegensatz zur BM ändert. Somit verändert sich auch das Wahrscheinlichkeitsmaß (nur geringfügig):

$$P(X(t+v) - X(t) \leq x) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} v^{-H} \int_{-\infty}^x \exp(\frac{-u^2}{2v^{2H}}) du$$

mit $0 < H < 1$. Der Parameterraum des Hurstkoeffizienten H wurde also von $H(BM) = 0,5$ auf $0 < H < 1$ erweitert.

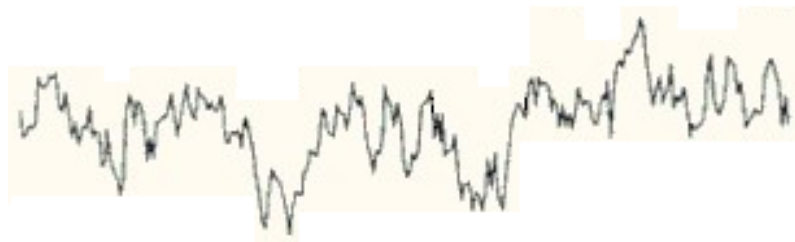


Abbildung B.2: Eindimensionale fraktionierte Brownsche Bewegung (aus [Kap03] entnommen), mit einem Hurst-Koeffizienten von $H=0,3$.

Weitere Eigenschaften der *fraktionierten Brownschen Bewegung* sind:

- Für die Hausdorff-Dimension gilt: $D_{Haus} = d + 1 - H$
- Für das Leistungsspektrum des dazugehörigen Graphen gilt : $S(f) \sim f^{(1+2H)} = f^{(\alpha)}$.

B.5 Hurst-Koeffizient

Bei einer willkürlichen Reskalierung (der Amplitude mit dem Faktor $r_{Amplitude}$ und der Zeitachse mit dem Faktor r_{Zeit}) einer gebrochenen Brownschen Bewegung $X(t)$ (siehe Abb. B.2) wird nur in Ausnahmefällen Selbstähnlichkeit beobachtet. Wird eine Skalierung in horizontaler und vertikaler Richtung der FBM wie folgt durchgeführt:

$$Y(t) = r_{Amplitude} X\left(\frac{t}{r_{Zeit}}\right)$$

und es gilt $r_{Zeit} = 2$, dann würde bei einer Variation von $r_{Amplitude}$ zwischen 1 und 2 am Graphen schnell deutlich werden, dass ein $r_{Amplitude}$ existiert, mit welchem bei einem Skalierungsvorgang keine grundsätzlichen Unterschiede zwischen den Graphen zu beobachten sind. Es kann gezeigt werden, dass dazu $r_{Amplitude}$ wie folgt gewählt werden müsste [Pei98]:

$$r_{Amplitude} = \sqrt{2} = 2^{0.5}. \quad (\text{B.14})$$

Für diese Bedingungen ergeben die Graphen $X(t)$ und $Y(t)$ die gleichen Mittelwerte, Streuungen, Momente usw. und besitzen die gleichen statistischen Eigenschaften [Pei98]. Die Graphen der Brownschen Bewegung G_X besitzen somit Skaleninvarianz, denn es gilt:

$$G_X(t) = r_{Zeit}^H G_X(t/r_{Zeit}) = k^{-H} G_X(kt), \quad (\text{B.15})$$

wobei $k=1/r_{Zeit}$ entspricht. Gleichung B.15 entspricht genau der Definition 3.2 in Kapitel 3. Definitionsgemäss wird der Exponent in B.14 bzw. B.15 als *Hurst-Koeffizient* bezeichnet.

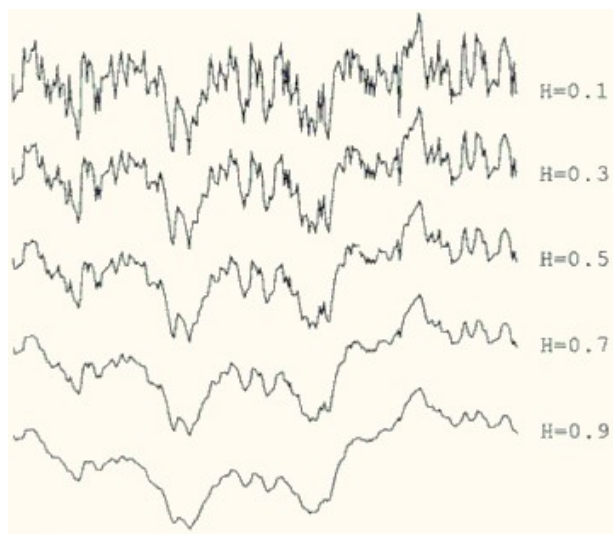


Abbildung B.3: Ein-dimensionale fraktionierte Brownsche Bewegungen (aus [Kap03] entnommen), mit einem von oben nach unten ansteigenden Hurst-Koeffizienten.

