

# UNIVERSITÄT BONN

## Physikalisches Institut

### Entwicklung eines modularen und skalierbaren Sensorsystems zur Erfassung von Position und Orientierung bewegter Objekte

von  
Lasse Klingbeil

**Abstract:** A modular and scalable sensor system for the estimation of position and orientation of moving objects has been developed and characterized. A sensor unit, which is mounted to the moving object, consists of acceleration -, angular rate - and magnetic field sensors for every spatial axis. Customized Kalman filter algorithms provide a robust and low latency reconstruction of the sensor's orientation. Additionally an ultrasound transducer network is used to measure the distance of a sensor unit with respect to several reference points in the room. This allows reconstruction of the absolute position using trilateration methods. The system is scalable with respect to the number of sensor units and the covered tracking volume. It is suitable for various applications for example the analysis of body movements or head tracking in augmented or virtual reality environments.

Post address:  
Nussallee 12  
D-53115 Bonn  
Germany



BONN-IR-2006-01  
Bonn University  
February 2006  
ISSN-0172-8741



**Entwicklung eines  
modularen und skalierbaren Sensorsystems  
zur Erfassung von Position und Orientierung  
bewegter Objekte**

**Dissertation**

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität

zu Bonn

vorgelegt von

Lasse Klingbeil

aus

Siegburg

Bonn 2006

Dieser Forschungsbericht wurde als Dissertation von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen.

Diese Dissertation ist auf dem Hochschulschriftenserver der ULB Bonn [http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss\\_online](http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online) elektronisch publiziert.

Tag der Promotion: 23. Februar 2006  
Referent: Prof. Dr. N. Wermes  
Korreferent: Prof. Dr. K. Maier

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Tracking</b>	<b>3</b>
1.1 Das mqube-Projekt . . . . .	3
1.2 Weitere Anwendungen . . . . .	7
1.3 Konzepte unterschiedlicher Trackingsysteme . . . . .	8
<b>2 Systemaufbau</b>	<b>15</b>
2.1 Inertial- und Magnetfeldsensoren . . . . .	15
2.1.1 Beschleunigungssensoren . . . . .	15
2.1.2 Drehratensensoren . . . . .	17
2.1.3 Magnetfeldsensoren . . . . .	21
2.2 Entfernungsmessung mit Ultraschall . . . . .	23
2.2.1 Schallausbreitung in Luft . . . . .	23
2.2.2 Erzeugung und Empfang von Ultraschall . . . . .	25
2.2.3 Aufbau von Empfangs- und Sendeeinheit . . . . .	28
2.3 Hardware und Software . . . . .	32
2.3.1 Aufbau einer Sensoreinheit . . . . .	33
2.3.2 Systemtopologie . . . . .	35
2.3.3 Software . . . . .	37
2.4 Zusammenfassung . . . . .	39
<b>3 Untersuchung der Sensoreigenschaften</b>	<b>41</b>
3.1 Inertialsensoren . . . . .	41
3.1.1 Rauschen und Nichtlinearitäten . . . . .	41
3.1.2 Temperaturabhängigkeit . . . . .	43
3.2 Magnetfeldsensoren . . . . .	46
3.2.1 Rauschen und Nichtlinearitäten . . . . .	46
3.2.2 Temperaturabhängigkeit . . . . .	47
3.3 Entfernungsmessung . . . . .	48
3.3.1 Genauigkeit . . . . .	48
3.3.2 Winkelabhängigkeit . . . . .	50
3.3.3 Fehlerquellen . . . . .	50
3.4 Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	53

<b>4</b>	<b>Algorithmen zur Rekonstruktion der Bewegungsdaten</b>	<b>57</b>
4.1	Zustandsschätzung mit Kalmanfiltern . . . . .	57
4.1.1	Zustandsvektor, Prozessmodell, Messmodell . . . . .	57
4.1.2	Bayesische rekursive Schätzung . . . . .	59
4.1.3	Der Kalmanfilter . . . . .	60
4.1.4	Der Unscented Kalmanfilter . . . . .	65
4.2	Der Orientierungs-Kalmanfilter . . . . .	69
4.2.1	Drehungen . . . . .	69
4.2.2	Prozessmodell . . . . .	71
4.2.3	Messmodell . . . . .	74
4.3	Der Positions-Kalmanfilter . . . . .	75
4.3.1	Prozessmodell . . . . .	76
4.3.2	Messmodell . . . . .	77
4.4	Zusammenfassung . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Betrieb des Systems</b>	<b>81</b>
5.1	Kalibration . . . . .	81
5.1.1	Inertialsensoren und Magnetfeld . . . . .	81
5.1.2	Ultraschallsystem . . . . .	87
5.2	Optimierung der Filterparameter mit simulierten Daten . . . . .	89
5.2.1	Orientierungs-Kalmanfilter . . . . .	90
5.2.2	Positions-Kalmanfilter . . . . .	98
5.2.3	Zusammenfassung . . . . .	103
5.3	Messungen . . . . .	105
5.3.1	Statische Messungen . . . . .	105
5.3.2	Dynamische Messungen . . . . .	108
5.4	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	115
5.5	Ausblick . . . . .	116
	<b>Zusammenfassung</b>	<b>119</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>121</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>125</b>

# Einleitung

Die Ermittlung von Position und Orientierung eines Körpers im Raum und die Verfolgung seiner Bewegung spielt in verschiedenen technischen Bereichen eine Rolle. Flugzeuge, Schiffe, Raketen, Autos und Satelliten werden mit Navigationssystemen überwacht und gesteuert. Die Bewegungen des menschlichen Körpers werden von Sportmedizinern und Orthopäden vermessen und untersucht, um Krankheiten zu erkennen, zu vermeiden oder sportliche Leistungen zu verbessern. Ein relativ neues Anwendungsgebiet von Position und Orientierung vermessenden Systemen ist die so genannte 'Virtuelle und Erweiterte Realität'. Hierbei wird einer Person mittels Computerbildern der Eindruck vermittelt, sich in einer komplett oder teilweise künstlichen Umgebung zu befinden. Die Bilder können dabei auf Wände projiziert werden, die um die Person herum aufgebaut sind, oder direkt vor den Augen des Betrachters auf kleinen Bildschirmen abgespielt werden. Die Person kann nun in der künstlichen Welt agieren. Dazu müssen je nach Anwendung Kopf, Hände oder andere Körperteile verfolgt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein System entwickelt und gebaut, welches in der Lage ist, die Kopfbewegung einer Person zu verfolgen, die in einer solchen virtuellen Umgebung agiert. Bei der Entwicklung wurden mehrere Ziele verfolgt. Das System soll einfach zu handhaben sein, und keinen großen Installationsaufwand erfordern. Es soll skalierbar hinsichtlich der Anzahl der Personen und des erfassbaren räumlichen Bereiches sein. Außerdem soll es robust und zuverlässig sein und eine möglichst geringe Verzögerung zwischen einer Bewegung und der Ausgabe der dazu gehörigen Messwerte haben.

Das System besteht aus Trägheitssensoren, Sensoren zur Messung des Erdmagnetfeldes sowie Ultraschallsendern und -empfängern. Die Daten werden mit speziellen Filteralgorithmen verrechnet und so die Position und Orientierung der Sensoren rekonstruiert. Der modulare Aufbau des Systems und seine skalierbare Topologie machen es für verschiedene andere Anwendungen, beispielsweise die Analyse menschlicher Körperbewegungen interessant.

In der Arbeit werden die verwendeten Sensoren und deren Eigenschaften sowie der Aufbau des Gesamtsystems beschrieben. Weiterhin werden die verwendeten Rekonstruktionsalgorithmen erläutert. Abschließend werden Messungen zur Charakterisierung des Systems vorgestellt. Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt auf der Entwicklung des Ultraschallsystems zur Positionsbestimmung. Einzelne Aspekte des Systems sowie Vorarbeiten werden in [KRA02] und [HAM03] beschrieben.





# 1 Tracking

Grundsätzlich bezeichnet 'Tracking'<sup>1</sup> die Verfolgung von Position und Orientierung beliebiger Objekte. Art und Größe der Objekte und das Ziel der Verfolgung sind dabei je nach Anwendung sehr verschieden. Das in dieser Arbeit beschriebene Trackingsystem (im Folgenden häufig 'BlueTrak'-System genannt) wurde im Rahmen eines Verbundforschungsprojektes im Bereich 'Virtuelle und Erweiterte Realität' entwickelt. Das Projekt und die sich daraus ergebenden Anforderungen an das System, sowie weitere Anwendung und Konzepte von Trackingsystemen werden in diesem Kapitel vorgestellt.

## 1.1 Das mqube-Projekt

Das Verbundforschungsprojekt<sup>2</sup> *mqube* ist eines von 15 Projekten unter dem Forschungsschwerpunkt 'Virtuelle und Erweiterte Realität' (VR/AR<sup>3</sup>), die vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) gefördert wurden. Der Name 'mqube' steht für 'MMM' als Abkürzung für 'Mobile Multi-User Mixed Reality Umgebung'. Ziel des Projektes war die Entwicklung eines mobilen Systems zur Unterstützung kollaborativer Planungsprozesse, welches sich Techniken der erweiterten Realität zunutze macht. In einem solchen System betrachten mehrere Personen virtuelle Objekte, die mit Hilfe von so genannten *Head-Mounted-Displays*<sup>4</sup> in die reale Umgebung eingeblendet werden (Abbildung 1.1). Eine Person kann die 'Virtuelle Welt' über bestimmte Interaktionsmechanismen manipulieren, so dass die Änderungen für die anderen Benutzer ebenfalls sichtbar sind. Ein einfaches Beispiel ist in Abbildung 1.2 angedeutet. Drei Architekten betrachten ein virtuelles Haus und können mit Hilfe des darstellenden Computers verschiedene Eigenschaften des Hauses, beispielsweise die Farbe des Daches verändern und die Auswirkungen auf das Erscheinungsbild besprechen. Hierbei ist es von Vorteil, dass sie das dreidimensionale Bild von allen Seiten betrachten können.

Das Anwendungsszenario, das im *mqube*-Projekt behandelt wird, ist weitaus komplexer. Zentrales Element ist die so genannte 'Mixed Reality Stage' [WIT01]. Dabei handelt es sich um eine Modellbühne im Maßstab 4:1, die auch Scheinwerfer, Traversen und je nach

---

<sup>1</sup>engl. für *Verfolgung*

<sup>2</sup>Förderkennzeichen 01 IR A04 D

<sup>3</sup>engl. **V**irtual **R**eality/**A**ugmented **R**eality, statt AR wird auch häufig MR (Mixed Reality) benutzt

<sup>4</sup>Die Bildschirmausgabe befindet sich direkt vor den Augen des Benutzers und wird mit dem Kopf mit bewegt

## 1 Tracking

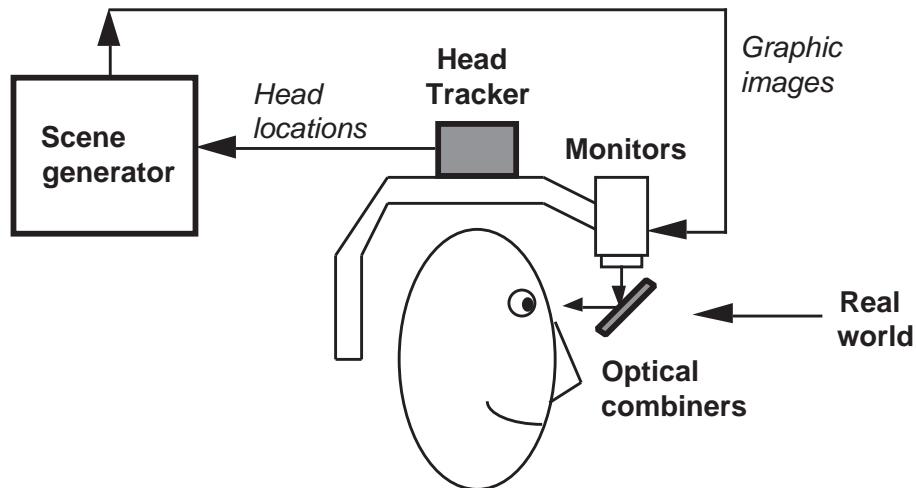


Abbildung 1.1: *Head-Mounted-Display* [AZU97]

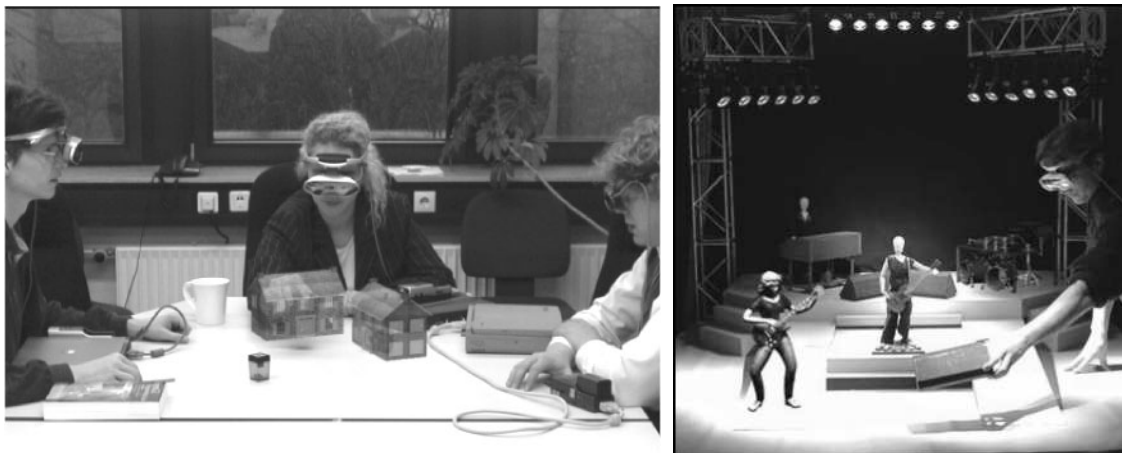


Abbildung 1.2: links: *Mixed Reality* Anwendung im Bereich Architektur, rechts: Die *Mixed Reality Stage* (Fotos: Fraunhofer FIT)

Bedarf weitere Bühnenelemente beinhaltet (Abb. 1.2). An dieser Modellbühne können nun Regisseure, Bühnentechniker und Lichtdesigner den Aufbau und Ablauf von Theaterstücken, Bühnenshows oder Fernsehsendungen planen. Die *Mixed Reality Stage* soll ihnen hierbei die Möglichkeit bieten, neben den statischen Bühnenaufbauten auch Requisiten oder Schauspieler als virtuelle Objekte auf der Bühne zu betrachten. Diese sollen von den beteiligten Personen erzeugt, verändert und bewegt werden können. Die einzelnen Teilbereiche, in die sich die Umsetzung dieser Ziele aufteilt und die daran beteiligten Projektpartner werden im Folgenden kurz vorgestellt.

## Benutzerverfolgung

Die Benutzer des Systems tragen Head-Mounted-Displays, mit denen die virtuellen Objekte ins Blickfeld eingeblendet werden. Um eine perspektivisch korrekte und damit realistische Überlagerung von realer und virtueller Welt zu gewährleisten, müssen dem darstellenden Computer die Kopfpositionen und -orientierungen der einzelnen Personen bekannt sein. Die Entwicklung eines Systems zur Verfolgung von Position und Orientierung des Kopfes ('Head-Tracking') ist der Beitrag des 'Physikalischen Instituts der Universität Bonn' und Gegenstand dieser Arbeit.

## Objektverfolgung

Um mit virtuellen Gegenständen auf der Bühne interagieren zu können, werden so genannte Platzhalterobjekte verwendet. Ein Platzhalterobjekt ist ein beliebiges Objekt (z.B. ein Würfel oder eine Tasse), dessen Position und Orientierung über Kameras ermittelt wird (siehe Abschnitt 1.3). Bewegt nun ein Benutzer ein Platzhalterobjekt auf der Bühne, so kann er auf diese Weise zum Beispiel die Position einer Requisite oder eines virtuellen Schauspielers verändern. Das System zur optischen Verfolgung der Platzhalterobjekte wurde vom 'Fraunhofer Institut für Informations- und Datenverarbeitung' in Karlsruhe entwickelt [MUE01].

## Charakteranimation

Ein wichtiges Element der *Mixed Reality Stage* ist die Animation virtueller Schauspieler auf der Bühne. Die Bewegungen dieser Charaktere sollen möglichst natürlich wirken. Außerdem kann mit ihnen eine Choreographie einstudiert werden. So kann zum Beispiel ein Charakter eine bestimmte Strecke auf der Bühne laufen, dann eine Bewegung ausführen und am Ende den Weg zurückgehen. Die Software zur Erstellung, Berechnung und Darstellung dieser Bewegungen ist eine Entwicklung des 'Laboratory for Mixed Realities' der Kunsthochschule für Medien in Köln [GRU03].

## Licht- und Bühnentechnik

Um den Eindruck der Verschmelzung von realer und virtueller Welt zu verbessern, wird die Beleuchtung der virtuellen Objekte so berechnet, dass sie der realen Beleuchtungssituation auf der Modellbühne entspricht. Die realen und virtuellen Scheinwerfer können über ein Lichtpult geregelt werden. Eine Bühnensteuerungseinheit ermöglicht die Steuerung mehrerer virtueller Seilzüge, an denen virtuelle Requisiten wie Bühnenhintergründe oder Seitenwände befestigt sein können. Die Modellbühne und die Lichttechnik wurden von der Firma '4To1 Institut für Licht- und Bühnensimulation GmbH' in Köln eingebracht,

## 1 Tracking

die Bühnensteuerung ist ein Produkt der Firma 'TTS Theatertechnische Systeme GmbH' in Syke.

### Benutzerschnittstelle

Die Benutzer können mit dem System ohne Tastatur oder andere mit den Händen zu bedienende Eingabemedien interagieren. Es wurde eine Schnittstelle entwickelt, mit der es möglich ist, über Richtungsänderung des Kopfes und Spracheingabe in einem bei Bedarf vor den Augen des Benutzers dargestellten Menü zu navigieren. So kann jeder Benutzer virtuelle Objekte erzeugen, löschen oder verändern und virtuelle Charaktere steuern. Die Benutzerschnittstelle wurde von der 'plan\_b media ag' in Köln entwickelt [LIN03].

### Gesamtsystem

Eine weitere Herausforderung bestand in der Integration aller oben beschriebenen Einzelkomponenten in ein Gesamtsystem. Hierfür hat das 'Fraunhofer Institut für Angewandte Informationstechnik' in Sankt Augustin eine Software entwickelt. Außerdem war das Institut Projektkoordinator. Auf der 'CeBIT 2003' in Hannover und auf der 'Internationalen Statustagung Virtuelle und Erweiterte Realität 2004' in Leipzig wurde die *Mixed Reality Stage* als 'Werkzeug zur interaktiven und kollaborativen Vorproduktion' erfolgreich demonstriert [MQU04].

### Anforderungen an das Benutzer-Trackingsystem

Um die Überlagerung von Realität und virtuellen Elementen möglichst realistisch erscheinen zu lassen, existieren gewisse Mindestanforderungen an das Trackingsystem. Als maximaler tolerierbarer Versatz zwischen realer und virtueller Welt wird ein Wert von einem Zentimeter angenommen. So erscheint zum Beispiel eine virtuelle Tasse, welche ein Benutzer in seiner realen Hand hält, um nicht mehr als eine Daumenbreite von ihrer natürlichen Position entfernt. Bei einer Entfernung des Objektes vom Auge des Betrachters von etwa einem Meter lässt sich damit die geforderte Mindestgenauigkeit der Orientierungsbestimmung auf etwa ein Grad abschätzen. Die selbe Annahme lässt sich auch für die Messgenauigkeit während einer Kopfbewegung machen, stellt aber dann eher eine Idealanforderung dar. Sie führt dazu, dass die Zeit zwischen dem Auftreten einer Bewegung und ihrer graphischen Umsetzung im Head-Mounted-Display (die so genannte 'Systemlatenz') in der Größenordnung von 10 ms sein sollte. Dabei geht man von einer moderaten Drehgeschwindigkeit des Kopfes von etwa 100 Grad/s oder einer Transversalgeschwindigkeit von etwa 1 m/s aus. Die Messfrequenz sollte größer als 100 Hz sein.

Neben den eben genannten Anforderung stellt die *mqube*-Anwendung weitere Bedingungen an das Trackingsystem. Da das gesamte System mobil sein soll, muss das Trackingsystem einen geringen Installationsaufwand erfordern und möglichst ohne Kabel und ex-

terne Stromversorgung auskommen. Das System soll skalierbar hinsichtlich der Anzahl der Benutzer und dem Volumen des erfassbaren Bereichs sein. In Tabelle 1.1 sind die Anforderungen zusammengefasst.

Positionsmessgenauigkeit	< 10 mm
Orientierungsmessgenauigkeit	< 1 Grad
Systemlatenz	< 10 ms
Wiederholrate	> 100 Hz
Anzahl verfolgter Objekte	skalierbar
erfassbares Volumen	skalierbar

**Tabelle 1.1:** Anforderungen an das Trackingsystem

## 1.2 Weitere Anwendungen

Neben dem Anwendungsgebiet der virtuellen und erweiterten Realität gibt es weitere Bereiche, in denen Trackingsysteme eingesetzt werden.

### Vermessung von Körperbewegungen ('motion capturing')

Die Bewegung einzelner Gliedmaßen oder auch des gesamten Körpers werden aufgezeichnet. Daraus ergeben sich vielfältige Anwendungsmöglichkeiten für Medizin, Orthopädie, Sport und Training. Außerdem wird diese Technik in Film, Fernsehen und Marketing genutzt, um menschliche Bewegungen auf virtuelle Figuren zu übertragen und diese somit möglichst real erscheinen zu lassen.

### Navigation

Trackingsysteme, die auf einer viel größeren räumlichen Skala operieren, sind Systeme zur Navigation (zum Beispiel das 'GPS<sup>5</sup>'). Dabei wird die eigene Position auf der Erdoberfläche, oder die Position und Lage von Flugzeugen, Autos, Schiffen oder Raketen bestimmt. Eine weitere Anwendung solcher Systeme ist die Verfolgung von Menschen in Gebäuden oder die Kontrolle von Robotern in einer Lagerhalle. Die Grundlagen für die Algorithmen und Sensoren der heute im VR/AR-Bereich eingesetzten Trackingsysteme stammen aus dem Gebiet der Navigation.

---

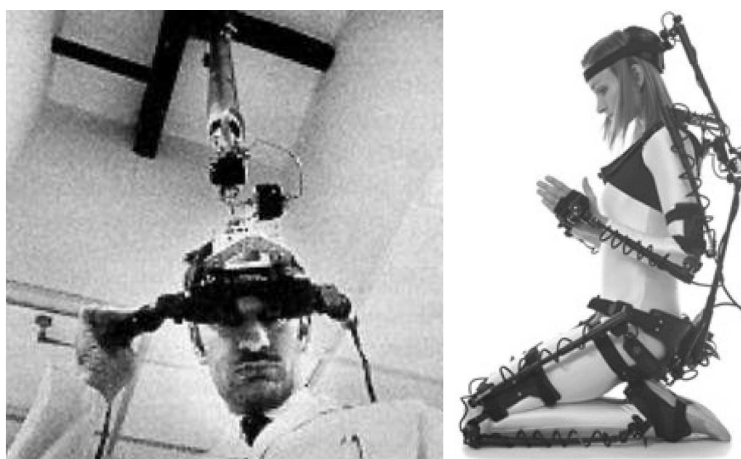
<sup>5</sup>Global Positioning System

## 1.3 Konzepte unterschiedlicher Trackingsysteme

Es gibt auf dem Markt eine Vielzahl von Trackingsystemen, die sich verschiedene physikalische Prinzipien zu Nutze machen. Diese Systeme werden im folgenden Abschnitt beschrieben und deren Vor- und Nachteile diskutiert.

### Mechanische Systeme

Die einfachste Methode zur Bewegungserfassung ist eine direkte physikalische Verbindung zwischen dem zu verfolgenden Objekt und der Umgebung. Dabei wird zum Beispiel die Hand oder der Kopf an einem System aus Teleskopstangen befestigt, das fest mit der Umgebung verbunden ist. Mittels verschiedener Sensoren können dann Längen- und Winkeländerungen der Stangen gemessen werden und daraus die Haltung der Person berechnet werden. Ein solches System wurde zur Verfolgung des ersten Head-Mounted-Displays (Abbildung 1.3 links) verwendet. Obwohl Auflösung, Genauigkeit und Messwiederholrate



**Abbildung 1.3:** links: Erstes Head-Mounted-Display [SUT68]; rechts: Gypsy4 - elektromechanisches Motion-Capture-System [ANI04]

dieser Methode sehr gut sind, so ist die Bewegungsfreiheit des Benutzers und die Größe des erfassten Bereiches stark eingeschränkt. Deshalb konnte sie sich zumindest zur absoluten Bewegungserfassung nicht durchsetzen.

Anders verhält es sich mit relativen mechanischen Systemen. Hierbei werden verschiedene Gelenkwinkel direkt am Körper gemessen, um so Bewegung und Haltung zu rekonstruieren. Dabei werden jedoch Informationen über die absolute Position der Person im Raum nicht aufgezeichnet. Als Sensoren können Streifen-Goniometer eingesetzt werden. Diese sind sehr klein und können somit einfach auf die Haut geklebt oder in die Kleidung eingearbeitet werden. Sie werden zum Beispiel in Datenhandschuhen eingesetzt. Da sie jedoch

störanfällig, ungenau und teuer sind, sind sie zum Vermessen von Ganzkörperbewegungen ungeeignet. Eine Alternative bietet die Verwendung von Drehpotentiometern oder anderen Winkelencodern. Dabei werden Knochen und Gelenke außerhalb des Körpers durch ein mechanisches System (Exoskelett) nachgebildet (Abbildung 1.3 rechts). An den Gelenken des Exoskeletts sind Drehpotentiometer angebracht, mit denen die Bewegungen vermessen werden. Diese werden dann auf ein biomechanisches Kettenmodell des Menschen übertragen. Je nach Modell und Anwendung werden bis zu zwanzig Gelenkwinkel vermessen und die Haltung des gesamten Körpers relativ zu einem festem Punkt (meist Hüfte oder Kopf) rekonstruiert [BIA98].

Diese Methode der Bewegungserfassung wird heute vielfach eingesetzt und liefert brauchbare Ergebnisse. Sie hat jedoch mehrere Nachteile. Die Bewegungen sind durch das von außen angebrachte mechanische System erheblich eingeschränkt. Außerdem ist das Anlegen des Systems sehr aufwendig. Ein weiterer Nachteil ist, dass mehrachsige Gelenke wie zum Beispiel das Schultergelenk oder der gesamte Bewegungsapparat der Wirbelsäule durch das Exoskelett nicht korrekt repräsentiert werden, und somit nicht exakt vermessen werden können.

## Magnetische Systeme

Weit verbreitet sind Systeme zur Messung von Position und Orientierung mittels eines künstlich erzeugten Magnetfeldes. Der Sender zur Erzeugung des Feldes besteht meist aus drei orthogonalen Spulen, die fest im Raum installiert werden und drei Dipolfelder erzeugen. Ein Empfänger wird am zu verfolgenden Objekt angebracht und misst den lokalen Magnetfeldvektor. Aus diesem können Position und Orientierung des Empfängers relativ zum Sender berechnet werden.

Es gibt unterschiedliche Systeme auf dem Markt, die sich im Wesentlichen dadurch unterscheiden, dass sie entweder Wechsel- oder Gleichstromfelder verwenden. Außerdem werden verschiedene Sensoren zur Messung des Magnetfeldvektors eingesetzt. Bei Wechselfeldern dienen drei kleine Spulen als Antennen. Bei Gleichstromfeldern werden Fluxgatemagnetometer, Hallsensoren oder magnetoresistive bzw. magnetoinduktive Sensoren verwendet. Beide Methoden haben gemeinsam, dass sie sehr empfindlich auf Störungen des Magnetfeldes reagieren [NIX98]. Solche Störungen werden zum Beispiel durch metallische Objekte erzeugt, die sich in der Nähe des Systems befinden. Trotz dieser Schwäche haben sie einige Vorteile. Zwischen Sender und Empfängern kann es, im Gegensatz zu optischen und akustischen Systemen nicht zu Verdeckungen kommen. Außerdem lassen sich die Empfänger sehr klein herstellen. Dadurch können sehr viele dieser Sensoren an einer Person befestigt werden um deren Bewegungen zu vermessen.

Ein magnetisches System ohne künstliches Magnetfeld ist der Kompass. Dabei wird der lokale Erdmagnetfeldvektor gemessen, und es können zwei Dimensionen der absoluten Orientierung bestimmt werden. Ein solcher Kompass wird in dem in dieser Arbeit ent-

wickelten System verwendet und wird in Kapitel 2.1 genauer beschrieben.

### Optische Systeme

Es gibt eine Vielzahl von Trackingsystemen, die sich Licht im sichtbaren und infraroten Bereich zu Nutze machen. Sie haben alle gemeinsam, dass eine oder mehrere Kameras selbstleuchtende oder reflektierende Objekte ('Marker') aufnehmen. Aus den zweidimensionalen Kamerabildern werden über geometrische Berechnungen Informationen über Lage und Position der Objekte rekonstruiert. Systeme, bei denen sich die Kameras an festen Positionen befinden und sich die *Marker* am bewegten Objekt befinden, werden oft als 'outside-in'-Systeme bezeichnet. Systeme, bei denen sich die Kamera selbst am Objekt befindet und über Aufnahmen der Umgebung deren Position und Orientierung berechnet wird, nennt man 'inside-out'-Systeme<sup>6</sup>.

Bei *outside-in*-Systemen stehen mehrere Kameras im Raum und filmen die Bewegung eines *Markers* aus verschiedenen Perspektiven. Wird der *Marker* von mindestens zweien der Kameras gleichzeitig erfasst, so lässt sich unter der Voraussetzung, dass die Kamerapositionen bekannt sind, dessen Position im Raum berechnen. Häufig werden Infrarot-Kameras benutzt, um vom Umgebungslicht möglichst wenig gestört zu werden. Die *Marker* werden dann mit infrarotem Licht bestrahlt, und reflektieren in diesem Wellenlängenbereich besonders gut. Alternativ werden auch Infrarotleuchtdioden als *Marker* verwendet.

Eine andere Art von Systemen arbeitet im sichtbaren Bereich und kommt mit nur einer Kamera aus. Ein *Marker*, der auch hier am bewegten Objekt befestigt wird, besteht dabei nicht aus einem Punkt sondern aus einem zweidimensionalen Muster auf einer Fläche von etwa  $10 \times 10 \text{ cm}^2$  Größe. Aus Form und Größe des *Marker*-Abbildes in der Kamera lassen sich dessen Position und Orientierung im Raum zurückrechnen.

Bei *inside-out*-Systemen befindet sich eine Kamera am bewegten Objekt und mehrere *Marker* (LEDs oder die eben beschriebenen Muster) sind an bekannten Positionen (zum Beispiel den Wänden und der Decke) angebracht. Hier werden aus den Bildern die Position und die Orientierung der Kamera berechnet. Dabei muss sichergestellt werden, dass sich immer genügend *Marker* im Blickfeld der Kamera befinden. Auf Grund der Größe der Kameras ist diese Methode besser zur Verfolgung des Kopfes als für *Motion Capturing* geeignet.

Der Vorteil der optischen Systeme ist, dass sie eine Genauigkeit von etwa einem Millimeter in der Position und weit unter einem Grad in der Orientierung erreichen können. Außerdem sind sie nicht anfällig für elektromagnetische Störung. Aus diesen Gründen werden sie in Anwendungen eingesetzt, in denen hohe Präzision gefordert ist, zum Bei-

---

<sup>6</sup>Diese Bezeichnung kann auch für andere Trackingsysteme verwendet werden, je nachdem ob Sender oder Empfänger bewegt werden. So sind die eben beschriebenen magnetischen Systeme *outside-in*-Systeme. Relative Systeme, wie das oben genannte Exoskelett mit den Winkelencodern bezeichnet man konsequenterweise als *inside-in*-System.



spiel bei computerunterstützten Operationen und anderen medizinischen Anwendungen. Es gibt jedoch auch einige Nachteile. Diese Systeme erfordern eine aufwendige Einrichtung und Kalibration. Durch die große Menge an Rohdaten und die Komplexität der Rekonstruktions-Algorithmen wird viel Rechnerleistung benötigt. Das kann eine Bestimmung von Position und Orientierung in Echtzeit erschweren oder sogar verhindern. Ein weiterer Nachteil besteht darin, dass keine Rekonstruktion erfolgen kann, wenn die Sicht der Kameras auf die *Marker* verdeckt ist.

## Akustische Systeme

Bei akustischen Systemen werden Abstände über die Laufzeit des Schalls gemessen. Beim SONAR<sup>7</sup> werden Schallwellen ausgesendet, vom Objekt reflektiert, und die Zeit bis zum ersten Echo des Signals gemessen. Aus der Laufzeit und der bekannten Schallgeschwindigkeit lässt sich der Abstand zum Objekt berechnen. Diese Technik wird zum Beispiel in U-Booten zur Navigation und Ortung unter Wasser eingesetzt. Die Autofokus-Funktion in Polaroid-Sofortbild-Kameras [POL04] nutzt Ultraschall zur Abstandsermittlung zwischen Motiv und Kamera. Alternativ zur Reflektionsmessung können auch Abstände zwischen Sender und Empfänger gemessen werden, wenn diese getrennt voneinander sind. Allerdings muss dann ein Mechanismus zur Synchronisation vorhanden sein.

Für Messungen in Luft werden Schallwellen im Ultraschallbereich zwischen 25kHz und 100kHz eingesetzt. Unter Wasser werden Frequenzen im MHz-Bereich eingesetzt. Eine Möglichkeit die Schall-Laufzeit zu bestimmen besteht darin, die Zeit zu messen, die ein kurzer Puls vom Sender zum Empfänger benötigt. Eine andere Methode funktioniert über die Messung der Phasenverschiebung bei kontinuierlichen Wellen. Dabei können jedoch Mehrdeutigkeiten auftreten. Sind die Abstände eines Objekts zu mehreren bekannten Positionen im Raum bekannt, so lässt sich der Ort des Objekts mittels Trilateration zurückrechnen. Auf die Positionsmessung mit Ultraschall wird später noch genauer eingegangen (4.3).

Akustische Systeme haben einige Nachteile. Die Schallgeschwindigkeit ist nicht immer gleich. Sie hängt von der Temperatur ab, und kann sich außerdem durch Luftbewegungen lokal ändern. Zwischen zwei Abstandsmessungen im selben Raum muss eine bestimmte Zeit gewartet werden, um eventuelle Echos, die von den Wänden oder der Decke kommen, abklingen zu lassen. Das begrenzt die Messrate. Aufgrund der hohen Absorption von Ultraschall in Luft, ist die Reichweite auf etwa fünfzehn Meter limitiert. Wie bei optischen Systemen kann es auch mit Schall zu Verdeckungsproblemen kommen. Für *motion capturing* sind akustische Systeme nicht geeignet, da der Körper, an dem die Sensoren angebracht sind, viele Möglichkeiten zur Verdeckung und Reflektion bietet und außerdem hohe Messraten benötigt werden. Die Vorteile akustischer Systeme liegen darin, dass die Sensoren preiswert und klein sind, und sich aufgrund des geringen Stromverbrauchs gut für kabellose und mobile Anwendungen eignen. Akustische Systeme werden zum Beispiel für Head-Tracking

---

<sup>7</sup>SONic Automatic Ranging

eingesetzt.

### Trägheitsnavigation

In der Trägheitsnavigation ('Inertial-Tracking') werden Beschleunigungs- und Drehratensensoren (Gyroskope<sup>8</sup>) benutzt. Diese basieren auf der Erhaltung von Impuls und Drehimpuls und messen auf das Sensorsystem wirkende Kräfte und Drehmomente (und damit Beschleunigung und Drehgeschwindigkeit, siehe Kap.2.1). Ein Inertialsensorsystem kann also nur relative Bewegungsänderungen messen, absolute Informationen wie Position und Orientierung müssen durch Integration der Sensordaten berechnet werden.

Ein Nachteil von Inertialsensoren ist, dass sich Kalibrations- und Messfehler durch die Integration aufaddieren und so schnell zu großen Rekonstruktionsfehlern führen. Ihr Vorteil ist, dass sie ohne externe Referenzen auskommen und sehr klein hergestellt werden können. Inertial-Trackingsysteme wurden schon früh zur Flugzeug- und Raketennavigation eingesetzt. Heute sind sie auch in VR/AR-Anwendungen weit verbreitet. Meist werden sie mit anderen Tracking-Technologien kombiniert.

### Funk-basierte Systeme

Bei Funk-basierten Systemen werden Radio- oder Mikrowellen zur Abstands- und Positionsbestimmung verwendet. Wie bei akustischen Systemen kann das über Laufzeitmessungen geschehen.

Für das 'Global Positioning System' (GPS) befinden sich 28 Satelliten auf 6 Orbits in etwa 27000 km Höhe. Die Satelliten senden Signale aus, die Informationen über ihre Position und Geschwindigkeit sowie über den Sendezeitpunkt der Signale enthalten. An jedem Punkt der Erde lassen sich diese Signale von mindestens vier der Satelliten mit entsprechenden Sendern empfangen. Aus den gemessenen Laufzeitunterschieden kann die eigene Position und Geschwindigkeit zurückgerechnet werden. Hierbei wird eine Genauigkeit von bis zu 50m erreicht. Nimmt man die Signale von Bodenstationen bekannter Position zu Hilfe, so können systematische Messfehler eliminiert werden ('Differential GPS'). Auf diese Weise können Genauigkeiten von weit unter einem Meter erreicht werden.

Das GPS wird vom amerikanischen 'Department of Defense' betrieben und wird sowohl militärisch als auch zivil zur Navigation genutzt. Für Anwendungen im VR/AR-Bereich ist es nicht geeignet, da es nur alle 30 Sekunden einen neuen Positionswert liefert und die räumliche Auflösung für diese Anwendungen meist nicht genügt. Außerdem sind die Signale von den Satelliten so schwach, dass sie innerhalb von Gebäuden nicht mehr empfangen werden können.

Andere Systeme für kleinere Tracking-Volumina, die auch in Gebäuden funktionieren, messen die Laufzeit eines Signals zu verschiedenen Empfängern, und berechnen so den Herkunftsort des Signals. Für eine räumliche Auflösung im Zentimeterbereich müssen

---

<sup>8</sup>griech. *gyros*: Drehung

Zeiten im Bereich von Picosekunden aufgelöst werden. Das stellt eine hohe Anforderung an die Sensoren dar. Ein weiteres großes Problem sind Reflektionen der Signale an Wänden, Decke und Boden. Diese lassen sich aufgrund der hohen Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen nicht so leicht von direkten Signalen trennen, wie das bei akustischen Systemen der Fall ist.

## Hybride Systeme

Bei hybriden Systemen wird versucht, die Vorteile mehrerer der bereits erwähnten Tracking-Methoden zu verbinden. Meist werden Inertialsensoren, die relative Bewegungen vermessen mit anderen Systemen kombiniert. So können die Vorteile der Inertialsensoren genutzt werden, und die Nachteile, wie die Integration der Messfehler, durch absolute Messwerte kompensiert werden. Im Bereich der Navigation ist es üblich Inertialsensoren zu benutzen, um die Zeit zwischen zwei GPS-Positionsmessungen zu überbrücken. Außerdem kann aus den GPS-Messungen alleine keine Orientierung rekonstruiert werden. Zusätzlich ist in solchen Anwendungen meist noch ein Kompass integriert. Nach dem gleichen Prinzip lassen sich Inertialsensoren und Kompass auch mit optischen und akustischen Systemen kombinieren.



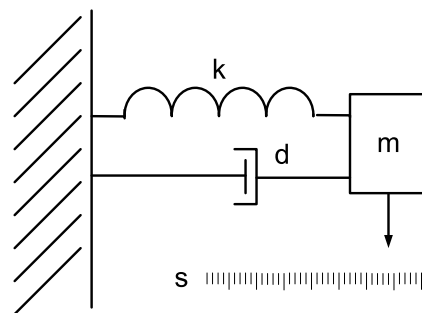
## 2 Systemaufbau

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte System ist ein hybrides Trackingsystem und kombiniert Inertialsensoren, einen Kompass und ein akustisches Abstandsmesssystem. Um die Orientierung eines im Raum bewegten Objektes zu ermitteln, wird ein System aus jeweils drei Beschleunigungs-, Drehraten- und Magnetfeldsensoren am Objekt angebracht. Auf diese Weise werden dessen Bewegungsänderungen in allen drei Raumrichtungen und der Vektor des Erdmagnetfeldes gemessen. Gleichzeitig werden die Abstände des Objekts zu mehreren festen und bekannten Referenzpunkten im Raum bestimmt. Daraus wird die Position des Objektes berechnet. In diesem Kapitel wird die Funktionsweise der einzelnen Sensorgruppen und der Aufbau des BlueTrak-Systems beschrieben.

### 2.1 Inertial- und Magnetfeldsensoren

#### 2.1.1 Beschleunigungssensoren

Die Beschleunigungssensoren messen die Kraft, die auf das System wirkt. Diese setzt sich aus der Gravitation und zusätzlichen auf das System wirkenden Kräften zusammen. Die Messung der Erdbeschleunigung wird zur Orientierungsberechnung benutzt. Die Messung der Translationsbeschleunigung kann zur Positionsberechnung beitragen (Abschnitt 4.3)



**Abbildung 2.1:** Masse-Feder-System zur Beschleunigungsmessung.  $k$ ,  $d$ ,  $m$  und  $s$  bezeichnen Federkonstante, Dämpfung, Masse und Auslenkung.

Ein gebräuchliches Prinzip zur Beschleunigungsmessung basiert auf dem Federwaagen-Prinzip. Ist eine Masse  $m$  (in Folgenden häufig Testmasse genannt) über eine Feder mit

der Federkonstante  $k$  an einem festen Rahmen angebracht, so ist die Auslenkung  $s$  aus der Ruhelage proportional zur auf  $m$  wirkenden Beschleunigung  $a$ , und somit ist

$$a = \frac{k}{m} \cdot s.$$

Dabei ist  $a$  die Projektion der Beschleunigung auf die sensitive Achse des Sensors, die parallel zur Auslenkungsrichtung der Testmasse ist. Über eine geeignete Wahl von  $k$  und  $m$  und einer zusätzlichen Dämpfung  $d$  lässt sich das dynamische Verhalten des Systems beeinflussen, um so Ansprechzeit und Sensitivität hinsichtlich verschiedener Anforderungen zu optimieren und ein Nachschwingen zu verhindern.

In den letzten Jahren haben sich Systeme durchgesetzt, die in der MEMS-Technologie gefertigt sind (**M**icro **E**lectro **M**echanical **S**ystems). Bei MEMS werden mit Hilfe verschiedener Silizium verarbeitender Verfahren mechanische Elemente und elektronische Schaltungen auf einem gemeinsamen Silizium-Substrat integriert. Auf diese Weise können komplexe elektromechanische Systeme in mikroskopischer Größe kostengünstig und in großen Stückzahlen hergestellt werden.

Die Implementationen eines Masse-Feder-Systems und die Messung der Auslenkung können sehr unterschiedlich sein. Zwei typische Bauformen sollen nun kurz beschrieben werden.

### **Piezoresistive Sensoren**

Bei piezo-resistiven Sensoren befinden sich in der Aufhängung der Testmasse Piezoelemente. Bei einer Auslenkung der Masse verformen sich die Elemente und deren Widerstand ändert sich aufgrund des piezoelektrischen Effekts. Die Widerstandsänderung kann dann zum Beispiel über eine Wheatstone-Brücke gemessen werden [ROY79].

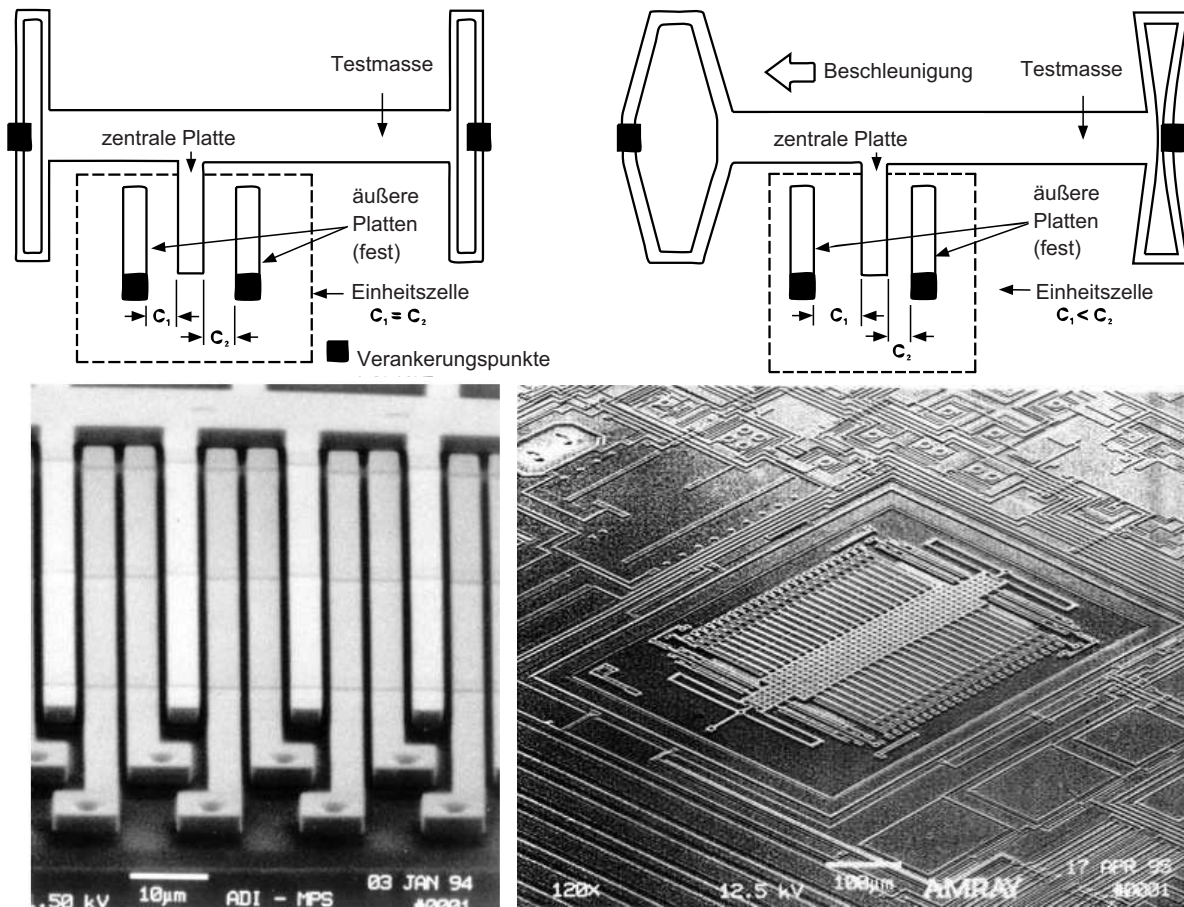
### **Kapazitive Sensoren**

Eine andere Möglichkeit zur Messung der Auslenkung der Testmasse besteht darin, die Kapazität zwischen zwei Elektroden zu messen, von denen die eine an der Testmasse befestigt ist, während die andere unbeweglich ist [SHE92]. In der Annahme eines Plattenkondensators ist diese umgekehrt proportional zur Auslenkung  $s$  und somit ist

$$s = \epsilon A \cdot \frac{1}{C}$$

$A$  ist die Fläche der Elektroden und  $\epsilon$  ist die Dielektrizitätszahl.

Andere Sensoren benutzen den Tunneleffekt, optische oder thermische Methoden. Einen umfassenden Überblick gibt [YAZ98]. Die im BlueTrak-System verwendeten Beschleunigungssensoren (ADX105 von Analog Devices [ADX99]) beruhen auf dem Prinzip der Kapazitätsmessung. Eine so genannte Einheitszelle (Abbildung 2.2 oben) besteht aus einer



**Abbildung 2.2:** oben: Schematischer Aufbau des ADXL105; unten: Elektronenmikroskopische Aufnahmen des ADXL05 [ADX96].

schwingfähig gelagerten Platte, die sich zwischen zwei fest verankerten Platten befindet. Die drei Platten bilden also zwei Kondensatoren  $C_1$  und  $C_2$ . Diese haben den gleichen Wert, wenn sich die innere Platte genau in der Mitte zwischen den beiden Äußeren befindet. Ein Sensor enthält 46 solcher Einheitszellen. Die beweglichen inneren Platten sind alle mit der eigentlichen Testmasse verbunden. Bewegt sich diese aufgrund einer äußeren Kraft, kann in allen Einheitszellen die Kapazitätsdifferenz zwischen  $C_1$  und  $C_2$  gemessen werden. Dazu werden an den beiden äußeren Platten Rechteckspannungen gleicher Amplitude aber entgegengesetzter Phase angelegt. Bei ungleichen Kapazitäten kann an der mittleren Platte ein Signal gemessen werden. Aus diesem Signal wird über Demodulation eine zur Auslenkung der Testmasse proportionale Spannung erzeugt.

### 2.1.2 Drehratensensoren

Ein Drehratensensor ('Gyroskop') bestimmt die Geschwindigkeit einer Rotationsbewegung bezüglich seiner sensitiven Achse. Mit Hilfe von drei senkrecht zueinander stehenden

## 2 Systemaufbau

Sensoren kann der Vektor der Rotationsgeschwindigkeit und somit die Orientierungsänderung des Systems gemessen werden.

Die meisten Drehratensensoren basieren auf dem Gesetz der Drehimpulserhaltung. Die Drehachse eines freien rotierenden Kreisels bleibt ohne äußere Drehimpulse konstant. Wirkt nun ein Drehmoment auf den Kreisel, beziehungsweise wird das System um eine Achse gedreht, so erfährt der Kreisel eine zusätzliche Drehung senkrecht zur Kreiselachse und der Achse des angreifenden Drehmoments. Dieses Prinzip wird zum Beispiel beim so genannten Kreiselkompass genutzt: Ein mit einem Elektromotor angetriebener Kreisel wird so aufgehängt, dass seine Drehachse immer waagrecht (senkrecht zur Gravitation) ist. Die Rotation um die Erdachse bewirkt nun ein Drehmoment, welches die Kreiselachse dazu zwingt, sich in Nord-Süd-Richtung auszurichten. Heutzutage werden die meisten Gyroskope wie die Beschleunigungssensoren in der MEMS-Technologie hergestellt. Da es jedoch schwieriger ist, rotierende Elemente in MEMS zu implementieren, werden hier Vibrationen genutzt.

Auf eine Masse  $m$ , die sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt, wirkt in einem mit der Rotationsgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$  rotierenden Bezugssystem die Corioliskraft

$$\vec{F}_C = 2m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega}. \quad (2.1)$$

Eine vibrierende Masse erfährt so eine zusätzliche anregende Schwingung, die senkrecht zu Drehachse und Vibrationsrichtung ist und deren Auslenkungsamplitude der zugrunde liegenden Drehgeschwindigkeit proportional ist. Die verschiedenen Bauformen solcher Sensoren werden im Folgenden beschrieben.

### Stimmgabel oder H-förmiger Oszillator

Diese Bauform ähnelt einer doppelten Stimmgabel (Abbildung 2.3). Die obere Stimmgabel wird zum Schwingen angeregt. Die durch eine Rotation hervorgerufene Corioliskraft regt eine zusätzliche Schwingung an, die sich auf die untere Stimmgabel überträgt und deren Amplitude dort gemessen wird.

### Vibrierender Ring

Ein Ring, aufgespannt mit Hilfe von acht halbkreisförmigen Federn (Abbildung 2.4) wird durch entsprechende Elektroden in Schwingung versetzt. In Abwesenheit zusätzlicher Kräfte schwingt er in einer elliptischen Grundmode. Wird das System um die senkrecht zur Ringebene stehende Achse gedreht, werden durch die Corioliskraft zusätzlich höhere Schwingungsmoden angeregt, deren Hauptauslenkungsrichtung um 45 Grad zu der der Grundmode gedreht ist. Diese Auslenkungen können durch außerhalb des Rings befindliche Sensoren kapazitiv gemessen werden.



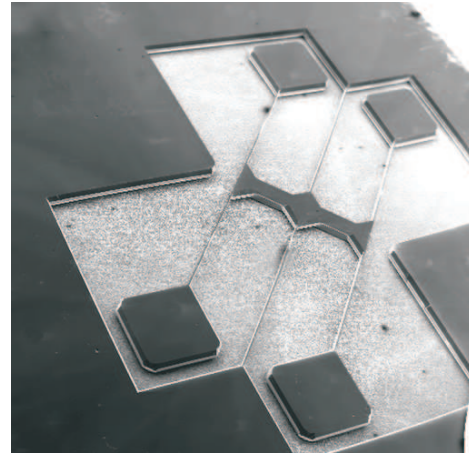
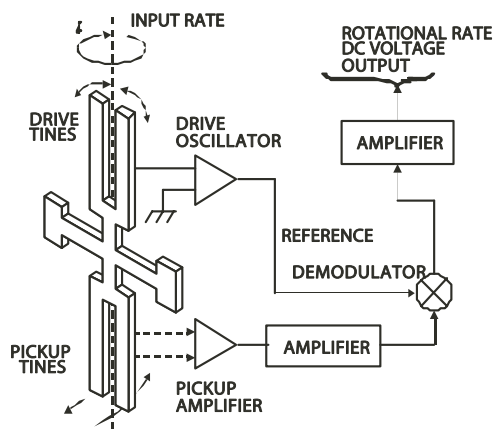


Abbildung 2.3: 'Tuning-Fork'-Gyroskop, links: Schematischer Aufbau (nach [BEI05]), rechts: elektronenmikroskopische Aufnahme.

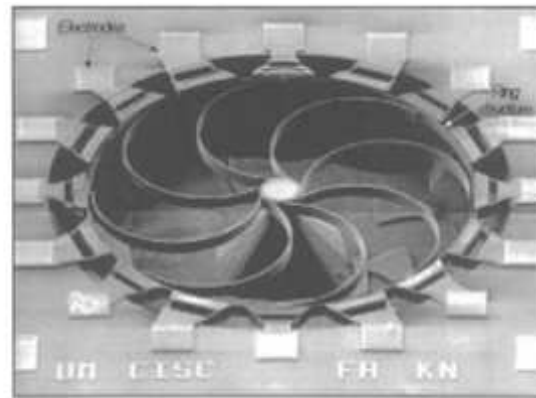
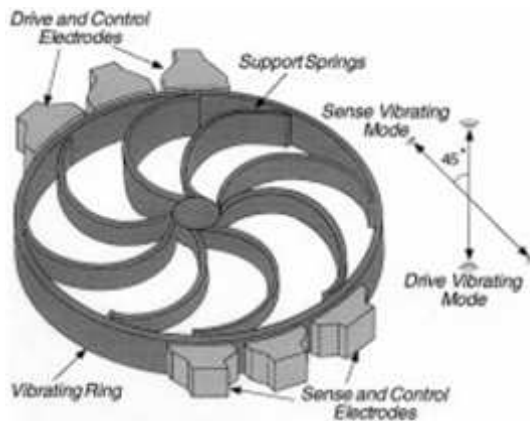


Abbildung 2.4: 'Vibrating-Ring'-Gyroskop, links: Schematischer Aufbau, rechts: elektronenmikroskopische Aufnahme [AYA98].