Graphen mit Skaleninvarianz und $H \neq 0.5$ (und $0 < H < 1$) können der *gebrochenen Brownsche Bewegung* zugeordnet werden. Sie zeigen bei $H \sim 0$ ein stark zerklüftetes und mit $H \sim 1$ ein glatt verlaufendes Zufallsfraktal.

Anhang C

Zeitreihenanalyse

C.1 Nyquist-Frequenz

Zeitreihen, wie auch die in dieser Arbeit untersuchten SEEG-Zeitreihen, bestehen aus Werten einer zeitabhängigen Funktion, welche lediglich zu diskreten Zeitpunkten $t_n = n\Delta t$ gemessen werden, wobei $\frac{1}{\Delta t}$ die Abtastrate¹ (Samplingrate) darstellt. Solche Zeitreihen sind Frequenz- bzw. band-limitiert, denn zur Fourier-Darstellung einer selbigen genügt ein endlicher Frequenzbereich ($2\pi\nu < \omega_g$).

$$f(t_n) = \frac{1}{2\omega_g} \int_{-\omega_g}^{+\omega_g} F(\omega) e^{-i\omega t_n} d\omega \quad (\text{C.1})$$

Das dazugehörige Spektrum der Zeitreihe ist:

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t_n} f(t_n) \quad (\text{C.2})$$

Die *Grenzfrequenz* ν_g wird durch die jeweilige Abtastrate bestimmt und als *Nyquist-Frequenz* bezeichnet:

$$2\pi\nu_g = \omega_g = \frac{\pi}{\Delta t} \rightarrow \nu_g = \frac{1}{2\Delta t} \quad (\text{C.3})$$

Im Falle der hier verwendeten Zeitreihen (EEG-Zeitreihe mit $\Delta t = 5ms$ bzw. $\Delta t \sim 5,76ms$) entspricht die Nyquist-Frequenz also dem Wert $\nu_g = 1/2 * \Delta t = 100Hz$ bzw. $\nu_g \sim 87Hz$ und Frequenzanteile einer Observablen über $100Hz$ bzw. $87Hz$ können somit in der gemessenen Zeitreihe nicht identifiziert werden.

¹Die untersuchten Zeitreihen waren in Kapitel 5 mit einer Abtastrate von 173,61Hz und die in Kapitel 6 mit 200 Hz aufgenommen.

C.2 Autokorrelationsfunktion

Die *Autokorrelationsfunktion* ist ein Sonderfall der Kreuzkorrelationsfunktion. Dabei werden nicht zwei verschiedene Zeitreihen miteinander verglichen, sondern es erfolgt eine Faltung der Zeitreihe mit sich selbst. Die Autokorrelation c_δ eines Signals κ bzw. einer Zeitreihe $\kappa = [\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_l, \dots, \kappa_L]$ (der Länge L) mit einer Verschiebung von δ ist gegeben durch [Kan97]:

$$\begin{aligned} c_\delta &= \frac{1}{\sigma^2} \langle (\kappa_l - \langle \kappa \rangle)(\kappa_{l-\delta} - \langle \kappa \rangle) \rangle \\ &= \frac{\langle \kappa_l \kappa_{l-\delta} \rangle - \langle \kappa \rangle^2}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Hierbei ist $\langle \kappa \rangle$ der Mittelwert und σ^2 die Varianz:

$$\langle \kappa \rangle = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \kappa_l \quad (\text{C.5})$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{L-1} \sum_{l=1}^L (\kappa_l - \langle \kappa \rangle)^2 \quad (\text{C.6})$$

Die Autokorrelation beschreibt somit die Verteilung der Werte in einem Verzögerungs-Koordinaten-Diagramm. Darin sind die Werte κ_l gegen die jeweils korrespondierenden, um δ verschobenen Werte $\kappa_{l-\delta}$ aufgetragen. Falls der Wertebereich über die gesamte Fläche verteilt ist, so ergibt sich $c_\delta = 0$. Wenn der Wertebereich sich auf die positive Winkelhalbierende ($\kappa_l = \kappa_{l-\delta}$) beschränkt, so ergibt sich hingegen $c_\delta > 0$ und bei einem Wertebereich nahe der Linie $\kappa_l = -\kappa_{l-\delta}$ folgt $c_\delta < 0$. Es bleibt zu erwähnen, dass $\delta = 0$ immer $c_0 = 1$ ergibt und $c_\delta = c_{-\delta}$ gilt.