## Optische Gyroskope

Optische Gyroskope [FRA96] basieren auf einem ganz anderen physikalischen Prinzip als mechanische Sensoren und werden hier nur der Vollständigkeit halber erwähnt. Zwei Lichtwellen werden in entgegengesetzter Richtung durch einen ringförmigen Lichtleiter geschickt, und sich in der Ebene senkrecht zur sensitive Achse befindet (Abbildung 2.5). Da die Lichtgeschwindigkeit immer gleich ist, führt eine Rotation des Systems zu einem Laufzeitunterschied zwischen den beiden Lichtwellen ('Sagnac-Effekt'). Dieser kann über interferometrische Methoden gemessen werden kann. Optische Gyroskope sind zuverlässiger als mechanische und werden wegen ihrer Größe und ihres Preises hauptsächlich in Navigationsanwendungen in der Luft- und Raumfahrt eingesetzt.

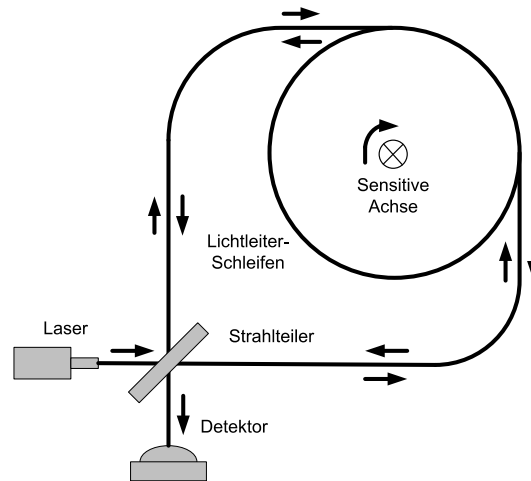


Abbildung 2.5: Prinzip eines optischen Gyroskops.

### Stabförmiger Oszillator

Ein Stab wird wie in Abbildung 2.6 oben zum Schwingen gebracht. Eine Rotation um die Stabachse führt zu einer Vibration senkrecht zur Anregungsschwingung. Deren Auslenkung ist proportional zur Rotationsgeschwindigkeit und kann über geeignete Methoden gemessen werden.

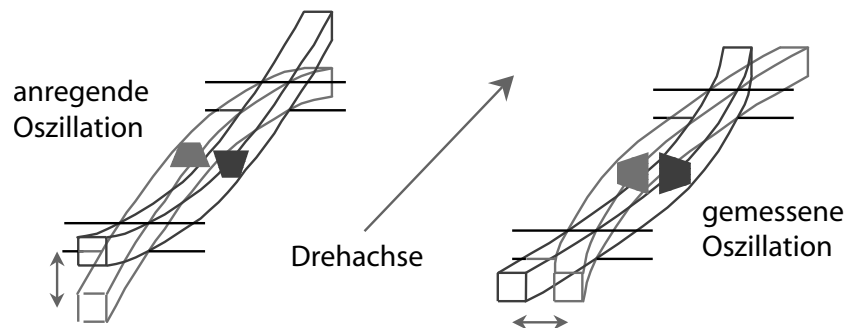


Abbildung 2.6: Prinzip des stabförmigen Oszillators [MUR04].

Das im BlueTrak-System eingesetzte Gyroskop (ENC03 von Murata) basiert auf diesem Prinzip. Sein Aufbau ist in in Abbildung 2.7 zu sehen. Der Stab besteht aus zwei Lagen eines Piezokristalls, die entgegengesetzt polarisiert sind (eine sogenannte bimorphe Keramik). Über Elektroden an beiden Seiten der Keramik kann der Stab zu Vibrationen angeregt werden. Tritt nun aufgrund einer Rotation des Sensors eine zusätzliche seitliche Biegeschwingung auf, so kommt es zu einer seitlichen periodischen Verformung. Über die beiden Messelektroden und die piezoelektrischen Eigenschaften des Materials kann deren Amplitude gemessen und daraus die Rotationsgeschwindigkeit bestimmt werden.

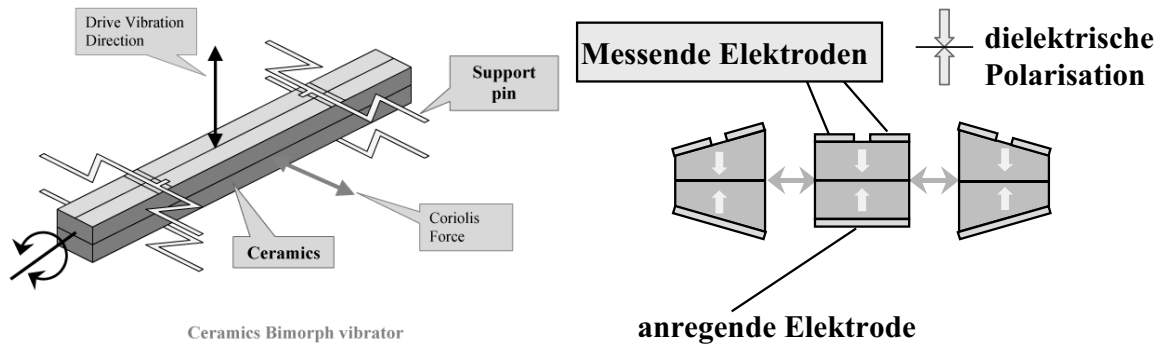


Abbildung 2.7: Aufbau des ENC03 von Murata. [ENC99].

### 2.1.3 Magnetfeldsensoren

Der elektronische Kompass misst den Vektor des Erdmagnetfeldes. Diese Information wird zur Orientierungsberechnung benutzt. Das Erdmagnetfeld hat eine Stärke zwischen 30 und 60  $\mu T$  und sein Winkel zur Horizontalen ('Inklination') variiert von  $0^\circ$  am Äquator bis zu  $90^\circ$  an den Polen. In Bonn hat es eine Stärke von etwa 50  $\mu T$  und die Inklination beträgt ungefähr  $65^\circ$ .

Es gibt eine Vielzahl von Sensoren zur Messung von statischen Magnetfeldern, die sich für unterschiedliche Anwendungen eignen (einen ausführlichen Überblick gibt [CAR98]). Für sehr schwache Felder unter einem Mikrogauss werden hauptsächlich so genannte SQUIDS<sup>1</sup> verwendet. Mit ihnen werden über einen Josephson-Kontakt sehr kleine Ströme in einem supraleitenden Ring und damit kleine Magnetfelder gemessen. Für Felder über einem Gauss haben sich Hall-Effekt-Sensoren durchgesetzt. Diese machen sich die Lorentzkraft zu Nutze, die auf einen bewegten Ladungsträger im Magnetfeld wirkt. Für Feldstärken im Bereich des Erdmagnetfeldes gibt es zwei Bauweisen von Sensoren, die beide in verschiedenen Prototypen des BlueTrak-Systems implementiert wurden:

#### Fluxgate Magnetometer

Fluxgate Magnetometer machen sich Sättigungseffekte ferromagnetischer Kerne zunutze. Eine anregende Wechselspannung magnetisiert den Kern derart, dass bei der oberen und unteren Spitzenspannung die Sättigungsmagnetisierung erreicht wird. In einer sekundären Spule wird ein Spannungssignal induziert, welches in Abwesenheit eines externen Magnetfeldes symmetrisch um Null ist. Ist der Kern entlang der sensitiven Achse einem zusätzlichen externen Magnetfeld ausgesetzt, so werden die beiden nichtlinearen Bereiche der Hystereseschleife unterschiedlich durchlaufen. Das Signal an der Messspule weist dann Asymmetrien auf, aus welchen über Demodulationsverfahren die Stärke des externen Magnetfeldes rekonstruiert werden kann (Abbildung 2.8). Ein Magnetometer nach dem

<sup>1</sup>Superconducting QUantum Interference Device

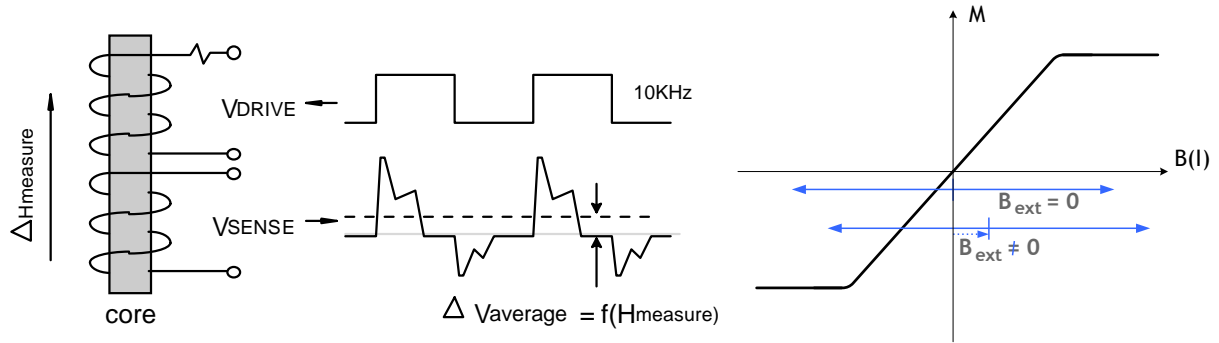


Abbildung 2.8: Fluxgate Magnetometer Prinzip [CAR98].

Fluxgateprinzip wird in einem Prototyp des Trackingsystems verwendet. Funktionsweise und Eigenschaften werden in [HAM03] ausführlich beschrieben.

### Anisotrope magnetoresistive Sensoren

Anisotrope magnetoresistive Sensoren (AMR) bestehen aus einem dünnen Permalloy-Film (NiFe), der auf einem Siliziumsubstrat abgeschieden wird und als magnetfeldabhängiger Widerstand fungiert. Während der Herstellung wird das System einem starken magnetischen Feld ausgesetzt. So bildet sich eine bevorzugte Richtung der Magnetisierung des Materials aus ('Easy Axis'), die in der Ebene des Films und senkrecht zur sensitiven Achse liegt. Fließt nun ein Strom durch den Film, so hängt der Widerstand vom Winkel zwischen Magnetisierung des Materials und dem Strom ab. Die Richtung der Magnetisierung ihrerseits hängt von der Stärke des äußeren Magnetfeldes ab (Abbildung 2.9). Durch die so genannte 'Barber-Pole-Anordnung' (Abbildung 2.10) wird erreicht, dass der Strom den Permalloy-Film im 45 Grad Winkel zur *Easy Axis* durchfließt, um so im linearen Bereich der Magneto-resistivität zu bleiben. Dazu wird der Film von Metallstreifen unterbrochen und ausgenutzt, dass der Strom immer den kürzesten Weg wählt. Der Sensor wird als Wheatstone-Brücke realisiert, so dass sich die Widerstandsänderung durch das Magnetfeld als Spannungsdifferenz am Ausgang des Sensors zeigt und mit einem Differenzverstärker verstärkt werden kann. Wird der Sensor einem sehr starken Magnetfeld ausgesetzt (etwa dem vierzigfachen des Erdmagnetfeldes [HMC03]), wird die Ausrichtung der einzelnen Domänen gestört. Ein Strompuls, der am Sensor angelegt werden kann, erzeugt ein kurzes starkes Magnetfeld entlang der *Easy Axis*, welches die Domänen wieder ausrichtet. Das Vorzeichen des Strompulses bestimmt die Richtung der Domänenanordnung und damit die Polarität des Ausgangssignals. Auf diese Weise können über Differenzmessungen eventuelle systematische Messfehler herausgerechnet werden.

In aktuellen Prototypen des BlueTrak-Sensorsystems wird ein Drei-Achs-Magnetometer von Honeywell [HMC03] verwendet, welches auf dem magneto-resistiven Effekt beruht.

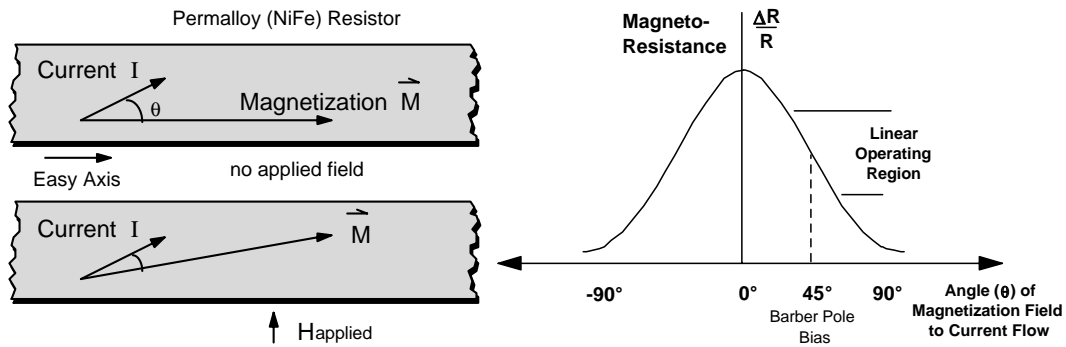


Abbildung 2.9: Prinzip des magnetoresistiven Effekts [CAR98].

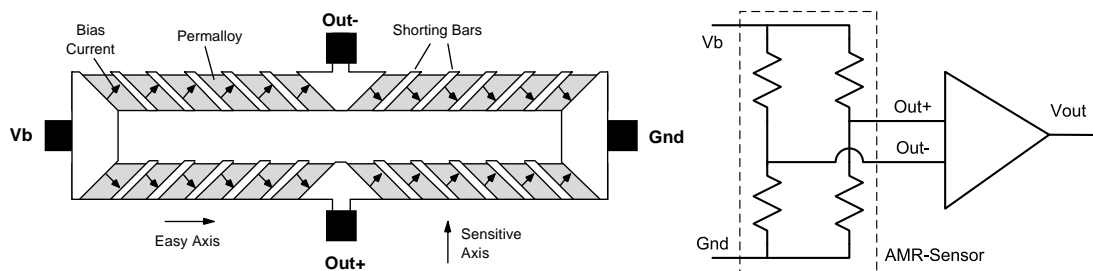


Abbildung 2.10: Schematischer Aufbau des Sensors (Barber-Pole-Anordnung) [CAR98].

## 2.2 Entfernungsmessung mit Ultraschall

Um die räumliche Position eines Objektes zu bestimmen, werden Abstandsmessung zu mehreren bekannten Punkten im Raum verwendet. Hierzu wurde ein System entwickelt, welches die Laufzeit eines Ultraschallsignals zwischen einem Sender und einem Empfänger misst. Aus dieser Zeit kann bei bekannter Schallgeschwindigkeit die vom Schall zurückgelegte Wegstrecke berechnet werden.

### 2.2.1 Schallausbreitung in Luft

Die räumliche Ausbreitung von Druck- bzw. Dichteschwankungen wird als Schall bezeichnet. Schallwellen zwischen etwa 20 Hz und 20 kHz können vom menschlichen Ohr wahrgenommen werden, oberhalb von 20 kHz spricht man von Ultraschall. Eine punktförmige Schallquelle erzeugt eine Kugelwelle der Form

$$p(r, t) = -\frac{\rho_0 \omega \hat{Q}}{4\pi r} \sin(\omega t - kr). \quad (2.2)$$

Dabei ist  $p$  der Schalldruck (die Abweichung des Gesamtdrucks vom Ruhewert),  $\rho_0$  die Ruhedichte und  $\hat{Q}$  der Scheitelwert der sogenannten Volumenschnelle  $Q(t) = \hat{Q} \cos(\omega t)$ .

## 2 Systemaufbau

Die Volumenschnelle ist das Volumen, das von der Schallquelle pro Zeiteinheit verdrängt bzw. eingesogen wird. Die Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi f$  und die Kreiswellenzahl  $k = 2\pi/\lambda$  hängen über  $k = \omega/c_{schall}$  mit der Schallgeschwindigkeit  $c_{schall}$  zusammen, wobei  $\lambda$  die Wellenlänge und  $f$  die Frequenz der Schallwelle ist.

### Schallgeschwindigkeit

Die Schallgeschwindigkeit  $c_{schall}$  ist stark vom Ausbreitungsmedium der Welle abhängig. In Luft beträgt sie etwa 340 m/s, in Wasser 1500 m/s und in Aluminium 6000 m/s.

In einem idealen Gas gilt für die Schallgeschwindigkeit

$$c_{schall} = \sqrt{\kappa \frac{RT_K}{M}}, \quad (2.3)$$

wobei  $\kappa$  der Adiabatenexponent,  $R = 8,3145 \text{ J/molK}$  die universelle Gaskonstante und  $T_K$  die Temperatur in Kelvin ist. In trockener Luft ist  $\kappa = 1,402$  und die molare Masse  $M = 0,02896 \text{ kg/mol}$  und somit

$$c_{luft} = 20,06 \cdot \sqrt{\frac{T_K}{K} \frac{m}{s}}. \quad (2.4)$$

Im Bereich zwischen  $-20^\circ\text{C}$  und  $40^\circ\text{C}$  kann die Formel linear durch

$$c_{luft} = (331,5 + 0,6 \cdot T_C) \frac{m}{s} \quad (2.5)$$

angenähert werden, wobei  $T_C$  ist die Temperatur in Grad Celsius ist. Die Abweichung von Formel 2.4 ist dabei weniger als 0,2 %.

Da sowohl der Adiabatenexponent als auch die molare Masse von der Luftfeuchtigkeit abhängen, hat diese auch Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit (Abbildung 2.11).

### Dämpfung

Durch irreversible Prozesse bei der Ausbreitung der Schallwelle wird Energie an das Trägermedium abgegeben, der Schall wird absorbiert. Das führt zu einer exponentiellen Abnahme der Amplitude mit dem zurückgelegten Weg, so dass Gleichung (2.2) um einen Dämpfungsterm erweitert werden muss:

$$\hat{p}(r) = p(r) \cdot e^{-\alpha r}. \quad (2.6)$$

$\alpha$  wird Absorptionskonstante bezeichnet. Sie ist stark von der Frequenz, der Temperatur und der Luftfeuchtigkeit abhängig. Abbildung 2.12 zeigt den Einfluss der Frequenz auf die Schallabsorption in Luft im Bereich 20 bis 100 kHz. Aufgetragen ist der Dämpfungsfaktor  $e^{-\alpha r}$  nach 10 m Wegstrecke bei verschiedenen Temperaturen und unterschiedlicher

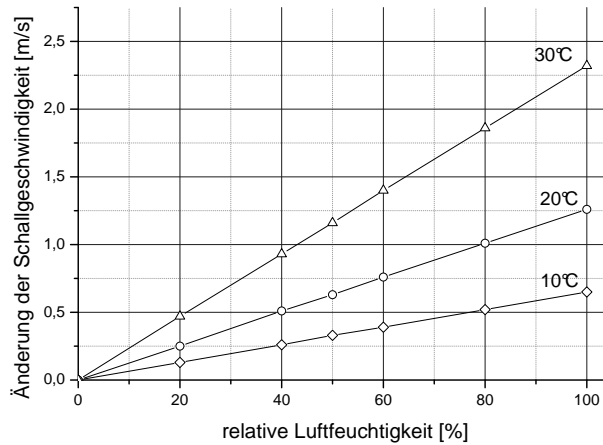


Abbildung 2.11: Änderung der Schallgeschwindigkeit durch die Luftfeuchtigkeit [CRA93].

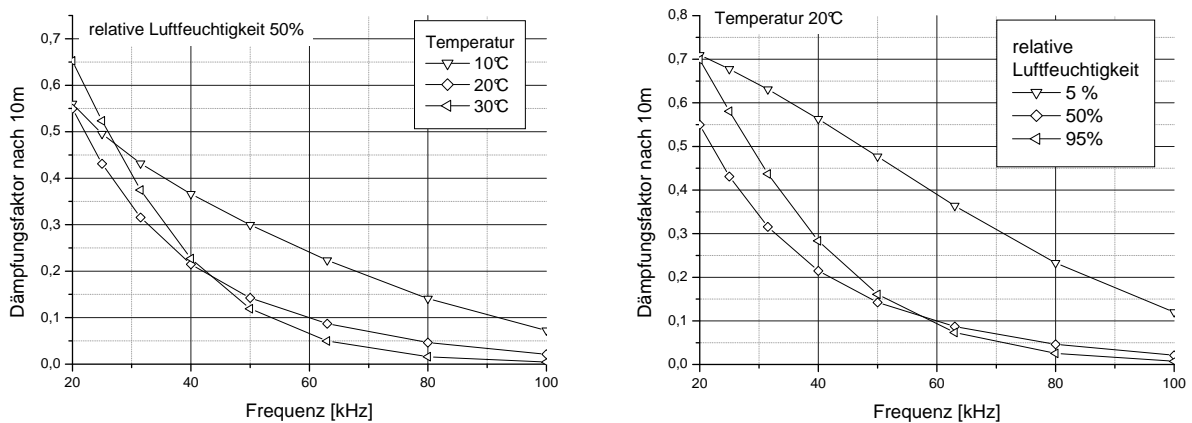


Abbildung 2.12: Frequenzabhängigkeit der Schallabsorption in Luft bei verschiedenen Temperaturen (links) und unterschiedlicher Luftfeuchtigkeit (rechts) [BAZ76]. Der Amplitudenabfall durch die  $1/r$ -Abhängigkeit ist hier nicht berücksichtigt.

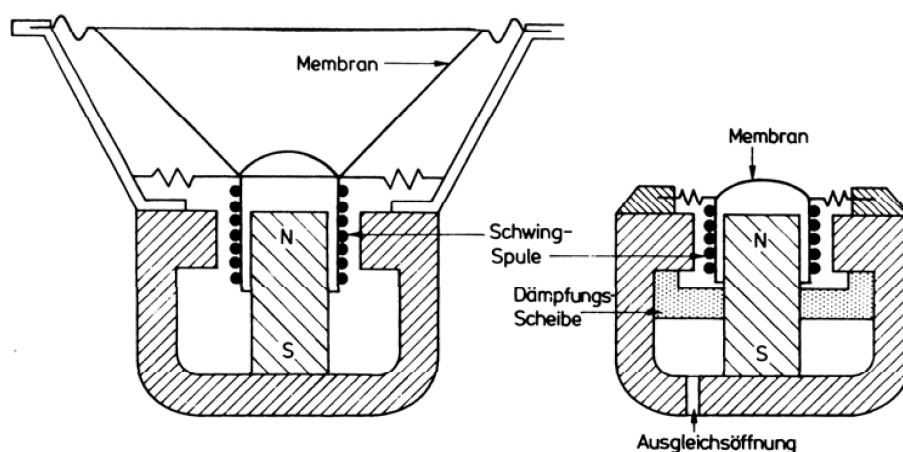
Luftfeuchtigkeit. Man erkennt, dass die Absorption mit steigender Frequenz zunimmt. Um eine möglichst hohe Reichweite des Schalls in Luft zu gewährleisten, sollten zur Laufzeitmessung Wellen im unteren Bereich des Frequenzspektrums von Ultraschall benutzt werden. Die meisten kommerziell erhältliche Ultraschallsender und -mikrophone für eine Übertragung in Luft sind für eine Frequenz von 40 kHz optimiert.

### 2.2.2 Erzeugung und Empfang von Ultraschall

Zur Umwandlung von Schallwellen in elektrische Spannung und umgekehrt werden elektroakustische Wandler benutzt. Sie können auf unterschiedlichen physikalischen Prinzipien basieren. Die gängigsten Bauformen werden im Folgenden kurz vorgestellt.

### Dynamische Wandler

An einer Membran ist eine Schwingspule befestigt, die sich im zylinderförmigen Luftspalt eines Permanentmagneten bewegen kann (Abbildung 2.13). Wird die Membran durch einfallende Schallwellen in Bewegung versetzt, werden in der Spule Spannungen induziert, die abgegriffen und verstärkt werden können (Mikrophon). Umgekehrt versetzen an der Spule angelegte Spannungen die Membran in Schwingungen. Die meisten Lautsprecher basieren auf diesem Prinzip. Aufgrund der Trägheit von Membran und Spule sind dynamische Wandler für hohe Frequenzen, insbesondere im Ultraschall-Bereich, weniger gut geeignet.



**Abbildung 2.13:** Aufbau eines dynamischen Wandler [ZOL93]; links: Lautsprecher; rechts: Mikrophon.

### Kapazitive Wandler

Bei kapazitiven Wandlern besteht die Membran aus einer dünnen Metallfolie. Zusammen mit einer festen Gegenelektrode bildet sie einen Kondensator, dessen Kapazität sich mit den durch den Schall verursachten Bewegungen der Membran ändert (Formel 2.1, kapazitive Beschleunigungssensoren). Befindet sich auf den Elektroden eine konstante Ladung, ändert sich die anliegende Spannung proportional zur Auslenkung der Membran. Dazu muss der Kondensator mit einer hohen Spannung (50-200V) vorpolarisiert werden.

Das notwendige elektrische Feld kann auch durch die Verwendung eines sogenannten Elektrets erzeugt werden. Elektrete sind Isolatoren, die durch Dipolpolarisation während der Herstellung oder durch nachträgliche Ladungsinjektionen eine permanente elektrische Polarisation aufweisen. Bringt man ein solches Elektret zwischen die beiden Elektroden eines Kondensatormikrophones, kann auf das Anlegen einer Vorspannung verzichtet werden (Abbildung 2.14). Elektret-Mikrophone haben bis hin zur hohen Frequenzen einen nahezu linearen Frequenzgang und können sehr klein hergestellt werden.



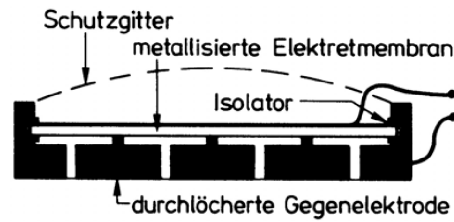


Abbildung 2.14: Aufbau eines Elektretmikrophones [ZOL93].

### Piezokeramische Wandler

Piezokeramische Wandler basieren auf dem Piezoeffekt und sind meist als sogenannte 'Biegeschwinger' realisiert. Bei der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Ultraschallkapsel (Abbildung 2.15) wird dazu eine Lage eines piezokeramischen Materials an einem Metallplättchen befestigt. Durch Anlegen einer Wechselspannung wird der Verbund beider Materialien in mechanische Schwingungen versetzt und erzeugt über eine daran befestigte Membran Schallwellen. Durch Umkehrung dieses Prinzips können auch Schallwellen in elektrische Signale umgewandelt werden. Piezokeramische Wandler eignen sich besonders

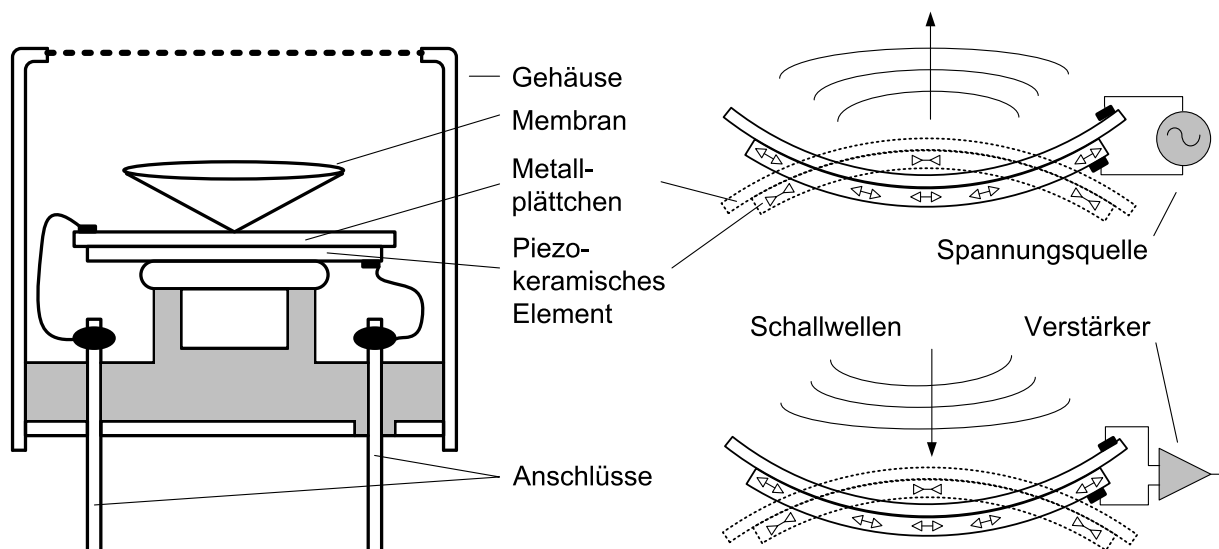


Abbildung 2.15: links: Aufbau einer Ultraschallkapsel [NIC05]; rechts: Erzeugung und Empfang von Ultraschall mit einem piezokeramischen unimorphen Wandler

gut für hochfrequenten Schall. Sie können für bestimmte Resonanzfrequenzen und hohe Q-Faktoren optimiert werden, um so den Wirkungsgrad beziehungsweise die Sensitivität zu erhöhen und nicht-Signalfrequenzen zu unterdrücken. Die hier verwendeten Sender und Empfänger haben eine Resonanzfrequenz von 40 kHz bei einer Bandbreite von etwa 2 kHz

(FWHM<sup>2</sup> des Resonanzmaximums), also einen Q-Faktor von 20.

### 2.2.3 Aufbau von Empfangs- und Sendeeinheit

Üblicherweise befinden sich zur Abstandsmessung Ultraschallsender- und empfänger im selben Modul. Nach der Aussendung einer Ultraschallwelle wird mit einer Uhr die Zeit bis zur Ankunft des reflektierten Signals gemessen, um über die Laufzeit den Abstand des reflektierenden Objektes bestimmen zu können. So wird zum Beispiel in der Schifffahrt der Abstand zum Meeresboden ermittelt (Echolot), oder bei älteren Polaroid-Kameras der Autofokus gesteuert. Für die in dieser Arbeit beschriebene Anwendung bietet diese

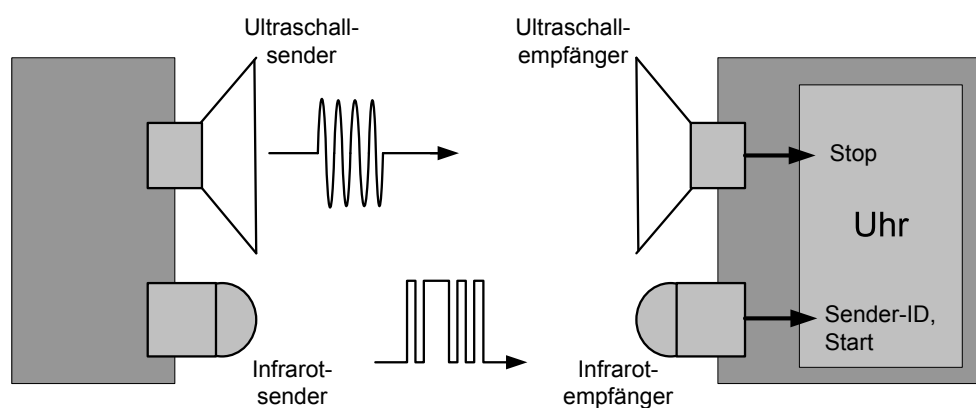


Abbildung 2.16: Prinzip der Ultraschallabstandsmessung

Methode einige Nachteile. Zum einen setzt das Verfahren das Vorhandensein eines Objektes voraus, an dem der Schall reflektiert wird, zum andere muss diese Reflektion in die Richtung des Empfängers erfolgen und möglichst verlustfrei sein. Um diese Probleme zu vermeiden wurden Ultraschallsender- und empfänger im hier beschriebenen System als unabhängige Einheiten realisiert. So kann ein Ultraschallpuls mehrere Empfänger erreichen oder ein Empfänger die Pulse verschiedener Sender empfangen. Dieser Aufbau hat jedoch den Nachteil, dass Sender und Empfänger synchronisiert werden müssen, damit eine Zeitmessung zwischen Senden und Empfangen erfolgen kann. Dazu werden Infrarotsignale ('IR') verwendet. Zeitgleich mit dem Senden eines Ultraschallpulses wird ein IR-Signal erzeugt. Ein Empfänger der das IR-Signal empfängt, startet eine interne Uhr und misst die Zeit bis zur Ankunft des Ultraschallpulses. Die Laufzeit des IR-Signals kann dabei aufgrund der hohen Geschwindigkeit vernachlässigt werden. Abbildung 2.16 zeigt schematisch den Aufbau des Abstandsmesssystems. Im Folgenden wird der Aufbau von Sende- und Empfangseinheit genauer beschrieben.

<sup>2</sup>Full Width Half Maximum: Volle Breite bei halber Höhe

## Sendeeinheit

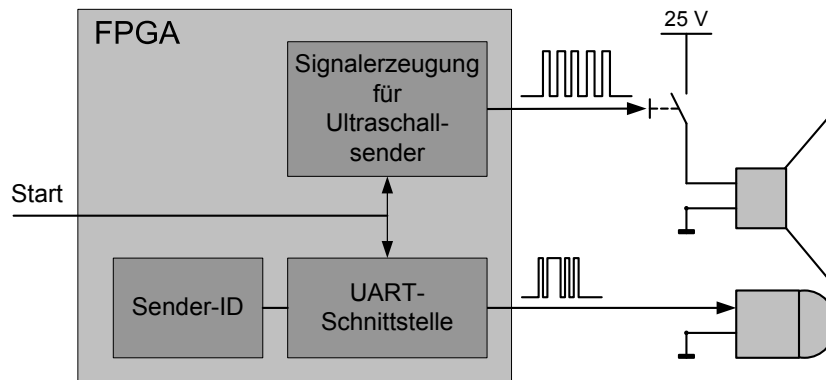


Abbildung 2.17: Aufbau der Sendeeinheit.

Der Ultraschallsender wird mit einer 40 kHz Rechteckspannung mit einer Amplitude von 25 V angesteuert. Diese hohe Spannung wird mit einem Gleichspannungswandler aus der Versorgungsspannung (3,3V) erzeugt und über einen Schalter an den Sender gegeben. Das Signal zur Ansteuerung des Schalters wird in einem FPGA<sup>3</sup> generiert. Die Resonanzeigenschaften (hoher Q-Faktor) des Biegeschwingers im Ultraschallsenders führen dazu, dass er ein Einschwingverhalten aufweist. Möchte man die volle Leistung des Senders nutzen, ergibt sich daraus die minimale Dauer des Ultraschallsignals. Es hat sich gezeigt, dass 25 Perioden der anregenden Rechteckspannung ausreichen, damit das Signal seine maximale Amplitude erreicht. Danach wird die Anregungssoszillation abgeschaltet.

Abbildung 2.18 zeigt das vom Sender abgestrahlte Ultraschallsignal. Es wurde im Abstand von 30 cm mit einem Messmikrophon aufgenommen. Zusammen mit der Nachschwingzeit hat es eine Gesamtdauer von etwa 200  $\mu\text{s}$  und nimmt damit in Luft eine Länge von etwa 70 cm ein. Gleichzeitig mit dem Senden des Ultraschallsignals wird in der Sendeeinheit (Abbildung 2.17) ein kodierte IR-Signal erzeugt. Dieses signalisiert einem Empfänger den Start einer Laufzeitmessung und enthält außerdem die Identifikationsnummer des Senders.

## Empfangeinheit

Die Aufgabe der Empfangseinheit (Abbildung 2.19) besteht darin, das Infrarotsignal zu empfangen, die darin enthaltene Sendernummer zu dekodieren und zu speichern und die Zeit zu messen, bis das Ultraschallsignal ankommt. Die Detektion des Infrarotsignals geschieht mit einer Photodiode. Eine UART<sup>4</sup>-Schnittstelle extrahiert die Sendernummer und überprüft ihre Gültigkeit. Dann wird ein Zähler gestartet. Dieser wird mit einer Frequenz von 3 MHz getaktet und erlaubt somit eine Zeitaufösung von 0,33  $\mu\text{s}$ . Das entspricht bei

<sup>3</sup>Field Programmable Gate Array: Programmierbares Logikbauteil

<sup>4</sup>Universal Asynchronous Receiver/Transmitter: Ein Protokoll mit dem Daten ohne zusätzliches Clock-Signal seriell verschickt und empfangen werden können.

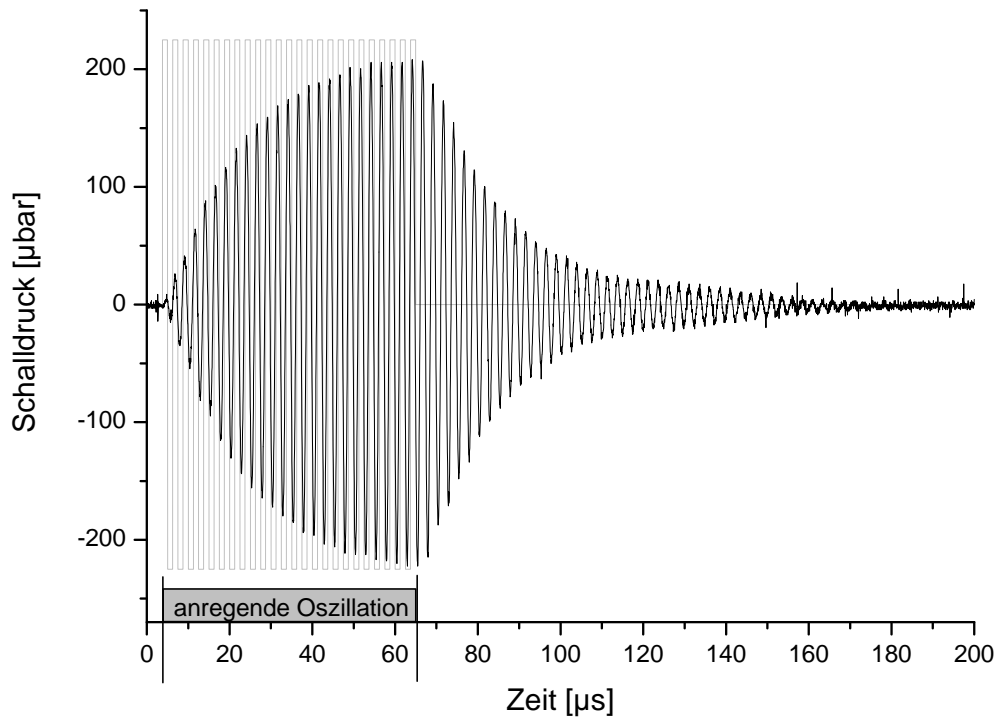


Abbildung 2.18: Ultraschallsignal in 30cm Entfernung vom Sender.

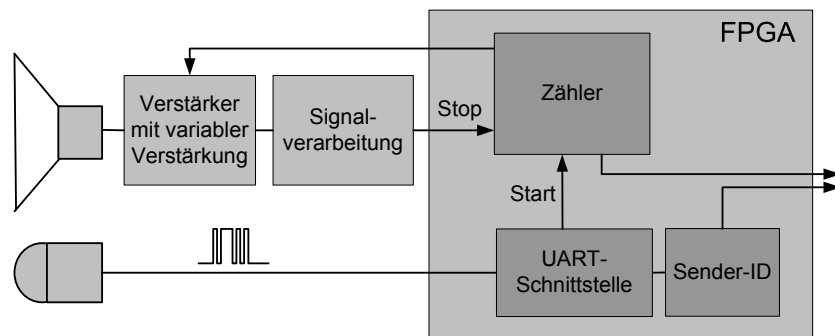


Abbildung 2.19: Aufbau der Empfangseinheit.

Zimmertemperatur einer theoretischen Ortsauflösung der Distanzmessung von  $115 \mu\text{m}$ .

Die eigentliche Schwierigkeit bei der Laufzeitmessung besteht in der Verarbeitung des Ultraschallsignals. Ein Signal wie in Abbildung 2.18 hat nach zehn Metern nur noch 1,5 % seiner ursprünglichen Amplitude (Formel 2.2). Berücksichtigt man zusätzlich die Dämpfung des Schalls in Luft (Abbildung 2.12), sind es etwa 0,5 %. Um Signale in dieser Größenordnung zu detektieren muss der Mikrophonverstärker einen sehr hohen dynamischen Bereich aufweisen. Aus diesem Grund wird die Verstärkung des Signals der Laufzeit angepasst. Ab dem Start des Zählers, wird der Verstärkungsfaktor  $g(t) = G \cdot t$  linear mit der Zeit erhöht. Im Idealfall, insbesondere bei Vernachlässigung der Dämpfung, ergibt

sich so für alle Abstände die gleiche Maximalamplitude  $V_{out}^{pp}$  am Ausgang des Verstärkers:

$$\begin{aligned}
 V_{out}^{pp}(t) &= V^{pp}(t) \cdot g(t) \\
 &= V_0^{pp} \frac{1}{r(t)} \cdot G \cdot t \\
 &= V_0^{pp} \cdot \frac{1}{c_{schall} \cdot t} \cdot G \cdot t \\
 &= V_0^{pp} \cdot \frac{1}{c_{schall}} \cdot G = const
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

Obwohl die Signalamplitude am Ausgang des Verstärkers durch die Dämpfung und unterschiedliche Winkel zwischen Sender und Empfänger immer noch variieren kann, liegt sie durch diese Vorgehensweise immer in einem vernünftigen Arbeitsbereich der Verstärker- und Empfangsschaltung.

Eine weitere Herausforderung besteht in der Extraktion einer möglichst exakten Zeitmarke aus dem empfangenen Ultraschallsignal. Im Idealfall wird der Empfangszeitpunkt immer an der gleichen Stelle des empfangenen Wellenzuges bestimmt. Eine Diskriminierung durch die Überschreitung einer Schwelle ist also aufgrund der variablen Signalamplitude und des Einschwingverhalten des Senders ungeeignet. Deshalb wurde ein sogenannter 'Constant Fraction Diskriminator' (CFD) implementiert. Dieser bestimmt den Zeitpunkt,

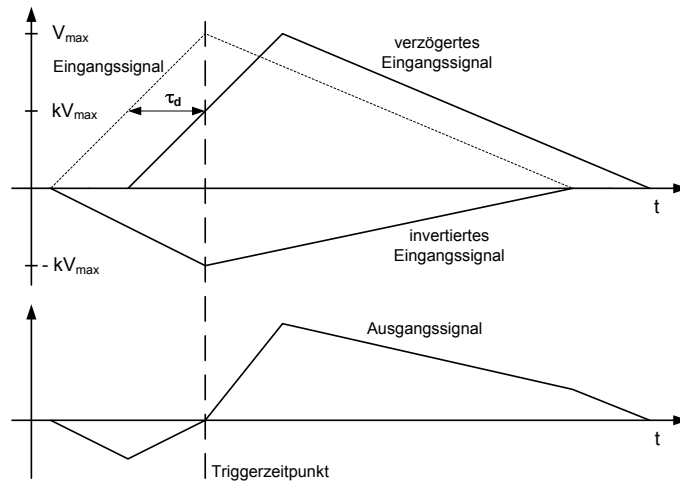
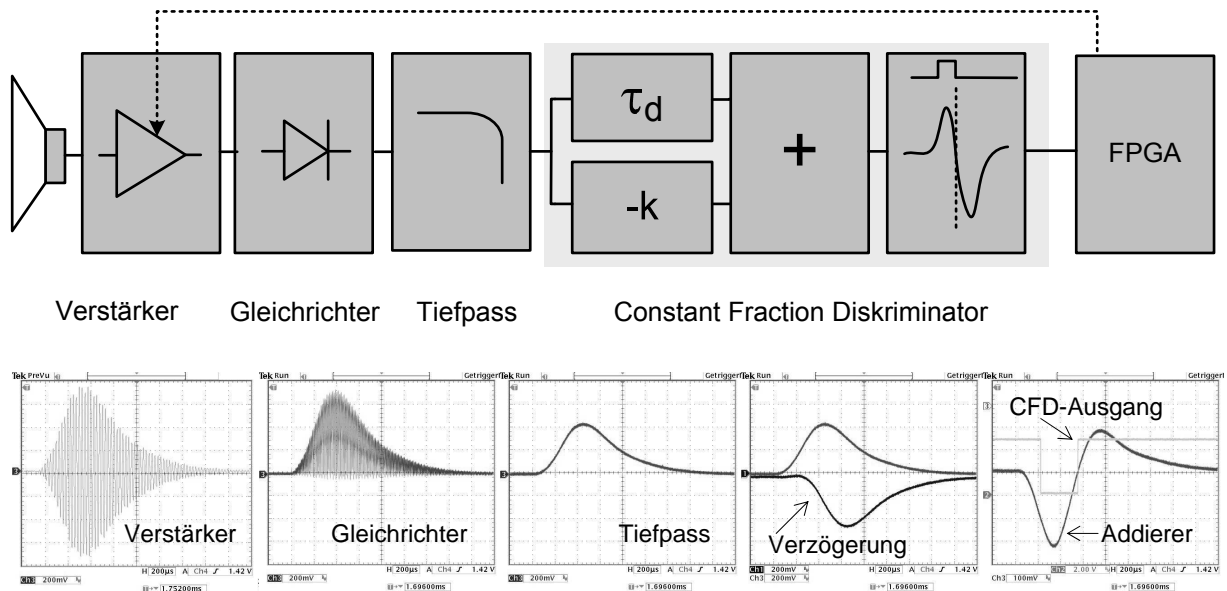


Abbildung 2.20: Prinzip eines *Constant Fraction Diskriminators*.

an dem ein Signal einen bestimmten Anteil seiner Maximalamplitude erreicht hat. Unter der Voraussetzung, dass die Anstiegszeit der Signale trotz unterschiedlicher Amplituden immer gleich ist, ist dieser Zeitpunkt unabhängig von der absoluten Amplitude des empfangenen Signals. Abbildung 2.20 zeigt das Prinzip eines CFDs. Das Signal wird in zwei getrennten Schaltkreisen weiterverarbeitet. In einem wird es um die Zeit  $\tau_d$  verzögert.  $\tau_d$  ist dabei die Anstiegszeit des Signals vom gewünschten Anteil der Maximalamplitude  $k \cdot V_{max}$  bis zur Maximalamplitude  $V_{max}$ . In dem anderen Schaltkreis wird das Eingangssignal um den Faktor  $-k$  verstärkt. Addiert man nun die Ausgänge der beiden Signalwege,

## 2 Systemaufbau

so ergibt sich ein Signal, das einen Nulldurchgang zu dem Zeitpunkt hat, an dem das verzögerte Eingangssignal den Faktor  $k$  seiner Maximalamplitude erreicht hat. Der Zeitpunkt des Nulldurchgangs kann mit einem Komparator bestimmt werden. Die Zeit zwischen der Ankunft des Signals und dem Nulldurchgang des Diskriminators ist immer konstant und muss später von der gemessenen Schalllaufzeit abgezogen werden.



**Abbildung 2.21:** oben: Signalverarbeitungskette im Empfängermodul; unten: Oszilloskopaufnahmen des Signals in den verschiedenen Stadien der Verarbeitung

Abbildung 2.21 zeigt ein Blockschaltbild der Schaltung zur Verarbeitung des Ultraschallsignals. Das verstärkte Signal wird zunächst gleichgerichtet und dann mittels ein Tiefpasses gefiltert. So kann die Einhüllende des Wellenzugs extrahiert werden. Ihre Form ist hauptsächlich durch das Einschwingverhalten des Senders bestimmt. Eine Diskriminierung des Signals mit einem CFD ist demnach möglich. Das digitale Ausgangssignal des Diskriminators liefert den genauen Ankunftszeitpunkt des Ultraschallpulses, unabhängig von dessen Amplitude.

## 2.3 Hardware und Software

Eine Besonderheit des in dieser Arbeit beschriebenen Trackingsystems ist, dass es neben einem PC ausschließlich aus einer Anzahl eigenständig funktionierender Module ('Sensoreinheiten') besteht. Diese haben alle einen ähnlichen Aufbau, können aber unterschiedliche Aufgaben, wie Orientierungsmessung, Ultraschallempfang oder Ultraschallsendung übernehmen. Der Aufbau dieser Sensoreinheiten sowie deren Zusammensetzung zu einem Gesamtsystem werden in diesem Abschnitt beschrieben.

### 2.3.1 Aufbau einer Sensoreinheit

#### Kontroll-Platine

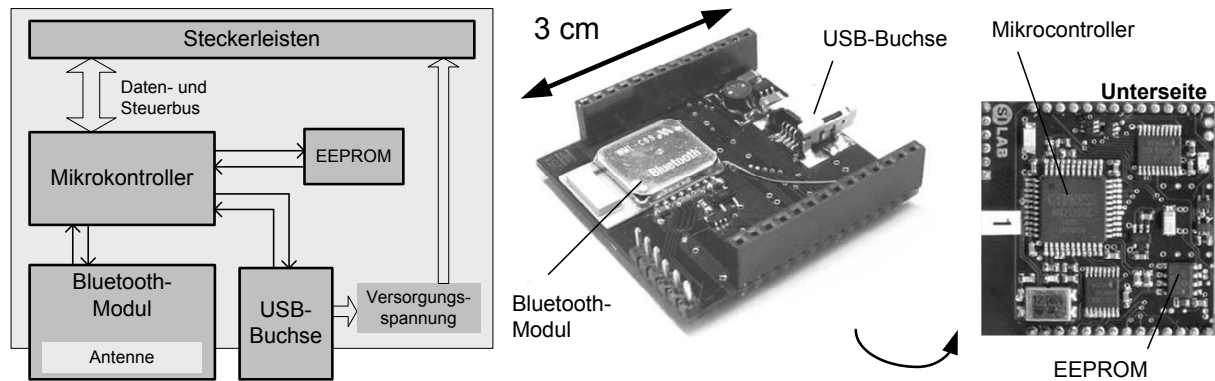


Abbildung 2.22: Blockschaltbild und Foto der Kontroll-Platine.

Die Basis einer Sensoreinheit bildet die Kontroll-Platine (Abbildung 2.22). Auf ihr befindet sich ein Mikrokontroller der die Datennahme steuert. Dazu kontrolliert er einen Datenbus, der über eine Steckerleiste mit den anderen Modulen einer Sensoreinheit verbunden wird. Die Firmware zum Betrieb des Mikrokontrollers ist in einem EEPROM<sup>5</sup> gespeichert. Dort können auch Information wie zum Beispiel die Kalibrationsparameter der Sensoren abgelegt werden. Eine weitere Aufgabe des Mikrokontrollers ist die Kommunikation mit dem PC. Dazu wird die Platine über ein entsprechendes Kabel an die USB-Schnittstelle<sup>6</sup> des Computers angeschlossen. Geeignete Hardware-Treiber und Software auf der PC-Seite ermöglichen nun Auslese und Steuerung der Sensoreinheit. Desweiteren stellt der USB-Bus die Versorgungsspannung (5V) zur Verfügung.

Alternativ zur USB-Schnittstelle gibt es die Möglichkeit, das Sensorsystem über eine Funkverbindung an den Steuerrechner anzubinden. Hierzu befindet sich auf der Kontroll-Platine ein Bluetooth-Modul<sup>7</sup>. Dieses Modul enthält eine Antenne und weitere Bauteile, die zum Senden und Empfangen von Daten mit dem Bluetooth-Protokoll nötig sind. Im Falle einer Funkanbindung wird die Versorgungsspannung für die Sensoreinheit von einem Akkumodul bereitgestellt, das über die USB-Buchse angeschlossen wird.

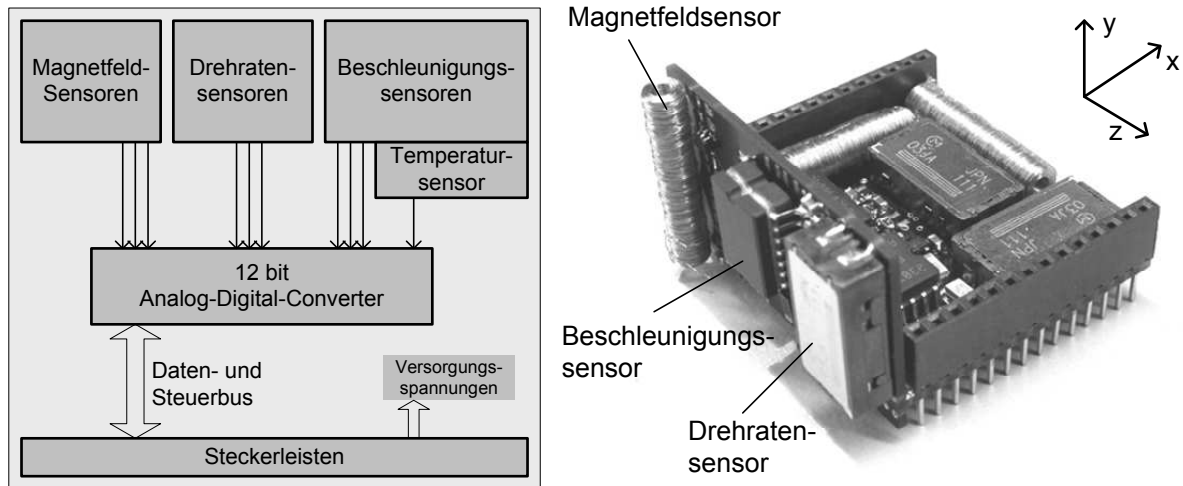
#### Inertialsensoren

Die Inertialsensor-Platine besteht aus zwei senkrecht zueinander stehenden Leiterplatten, auf denen die Beschleunigungs-, Drehraten- und Magnetfeldsensoren angebracht sind

<sup>5</sup>Electronically Erasable Programmable Read-Only Memory: Nichtflüchtiger Speicherbaustein.

<sup>6</sup>Universal Serial Bus: ein Bussystem zur Anbindung externer Geräte an den PC [USB05].