Bei zeitlich kontinuierlichen Signalen geht obige Gleichung (C.4) in die Autokorrelationsfunktion $c(\tau = \delta \Delta t)$ über.

C.3 Wiener-Khinchin Theorem

Dieses Theorem verbindet die Autokorrelationsfunktion c_δ und das Leistungsspektrum $S(\omega)$ mit Hilfe der Fouriertransformation (siehe z.B. auch [Cha89] und [Kan97]):

Theorem C.1 (Wiener-Khinchin-Theorem) *Die Fouriertransformierte des Leistungsspektrums $S(\omega)$ ist die Autokorrelationsfunktion c_δ :*

$$c_\delta = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S(\omega) e^{-i\omega\delta} d\omega \quad (\text{C.7})$$

und

$$S(\omega) = \int_0^\infty c_\delta e^{i\omega\delta} d\delta \quad (\text{C.8})$$

C.4 Mittlere Phasenkohärenz R

Die *mittlere Phasenkohärenz* R (siehe z.B. [Hok89]) beschreibt eine zwischen Zeitreihen auftretende Phasensynchronisation² ($n\Phi_x(t) - m\Phi_y(t) = \text{const}$, $n, m \in \mathbb{N}$) zweier Signale bzw. oszillierender Systeme (X und Y), wobei die instantanen Phasen der Signale ($\Phi_x(t)$ und $\Phi_y(t)$) mit Hilfe der Hilbert-Transformation definiert sind. Die Kenngröße R zeichnet sich in Bezug auf SEEG-Zeitreihenanalyse durch einen relativ stabilen, häufig auftretenden (in bis zu 80% der untersuchten SEEGs) und zeitlich langen (bis zu einigen Stunden) charakteristischen Wertebereichs-Abfall im Vorfeld eines epileptischen Anfalls aus (siehe hierzu auch [Mor03c]). Die Größe R wird wie folgt berechnet:

$$R = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i[\Phi_x(t_j) - \Phi_y(t_j)]} \right| = 1 - CV. \quad (\text{C.9})$$

Die Größe CV entspricht dabei der *Zirkulären Varianz* einer Winkelverteilung [Mar72], welche durch eine Transformation der Phasendifferenz auf den Einheitskreis der komplexen Ebene erhalten wird. Die Größe R ist auf das Intervall $[0,1]$ beschränkt und der Wert 1 beschreibt eine vollständige (Phasen-) Synchronisation. Ungekoppelte Systeme besitzen dagegen Werte von etwa Null.

Eine dazu benötigte Phase ist wie folgt definiert:

$$\Phi(t) = \arctan \frac{\tilde{s}(t)}{s(t)} \quad (\text{C.10})$$

mit der Hilbert-Transformierten $\tilde{s}(t)$ des Signals $s(t)$:

$$\tilde{s}(t) = \frac{1}{\pi} \chi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\hat{t})}{t - \hat{t}} d\hat{t} \quad (\text{C.11})$$

wobei χ der Cauchysche-Hauptwert ist.

²Das Konzept der Phasensynchronisation geht auf Huygens (1673) zurück.

Literaturverzeichnis

- [Ala95] Alarcon, G. et al. (1995) Power spectrum and intracranial EEG patterns at seizure onset in partial epilepsy. *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, 94: 326-337.
- [Alb00] Albers, R. (2000) Bilder. [http:// www.cevis.uni-bremen.de /education/Bilder.html](http://www.cevis.uni-bremen.de/education/Bilder.html)
- [Ame98] Ames, C. (1998) Klassifikation von Neurosignalen mit künstlichen Zellularen Neuronalen Netzwerken. Diplomarbeit Institut für Angewandte Physik der Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main.
- [And01] Andrzejak, R. G. et al. (2001) The epileptic process as nonlinear deterministic dynamics in a stochastic environment - an evaluation of mesial temporal lobe epilepsy, *Epilepsy Res.* 44: 129-140.
- [And01a] Andrzejak, R. G. (2001) Epilepsie als eine nichtlineare deterministische Dynamik, Dissertation, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik und Klinik für Epileptologie, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- [Ann96] Annegers, J. F. (1996) The epidemiology of epilepsy; In: Wyllie, E., editor; *The treatment of epilepsy: principles and practice*; Baltimore: Williams & Wilkins: 165-172.
- [Bas94] Bassingthwaite, J.B. and Raymond, G.M. (1994) Evaluating rescaled range analysis for time series. *Annals of Biomedical Engineering*, 22: 432-444.
- [Ber01] Bernaola-Galván, P.B. et al. (2001) Scale invariance in the nonstationarity of human heart rate, *Phys. Rev. Lett.* Vol. 87 No. 16 168105.
- [Ber94] Beran, J. (1994) *Statistics for long-memory process*. Chapman & Hall, New York.
- [Bin78] Binnie, C. D. et al. (1978) Computer-assisted interpretation of clinical EEGs, *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, 44: 575-585.
- [Bog61] Bogoliubov, N. N. and Mitropolski Y. A. (1961) *Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations*, Gordon and Breach, New York.
- [Bro95] Bronstein et al. (1995) *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch Thun und Frankfurt am Main.