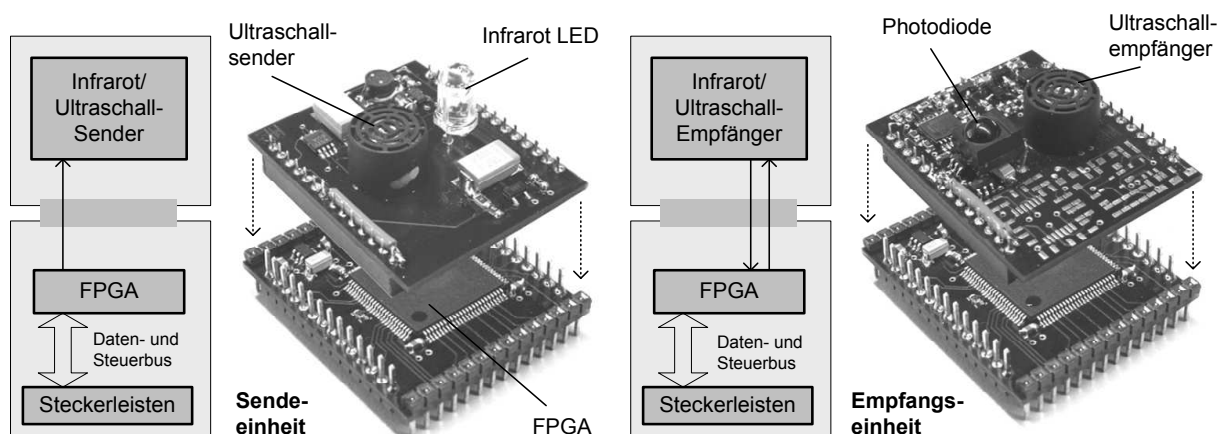
<sup>7</sup>Bluetooth<sup>®</sup>: Industriestandard für die drahtlose Vernetzung von Geräten [BLU05].



**Abbildung 2.23:** Blockschaftbild und Foto der Inertialsensor-Platine.

(Abbildung 2.23). Außerdem befinden sich auf ihr Verstärker und Filter zur Vorverarbeitung der Sensorsignale und ein Mehrkanal-ADC, der die Signale digitalisiert. In den Beschleunigungssensoren befinden sich Temperatursensoren von denen einer ebenfalls an den ADC angeschlossen ist. Die Platine wird über Steckerleisten mit der Kontroll-Platine verbunden. Dadurch wird sie mit Spannung versorgt und der ADC wird an den Daten- und Steuerbus des Mikrokontrollers angeschlossen. Die Kombination von Kontroll-Platine und Inertialsensor-Platine bildet eine funktionstüchtige Einheit des Sensorsystems. Mit ihr können die Daten der Inertialsensoren an einen Computer übertragen werden, aus denen dann die Orientierung der Einheit rekonstruiert werden kann.

### Ultraschallmodule

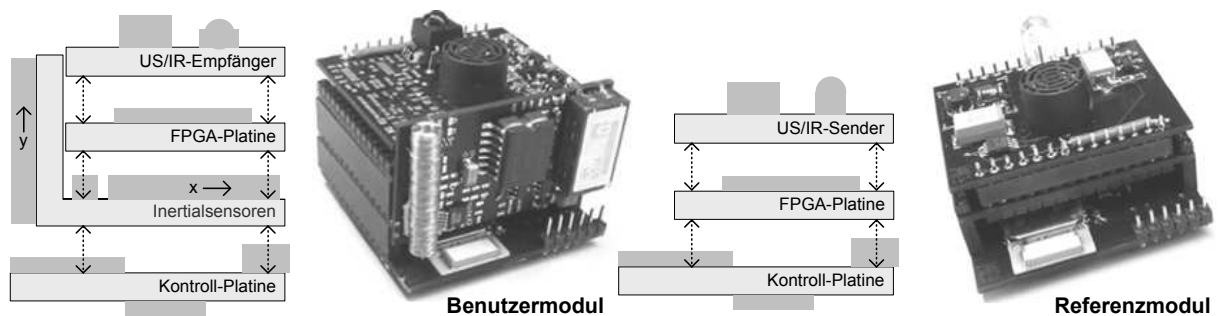


**Abbildung 2.24:** Blockschaftbild und Foto der Module zur Entfernungbestimmung.



Die Funktionsweise der Module zur Entfernungsbestimmung wurde in Abschnitt 2.2.3 beschrieben. Ihr Aufbau ist in Abbildung 2.24 dargestellt. Sowohl die Sende- als auch die Empfangseinheit basieren auf einer Leiterplatte, auf der sich ein FPGA befindet. Diese wird über Steckerleisten mit der Kontroll-Platine oder der Inertialsensor-Platine verbunden und ermöglicht auf diese Weise die Ansteuerung des FPGAs über den Daten- und Steuerbus des Mikrokontrollers. Mit einer weiteren Steckverbindung wird die Platine mit den eigentlichen Sende- und Empfangskomponenten mit der FPGA-Platine verbunden. Auf einer Sendeeinheit befinden sich eine Ultraschallsender und eine Infrarot-LED. Auf einer Empfangseinheit ist ein Ultraschallempfänger, eine Photodiode und die Elektronik zur Verarbeitung der Ultraschallsignale untergebracht.

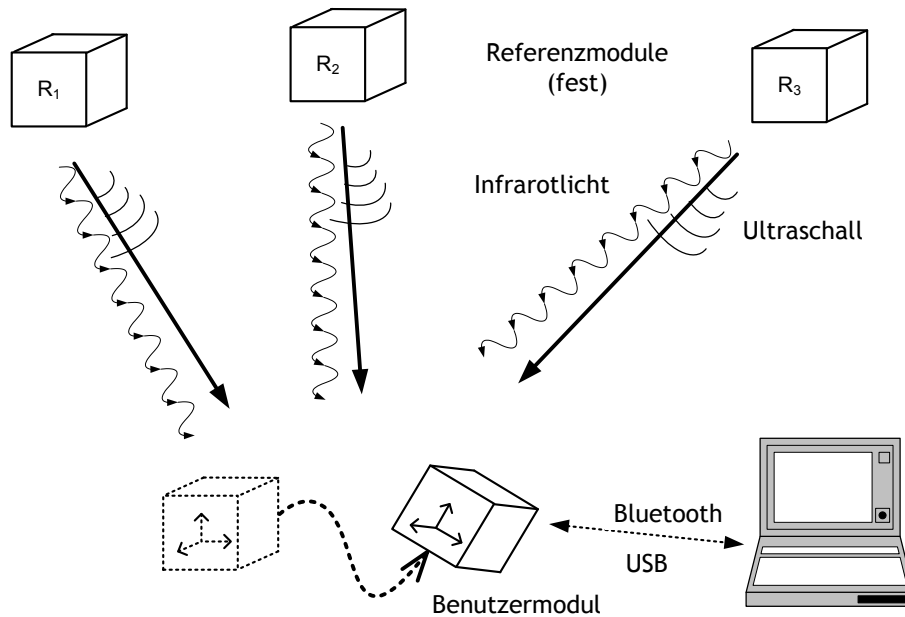
Je nach Bedarf kann eine Sensoreinheit so zusammengesetzt werden, dass sie in der Lage ist, entweder Ultraschallsignale zu senden oder zu empfangen. Für den Aufbau des Gesamtsystems werden zwei Arten von Sensoreinheiten benutzt (Abbildung 2.25). Ein 'Referenzmodul' besteht aus einer Kontroll-Platine und einer Sendeeinheit für Ultraschall. Da es sich an einer festen Position im Raum befinden wird, kann hier auf die Inertialsensor-Platine verzichtet werden. Ein 'Benutzermodul' besteht aus einer Kontroll-Platine, einer Inertialsensor-Platine und einer Empfangseinheit für Ultraschall. Es ist somit in der Lage, die Daten der Inertialsensoren und die Abstände zu Referenzmodulen an einen PC zu übertragen.



**Abbildung 2.25:** Aufbau und Foto eines Benutzermoduls (links) und eines Referenzmoduls (rechts).

### 2.3.2 Systemtopologie

Der prinzipielle Aufbau des Trackingsystems, bestehend aus Referenz- und Benutzermodulen, ist in Abbildung 2.26 dargestellt. Eine Anzahl von Referenzmodulen ist an festen Punkten im Raum (zum Beispiel an der Decke oder an den Wänden) angebracht. Ein Benutzermodul ist am zu verfolgenden Objekt befestigt. Alle Module sind über eine USB- oder Funkverbindung mit einem Computer verbunden. Das Benutzermodul sendet die Messwerte der Inertialsensoren an den PC. Initiiert eines der Referenzmodule eine Abstandsmessung und wird diese im Benutzermodul erfolgreich durch den Empfang des



**Abbildung 2.26:** Prinzipieller Aufbau eines Systems aus Benutzer- und Referenzmodulen.

Infrarot-Pulses und des Ultraschall-Pulses abgeschlossen, so wird die gemessene Schalllaufzeit zusammen mit der ID des sendenden Moduls ebenfalls an den PC übertragen. Zusammen mit den bekannten Positionen der Referenzmodule<sup>8</sup> reichen die auf diese Weise von einem Benutzermodul ermittelten Daten aus, um dessen Position und Orientierung bestimmen zu können. Aufgrund dieser Tatsache können im Prinzip beliebig viele Benutzermodule unabhängig voneinander und gleichzeitig arbeiten, ohne dass die Datenwiederholrate der einzelnen Module beeinträchtigt wird. Der Raumbereich in dem eine Verfolgung möglich ist, wird durch die Verteilung der festen Referenzmodule bestimmt, deren Anzahl ebenfalls beliebig erweiterbar ist. Eine praktische Grenze für die Gesamtanzahl der benutzten Sensoreinheiten ist nur durch die maximale Zahl der möglichen USB- oder Funkverbindungen zu einem Computer und durch seine begrenzte Rechenleistung gegeben. Die Software des Trackingsystem wurde jedoch so konzipiert, dass sie auf mehrere Rechner verteilt werden kann (Abschnitt 2.3.3).

Da die Ultraschallmessungen immer nur nacheinander erfolgen können, ist es vorteilhaft, wenn mit einer Messung möglichst viele Abstände auf einmal bestimmt werden können. Diesbezüglich ist die oben beschriebene Systemtopologie optimal, wenn die Anzahl der Benutzermodule größer als die Anzahl der Referenzmodule ist. Im umgekehrten Fall wäre die Sendung der Ultraschallsignale vom Benutzer zur Referenz effizienter. Mit einer einzigen Ultraschallmessung können dann die Abstände zu allen erreichbaren Referenzen gleichzeitig gemessen werden. Durch den Austausch der Sende- und empfangseinheiten auf den Sensormodulen lässt sich das System auch in dieser alternativen Konfiguration betreiben. Dabei gibt es jedoch auch Nachteile. Zum einen werden die Abstandsinformationen um die

<sup>8</sup>in Abschnitt 5.1.2 wird ein Verfahren zur Vermessung der Referenzpositionen vorgestellt

Laufzeit des Schalls verzögert. Da sich das sendende Modul im Allgemeinen in Bewegung befindet, ist die gemessene Entfernung zum Ankunftszeitpunkt der Ultraschallwelle am Referenzmodul nicht mehr aktuell. Zum anderen sinkt die Rate der Abstandsmessungen eines Benutzermoduls mit der Anzahl der Benutzer, da diese ihre Messungen nacheinander durchführen müssen. Ein weiterer Nachteil ist, dass Benutzer- und Referenzmodule nicht mehr unabhängig voneinander sind und somit eine Verteilung der Software auf mehrere Rechner erschwert wird.

### 2.3.3 Software

Der modulare Aufbau des Trackingsystems setzt sich in der Struktur der Trackingsoftware fort. Sie wurde in der objektorientierten Programmiersprache C++ geschrieben und kann auf einem handelsüblichen PC mit Windows<sup>®</sup>-Betriebssystem [WIN05] ausgeführt werden. Die Funktion der Software lässt sich in vier Hauptaufgaben unterteilen, die im Folgenden beschrieben werden.

#### Sensorverwaltung

Alle an den Rechner angeschlossenen Sensoreinheiten werden in der Software durch Objekte repräsentiert, die in einer Liste verwaltet werden. Diese Objekte ermöglichen die Kommunikation mit den einzelnen Einheiten. Es spielt dabei keine Rolle, ob es sich dabei um Referenz- oder Benutzermodule handelt und sie über die USB- oder die Funkschnittstelle an den Rechner angebunden sind. Es können während der Laufzeit des Programms Sensoreinheiten hinzugefügt oder entfernt werden. Die maximale Anzahl über USB angeschlossener Module ist durch die Zahl der USB-Schnittstellen am PC begrenzt. Pro Schnittstellen können theoretisch 127 Module angeschlossen werden. Außerdem können weitere sieben Sensoreinheiten über Bluetooth mit einem Rechner verbunden werden. Diese Zahl ergibt sich aus der bei diesem System verwendeten Netzwerktopologie (das so genannte 'Piconet'), bei der ein Bluetooth Master mit sieben Bluetooth Slaves gleichzeitig über Funk kommunizieren kann.

#### Referenzprozess

Der Referenzprozess koordiniert alle mit dem Rechner verbundenen Referenzmodule zur Entfernungsmessung. Um eine falsche Zuordnung zwischen Infrarot- und Ultraschallsignal zu verhindern, muss darauf geachtet werden, dass die Echos im Raum zu Beginn einer neuen Messung hinreichend abgeklungen sind. Es hat sich gezeigt, dass dazu eine Zeit von etwa 25 ms ausreicht, was einer Laufstrecke von etwa 9 m entspricht. Der Referenzprozess sendet in diesem Abstand Kommandos an die einzelnen Module, die daraufhin durch Senden von Ultraschall- und Infrarotsignal eine Entfernungsmessung starten. Bei einem Systemaufbau mit vier Referenzmodulen kann ein Benutzermodul auf diese Weise seinen

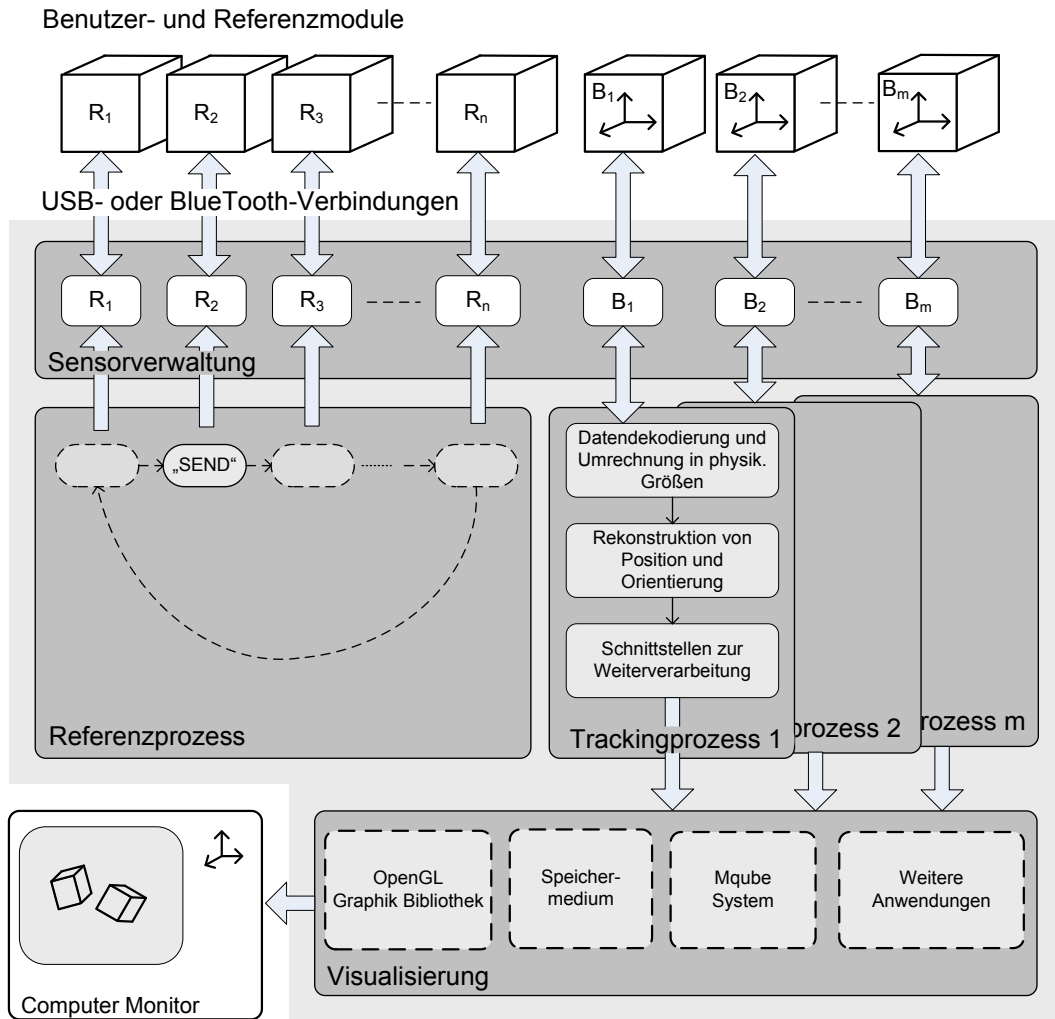


Abbildung 2.27: Schematischer Aufbau des Trackingssystems und der Trackingsoftware.

Abstand zu allen vier Referenzpositionen innerhalb von 100 ms ermitteln. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich das Benutzermodul in Reichweite der vier Referenzmodule befindet.

### Trackingprozess

Für jedes an den Rechner angeschlossene Benutzermodul wird von der Sensorverwaltung ein so genannter 'Trackingprozess' erzeugt. Dieser nimmt die Daten der Sensoreinheit entgegen und rekonstruiert aus ihnen die aktuelle Position und Orientierung des Moduls. Die Datenübertragung zum PC geschieht in einzelnen Datenpaketen. Ein Paket enthält die Daten der Inertialsensoren, die Temperatur, eine Zeitmarke und im Falle einer abgeschlossenen Entfernungsmessung die gemessene Schalllaufzeit und die ID des entsprechenden Referenzmoduls. Die Rate der Datenpakete hängt von der Verbindungart

zur Sensoreinheit ab. Über die USB-Schnittstelle sind Raten bis zu 1 kHz möglich, im Falle einer Bluetooth-Verbindung sind es maximal 100 Hz. Eine weitere wichtige Eigenschaft der Datenübertragung ist ihre Latenz. Das ist die Zeit, die von der Digitalisierung der Sensordaten bis zur Verarbeitung der Messwerte im PC vergeht. Sie wurde bei einer USB-Verbindung zu 3 ms und bei einer Bluetooth-Verbindung zu 180 ms bestimmt. Nachdem die Datenpakete dekodiert wurden und die ADC-Daten in physikalische Größen umgerechnet wurden, werden sie an den Rekonstruktionsalgorithmus übergeben. Die errechneten Positions- und Orientierungsdaten werden dann über verschiedene Schnittstellen zur Weiterverarbeitung an anderer Softwaremodule weitergegeben.

### Visualisierung

Zur Echtzeitdiagnose und einfachen Kontrolle kann die Trackingsoftware die rekonstruierten Positions- und Orientierungsdaten der einzelnen Benutzermodule visualisieren. Die Daten werden dazu auf dreidimensionale Modelle übertragen, die mit Hilfe der OpenGL Grafikbibliothek [OGL05] auf dem Bildschirm dargestellt werden.

Im mqube-System (Kapitel 1.1) werden die Daten über eine Netzwerkverbindung an die anderen Systemkomponenten übertragen, wo sie zur Berechnung und Darstellung der virtuellen Szenen in einem Head-Mounted-Display benutzt werden.

Weitere Schnittstellen ermöglichen die Speicherung der Daten oder ihre Einbindung in andere Anwendungen.

Da die einzelnen Trackingprozesse und der Referenzprozess unabhängig voneinander sind, ist es möglich sie auf mehrere Rechner zu verteilen. Im Prinzip kann jeder Prozess auf einem anderen PC gestartet werden. Die Sensorverwaltung verwaltet dabei nur die mit ihm verbundenen Sensormodule. Die Positionen der Referenzmodule müssen jedoch den einzelnen Trackingprozessen bekannt sein, um eine Rekonstruktion der Position zu ermöglichen.

## 2.4 Zusammenfassung

In Tabelle 2.1 sind einige Eigenschaften des Systems noch einmal zusammengefasst.

Das System kann aufgrund seines modularen Aufbaus an die Anforderungen unterschiedlicher Umgebungen und Anwendungen angepasst werden. Es können die Sensordaten mehrerer Module gleichzeitig gemessen und verarbeitet werden, ohne dass die Datenrate der einzelnen Einheiten sinkt. Die Datenrate entspricht mit 100 bis 1000 Hz den Anforderungen und ermöglicht die flüssige Darstellung bewegter Bilder in einem Head-Mounted-Display oder auf einem Bildschirm. Die Latenz der Datenübertragung von 3 ms bei einem über USB angeschlossenen Modul ist dabei für den Menschen kaum bemerkbar. Bei einem über Bluetooth angeschlossenes Modul benötigen die Daten eine Zeit von etwa 180 ms bis sie im PC weiterverarbeitet werden können. Die auf virtuelle Objekte übertragenen

## 2 Systemaufbau

Datenübertragung	USB	Bluetooth
Maximale Anzahl von Sensoreinheiten	127/Schnittstelle	7/Master
Mindestanzahl von Referenzmodulen in einem System	4	
Latenz der Datenübertragung	3 ms	180 ms
Maximale Datenrate		
Inertial- und Magnetfeldsensoren	1000 Hz	100 Hz
Entfernungsmessungen	40 Hz	
Stromverbrauch		
Benutzermodul	85 mA	
Referenzmodul	55 mA	

**Tabelle 2.1:** Eigenschaften des Systems

Bewegungsdaten weisen dann eine merkliche Verzögerung gegenüber der echten Bewegung auf, so dass diese Art der Datenübertragung für Echtzeit-Anwendungen weniger geeignet ist. In Anwendung, bei denen die Daten nur aufgenommen werden um sie später zu analysieren, bietet sie jedoch eine interessante Alternative zur Datenübertragung über die USB-Schnittstelle. Zur Ansteuerung der Referenzmodule ist die Funkanbindung ebenfalls gut geeignet, da dort die Latenz keine Rolle spielt.

# 3 Untersuchung der Sensoreigenschaften

In diesem Kapitel werden die Eigenschaften der einzelnen verwendeten Sensoren und des Ultraschallsystems untersucht.

## 3.1 Inertialsensoren

Die Untersuchungen der Eigenschaften der einzelnen Sensoren wurden mit einem System durchgeführt, welches ein Sensormodul definierten und reproduzierbaren Bewegungen aussetzen kann [KRA02]. Dieses 'Positioniersystem' (Abbildung 3.1) verfügt über zwei Linearachsen und ein darauf befestigten Doppel-Drehtisch. In der durch die beiden Linearachsen aufgespannten Ebene von einem Quadratmeter lassen sich Positionen mit etwa  $100 \mu\text{m}$  Genauigkeit anfahren. Dabei können Trajektorien programmiert werden, in denen maximale Beschleunigungen in der Größenordnung der Erdbeschleunigung ( $9,81 \text{ m/s}^2$ , im Folgenden häufig mit 'g' bezeichnet) auftreten. Die Winkelgenauigkeit der beiden Drehtische beträgt etwa  $0,05^\circ$ . Es können Winkelgeschwindigkeiten von bis zu  $360^\circ/\text{s}$  erreicht werden.

### 3.1.1 Rauschen und Nichtlinearitäten

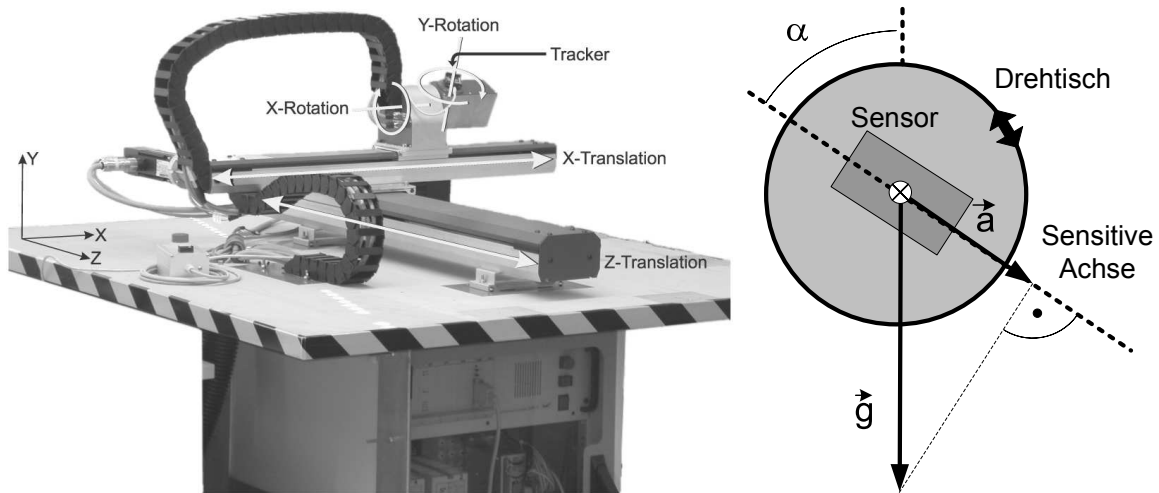
#### Beschleunigung

Zur Vermessung der Beschleunigungssensoren wurde ein Sensor so auf einem der beiden Drehtische befestigt, dass beliebige Winkel zwischen der sensitiven Achse und dem Gravitationsvektor eingestellt werden können (Abbildung 3.1)<sup>1</sup>. Dabei stehen die sensitive Sensorachse und die Gravitationsachse senkrecht zur Drehachse. Die auf den Sensor

---

<sup>1</sup>Prinzipiell ist eine Vermessung der Beschleunigungssensoren auch mit Hilfe der Linearachsen des Positioniersystems möglich. Durch die endliche Länge des Verfahrbereichs ist es jedoch nicht möglich Beschleunigungen in der Größenordnung der Erdbeschleunigung über einen Zeitraum von mehr als 40 ms zu halten. Zudem erzeugen die Regelkreise der Linearachsen kurzzeitige Beschleunigungsspitzen, die eine präzise Messung erschweren.

### 3 Untersuchung der Sensoreigenschaften



**Abbildung 3.1:** links: Positioniersystem zur Untersuchung der Sensoreigenschaften; rechts: Schema zur Vermessung der Beschleunigungssensoren.

wirkende Beschleunigung ist dann ein Bruchteil der Erdbeschleunigung  $g$ :

$$|\vec{a}| = \cos(\alpha) \cdot |\vec{g}|. \quad (3.1)$$

Für verschiedene Beschleunigungswerte wurden jeweils 200 Messwerte aufgenommen und eine Gerade an die Mittelwerte angepasst (Abbildung 3.2, oben). Aus der Geradensteigung wurde die Sensitivität des Sensors zu  $18,1 \text{ ADC-Einheiten}/(m/s^2)$  bestimmt. Daraus ergibt sich eine Auflösung von  $0,055 \text{ m/s}^2$ , was etwa  $0,5\%$  der Erdbeschleunigung entspricht. Im rechten Diagramm ist die Abweichung der Mittelwerte von der Geraden dargestellt. Der mittlere quadratische Fehler durch die Nichtlinearität des Sensors beträgt  $0,37 \text{ ADC-Einheiten}$ , beziehungsweise  $0,02 \text{ m/s}^2$ . Die Fehlerbalken zeigen die Streuungen der einzelnen Messwerte um ihren Mittelwert. Diese Streuung kommt durch das Rauschen des Sensors zustande. Das untere Diagramm zeigt die Verteilung von 10000 Messwerten eines sich in Ruhe befindenden Sensors. Die Abweichung vom Mittelwert beträgt  $0,95 \text{ ADC-Einheiten}^2$ . Das entspricht den Fehlerbalken im oberen Diagramm und ist ein Maß für die Präzision der Messung. Die Messungenauigkeiten des Sensors durch Nichtlinearitäten und Rauschen liegen damit in der Größenordnung der ADC-Auflösung.

#### Drehratensensoren

Zur Untersuchung der Eigenschaften der Drehratensensoren wurde ebenfalls das in Kapitel 2.1.1 beschriebene Positioniersystem verwendet. Zur Bestimmung der Linearität wurde ein Sensor mit Hilfe des Drehtellers mit verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten zwischen  $-350 \text{ }^\circ/s$  und  $350 \text{ }^\circ/s$  gedreht. Dabei wurden jeweils 500 Messwerte aufgenommen. An die

<sup>2</sup>Die Anpassung einer Gaußkurve an die Verteilung ergab ein Sigma von  $0,7 \text{ ADC-Einheiten}$ . Das zeigt, dass das Rauschen nicht exakt gaußverteilt ist



Daten wurde eine Gerade angepasst, die Abweichung der Mittelwerte von der Geraden sind in Abbildung (3.3 links) dargestellt. Aus der Geradensteigung wurde die Sensitivität des Sensors zu 1,98 ADC-Einheiten/(°/s) bestimmt, woraus sich eine Auflösung von 0,51 °/s ergibt. Der mittlere quadratische Fehler durch die Nichtlinearität des Sensors beträgt 1,3 ADC-Einheiten, was etwa 0,7 °/s entspricht. Die Fehlerbalken entsprechen der Standardabweichung der einzelnen Messwerte vom Mittelwert. Es ist zu erkennen, dass die Streuung ohne Rotation viel kleiner ist, als bei den Messungen mit drehendem Sensor. Das kann durch eine Eigenschaft des Positioniersystems erklärt werden. Der Drehmotor, der die entsprechende Drehung ausführt ist ein Schrittmotor. Die einzelnen Schritte, die eine gewünschte mittlere Rotationsgeschwindigkeit des Drehtellers erzeugen, werden vom Gyroskop wahrgenommen und führen zu einer größeren Streuung der Messwerte.

Um das Rauschen des Sensors zu bestimmen, wurde eine Gaußkurve an die Verteilung von 10000 Messwerten eines ruhenden Sensors angepasst (Abbildung 3.3 rechts). Das  $\sigma$  der Anpassung liegt bei 0,51 ADC-Einheiten beziehungsweise 0,26 °/s. Wie bei den Beschleunigungssensoren liegt auch bei den Gyroskopen der Fehler durch die Nichtlinearität des Sensors und das Sensorrauschen in der Größenordnung der ADC-Auflösung.

## 3.1.2 Temperaturabhängigkeit

### Beschleunigungssensoren

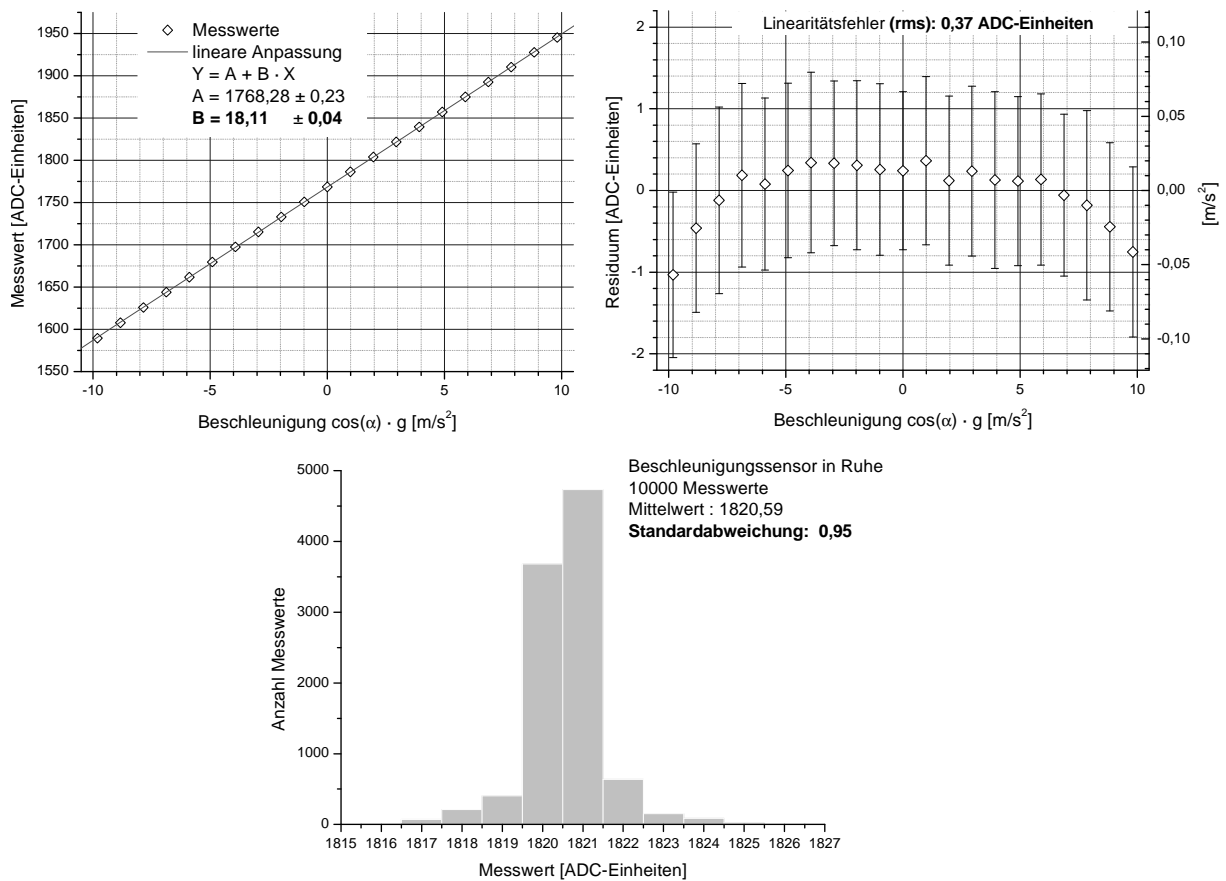
Da es sich bei den Sensoren um mikro-mechanische Bauteile handelt, unterliegen ihre Eigenschaften Temperaturabhängigkeiten und Exemplarstreuungen, die im Folgenden untersucht werden. Mit Hilfe eines Temperaturschranks wurden bei Temperaturen zwischen 10 und 40°C Messungen mit verschiedenen Beschleunigungssensoren aufgenommen. Die Sensoren wurden so ausgerichtet, dass sowohl der Messwert des Sensors ohne wirkende Beschleunigung entlang seiner sensitiven Achse ('Offset') als auch die Sensitivität bestimmt werden konnten. Dabei wurde sichergestellt, dass sich nach Erreichen einer Temperatur im Schrank, der Sensor und seine Umgebung im thermischen Gleichgewicht befanden.

Abbildung 3.4 zeigt die Temperaturabhängigkeit von Offset und Sensitivität von vier verschiedenen Sensoren. Die Änderung von Offset und Sensitivität pro Grad Celsius sind in den beiden unteren Diagrammen dargestellt. Die Sensitivitätsänderung liegt im Bereich von 25°C unterhalb von 0,1% pro Grad Celsius. Bei einer Beschleunigung in der Größenordnung der Erdbeschleunigung führt das zu einer Verschiebung des Messwertes von weniger als einer ADC-Einheit und kann daher vernachlässigt werden. Die temperaturbedingte Offsetänderung kann bis zu 3 ADC-Werten pro Grad Celsius betragen, was einer Beschleunigung von 0,16  $m/s^2$  entspricht.

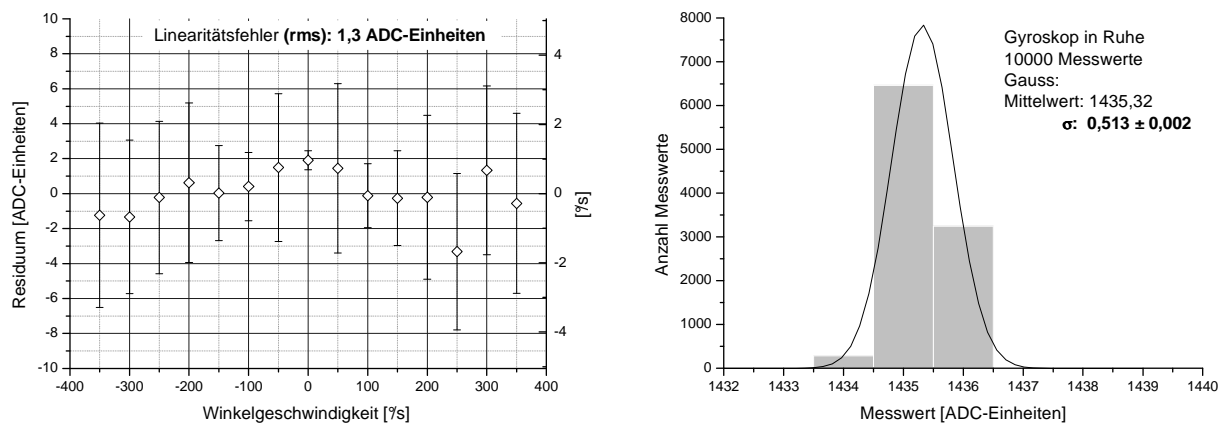
### Drehratensensoren

Die Gyroskope zeigen eine starke Temperaturabhängigkeit, welche ebenfalls mittels des Temperaturschranks vermessen wurde. In einem Temperaturbereich zwischen 10 und 40

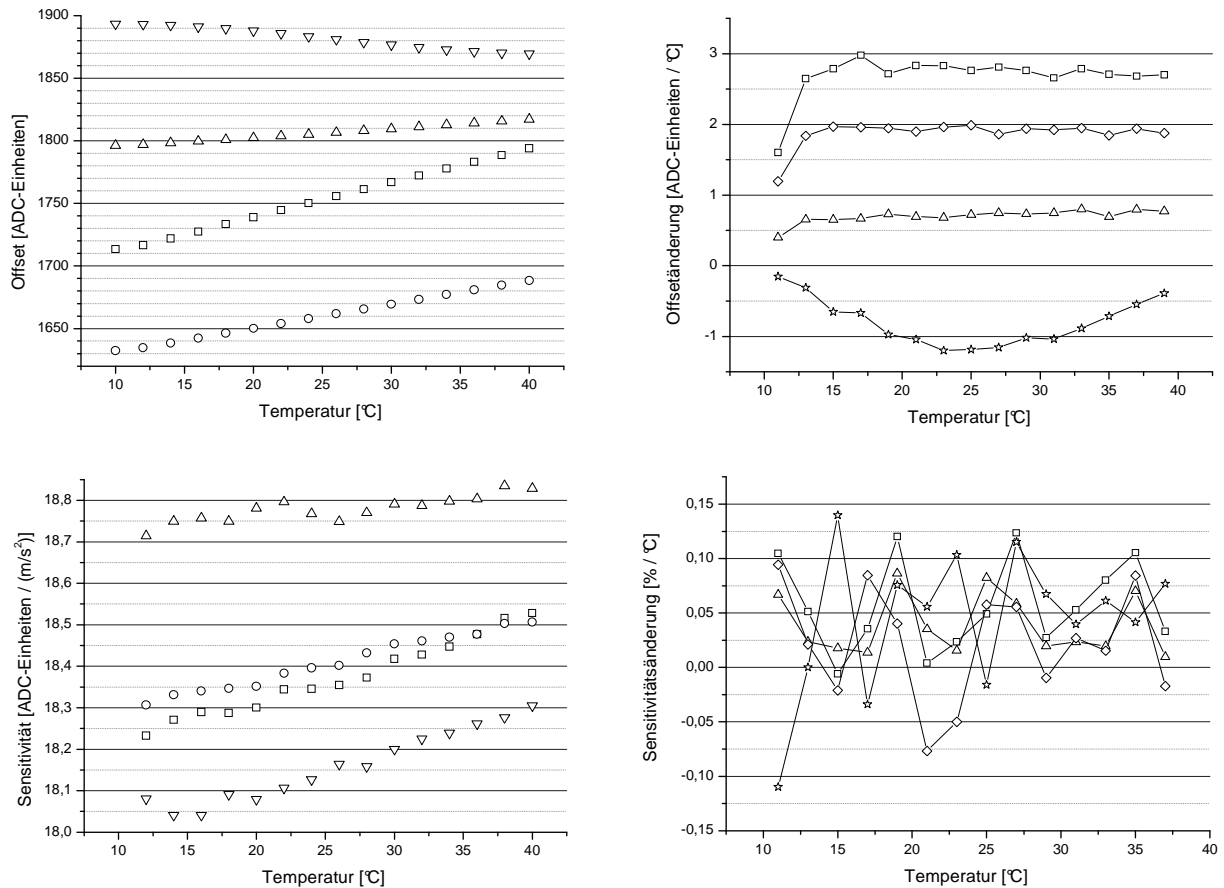
### 3 Untersuchung der Sensoreigenschaften



**Abbildung 3.2:** oben: Messung zur Bestimmung der Linearität der Beschleunigungssensoren. Die Fehlerbalken sind durch die Standardabweichung von 200 Messwerten gegeben. unten: Verteilung von 10000 Messwerten eines Beschleunigungssensors in Ruhe.



**Abbildung 3.3:** links: Abweichung von der Linearität bei einem Drehratensensor. Die Fehlerbalken repräsentieren die Standardabweichung bei 500 Messwerten. rechts: Verteilung von 10000 Messwerten eines Drehratensensors in Ruhe.

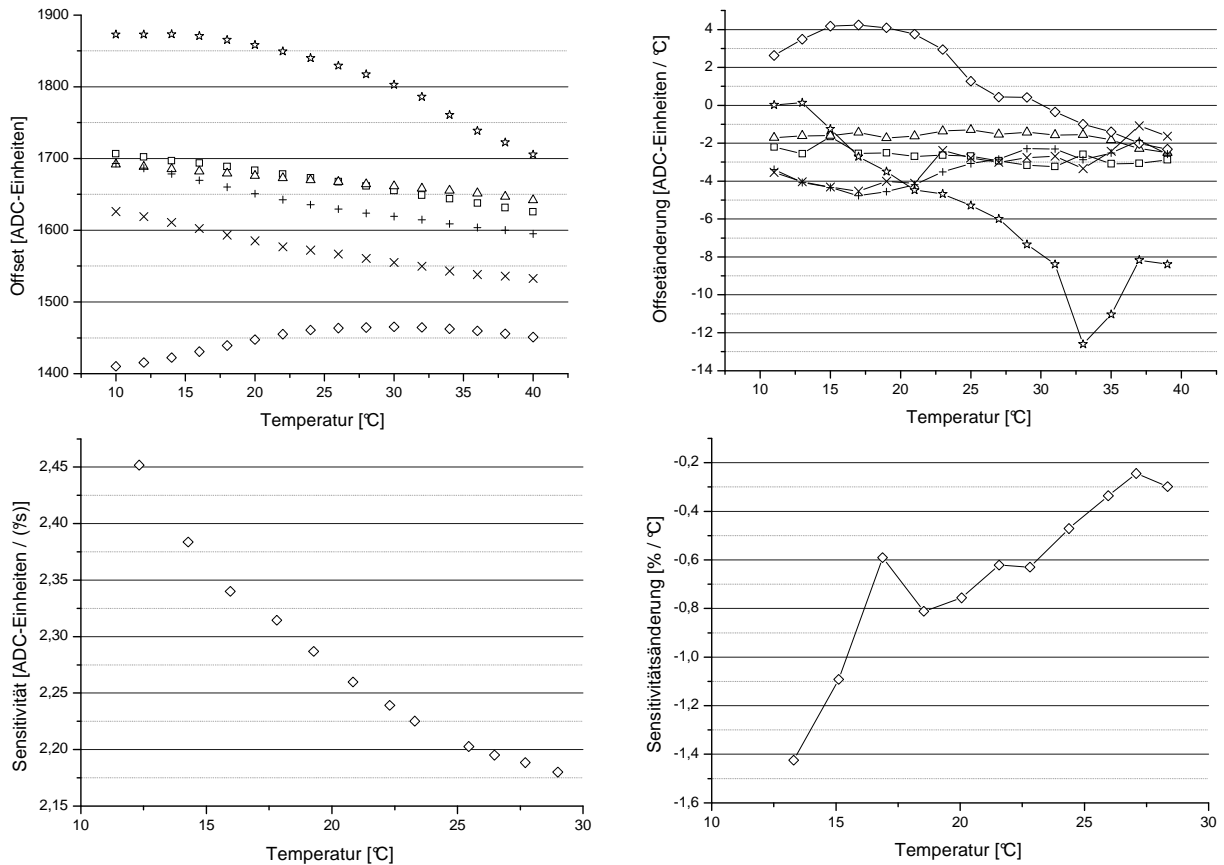


**Abbildung 3.4:** Änderung von Offset (oben) und Sensitivität (unten) der Beschleunigungssensoren mit der Temperatur. Dabei sind links jeweils die absoluten Werte und rechts deren Änderung pro Grad dargestellt.

°C wurden die Messwerte mehrerer sich in Ruhe befindenden Sensoren aufgenommen. Abbildung 3.5 oben zeigt die Abhängigkeit des Offsets von der Temperatur. Im Bereich um 25°C kann die Offsetänderung bis zu fünf ADC-Werte pro Grad betragen, was etwa 2,5 °/s entspricht.

Die Messung der Temperaturabhängigkeit der Sensitivität der Sensoren ist mit dem Temperaturschrank schwierig zu realisieren. Deshalb wurde ein Sensor auf etwa zehn Grad Celsius abgekühlt und dann auf dem Positioniersystem angebracht. Mit der oben beschriebenen Methode zur Linearitätsmessung wurde während des Aufwärmens des Sensors bei verschiedenen Temperaturen die Sensitivität ermittelt. Zur Temperaturbestimmung wurde ein Temperatursensor benutzt, der sich im Gehäuse der Beschleunigungssensoren befindet. Dabei wird davon ausgegangen, dass die dort gemessene Temperatur der der Gyroskope entspricht. Abbildung 3.5 unten zeigt die Abhängigkeit der Sensitivität von der Temperatur. Im Bereich um 25 °C ändert sich die Sensitivität um etwa 0,5% pro Grad Celsius. Bei einer Drehgeschwindigkeit von 100 °/s entspricht das einer Messwertverschiebung in der Größenordnung der ADC-Auflösung.

### 3 Untersuchung der Sensoreigenschaften

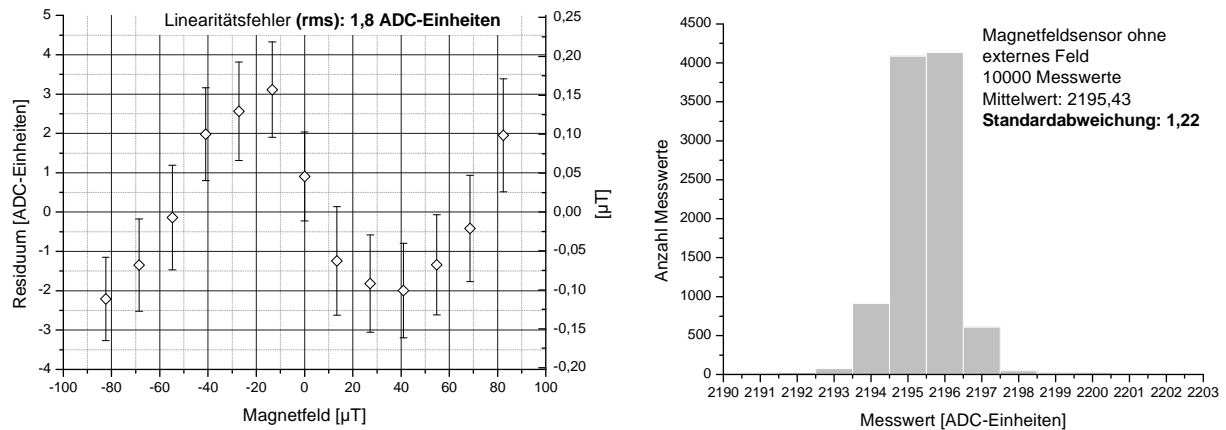


**Abbildung 3.5:** Änderung des Offsets (oben, sechs verschiedene Sensoren) und der Sensitivität (unten, ein Sensor) der Drehratensensoren mit der Temperatur. Dabei sind links jeweils die absoluten Werte und rechts deren Änderung pro Grad dargestellt.

## 3.2 Magnetfeldsensoren

### 3.2.1 Rauschen und Nichtlinearitäten

Zur Untersuchung der Eigenschaften des Magnetfeldsensors wurde ein Helmholtzspulenpaar verwendet. Ein Sensormodul wurde so zwischen den beiden Spulen platziert, dass über den Spulenstrom ein homogenes Magnetfeld im Bereich des Sensors erzeugt werden konnte. Gleichzeitig wurde die Anordnung so ausgerichtet, dass das Erdmagnetfeld senkrecht zur Sensorachse stand, um einen Einfluss auf die Messung auszuschließen. Bei verschiedenen Magnetfeldstärken wurden jeweils 1000 Messwerte aufgenommen. Die Streuung der Messwerte um ihren Mittelwert und die Abweichung der Mittelwerte von einer angepassten Geraden sind in Abbildung 3.6 zu sehen. Aus der Geradensteigung wurde die Sensitivität der Sensoren zu  $19,79 \text{ ADC-Einheiten}/\mu T$  bestimmt. Die Auflösung ergibt sich daraus zu  $0,051 \mu T$ . Der mittlere quadratische Fehler durch die Nichtlinearität des Sensors beträgt  $1,8 \text{ ADC-Werte}$ , was etwa  $0,09 \mu T$  entspricht. Das systematische Ver-



**Abbildung 3.6:** links: Abweichung von der Linearität. Die Fehlerbalken repräsentieren die Standardabweichung bei 1000 Messwerten, rechts: Verteilung von 10000 Messwerten eines Magnetfeldsensors ohne äußeres Feld.

halten der Nichtlinearität kann mit Hystereseeffekten erklärt werden und entspricht den im Datenblatt angegebenen Größen. In Abbildung (3.6) rechts ist das Rauschen eines Sensors zu sehen. Hier wurden 10000 Messwerte ohne externes Magnetfeld aufgenommen. Die mittlere quadratische Abweichung vom Mittelwert beträgt 0,77 ADC-Einheiten beziehungsweise 0,04  $\mu T$ . Das entspricht der Streuung der Werte bei der Linearitätsmessung<sup>3</sup>. Die Messfehler der Magnetfeldsensoren durch Nichtlinearität und Rauschen liegen auch hier im Bereich der ADC-Auflösung.

### 3.2.2 Temperaturabhängigkeit

Zur Messung der Temperaturabhängigkeit der Magnetfeldsensoren wurde ebenfalls der Temperaturschrank verwendet. Hier ist jedoch zu bemerken, dass es nicht möglich ist innerhalb des Temperaturschrankes eine definierte magnetische Umgebung zu schaffen. Deshalb wurden während eines Temperaturzyklus die Messwerte von drei senkrecht zueinander stehenden Sensoren vermessen, obwohl diese verschiedenen und zudem unbekannt magnetischen Feldern ausgesetzt waren. Eine gesonderte Betrachtung von Offset- und Sensitivitätsänderung war deshalb nicht möglich. Die Änderung der Messwerte mit der Temperatur sind in Abbildung 3.7 dargestellt. Im Bereich um 25°C kann die Änderung des Messwertes bis zu 3 ADC-Einheiten/°C betragen. Das entspricht in etwa 0,15  $\mu T$ .

<sup>3</sup>Wie bei den Beschleunigungssensoren ergab auch hier die Anpassung einer Gausskurve an die Rauschverteilung ein etwas zu kleines  $\sigma$ .

### 3 Untersuchung der Sensoreigenschaften

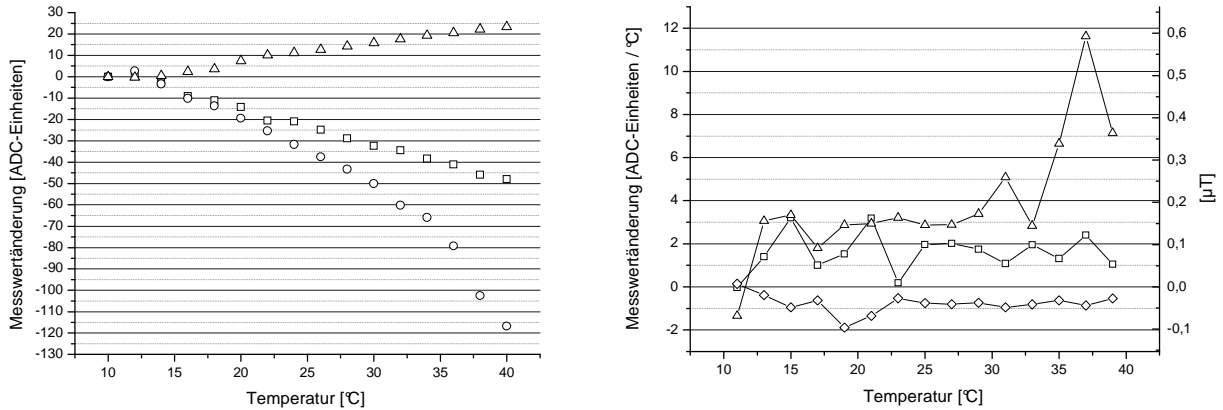


Abbildung 3.7: Änderung des Messwertes von drei Magnetfeldsensoren mit der Temperatur.

## 3.3 Entfernungsmessung

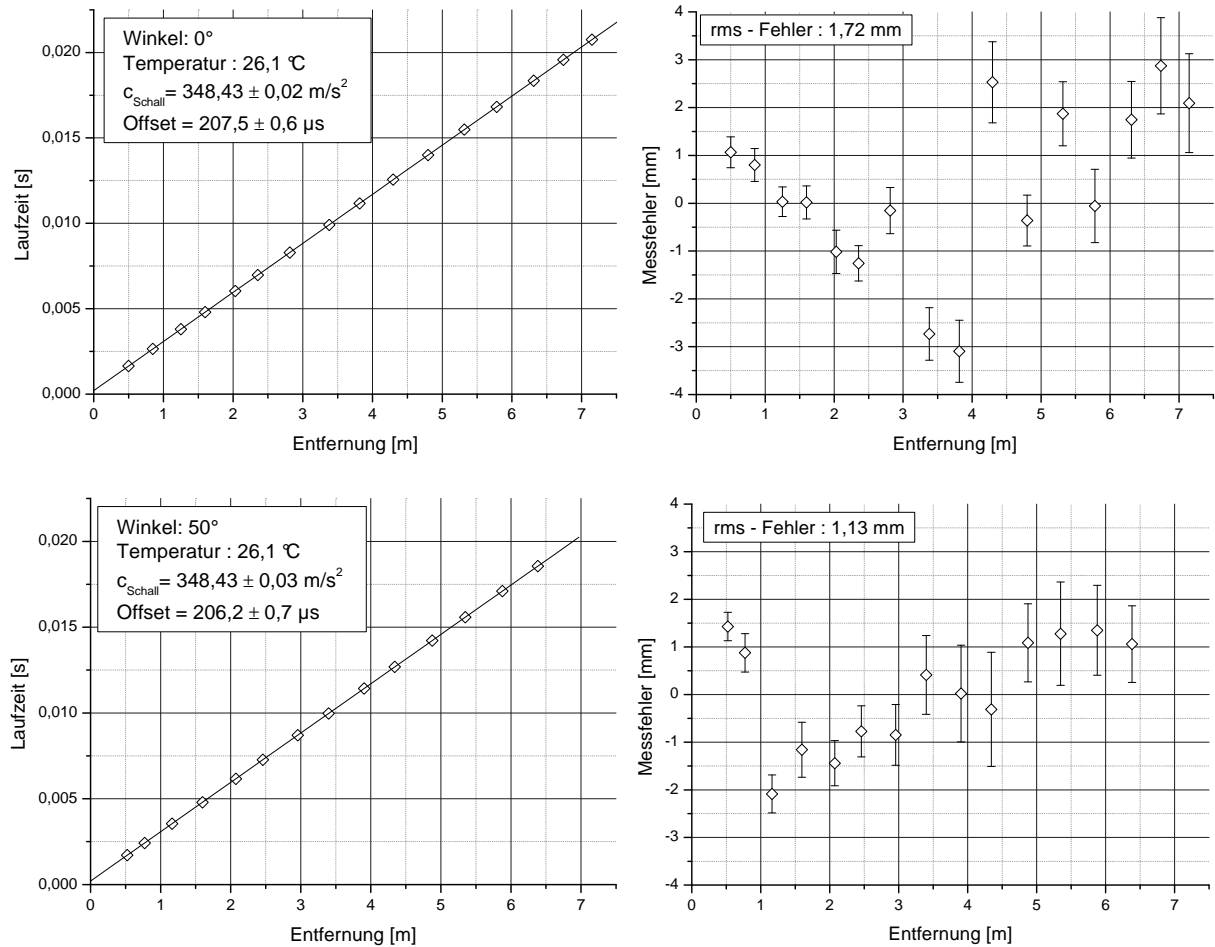
Zur Überprüfung der Genauigkeit der Entfernungsmessung mit Ultraschall wurden die gemessenen Abstände mit denen eines Referenzsystems verglichen. Der Entfernungsmesser  $\text{DISTO}^{TM}$  von Leica [LEI05] beruht auf dem Prinzip der Phasenverschiebung. Das Gerät sendet modulierte Laserstrahlung aus, die am zu vermessenen Objekt diffus reflektiert wird und von einem ebenfalls im Gerät befindlichen Detektor wieder empfangen wird. Die Phasenverschiebung der Modulation ist proportional zur Laufzeit des Lichts und kann in einen Abstand umgerechnet werden. Die Auflösung beträgt 1 mm bei einer Genauigkeit von  $\pm 1,5 \text{ mm}^4$ . Noch genauere Abstandsmessungen sind mit interferometrischen Methoden möglich, erfordern jedoch einen unverhältnismäßig hohen Aufwand und wurden deshalb im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet.

### 3.3.1 Genauigkeit

Bei verschiedenen Abständen zwischen Sende- und Empfangseinheit wurde die Laufzeit des Ultraschallsignals gemessen. Die Abstände wurden mit Hilfe des Laserentfernungsmessgerätes bestimmt. Durch Anpassung einer Geraden an die Messwerte können die Schallgeschwindigkeit und der Offset durch die Signalverarbeitung in der Empfangseinheit bestimmt werden. Aus den Residuen der Anpassung ergeben sich die Messfehler der Ultraschallmessung. In einem zweiten Messdurchgang wurde die Empfangseinheit um  $50^\circ$  relativ zur Verbindungsgerade zwischen Sender und Empfänger gedreht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.8 zu sehen. Auf der linken Seite sind die gemessenen Laufzeiten ge-

<sup>4</sup>Im Datenblatt ist eine Genauigkeit von  $\pm 3\text{mm}$  mit einer statistischen Sicherheit von 95% angegeben, was der zweifachen Standardabweichung entspricht. Die in dieser Arbeit oftmals berechnete mittlere quadratische Abweichung entspricht der einfachen Standardabweichung, so dass im Vergleich die Genauigkeit des Laserentfernungsmessers zu  $\pm 1,5 \text{ mm}$  angenommen werden kann.

### 3.3 Entfernungsmessung



**Abbildung 3.8:** links: gemessene Ultraschalllaufzeiten bei verschiedenen Abständen; rechts: Fehler der Ultraschallentfernungsmessung. Die Fehlerbalken repräsentieren die Standardabweichung bei 100 Messwerten.

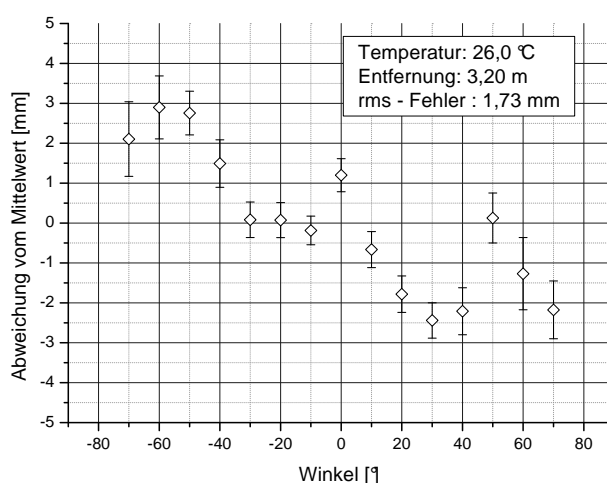
gen den Abstand aufgetragen. Die aus der Steigung der Anpassungsgeraden bestimmte Schallgeschwindigkeit beträgt in beiden Fällen 348,43 m/s. Mit Formel 2.4 ergibt sich aus der Temperatur von 26,1 °C eine Geschwindigkeit von 347,01 m/s, wobei dieser Wert für trockene Luft gilt. Er erhöht sich bei einer Luftfeuchtigkeit zwischen 50 und 80% um etwa 1 bis 1,5 m/s (Abbildung 2.11), so dass die ermittelte Schallgeschwindigkeit im Rahmen ihrer Genauigkeiten mit dem aus der Temperatur berechneten Wert verträglich ist. Auch der aus der Anpassung bestimmte Offset stimmt bei beiden Messreihen überein. Auf der rechten Seite sind die Residuen der Anpassungsgerade in Abstände umgerechnet. Die Fehlerbalken entsprechen der Standardabweichung von 100 Messungen bei gleichem Abstand. Die mittlere quadratische Abweichung beträgt 1,7 mm bei gerader Messung und 1,1 mm bei verdrehtem Empfänger. Der maximale Abstand bei der Entfernungsmessung ist durch die Größe des internen Zählers auf etwa 7 m begrenzt. Durch eine Erweiterung dieses Zählers ließen sich prinzipiell noch größere Abstände messen. Die Ultraschallsignale sind jedoch bei diesen Entfernung nur noch so klein, dass sie selbst bei sehr großer Verstär-

### 3 Untersuchung der Sensoreigenschaften

kung keine brauchbare Signalform mehr aufweisen. Bei einer Verkippung des Empfängers um  $50^\circ$  verringert sich seine Sensitivität auf etwa die Hälfte und es werden schon bei Abständen ab 6,5 m nicht mehr alle Ultraschallpulse erfolgreich verarbeitet.

#### 3.3.2 Winkelabhängigkeit

In einer weiteren Messreihe wurden die Schalllaufzeiten bei gleichem Abstand und verschiedenen Winkeln zwischen Sender und Empfänger gemessen. Mit der oben bestimmten Schallgeschwindigkeit wurden die Abweichungen der Messwerte vom Mittelwert in Abstandsfehler umgerechnet. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.9 zu sehen. Die Fehlerbal-



**Abbildung 3.9:** Veränderung der Abstandsmessung durch Verdrehung des Empfängers.

ken entsprechen der Standardabweichung von 100 Messungen bei gleichem Winkel. Die unerwartete asymmetrische Systematik der Abweichungen kann durch den Messaufbau erklärt werden. Der Ultraschallempfänger hat einen Durchmesser von 10 mm. Befindet sich die Drehachse nicht exakt in der Mitte des Sensors, wird er in der einen Drehrichtung auf den Sender zu bewegt, während er in der anderen Richtung vom Sensor weg bewegt wird. Eine um etwa 2 mm versetzte Achse erklärt die Asymmetrie. Die mittlere quadratische Abweichung der Abstände beträgt 1,7 mm und liegt somit in der gleichen Größenordnung wie die Abweichung der Messung bei verschiedenen Entfernungen.

#### 3.3.3 Fehlerquellen

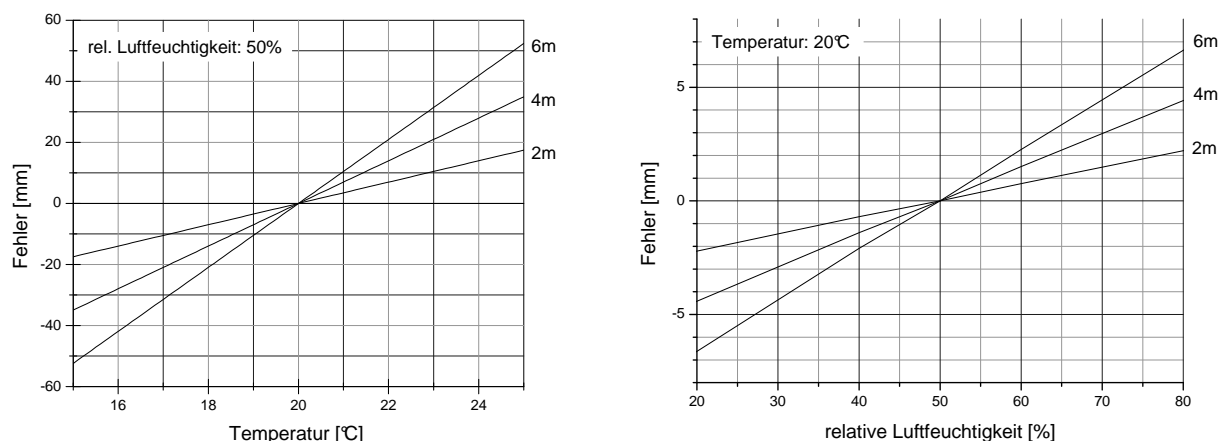
Neben der oben bestimmten Messungenauigkeit des Systems gibt es weitere Fehlerquellen, die die Abstandsmessung beeinflussen können. Diese sollen nun diskutiert werden.



## Temperatur und Luftfeuchtigkeit

Um aus den gemessenen Laufzeiten den Abstand zwischen Sender und Empfänger zu rekonstruieren, muss die Schallgeschwindigkeit bekannt sein. In den oben beschriebenen Messreihen konnte sie aus einer Anzahl von Laufzeitmessungen sehr genau bestimmt werden. Diese Methode ist jedoch aufwändig und daher für den normalen Betrieb des Systems nicht anwendbar. Die Schallgeschwindigkeit kann aber mittels des schon bestimmten konstanten Offsets und einer einzelnen Messung bei bekanntem Abstand ermittelt werden. Diese Messung muss dann bei einer Änderung der Temperatur wiederholt werden.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Temperatur zu messen und die Geschwindigkeit mit Formel 2.4 und Abbildung 2.11 zu berechnen. Die Luftfeuchtigkeit kann dabei ebenfalls gemessen werden oder zu 50% abgeschätzt werden. Abbildung 3.10 zeigt die Rekonstruktionsfehler bei verschiedenen Abständen, wenn die Temperatur von dem angenommenen Wert (in diesem Beispiel 20°C) und die Luftfeuchtigkeit von 50% abweicht. Das entspricht einem Fehler von etwa 0,17% pro Grad Temperaturänderung und 0,03% pro 10% Änderung der Luftfeuchtigkeit. Bei 30°C ist der Fehler durch die Luftfeuchtigkeit etwa doppelt so groß (Abbildung 2.11).



**Abbildung 3.10:** Fehler in der Abstandsmessung in Abhängigkeit von der Temperatur (links) und der Luftfeuchtigkeit (rechts) bei verschiedenen Abständen.

## Abschattung, Beugung, Reflektionen

Befindet sich der Empfänger im Schallschatten eines sich zwischen Sender und Empfänger befindlichen Objektes, ist eine Abstandsmessung nicht möglich. Hat das Objekt jedoch eine Ausdehnung in der Größenordnung der Wellenlänge des Schalls ( $\sim$ cm), so tritt Beugung auf. Es gelangen Schallwellen zum Empfänger obwohl diese nicht den direkten Weg nehmen können. Die Amplitude der Wellen ist abgeschwächt und die Form des Wellenzuges kann durch Interferenzen verändert sein. Kann dennoch eine erfolgreiche Zeitmessung erfolgen, so ist der rekonstruierte Abstand durch die längere Laufzeit des Pulses verfälscht.

### 3 Untersuchung der Sensoreigenschaften

Ein Objekt von 10 cm Breite (zum Beispiel eine Hand), welches sich in der Mitte zwischen Sender und Empfänger befindet, die einen Abstand von zwei Metern zueinander haben, verfälscht die Messung um etwa 2,5 mm.

Neben der direkten Schallwellen von Sender können auch an Wänden oder anderen Objekten reflektierte Wellen den Empfänger erreichen. Da jedoch der direkte Schall als erstes am Empfänger ankommt, und die Empfängerelektronik vom Empfang eines Signals bis zum Start einer weiteren Messung nicht sensitiv ist, haben die reflektierten Pulse keinen Einfluss mehr auf die Zeitmessung. Kommt es jedoch zu einer Interferenz von direkter und reflektierter Schallwelle, kann durch die Veränderung der Signalform die Messung verfälscht werden.

Wenn der direkte Schall den Empfänger durch Abschattung nicht erreichen kann, und die Laufzeitmessung durch eine reflektierte Welle gestoppt wird, treten erhebliche Fehler in der Abstandsrekonstruktion auf. Der so gemessene Abstand unterscheidet sich jedoch in den meisten Fällen so sehr vom erwarteten Wert, dass solche Messergebnisse durch Plausibilitätsüberprüfungen in der Auswertungssoftware erkannt und aussortiert werden können.

#### Luftströmungen, Temperaturschichten

Inhomogenitäten des Trägermediums verfälschen ebenfalls die Abstandsmessung mit dem Ultraschall. Schallwellen können an Luftschichten unterschiedlicher Temperatur gebrochen werden oder deren Geschwindigkeit durch Luftströmungen verändert werden. Da das System jedoch hauptsächlich für Anwendungen im Innenbereich ausgelegt ist, wird davon ausgegangen, dass solche Effekte vernachlässigbar sind. Um jedoch zu zeigen, dass eine Abstandsmessung bei starken Luftströmungen dennoch möglich ist, wurde mit einem Ventilator bei verschiedenen Rotationsfrequenzen und von verschiedenen Richtungen Wind erzeugt. Dabei wurden bei konstantem Abstand mehrere Entfernungsmessungen durch-

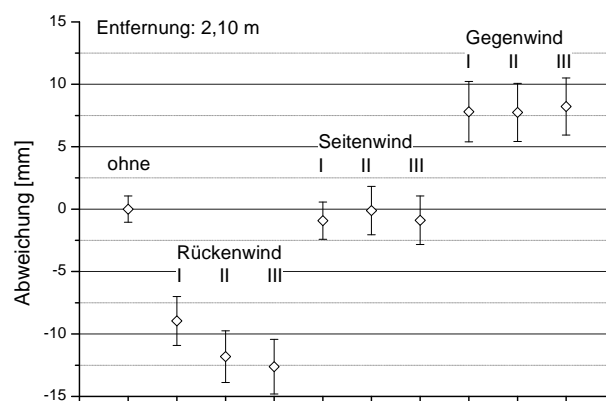


Abbildung 3.11: Veränderung der Abstandsmessung durch Wind.

geführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.11 dargestellt. Die Streuung der Messwerte verdoppelt sich aufgrund von Turbulenzen relativ zur Messung ohne Wind. Außerdem verkürzen bzw. verlängern sich die gemessenen Laufzeiten je nach Windrichtung, da die Windgeschwindigkeit in Ausbreitungsrichtung zur Schallgeschwindigkeit hinzu addiert werden muss. Kennt man in etwa Richtung und Geschwindigkeit der Luftströmungen, lassen sich auch unter freiem Himmel Messungen mit einer Genauigkeit unter einem Zentimeter durchführen.

## 3.4 Zusammenfassung und Diskussion

Im vorhergehenden Abschnitt wurden die Eigenschaften der einzelnen im System verwendeten Sensoren untersucht. Tabelle 3.1 fasst die Ergebnisse für die Inertial- und Magnetfeldsensoren zusammen.

	Beschleunigung [ $m/s^2$ ]	Drehrate [ $^\circ/s$ ]	Magnetfeld [ $\mu T$ ]
Dynamischer Bereich	$\pm 50$	$\pm 360$	$\pm 100$
Auflösung	0,055	0,505	0,051
Sensorrauschen (rms)	0,05	0,26	0,04
Linearität (rms)	0,02	0,65	0,09
Temperaturbedingte Änderung / $^\circ C$ (bei 25 $^\circ C$ )			
Offset	$\pm 0,15$	$\pm 2,50$	$\pm 0,15$
Sensitivität	$\pm 0,1\%$	$\pm 0,5\%$	— <sup>5</sup>

**Tabelle 3.1:** Eigenschaften der Inertial- und Magnetfeldsensoren.

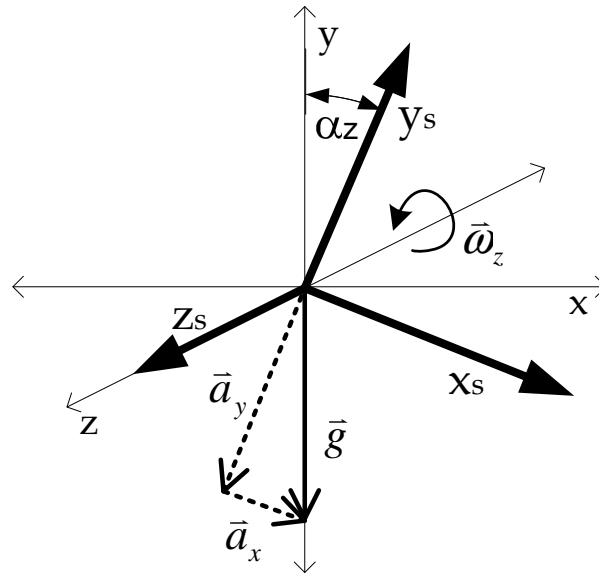
Der Einfluss der Ungenauigkeiten auf die statische Rekonstruktion der Orientierung wird im Folgenden diskutiert.

### Beschleunigungssensoren

Die Orientierung der Sensoreinheit bezüglich einer Achse kann aus den Anteilen der Messung des Gravitationsvektors  $\vec{g}$  in Richtung der anderen beiden Achsen bestimmt werden. Das Prinzip ist in Abbildung 3.12 am Beispiel einer Drehung um die z-Achse der Sensoreinheit dargestellt. In diesem Fall gilt:

$$\alpha_z = \arctan \frac{a_x}{a_y}. \quad (3.2)$$

<sup>5</sup>konnte nicht separat bestimmt werden, siehe Abschnitt 2.1.3



**Abbildung 3.12:** Wird die Sensoreinheit um die  $z_s$ -Achse gedreht, so kann aus den Messwerten  $a_x$  und  $a_y$  der Beschleunigungssensoren der beiden anderen Achsen der Winkel  $\alpha_z$  zwischen der vertikalen Sensorachse  $y_s$  und der Achse des Gravitationsvektors  $\vec{g}$  berechnet werden. Dabei wird voraus gesetzt, dass die Rotationsachse nicht parallel zum Gravitationsvektor ausgerichtet ist, da eine Rotation um diese Achse die Messwerte der Beschleunigungssensoren nicht verändern würde.

Gauss'sche Fehlerfortpflanzung angewendet auf (3.2) ergibt, dass der Winkelfehler  $\Delta\alpha$  wie folgt mit dem Fehler der Beschleunigungsmessung  $\Delta a$  zusammen hängt:

$$\Delta\alpha = \sqrt{2} \cdot \delta a \cdot \frac{360}{2\pi} \quad \text{mit} \quad \delta a = \frac{\Delta a}{|\vec{g}|}, \quad [\Delta\alpha] = ^\circ. \quad (3.3)$$

Das oben bestimmte Rauschen von etwa 0,5% der Erdbeschleunigung führt zu einer Ungenauigkeit des Winkels von 0,4°. Eine temperaturbedingte Verschiebung des Sensoroffsets um 1,5% der Erdbeschleunigung kann zu einer Verfälschung des Winkels von 1,2° führen. Eine Rekalibration der Sensoren bei einer Temperaturänderung von mehr als einem Grad Celsius ist deshalb erforderlich. Da die Verschiebung des Offsets linear in der Temperatur ist (Abbildung 3.4), wäre es auch möglich die Parameter der Kalibration mit Hilfe des Temperatursensors dynamisch anzupassen. Dazu wäre es jedoch erforderlich für jeden Sensor eine eigene Temperaturkennlinie aufzunehmen.

### Magnetfeldsensoren

Das gleiche Prinzip wie bei den Beschleunigungssensoren kann zur Orientierungsbestimmung der Sensoreinheit bezüglich des Erdmagnetfeldvektors  $\vec{b}$  benutzt werden. Ersetzt man in (3.3)  $\vec{g}$  durch  $\vec{b}$ , kann der Einfluss des Messfehlers auf die Winkelbestimmung berechnet werden. Die oben bestimmte Nichtlinearität der Sensoren von 0,2% des Erd-

magnetfeldes führt so zu einem Winkelfehler von  $0,3^\circ$ . Die temperaturbedingte Änderung der Messwerte führt zu einer Winkelverschiebung in der selben Größenordnung.

### Drehratensensoren

Aus den Daten der Drehratensensoren können die Drehwinkel  $\alpha_i$  ( $i = x, y, z$ ) um die drei Achsen der Sensoreinheit bestimmt werden. Dazu werden die Messwerte  $\omega_i$  ausgehend von einer bekannten Ausgangslage  $\alpha_i(t_0)$  aufintegriert:

$$\alpha_i(t) = \alpha_i(t_0) + \int_{t_0}^t \omega_i(t) dt \quad i = x, y, z. \quad (3.4)$$

Ein konstanter Fehler  $\Delta\omega$  führt also zu einem linear ansteigenden Winkelfehler  $\Delta\alpha = \Delta\omega(t - t_0)$ . Im Bereich kleiner Drehgeschwindigkeiten ( $< 50^\circ/\text{s}$ ) können die Fehler durch Nichtlinearitäten und die temperaturbedingte Sensitivitätsänderung vernachlässigt werden. Hier spielt jedoch die Verschiebung des Offsets eine große Rolle. Eine Temperaturänderung von einem Grad Celsius kann dazu führen, dass sich die berechneten Winkel bei einem ruhenden Sensor um bis zu  $2^\circ/\text{s}$  verändern. Um dieses Problem zu umgehen, wird die Offsetänderung der Gyroskope in den später beschriebenen Rekonstruktionsalgorithmen (Abschnitt 4.2) berücksichtigt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die Sensoren prinzipiell geeignet sind die geforderte statische Winkelgenauigkeit von weniger als einem Grad zu erreichen. Es ist jedoch zu beachten, dass in dieser Diskussion Fehler durch äußere Störung nicht mit einbezogen wurden. Inhomogenitäten des Erdmagnetfeldes und durch Bewegung der Sensoreinheit auftretende Beschleunigungen können die Rekonstruktion der Orientierung verfälschen.

Weiterhin wird ersichtlich, dass die ausschließliche Verwendung einer Untergruppe der Sensoren nicht zu den gewünschten Ergebnissen führen kann. Im Falle der Beschleunigungs- und der Magnetfeldsensoren kann die Orientierung nicht eindeutig bestimmt werden. Bei der Integration der Gyroskopdaten addieren sich Messfehler durch schnell auf und führen zu fehlerhafter Rekonstruktion der Orientierung. Es ist also wichtig, alle verfügbaren Daten unter Berücksichtigung ihrer jeweiligen Verlässlichkeit und eventuellen Redundanzen zu verarbeiten. Das kann durch geeignete Filteralgorithmen erreicht werden, auf die in Kapitel 4 eingegangen wird.

Die Eigenschaften des Systems zur Abstandsmessung mit Ultraschall sind in Tabelle 3.2 zusammen gefasst. Bei bekannter Schallgeschwindigkeit und der Verwendung geeigneter Algorithmen ist prinzipiell eine Positionsgenauigkeit zu erreichen, die unterhalb von einem Zentimeter liegt. Der Einfluss der Messfehler auf die Positionsbestimmung hängt von mehreren Faktoren ab, und wird an späterer Stelle diskutiert.

### 3 Untersuchung der Sensoreigenschaften

Reichweite	$\sim 7$ m
Winkelbereich bei 3,2 m bei 6,5 m	$\pm 70^\circ$ $\pm 50^\circ$
Auflösung	0,1 mm
Präzision (Streuung der Messwerte)	$\pm 1$ mm
Genauigkeit (rms) bei bekanntem $c_{schall}$	$\pm 1,7$ mm
Messfehler durch Temperaturänderung	0,17 % pro $^\circ\text{C}$
Messfehler durch Luftfeuchtigkeitsänderung bei 20 $^\circ\text{C}$ bei 30 $^\circ\text{C}$	0,03 % pro 10% rel. Luftf. 0,07 % pro 10% rel. Luftf.
Wiederholrate	40 Hz

**Tabelle 3.2:** Eigenschaften des Systems zur Entfernungsmessung mit Ultraschall.

# 4 Algorithmen zur Rekonstruktion der Bewegungsdaten

In den vorigen Kapiteln wurde der Aufbau des Gesamtsystems und der einzelnen Sensorgruppen beschrieben. Im folgenden wird erläutert wie aus den Sensordaten eines Moduls dessen aktuelle Orientierung und Position rekonstruiert werden können. Dazu werden so genannte Kalmanfilter [KAL60] verwendet, mit denen der aktuelle Zustand eines System unter der Berücksichtigung aller verfügbaren Sensordaten geschätzt werden kann. Kenntnisse über die Dynamik des Systems und über die Ungenauigkeiten und das Rauschen der verschiedenen Sensoren gehen dabei in die Schätzung ein.

## 4.1 Zustandsschätzung mit Kalmanfiltern

In diesem Abschnitt werden die mathematischen Grundlagen, sowie spezielle Formen von Kalmanfiltern erläutert. Ein besonderes Augenmerk liegt dabei auf der Erweiterung des klassischen Kalmanfilters auf nicht-lineare Systeme [HAY01].

### 4.1.1 Zustandsvektor, Prozessmodell, Messmodell

Der Zustand eines Systems wird durch seinen *Zustandsvektor*<sup>1</sup>  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$  mit der Dimension<sup>2</sup>  $n_x \in \mathbb{N}$  beschrieben. Er sollte alle Informationen enthalten, die nötig sind, um das zukünftige Verhalten des Systems zu beschreiben. Ein einfaches Beispiel für einen Zustandsvektor ist der Vektor  $\mathbf{x}(t)$ , bestehend aus Position  $\mathbf{p}(t)$ , Geschwindigkeit  $\mathbf{v}(t)$  und Beschleunigung  $\mathbf{a}(t)$  einer Sensoreinheit zum Zeitpunkt  $t$ :

$$\mathbf{x}(t) = [\mathbf{p}(t), \mathbf{v}(t), \mathbf{a}(t)]^T.$$

Das hochgestellte ' $T$ ' zeigt an, dass es sich um einen Spaltenvektor handelt. Zur Schätzung des Systemzustands  $\mathbf{x}(t)$  wird seine zeitliche Entwicklung als zeit-diskreter stochastischer Prozess  $\mathbf{X}(t)$  betrachtet. Für alle Zeitpunkte  $t = t_k$ ,  $k \in \mathbb{N}$  ist der Zustandsvektor

---

<sup>1</sup>Aus Gründen der Lesbarkeit werden im folgenden Vektorgrößen **fett** geschrieben:  $\vec{x} \equiv \mathbf{x}$ .

<sup>2</sup>Der Index  $x$  in  $n_x$  zeigt an, dass es sich bei  $n_x$  um die Dimension des Zustandsvektors handelt.

#### 4 Algorithmen zur Rekonstruktion der Bewegungsdaten

$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)$  eine Zufallsvariable mit der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\mathbf{x}_k)$ . Für die Wahrscheinlichkeitsdichte gilt:

$$p(\mathbf{x}_k) : \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}, \quad (4.1)$$

$$p(\mathbf{x}_k) > 0, \quad (4.2)$$

$$\int \dots \int p(\mathbf{x}_k) dx_{k,1}, \dots, dx_{k,n_x} = 1, \quad \mathbf{x}_k = (x_{k,1} \dots x_{k,n_x})^T. \quad (4.3)$$

Letzteres bezeichnet das Volumenintegral von  $p(\mathbf{x}_k)$  über den gesamten Zustandsraum. Es ist zu beachten, dass  $\mathbf{X}_k$  die Zufallsvariable bezeichnet, während  $\mathbf{x}_k$  eine *Realisation* der Variablen ist. Um die Notation zu vereinfachen, werden im Folgenden für die Bezeichnung der Zufallsvariablen und ihrer Realisationen immer kleine Buchstaben verwendet.

Die zeitliche Entwicklung des Zustandsvektors wird durch das so genannte *Prozessmodell* beschrieben:

$$\mathbf{x}_k = f_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) \quad f_k : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}. \quad (4.4)$$

Die Zufallsvariable  $\mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^{n_u}$  mit der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\mathbf{u}_k)$  wird *Prozessrauschen* genannt. Sie repräsentiert die unbekanntes aber statistisch beschreibbaren Einflüsse auf die Transformation des Zustands vom Zeitpunkt  $t_{k-1}$  zum Zeitpunkt  $t_k$ . Bei der Formulierung des Prozessmodells wird die Annahme gemacht, dass es sich bei dem Prozess um einen Markov-Prozess erster Ordnung handelt. Das heißt, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\mathbf{x}_k)$  des Zustands zum Zeitpunkt  $t_k$  nur von der Dichte zum Zeitpunkt  $t_{k-1}$  abhängt:

$$p(\mathbf{x}_k | X^{k-1}) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}), \quad X^{k-1} = \{\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_{k-1}\}. \quad (4.5)$$

Der Großbuchstabe  $X^{k-1}$  bezeichnet die Menge aller  $\mathbf{x}_i$  für  $i = 0, \dots, k-1$ . Ein einfaches Beispiel für ein solches Prozessmodell ist durch den so genannten *Random Walk* in einer Dimensionen gegeben:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k) = x_{k-1} + u_k, \quad p(u_k) = N(0, \sigma_u^2). \quad (4.6)$$

Das Prozessrauschen  $u_k$  ist in diesem Fall eine normalverteilte Variable mit Mittelwert 0 und der Varianz  $\sigma_u^2$ . Die Zeitschrittweite  $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$  wird hier als konstant angenommen. Andernfalls müsste man die Varianz noch mit  $\Delta t_k$  multiplizieren, damit das dynamische Verhalten des Prozesses unabhängig von der Abtastrate ist. In drei Dimensionen und im zeit-kontinuierlichen Grenzfall lässt sich mit diesem Prozess zum Beispiel die Brown'sche Molekularbewegung beschreiben. Die in dieser Arbeit implementierten Algorithmen modellieren unbekanntes aber konstante oder sich nur langsam ändernde Komponenten des Systemzustands, wie zum Beispiel das Offset der Drehratensensoren durch einen Random Walk Prozess (Abschnitt 4.2.2).

Zur Schätzung des Systemzustands ist es wichtig, diesen auf irgendeine Art beobachten zu können. Diese Beobachtungen entsprechen Messungen verschiedener Systemeigenschaften mit Hilfe von Sensoren. Der Zusammenhang zwischen den Messwerten  $\mathbf{z}_k$  eines Sensors



zum Zeitpunkt  $t_k$  und dem Zustandsvektor  $\mathbf{x}_k$  wird durch das so genannte *Messmodell* beschrieben:

$$\mathbf{z}_k = h_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \quad h_k : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_w} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}. \quad (4.7)$$

Die Zufallsvariable  $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^{n_w}$  mit der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\mathbf{w}_k)$  bezeichnet man als *Messrauschen*. Es repräsentiert die Unsicherheit der Messungen und entspricht im einfachsten Fall dem Rauschen der Sensoren. Ein einfaches Beispiel für ein Messmodell ist die direkte Messung des Zustandsvektors  $x_k$  aus (4.6):

$$z_k = h(x_k, w_k) = x_k + w_k \quad p(w_k) = N(0, \sigma_w^2). \quad (4.8)$$

Das Messrauschen  $w_k$  modelliert den als normalverteilt angenommenen Messfehler  $\sigma_w$  des Messgerätes.

### 4.1.2 Bayesische rekursive Schätzung

Die optimale Schätzung  $\hat{\mathbf{x}}_k$  des Zustandsvektors  $\mathbf{x}_k$  unter Berücksichtigung aller bis zum Zeitpunkt  $t_k$  gemachten Messungen  $\mathbf{z}_0, \dots, \mathbf{z}_k$  ist durch den *Bedingten Erwartungswert* gegeben:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = E[\mathbf{x}_k | Z^k] = \int \mathbf{x}_k p(\mathbf{x}_k | Z^k) d\mathbf{x}_k, \quad Z^k = \{\mathbf{z}_0, \dots, \mathbf{z}_k\} \quad (4.9)$$

Die Dichtefunktion  $p(a|b)$  ist eine *bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte*, das heißt, sie beschreibt die Wahrscheinlichkeit der Variable  $A$  bei einer gegebenen Realisation  $b$  der Variablen  $B$ . Die Bedingung wird durch den senkrechten Strich gekennzeichnet und ist als 'unter der Voraussetzung von' zu lesen. Der *Satz von Bayes* beschreibt die Rechnung mit bedingten Wahrscheinlichkeiten:

$$p(a|b) = \frac{p(b|a)p(a)}{p(b)}. \quad (4.10)$$

Man kann leicht zeigen, dass die Verwendung des bedingten Erwartungswertes  $\hat{\mathbf{x}}_k$  den *quadratischen Fehler*

$$E[(\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k)^2 | Z^k] = \int (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k)^2 p(\mathbf{x}_k | Z^k) d\mathbf{x}_k \quad (4.11)$$

der Schätzung minimiert. Aus diesem Grund wird die Schätzung als *optimal* bezeichnet. Es gibt noch weitere Definitionen einer optimalen Schätzung, auf die hier nicht weiter eingegangen wird.

Die Dichtefunktion  $p(\mathbf{x}_k | Z^k)$  in (4.9) wird *a posteriori* Wahrscheinlichkeit genannt. Sie enthält das gesamte verfügbare Wissen über den Zustand des Systems zum Zeitpunkt  $t_k$  und wird im Folgenden berechnet. Mit (4.10) gilt:

$$p(\mathbf{x}_k | Z^k) = \frac{p(Z^k | \mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k)}{p(Z^k)}. \quad (4.12)$$

## 4 Algorithmen zur Rekonstruktion der Bewegungsdaten

Diese Gleichung lässt sich unter Berücksichtigung der Markov-Eigenschaft (4.5) in einen rekursiven Ausdruck umformen [BER99]:

$$p(\mathbf{x}_k|Z^k) = \frac{p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k|Z^{k-1})}{p(\mathbf{z}_k|Z^{k-1})}. \quad (4.13)$$

Die Dichtefunktion  $p(\mathbf{x}_k|Z^{k-1})$  wird *a priori* Wahrscheinlichkeit genannt und entspricht der Transformation der letzten bekannten Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\mathbf{x}_{k-1}|Z^{k-1})$  auf den nächsten Zeitpunkt  $t_k$  ohne Berücksichtigung der aktuellen Messung:

$$p(\mathbf{x}_k|Z^{k-1}) = \int p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})p(\mathbf{x}_{k-1}|Z^{k-1})d\mathbf{x}_{k-1}. \quad (4.14)$$

Die Übergangswahrscheinlichkeit  $p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})$  ist durch das Prozessmodell (4.4) gegeben.

Die Dichtefunktion  $p(\mathbf{z}_k|Z^{k-1})$  wird *Evidenz* genannt, und entspricht der Transformation der *a priori* Wahrscheinlichkeit in den Raum der Messungen:

$$p(\mathbf{z}_k|Z^{k-1}) = \int p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k|Z^{k-1})d\mathbf{x}_k. \quad (4.15)$$

Die Dichtefunktion  $p(\mathbf{z}_k|\mathbf{x}_k)$  wird *Likelihood* genannt und ist durch das Messmodell (4.7) gegeben.

Die Gleichungen (4.13) - (4.15) sind die Grundlage der Bayesischen rekursiven Schätzung. Formel (4.14) wird auch als *Vorhersage-Schritt*<sup>3</sup> bezeichnet und Formel (4.13) als *Korrektur-Schritt*<sup>4</sup>. Das gesamte Wissen über den Zustand zum Zeitpunkt  $t_k$  ist in der *a posteriori* Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\mathbf{x}_k|Z^k)$  enthalten, die mit jeder neuen Messung über einen Vorhersage- und einen Korrektur-Schritt aktualisiert wird. Im Allgemeinen sind die Integrale nicht analytisch lösbar, sondern müssen über numerische Methoden, wie zum Beispiel Monte-Carlo Integration berechnet werden. Nimmt man jedoch an, dass die zugrunde liegenden Wahrscheinlichkeiten normalverteilt sind, vereinfachen sich die Formeln zum so genannten *Kalmanfilter*.

### 4.1.3 Der Kalmanfilter

Ist eine Zufallsvariable  $\mathbf{x}$  normalverteilt, so ist seine Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\mathbf{x})$  eindeutig durch den Erwartungs- oder Mittelwert  $\hat{\mathbf{x}} := E[\mathbf{x}]$  und die Kovarianzmatrix  $P_x := E[(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T]$  bestimmt:

$$p(\mathbf{x}) = N(\hat{\mathbf{x}}, P_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi|P_x|}} \exp \left[ -\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^T P_x^{-1}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \right].$$

---

<sup>3</sup>engl.: time-update

<sup>4</sup>engl.: measurement-update

Im Folgenden wird nun angenommen, dass der Zustandsvektor  $\mathbf{x}_k$ , sowie das Prozessrauschen  $\mathbf{u}_k$  und das Messrauschen  $\mathbf{w}_k$  normalverteilte Zufallsvektoren sind.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_k) &= N(\hat{\mathbf{x}}_k, P_{x_k}), & P_{x_k} &\in \mathbb{R}^{n_x \times n_x} \\ p(\mathbf{u}_k) &= N(\hat{\mathbf{u}}_k, U_k), & U_k &\in \mathbb{R}^{n_u \times n_u} \\ p(\mathbf{w}_k) &= N(\hat{\mathbf{w}}_k, W_k), & W_k &\in \mathbb{R}^{n_w \times n_w} \end{aligned}$$

Zur Herleitung der Kalmanfilter Gleichungen müssen streng genommen keine Normalverteilungen angenommen werden. Es genügt, wenn sich der stochastische Prozess durch eine zeitliche Abfolge von Erwartungswert und Kovarianz adäquat beschreiben lässt.

### Vorhersage-Schritt

Im Vorhersage-Schritt (4.14) wird die *a priori* Wahrscheinlichkeit  $p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1})$  berechnet. Sie wird durch die normalverteilte Variable  $\mathbf{x}_k^-$  mit

$$p(\mathbf{x}_k^-) = N(\hat{\mathbf{x}}_k^-, P_{x_k}^-) = p(\mathbf{x}_k | \mathbf{Z}_{k-1})$$

beschrieben. Das hochgestellte '-' deutet an, dass es sich um die *a priori* Wahrscheinlichkeit handelt, und die Messung noch nicht berücksichtigt wurde. Erwartungswert  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$  und Kovarianz  $P_{x_k}^-$  ergeben sich mittels Propagation der letzten Schätzung durch das Prozessmodell:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = E[f_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{v}_k)], \quad (4.16)$$

$$P_{x_k}^- = E[(\mathbf{x}_k^- - \hat{\mathbf{x}}_k^-)(\mathbf{x}_k^- - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T]. \quad (4.17)$$

Nimmt man an, dass  $\mathbf{x}_k$  linear vom letzten Zustand  $\mathbf{x}_{k-1}$  und dem Prozessrauschen  $\mathbf{u}_k$  abhängt, können  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$  und  $P_{x_k}^-$  exakt berechnet werden. Das Prozessmodell lässt sich dann schreiben als

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k) = F_k \mathbf{x}_{k-1} + G_k \mathbf{u}_k, \quad F_k \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}, G_k \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u} \quad (4.18)$$

und es gilt:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = F_k \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + G_k \hat{\mathbf{u}}_k, \quad (4.19)$$

$$P_{x_k}^- = F_k P_{x_{k-1}} F_k^T + G_k U_k G_k^T. \quad (4.20)$$

Eine Methode zur Propagation der Wahrscheinlichkeitsverteilung bei nichtlinearen Modellen wird im so genannten *Extended Kalmanfilter*<sup>5</sup> verwendet. Der *a priori* Erwartungswert  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$  wird näherungsweise durch direkte Anwendung des Prozessmodells auf die letzte Schätzung berechnet:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = E[f_k(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_k)] \approx f_k(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \hat{\mathbf{u}}_k). \quad (4.21)$$

<sup>5</sup>deutsch: 'erweiterter Kalmanfilter', die englische Bezeichnung für den Algorithmus hat sich jedoch als feststehender Begriff durchgesetzt und wird daher vorgezogen

#### 4 Algorithmen zur Rekonstruktion der Bewegungsdaten

Zur Berechnung der *a priori* Kovarianz wird das Prozessmodell bei jedem Zeitschritt durch Berechnung der Jacobi-Matrizen lokal linearisiert

$$F_k := \left. \frac{\partial f_k(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{u}}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-} \quad G_k := \left. \frac{\partial f_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\hat{\mathbf{u}}_k} \quad (4.22)$$

und dann (4.20) angewendet. Diese Methode ist eine Näherung erster Ordnung der exakten Terme (4.16) und (4.17) und kann je nach Prozessmodell zu erheblichen Fehlern und zur Divergenz des Filters führen.

Eine andere Möglichkeit, bei der die Wahrscheinlichkeitsverteilungen bis zur zweiten Ordnung korrekt transformiert werden, ist die so genannte 'Unscented Transformation'<sup>6</sup>(Abschnitt 4.1.4). Dabei werden Erwartungswert und Kovarianz durch eine Anzahl von gewichteten Punkten im Zustandsraum (im folgenden 'Sigmapunkte' genannt) repräsentiert. Das Prozessmodell wird auf jeden dieser Punkte angewendet und Erwartungswert und Kovarianz anschließend aus den transformierten Punkten neu berechnet. Diese Methode führt zum so genannten *Unscented Kalmanfilter*, der im nächsten Abschnitt genau beschrieben wird.

#### Korrektur-Schritt

Im Korrektur-Schritt (4.13) wird die *a posteriori* Wahrscheinlichkeit

$$p(\mathbf{x}_k | Z_k) = N(\hat{\mathbf{x}}_k, P_{x_k})$$

berechnet. Unter der Annahme normalverteilter Wahrscheinlichkeiten lässt er sich wie folgt schreiben:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k[\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-], \quad \hat{\mathbf{z}}_k^- = E[h(\mathbf{x}_k^-, \mathbf{u}_k)], \quad (4.23)$$

$$P_{x_k} = P_{x_k}^- - K_k P_{z_k z_k} K_k^T. \quad (4.24)$$

Der *a priori* Messwert  $\hat{\mathbf{z}}_k^-$  berechnet sich mit Hilfe des Messmodells aus der *a priori* Schätzung des Vorhersage-Schritts. Er besagt, was man unter Berücksichtigung der letzten Schätzung und des Prozessmodells zum Zeitpunkt  $t_k$  als Messwert erwartet. Die Differenz  $[\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-]$  zwischen *a priori* Messwert und wirklichem Messwert wird *Innovation* genannt. Die Matrix  $K_k$  wird *Kalman-Faktor* genannt und setzt sich aus der *Kreuzkorrelationsmatrix*  $P_{x_k z_k}$  zwischen Zustands- und Messfehlern und der *Innovations-Kovarianz*  $P_{z_k z_k}$  zusammen:

$$K_k = P_{x_k z_k} P_{z_k z_k}^{-1} \in \mathbb{R}^{n_x \times n_z} \quad (4.25)$$

$$P_{x_k z_k} = E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-)^T] \in \mathbb{R}^{n_x \times n_z} \quad (4.26)$$

$$P_{z_k z_k} = E[(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-)(\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-)^T] \in \mathbb{R}^{n_z \times n_z} \quad (4.27)$$

---

<sup>6</sup>deutsch: 'unparfümierte Transformation', aus nachvollziehbaren Gründen wird auch hier die englische Namensgebung vorgezogen

Hängen die Messwerte  $\mathbf{z}_k$  linear vom Zustandsvektor  $\mathbf{x}_k$  des Systems und vom Messrauschen  $\mathbf{w}_k$  ab, lässt sich das Messmodell wie folgt schreiben:

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) = H_k \mathbf{x}_k + D_k \mathbf{w}_k, \quad H_k \in \mathbb{R}^{n_z \times n_x}, D_k \in \mathbb{R}^{n_z \times n_w}. \quad (4.28)$$

In diesem Fall lassen sich  $\hat{\mathbf{z}}_k^-$ ,  $P_{x_k z_k}$  und  $P_{z_k z_k}$  exakt berechnen:

$$\hat{\mathbf{z}}_k^- = H_k \hat{\mathbf{x}}_k^- + D_k \hat{\mathbf{u}}_k \quad (4.29)$$

$$P_{x_k z_k} = P_{x_k}^- H_k^T \quad (4.30)$$

$$P_{z_k z_k} = H_k P_{x_k}^- H_k^T + D_k W_k D_k^T. \quad (4.31)$$

Im nichtlinearen Fall des *Extended Kalmanfilters* gilt:

$$\hat{\mathbf{z}}_k^- \approx h_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \hat{\mathbf{u}}_k) \quad (4.32)$$

und

$$H_k := \left. \frac{\partial h_k(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{u}}_k)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-}, \quad D_k := \left. \frac{\partial h_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\hat{\mathbf{u}}_k}. \quad (4.33)$$

Beim *Unscented Kalmanfilter* werden  $\hat{\mathbf{z}}_k^-$ ,  $P_{x_k z_k}$  und  $P_{z_k z_k}$  mit Hilfe der schon erwähnten *Sigmapunkte* berechnet.

Abbildung 4.1 fasst die einzelnen Schritte des Kalman Filters noch einmal zusammen. Ausgehend von den Startwerten  $\hat{\mathbf{x}}_0$  und  $P_{x_0}$  werden bei jeder neuen Messung  $\mathbf{z}_k$  aus den letzten Schätzwerten  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$  und  $P_{x_{k-1}}$  und dem Prozessmodell die *a priori* Schätzwerte  $\hat{\mathbf{x}}_k^-$  und  $P_{x_k}^-$  zum Zeitpunkt  $t_k$  bestimmt. Dann wird der Kalman Faktor  $K_k$  berechnet. Mit ihm und dem aktuellen Messwert wird dann die *a priori* Schätzung korrigiert.

## Die Rolle von Prozess- und Messrauschen

Bei der Berechnung des Kalman Faktors spielen die Kovarianzen des Prozess- und Messrauschens eine wichtige Rolle. Sie repräsentieren in gewisser Weise das Vertrauen, dass man in die mathematische Beschreibung der Systemdynamik und in die Messwerte hat. Anschaulich gesprochen wird im Korrektur Schritt eine Wichtung vorgenommen zwischen dem, was man als Messung erwartet wenn das Prozessmodell exakt wäre, und dem was man wirklich gemessen hat. Das soll am Beispiel des in (4.6) und (4.8) beschriebenen Random Walk Prozesses  $x_k$  mit  $p(x_k) = N(\hat{x}_k, \sigma_{x_k}^2)$  verdeutlicht werden. Eine Anwendung wäre zum Beispiel die Schätzung eines unbekanntes aber nahezu konstanten Stromes mit Hilfe eines Strommessgerätes. Für den Kalman-Faktor  $K_k$  ergibt sich mit (4.25), (4.30) und (4.31):

$$K_k = \frac{\sigma_{x_k}^2}{\sigma_{zz}^2} = \frac{\sigma_{x_k}^2}{\sigma_{x_k}^2 + \sigma_w^2}$$

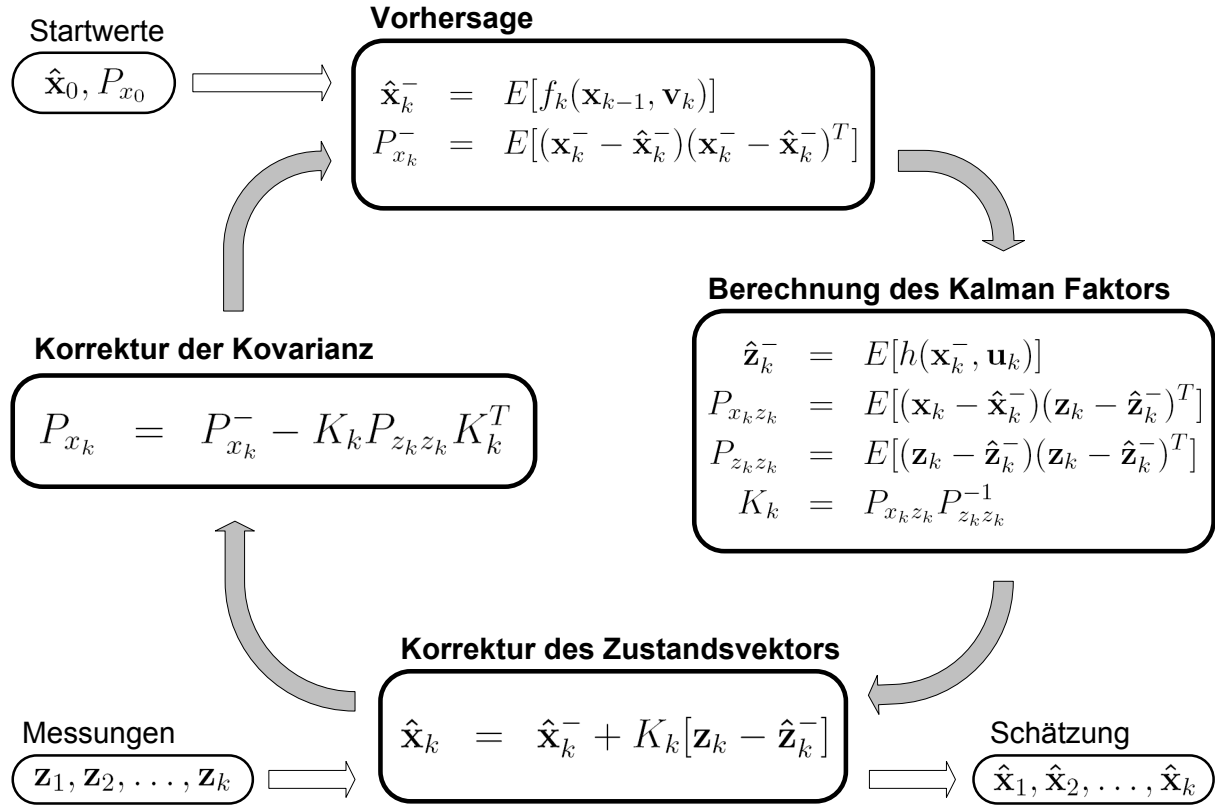


Abbildung 4.1: Kalmanfilter Zyklus

Mit (4.23) gilt dann für die Schätzung  $x_k$ :

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \hat{x}_k^- + K_k (z_k - \hat{z}_k^-) \\ &= \frac{\sigma_w^2}{\sigma_{x_k}^- + \sigma_w^2} \hat{x}_k^- + \frac{\sigma_{x_k}^-}{\sigma_{x_k}^- + \sigma_w^2} z_k. \end{aligned}$$

Der aktuelle Schätzwert ist also der gewichtete Mittelwert zwischen der *a priori* Schätzung  $\hat{x}_k^-$  und der Messung  $z_k$ . Die Varianz  $\sigma_{x_k}^-$  der *a priori* Schätzung setzt sich nach (4.20) aus der Varianz  $\sigma_{x_{k-1}}^2$  der letzten Schätzung und dem Prozessrauschen  $\sigma_u^2$  zusammen:

$$\sigma_{x_k}^- = \sigma_{x_{k-1}}^2 + \sigma_u^2. \quad (4.34)$$

Die Varianz  $\sigma_{x_k}^2$  der aktuellen Schätzung ergibt sich mit (4.24) zu

$$\begin{aligned} \sigma_{x_k}^2 &= \sigma_{x_k}^- - K_k \sigma_{z_k}^2 K_k \\ &= \sigma_{x_k}^- - \left( \frac{\sigma_{x_k}^-}{\sigma_{x_k}^- + \sigma_w^2} \cdot (\sigma_{x_k}^- + \sigma_w^2) \cdot \frac{\sigma_{x_k}^-}{\sigma_{x_k}^- + \sigma_w^2} \right) \\ &= \frac{\sigma_{x_k}^- \sigma_w^2}{\sigma_{x_k}^- + \sigma_w^2} = \left( \frac{1}{\sigma_{x_k}^-} + \frac{1}{\sigma_w^2} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Im Grenzfall einer exakten Messung gilt

$$\sigma_w^2 \rightarrow 0, \quad \hat{x}_k = z_k, \quad \sigma_{x_k}^2 = 0, \quad (4.36)$$

der Messwert wird also direkt als Schätzung übernommen.

Im Grenzfall eines exakten Prozessmodells gilt

$$\sigma_u^2 \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma_{x_k^-}^2 \rightarrow \sigma_{x_{k-1}}^2 \quad (4.37)$$

$$\hat{x}_k = \left( \frac{\sigma_w^2}{\sigma_{x_{k-1}}^2 + \sigma_w^2} \hat{x}_k^- + \frac{\sigma_{x_{k-1}}^2}{\sigma_{x_{k-1}}^2 + \sigma_w^2} z_k \right)$$

$$\sigma_{x_k}^2 = \left( \frac{1}{\sigma_{x_{k-1}}^2} + \frac{1}{\sigma_w^2} \right)^{-1}. \quad (4.38)$$

Die Varianz  $\sigma_{x_k}^2$  wird dabei mit jeder Messung kleiner und für große  $k$  gilt dann

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^-, \quad \sigma_{x_k}^2 = 0. \quad (4.39)$$

Die Messung hat mit der Zeit immer weniger Einfluss auf den Schätzwert.

Ein weiterer wichtiger Fall ergibt sich, wenn man die Entwicklung des Prozesses bei fehlender oder schlechter Messung betrachtet. Für  $\sigma_w^2 \rightarrow \infty$  gilt

$$\sigma_{x_k}^2 = \sigma_{x_k^-}^2 = \sigma_{x_{k-1}}^2 + \sigma_u^2, \quad (4.40)$$

die Varianz der Schätzung wird also immer größer. Eine Random Walk Modellierung von Komponenten des Zustandsvektors ist also nur möglich, wenn diese durch direkte oder indirekte Messungen beobachtbar sind.