- [Ceb03] Cebulla, C. (2003) Messung statistischer Skalierungseigenschaften von Zeitreihen mit der trendausgleichenden Fluktuationsanalyse. Diplomarbeit, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik und Klinik für Epileptologie, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- [Cha89] Chatfield, C. (1989) The analysis of time series: An introduction, 4th ed, Chapman & Hall, London.
- [Che02] Chen, Z. et al. (2002) Effect of nonstationarities on detrended fluctuation analysis. Phys. Rev. E 65, 041107.
- [Chu88] Chua, L.O. and Yang, L. (1988) Cellular Neural Networks: Theory and applications. IEEE Trans. on Neural Networks Vol. 35. Nr. 10, 1257-1290.
- [Chu98] Chua, L.O. (1998) CNN: A paradigm for complexity. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, New Jersey, Hong Kong.
- [Dra98] Drake, M.E. et al. (1998) Interictal quantitative EEG in epilepsy. Seizure, 7: 39-42.
- [Elg00] Elger, C.E. et al. (2000) Nonlinear EEG analysis and its potential role in epileptology. Epilepsia, 41, Suppl. 3: S34-S38
- [Elg00b] Elger, C.E. et al. (2000) Value of nonlinear time series analysis of the EEG in neocortical epilepsies. In: Williamson, P.D. et al. (Hrsg.) Neocortical epilepsies. Advances in Neurology. Philadelphia: Lippincott-Raven: 317-330.
- [Eng89] Engel, J. Jr. (1989) Seizures and Epilepsy. F.A. Davis Company, Philadelphia.
- [Eng93] Engel, J. Jr. (1993) Surgical treatment of the epilepsies, Raven Press, New York: 740-742.
- [Fal93] Falconer, K.J. (1993) Fraktale Geometrie. Spektrum Heidelberg / Berlin.
- [Fel96] Fell, J. et al. (1996) Surrogate data analysis of sleep electroencephalograms reveals evidence for nonlinearity, Biol. Cybern. 75: 85-92.
- [Fen97] Feng, J. and Tirozzi, B. (1997) Capacity of the Hopfield model J. Phys. A: Math. Gen. 30, 3383-3391.
- [Fle63] Fletcher, R. and Powell, M. J. D. (1963) A rapidly convergent descent method for minimization. Comp. J., Vol.6, No. 2, 163-168.
- [For93] Forster, O. (1993) Differentialrechnung im R^n , Gewöhnliche Differentialgleichungen. Vieweg Studium Braunschweig / Wiesbaden 5.Auflage.
- [Fra90] Frank, G.W. et al. (1990) Chaotic time series analysis of epileptic seizures, Physica D, 46: 427-438.

- [Fre03] Freud, J. A. et al. (2003) Frequency and phase synchronisation in stochastic systems, *Chaos* Vol. 13 No. 1 225-238.
- [Fri92] Frick, H. et al. (1992) *Allgemeine Anatomie Spezielle Anatomie I und II*. Georg Thieme Verlag Stuttgart / New York 4. Auflage.
- [Ger70] Gersch, B. and Goddard, G.V. (1970) Epileptic focus localisation: spectral analysis method. *Science*, 169: 701-702.
- [Gne01] Gneiting, T. and Schlather, M. (2001) Stochastic models which separate fractal dimension and Hurst effect, NRSCE-TRS (National Research Centre for the Statistics and Environment - Technical Report Series) No. 069, 1-8.
- [Gra83] Grassberger, P. and Proccacia, I. (1983) Characterization of strange attractors, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 50 No. 5, 346-349.
- [Gra84] Grassberger, P. and Procaccia, I. (1984) Dimensions and entropies of strange attractors from fluctuating dynamics approach. *Physica D*, 13:34-54.
- [Hau19] Hausdorff, F. (1919) Dimension und äußeres Maß. *Math. Ann.* 79, 157-179.
- [Hen00] Heneghan, C. and McDarby, G. (2000) Establishing the relation between detrended fluctuation analysis , power spectral density analysis for stochastic process. *Phys. Rev. E* Vol.62. No.5, 6103-6110.
- [Hok89] Hoke, M. L. et al. (1989) Spatiotemporal aspects of synergetic process in the auditory cortex as revealed by the magnetoencephalogram, *Springer Series in Brain Dynamics 2*, edited by Başar, E. and Bullock, T. H., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1989.
- [Hop82] Hopfield, J. J. (1982) Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities, *Proceedings of the National Academy of Science U.S.A.* 79 2554-2558.
- [Hur65] Hurst et al. (1965) *Long Term Storage: An Experimental Study*. London Constable.
- [Hwa02] Hwa, R. C., Ferree, T. C. (2002) Scaling properties of fluctuation in the human electroencephalogram, *Phys. Rev. E* 66 DoI 021901.
- [Ias90] Iasemidis, L.D. et al. (1990) Phase space topography and the Lyapunov exponent of electrocorticograms in partial seizures. *Brain Topogr.*, 2: 187-201.
- [Ias91] Iasemidis, L.D. et al. (1991) The evolution with time of the spatial distribution of the largest Lyapunov exponent of the human epileptic cortex, In: *Measuring chaos in the human brain*, Duke, D.W., Pritchard, W.S. (Hrsg.) World Scientific, Singapore: 49-82.

- [Ias01] Iasemidis, L.D. et al. (2001) Quadratic binary programming and dynamical system approach to determine the predictability of epileptic seizures, *J. Combinatorial Optimization* 5: 9-26.
- [Jel99] Jelles, B. et al. (1999) Decrease of non-linear structure in the EEG of Alzheimer patients compared to healthy controls, *Clin. Neurophysiol.*, 110: 1159-1167.
- [Jes96] Jestczemski, F. and Sernetz, M. (1996) Mass multifractal characterisation of blood vessel systems, *Fractals* 4, S. 133-138, International Conference on Future of Fractals, Aichi, Japan, July 25-27, 1995
- [Kan94] Kanaya, M. (1994) Robot Multi-Driving Controls by Cellular Neural Networks. IEEE CNNA-94 <http://www.rioh.co.jp/rdc/ic/paper/kanaya1.html>
- [Kan97] Kantz, H. and Schreiber, T. (1997) *Nonlinear time series analysis*. Cambridge University Press, Cambridge UK.
- [Kap03] Kaplan, I. (2003) www.bearcave.com/mis/misl_tech/wavelets/hurst
- [Kir83] Kirkpatrick, S. et al. (1983) Optimization by simulated annealing, *Science*, Vol. 220, No. 4598, 671-680.
- [Kol59] Kolmogorov, A. N. (1959) Entropy per unit time as a metric invariant of automorphisms. *Math. Rev.* 21, 2035.
- [Kun96] Kunz, R. (1996) Simulation zellularer neuronaler Netzwerke. Diplomarbeit Institut für angewandte Physik der Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main.
- [Kun00] Kunz, R. et al. (2000) Brain electrical activity in epilepsy: characterization of the spatio-temporal dynamics with Cellular Neural Networks based on a correlation dimension analysis, *IEEE International Symposium on Circuits and Systems Iscas 2000 Proceedings*.
- [Lee01] Lee, J. M. et al. (2001) Analysis of scaling exponents of waken and sleeping stage in EEG, *IWANN 2001 Proceedings, Part1, Lecture Notes in Computer Science 2084 Springer 2001*, 450-456.
- [Leh95] Lehnertz, K. and Elger, C.E. (1995) Spatio-temporal dynamics of the primary epileptogenic area in temporal lobe epilepsy characterized by neuronal complexity loss. *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, 95: 108-117.
- [Leh97] Lehnertz, K. (1997) Nichtlineare Zeitreihenanalyse intrakraniell registrierter hirnelektrischer Aktivität: Charakterisierung der räumlich-zeitlichen Dynamik des primären epileptogenen Areals von Patienten mit Schläfenlappenepilepsie, Dissertation, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik und Klinik für Epileptologie, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.