#### 4.1.4 Der Unscented Kalmanfilter

Der *Unscented Kalmanfilter* (UKF) ist eine spezielle Form des oben beschriebenen Kalmanfilters, die eine Anwendung auf nichtlineare Prozess- und Messmodelle ermöglicht. Er basiert auf der Annahme, dass es mit einer festen Anzahl von Parametern einfacher sein sollte, eine Gaußsche Wahrscheinlichkeitsverteilung anzunähern als eine beliebige nichtlineare Funktion. Im Gegensatz zum *Extended Kalmanfilter* (EKF) werden nicht die Modelle durch Berechnung der Jacobi Matrizen linearisiert, sondern die Wahrscheinlichkeitsdichten, also Erwartungswerte und Kovarianzen, durch eine Anzahl von Punkten im Zustands- bzw. Messraum repräsentiert. Da die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Algorithmen zur Zustandsschätzung auf dem UKF basieren, soll er diesem Abschnitt ausführlich beschrieben werden. Dazu wird zuerst die Näherungsmethode zur nichtlinearen Transformation von Wahrscheinlichkeitsverteilungen vorgestellt.

#### Unscented Transformation

Eine Zufallsvariable  $\mathbf{x}$  mit Erwartungswert  $\hat{\mathbf{x}}$  und Kovarianz  $P_x$  wird einer Transformation

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}), \quad f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (4.41)$$

unterworfen. Die ersten beiden Momente der Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $\mathbf{y}$ , also  $\hat{\mathbf{y}}$  und  $P_y$  sollen bestimmt werden. Das ist jedoch nur in speziellen Fällen exakt möglich, insbesondere wenn  $f$  eine lineare Funktion ist. Bei nicht linearen Funktionen besteht die Möglichkeit, diese zu linearisieren (EKF), was jedoch zu inkonsistenten Verteilungen führen kann [JUL96]. Die Methode der *Unscented Transformation* umgeht dieses Problem.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $\mathbf{x}$  wird durch eine Stichprobe

$$\mathcal{X} = \{\mathcal{X}_i\}, \quad i = 0, \dots, 2n, \quad \mathcal{X}_i \in \mathbb{R}^n \quad (4.42)$$

von  $2n+1$  gewichteten Punkten repräsentiert, die den Erwartungswert  $\hat{\mathbf{x}}$  und die Kovarianz  $P_x$  haben (*Sigmapunkte*). Zur Transformation der Wahrscheinlichkeit wird dann jeder dieser Punkte einzeln mit der Funktion  $f$  transformiert

$$\mathcal{Y}_i = f(\mathcal{X}_i), \quad (4.43)$$

und anschließend  $\hat{\mathbf{y}}$  und  $P_y$  aus den Punkten  $\{\mathcal{Y}_i\}$  bestimmt. Das Auswahl der *Sigmapunkte* geschieht wie folgt [JUL95]:

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_0 &= \hat{\mathbf{x}} \\ \mathcal{X}_i &= \hat{\mathbf{x}} + \sqrt{n + \lambda} \left( \sqrt{P_x} \right)_i, \quad i = 1, \dots, n \\ \mathcal{X}_i &= \hat{\mathbf{x}} - \sqrt{n + \lambda} \left( \sqrt{P_x} \right)_{i-n}, \quad i = n + 1, \dots, 2n. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Dabei ist  $\lambda$  ein Skalierungsfaktor und  $\left( \sqrt{P_x} \right)_i$  die  $i$ -te Spalte der Quadratwurzel der Matrix  $P_x$ . Die Wurzel einer Matrix lässt sich zum Beispiel mit Hilfe der Cholesky-Zerlegung [NUM92] bestimmen. Die Verteilung der transformierten *Sigmapunkte*  $\mathcal{Y}$  ergibt:

$$\hat{\mathbf{y}} \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i^m \mathcal{Y}_i, \quad (4.45)$$

$$P_y \approx \sum_{i=0}^{2n} W_i^c (\mathcal{Y}_i - \hat{\mathbf{y}})(\mathcal{Y}_i - \hat{\mathbf{y}})^T, \quad (4.46)$$

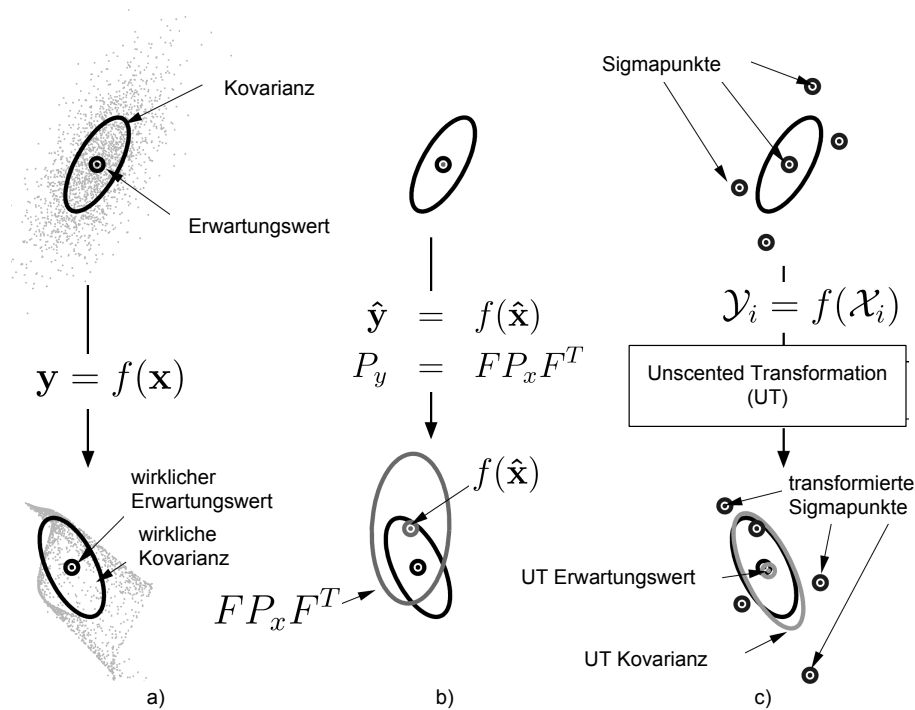
mit den Wichtungsfaktoren

$$\begin{aligned} W_0^m &= \frac{\lambda}{n + \lambda} & W_0^c &= \frac{\lambda}{n + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ W_i^m &= \frac{1}{2(n + \lambda)} & W_i^c &= W_i^m. \end{aligned} \quad (4.47)$$

$\lambda$  hängt über  $\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$  mit den Konstanten  $\alpha$  und  $\kappa$  zusammen. Mit  $\alpha$ ,  $\kappa$  und  $\beta$  können die Fehler der Näherung in (4.45) und (4.46) minimiert werden, wenn die Abweichungen von einer normalverteilten Wahrscheinlichkeit bekannt sind. Bei Normalverteilungen werden die ersten beiden Momente korrekt transformiert, wenn  $\alpha = 1$ ,  $\kappa = 3 - n$  und  $\beta = 2$  gesetzt werden [JUL95].



In Abbildung 4.2 ist die Methode der *Unscented Transformation* im Vergleich zur linearisierten Transformation im *Extended Kalmanfilter* schematisch dargestellt. Unter a) sind Erwartungswert und Kovarianz einer nicht linear aber exakt transformierten Wahrscheinlichkeitsverteilung dargestellt. Die Verteilung ist durch eine 'Punktwolke' angedeutet. b) und c) zeigen die Ergebnisse der Transformation bei einer Linearisierung der Transformation und bei einer Repräsentation der Verteilung durch Sigmapunkte. Eine mathematische Analyse beider Transformationen mit Hilfe von Taylor-Reihen finden sich in [JUL96] und [HAY01].



**Abbildung 4.2:** Schematische Darstellung der nichtlinearen Transformation von Wahrscheinlichkeiten [HAY01]: a) exakte Transformation; b) Extended Kalmanfilter (Linearisierung erster Ordnung); c) Unscented Transformation.

## Der Filteralgorithmus

Im *Unscented Kalmanfilter* wird die Methode der *Unscented Transformation* verwendet, um die *a priori* und *a posteriori* Wahrscheinlichkeiten im Kalmanfilter zu berechnen. Um den Einfluss von Prozess- und Messrauschen zu berücksichtigen, werden der Zustandsvektor und die Kovarianz der aktuellen Schätzung vor jedem Kalmanfilter Durchgang um die Rauschkomponenten erweitert:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \\ \hat{\mathbf{u}}_k \\ \hat{\mathbf{w}}_k \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a \in \mathbb{R}^n, \quad n = n_x + n_u + n_w \quad (4.48)$$

#### 4 Algorithmen zur Rekonstruktion der Bewegungsdaten

$$P_{x_{k-1}}^a = \begin{bmatrix} P_{x_{k-1}} & 0 & 0 \\ 0 & U_k & 0 \\ 0 & 0 & W_k \end{bmatrix}, \quad P_{x_k}^a \in \mathbb{R}^{n \times n}. \quad (4.49)$$

Daraus wird nach (4.44) die Menge  $\mathcal{X}_{k-1}^a$  der *Sigmapunkte* berechnet:

$$\mathcal{X}_{k-1}^a = \{\mathcal{X}_{k-1,i}^a\}, \quad \mathcal{X}_{k-1,i}^a = \begin{pmatrix} \mathcal{X}_{k-1,i}^x \\ \mathcal{X}_{k-1,i}^u \\ \mathcal{X}_{k-1,i}^w \end{pmatrix}, \quad i = 0, \dots, 2n. \quad (4.50)$$

Diese werden dann mit Hilfe des Prozessmodells (4.4) zu *a priori Sigmapunkten*  $\mathcal{X}_{k,i}^-$  transformiert:

$$\mathcal{X}_{k,i}^- = f(\mathcal{X}_{k-1,i}^x, \mathcal{X}_{k-1,i}^u), \quad \mathcal{X}_{k,i}^- \in \mathbb{R}^{n_x}, \quad i = 0, \dots, 2n. \quad (4.51)$$

Der *a priori* Erwartungswert und die *a priori* Kovarianz werden dann mit (4.45), (4.46) und den Wichtungsfaktoren (4.47) berechnet:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^m \mathcal{X}_{k,i}^- \quad (4.52)$$

$$P_{x_k}^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^c (\mathcal{X}_{k,i}^- - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\mathcal{X}_{k,i}^- - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T. \quad (4.53)$$

Unter Berücksichtigung der Komponenten  $\mathcal{X}_{k-1,i}^w$  der ursprünglichen Punkte werden dann die *a priori Sigmapunkte*  $\mathcal{X}_{k,i}^-$  mit Hilfe des Messmodells (4.7) in den Raum der Messungen transformiert, und daraus der *a priori* Messwert  $\hat{\mathbf{z}}_k^-$  berechnet:

$$\mathcal{Z}_{k,i} = h(\mathcal{X}_{k,i}^-, \mathcal{X}_{k-1,i}^w), \quad \mathcal{Z}_{k,i} \in \mathbb{R}^{n_z}, \quad i = 0, \dots, 2n \quad (4.54)$$

$$\hat{\mathbf{z}}_k^- = \sum_{i=0}^{2n} W_i^m \mathcal{Z}_{k,i}. \quad (4.55)$$

Jetzt müssen nur noch die *Kreuzkorrelationsmatrix* (4.26) und die *Innovationskovarianz* (4.27) berechnet werden:

$$P_{x_k z_k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^c (\mathcal{X}_{k,i}^- - \hat{\mathbf{x}}_k^-) (\mathcal{Z}_{k,i} - \hat{\mathbf{z}}_k^-)^T \quad (4.56)$$

$$P_{z_k z_k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^c (\mathcal{Z}_{k,i} - \hat{\mathbf{z}}_k^-) (\mathcal{Z}_{k,i} - \hat{\mathbf{z}}_k^-)^T. \quad (4.57)$$

Der Vollständigkeit halber seien hier die Formeln zur Korrektur der *a priori* Wahrscheinlichkeit nochmals erwähnt:

$$K_k = P_{x_k z_k} P_{z_k z_k}^{-1} \quad (4.58)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k [\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-] \quad (4.59)$$

$$P_{x_k} = P_{x_k}^- - K_k P_{z_k z_k} K_k^T. \quad (4.60)$$

Die Gleichungen (4.49) bis (4.60) beschreiben vollständig den Algorithmus des *Unscented Kalmanfilters*. In den nächsten Abschnitten werden die Implementierungen des Filters für die Schätzung von Orientierung und Position aus den Daten des Trackingsystems erläutert.

## 4.2 Der Orientierungs-Kalmanfilter

Dieser Abschnitt beschreibt die Implementation eines *Unscented Kalmanfilters* zur Schätzung der momentanen Orientierung einer Sensoreinheit. Der Filter basiert auf einem bereits in [KRA03] beschriebenen Algorithmus, der jedoch im Folgenden diskutiert und erweitert wird. Er verarbeitet die Daten der Inertialsensoren und der Magnetfeldsensoren, und ermöglicht die Orientierungsmessung einzelner Sensormodule ohne Verwendung des Ultraschallsystems. Außerdem bildet er zusammen mit dem im nächsten Abschnitt vorgestellten Positions-Kalmanfilter den Algorithmus zur Schätzung des vollständigen Bewegungszustands (Position und Orientierung) eines Objektes.

### 4.2.1 Drehungen

Die Orientierung eines starren Körpers im Raum wird durch eine Drehung des Körpers aus einer bestimmten Ausgangslage beschrieben. Zur Darstellung und Berechnung von Drehungen gibt es unterschiedliche Ansätze, von denen die gebräuchlichsten im Folgenden kurz beschrieben werden.

#### Euler-Winkel und Drehmatrizen

Rotationen im dreidimensionalen Raum können durch die Matrizen der speziellen orthogonalen Gruppe  $SO(3)$  beschrieben werden:

$$SO(3) = \{M \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid M^T M = \mathbb{1}_3 \text{ und } \det(M) = 1\}. \quad (4.61)$$

Kombination und Inversion von Rotation werden durch Multiplikation und Inversion der Drehmatrizen erreicht. Die Matrix einer allgemeinen Drehung  $R(\mathbf{d}, \phi)$  mit dem Winkel  $\phi$  um die Drehachse  $\mathbf{d}$  ( $\|\mathbf{d}\| = 1$ ) kann wie folgt berechnet werden:

$$R(\mathbf{d}, \phi) = D(\mathbf{d}) + \cos \phi \cdot (\mathbb{1} - D(\mathbf{d})) - \sin \phi \cdot \Omega(\mathbf{d})$$

mit 
$$D(\mathbf{d}) = \begin{pmatrix} d_1^2 & d_1 d_2 & d_1 d_3 \\ d_2 d_1 & d_2^2 & d_2 d_3 \\ d_3 d_1 & d_3 d_2 & d_3^2 \end{pmatrix}, \Omega(\mathbf{d}) = \begin{pmatrix} 0 & -d_3 & d_2 \\ d_3 & 0 & -d_1 \\ -d_3 & d_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.62)$$

Eine Drehung  $R$  lässt sich in drei aufeinander folgende Einzeldrehungen zerlegen:

$$R = R(\mathbf{d}_3, \Theta_3)R(\mathbf{d}_2, \Theta_2)R(\mathbf{d}_1, \Theta_1). \quad (4.63)$$

Legt man die Drehachsen fest, so lässt sich die Drehung durch Angabe der drei Winkel  $\Theta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) beschreiben. Die Winkel  $\Theta_i$  werden verallgemeinerte Euler-Winkel genannt. Bei einem Satz von drei Drehachsen gibt es unterschiedliche Konventionen zur Angabe der Euler-Winkel. Da Rotationen nicht kommutativ sind, muss die Reihenfolge der Einzeldrehungen festgelegt werden. Eine weitere Freiheit besteht darin, die Drehungen im

globalen Koordinatensystem durchzuführen oder im mit dem Körper mitgedrehten lokalen System. Insgesamt ergeben sich so 24 verschiedene Definitionen der Euler-Winkel. Eine im Bereich der Navigation häufig verwendete Konvention ist die Angabe der Drehwinkel um die drei Vektoren der Standardbasis des globalen ortsfesten Koordinatensystems. Die Winkel werden dann *roll*-, *pitch*- und *yaw*-Winkel<sup>7</sup> genannt.

## Quaternionen

Eine andere Möglichkeit zur Darstellung von Drehungen bieten Quaternionen. Sie können als Erweiterung der komplexen Zahlen aufgefasst werden und sind wie folgt definiert:

$$\mathbb{H} = \{q = w + ix + jy + kz \mid w, x, y, z \in \mathbb{R}; i^2 = j^2 = k^2 = -1; ijk = -1\}. \quad (4.64)$$

Mit  $\mathbf{v} = (x, y, z)$  lassen sich die Elemente des Quaternionenkörpers  $\mathbb{H}$  in einen skalaren und einen vektoriellen Anteil unterteilen:

$$q = [w, \mathbf{v}]. \quad (4.65)$$

Die Rechenregeln für Quaternionen sind dann wie folgt:

$$\text{(Addition)} \quad q + q' = [w + w', \mathbf{v} + \mathbf{v}'] \quad (4.66)$$

$$\text{(Multiplikation)} \quad qq' = [ww' - \langle \mathbf{v}, \mathbf{v}' \rangle, w\mathbf{v}' + w'\mathbf{v} - \mathbf{v} \times \mathbf{v}'] \quad (4.67)$$

$$\text{(Konjugation)} \quad q^* = [w, -\mathbf{v}] \quad (4.68)$$

$$\text{(Norm)} \quad \|q\| = \sqrt{qq^*} = \sqrt{w^2 + \|\mathbf{v}\|^2} \quad (4.69)$$

$$\text{(Invertierung)} \quad q^{-1} = \frac{q^*}{\|q\|^2}. \quad (4.70)$$

Zur Darstellung von Drehungen werden die Einheitsquaternionen verwendet:

$$\mathbb{H}_1 = \{q \in \mathbb{H} \mid \|q\| = 1\}. \quad (4.71)$$

Zu jedem  $q = [w, \mathbf{v}] \in \mathbb{H}_1$  existiert ein Winkel  $\varphi$ , so dass sich  $q$  schreiben lässt als:

$$q = [\cos \varphi, \sin \varphi \cdot \mathbf{e}_v], \quad \mathbf{e}_v = \frac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|}. \quad (4.72)$$

Man kann zeigen, dass dieses Quaternion eine Rotation um die Achse  $\mathbf{e}_v$  mit dem Winkel  $2\varphi$  beschreibt. Ein Vektor  $\mathbf{r}'$  der sich aus dem Ausgangsvektor  $\mathbf{r}$  durch eine Drehung  $R(\mathbf{d}, \phi)$  ergibt (vergleiche (4.62)), lässt sich damit wie folgt berechnen:

$$\mathbf{r}' = q \mathbf{r} q^{-1}, \quad \mathbf{r}' = [0, \mathbf{r}'], \quad \mathbf{r} = [0, \mathbf{r}], \quad q = \left[ \cos \frac{\phi}{2}, \sin \frac{\phi}{2} \cdot \mathbf{d} \right]. \quad (4.73)$$

Die Quaternionen  $r$  und  $r'$  nennt man die zu  $\mathbf{r}$  und  $\mathbf{r}'$  korrespondierenden Vektorquaternionen. Bei der Rotation von Vektoren wie in (4.73) werden im Folgenden Vektorquaternionen wie Vektoren fett gedruckt. Um welches Objekt es sich dann dabei handelt ergibt

<sup>7</sup>deutsch: Häng-, Neigungs- und Gierwinkel

sich eindeutig aus dem Zusammenhang.

Die resultierende Drehung  $q_{12}$  aus zwei nacheinander ausgeführten Drehungen  $q_1$  und  $q_2$  ergibt sich durch Multiplikation der Quaternionen (4.67):

$$q_{12} = q_2 q_1. \quad (4.74)$$

Das Inverse  $q^{-1}$  einer Drehung  $q$  entspricht der Konjugation des Quaternionen (4.68).

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Quaternionen zur Berechnung von Drehungen eingesetzt, da sie gegenüber der Darstellung durch Euler-Winkel und Drehmatrizen einige Vorteile haben.

- Quaternionen sind einfacher und anschaulicher in der Handhabung und benötigen keine Konventionen wie die Drehachsen und deren Reihenfolge bei den Euler-Winkeln.
- Bei der Parametrisierung mit Euler-Winkeln können Singularitäten auftreten ('Gimbal Lock', z.B [DAM98]).
- Berechnungen mit Quaternionen sind effizienter. Eine Multiplikation von zwei Drehung benötigt mit Quaternionen 9 Additionen und 16 Multiplikationen, wohingegen diese Operation mit Drehmatrizen 15 Additionen und 24 Multiplikationen erfordert [TAY79].
- Es existiert ein einfacher Algorithmus zur Interpolation von Rotationssequenzen ('SLERP', z.B [DAM98]).

Bei der Verwendung von Quaternionen im Zustandsvektor des Unscented Kalmanfilters gibt eine Besonderheiten zu beachten. Bei der Verwendung der Sigmapunkte zur Annäherung der Wahrscheinlichkeitsverteilung und insbesondere bei der Berechnung des Erwartungswert als gewichteter Mittelwert der transformierten Sigmapunkte wird die Annahme gemacht, dass es sich bei dem Zustandsraum um einen Vektorraum handelt. Das ist jedoch nicht der Fall, da es sich bei der vierdimensionalen Einheitssphäre der Quaternionen um eine Riemann-Mannigfaltigkeit handelt. Zur Berechnung des Mittelwertes mehrerer Quaternionen wird daher eine neue Norm definiert und ein iteratives Verfahren verwendet [PEN98]. Eine detaillierte Beschreibung dieser Problematik findet sich in [KRA02].

### 4.2.2 Prozessmodell

Zur Schätzung der Orientierung der Sensoreinheit, muss die Gleichung des Prozessmodell aufgestellt werden, die die Entwicklung des Systems von Zeitpunkt  $t_{k-1}$  zum Zeitpunkt  $t_k$  beschreibt.

### Zeitliche Entwicklung der Orientierung

Die zeitliche Ableitung eines Quaternions ist gegeben durch

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2}qq_\omega. \quad (4.75)$$

Dabei ist  $q_\omega$  das zur Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  korrespondierende Vektorquaternion. Die Gleichung lässt sich in Matrixschreibweise schreiben als:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2}\Omega q. \quad (4.76)$$

Dabei ist

$$q = \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \Omega = \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.77)$$

Unter der Annahme, dass  $\bar{\omega}_k = \frac{1}{2}(\omega(t_k) + \omega(t_{k-1}))$  die mittlere Geschwindigkeit im Intervall  $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$  ist, lässt sich (4.76) leicht integrieren:

$$\begin{aligned} q(t_k) &= \exp\left(\frac{1}{2}\bar{\Omega}_k\Delta t_k\right)q(t_{k-1}) \\ &= \left[\cos\left(\frac{\|\bar{\omega}_k\|\Delta t_k}{2}\right)\mathbb{1} + \frac{1}{\|\bar{\omega}_k\|}\sin\left(\frac{\|\bar{\omega}_k\|\Delta t_k}{2}\right)\bar{\Omega}_k\right]q(t_{k-1}). \end{aligned} \quad (4.78)$$

Mit Hilfe einer Taylorentwicklung für kleine  $\Delta t$  kann man zeigen, dass der Fehler bei dieser Integration in der Größenordnung von  $\Delta t^3$  liegt und verschwindet, wenn  $\omega(t_{k-1})$  und  $\dot{\omega}(t_{k-1})$  parallel sind [WER78].

Intuitiv lässt sich (4.78) verstehen, wenn man wieder zur oben eingeführten Quaternionenschreibweise wechselt. Dann wird  $q_k = q(t_k)$  bei bekannten  $\omega_k = \omega(t_k)$ ,  $\omega_{k-1}$ ,  $q_{k-1}$  wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} q_k &= q_{k-1}q_\Delta(\bar{\omega}_k), \\ q_\Delta(\bar{\omega}_k) &= \left[\cos\left(\frac{\phi_{\bar{\omega},k}}{2}\right), \sin\left(\frac{\phi_{\bar{\omega},k}}{2}\right)\mathbf{e}_{\bar{\omega},k}\right], \\ \phi_{\bar{\omega},k} &= \|\bar{\omega}_k\|\Delta t_k, \quad \mathbf{e}_{\bar{\omega},k} = \frac{\bar{\omega}_k}{\|\bar{\omega}_k\|}. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Das Quaternion  $q_\Delta$  entspricht also einer Drehung um die Achse der Winkelgeschwindigkeit mit dem in der Zeit  $T$  überstrichenen Winkel  $\phi$ .

### Zeitliche Entwicklung der Winkelgeschwindigkeit

Eine Möglichkeit das dynamische Verhalten der Winkelgeschwindigkeit zu beschreiben besteht darin, sie als Random Walk zu modellieren [KRA03]:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + \mathbf{u}_k, \quad p(\mathbf{u}_k) = N(\mathbf{0}, U_k). \quad (4.80)$$

Der Zustandsvektor  $\mathbf{x}_{ori,k} = (\mathbf{q}_k \ \boldsymbol{\omega}_k)^T$  besteht in diesem Fall aus der Orientierung und der Winkelgeschwindigkeit der Sensoreinheit zum Zeitpunkt  $t = t_k$ . Die Gleichungen (4.79) und (4.80) bilden das Prozessmodell für den Übergang vom Zustand  $\mathbf{x}_{ori,k-1}$  nach  $\mathbf{x}_{ori,k}$ . Die Zufallsvariable  $\mathbf{u}_k$  ist das Prozessrauschen. Unter der Annahme, dass die Varianzen für alle drei Achsen gleich und unkorreliert sind, lässt sich die Kovarianzmatrix  $U_k$  durch einen einzigen Parameter  $u_k$  beschreiben:

$$U_k = \Delta t_k u_k^2 \mathbb{1}_3. \quad (4.81)$$

Die Multiplikation mit der Zeitdifferenz  $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$  gewährleistet, dass das dynamische Verhalten des Prozesses unabhängig von der Abtastrate des Systems ist. Durch eine geeignete Wahl von  $u_k$  können das Antwortverhalten und die Stabilität des Filters beeinflusst werden. Ein Nachteil dieses Modells besteht darin, dass der optimale Wert von  $u_k$  stark von der Bewegung des verfolgten Objektes abhängt. Kleine  $u_k$  erhöhen die Stabilität des Filters, begrenzen jedoch seine Dynamik. Schnelle Änderungen der Winkelgeschwindigkeit, die durch das Messmodell in den Filter eingehen, werden gedämpft und gehen verzögert in die Schätzung des aktuellen Zustands ein. Große  $u_k$  verbessern das dynamische Verhalten des Filters, da die Messwerte viel stärker gewichtet werden. Wird deren Informationsgehalt jedoch überschätzt, kann es durch Messfehler leicht zu Instabilitäten und fehlerhafter Rekonstruktion kommen.

Eine Möglichkeit, die Modellierung der Winkelgeschwindigkeit als Zufallsprozess zu umgehen, besteht darin, die zu den Zeitpunkten  $t_k$  und  $t_{k-1}$  gemessenen Gyroskopdaten  $\boldsymbol{\omega}_{m,k}$  und  $\boldsymbol{\omega}_{m,k-1}$  in das Modell einzubeziehen. Wie in Kapitel 2.1 bereits erläutert wurde, können die Messwerte jedoch durch eine starke Offsetvariation von den wirklichen Drehraten abweichen. Außerdem müssen Ungenauigkeiten durch Sensor- und Elektronikrauschen, Nichtlinearitäten und Kalibrationsfehler berücksichtigt werden. Für die Winkelgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}_k$  der Sensoreinheit zum Zeitpunkt  $t_k$  gilt dann

$$\boldsymbol{\omega}_k = \boldsymbol{\omega}_{m,k} - \boldsymbol{\omega}_{b,k} + \mathbf{u}_{\omega,k}, \quad p(\mathbf{u}_{\omega,k}) = N(\mathbf{0}, U_{\omega,k}), \quad U_{\omega,k} = u_{\omega,k}^2 \mathbb{1}_3. \quad (4.82)$$

Die Zufallsvariable  $\mathbf{u}_{\omega,k}$  entspricht dem Sensorrauschen der Gyroskope. Der zeitliche Abstand zwischen zwei Messungen spielt bei Beschreibung des Rauschens keine Rolle, die Kovarianz  $U_{\omega,k}$  kann aber trotzdem zeitabhängig sein<sup>8</sup>. Der Vektor  $\boldsymbol{\omega}_{b,k}$  entspricht der systematischen Messabweichung der Gyroskope durch die Offsetvariation ('Bias'). Er ist im Allgemeinen ungleich Null und wird als unbekannte Eigenschaft des Systems in den Zustandsvektor aufgenommen. Seine zeitliche Entwicklung wird als Random Walk modelliert [MER04]:

$$\boldsymbol{\omega}_{b,k} = \boldsymbol{\omega}_{b,k-1} + \mathbf{u}_{b,k}, \quad p(\mathbf{u}_{b,k}) = N(\mathbf{0}, U_{b,k}), \quad U_{b,k} = \Delta t_k u_{b,k}^2 \mathbb{1}_3 \quad (4.83)$$

Das Prozessmodell lautet also mit (4.79), (4.82) und (4.83) wie folgt:

$$\mathbf{x}_{ori,k} = f(\mathbf{x}_{ori,k-1}, \mathbf{u}_k), \quad p(\mathbf{u}_k) = N(\mathbf{0}, U_k) \quad (4.84)$$

$$\begin{pmatrix} q_k \\ \boldsymbol{\omega}_{b,k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{k-1} q \Delta (\bar{\boldsymbol{\omega}}_{m,k} - \boldsymbol{\omega}_{b,k-1} + \mathbf{u}_{\omega,k}) \\ \boldsymbol{\omega}_{b,k-1} + \mathbf{u}_{b,k} \end{pmatrix} \quad (4.85)$$

<sup>8</sup>Eine Temperaturänderung könnte z.B. das Rauschverhalten ändern.

$$\mathbf{u}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{\omega,k} \\ \mathbf{u}_{b,k} \end{pmatrix} \quad (4.86)$$

$$U_k = \begin{pmatrix} u_{\omega,k}^2 \mathbb{1}_3 & 0 \\ 0 & \Delta t_k u_{b,k}^2 \mathbb{1}_3 \end{pmatrix}. \quad (4.87)$$

Die Werte für  $u_{\omega,k}$  und  $u_{b,k}$  lassen sich prinzipiell mit Hilfe der untersuchten Sensoreigenschaften in Tabelle 3.1 bestimmen, bleiben jedoch zur Feinabstimmung des Filterverhaltens zunächst frei wählbar und werden an späterer Stelle optimiert.

### 4.2.3 Messmodell

Im Korrekturschritt (4.23) des Kalmanfilters werden die Messwerte der Sensoren zur Korrektur der *a priori* Wahrscheinlichkeit verwendet. Dazu müssen mit Hilfe des Messmodells die sich aus einem Zustand ergebenden Messwerte berechnet werden. Da die Daten der Drehratensensoren schon über das Prozessmodell in die Schätzung mit eingehen, muss das Messmodell nur noch für die Magnetfeld- und die Beschleunigungssensoren aufgestellt werden.

#### Magnetfeld

Die Magnetfeldsensoren messen den Vektor  $\mathbf{b}_{E,k}^l$  des Erdmagnetfeldes im lokalen Koordinatensystem der Sensoreinheit. Dieser ergibt sich bei gegebener Orientierung  $q_k$  durch eine Drehung des globalen Vektors  $\mathbf{b}_E^g$  wie in (4.73):

$$\mathbf{b}_{E,k}^l = q_k \mathbf{b}_E^g q_k^{-1}. \quad (4.88)$$

Der Vektor des Erdmagnetfeldes kann durch ein Störfeld  $\mathbf{b}_{S,k}^g$  überlagert werden, welches durch elektrische Geräte oder magnetische Materialien in der Umgebung des Sensorsystems entsteht und den Vektor des Erdmagnetfeldes lokal verändert. Zusätzliche Störungen der Messung können durch metallische Komponenten des verfolgten Objektes, an dem die Sensoreinheit befestigt ist, auftreten. In Abschnitt 5.1 wird jedoch gezeigt werden, dass diese während des Kalibrationsvorgangs der Sensoren heraus gerechnet werden können. Damit ergibt sich für den gemessenen Vektor  $\mathbf{b}_{m,k}$  zum Zeitpunkt  $t_k$ :

$$\mathbf{b}_{m,k} = \mathbf{b}_{E,k}^l + \mathbf{b}_{S,k}^l + \mathbf{w}_{b,k}, \quad p(\mathbf{w}_{b,k}) = N(\mathbf{0}, W_{b,k}), \quad W_{b,k} = w_{b,k}^2 \mathbb{1}_3 \quad (4.89)$$

$\mathbf{w}_{b,k}$  ist eine normalverteilte Zufallsvariable, welche die Messungenauigkeiten der Sensoren beschreibt.  $\mathbf{b}_{S,k}^l$  ist das magnetische Störfeld im lokalen mitgedrehten Koordinatensystem. Für das Messmodell wird angenommen, dass dieses Feld klein gegenüber dem Erdmagnetfeld ist, und deshalb vernachlässigt werden kann. Befindet sich ein Sensor nicht in unmittelbarer Nähe<sup>9</sup> von metallischen Gegenständen, ist diese Annahme gerechtfertigt. Durch eine Anpassung der Kovarianz  $w_{b,k}$  lässt sich Sensitivität des Filters auf dennoch auftretende Störfelder beeinflussen.

<sup>9</sup>Es hat sich gezeigt, dass ein Abstand von etwa 50 cm ausreicht.



## Beschleunigung

Die Beschleunigungssensoren messen den Vektor der auf die Sensoreinheit wirkenden Beschleunigung im lokalen Koordinatensystem. Diese setzt sich dabei aus der Erdbeschleunigung  $\mathbf{a}_{G,k}^l$  und einer eventuellen zusätzlichen Beschleunigung  $\mathbf{a}_{P,k}^l$  durch eine Positionsänderung des verfolgten Objektes zusammen (diese Komponente wird im Folgenden häufig als *translatorische Beschleunigung* bezeichnet).

$$\mathbf{a}_{G,k}^l = q_k \mathbf{a}_G^g q_k^{-1} \quad (4.90)$$

$$\mathbf{a}_{P,k}^l = q_k \mathbf{a}_{P,k}^g q_k^{-1} \quad (4.91)$$

Für den gemessenen Vektor  $\mathbf{a}_{m,k}$  gilt dann

$$\mathbf{a}_{m,k} = \mathbf{a}_{G,k}^l - \mathbf{a}_{P,k}^l + \mathbf{w}_{a,k}, \quad p(\mathbf{w}_{a,k}) = N(\mathbf{0}, W_{a,k}) \quad (4.92)$$

Der Zufallsvektor  $\mathbf{w}_{a,k}$  repräsentiert die Messungenauigkeiten der Sensoren. Die Beschleunigungskomponente  $\mathbf{a}_{P,k}^l$  wird im Messmodell vernachlässigt. Das entspricht der Annahme, dass sich eine Sensoreinheit hinsichtlich seiner Position in Ruhe befindet oder mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Im Allgemeinen ist das jedoch nicht der Fall, was zu großen Fehlern in der Orientierungsschätzung führen kann. Eine Möglichkeit zur Lösung dieses Problems besteht darin, die unbekannte Beschleunigungskomponente als Bestandteil des Messrauschens aufzufassen und die Kovarianz  $W_{a,k}$  entsprechend anzupassen. Prinzipiell lässt sich die Beschleunigung auch als Bestandteil des Zustandsvektors im Prozessmodell modellieren. Es hat sich jedoch gezeigt, dass diese Vorgehensweise leicht zu Instabilitäten führt und keine Verbesserung der Schätzung mit sich bringt.

Mit (4.89) und (4.92) lässt sich das Messmodell für Magnetfeld und Beschleunigungssensoren wie folgt schreiben:

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_{ori,k}, \mathbf{w}_k), \quad p(\mathbf{w}_k) = N(\mathbf{0}, W_k) \quad (4.93)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{z}_{b,k} \\ \mathbf{z}_{a,k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_k \mathbf{b}_E^g q_k^{-1} + \mathbf{w}_{b,k} \\ q_k \mathbf{a}_G^g q_k^{-1} + \mathbf{w}_{a,k} \end{pmatrix} \quad (4.94)$$

$$\mathbf{w}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_{b,k} \\ \mathbf{w}_{a,k} \end{pmatrix} \quad (4.95)$$

$$W_k = \begin{pmatrix} w_{b,k}^2 \mathbb{1}_3 & 0 \\ 0 & w_{a,k}^2 \mathbb{1}_3 \end{pmatrix}.$$

Die Parameter  $w_{b,k}$  und  $w_{a,k}$  bleiben zunächst frei wählbar und werden später optimiert.

## 4.3 Der Positions-Kalmanfilter

Im Positions-Kalmanfilter werden die Abstandsmessungen des Ultraschallsystems zur Schätzung der aktuellen Position einer Sensoreinheit verwendet.

### 4.3.1 Prozessmodell

Die Position einer Sensoreinheit zum Zeitpunkt  $t$  wird durch den Positionsvektor  $\mathbf{p}$  beschrieben. Seine zeitliche Entwicklung ist durch die Bewegungsgleichungen

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{v}, \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a} \quad (4.96)$$

gegeben, wobei  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{a}$  Geschwindigkeit und Beschleunigung einer Sensoreinheit sind. Position  $\mathbf{p}_k$  und Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_k$  zum Zeitpunkt  $t_k$  lassen sich mittels Integration aus  $\mathbf{p}_{k-1}$ ,  $\mathbf{v}_{k-1}$  und der Beschleunigung  $\mathbf{a}_{k-1}$  berechnen:

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{p}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1}\Delta t_k + \frac{1}{2}\mathbf{a}_{k-1}\Delta t_k^2 \quad (4.97)$$

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_{k-1} + \mathbf{a}_{k-1}\Delta t_k \quad (4.98)$$

Die zeitliche Entwicklung der Beschleunigung wird häufig als Zufallsbewegung (Random Walk) modelliert

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_{k-1} + \mathbf{u}_k, \quad p(\mathbf{u}_k) = N(\mathbf{0}, U_k), \quad (4.99)$$

und der Zustandsvektor aus den Vektoren  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{a}$  zusammengesetzt. Im Bereich der Navigation wird dieses Modell oft auch als 'PVA-Modell' bezeichnet [BRO97].

Mit der gleichen Argumentation wie in Abschnitt 4.2.2 wurde in dieser Arbeit ein Modell gewählt, dass die Modellierung der Beschleunigung als Zufallsbewegung umgeht. Dazu werden die Messungen der Beschleunigungssensoren im Vorhersageschritt des Position-Kalmanfilters berücksichtigt. Um die aus einer Positionsänderung der Sensoreinheit resultierende Beschleunigungskomponente  $\mathbf{a}_{P,m,k}^g$  aus den Messdaten  $\mathbf{a}_{m,k}$  zu erhalten, müssen diese in das globale Koordinatensystem des Zustandsvektors überführt und um den Vektor der Erdbeschleunigung  $\mathbf{a}_G^g$  korrigiert werden. Die dazu benötigte Orientierung der Sensoreinheit liefert die aktuelle Schätzung  $\hat{q}_k$  des Orientierungs-Kalmanfilters.

$$\mathbf{a}_{P,m,k}^g = -(\hat{q}_k \mathbf{a}_{m,k} \hat{q}_k^{-1} - \mathbf{a}_G^g) \quad (4.100)$$

Der Index  $m$  in  $\mathbf{a}_{P,m,k}^g$  deutet an, dass es sich hierbei um eine -wenn auch indirekt- gemessene Größe handelt. Das Minuszeichen kommt daher, dass die Beschleunigungssensoren auf der Messung von Trägheitskräften beruhen (Abschnitt 2.1) und deren Messwerte daher den Vektoren der Beschleunigung durch Geschwindigkeitsänderungen entgegengesetzt sind. Die 'Messung'  $\mathbf{a}_{P,m,k}^g$  ist durch Ungenauigkeiten in der Orientierungsschätzung und durch das Rauschen der Beschleunigungssensoren fehlerbehaftet. Diese Fehler sind jedoch nur schwer voneinander zu trennen und werden daher in einen um  $\mathbf{0}$  verteilten Rauschvektor  $\mathbf{u}_{a,k}$  und einen im Allgemeinen von  $\mathbf{0}$  verschiedenen Bias-Vektor  $\mathbf{a}_{b,k}$  aufgeteilt:

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{a}_{P,m,k}^g - \mathbf{a}_{b,k} + \mathbf{u}_{a,k}, \quad p(\mathbf{u}_{a,k}) = N(\mathbf{0}, U_{a,k}), \quad U_{a,k} = u_{a,k}^2 \mathbb{1}_3. \quad (4.101)$$

Das Modell hat damit die gleiche Struktur wie das der Winkelgeschwindigkeit in (4.82). Die unbekannte Größe  $\mathbf{a}_{b,k}$  wird Bestandteil des Zustandsvektors und deren dynamisches Verhalten wird durch einen Random Walk Prozess beschrieben:

$$\mathbf{a}_{b,k} = \mathbf{a}_{b,k-1} + \mathbf{u}_{b,k}, \quad p(\mathbf{u}_{b,k}) = N(\mathbf{0}, U_{b,k}), \quad U_{b,k} = \Delta t_k u_{b,k}^2 \mathbb{1}_3. \quad (4.102)$$

Das Prozessmodell für den Positions-Kalmanfilter lautet damit wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{pos,k} &= f(\mathbf{x}_{pos,k-1}, \mathbf{u}_k), \quad p(\mathbf{u}_k) = N(\mathbf{0}, U_k) \\ \begin{pmatrix} \mathbf{p}_k \\ \mathbf{v}_k \\ \mathbf{a}_{b,k} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \mathbf{p}_{k-1} + \mathbf{v}_{k-1}\Delta t_k + \frac{1}{2}(\mathbf{a}_{P,m,k}^g - \mathbf{a}_{b,k-1} + \mathbf{u}_{a,k})\Delta t_k^2 \\ \mathbf{v}_{k-1} + (\mathbf{a}_{P,m,k}^g - \mathbf{a}_{b,k-1} + \mathbf{u}_{a,k})\Delta t_k \\ \mathbf{a}_{b,k-1} + \mathbf{u}_{b,k} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.103)$$

$$\mathbf{u}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{a,k} \\ \mathbf{u}_{b,k} \end{pmatrix} \quad (4.104)$$

$$U_k = \begin{pmatrix} u_{a,k}^2 \mathbb{1}_3 & 0 \\ 0 & \Delta t_k u_{b,k}^2 \mathbb{1}_3 \end{pmatrix}. \quad (4.105)$$

Die zwei Parameter  $u_{a,k}$  und  $u_{b,k}$  sind freie Parameter zur Feineinstellung des Filters und werden an späterer Stelle optimiert.

### 4.3.2 Messmodell

Die Berechnung einer Raumkoordinate mit Hilfe der Abstände zu mehreren bekannten Referenzkoordinaten wird *Trilateration*<sup>10</sup> genannt. Eine Möglichkeit zur Verarbeitung der Ultraschalldaten besteht darin, einen Trilaterationsalgorithmus (z.B. [MAN96]) auf die gemessenen Abstände anzuwenden, und die rekonstruierte Position über ein Messmodell in die Zustandsschätzung einzubeziehen. Der Nachteil dabei besteht darin, dass die einzelnen Abstandsmessungen mit dem Ultraschallsystem nacheinander durchgeführt werden müssen. Während der Messung von drei Abständen vergeht eine Zeit von etwa 75 ms (Abschnitt 3.3.3). Während dieser Zeit kann sich die Position der Sensoreinheit um mehrere Zentimeter ändern, was bei der Trilateration zu fehlerhafter Rekonstruktion führt. Deshalb wurde ein Messmodell verwendet, mit dem die gemessenen Abstände einzeln und sofort nach der Durchführung einer Messung in die Schätzung eingehen.

Befinden sich die Referenzmodule an den Positionen  $\mathbf{p}_{R,i}^g$  ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ) des globalen Koordinatensystems, so gilt für die Abständen  $d_{i,k}$  zwischen der Position der Sensoreinheit  $\mathbf{p}_k$  zum Zeitpunkt  $t_k$  und den Referenzmodulen

$$d_{i,k} = \|\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{R,i}^g\|. \quad (4.106)$$

Damit ergibt sich für das Messmodell der Ultraschallentfernungsmessung

$$\begin{aligned} z_{d,k} &= h(\mathbf{x}_{pos,k}, u_{d,k}) = \|\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{R,i}^g\| + u_{d,k} \\ p(u_{d,k}) &= N(0, \sigma_d^2), \end{aligned} \quad (4.107)$$

wobei  $u_{d,k}$  das Rauschen der Messung repräsentiert. Nach der Durchführung einer Abstandsmessung wird das beteiligte Referenzmodul, und damit dessen Position  $\mathbf{p}_{R,i}^g$  mit

<sup>10</sup>Streng genommen bezeichnet Trilateration die Verwendung von drei Abständen, sonst heißt es *Multilateration*. Dieser begriff wird jedoch nur selten benutzt.

Hilfe der über Infrarot gesendeten Identifikationsnummer ermittelt. Die Referenzpositionen wurden vorher mit Hilfe eines Kalibrationsvorgangs bestimmt, der in Abschnitt 5.1.2 beschrieben wird.

Da der zeitliche Abstand zwischen zwei Ultraschallmessungen etwa 25 ms beträgt, die anderen Sensoren jedoch jede Millisekunde neue Daten liefern können, steht dem Positionskalmanfilter in den meisten Fällen eine neue Orientierungsschätzung und ein neuer Beschleunigungsmesswert zur Verfügung, ohne dass eine Abstandsmessung erfolgt ist. In diesem Fall wird nur der Vorhersage-Schritt des Position-Filters ausgeführt und die *a priori* Schätzung wird zur *a posteriori* Schätzung. Auf diese Weise wird eine Positionsdatenrate gewährleistet, die weitaus größer als die Rate der Ultraschallmessungen ist und der Datenrate der Inertial- und Magnetfeldsensoren entspricht. Außerdem können auf diese Weise kurze Zeitabschnitte überbrückt werden, in denen einzelne Abstandsmessungen durch Abschattung oder eine Drehung des Ultraschallempfängers aus dem Sendekegel nicht möglich sind. Allerdings ist bei längerem Ausfall von Messdaten die Komponente  $\mathbf{a}_b$  des Zustandsvektors nicht mehr beobachtbar und nimmt falsche Werte an. Diese Fehler addieren sich dann durch das Prozessmodell auf, und führen zu falschen Positionsschätzungen. Das Problem kann umgangen werden, indem man die Rate der Ultraschallmessungen überwacht und im Fall längerer Lücken auch den Vorhersageschritt auslässt. Dann findet zwar keine Schätzung mehr statt, aber der Filter divergiert nicht und ist somit bei Verfügbarkeit neuer Abstandsdaten schneller wieder in der Lage korrekte Schätzungen vorzunehmen.

Zur Gewährleistung der Filterstabilität ist es weiterhin wichtig, Ultraschallmessungen zu erkennen, bei denen der direkte Schall durch Abschattung nicht am Empfänger ankommt, sondern eine an einem Objekt reflektierte Schallwelle mit längerer Laufzeit. Eine einzige fehlerhafte Entfernungsmessung, deren Wert vom wirklichen Abstand erheblich abweicht, kann die Positionsschätzung so verfälschen, dass der Filter danach einige Zeit braucht, um wieder korrekte Werte zu liefern. Zu diesem Zweck werden Messwerte unterdrückt, bei denen die Innovation, also der Unterschied zwischen *a priori* Messwert und wirklichem Messwert zu groß ist. Tritt ein ähnlicher Messwert jedoch mehrfach hintereinander auf, was bei verfälschten Messungen im Allgemeinen nicht der Fall ist, wird dieser als 'wahr' gewertet. Dadurch wird verhindert, dass in der Anlaufphase des Filters oder nach längeren Aussetzern von Messungen alle Abstandsdaten unterdrückt werden.

### 4.4 Zusammenfassung

Der in diesem Kapitel vorgestellte Orientierungs-Kalmanfilter ermöglicht die Schätzung der Orientierung einer Sensoreinheit aus den Daten der Beschleunigungs-, Magnetfeld- und Drehratensensoren. Mit den Entfernungsmessungen des Ultraschallsystems, den Daten der Beschleunigungssensoren und den Ergebnissen des Orientierungs-Filters ist der Positionskalmanfilter in der Lage, die Positionen der Sensoreinheit zu bestimmen.

Das globale Koordinatensystem, worauf sich die Orientierungs- und Positionsdaten beziehen, ist durch die Positionen der Referenzmodule und die Vektoren des Erdmagnetfeld-

des und der Erdbeschleunigung gegeben. Die Bestimmung dieser Referenzgrößen wird im nächsten Kapitel beschrieben.

Orientierungs- und Positions-Kalmanfilter besitzen eine Reihe von Parametern, die das Antwortverhalten, die Stabilität und die Genauigkeit der Filter beeinflussen. Die Untersuchung dieser Parameter anhand simulierter Sensordaten ist ebenfalls Bestandteil des nächsten Kapitels.

Abbildung 4.3 fasst den Datenfluss bei der Rekonstruktion von Orientierung und Position noch einmal zusammen.

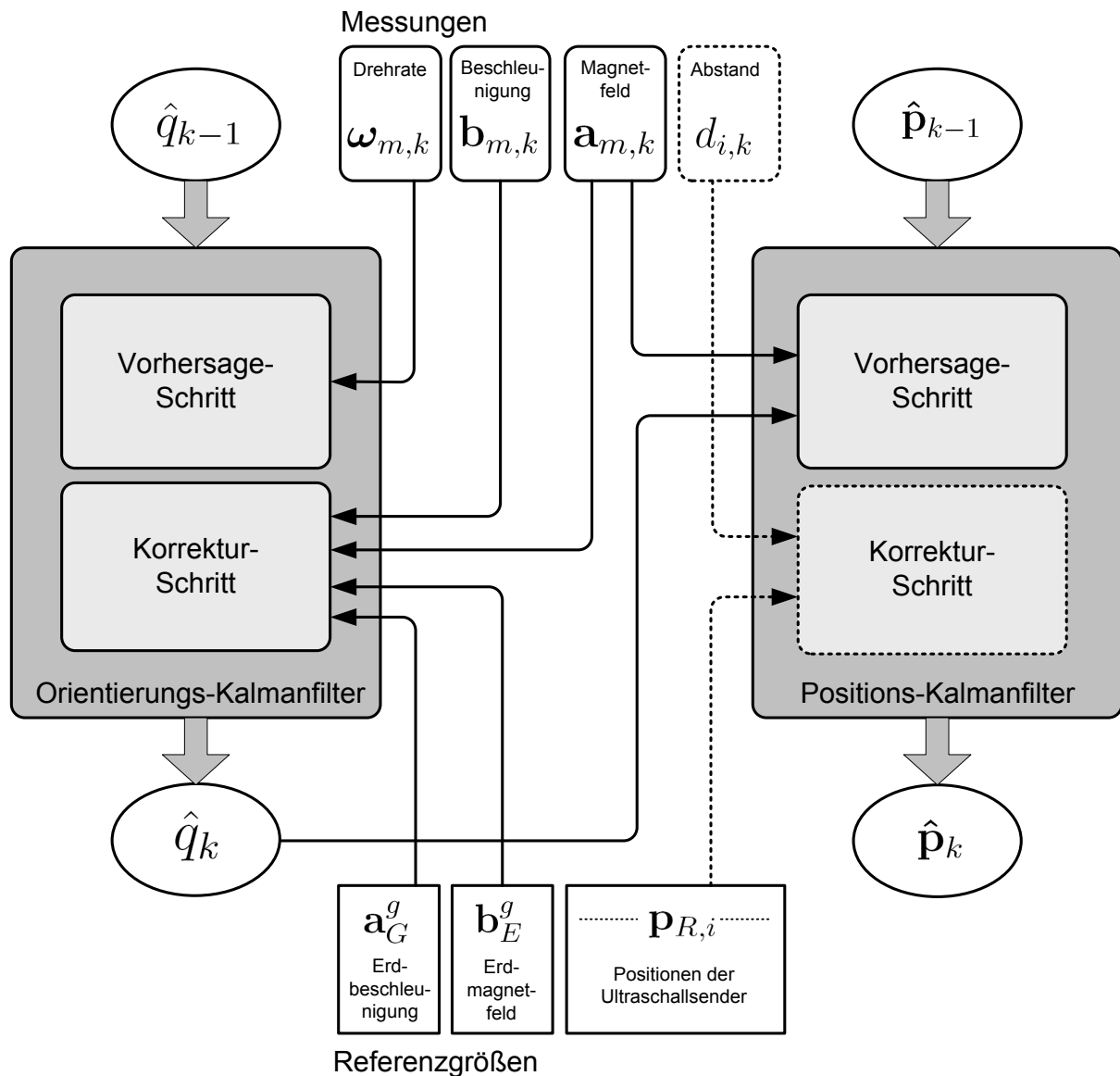


Abbildung 4.3: Datenflussdiagramm bei der Schätzung von Orientierung und Position einer Sensoreinheit.



# 5 Betrieb des Systems

In diesem Kapitel wird der Betrieb des Trackingsystems und die dazu nötigen Vorbereitungen beschrieben. Im ersten Abschnitt werden Methoden zur Kalibration der einzelnen Sensoren beschrieben. Im zweiten Abschnitt werden die Einstellungen der Filterparameter anhand simulierter Sensordaten untersucht und schließlich Messungen mit dem System durchgeführt.

## 5.1 Kalibration

### 5.1.1 Inertialsensoren und Magnetfeld

Um die Inertial- und Magnetfeldsensoren eines Sensormoduls zu kalibrieren, können die in Abschnitt 3.1 beschriebenen Methoden zur Untersuchung der Sensoreigenschaften verwendet werden. Sie haben jedoch den Nachteil, dass sie sehr aufwendig sind und Instrumente wie das Positioniersystem oder die Helmholtzspulen benötigen. Aufgrund der starken Temperaturabhängigkeit einiger Sensoren ist es wünschenswert, eine Kalibration 'direkt vor Ort' durchführen zu können. Für alle drei Sensorgruppen wurden Verfahren entwickelt, mit denen es möglich ist die Sensoren innerhalb weniger Minuten ohne weitere Hilfsmittel zu kalibrieren. Sie beruhen alle auf der Verwendung des Erdmagnetfeldes und der Erdbeschleunigung als Referenzgrößen<sup>1</sup>.

#### Magnetfeldsensoren

Die Kalibration der Magnetfeldsensoren ist in [HAM03] ausführlich behandelt, soll hier aber der Vollständigkeit halber kurz erläutert und diskutiert werden.