- [Leh97b] Lehnertz, K. and Elger, C.E. (1997) Neuronal complexity loss in temporal lobe epilepsy: effects of carbamazepine on the dynamics of the epileptogenic focus. *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, 103: 367-380.
- [Leh98] Lehnertz, K. and Elger, C.E. (1998) Can epileptic seizures be predicted ? Evidence from nonlinear time series analysis of brain electrical activity, *Phys. Rev. Lett.*, 80: 5019-5022.
- [Leh99] Lehnertz, K. et al. (1999) Nichtlineare EEG-Analysen, *Schweizer Archiv f. Neurologie und Psychiatrie*, 150: 72-78.
- [Leh99b] Lehnertz, K. et al. (1999) Is it possible to anticipate seizure onset by non-linear analysis of intracerebral EEG in human partial epilepsies ?, *Rev. Neurol. (Paris)*, 155: 454-456.
- [Leh00] Lehnertz, K. et al. (Hrsg.)(2000) *Chaos in Brain ?*, World Scientific, Singapore.
- [Leh00b] Lehnertz, K. et al. (2000) Possible clinical and research applications of nonlinear EEG analysis in humans. In [Leh00]: 134-155.
- [Leh01] Lehnertz, K. et al. (2001) Nonlinear EEG analysis in epilepsy: Its possible use for interictal localization, seizure anticipation and prevention. *J. Clin. Neurophysiol.*, 18, 209-222.
- [Leh03] Lehnertz, K. et al. (2003) Seizure prediction by nonlinear EEG analysis, *IEEE Eng. Med. Biol. Mag.*, January/February, 57-63.
- [LeV00] Le Van Quyen, M. et al. (2000) Spatio-temporal characterisation of non-linear changes in intracranial activities prior to human temporal lobe seizure. *Eur. J. Neurosci.*, 12: 2124-2134.
- [LeV01] Le Van Quyen, M. et al. (2001) Characterizing neurodynamic changes before seizure. *Journal of Clin. Neurophysiol.* 18 (3): 191-208.
- [LeV01b] Le Van Quyen, M. et al. (2001) Anticipation of epileptic seizures from standard EEG recordings. *The Lancet* 357: 183-188.
- [Lop86] Lopez da Silva, F. et al. (Hrsg.)(1986) *Handbook of electroencephalography and clinical neurophysiology Vol 2*. Elsevier, Amsterdam.
- [Lop91] Lopez da Silva, F. (1991) Neural mechanisms underlying brain waves: from neural membranes to networks, *Electroenceph. clin. Neurophysiol.* 79: 81-93.
- [Lop97] Lopez da Silva, F. et al. (1997) Alpha rhythms: noise, dynamics and models. *Int. J. Psychophysiol.*, 26: 236-249.
- [Man82] Mandelbrot, B. (1982) *Die fraktale Geometrie der Natur*. Birkhäuser Verlag, Basel, Boston.

- [Mar92] Marciani, M.G. et al. (1992) Lateralization of the epileptogenic focus by computerized EEG study and neuropsychological evaluation. *Int. J. Neurosci.*, 66: 53-60.
- [Mar72] Mardia, K. V. (1972) *Probability and mathematical statistics: Statistics of directional data*, Academy Press, London.
- [Mart98] Martinieri, J. et al. (1998) Epileptic seizures can be predicted by non-linear analysis, *Nature Medicine*, 4: 1173-1176.
- [McE87] McEliece, R. J. et al. (1987) The capacity of the Hopfield associative memory. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 33 461-82.
- [Med01] Medvedev, A. V. (2001) Temporal binding at gamma frequencies in the brain: paving the way to epilepsy?, *Australas Phys Eng Sci Med*, Mar, 24 (1): 37-48.
- [Mor00] Mormann, F. et al. (2000) Mean phase coherence as a measure for phase synchronisation and its application to the EEG of epilepsy patients. *Physica D*, 144: 358-369.
- [Mor03a] Mormann F. et al. (2003) Epileptic seizures are preceded by a decrease in synchronization, *Epilepsy Res*, 53, 173-185.
- [Mor03b] Mormann F. et al. (2003) Automated preictal state detection based on a decrease in synchronization in intracranial electroencephalography recordings from epilepsy patients, *Phys Rev E*, 67, 021912.
- [Mor03c] Mormann, F. (2003) *Synchronisation phenomena in the human epileptic brain*, Dissertation, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik und Klinik für Epileptologie, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- [Nel65] Nelder, J. A. and Mead, R. (1965) A simplex method for function optimization, *Comp. J.* 7, 308-313.
- [Nie04] Niederhoefer, C. (2004) SCNN. [http:// www.uni-frankfurt.de/fb13/iap/e_ag_rt/SCNN/](http://www.uni-frankfurt.de/fb13/iap/e_ag_rt/SCNN/)
- [Nuw98] Nuwer, M.R. (1988) Frequency analysis and topographic mapping of EEG and evoked potentials in epilepsy, *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, 69: 118-126.
- [Osb89] Osborne, A.R. and Provenzale, A. (1989) A finite correlation dimension for stochastic systems with power-law spectra, *Physica D*, 35: 357-381.
- [Pan90] Panet-Raymond, D. and Gotman, J. (1990) Asymmetry in delta activity in patients with focal epilepsy, *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, 75: 474-481.
- [Pei98] Peitgen, H. O. et al. (1998) *Bausteine des Chaos, Fraktale*, Rowohlt Taschenbuch Verlag.