Die ADC-Ausgabe  $\mathbf{b}_{ADC}$  der Magnetfeldsensoren ergibt sich aus dem Sensormodell:

$$\mathbf{b}_{ADC} = ST(\mathbf{b}_E^l + \mathbf{b}_{off}) + \mathbf{o}. \quad (5.1)$$

Dabei gilt:

---

<sup>1</sup>Beide Größen sind genau genommen davon abhängig, an welchem Ort auf der Erde man sich befindet. Da sie jedoch im Bereich des Trackingvolumens als konstant angenommen werden können, spielt der Effekt nach einer 'vor Ort' Kalibration keine Rolle mehr. Prinzipiell könnte auch die Erdrotation als Referenzgröße dienen, diese ist jedoch mit etwa 0,004 °/s so klein, dass sie von den Rotationsensoren nicht wahrgenommen werden kann.

## 5 Betrieb des Systems

- $\mathbf{b}_E^l$  ist der Vektor des Erdmagnetfeldes im lokalen Koordinatensystem der Sensoreinheit.
- $\mathbf{b}_{off}$  ist eine lokale Störung des Magnetfeldes, die relativ zum Sensormodul konstant ist. Das kann beispielsweise eine Verzerrung des Erdmagnetfeldes sein, die durch metallische Gegenstände auf der Sensorplatte zustande kommt oder durch ein metallisches Objekt erzeugt wird, auf dem die Sensoreinheit befestigt ist. Globale Störungen des Feldes, z.B. durch starke Magnete (Lautsprecher o.ä.) im Bereich des Trackingvolumens können hiermit nicht herausgerechnet werden. Deshalb müssen diese Effekte bei der Kalibration und im Betrieb minimiert werden.
- $T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  ist eine Koordinatentransformation, welche die Abweichung der einzelnen Sensorachsen von der Orthogonalität beschreibt.
- $S = \text{diag}(S_{11}, S_{22}, S_{33})$  und  $\mathbf{o}$  beschreiben den linearen Zusammenhang zwischen dem Magnetfeld, dem ein Sensor ausgesetzt ist und dem gemessenen ADC-Wert (Sensitivität und Offset).

Mit  $\Gamma = ST$  und  $\mathbf{m} = ST\mathbf{b}_{off} + \mathbf{o}$  vereinfacht sich Gleichung 5.1 zu

$$\mathbf{b}_{ADC} = \Gamma \mathbf{b}_E^l + \mathbf{m}. \quad (5.2)$$

Die allgemeine Matrix  $\Gamma \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  lässt sich mittels Singulärwertzerlegung [NUM92] in die Form  $RHV^T$  überführen, wobei  $R$  und  $V^T$  Drehungen im  $\mathbb{R}^3$  sind und  $H$  eine Diagonalmatrix ist.

$$\mathbf{b}_{ADC} = RHV^T \mathbf{b}_E^l + \mathbf{m}. \quad (5.3)$$

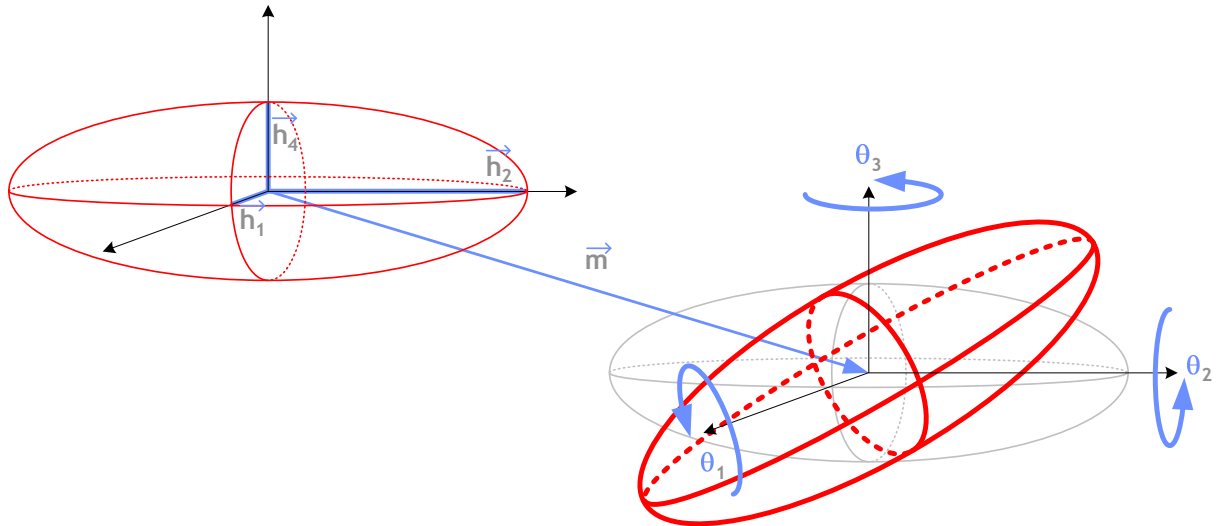
Da die  $\mathbf{b}_E^l$  bei verschiedenen Orientierungen des Sensormoduls Punkte auf einer Kugeloberfläche sind, bilden die Punkte  $\mathbf{b}_{ADC}$  eine Ellipse mit dem Mittelpunkt  $\mathbf{m}$  und den Halbachsen  $\mathbf{h}_1 = (0, H_{11}, 0)^T$ ,  $\mathbf{h}_2 = (H_{22}, 0, 0)^T$ ,  $\mathbf{h}_3 = (0, 0, H_{33})^T$ , die mit  $R$  im Raum gedreht ist (Abbildung 5.1). Die Drehungen  $V^T$  und  $R$  haben dabei keinen Einfluss auf die Form der Ellipse.

Das Prinzip der Kalibration besteht darin, die Sensoreinheit auf beliebige Weise zu drehen und währenddessen die Messwerte der drei Magnetfeldsensoren aufzunehmen. Normiert man die Länge des Erdmagnetfeldvektors  $\mathbf{b}_E^l$  auf Eins, so entsprechen die Messwerte  $\mathbf{b}_{ADC}$  der Abbildung einzelner Punkte der Einheitssphäre auf ein Ellipsoid (5.3). In [HAM03] wurde ein Algorithmus entwickelt, der die Parameter des Ellipsoids ( $R, H$  und  $\mathbf{m}$ ) aus den Daten rekonstruiert. Die zusätzliche Drehung  $V^T$  bleibt dabei jedoch unbestimmt. Zur Umrechnung der gemessenen ADC-Werte  $\mathbf{b}_{ADC}$  in den entsprechenden Vektor des Erdmagnetfeldes wird (5.3) nach  $\mathbf{b}_E^l$  aufgelöst:

$$\mathbf{b}_E^l = VH^{-1}R^T(\mathbf{b}_{ADC} - \mathbf{m}). \quad (5.4)$$

Bleibt  $V$  hier unbekannt und setzt man zum Beispiel  $V \equiv \mathbb{1}$ , so kann die Orientierung des Sensors nicht korrekt rekonstruiert werden. Folgendes Beispiel soll das verdeutlichen.





**Abbildung 5.1:** Allgemeines Ellipsoid im  $\mathbb{R}^3$ , die drei Euler-Winkel  $\Theta_1, \Theta_2$  und  $\Theta_3$  entsprechen der Drehung  $R$ .

Der Vektor des Erdmagnetfeldes  $\mathbf{b}_{E,0}^l$  in einer beliebigen Ausgangslage der Sensoreinheit wird zu

$$\mathbf{v}_0(\mathbf{b}_{E,0}^l) = H^{-1}R^T(\mathbf{b}_{ADC,0} - \mathbf{m}) \quad (5.5)$$

bestimmt. Die Sensoreinheit wird nun mit der Drehung  $O$  gedreht, so dass das nun gemessene Magnetfeld im Sensor-Koordinatensystem  $\mathbf{b}_E^l = O^T\mathbf{b}_{E,0}^l$  beträgt. Die Messung des Magnetfeldes ergibt

$$\mathbf{v}(\mathbf{b}_E^l) = H^{-1}R^T(\mathbf{b}_{ADC} - \mathbf{m}). \quad (5.6)$$

Vergleicht man nun  $\mathbf{v}_0$  und  $\mathbf{v}$  und berücksichtigt man die unbekannte Drehung  $V$ , so scheint statt der Drehung  $O$  die Drehung

$$O' = V^T O V \quad (5.7)$$

angewendet worden zu sein.

Daraus ergibt sich eine Methode, die fehlende Drehung  $V^T$  zu bestimmen. Dabei wird die Sensoreinheit neben der Ausgangslage  $O_0$  in zwei bekannte Orientierungen

$$O_i = R(\mathbf{d}_i, \phi_i) \quad (i = 1, 2) \quad (5.8)$$

gebracht.  $R$  ist dabei eine Drehung aus der Ausgangslage um die Achse  $\mathbf{d}_i$  mit dem Drehwinkel  $\phi_i$ . Die gemessenen Vektoren  $\mathbf{v}_i$  scheinen dann um die Drehung

$$R_i^v = V^T O_i V \quad (5.9)$$

bezüglich  $O_0$  gedreht zu sein. Da die Transformation  $V$  nur die Drehachse ändert, nicht aber den Drehwinkel, gilt

$$R_i^v = R(V^T \mathbf{d}_i, \phi_i). \quad (5.10)$$

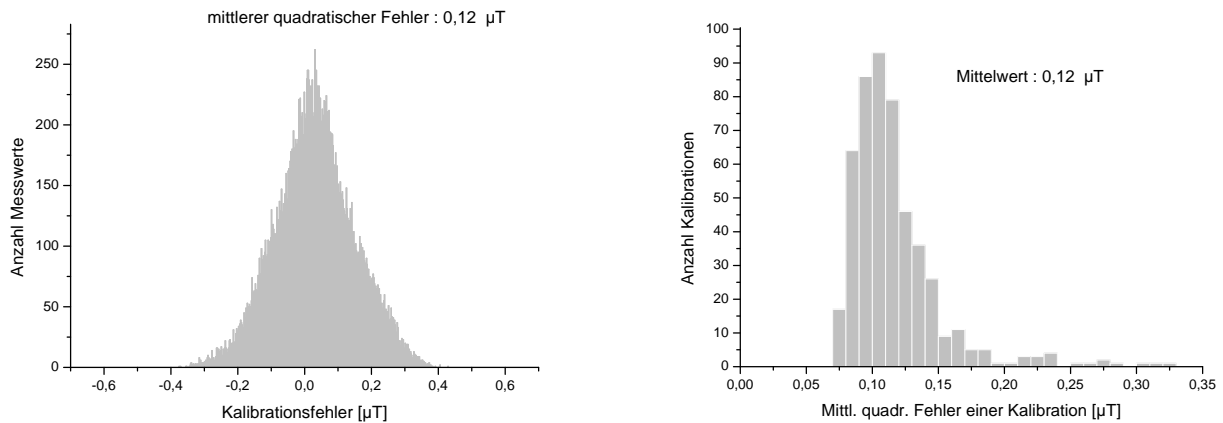
## 5 Betrieb des Systems

Da die Drehwinkel  $\phi_i$  und die Vektoren  $\mathbf{v}_0$  und  $\mathbf{v}_i$  bekannt sind, lassen sich die Drehungen  $R_i^v$  und damit die transformierten Drehachsen  $\mathbf{d}_i^v$  einfach bestimmen. Mit

$$\mathbf{d}_i = V \mathbf{d}_i^v \quad (5.11)$$

lässt sich nun  $V$  und damit auch  $V^T$  berechnen.

Zur Überprüfung des Algorithmus wurde dieser auf simulierte Sensordaten angewendet. Bei der Simulation wurden typische Werte für Offset und Sensitivität der Magnetfeldsensoren und eine Abweichung von der Orthogonalität der Achsen von einem Grad angenommen<sup>2</sup>. Sowohl die Nichtlinearität des Sensors, als auch das Sensorrauschen (Abbildung 3.6) wurden in die Simulation mit einbezogen. Zur Kalibration wurden 1000 Messwerte  $\mathbf{b}_{ADC}$  erzeugt, die sich aus zufällig auf der Einheitssphäre verteilten Erdmagnetfeldvektoren  $\mathbf{b}_E^l$  ergeben. Das entspricht in etwa einer zehn Sekunden andauernden Aufnahme von wirklichen Sensordaten, während der die Sensoreinheit beliebig im Raum gedreht wird. Nach der Durchführung des Kalibrationsalgorithmus wurden die dadurch bestimmten Parameter auf 10000 verschiedene simulierte Sensordaten angewendet und die Rekonstruktionsfehler der Messwerte für alle drei Raumachsen bestimmt. Die Verteilung dieser Fehler



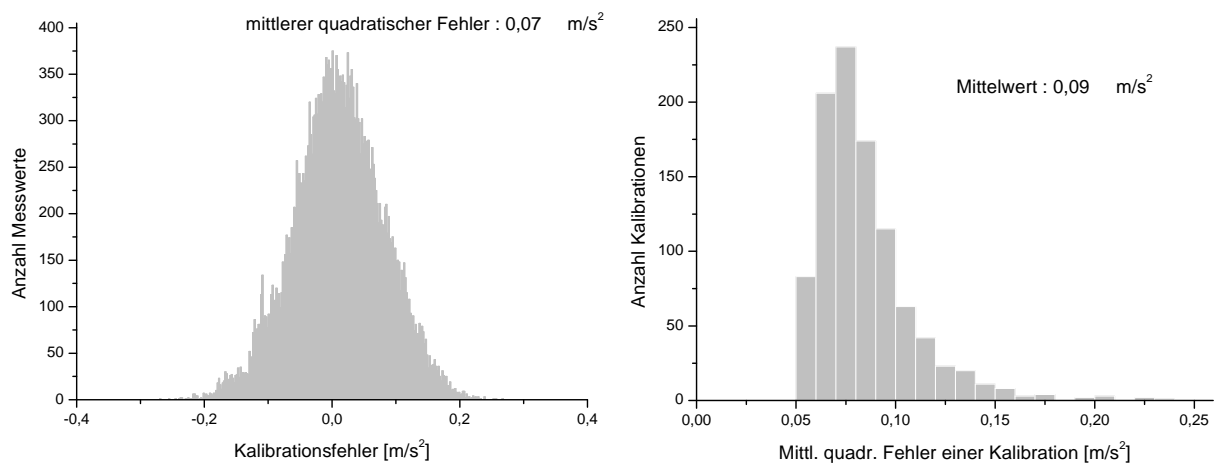
**Abbildung 5.2:** Rekonstruktionsfehler des Algorithmus zur Kalibration der Magnetfeldsensoren mit simulierten Sensordaten; links: Abweichung zwischen den ursprünglichen und den rekonstruierten Magnetfeldvektoren nach einer Kalibration; rechts: Verteilung der mittleren quadratischen Abweichungen mehrerer Kalibrationen; der Betrag des Magnetfeldvektors liegt bei etwa 50 Mikrottesla.

ist in Abbildung 5.2 links zu sehen. Zur Überprüfung der Reproduzierbarkeit wurde der Kalibrationsvorgang mit verschiedenen simulierten Datensätzen 500 mal wiederholt. Die Verteilung der mittleren quadratischen Fehler der einzelnen Kalibrationen ist in der Abbildung rechts zu sehen. Der mittlere Fehler beträgt  $0,12 \mu T$ , was nur unwesentlich mehr ist als die der Fehler durch die Kombination von Sensorrauschen und Nichtlinearität der Sensoren.

<sup>2</sup>Angaben des Datenblattes [HMC03]

## Beschleunigungssensoren

Zur Kalibration der Beschleunigungssensoren wird das gleiche Prinzip wie bei den Magnetfeldsensoren verwendet. Als konstanter Referenzvektor dient der Gravitationsvektor der Erde, der auch hier auf Eins normiert wird. Die Aufnahme der Sensordaten gestaltet sich dabei jedoch schwieriger, da die Sensoren bei der Drehung der Sensoreinheit im Raum zusätzlich zur Erdbeschleunigung eine Beschleunigung messen, die durch die Bewegung der Hand zustande kommt. Hier bietet es sich an, die Sensoreinheit in verschiedenen Ausrichtungen zu fixieren und in jeder Position einen Messwert zu nehmen. Es hat sich gezeigt, dass im Falle der Beschleunigungssensoren etwa 20 Messwerte genügen, um ein zufriedenstellendes Ergebnis bei der Kalibration zu erhalten. Der Algorithmus wurde wie oben auf simulierte Daten angewendet (Abbildung 5.3). Als Abweichung von der Orthogo-



**Abbildung 5.3:** Rekonstruktionsfehler des Algorithmus zur Kalibration der Beschleunigungssensoren mit simulierten Sensordaten; links: Verteilung der Fehler nach einer Kalibration; rechts: mittlere quadratische Fehler mehrerer Kalibrationen.

nalität wurden hier drei Grad angenommen<sup>3</sup>. Das Sensorrauschen und die Nichtlinearität der Sensoren aus Abbildung 3.2 wurden ebenfalls berücksichtigt. Zur Kalibration wurden 20 Messwerte verwendet, die sich aus möglichst gleichmäßig über die Einheitssphäre verteilten Erdbeschleunigungsvektoren ergeben. Bei einer echten Kalibration lassen sich diese Werte erhalten, wenn man die Sensoreinheit zur Kalibration einmal auf jede Seite, jede Kante und jede Ecke 'stellt', und dort jeweils einen Messwert nimmt. Abbildung 5.3 zeigt die Verteilung der Fehler nach einem einzelnen Kalibrationsvorgang. Rechts ist die Verteilung der mittleren quadratischen Fehler von 1000 Kalibrationen dargestellt. Der mittlere Fehler beträgt  $0,09 \text{ m/s}^2$  und liegt damit in der gleichen Größenordnung wie die Fehler durch Sensorrauschen und Nichtlinearität.

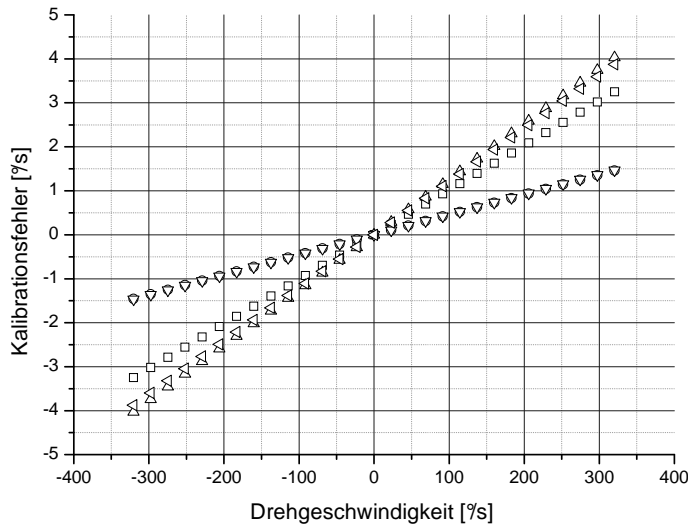
<sup>3</sup>Im Gegensatz zu den Magnetfeldsensoren befindet sich jeder Sensor für eine Achse in einem eigenen Gehäuse. Deshalb können hier durch den Zusammenbau der Sensoreinheit größere Verkippen auftreten.

## Drehratensensoren

Zur Kalibration der Drehratensensoren wird die Messung des Gravitationsvektors durch die Beschleunigungssensoren verwendet [KRA02]. Dabei wird das bereits in Abbildung 3.12 beschriebene Prinzip verwendet. Der überstrichene Winkel um eine Sensorachse wird aus den Komponenten der gemessenen Erdbeschleunigung in Richtung der anderen beiden Sensorachsen berechnet (Formel 3.2). Bei der Kalibration wird zuerst das Offset  $o_{ADC,i}$  ( $i = x, y, z$ ) bestimmt, indem die Daten der sich in Ruhe befindlichen Sensoren aufgenommen werden. Dann wird die Sensoreinheit für eine Zeit  $T$  um eine Achse gedreht, wobei diese möglichst senkrecht zur Gravitationsachse ausgerichtet sein sollte. Währenddessen werden die Rohdaten  $\omega_{ADC,i}(t)$  des entsprechenden Drehratensensors aufgezeichnet und gleichzeitig der in der Zeit  $T$  bezüglich der sensitiven Achse des Sensors überstrichene Winkel  $\alpha_i$  bestimmt. Aus den Rohdaten  $\omega_{ADC,i}(t)$  und dem Offset  $o_{ADC,i}$  kann über Integration der 'Rohwinkel'  $\alpha_{ADC,i}$  bestimmt werden:

$$\alpha_{ADC,i} = \int_0^T (\omega_{ADC,i}(t) - o_{ADC,i}) dt, \quad i = x, y, z. \quad (5.12)$$

Das Verhältnis  $\alpha_i/\alpha_{ADC,i}$  entspricht der Sensitivität des Sensors. Der eben beschriebene Vorgang wird dann für die anderen beiden Sensorachsen wiederholt. Zur Überprüfung der



Kalibration	Fehler [%]
1	1,01
2	0,46
3	1,26
4	0,46
5	1,21
Mittel	0,88

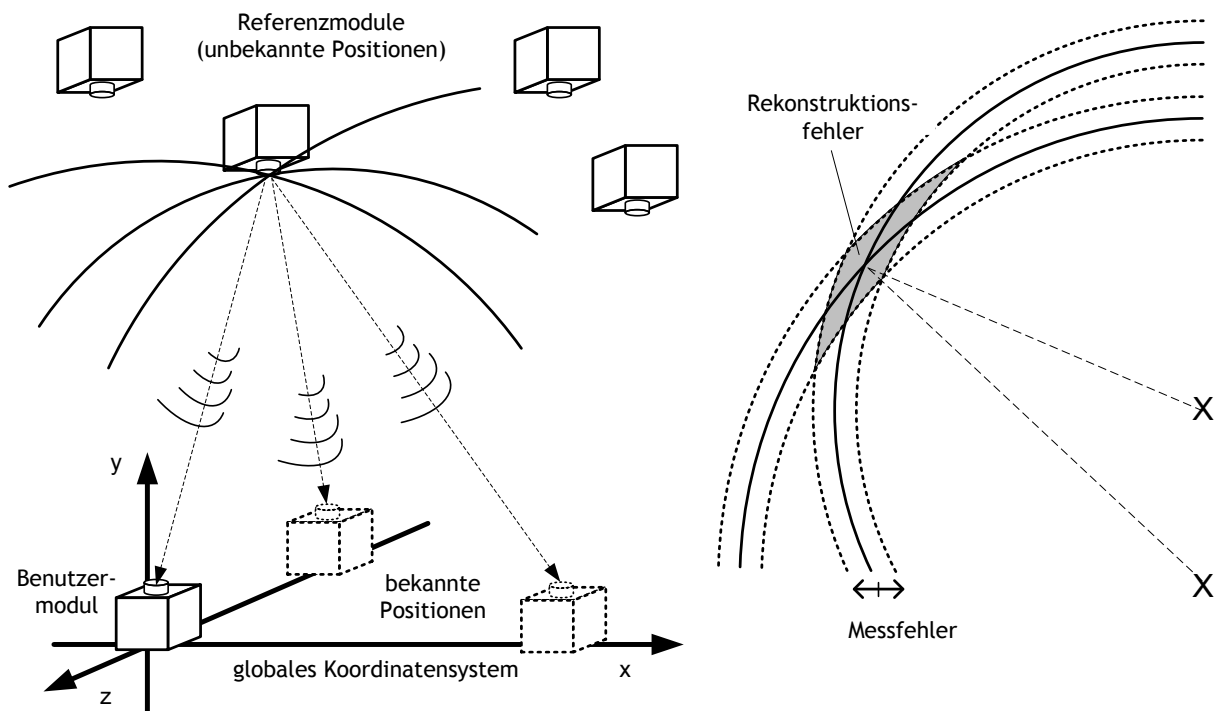
**Abbildung 5.4:** Fehler der Kalibration der Drehratensensoren nach fünf verschiedenen Kalibrationsvorgängen. Aufgetragen sind die Differenzen zwischen rekonstruierter und durch das Positioniersystem vorgegebene Drehrate. Die Tabelle zeigt die Abweichung in Prozent.

Kalibrationsgenauigkeit wurden mit Hilfe des Positioniersystem die Rohdaten der Sensoren bei verschiedenen bekannten Winkelgeschwindigkeiten aufgenommen. Die Rohdaten wurden mit den bei fünf verschiedenen Kalibrationsvorgängen ermittelten Kalibrationsparametern in Drehraten umgerechnet und mit den wirklichen Drehraten verglichen. Die Differenzen sind in Abbildung 5.4 dargestellt. Die Tabelle zeigt die Fehler der rekonstruierten Winkelgeschwindigkeiten in Prozent. Es gibt zwei Gründe für diese Ungenauigkeit.

Zum einen wird die Integration in (5.12) mit diskreten Werten durchgeführt. Hier kann eine möglichst konstante Rotationsgeschwindigkeit den Integrationsfehler minimieren. Zum Anderen ist die Messung des überstrichenen Winkels durch die Ungenauigkeit der Beschleunigungssensoren fehlerbehaftet.

### 5.1.2 Ultraschallsystem

Zur Kalibration des Ultraschallsystems wurde ein Verfahren entwickelt, mit dem die Positionen  $\mathbf{p}_{R,i}^g$  der Referenzmodule auf unkomplizierte Weise bestimmt werden können. Es basiert wie der Positions-Kalmanfilter auf Abstandsmessungen zwischen unbekannt Positionen und bekannten Referenzkoordinaten. In diesem Fall befinden sich jedoch die Ultraschall sendenden Referenzmodule an den unbekannt Punkten. Nachdem diese an der Zimmerdecke oder anderen geeigneten Positionen befestigt wurden, wird eine Sensoreinheit nacheinander an drei bekannte Koordinaten des globalen Koordinatensystems gelegt, um von dort aus Abstandsmessungen zu allen Referenzmodulen durchzuführen (Abbildung 5.5 links). Die Schallgeschwindigkeit wird vorher durch eine Messung der Lufttemperatur berechnet. Mit Hilfe von jeweils drei Abstandsinformationen können nun

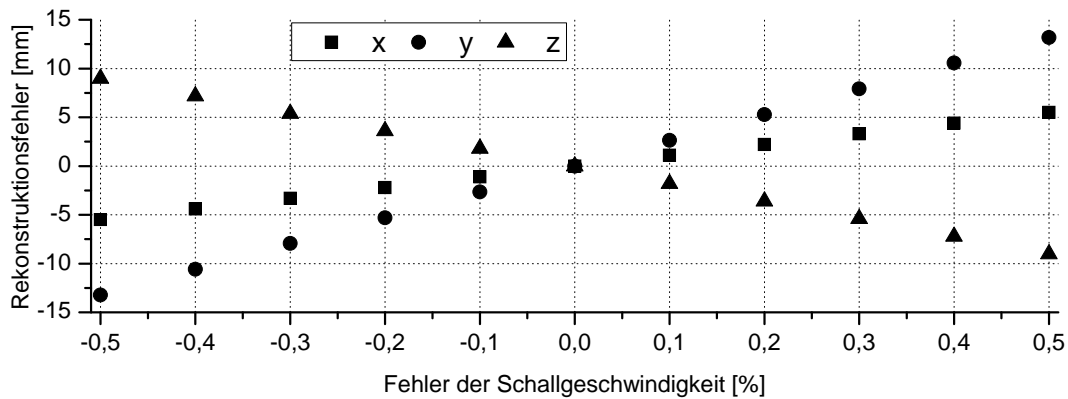


**Abbildung 5.5:** links: Verfahren zur Berechnung der Positionen der Referenzmodule. Aus den gemessenen Abständen von einem Referenzmodul zu drei bekannten Positionen des Benutzermoduls wird mittels Trilateration dessen Position berechnet; rechts: Einfluss der Konstellation der bekannten Koordinaten auf die Genauigkeit der durch Trilateration rekonstruierten unbekannt Position.

die unbekanntenen Koordinaten der Referenzen berechnet werden. Da es sich hierbei um statische Messungen handelt, können zur Berechnung Trilaterations-Algorithmen verwendet werden.

Trilateration entspricht im wesentlichen der Berechnung des Schnittpunktes von drei Kugeloberflächen, deren Radien den gemessenen Abständen entsprechen. Es gibt unterschiedliche Verfahren zur Lösung dieses nichtlinearen Gleichungssystems, in dieser Arbeit wurde der in [MAN96] vorgestellte Algorithmus verwendet.

Die erreichte Genauigkeit bei der Trilateration hängt stark von der Konstellation der bekannten Koordinaten ab. Abbildung 5.5 (rechts) illustriert das anhand eines zweidimensionalen Beispiels. Befinden sich die beiden Mittelpunkte der Kreise nah beieinander, so dehnt sich die Schnittfläche der durch die Messfehler gegebenen Kreisringe parallel zur Verbindungsgeraden der Mittelpunkte aus. In dieser Richtung ist die Berechnung der Koordinate ungenauer. Eine Größe, die diesen Effekt quantitativ erfasst, ist die so genannte *Dilution of Precision*<sup>4</sup> (DOP). Eine detaillierte Analyse der DOP ist nicht Bestandteil dieser Arbeit, kann aber für den hier verwendeten Algorithmus in [MAN96] nachgelesen werden. Abbildung 5.6 zeigt die Abhängigkeit des Trilaterationsfehlers vom Fehler



**Abbildung 5.6:** Abweichung der rekonstruierten Koordinaten eines Referenzmoduls von den wirklichen Werten bei fehlerhaft bestimmter Schallgeschwindigkeit.

der Abstandsmessung am Beispiel eines Referenzmoduls. Die drei gemessenen Abstände zu den bekannten Koordinaten sind dabei um einen festen Prozentsatz vergrößert oder verkleinert worden. Dieser Effekt kann auftreten, wenn es durch eine Änderung der Lufttemperatur zu einer falschen Annahme der Schallgeschwindigkeit kommt. Eine um 0,2% falsch angenommene Schallgeschwindigkeit, was einem Grad Temperaturänderung entspricht, übersetzt sich in eine Verschiebung der rekonstruierten Position um etwa 5 mm.

Zum Betrieb des Gesamtsystems müssen noch die Vektoren der Erdbeschleunigung  $\mathbf{b}_E^g$  und des Erdmagnetfeldes  $\mathbf{a}_G^g$  im globalen Koordinatensystem bestimmt werden. Dazu werden die Achsen des Sensor-Koordinatensystems und globalen Koordinatensystems in Übereinstimmung gebracht und die Magnetfeld- und Beschleunigungsvektoren gemessen. Diese Daten werden gespeichert und dienen im Folgenden als Referenzgrößen für das

<sup>4</sup>engl. für 'Abschwächung der Präzision'

Messmodell des Orientierungs-Kalmanfilters.

## 5.2 Optimierung der Filterparameter mit simulierten Daten

In den in den Abschnitten 4.2 und 4.3 beschriebenen Filteralgorithmen gibt es einige freie Parameter, die das Ansprechverhalten der Filter verändern und für den Betrieb des Systems optimiert werden müssen. In diesem Abschnitt wird der Einfluss der einzelnen Parameter auf die Rekonstruktion verschiedener Bewegungen untersucht. Dazu werden aus vorhandenen Bewegungsdaten die entsprechenden Sensordaten zurück berechnet, wobei Sensorrauschen und andere Messfehler berücksichtigt werden. Die Filteralgorithmen werden auf die dadurch gewonnenen simulierten Daten angewendet und die Ergebnisse der Schätzung mit der ursprünglichen Bewegung verglichen. Auf diese Weise kann der Zusammenhang zwischen unterschiedlichen Sensorfehlern, Filterparametern und Schätzfehlern gezielt untersucht werden.

Die verwendeten Bewegungsdatensätze wurden mit einem Bewegungserfassungssystem im Biomechanik-Labor des Berufsgenossenschaftlichen Instituts für Arbeitssicherheit (BGIA) in St. Augustin aufgenommen wurden. Das System der Firma Vicon [VIC05] basiert auf einem optischen Tracking-Verfahren (Abschnitt 1.3) und zeichnet sich durch eine hohe Genauigkeit aus. An dem verfolgten Objekt werden reflektierende Marker angebracht, deren Bewegung mit Infrarot-Kameras aufgenommen wird. Aus den Aufnahmen mehrerer Kameras (in diesem Fall acht) lassen sich die dreidimensionalen Trajektorien der Marker rekonstruieren und somit Informationen über Orientierung und Position des Objekts erhalten.

Im Rahmen der Untersuchung eines Montageablaufes an einem Industriearbeitsplatz wurden am BGIA die Bewegungen einer Person aufgenommen, während sie einen Halogen-Strahler montiert. Die Positions-, Orientierungs- und Beschleunigungsdaten des Kopfes sowie der Hand dienen in diesem Abschnitt als Beispiele für eine 'typische Kopfbewegung' und eine 'typische Handbewegung'.

Die Datenrate des Vicon-Systems betrug bei der Aufnahme der Bewegung 100 Hz. Zur Generierung der Sensordaten wurde die Bewegung auf eine Rate von 370 Hz interpoliert, was der Datenrate des BlueTrak-Systems entspricht<sup>5</sup>. Wie im wirklichen Betrieb des Systems werden die Schätzungen von Position und Orientierung in Zeitschritten von etwa 2,7 ms mit Daten von Inertial- und Magnetfeldsensoren aktualisiert. Den Eigenschaften des Ultraschallsystems entsprechend wurde alle 25 ms eine Entfernungsmessung simuliert.

Eine detaillierte Darstellung der Untersuchungen des Filterverhaltens ist schwierig, da die verschiedenen Parameter voneinander abhängig sind und einzelne Parameter bei unterschiedlichen Bewegungen unterschiedliche optimale Werte annehmen können. Der Ein-

---

<sup>5</sup>Obwohl über eine USB-Verbindung Raten von bis zu 1 kHz möglich sind (Abschnitt 2.3), wird das System zur Reduzierung der Prozessorlast mit 370 Hz betrieben.

## 5 Betrieb des Systems

fluss einzelner Fehlerquellen auf die Schätzung wird daher anhand einiger Filterdurchläufe mit ausgewählten Parametersätzen dargestellt, bei denen in den simulierten Sensordaten die unterschiedlichen Fehlerquellen sukzessive berücksichtigt werden. Als Startwert einer Schätzung werden jeweils die wahren Orientierungen und Positionen gewählt, da das Anlaufverhalten des Filters ebenfalls stark von den jeweiligen Parametern abhängt und bei dieser Untersuchung nicht von Interesse ist. Eine Untersuchung dazu findet sich am Ende des Abschnitts.

Als Maß für den Fehler einer Schätzung wird der Winkel zwischen wahrer und rekonstruierter Orientierung gewählt. Dieser ergibt sich aus dem skalaren Anteil des Quaternions, welches beide Orientierungen ineinander überführt:

$$q_{fehler} = [w_{fehler}, \mathbf{v}_{fehler}] = q_{wahr} \cdot q_{rekonstruiert}^{-1} \quad (5.13)$$

$$\text{Winkelfehler} = 2 \cdot \arccos(w_{fehler}). \quad (5.14)$$

Der Positionsfehler ergibt sich aus dem Betrag des Differenzvektors zwischen wahrer und rekonstruierter Position. Um das Verhalten des Filters bei verschiedenen Parametersätzen vergleichen zu können, werden bei jedem Satz die mittleren quadratischen Fehler von Position und Orientierung über die gesamte Bewegung berechnet. Die Bezeichnung *Fehler* wird im Folgenden immer im Sinne einer Abweichung verwendet. Positions-, Winkel-, Rekonstruktions- oder Schätzfehler bezeichnen die Abweichung der Ergebnisse der Rekonstruktionsalgorithmen von den durch das Referenzsystem oder durch die Simulation vorgegebenen Werten. Der *rms-Fehler* bezeichnet die mittlere quadratische Abweichung der Rekonstruktion über alle Zeitpunkte der Bewegung.

### 5.2.1 Orientierungs-Kalmanfilter

Zunächst wird das Verhalten des Orientierungsfilters untersucht. Tabelle 5.1 fasst seine Parameter noch einmal zusammen. Die Kovarianzen des Prozess- und Messrauschens im

	Parameter	Kovarianzmatrix	Beschreibung
Prozess	$u_{\omega,k}$ [°/s]	$U_k = \begin{pmatrix} u_{\omega,k}^2 \mathbb{1}_3 & 0 \\ 0 & \Delta t_k u_{b,k}^2 \mathbb{1}_3 \end{pmatrix}$	Messfehler der Gyroskope
	$u_{b,k}$ [ $\frac{\circ}{s} \sqrt{Hz}$ ]		Dynamik des Gyroskop-Offsets
Messung	$w_{b,k}$ [ $\mu T$ ]	$W_k = \begin{pmatrix} w_{b,k}^2 \mathbb{1}_3 & 0 \\ 0 & w_{a,k}^2 \mathbb{1}_3 \end{pmatrix}$	Messfehler der Magnetf.-Sensoren, magnetisches Störfeld
	$w_{a,k}$ [ $m/s^2$ ]		Messfehler der Beschl.-Sensoren, Beschl. durch Bewegung

**Tabelle 5.1:** Parameter des Orientierungs-Kalmanfilters

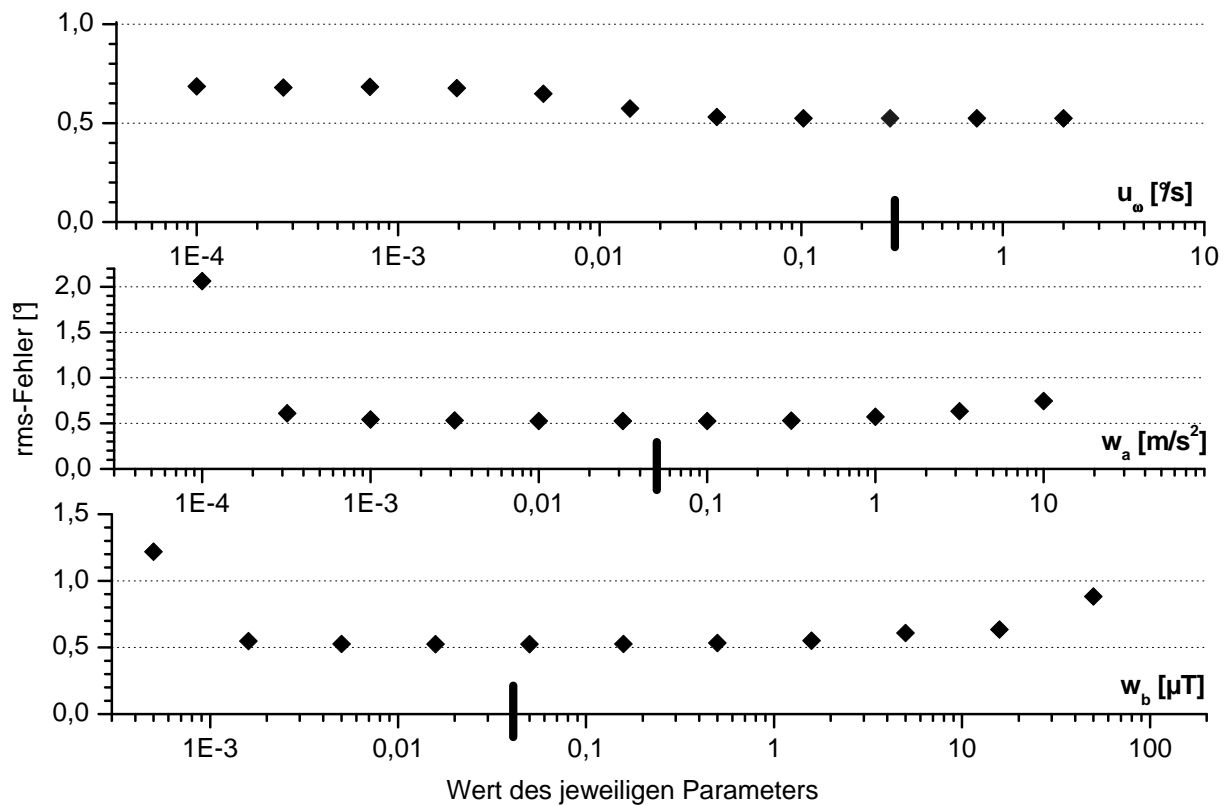
Kalmanfilter sind im Allgemeinen zeitabhängig. Es ist daher möglich die Filterparameter während des Betriebs an bestimmte Merkmale der Bewegung anzupassen. Man könnte



zum Beispiel das Messrauschen der Beschleunigungssensoren erhöhen, wenn der Betrag des gemessenen Beschleunigungsvektors stark vom Betrag des Gravitationsvektors abweicht. Untersuchungen hierzu haben jedoch gezeigt, dass zeitlich konstante Kovarianzen zu einem stabileren Verhalten des Filters führen. Im Folgenden werden daher immer konstante Parameter verwendet und der Index  $k$  in der Parameterbezeichnung weggelassen.

### Beispiel 1: Fehlerfreie Messungen mit Rauschen

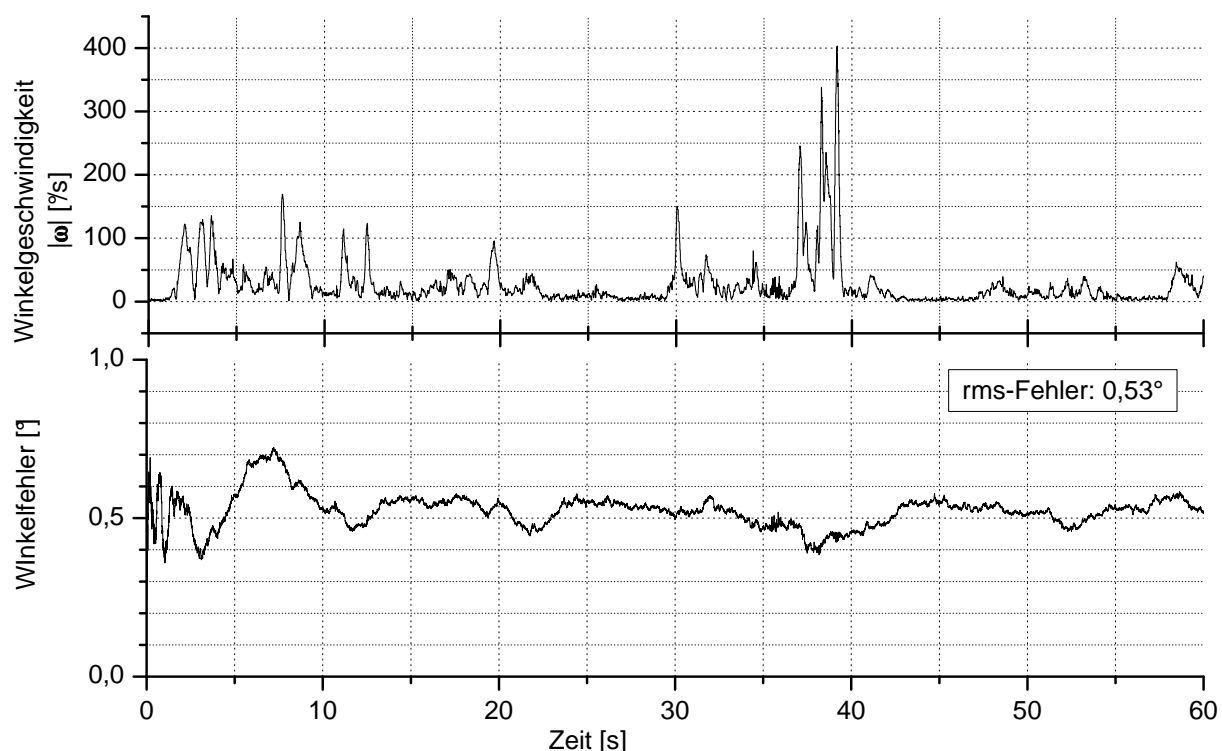
Im ersten Beispiel wird der Filter unter optimalen Bedingungen betrieben. Dazu werden aus den Daten der Kopfbewegung die Messwerte der einzelnen Sensoren generiert und diese mit den in Abschnitt 3.1 ermittelten Werten verrauscht. Die Positions- und Beschleunigungswerte der Bewegung werden auf Null gesetzt, so dass die Messung des Gravitationsvektors nicht von anderen Beschleunigungskomponenten überlagert wird. Zusätzlich wird angenommen, dass die Gyroskope keinen Offset-Drift aufweisen und deren Sensitivität genau bestimmt und konstant ist.



**Abbildung 5.7:** Beispiel 1 - Rekonstruktionsfehler des Filters bei Veränderung einzelner Parameter. Es wurde jeweils ein Parameter variiert, während die anderen konstant auf dem durch den senkrechten Strich gekennzeichneten Werten gehalten wurden. Der Parameter  $w_b$  wurde nicht verändert und hatte den Wert  $10^{-8}(\text{°/s})\sqrt{Hz}$ .

Die optimale Werte für die Parameter  $u_\omega$ ,  $w_b$  und  $w_a$  sind in diesem Fall durch die Werte

des Sensorrauschens gegeben, da das Prozess- und Messmodell die Dynamik und die Messung des Prozesses exakt beschreiben. Der Parameter  $u_b$  zur Beschreibung der Dynamik des Gyroskop-Offsets wird dabei auf einen sehr kleinen Wert<sup>6</sup> ( $10^{-8} \text{ (}^\circ/\text{s)}\sqrt{\text{Hz}}$ ) gesetzt, wodurch das Modell einen (nahezu) konstanten Offset beschreibt. Abbildung 5.7 zeigt die Abhängigkeit des Rekonstruktionsfehlers von den einzelnen Parametern. Dabei wurde jeweils ein Parameter variiert, während die anderen auf dem jeweils optimalen Wert gehalten wurden (dieser ist in den Diagrammen durch einen senkrechten Strich auf der entsprechenden Parameter-Achse gekennzeichnet). Das Verhalten des Filters zeigt unter diesen Bedingungen kaum Veränderungen bei der Variation einzelner Parameter. Abbildung 5.8



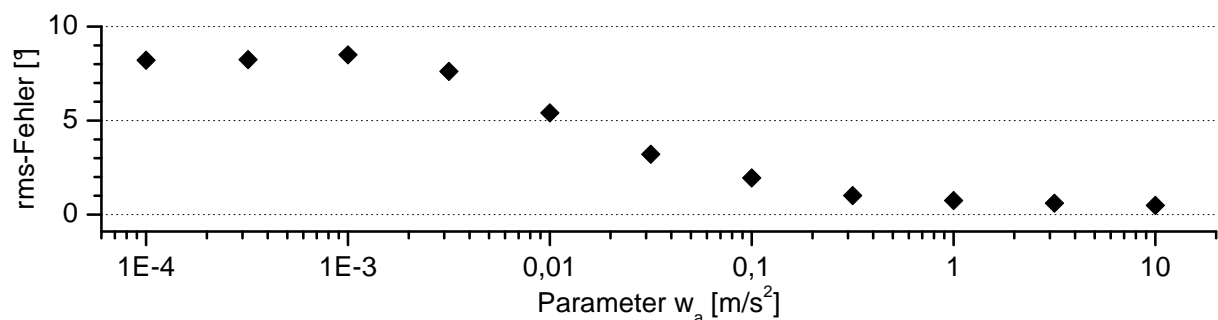
**Abbildung 5.8:** Beispiel 1 - oben: zeitlicher Verlauf der Winkelgeschwindigkeit des Kopfes; unten: Rekonstruktionsfehler des Filters. Die verwendeten Filterparameter entsprechen den für dieses Beispiel als optimal ermittelten Werten. Der Fehler bleibt auch bei hohen Drehraten unterhalb von einem Grad.

zeigt den Verlauf des Winkelfehlers als Funktion der Zeit. Um einen Eindruck von der Dynamik der Bewegung zu geben, wurde der Betrag der Winkelgeschwindigkeit ebenfalls aufgetragen. Eine Winkelgeschwindigkeit von über  $180 \text{ }^\circ/\text{s}$  kann als sehr dynamisch bezeichnet werden. Typische Kopfbewegungen liegen eher bei  $100 \text{ }^\circ/\text{s}$ . Der Fehler der Schätzung bleibt auch bei hohen Drehraten unterhalb von einem Grad.

<sup>6</sup>Der Parameter kann nicht auf Null gesetzt werden, die Cholesky-Zerlegung zur Berechnung der Sigmapunke eine positiv definite Kovarianzmatrix erfordert.

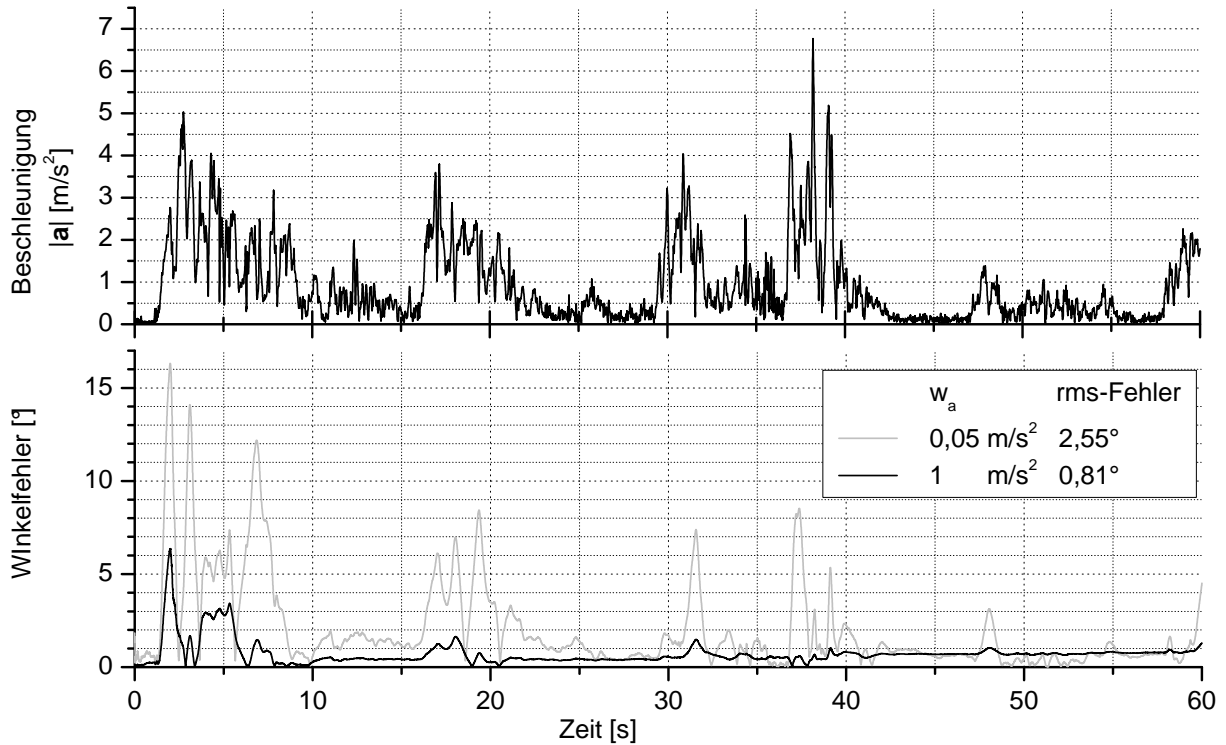
**Beispiel 2: Berücksichtigung von translatorischer Beschleunigung**

Wie bereits in Abschnitt 4.2.3 erläutert wurde, werden Beschleunigungskomponenten, die durch eine translatorische Bewegung des Objektes entstehen, in der Beschreibung des Prozesses nicht berücksichtigt. Das Messmodell des Kalmanfilters geht davon aus, dass die Beschleunigungssensoren nur den Vektor der Erdbeschleunigung im lokalen Koordinatensystem des Sensors messen. Zusätzliche Beschleunigungskomponenten können daher zu fehlerhaften Schätzungen führen, wenn der Parameter  $w_a$ , der das Messrauschen der Beschleunigungssensoren beschreibt, nicht entsprechend angepasst wird. Im Gegensatz zum ersten Beispiel wird bei dieser Untersuchung die Beschleunigung, die durch die Bewegung des Kopfes zustande kommt, in der Simulation der Sensordaten berücksichtigt. Abbildung 5.9 zeigt den Fehler der Orientierungsbestimmung in Abhängigkeit des Pa-



**Abbildung 5.9:** Beispiel 2 - Rekonstruktionsfehler bei unterschiedlichen Werten für  $w_a$ . Die Schätzung wird umso besser, je weniger der Filter den Daten der Beschleunigungssensoren traut. Das Fehlern eines Minimums ist damit zu erklären, dass die anderen Sensoren in diesem Beispiel ohne Fehler simuliert wurden und daher genügend Informationen zur Schätzung der Orientierung enthalten. Ein Verzicht auf die Beschleunigungsdaten wäre unter diesen Umständen die genaueste Variante.

rameters  $w_a$ . Ab einem Wert von  $1 m/s^2$  liegt die mittlere quadratische Abweichung unterhalb von einem Grad. Bei größeren Werten wird die Schätzung sogar noch besser. Das legt die Vermutung nahe, dass die Beschleunigungsdaten bei der Schätzung eher störend als unterstützend sind. Das stimmt jedoch nur in dem hier untersuchten Beispiel. Die Daten der Gyroskope und der Magnetfeldsensoren werden ohne Fehler simuliert, so dass sie genügend Informationen zur Orientierungsbestimmung liefern. Die Daten der Magnetfeldsensoren liefern jedoch keine Informationen über die Drehung um die Achse des Erdmagnetfeldes, so dass im Falle fehlerhafter Gyroskop-Daten auf die Verwendung der Beschleunigungssensoren nicht verzichtet werden kann. Als optimaler Wert für  $w_a$  wird daher  $1 m/s^2$  gewählt. Abbildung 5.10 zeigt den zeitlichen Verlauf des Winkelfehlers und seinen Zusammenhang mit der translatorischen Beschleunigung des Kopfes. Dabei wurden zwei verschiedenen Werte für  $w_a$  verwendet. In einem Fall wurden der Parameter wie beim vorherigen Beispiel eingestellt. In den Zeitabschnitten, wo eine hohe Beschleunigung auftritt, weist die Rekonstruktion einen Winkelfehler im Bereich einiger Grad auf. Im anderen Fall wurde der oben als optimal ermittelte Wert verwendet. Die Daten der Beschleunigungssensoren gehen jetzt mit weniger Gewicht in die Schätzung des Filters



**Abbildung 5.10:** Beispiel 2 - oben: zeitlicher Verlauf der Beschleunigung des Kopfes; unten: Rekonstruktionsfehler bei zwei unterschiedlichen Werten für  $w_a$ . Der graue Graph zeigt den Fehler bei Überschätzung der Beschleunigungsmessung. In Zeitabschnitten hoher Translationsbeschleunigung treten hohe Fehler auf. Der schwarzen Graph zeigt den Fehler bei optimiertem Parameter.

ein, so dass die zusätzlichen Beschleunigungskomponenten keinen so hohen Einfluss mehr haben. Mit dieser Einstellung liegt der Rekonstruktionsfehler unterhalb von einem Grad.