- [Pen94] Peng, C. K. et al. (1994) Mosaic organization of DNA nucleotides, *Phys. Rev. E*, Vol. 49, No. 2, 1685-1689.
- [Pez01] Pezard, P. et al. (2001) Investigation of non-linear properties of multichannel EEG in the early stages of Parkinson's disease. *Clin. Neurophysiol.*, 112: 38-45.
- [Pij91] Pijn, J. P. et al. (1991) Chaos or noise in EEG signals, dependence on state and brain site. *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, 79: 371-381.
- [Pij97] Pijn, J. P. et al. (1997) Nonlinear dynamics of epileptic seizures on basis of intracranial EEG recordings. *Brain Topogr.*, 9, 249-270.
- [Pik03] Pikowski, A. et al. (2003) Synchronisation: A universal concept in nonlinear science, Cambridge University Press.
- [Pow64] Powell, M. J. D. (1964) An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. *Comp. J.*, Vol. 7, 155-162.
- [Pre92] Press, W.H. et al. (1992) Numerical recipes in C. Cambridge University Press.
- [Pro88] Procaccia, I. (1988) Complex or just complicated? *Nature*, 333: 498-499.
- [Psc98] Pschyrembel, W. (1998) *Klinisches Wörterbuch*. de Gruyter Verlag 258. Auflage Berlin, New York
- [Puf95] Puffer F. et al. (1995) A learning algorithm for solving nonlinear partial differential equations with cellular neural networks (CNN), *Proceedings URSI ISSSE*, San Fransisco, pp. 501-504
- [Put93] Putz, R. and Pabst R. (1993) *Atlas der Anatomie des Menschen*. Urban & Schwarzberg 20. Auflage.
- [Ran00] Rangarajan, G. and Ding, M. (2000) Integrated approach to the assessment of long range correlation in time series data, *Phys. Rev. E*, Vol. 61, No. 5, 4991-5001.
- [Rec68] Rechtschaffen, A. and Kales, A. (Hrsg.) (1968) A manual of standardized terminology. Techniques and scoring system for sleep stages of human subjects. Washington (D.C.): Publ. Health Service, U.S. Government Printing Office.
- [Rén56] Balatoni, J. and Rényi, A. (1956) The selected Papers of A. Rényi. Vol. 1, S. 588, Akademia Budapest, Budapest.
- [Ric44] Rice, S. O. (1944) Mathematical analysis of random noise, Parts I and II. *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 23, 282-332.
- [Ric54] Rice, S. O. (1954) Selected papers on noise and stochastic processes (edited by Wax, N.), Dover, New York, 189-195.

- [Rie03] Rieke, C. (2003) Nichtstationarität in dynamischen Systemen, Dissertation, Helmholtz-Institut für Strahlen- und Kernphysik und Klinik für Epileptologie, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- [Rom95] Rombouts, S.A.R.B. et al. (1995) Investigation of nonlinear structure in multichannel EEG. *Phys. Lett. A*, 202: 352-358.
- [Sau94] Sauer, T. (1994) Reconstruction of dynamical systems from interspike intervals. *Phys. Rev. Lett.* 72, 3811-3814.
- [Schm00] Schmidt, R. und Thews, G. (2000) *Physiologie des Menschen*. Springer Verlag 28. Auflage
- [Schm01] Schmidt, R. (2001) *Physiologie kompakt*. Springer Verlag 4. Auflage.
- [Schr00] Schreiber, T., Schmitz A. (2000) Surrogate time series, *Physica D* 142, 346-382
- [Schu98] Schuster, H.G. (1998) *Deterministic chaos*. 2nd Edition, VCH, Weinheim.
- [Ser95] Sernetz, M. et al. (1995) Dispersive fractal characterisation of kidney arteries by three-dimensional mass-radius-analysis, *Fractals* Vol. 3, 879-891.
- [Tal00] Talkner, P. and Weber, R. O. (2000) Power spectrum and detrended fluctuation analysis: application to daily temperatures. *Phys. Rev. E*, 62, 150-160.
- [Taq95] Taqqu, M. S. et al. (1995) Estimators for long range dependence: an empirical study. *Fractals*, Vol.3, No.4, 785-788.
- [Tet99] Tetzlaff, R. et al. (1999) Analysis of brain electrical activity in epilepsy with Cellular Neural Networks (CNN), ECCTD 99, Stresa.
- [Tet02] Tetzlaff, R. et al. (2002) Cellular neural networks and their applications: Proceedings of the 7th IEEE International Workshop, edited by Ronald Tetzlaff, World Scientific 2002.
- [The86] Theiler, J. (1986) Spurious dimension from correlation algorithms applied to limited time series data, *Phys. Rev. A*, 34: 2427-2433.
- [The92] Theiler, J. et al. (1992) Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data, *Physica D*, 58, 77-94.
- [Wat00] Watters, P. A. (2000) Time-invariant long-range correlations in electroencephalogram dynamics, *Inter. Journal of Systems Science*, 31, 819-825.
- [Wie91] Wieser, H. G. (1991) Temporal lobe epilepsy, sleep and arousal: stereo-EEG findings, *Epilepsy Res. Suppl.*, 2: 97-119.
- [Wid00] Widman, G. et al. (2000) Spatial distribution of neuronal complexity loss in neocortical epilepsies, *Epilepsia*, 41: 811-817.