### Beispiel 3: Berücksichtigung von Gyroskopfehlern

Bei diesem Beispiel werden in der Simulation der Sensordaten zusätzlich die Messfehler der Gyroskope berücksichtigt. Dazu wird bei jedem Drehratensensor ein Sensitivitätsfehler von einem Prozent angenommen. Das entspricht etwa dem Fehler der durch die Kalibration (Abschnitt 5.1.1) oder durch temperaturbedingte Sensitivitätsänderungen (Abschnitt 3.1) zustande kommt. Weiterhin wurde für den y-Achsen-Sensor ein Gyroskop-Offset simuliert, der sich im Verlauf der Messung ändert. Er steigt während der 60 Sekunden dauernden Bewegung von 0 auf 3 °/s und fällt dann zurück bis -3 °/s. Es ist davon auszugehen, dass dieser Verlauf nicht dem wirklichen Verhalten des Offset entspricht, sondern eine unnatürlich hohe Variation beschreibt. Dies soll demonstrieren, dass der Filter prinzipiell in der Lage ist, mit einem zeitlich veränderlichen Offset umzugehen. Dazu muss der Parameter  $u_b$ , der die Dynamik des Gyroskop-Offsets beschreibt, angepasst werden. Abbildung 5.11 zeigt den Rekonstruktionsfehler bei unterschiedlichen Werten für  $u_b$ . Der

## 5.2 Optimierung der Filterparameter mit simulierten Daten

optimale Wert liegt bei  $0,1(^{\circ}/s)\sqrt{Hz}$ . Dieser Wert hängt jedoch von der wirklichen Offsetvariation ab und muss später mit Hilfe echter Messdaten verifiziert werden.

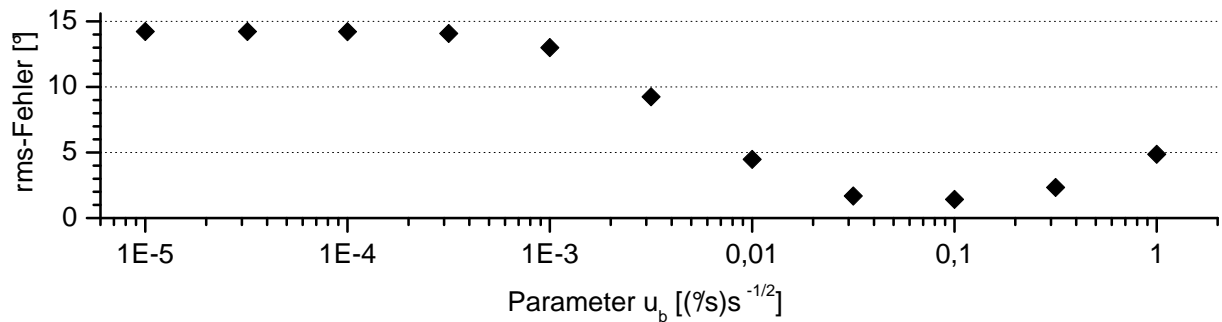


Abbildung 5.11: Beispiel 3 - Rekonstruktionsfehler bei unterschiedlichen Werten für  $u_b$

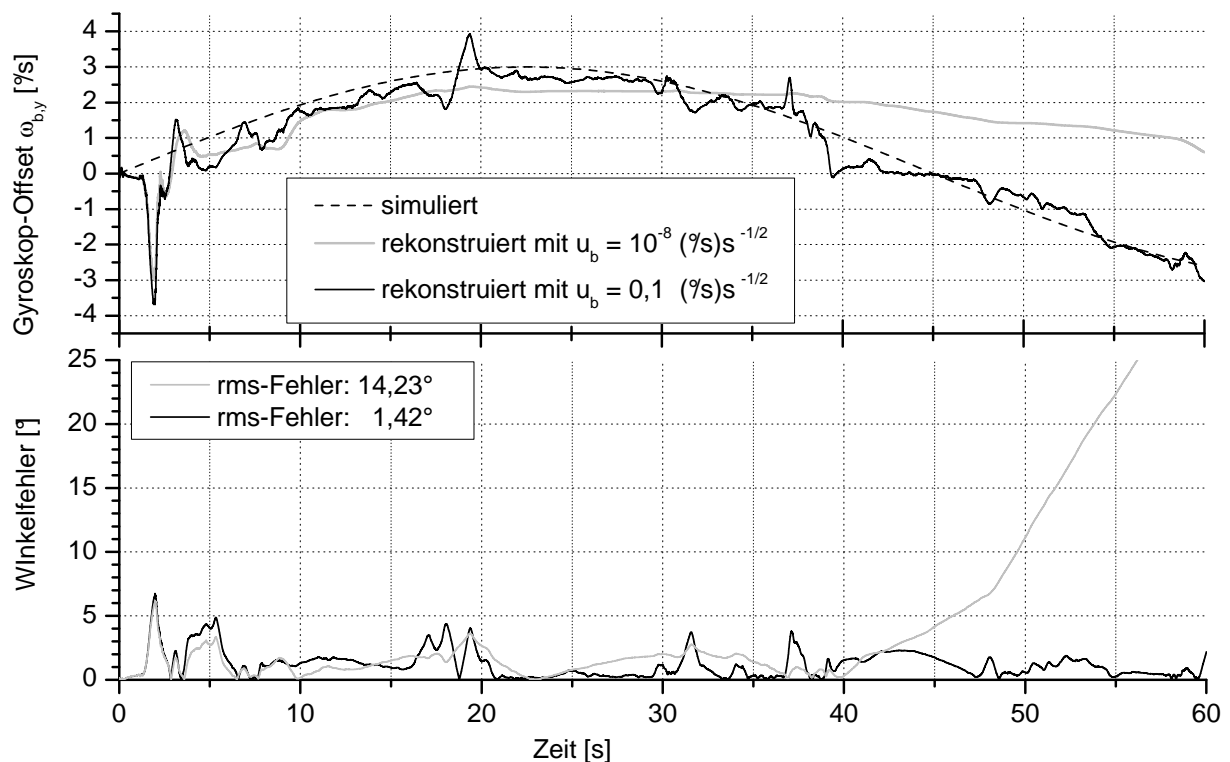
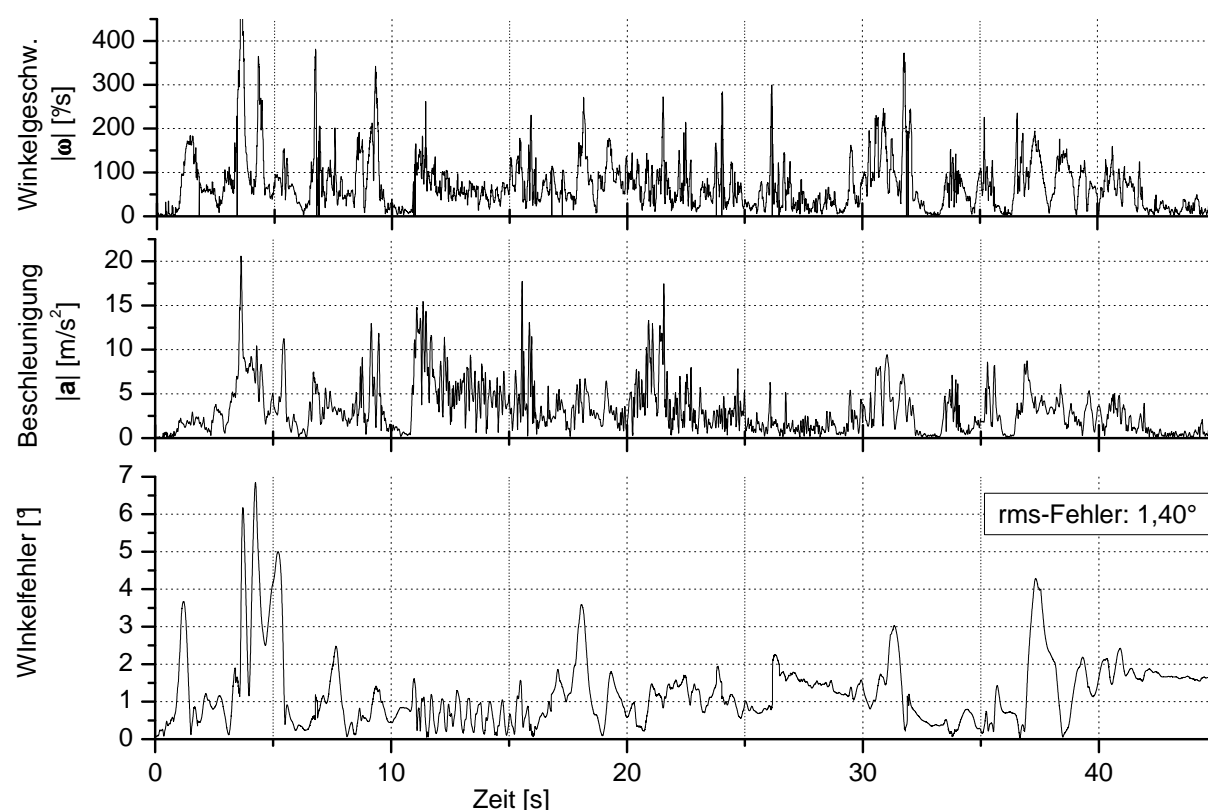


Abbildung 5.12: Beispiel 3 - oben: simulierter Offset und dessen Schätzung durch den Filter bei zwei verschiedenen Werten für  $u_b$ ; unten: zeitlicher Verlauf des Rekonstruktionsfehlers. bei einem kleinen Wert für  $u_b$  kann die Schätzung des Offsets dem simulierten Verlauf nicht schnell genug folgen. Es kommt zu großen Winkelfehlern. Bei optimal angepasstem Parameter treten zwar kurzzeitig größere Abweichungen auf, der Filter bleibt jedoch stabil.

Abbildung 5.12 zeigt die zeitliche Abhängigkeit des Winkelfehlers und den vom Filter rekonstruierte Offset bei zwei verschiedenen Werten für  $u_b$ . In einem Fall wurde für  $u_b$  ein

sehr kleiner Wert gewählt. Dadurch geht das Prozessmodell von einem nahezu konstanten Offset aus. Diese Annahme wird durch die Daten der Magnetfeld- und Beschleunigungssensoren korrigiert, das Modell lässt jedoch aufgrund des kleinen Prozessrauschens nur eine langsame Änderung zu. Die Schätzung folgt der simulierten Größe zeitversetzt und es kommt zu großen Fehlern in der Orientierungsrekonstruktion. Im anderen Fall wurde für  $u_b$  der oben bestimmte optimale Wert verwendet. Die Schätzung folgt dem simulierten Offset ohne große Verzögerung. An dieser Stelle ist der Zusammenhang zwischen den unterschiedlichen Parametern gut zu erkennen. Vergleicht man die Schätzung des Offsets mit der Beschleunigung des Kopfes (Abbildung 5.10 oben), so fällt auf, dass sie an den Stellen hoher Beschleunigung kurzfristig große Fehler aufweist. Hier interpretiert der Filter die Inkonsistenz zwischen der auf den Gyroskopen basierten Orientierungsvorhersage und der Messung der Beschleunigung als Änderung des Gyroskop-Offsets. Ein kleinerer Wert für  $w_a$  (größeres Vertrauen in die Beschleunigungsmessung) würde diesen Effekt verstärken, so dass in diesem Fall der Wert für  $u_b$  verkleinert werden müsste.

#### Beispiel 4: Handbewegung



**Abbildung 5.13:** Beispiel 4 - Oben und Mitte: Profil von Winkelgeschwindigkeit und Beschleunigung bei der Handbewegung; unten: zeitlicher Verlauf des Rekonstruktionsfehlers. Hohe Winkelgeschwindigkeiten und Beschleunigungen führen zu kurzfristigen Schätzfehlern von bis zu  $7^\circ$ . Der mittlere quadratische Fehler liegt bei  $1,4^\circ$ .

## 5.2 Optimierung der Filterparameter mit simulierten Daten

Zur Überprüfung des oben ermittelten Parametersatzes wird in diesem Beispiel der Datensatz der Handbewegung als Grundlage für die simulierten Sensordaten verwendet. Dabei werden sowohl die translatorische Beschleunigung als auch die Fehler der Drehratensensoren berücksichtigt. Während bei der Kopfbewegung Beschleunigungen bis zu  $5 \text{ m/s}^2$  auftreten, erreicht die Hand Werte von über  $10 \text{ m/s}^2$ . Die bei einer Handbewegung auftretenden Winkelgeschwindigkeiten sind ebenfalls höher. Die oberen beiden Diagramme in Abbildung 5.13 zeigen die Profile von Winkelgeschwindigkeit und Beschleunigung beim Datensatz der Handbewegung. Im unteren Diagramm ist der zeitliche Verlauf des Rekonstruktionsfehlers zu sehen. Der mittlere quadratische Fehler beträgt  $1,4^\circ$ , an einzelnen Stellen treten jedoch Abweichungen von bis zu  $7^\circ$  auf. Ursache dafür ist meist eine Kombination aus hoher Winkelgeschwindigkeit und hoher Beschleunigung.

Die Parameter des Filters mussten für dieses Ergebnis etwas angepasst werden. Der Wert für  $u_\omega$  wurde auf  $0,7^\circ/\text{s}$  erhöht. Das kann damit erklärt werden, dass der Sensitivitätsfehler der Gyroskope durch die hohen Drehraten bei dieser Bewegung eine größere Rolle spielt. Gleichzeitig ist in Momenten hoher Drehrate die Diskrepanz zwischen dem gemessenen Magnetfeld und der Vorhersage durch die Gyroskope so groß, dass der Filter fälschlicherweise mit einer Änderung des Gyroskop-Offsets reagiert. Der Parameter  $u_b$  (Dynamik des Offsets) wird daher von  $0,1$  auf  $0,01 (\circ/\text{s})\sqrt{\text{Hz}}$  verkleinert und der Fehler der Magnetfeldmessung ( $w_b$ ) von  $0,04$  auf  $0,4 \mu\text{T}$  erhöht. Daran zeigt sich, dass die Wahl der optimalen Parametersätze von der Art der Bewegung abhängt. Einen allgemeingültigen Satz für alle Arten von Anwendungen des Systems zu finden ist daher schwierig. Die bei der Handbewegung verwendeten Parameter wurden zur Kontrolle mit dem Datensatz der Kopfbewegung getestet und lieferten ähnliche Ergebnisse. Für die Untersuchung des Positions-Kalmanfilters, der auf den Orientierungsschätzungen basiert, werden daher ebenfalls diese Werte verwendet.

## 5.2.2 Positions-Kalmanfilter

In diesem Abschnitt wird das Verhalten des Positions-Kalmanfilters untersucht. Dazu wird nach jeder Aktualisierung der Orientierungsschätzung eine Positionsschätzung durchgeführt, die auf dem Ergebnis des Orientierungsfilters, den Daten der Beschleunigungssensoren und eventuell vorhandenen Entfernungsmessungen basiert. Die vier Referenzpositionen des Ultraschallsystems befanden sich in der Simulation in einer Höhe von 3 m und bildeten dort ein Quadrat der Kantenlänge 2,5 m. Die Abschattung oder Verdrehung des Ultraschallempfängers wurde bei der Generierung der Ultraschalldaten nicht berücksichtigt. Der Orientierungsfilters wird mit den im vorigen Abschnitt ermittelten Parametern optimal eingestellt. Die Parameter des Positionsfilters sind in Tabelle 5.2 noch einmal zusammengefasst.

	Parameter	Kovarianzmatrix	Beschreibung
Prozess	$u_{a,k}$ $\left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$U_k = \begin{pmatrix} u_{a,k}^2 \mathbb{1}_3 & 0 \\ 0 & \Delta t_k u_{b,k}^2 \mathbb{1}_3 \end{pmatrix}$	Rauschen der Beschleunigungssensoren
	$u_{b,k}$ $\left[ \frac{m}{s^2} \sqrt{Hz} \right]$		Dynamik des Offsets der translatorischen Beschleunigung
Messung	$\sigma_{d,k}$ $[m]$	$\sigma_{d,k}^2$ (Varianz)	Rauschen der Entfernungsmessung

**Tabelle 5.2:** Parameter des Positions-Kalmanfilters

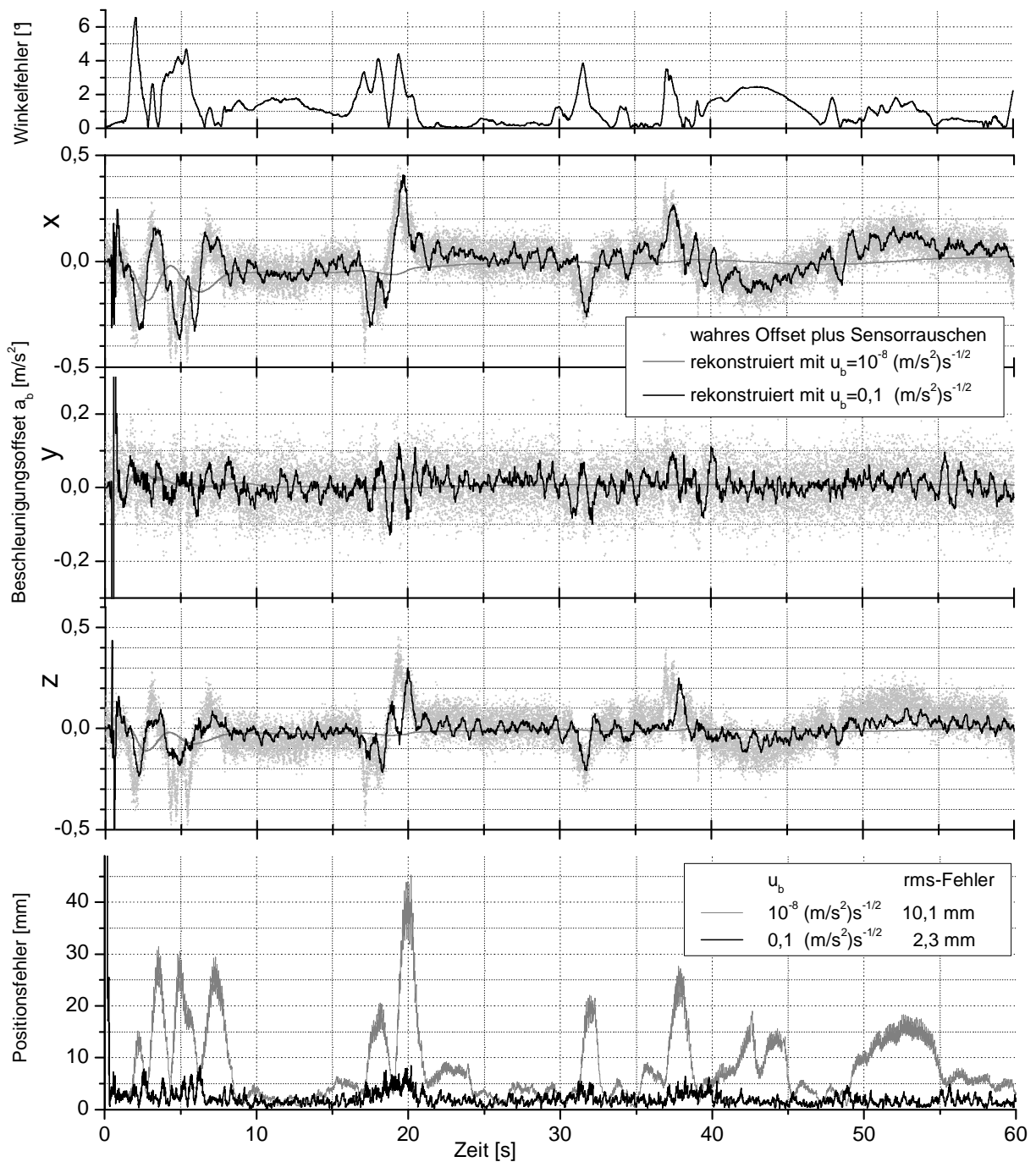
Im Prozessmodell des Positions-Kalmanfilters wird aus der aktuellen Schätzung der Orientierung und dem Messwert der Beschleunigungssensoren die translatorische Beschleunigung berechnet und zur Positionsvorhersage zweimal integriert. Durch Fehler der Orientierungsschätzung kann es dabei zu einem Offset in der Beschleunigung kommen, der durch die Integration zu großen Fehlern in der Positionsschätzung führen kann und den Filter instabil werden lässt. Dieser Offset ist Bestandteil des Zustandsvektors und wird in der Beschreibung des Prozesses als Random Walk Prozess modelliert. Seine Dynamik wird durch den Parameter  $u_b$  beschrieben (Abschnitt 4.3). Die Parameter  $u_a$  und  $\sigma_d$  beschreiben das Rauschen der Beschleunigungssensoren und der Entfernungsmessung.

### Beispiel 1: Kopfbewegung

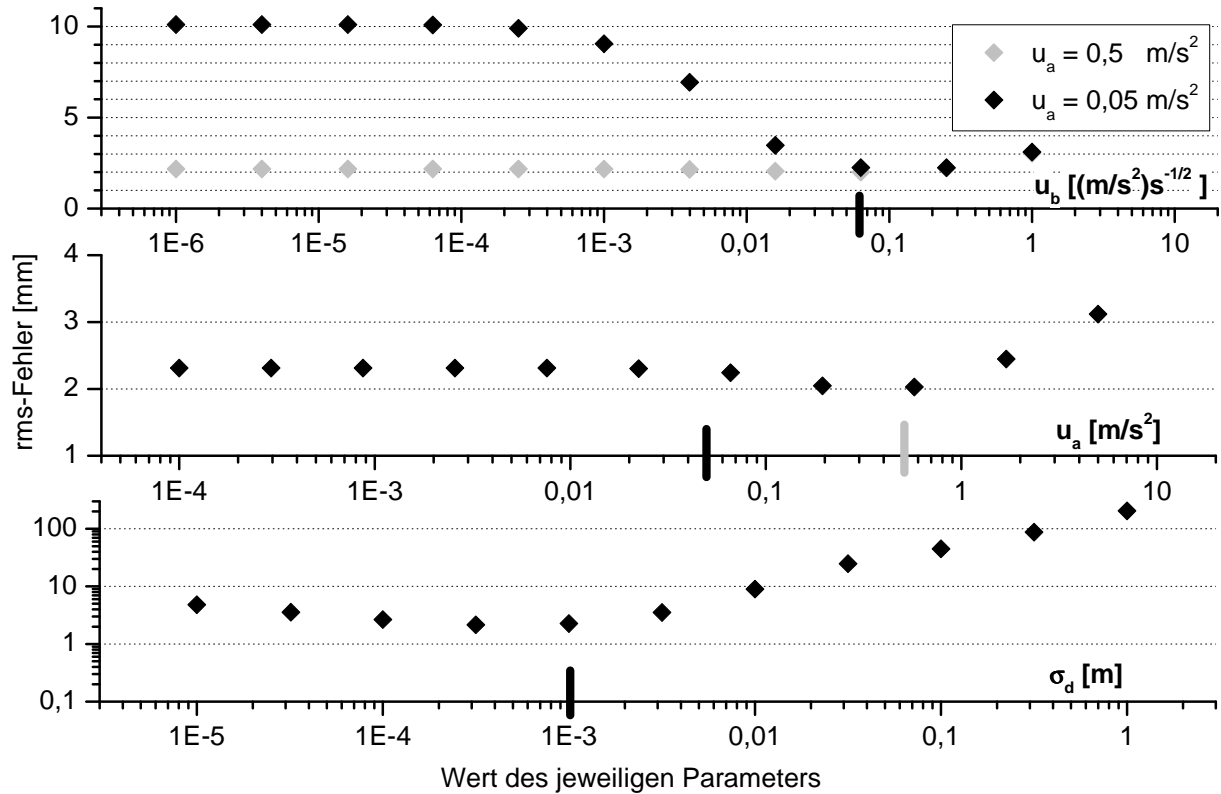
Das Ergebnis des Filters bei der Kopfbewegung ist in Abbildung 5.14 zu sehen. Im oberen Diagramm ist der Winkelfehler der Orientierungsschätzung zu sehen. Darunter ist (graue Punkte) die Differenz zwischen der im Prozessmodell berechneten und der durch die Bewegung vorgegebenen translatorischen Beschleunigung für jede Achse des globalen Koordinatensystems aufgetragen. Dies setzt sich aus dem Offset durch den Fehler der Orientierungsschätzung und dem Rauschen der Sensoren zusammen. Im selben Diagramm ist die Schätzung des Offsets durch den Positions-Kalmanfilter bei zwei verschiedenen



## 5.2 Optimierung der Filterparameter mit simulierten Daten



**Abbildung 5.14:** Beispiel 1 - Oben: Winkelfehler des Orientierungsfilters; Darunter: vom Rauschen der Sensoren überlagerter Beschleunigungsoffset (hellgraue Punkte), der durch den Fehler der Orientierungsschätzung zustande kommt. Der graue und der schwarze Graph zeigen die Schätzung des Offsets durch den Filter bei zwei verschiedenen Werten für  $u_b$  ( $0,1$  und  $10^{-8} \text{ m/s}^2\sqrt{\text{Hz}}$ ); Unten: Positionfehler für beide Werte. Wenn der Offset durch eine falsch modellierte Dynamik ( $u_b$  zu klein) nicht korrekt rekonstruiert werden kann, kommt es zu großen Fehlern in der Rekonstruktion.



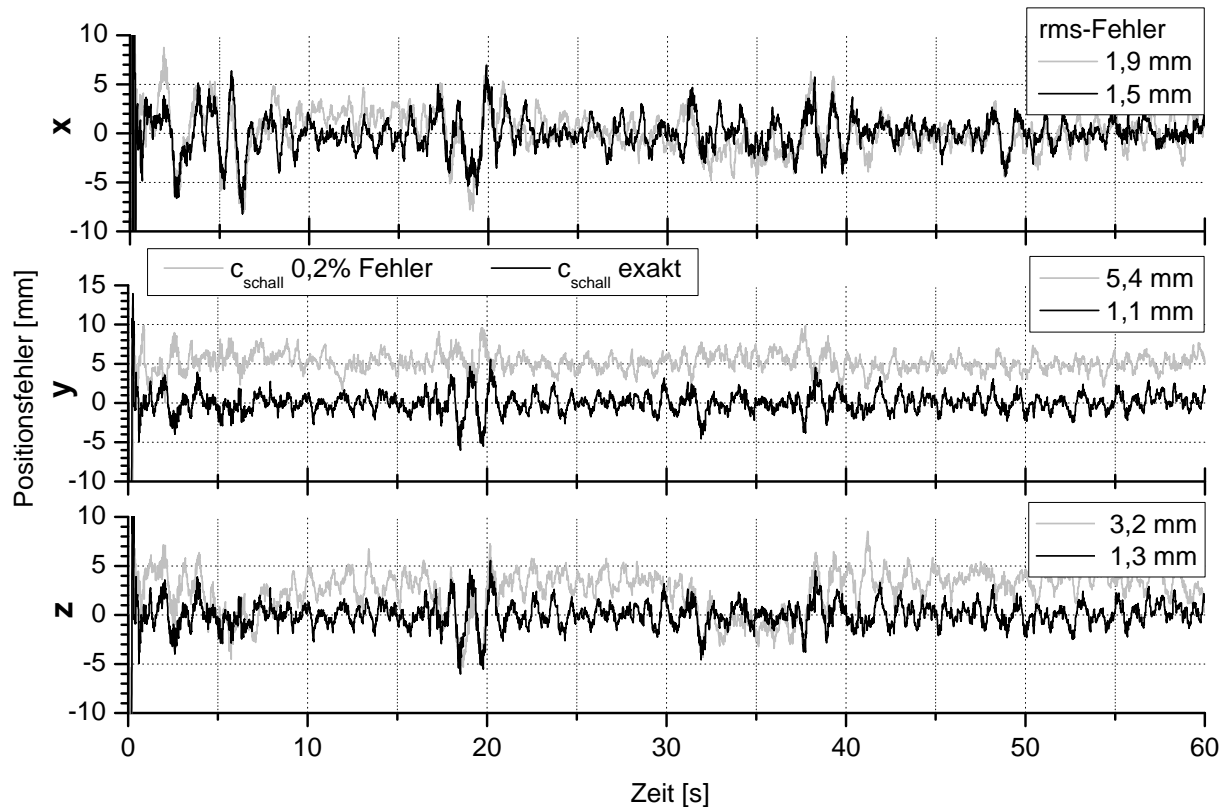
**Abbildung 5.15:** Kopfbewegung - Positionsfehler bei verschiedenen Parametersätzen.

Werten für  $u_b$  aufgetragen. Der Positionsfehler der Rekonstruktion ist für beide Werte im unteren Diagramm dargestellt. Wird für  $u_b$  ein sehr kleiner Wert gewählt, kann der Filter dem Verlauf des Offsets nicht folgen. Dadurch werden fehlerhafte Beschleunigungsdaten integriert und es kommt zu großen Fehlern in der Positionsschätzung. Bei einem Wert von  $0,1 (m/s^2)\sqrt{Hz}$  folgt die Offset-Schätzung des Filters dem wirklichen Wert und der Positionsfehler bleibt unterhalb von zehn Millimetern. In beiden Fällen wurden für  $u_a$  und  $\sigma_d$  die dem Rauschen der Sensoren entsprechenden Werte gewählt ( $u_a = 0,05 m/s^2$  und  $\sigma_d = 0,001 m$ ).

Abbildung 5.15 zeigt die Abhängigkeit des Rekonstruktionsfehlers von den einzelnen Parametern des Filters. Dabei wurde jeweils ein Parameter verändert, während die anderen konstant gehalten wurden. Der Parameter  $\sigma_d$  minimiert den Fehler wie erwartet bei einem Wert, der dem Rauschen der Messung entspricht. Bei Variation von  $u_b$  werden auch bei höheren Werten gute oder sogar bessere Ergebnisse erzielt. Die Abhängigkeit des Fehlers von  $u_b$  ist für zwei verschiedene Werte von  $u_a$  im oberen Diagramm dargestellt. Im Falle einer Unterschätzung der Beschleunigungsmessung spielt der Wert von  $u_b$  kaum noch eine Rolle. Für den Filter besteht in diesem Fall kein Unterschied zwischen einer Variation des Offsets und dem Rauschen der Beschleunigungssensoren. Das hat jedoch zur Folge, dass die Beschleunigungsdaten kaum mehr Einfluss auf die Schätzung des Positionsfilters haben und wird sich bei Bewegungen mit höherer Dynamik als der hier verwendeten Kopfbewegung bemerkbar machen.

### Beispiel 2: Fehler der Entfernungsmessung

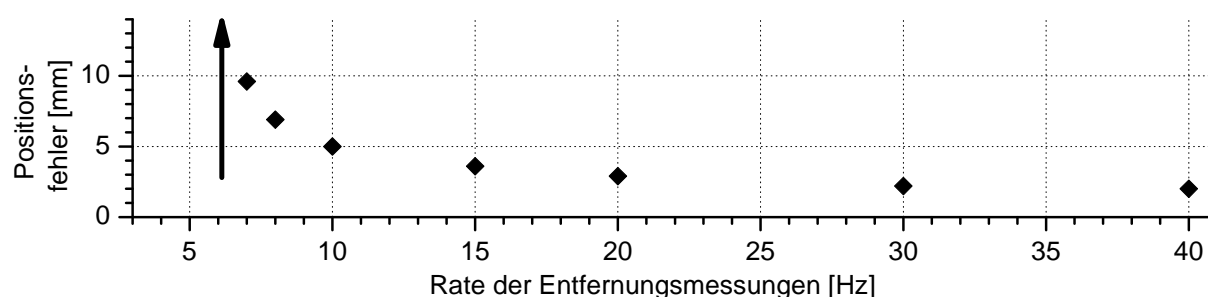
Wie bereits in Abschnitt 5.1.2 erläutert wurde, übertragen sich Fehler in der Abstandsmessung bei Trilaterationsberechnungen abhängig von der Konstellation der Referenzpositionen auf die verschiedenen Achsen der rekonstruierten Position. Obwohl im Filter keine Trilaterationsalgorithmen verwendet werden, gelten ähnliche geometrischen Überlegungen auch hier. Abbildung 5.16 zeigt die Positionsfehler bei der Kopfbewegung in den



**Abbildung 5.16:** Beispiel 2 - Einfluss einer fehlerhaften Entfernungsmessung auf die Positionsschätzung. Ein Fehler von 0,2%, wie er durch eine Änderung der Lufttemperatur um ein Grad zustande kommen kann, führt zu einem Positionsfehler von mehreren Millimetern. Der Fehler ist abhängig von der Konstellation der Referenzmodule und ist in diesem Beispiel entlang der vertikalen Achse am größten.

drei Achsen des globalen Koordinatensystems. Der graue Graph zeigt die Fehler, wenn die Schallgeschwindigkeit um 0,2% zu schnell angenommen wurde und somit alle Entfernungsmessungen um 0,2% zu kurz sind. Im wirklichen Betrieb des Systems kommt es dazu bereits bei einer Temperaturänderung der Luft von einem Grad. Auf die Schätzung in der horizontalen Ebene hat dieser Fehler kaum Einfluss. Da sich die Positionen der Referenzmodule in der Simulation alle oberhalb des Kopfes befinden, wird die gesamte rekonstruierte Bewegung um etwa 5 mm 'nach oben gezogen'. Ein solcher systematischer Messfehler lässt sich nur verhindern, wenn sich genügend Referenzmodule an Positionen befinden, die gleichmäßig um das verfolgte Objekt herum verteilt sind. Die rekonstruierte

Position würde dann zwar eine größere Streuung aufweisen, die Fehler wären jedoch in allen drei Achsen gleich. Diese Anordnung der Referenzen ist in der Praxis kaum umsetzbar. Es ist also nötig, die Schallgeschwindigkeit möglichst genau zu kennen. Grundsätzlich besteht die Möglichkeit, die Schallgeschwindigkeit als Komponente des Zustandsvektors abzubilden und dessen Bestimmung bei einem konstanten Prozessmodell und einem realistischen Startwert dem Filter selbst zu überlassen. Inkonsistenzen bei den Entfernungsmessungen würden dann automatisch zu einer Korrektur der Geschwindigkeit führen. Diese Methode erwies sich jedoch als problematisch. Die Begründung dafür liegt darin, dass Inkonsistenz zwischen zwei aufeinander folgenden Messungen aufgrund der geringen Rate der Ultraschallmessungen eher auf eine dazwischen erfolgte Positionsänderung zurückzuführen sind, als auf eine Änderung der Schallgeschwindigkeit.

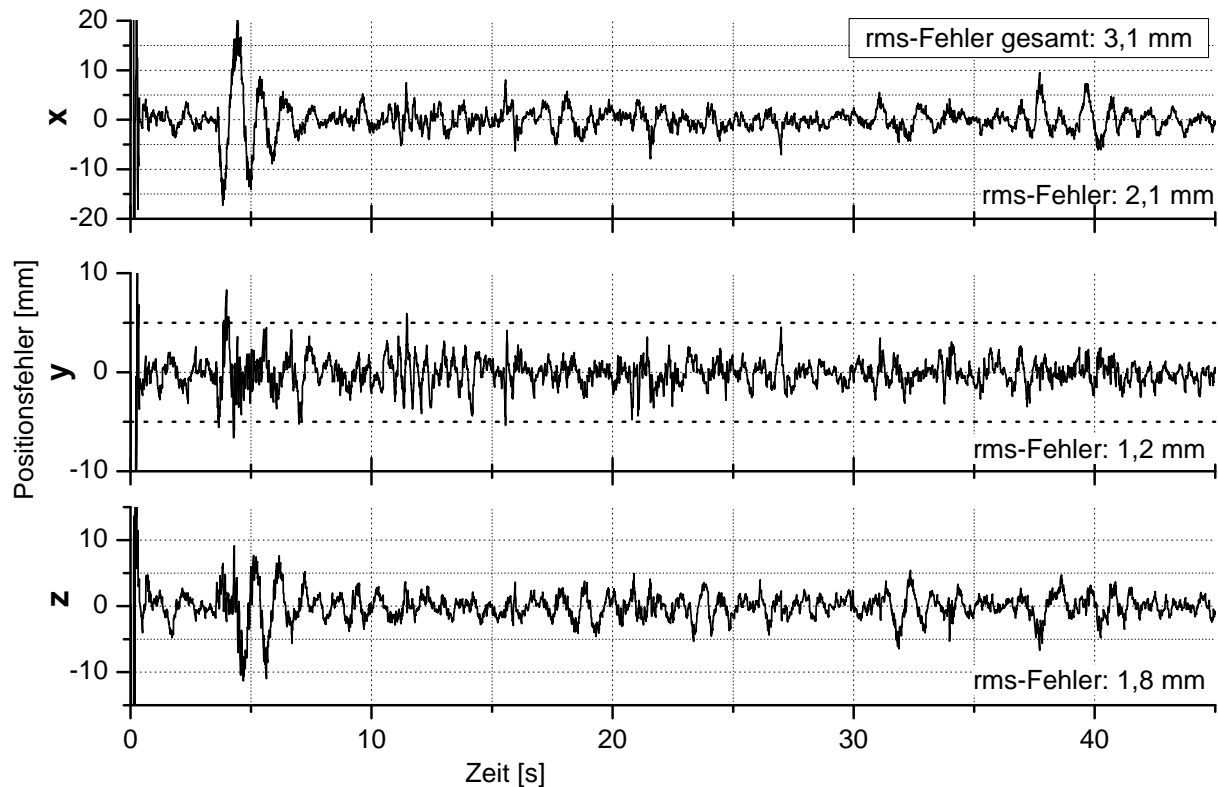


**Abbildung 5.17:** Beispiel 2 - Einfluss unterschiedlicher Raten der Entfernungsmessung auf den mittleren quadratischen Fehler der Positionsschätzung.

Der Einfluss der Rate der Entfernungsmessungen auf den Rekonstruktionsfehler (bei bekannter Schallgeschwindigkeit) ist in Abbildung 5.17 dargestellt. Die Rate kann bis auf 7 Hz gesenkt werden, erst dann ist der Filter nicht mehr in der Lage die Position des Objektes zu verfolgen. Diese untere Grenze hängt jedoch vom Fehler der Orientierungsschätzung, dem daraus resultierenden Offset der Beschleunigung und von der Dynamik der Bewegung ab.

### Beispiel 3: Handbewegung

Mit den oben bestimmten Parametern wurde auch das Verhalten des Filters bei der Handbewegung getestet. Abbildung 5.18 zeigt, dass es in Abschnitten mit hoher Beschleunigung kurzzeitig zu Fehlern von bis zu 20 mm kommen kann. Die gesamte Rekonstruktion hat einen mittleren quadratischen Fehler von 3 mm. Eine Anpassung der Parameter an die höhere Dynamik der Handbewegung war nicht nötig. Dieses Beispiel zeigt, dass der Filter prinzipiell in der Lage ist, die Position des Objektes auch bei schnellen Bewegungen zu verfolgen. Mit einer an der Hand befestigten Sensoreinheit ist es jedoch je nach Anwendung schwieriger, regelmäßige und fehlerfreie Abstandsmessung durchzuführen, da der Körper den direkten Weg des Schalls leicht verdeckt.



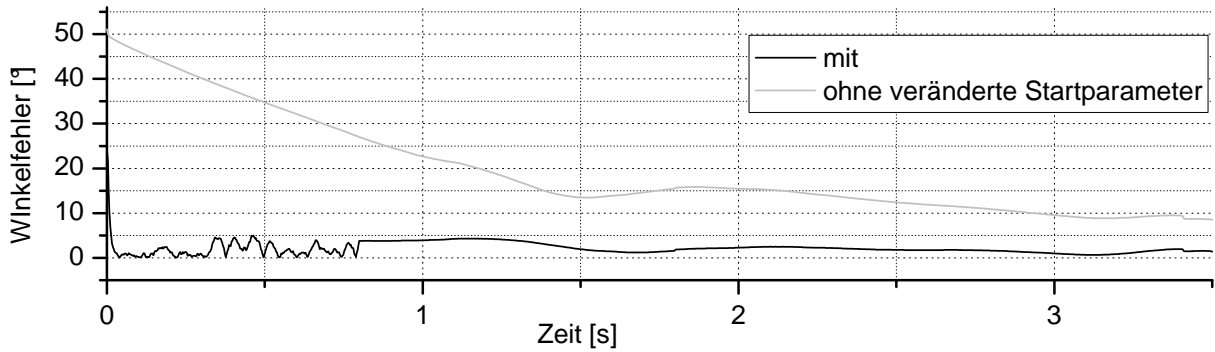
**Abbildung 5.18:** Beispiel 3 - Rekonstruktionsfehler bei der Handbewegung für alle drei Achsen des globalen Koordinatensystems. Die Parameter mussten in diesem Fall nicht angepasst werden.

### 5.2.3 Zusammenfassung

In den vorigen Abschnitten wurden anhand von zwei unterschiedlichen Bewegungsabläufen der Einfluss der verschiedenen Parameter auf die Schätzung von Position und Orientierung untersucht. Für beide Bewegungen wurden dabei unterschiedliche optimale Parametersätze ermittelt. Die optimalen Werte für die Handbewegung führten auch bei der Kopfbewegung zu vernünftigen Ergebnissen und werden daher bei den im nächsten Abschnitt vorgestellten Messungen verwendet.

Durch den gewählten Parametersatz basiert die Schätzung der Orientierung hauptsächlich auf der Integration der gemessenen Winkelgeschwindigkeiten. Durch das hohe Messrauschen im Messmodell wirkt der Filter auf die Daten der Beschleunigungs- und Magnetfeldsensoren wie ein Tiefpass. Die Messwerte korrigieren auf diese Weise den sich nur langsam ändernden Offset der Gyroskope, ohne einen allzu großen direkten Einfluss auf die Orientierungsschätzung zu nehmen. Das hat zur Folge, dass der Filter zu Beginn einer Schätzung eine gewisse Anlaufzeit benötigt, wenn der Startwert der Schätzung vom wahren Startwert abweicht. Dieses Problem kann behoben werden, indem man zu Beginn einer Messung das Vertrauen in die Magnetfeld- und Beschleunigungsdaten erhöht und

## 5 Betrieb des Systems



**Abbildung 5.19:** Anlaufverhalten des Filters bei unbekannter Anfangsorientierung. Der graue Graph zeigt den Winkelfehler zu Beginn einer Schätzung, wenn die optimierten Parameter verwendet werden. Das hohe Vertrauen in die Gyroskopdaten lässt den Filter nur langsam die richtige Orientierung finden. Beim schwarzen Graph wurden veränderte Startparameter benutzt.

die Gyroskopdaten kaum beachtet. Dazu werden die Parameter  $w_a$  und  $w_b$  für etwa eine Sekunde auf die Werte gesetzt, die dem Sensorrauschen entsprechen. Für  $u_\omega$  wird gleichzeitig ein sehr hoher Wert gewählt und für  $u_b$  ein sehr kleiner. In Abbildung 5.19 ist der Winkelfehler in den ersten Sekunden der Handbewegung dargestellt. Der Startwert der Schätzung entspricht dabei nicht dem wahren Wert. Der graue Graph zeigt den Fehler, wenn von Anfang an der optimale Parametersatz verwendet wird. Beim schwarzen Graph wurden die Parameter innerhalb der ersten 800 ms wie eben erläutert abgeändert. Tabelle 5.3 fasst die optimalen Einstellungen der Filter noch einmal zusammen.

		Kopfbewegung (normal)	Handbewegung (normal)	Startphase ( $t < 1s$ )
Orientierung	$u_\omega$ [°/s]	0,3	0,7	100
	$u_b$ [(°/s) $\sqrt{Hz}$ ]	0,1	0,01	$10^{-8}$
	$w_a$ [ $m/s^2$ ]	0,1	0,1	0,005
	$w_b$ [ $\mu T$ ]	0,001	0,01	0,001
Position	$u_a$ [ $m/s$ ]	0,05	0,05	0,05
	$u_b$ [( $m/s^2$ ) $\sqrt{Hz}$ ]	0,1	0,1	0,1
	$\sigma_d$ [ $m$ ]	0,001	0,001	0,001

**Tabelle 5.3:** Optimale Werte der Parameter bei unterschiedlichen Bedingungen.

## 5.3 Messungen

In diesem Abschnitt wird die statische und die dynamische Genauigkeit des System unter realen Bedingungen untersucht. Zur Kalibration wurden die in Abschnitt 5.1 vorgestellten Methoden verwendet. Die Kalmanfilter wurden, wenn nicht anders erwähnt, mit den im vorigen Abschnitt ermittelten Parametern betrieben.

Die *Genauigkeit* einer Messung ist als Abweichung eines einzelnen Messwerts vom wahren Wert definiert. Der in diesem Kapitel häufig berechnete mittlere quadratische Schätzfehler ('rms-Fehler') bei einem Bewegungsablauf ist also ein Maß für die dynamische Genauigkeit des Systems. In der Geodäsie [SCH97] wird die Genauigkeit einer Messung in *Präzision* und *Richtigkeit* unterteilt (Abbildung 5.20 oben). Die Präzision ist die Streuung mehrerer unter möglichst gleichen Bedingungen aufgenommener Messwerte ('Wiederholbedingung'). Sie entspricht dem statistischen Fehler einer Messung. Die Richtigkeit ist die Abweichung des Mittelwertes mehrerer Messwerte vom wahren Wert und entspricht dem systematischen Fehler. Eine Messung kann somit präzise aber falsch sein. Im Falle der Abwesenheit jeglicher systematischer Fehler ist die Präzision gleich der Genauigkeit. Eine Untersuchung der Präzision und der Richtigkeit des Systems ist nur mit Hilfe von statischen Messungen möglich und wird im folgenden Abschnitt beschrieben.

### 5.3.1 Statische Messungen

Zur Untersuchung der statischen Genauigkeit des Systems wird eine Sensoreinheit in verschiedene bekannte und feste Positionen und Orientierungen gebracht und dort jeweils eine *Messung* durchgeführt.

Eine *Messung* entspricht in diesem Fall der Aufnahme von  $N \approx 500$  Messwerten  $m_j$  ( $j = 1 \dots N$ ) innerhalb einer Zeitspanne von etwa einer Sekunde, während der sich der *wahre Wert*  $m_r$  nicht ändert. Das *Messergebnis*  $\bar{m}$  ist hier der Mittelwert der Messwerte. Die Präzision  $\sigma_P$  dieser Messung ergibt sich aus deren Streuung. Die Richtigkeit der Messung entspricht der Abweichung des Messergebnisses vom wahren Wert (Abbildung 5.20 oben).

Messergebnis	$\bar{m} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N m_j$
Präzision einer Messung	$\sigma_P = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (\bar{m} - m_j)^2}$
Richtigkeit einer Messung	$m_r - \bar{m}$

Eine *Messreihe* ist in dieser Untersuchung eine Reihe von  $M \approx 5$  Messungen bei gleichem wahren Wert  $m_r$ , zwischen denen die Sensoreinheit für eine kurze Zeit beliebig im Raum bewegt wird. Aus einer solchen Messreihe sollen nun Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit des Systems im statischen Fall abgeschätzt werden. Die Präzision des Systems wird als Mittelwert der Präzisionen der einzelnen Messungen berechnet. Die Richtigkeit einer

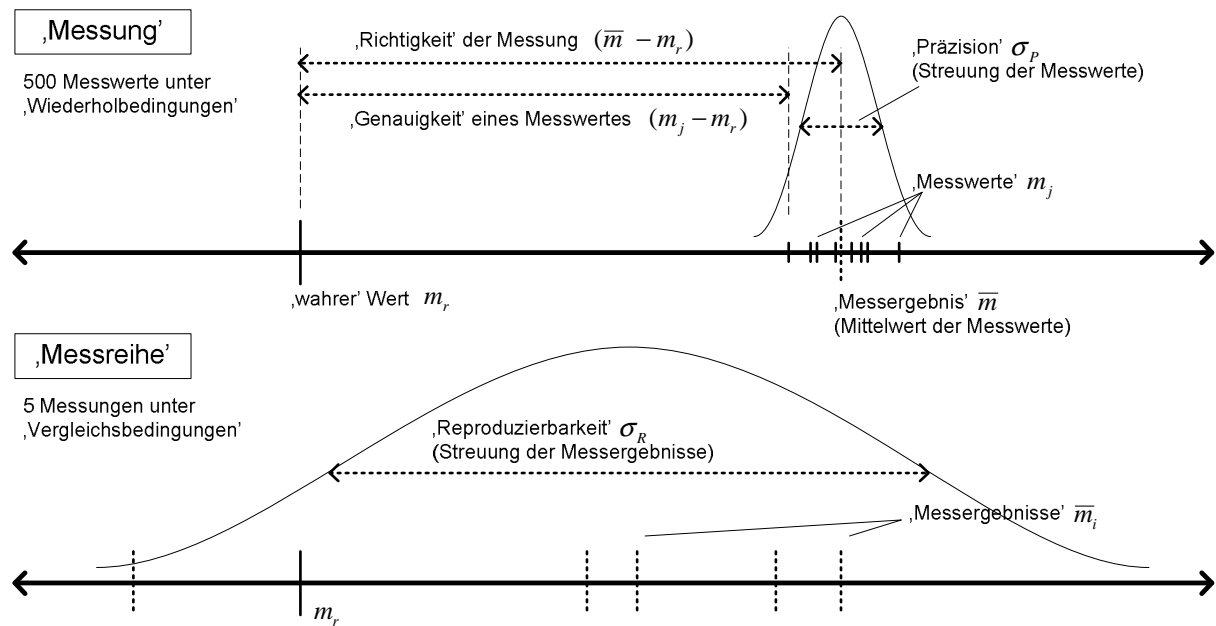
## 5 Betrieb des Systems

Messung hängt von vielen unbekanntenen Parametern und insbesondere von der Bewegung zwischen den Messungen ab. Es wird daher angenommen, dass die Messergebnisse normal um den wahren Wert verteilt sind und die Richtigkeit als Standardabweichung berechnet. Unter der Annahme, dass Präzision und Richtigkeit unkorreliert sind, ergibt sich die statische Genauigkeit als quadratische Summe der beiden Größen.

$$\begin{aligned} \text{Präzision des Systems} & \quad \sigma_P = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sigma_{P,i} \\ \text{Richtigkeit des Systems} & \quad \sigma_R = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (m_r - \bar{m}_i)^2} \\ \text{Genauigkeit des Systems} & \quad \sigma_G = \sqrt{\sigma_P^2 + \sigma_R^2} \end{aligned}$$

Eine weitere wichtige Eigenschaft des Systems ist die *Reproduzierbarkeit* der Orientierungs- und Positionsmessung. Die Reproduzierbarkeit ist wie die Präzision als Streuung mehrerer unter ähnlichen Bedingungen aufgenommener Messwerte definiert. Die Anforderung an die Gleichheit dieser Bedingungen ist jedoch bei der Reproduzierbarkeit etwas schwächer ('Vergleichsbedingung'). Das kann zum Beispiel bedeuten, dass zwischen zwei Messungen eine größere Zeitspanne liegt. Aus der oben beschriebenen Messreihe lässt sich die Reproduzierbarkeit als Streuung der Messergebnisse der einzelnen Messungen berechnen (Abbildung 5.20 unten):

$$\text{Reproduzierbarkeit des Systems} \quad \sigma_{Rep} = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (\bar{m} - \bar{m}_i)^2}, \quad \bar{m} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \bar{m}_i.$$



**Abbildung 5.20:** Schematische Darstellung der Begriffe Präzision, Richtigkeit, Genauigkeit und Reproduzierbarkeit.

Die Ergebnisse am Beispiel einer Messreihe sind in Tabelle 5.4 zusammengefasst. Das System wurde dabei mit vier Ultraschall-Modulen betrieben, die in einer Höhe von etwa zwei Metern über der Sensoreinheit an der Zimmerdecke befestigt waren und einen



Abstand von etwa 1,5 Metern zueinander hatten. Der wahre Wert der Orientierung und der Position wurde mit Hilfe eines Geometrie-Dreiecks vermessen und durch Anlegen der Sensoreinheit an einen Winkel für alle Messungen möglichst konstant gehalten. Der Fehler des wahren Wertes liegt auf diese Weise in der Größenordnung von einem Grad bzw. einem Millimeter und wird zunächst vernachlässigt.

Orientierung		$\Theta_x$ [°]	$\Theta_y$ [°]	$\Theta_z$ [°]
wahrer Wert	$m_r$	0	-45	0
Messergebnis ± Präzision	$\bar{m}_1 \pm \sigma_{P,1}$	$-0,94 \pm 0,04$	$-45,41 \pm 0,09$	$0,29 \pm 0,07$
	$\bar{m}_2 \pm \sigma_{P,2}$	$-0,97 \pm 0,01$	$-45,44 \pm 0,02$	$0,30 \pm 0,02$
	$\bar{m}_3 \pm \sigma_{P,3}$	$-0,90 \pm 0,03$	$-45,33 \pm 0,06$	$0,29 \pm 0,04$
	$\bar{m}_4 \pm \sigma_{P,4}$	$-0,96 \pm 0,01$	$-45,56 \pm 0,01$	$0,39 \pm 0,01$
	$\bar{m}_5 \pm \sigma_{P,5}$	$-1,09 \pm 0,01$	$-45,84 \pm 0,02$	$0,55 \pm 0,01$
Präzision	$\sigma_P$	0,02	0,04	0,03
Richtigkeit	$\sigma_R$	1,09	0,61	0,42
Genauigkeit	$\sigma_G$	1,09	0,61	0,42
Reproduzierbarkeit	$\sigma_{Rep}$	0,07	0,20	0,11

Position		x [mm]	y [mm]	z [mm]
wahrer Wert	$m_r$	303	100	-750
Messergebnis ± Präzision	$\bar{m}_1 \pm \sigma_{P,1}$	$303,87 \pm 2,12$	$99,89 \pm 0,71$	$-749,80 \pm 2,15$
	$\bar{m}_2 \pm \sigma_{P,2}$	$303,94 \pm 2,06$	$100,25 \pm 0,75$	$-750,31 \pm 2,08$
	$\bar{m}_3 \pm \sigma_{P,3}$	$303,20 \pm 2,70$	$100,10 \pm 0,74$	$-750,93 \pm 2,11$
	$\bar{m}_4 \pm \sigma_{P,4}$	$302,89 \pm 1,59$	$100,20 \pm 0,61$	$-750,91 \pm 1,66$
	$\bar{m}_5 \pm \sigma_{P,5}$	$302,76 \pm 2,11$	$100,27 \pm 0,75$	$-751,43 \pm 2,01$
Präzision	$\sigma_P$	2,12	0,71	2,00
Richtigkeit	$\sigma_R$	0,66	0,22	0,98
Genauigkeit	$\sigma_G$	2,22	0,75	2,23
Reproduzierbarkeit	$\sigma_{Rep}$	0,55	0,16	0,63

**Tabelle 5.4:** Ergebnisse einer Messreihe zur Bestimmung der statischen Genauigkeit und Reproduzierbarkeit der Orientierungs- (oben) und der Positionsbestimmung (unten).