- [Wil03] Willoughby, J. O. et al. (2003) Mental tasks induce gamma EEG with reduced responsiveness in primary generalized epilepsies, *Epilepsia*, Nov, 44 (11):1406-1412.
- [Wri84] Wright, J. (1984) Method for calculating a Lyapunov exponent, *Phys. Rev. A*, 29: 2924-2927.

Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

Abkürzung / Symbol	Bedeutung
α	Skalierungskoeffizient
a_{ij}	Gewichtungsfaktor der Rückkopplung einer CNN-Zelle
$A(y_{ij})$	Rückkopplungstemplate
b_{ij}	Gewichtungsfaktor der Vorwärtskopplung einer CNN-Zelle
$B(y_{ij})$	Vorwärtskopplungstemplate
BM	Brownsche Bewegung
$C(\tau)$	Autokorrelationsfunktion
C_{ij}	Zelle eines zweidimensionalen CNN
μ	Gen; genetischer Kode eines CNN
CNN	Zellulares Neuronales Netzwerk
d	euklidische Dimension
D_f	fraktale Dimension
D_S	Selbstähnlichkeitsdimension
DF	Dominante Frequenz
DP	Datenpunkte
FBM	Fraktionierte Brownsche Bewegung
H	Hurstkoeffizient
κ	Ursprüngliche Zeitreihe
NN	Neuronales Netzwerk
$P(t)$	Phasenzeitreihe
r	Nachbarschaftsradius
$S(f)$	Leistungsspektrum
S_{ij}	Nachbarschaftsphäre
$s(t)$	Zerozeitreihe
Δt	Abtastintervall
$\Delta \tau$	EEG-Abschnittslänge
TL	Tiefenelektrode links
TM	Trainingsmenge
TR	Tiefenelektrode rechts
u_{ij}	Zelleingang einer Zelle eines zweidimensionalen CNN
x_{ij}	Zellzustand einer Zelle eines zweidimensionalen CNN
y_{ij}	Zellausgang einer Zelle eines zweidimensionalen CNN
z_{ij}	Bias einer Zelle eines zweidimensionalen CNN

Danksagung

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. P. David, Herrn Priv. Doz. Dr. K. Lehnertz und Herrn Prof. Dr. C.E. Elger für die Möglichkeit dieser interdisziplinären Arbeit.

Herrn Prof. Dr. P. David danke ich besonders für anregende Kommentare sowie für ein stets offenes Gehör und großem mitreißendem Interesse.

Besonderer Dank gilt Herrn Priv. Doz. Dr. K. Lehnertz für das stete Interesse und die vielen stimulierenden Diskussionen und wertvollen Kommentare sowie der Betreuung und Unterstützung der Arbeit.

Herrn Prof. Dr. C.E. Elger danke ich ferner für die Bereitstellung der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten EEG-Daten und den hervorragend ausgestatteten Arbeitsräumen.

Der Bonner Arbeitsgruppe Neurophysik danke ich für außerordentliche und freundschaftliche Arbeitsatmosphäre. Insbesondere sind Herr Dipl. Phys. A. Müller und Herr Dipl. Phys. H. Osterhage zu erwähnen, welche stets ein besonderes Arbeitsklima erzeugten. Des weiteren gilt mein Dank Herrn Dr. R.G. Andrzejak und Herrn Dr. F. Mormann für weitere fachliche Unterstützung sowie Dipl. Phys. A. Chernihovskyi und Dipl. Phys. R. Sowa für gehaltvolle Diskussionen.

Frau Dr. A. Loehr danke ich für die vielen netten E-Mails, welche stets motivierend und erheiternd wirkten.

Meiner Familie, insbesondere meinen Eltern Monika und Dr. Hans Florin sowie meiner Freundin Sandra Schmitz danke ich für die großartige Unterstützung in der Erfüllung meiner Ziele und für die jahrelange Geduld.