Eine solche Messreihe wurde für sechs verschiedene Orientierungen und acht unterschiedliche Positionen durchgeführt. Tabelle 5.5 zeigt die über alle Messreihen gemittelten Ergebnisse für Präzision, Richtigkeit, Genauigkeit und Reproduzierbarkeit des Systems. Während der Fehler des wahren Wertes bei der Bestimmung von Präzision und Reproduzierbarkeit keine Rolle spielt, hat er doch einen Anteil an der ermittelten Richtigkeit und somit an der Genauigkeit. Unter der Annahme, dass er bei allen Messreihen normalverteilt ist, müsste er von der berechneten Richtigkeit einer Messreihe quadratisch subtrahiert werden, um die Richtigkeit des Systems zu erhalten. Mit dem oben angenommenen Fehler des wahren Wertes kann das zu negativen und somit unsinnigen Werten führen. Das bedeutet, dass die Unsicherheit bei der Vermessung des wahren Wertes als zu hoch angenommen wurde. Der Einfachheit halber wird sie daher vernachlässigt, was zur Folge hat, dass der

Wert für die Systemgenauigkeit leicht überschätzt wird.

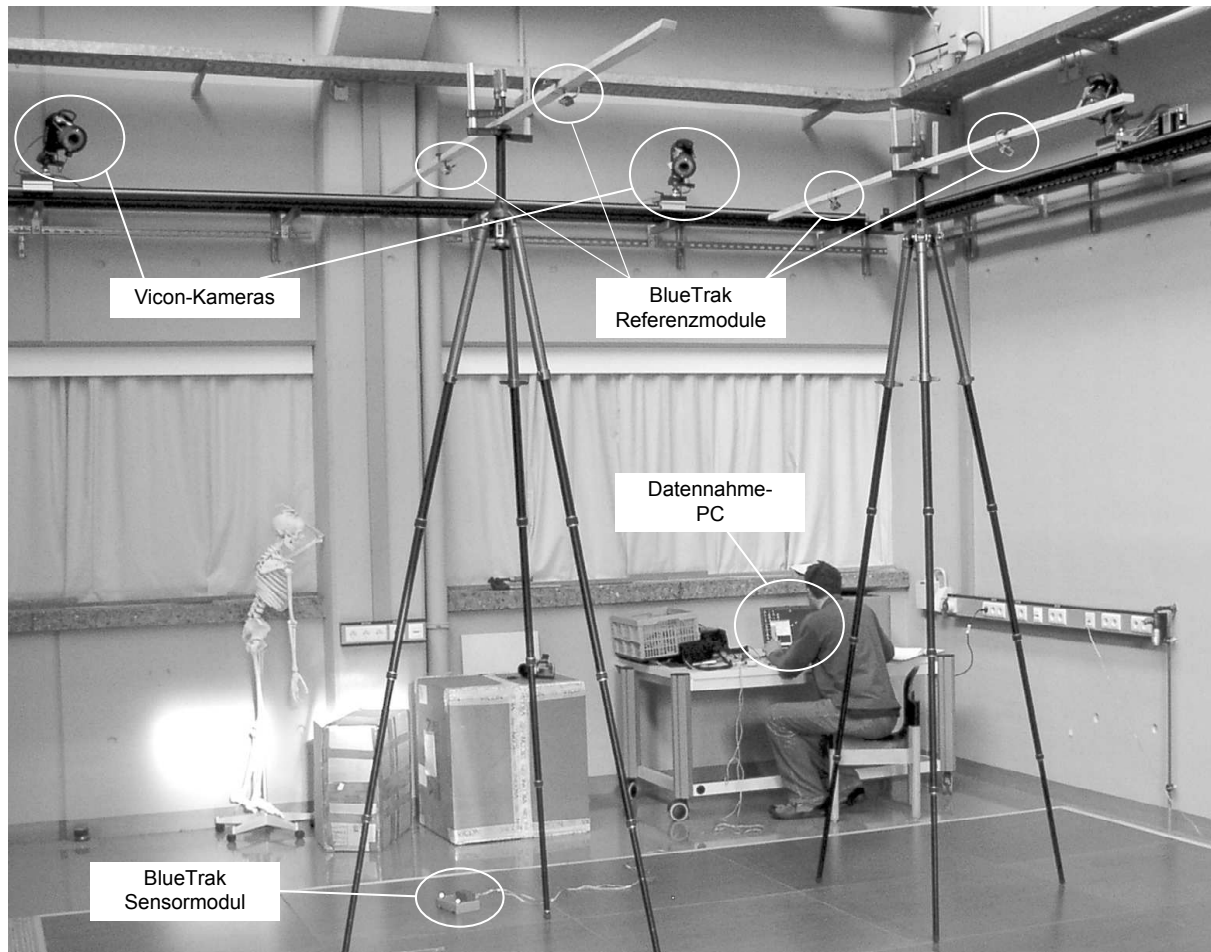
	$\Theta_x$ [°]	$\Theta_y$ [°]	$\Theta_z$ [°]	x [mm]	y [mm]	z [mm]
Präzision	0,03	0,07	0,03	2,91	0,93	2,91
Richtigkeit	0,46	2,49	0,36	2,07	1,14	3,34
Genauigkeit	0,47	2,49	0,36	3,66	1,56	4,58
Reproduzierbarkeit	0,05	0,19	0,05	0,70	0,27	1,06

**Tabelle 5.5:** Genauigkeit und Reproduzierbarkeit der statischen Positions- und Orientierungsbestimmung.

Die Reproduzierbarkeit liegt in Position und Orientierung in der gleichen Größenordnung wie die Präzision. Es fällt auf, dass die Genauigkeit des Drehwinkels um die vertikale Achse signifikant schlechter ist als um die anderen beiden Achsen. Das lässt sich durch den relativ kleinen Winkel zwischen den Vektoren des Erdmagnetfeldes und der Erdbeschleunigung erklären. Die Messung einer der Vektoren liefert keine Information über die Drehung um den Vektor selbst. Diese ergibt sich aus der Messung des jeweils anderen Vektors. Da aber die Achse des Erdmagnetfeldes und die der Erdbeschleunigung einen kleinen Winkel einschließen, ist der Informationsgehalt der Messungen bezüglich der Rotation um diese Achsen geringer. Messfehler durch Kalibrationsungenauigkeiten oder durch magnetische Störfelder machen sich daher in der Schätzung des Drehwinkels um die y-Achse des Systems stärker bemerkbar. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Genauigkeit der Positionsbestimmung entlang der vertikalen Achse am besten ist. Diese Tatsache hängt mit der Konstellation der Referenzmodule zusammen. Auch hier lässt sich mit dem Informationsgehalt argumentieren. Da sich die Referenzmodule alle oberhalb und zudem relativ weit entfernt von der Sensoreinheit befinden, liegen die Verbindungsachsen zwischen Ultraschallsendern und -empfängern nahe bei der vertikalen Achse des globalen Koordinatensystems. Die einzelnen Entfernungsmessungen liefern daher in dieser Richtung die beste Information.

### 5.3.2 Dynamische Messungen

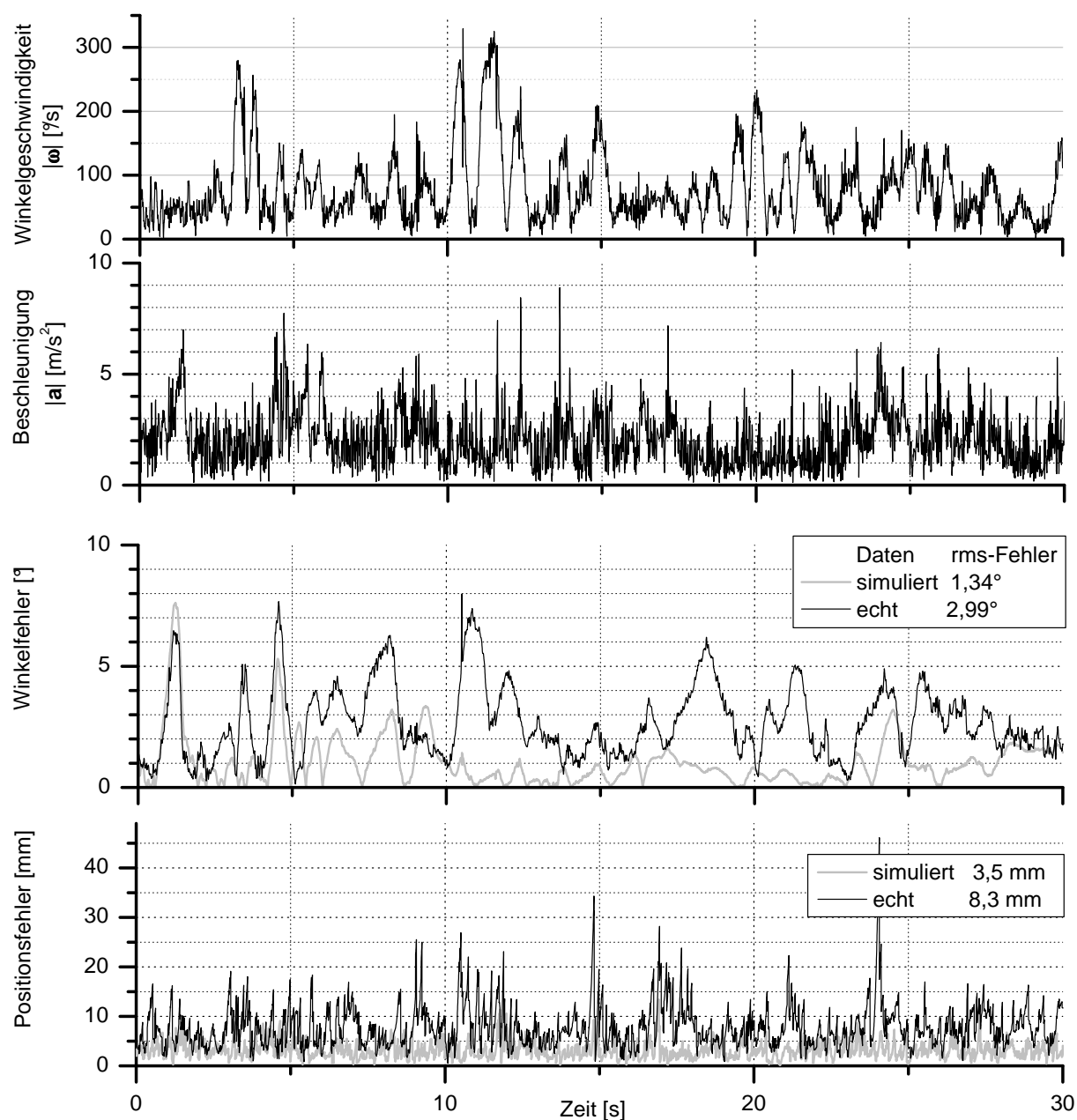
Zur Untersuchung der dynamischen Genauigkeit wird als Referenzsystem das bereits in Abschnitt 5.2 vorgestellte optische Trackingsystem der Firma Vicon verwendet. Da die Genauigkeit dieses Systems weit unterhalb eines Millimeters liegt, werden dessen Messung hier als fehlerfrei betrachtet. Das BlueTrak-System wird innerhalb des Tracking-Volumens des Vicon-Systems aufgebaut und kalibriert (Abbildung 5.21). Auf diese Weise können die rekonstruierten Daten des BlueTrak-Systems mit denen des Referenzsystems verglichen werden. Zwei der so gewonnenen Datensätze werden in diesem Abschnitt vorgestellt und deren Ergebnisse diskutiert.



**Abbildung 5.21:** Aufbau zur Untersuchung der dynamischen Genauigkeit.

### Messung 1: Normale Kopfbewegung

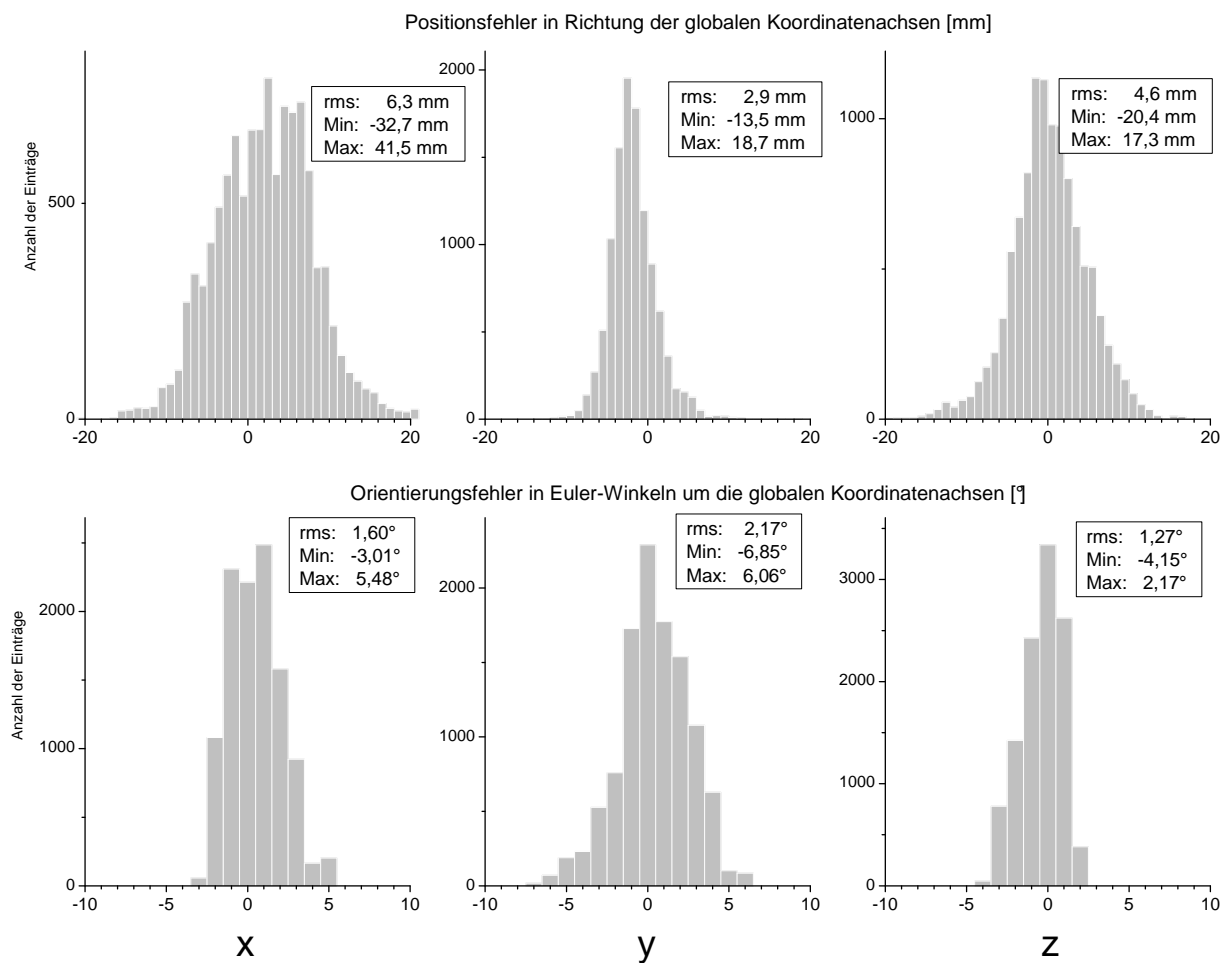
Bei dieser Messung ist die Sensoreinheit am Kopf einer Person befestigt, während diese typische natürliche Bewegungsabläufe wie 'nicken', 'umher schauen', 'gehen' oder 'hin hocken' durchführt. Die Beträge der dabei auftretenden Winkelgeschwindigkeiten und Beschleunigungen sind in den oberen beiden Diagrammen von Abbildung 5.22 dargestellt. Darunter sind die Abweichungen der Positions- und Orientierungsschätzung von den Daten des Referenzsystems zu sehen. Die Rekonstruktionsergebnisse mit simulierten Sensordaten sind zum Vergleich zusätzlich aufgetragen. Die mittleren quadratischen Fehler der Schätzung mit echten Daten liegen bei  $3^\circ$  in der Orientierung und  $8,3\text{ mm}$  in der Position. Zwischenzeitlich treten jedoch Abweichung von bis zu  $7^\circ$  bzw.  $50\text{ mm}$  auf. In Abbildung 5.23 findet sich eine detaillierte Darstellung der Fehler. Dort sind die Abweichungen in der Orientierung und der Position bezüglich der Achsen des globalen Koordinatensystems als Histogramme dargestellt. Wie bei der statischen Messung ist hier zu erkennen, dass die Winkelgenauigkeit um die vertikalen Achse schlechter und die Positionsgenauigkeit in



**Abbildung 5.22:** Normale Kopfbewegung - Oben: Profil der Beschleunigung und Winkelgeschwindigkeit. Unten: Vergleich der Orientierungs- und Positionsschätzung mit den Daten des Referenzsystems. Die grauen Graphen zeigen zum Vergleich die Ergebnisse mit simulierten Sensordaten.

dieser Richtung besser ist als bei den anderen beiden Achsen.

Um die Fehler des Systems besser analysieren zu können, werden wie in Abschnitt 5.2 aus den Bewegungsdaten des Referenzsystems künstliche Sensordaten generiert und diese mit den Algorithmen des BlueTrak-Systems zu Orientierungs- und Positionsinformationen verarbeitet. Dabei wird lediglich das Sensorrauschen berücksichtigt. Die Einstellung der Filter sind die gleichen, wie sie auch mit echten Daten verwendet werden. Die Fehler der Rekonstruktion mit simulierten Daten sind ebenfalls in Abbildung 5.22 dargestellt. An den meisten Stellen, wo mit echten Daten hohe Winkelfehler auftreten, sind die Fehler mit simulierten Daten ebenfalls hoch. Das ist auf hohe Beschleunigungswerte zurückzuführen.

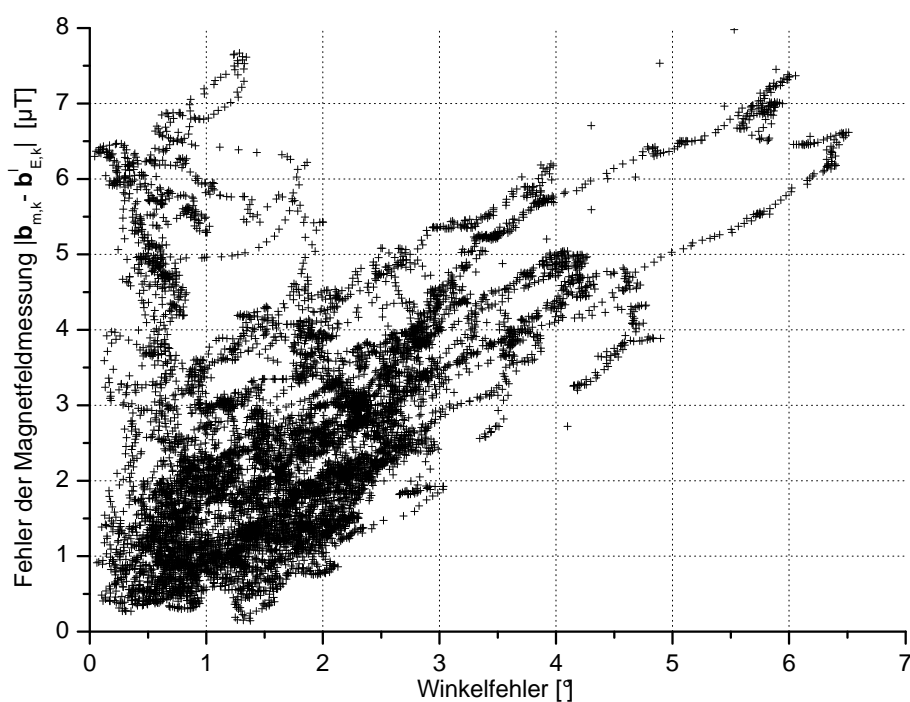


**Abbildung 5.23:** Normale Kopfbewegung - mittlere quadratische Fehler und maximale Abweichungen von Position und Orientierung, bezogen auf die einzelnen Achsen des globalen Koordinatensystems.

Grundsätzlich sind die Fehler in Position und Orientierung mit den simulierten Daten geringer, die mittleren quadratischen Abweichungen betragen hier  $1,3^\circ$  und  $3,5$  mm. Mögliche Ursachen dafür werden im Folgenden diskutiert.

### a) Magnetfeldstörungen

Wie bereits in Abschnitt 4.2.3 erläutert wurde, kann es durch metallische Gegenstände im Raum zu magnetischen Störfeldern kommen. Zur Überprüfung der Magnetfeldmessung wurde mit Hilfe der Orientierungsmessung des Referenzsystems für jeden Zeitpunkt der Bewegung das Erdmagnetfeld  $\mathbf{b}_{E,k}^l$  im lokalen System der Sensoreinheit berechnet und mit Daten  $\mathbf{b}_{m,k}$  der Magnetfeldsensoren verglichen. In Abbildung 5.24 ist der Betrag des Differenzvektors gegen den Winkelfehler der Schätzung für den gesamten Bewegungsablauf aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass bei Winkelfehlern ab  $2^\circ$  der Fehler der Magnetfeld-



**Abbildung 5.24:** Normale Kopfbewegung - Korrelation zwischen Winkelfehler und fehlerhafter Magnetfeldmessung. Ein großer Winkelfehler geht immer mit einer Störung des Magnetfeldes einher. Der umgekehrte Schluss ist jedoch nicht möglich.

messung ebenfalls groß ist. Dabei kann es sich entweder um ein ortsabhängiges magnetisches Störfeld oder um Kalibrationsungenauigkeiten der Sensoren handeln. Umgekehrt müssen jedoch große Abweichungen des Magnetfeldes nicht unbedingt zu Rekonstruktionsfehlern führen.

### b) Kalibrationsfehler

Die Kalibration der einzelnen Sensorgruppen wurde bereits ausführlich besprochen. Bei allen Sensoren kann es dabei zu systematischen Ungenauigkeiten kommen, die bei der Simulation der Sensordaten nicht berücksichtigt werden. Insbesondere sind die Fehler der

Positionsschätzung auf eine Ungenauigkeit in der Bestimmung der Referenzpositionen zurückzuführen.

### c) 'Übersprechen'

Aufgrund des Aufbaus der Gyroskope ist es nicht auszuschließen, dass hohe Beschleunigungen die Messung der Drehrate verfälschen. Genauso könnten die Messwerte der Beschleunigungssensoren durch das Auftreten hoher Winkelgeschwindigkeiten beeinflusst werden. Zudem zeigen die Beschleunigungssensoren eine Sensitivität auf senkrecht zu ihrer sensitiven Achse wirkende Beschleunigung, die im Datenblatt zu 2% angegeben wird. Das gleiche könnte für die Gyroskope gelten. All diese Effekte wurden im Rahmen dieser Arbeit nicht genauer untersucht, ließen sich jedoch prinzipiell in der Verarbeitung der Daten berücksichtigen.

### d) Sensorgeometrie

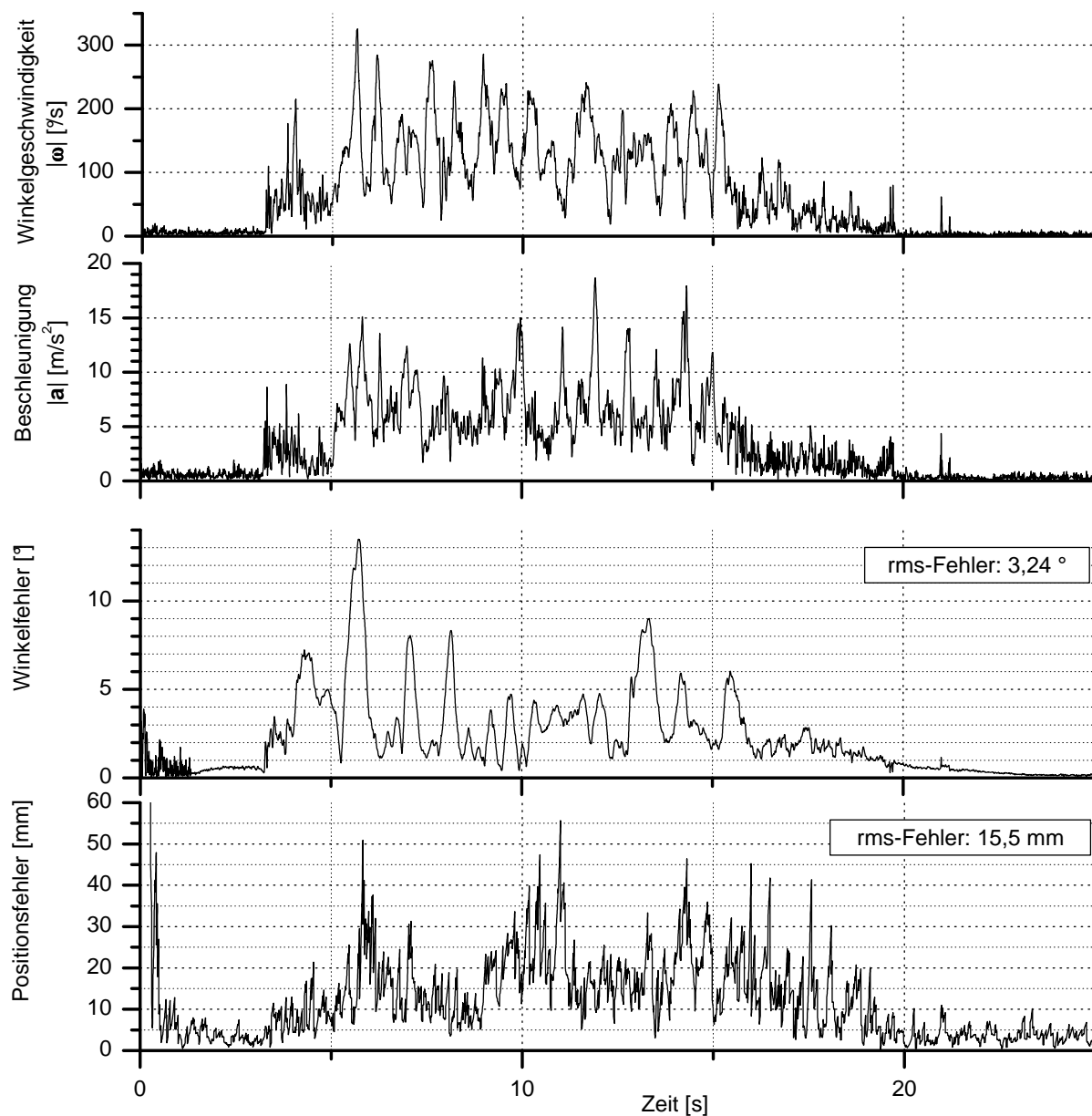
Bei den Berechnung in den Rekonstruktions-Algorithmen wird davon ausgegangen, dass sich alle Sensoren an einem Punkt befinden. Der Ultraschallempfänger befindet sich jedoch an der Oberseite des Sensormoduls, während die Beschleunigungssensoren innerhalb des Gehäuses einen Abstand von etwa einem Zentimeter zueinander haben. Dadurch kann zum Beispiel eine Verkippung der Sensoreinheit ohne Positionsänderung zu einer Änderung der Entfernungsmessung führen. Die Berücksichtigung dieser Effekte bietet eine Verbesserungsmöglichkeit der Filteralgorithmen, die jedoch nicht implementiert wurde.

## Messung 2: Schnelle Handbewegung

In einer weiteren Messung wird das System unter Einfluss einer sehr starken Beschleunigung getestet. Dazu wird eine Sensoreinheit in die Hand genommen und damit eine sehr schnelle 'Schüttelbewegung' durchgeführt. Bei der Bewegung treten hohe Winkelgeschwindigkeiten und Beschleunigungen von über  $15 \text{ m/s}^2$  auf (Abbildung 5.25 oben). Der Vergleich zwischen den Positions- und Orientierungsschätzungen des BlueTrak-Systems und den Daten des Referenzsystems ist in den beiden unteren Diagrammen zu sehen. Während der Phase der hohen Beschleunigung kommt es zu Fehlern von bis zu  $14^\circ$  in der Orientierung und  $50 \text{ mm}$  in der Position. Der mittlere quadratische Fehler beträgt  $3,2 \text{ Grad}$  bzw.  $15,5 \text{ mm}$ . Für dieses Ergebnis muss der Parameter  $u_\omega$  des Orientierungsfilters von  $0,7$  auf  $2,0 \text{ }^\circ/\text{s}$  erhöht werden. Bei dem kleineren Wert treten zwar die gleichen maximalen Fehler auf, aber der Filter benötigt eine längere Zeit, um wieder zur richtigen Orientierung zurück zu finden. Diese Tatsache ähnelt dem Problem kurz nach der Initialisierung des Filters. Einerseits soll die Schätzung möglichst auf den Gyroskopen basieren, um nicht so anfällig für hohe Beschleunigungen oder Magnetfeldstörungen zu sein, andererseits dauert es in diesem Fall länger von einer falschen Orientierung ausgehend

## 5 Betrieb des Systems

wieder in die richtige Lage zurück zu finden. Eine weitere Verbesserungsmöglichkeit der Filteralgorithmen besteht in der automatischen Anpassung des Parameters  $u_\omega$  während des Betriebs.



**Abbildung 5.25:** Schnelle Handbewegung - Oben: Profil der Beschleunigung und Winkelgeschwindigkeit. Unten: Vergleich der Orientierungs- und Positionsschätzung mit den Daten des Referenzsystems.



## 5.4 Diskussion der Ergebnisse

In diesem Kapitel wurden Verfahren zur Kalibration des Systems vorgestellt und die optimalen Parameter zum Betrieb des Systems ermittelt. Mit den daraus gewonnenen Erkenntnissen wurde das System im Betrieb unter verschiedenen Bedingungen getestet.

		gefordert	simuliert	statisch			dynamisch		
Orientierung	Genauigkeit [°] $\Theta_x - \Theta_y - \Theta_z$ gesamt	<1	1,3	0,5	2,5	0,4	1,6	2,2	1,3
	Präzision [°]			<0,1					
	maximale Abweichung [°]						5,5	6,9	2,2
Position	Genauigkeit [mm] $x - y - z$ gesamt	<10	3,5	3,7	1,6	4,6	6,3	2,9	4,6
	Präzision [mm]			2,9	0,9	2,9			
	maximale Abweichung [mm]						41,5	18,7	20,4

**Tabelle 5.6:** Ergebnisse der Untersuchungen zur Genauigkeit des Systems.

Tabelle 5.6 fasst die Ergebnisse zusammen. Eine allgemein gültige Aussage über die Genauigkeit des Systems zu treffen ist schwierig, da sie von der Art der Bewegung, den Positionen der Referenzmodule und der Qualität der Kalibration abhängt.

Die geforderte Winkelgenauigkeit von einem Grad konnte nicht ganz erreicht werden. Das ist größtenteils auf die erzielte Genauigkeit der Magnetfeldmessung zurückzuführen, die sich besonders in der Schätzung des Drehwinkels um die vertikale Achse bemerkbar macht. Ansätze zur Behebung dieses Problems bestehen darin, den Orientierungs-Kalmanfilter zu erweitern, um mit einem positionsabhängigen Magnetfeld-Offset umgehen zu können. Eine andere Möglichkeit besteht in der Verwendung von zwei Ultraschallempfängern, die mit einem genügend großen Abstand an einem Sensormodul befestigt sind. Über die Positionsbestimmung beider Empfänger ließen sich so zusätzlich Informationen über die Orientierung des Moduls gewinnen.

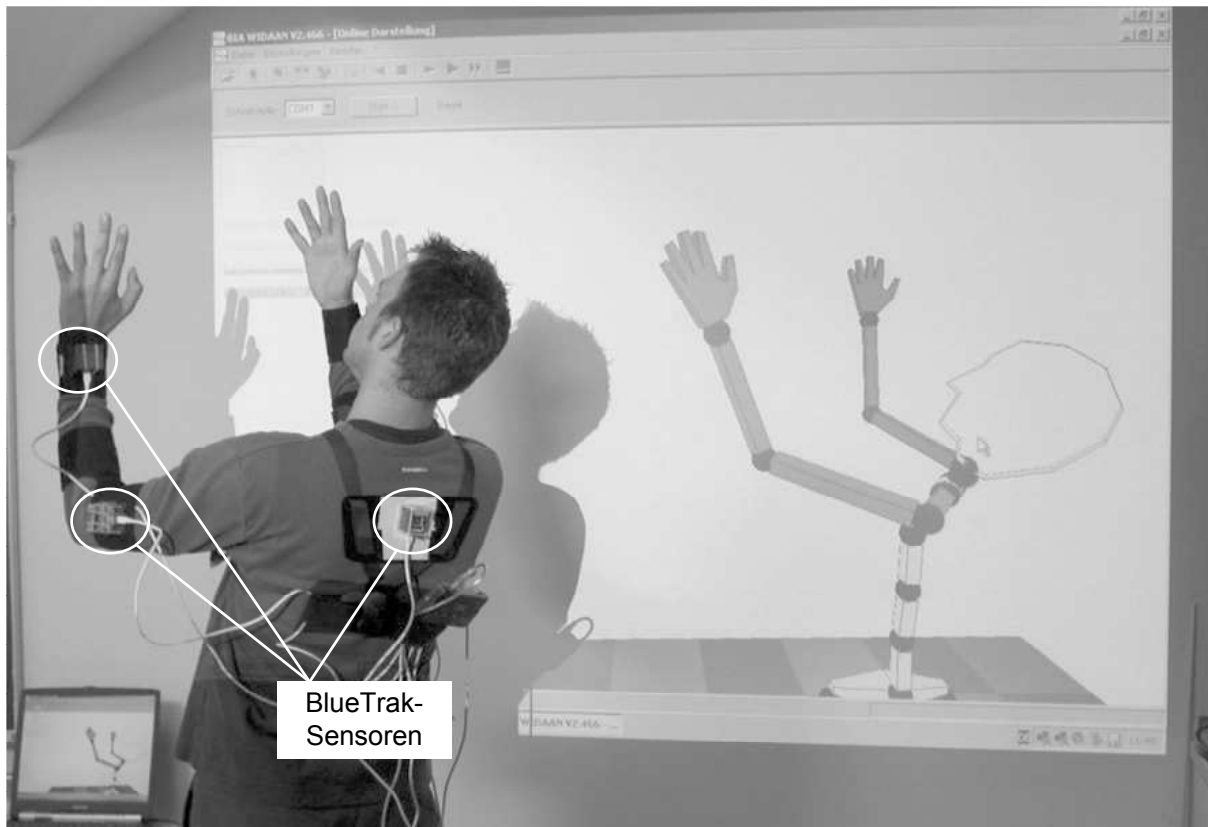
Die Positionsgenauigkeit liegt unterhalb der geforderten Größe von einem Zentimeter. Voraussetzung dafür sind regelmäßige und fehlerfreie Entfernungsmessungen zu mindestens drei Referenzmodulen. Bei einer Verwendung des Systems als Head-Tracking-System in einer Augmented oder Virtual Reality Umgebung ist diese Bedingung leicht zu erfüllen, da der Kopf in einer solchen Anwendung die meiste Zeit aufrecht gehalten wird. Bringt man die Referenzmodule oberhalb der Person an, zum Beispiel an der Zimmerdecke, werden die Messungen kaum durch Abschattung oder starke Verdrehung des Ultraschallempfängers gestört. Die Streuung der Positionsschätzung hat sich jedoch in diesen Anwendungen

als problematisch erwiesen. 'Positionssprünge' von wenigen Millimetern führen insbesondere bei einem ruhig gehaltenen Kopf zu einem störenden Zittern in der Darstellung virtueller Objekte auf dem Head-Mounted-Display. Hier bietet es sich an, die mit dem BlueTrak-System gewonnenen Positionsdaten durch einen weiteren Filter zu glätten oder die vorhandenen Filter entsprechend anzupassen. In jedem Falle wird so die dynamische Genauigkeit des Systems stark eingeschränkt, was man aber je nach Anwendung zugunsten einer 'ruhigen' Darstellung in Kauf nimmt.

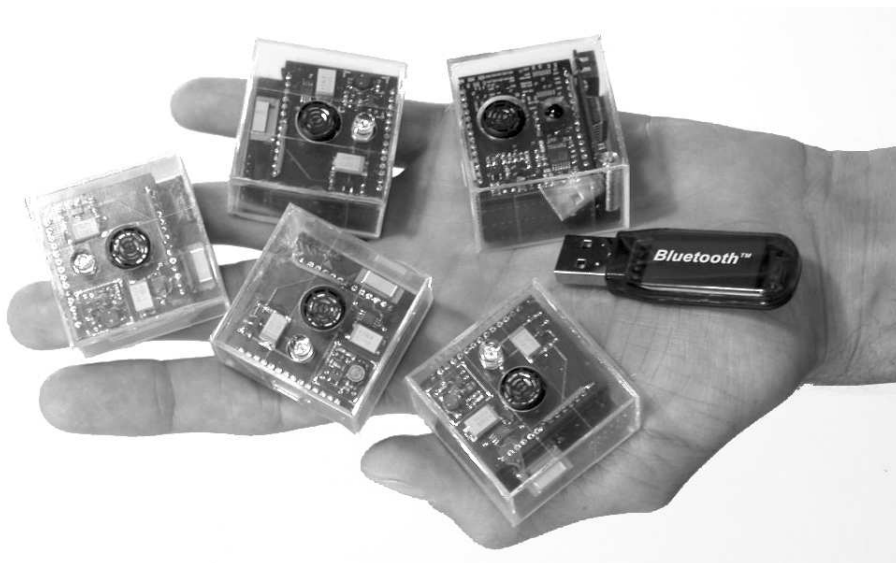
Die Latenz des Systems ist bei einer Anbindung der Sensoreinheiten über den USB-Bus vernachlässigbar klein und die Wiederholrate der Schätzungen kann bis zu 1kHz frei gewählt werden. Bei einer kabellosen Anbindung über Bluetooth liegen Datenrate und Latenz bei 100 Hz und 200 ms. Die anderen Anforderungen wie die Skalierbarkeit in der Größe des erfassten Volumens und der Anzahl der verfolgten Objekte konnten durch den modularen Aufbau des Systems und der Auswertesoftware erreicht werden.

## 5.5 Ausblick

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte System wurde neben der Verwendung als Head-Tracking System im mqube-Projekt in einer weiteren Anwendung eingesetzt. Diese soll zum Abschluss kurz vorgestellt werden. Einzelheiten dazu finden sich in [HAM03]. Am Berufsgenossenschaftlichen Institut für Arbeitssicherheit (BGIA) in Sankt Augustin werden die Belastungen des Muskel-Skelett-Systems bei alltäglichen Arbeitsabläufen untersucht. Zu diesem Zweck wurde am BGIA ein mechanisches Trackingsystem (Abschnitt 1.3) entwickelt, das auf einem Exoskelett und daran befestigten Dreh-Potentiometern basiert [BIA98]. Dieses System hat jedoch den Nachteil, dass es einen hohen Einrichtungsaufwand erfordert und die Testpersonen in ihren natürlichen Bewegungsabläufen stark einschränkt. In Zusammenarbeit mit dem BGIA wurde ein Prototyp entwickelt, bei dem das mechanische Trackingsystem durch mehrere Sensoreinheiten des BlueTrak-Systems ersetzt wird. Dabei wird an den Ober- und Unterarmen sowie dem Rumpf jeweils eine Sensoreinheit angebracht und deren Orientierung bestimmt (Abbildung 5.26). Die verschiedenen Gelenkwinkel werden mit Hilfe der Orientierungsinformationen über die entsprechenden Körpersegmente bestimmt und auf ein biomechanisches Kettenmodell übertragen. Auf diese Weise lassen sich die Bewegungen des Oberkörpers relativ zu einer Ausgangshaltung bestimmen. In einer weiteren Iteration soll das System auf 20 Sensoreinheiten erweitert werden, so dass die Bewegung des gesamten Körpers vermessen werden kann. Mit Hilfe des Ultraschallsystems könnte zusätzlich die Position der Person im Raum bestimmt werden. Dieses auf dem BlueTrak-System basierende 'Ganzkörper-Motion-Capturing-System' ist zwar nicht so genau wie entsprechende kommerziell erhältliche optische Systeme, es bietet jedoch aufgrund des geringen Installationsaufwandes eine interessante Alternative für die unterschiedlichsten Anwendungen.



**Abbildung 5.26:** System zur Analyse von Körperbewegungen. An den Ober- und Unterarmen sowie dem Rumpf sind jeweils Sensoren zur Messung der Orientierung angebracht.





# Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein modulares und skalierbares Sensorsystem zur Erfassung von Position und Orientierung bewegter Objekte entwickelt, gebaut und getestet. Eine Sensoreinheit, die an dem bewegten Objekt befestigt wird, enthält für jede der drei Raumrichtungen Beschleunigungs-, Drehraten- und Magnetfeldsensoren. Gleichzeitig werden über Laufzeitmessungen mit Ultraschall die Abstände einer Sensoreinheit zu einer Anzahl Referenzeinheiten bestimmt, die an festen und bekannten Punkten im Raum angebracht sind. Aus den Daten aller Sensoren werden mit Hilfe von Kalmanfiltern die aktuelle Position und die Orientierung des Objektes bestimmt. Das System eignet sich zum Beispiel zur Analyse von Körperbewegungen oder zur Verfolgung des Kopfes in Augmented oder Virtual Reality Umgebungen und wurde bereits in beiden Fällen erfolgreich eingesetzt.

Die Arbeit umfasst mehrere Aspekte:

- Konzeption und Aufbau des Systems
- Evaluation und Charakterisierung verschiedener Sensoren
- Entwicklung eines Ultraschall-basierten Entfernungsmesssystems
- Entwicklung der Steuerungs- und Auslesesoftware
- Entwicklung und Implementation von Algorithmen zur Rekonstruktion von Position und Orientierung aus den Sensordaten.
- Entwicklung und Implementation von Methoden zur Kalibration des Systems
- Optimierung der Betriebsparameter
- Charakterisierung des Systems
- Einbindung des Systems in verschiedene Anwendungen

Das System wurde so konzipiert, dass es einen geringen Installationsaufwand erfordert. Der modulare Aufbau ermöglicht die gleichzeitige Verfolgung mehrerer Objekte und eine einfache Anpassung des Systems an verschiedene Anwendungen und Anforderungen. Die Auslese und Ansteuerung der Systemkomponenten geschehen über die Standardschnittstellen USB und Bluetooth. Die Wiederholrate der Positions- und Orientierungsbestimmung beträgt maximal 1 kHz bei einer Latenz zwischen erfolgter und rekonstruierter

## 5 Betrieb des Systems

Bewegung von wenigen Millisekunden.

Die Verwendung rekursiver Schätzalgorithmen (Kalmanfilter) ermöglicht die unmittelbare Verarbeitung der unterschiedlichen Sensordaten zu einer Schätzung des aktuellen Bewegungszustandes des Objektes. Kenntnisse über die Dynamik des Systems und die Messungenauigkeiten der Sensoren werden dabei durch die Implementation von Prozess- und Messmodellen berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Modelle erweitert, entwickelt und untersucht. Anhand simulierter Sensordaten wurden die optimalen Betriebsparameter für die implementierten Algorithmen ermittelt und der Einfluss verschiedener Fehlerquellen und Bewegungsmerkmale auf die Rekonstruktion untersucht. In der Simulation konnte selbst bei Bewegungen mit hoher Dynamik (z.B. einer schnellen Handbewegung) eine Genauigkeit von etwa  $1^\circ$  in der Orientierung sowie  $4\text{ mm}$  in der Position erreicht werden.

Zur Charakterisierung des Systems im Betrieb wurden die Ergebnisse der Positions- und Orientierungsschätzung während unterschiedlicher Bewegungen mit den Daten eines Referenzsystems verglichen. Die dynamische Genauigkeit konnte auf diese Weise zu etwa  $3^\circ$ , bzw.  $8\text{ mm}$  bestimmt werden. Im statischen Fall eines nicht bewegten Objektes ist die Positionsgenauigkeit mit  $5\text{ mm}$  noch etwas besser. Die größten Fehlerquellen bei der Rekonstruktion sind durch Ungenauigkeiten bei der Kalibration der Sensoren und durch magnetische Störfelder gegeben. Hier bieten sich Verbesserungsmöglichkeiten für das System und die verwendeten Algorithmen.

# Literaturverzeichnis

- [ADX96] Analog Devices: *ADXL05,  $\pm 1g$ – $\pm 5g$  Single Chip Accelerometer with Signal Conditioning*, Datasheet, 1996
- [ADX99] Analog Devices: *ADXL105, High Accuracy  $\pm 1g$  –  $\pm 5g$  Single Axis iMEMS® Accelerometer with Analog Input*, Datasheet, 1999
- [ANI04] Animazoo UK Ltd.  
<http://www.animazoo.com>, Dezember 2004
- [AYA98] F. Ayazi, K. Najafi: *Design and fabrication of a highperformance polysilicon vibrating ring gyroscope*, Proceedings of the IEEE Micro Electro Mechanical Systems Workshop (MEMS'98), Heidelberg, Deutschland, pp. 621–626, Februar 1998
- [AZU97] R. Azuma: *A Survey of Augmented Reality*, Presence: Teleoperators and Virtual Environments 6, 4, pp. 355 - 385, August 1997
- [BAZ76] E. N. Bazley: *Sound absorption in air at frequencies up to 100 kHz*, National Physics Laboratory Acoustics Report Ac 74, 1974
- [BEI05] BEI Technologies Inc., Systron Donner Inertial Division  
<http://www.systron.com>, Juni 2005
- [BER99] N. Bergmann: *Recursive Bayesian Estimation, Navigation and Tracking Applications*, Dissertation, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Schweden, 1999
- [BIA98] R. P. Ellegast: *Personengebundenen Meßsystem zur automatisierten Erfassung von Wirbelsäulenbelastungen bei beruflichen Tätigkeiten*, BIA-Report, Hauptverband der gewerblichen Berufsgenossenschaften (Hrsg.), Sankt Augustin, Mai 1998
- [BRO97] R. G. Brown, P. Y. C. Hwang: *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, John Wiley & Sons Inc, 1997
- [BLU05] Die offizielle Bluetooth-Webseite  
<http://www.bluetooth.com>, Juni 2005
- [CAR98] M. J. Caruso, Dr. C. H. Smith: *A New Perspective on Magnetic Field Sensing*, Honeywell Inc., Mai 1998

- [CRA93] O. Cramer: *The variation of the specific heat ratio and the speed of sound in air with temperature, pressure, humidity, and CO<sub>2</sub> concentration*, The Journal of the Acoustical Society of America, Volume 93, Issue 5, pp. 2510-2516, 1993
- [DAM98] E. B. Dam, M. Koch, M. Lillholm: *Quaternions, Interpolation and Animation*, Technical Report DIKU-TR-98/5, Department of Computer Science, University of Copenhagen, Dänemark, Juli 1998
- [ENC99] Murata: *GYROSTAR: Piezoelectric Vibrating Gyroscope ENC Series*, Datasheet, 1999
- [FRA96] J. Fraden: *Handbook of Modern Sensors, Physics, Designs, and Applications*, AIP Press, 1996
- [GRU03] S. Grünvogel: *Dynamic character animations*, International Journal of Intelligent Games & Simulation Vol.2 No.1, pp.11-19, 2003
- [HAM03] R. Hamburger: *Das BlueTrak-Inertialsensorsystem: Kalibration des Systems und Erfassung von Körperbewegungen*, Diplomarbeit, Physikalisches Institut Universität Bonn, BONN-IB-2003-06, Dezember 2003
- [HAY01] S. Haykin (editor): *Kalman Filtering and Neuronal Networks*, John Wiley & Sons Inc, 2001
- [HMC03] Honeywell: *HMC1051/HMC1052/HMC1053 - 1,2 and 3-axis magnetic sensors*, Datasheet, 2003
- [JUL95] S. J. Julier, J. K. Uhlmann, H. Durrant-Whyte: *A new approach for filtering nonlinear systems*, Proceedings of the American Control Conference, pp.1628-1632, 1995
- [JUL96] S. J. Julier, J. K. Uhlmann: *A General Method for Approximating Nonlinear Transformations of Probability Distributions*, Technical Report, Dept. of Engineering Science, University of Oxford, 1996
- [KAL60] R. E. Kalman: *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, Transactions of the ASME—Journal of Basic Engineering, Vol.82, Ser.D, pp.35-45, 1960
- [KRA02] E. Kraft: *Ein Sensorsystem zur Bestimmung räumlicher Orientierung in Echtzeit*, Diplomarbeit, Physikalisches Institut Universität Bonn, BONN-IB-2002-13, August 2002
- [KRA03] E. Kraft: *A Quaternion-based Unscented Kalman Filter for Orientation Tracking*, Proceedings of the 6th International Conference on Information Fusion, Cairns, Australien, Juli 2003
- [LEI05] Leica Geosystems AG  
<http://www.leica-geosystems.com>, August 2005



- [LIN03] I. Lindt, I. Herbst, M. Maercker: *Interacting within the Mixed Reality Stage*, Workshop Proceedings AVIR '03, Magnenat-Thalmann, Nadia [Hrsg.], 2003
- [MAN96] D. E. Manolakis: *Efficient solution and performance analysis of 3-D position estimation by trilateration*, IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, Vol. 32, No. 4, pp. 1239-1248, Oktober 1996
- [MER04] R. van der Merwe, E. A. Wan: *Sigma-Point Kalman Filters for Integrated Navigation*, Proceedings of the 60th Annual Meeting of The Institute of Navigation (ION), Dayton, Juni 2004
- [MQU04] W. Broll, W. Krüger, S. M. Grünvogel, H. Krüger, M. Maercker, F. Rohlf: *The Mixed Reality Stage - an interactive collaborative pre-production environment*, Internationale Statustagung Virtuelle und Erweiterte Realität, 19.-20. Februar 2004, Leipzig
- [MUE01] T. Müller: *Modellbasierte Lokalisation für sichtsystemgestützte Regelungen*, Dissertation, Fakultät für Informatik der Universität Karlsruhe (TH), Juli 1997
- [MUR04] Murata Manufacturing Co., Ltd.  
<http://www.murata.com>, Dezember 2004
- [NIC05] NIPPON CERAMIC Co., Ltd.  
*Air Transmission Ultrasonic Sensor*, Datasheet  
<http://www.nicera.co.jp>, April 2005
- [NIX98] M. A. Nixon, B.C. McCallum, W.R. Fright, N.B. Price: *The effects of metals and interfering fields on electromagnetic trackers*, Teleoperators and Virtual Environments, 7(2), pp. 204-218, 1998
- [NUM92] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery: *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 1992
- [OGL05] OpenGL, Webseite  
<http://www.opengl.org>, Juni 2005
- [PEN98] X. Pennec: *Computing the mean of geometric features - Application to the mean rotation*, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), Rapport de recherche no 3371, Sophia Antipolis Cedex, Frankreich, März 1998
- [POL04] Polaroid GmbH  
<http://www.polaroid.de>, Dezember 2004
- [ROY79] L. M. Roylance and J. A. Angell: *A batch-fabricated silicon accelerometer*, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. ED-26, pp. 1911-1917, Dezember 1979

- [SCH97] H. Schmidt: *Was ist Genauigkeit? Zum Einfluß systematischer Abweichungen auf Meß- und Ausgleichungsergebnisse*, Vermessungswesen und Raumordnung (VR), Heft 4, Band 59, pp 173-184, 1997
- [SHE92] S. J. Sherman, W. K. Tsang, T. A. Core, R. S. Payne, D. E. Quinn, K. H. Chau, J. A. Farash, and S. K. Baum: *A low-cost monolithic accelerometer: Product/technology update*, in Tech. Dig. IEEE Electron Devices Meeting (IEDM'92), pp. 160–161, Dezember 1992,
- [SUT68] I. E. Sutherland: *A Head-Mounted Three Dimensional Display*, Proceedings 1968 Fall Joint Computer Conference, Vol.33, part 1
- [TAY79] R. H. Taylor: *Planning and Execution of Straight Line Manipulator Trajectories*, IBM Journal of Reseach and Development, Vol. 23 No. 4, Juli 1979
- [USB05] Die offizielle USB-Webseite  
<http://www.usb.org>, Juni 2005
- [VIC05] Vicon Motion Systems  
<http://www.vicon.com>, Dezember 2005
- [WER78] J. R. Wertz: *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Astrophysics and Space Science Library Vol. 73, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Niederlande, 1978
- [WIN05] Microsoft Corporation  
<http://www.microsoft.com>, Juni 2005
- [WIT01] M. Wittkämper, E. Meier, W. Broll: *Illuminating the Mixed Reality Stage: Applying Complex Lighting Conditions to AR*, Proceedings of the IEEE and ACM International Symposium on Augmented Reality, New York, October 2001
- [YAZ98] N. Yazdi, F. Ayazi, K. Najafi: *Micromachined Inertial Sensors*, Proceedings of the IEEE, Vol.86, No.8, August 1998
- [ZOL93] M. Zollner, E. Zwicker: *Elektroakustik*, Springer-Verlag, 1993

# Danksagung

Ich möchte mich ganz herzlich bedanken bei

- Herrn Professor Wermes für die Möglichkeit mit diesem - für seinen Forschungsbe- reich ungewöhnlichen - Projekt zu promovieren und für seine Unterstützung über die ganze Zeit.
- Hans Krüger, der mir nicht nur fachlich ein hervorragender Betreuer und Kollege war.
- der anderen Hälfte vom Team 'BlueTrak': Edgar Kraft und Rene Hamburger für endlose und äußerst produktive Diskussionen über Gott und die Welt und sonstige Unterstützung in jeglicher Hinsicht. Ohne sie wäre diese Arbeit kaum möglich gewesen.
- allen Mitgliedern des 'Silab' für eine tolle Arbeitsatmosphäre, viel Spass, Unterstüt- zung und Motivation.
- meiner Familie dafür, dass sie meine Familie ist und meiner Freundin Birgit dafür, dass sie meine Freundin ist.
- allen Kooperationspartnern des Projekts 'mqube' für eine spaßige und interessante Zusammenarbeit, Peter Fischer für die vielen guten Ideen am Anfang, Volker Vanek für Lektionen in Sachen Kommerzialisierung, dem BGIA in St. Augustin für die Bereitstellung des Vicon-Systems, André, Philipp und Stephan für Alles.

Lasse Klingbeil, Februar 2006