

**Sympathetisches Kühlen in einer Rubidium-Cäsium-Mischung:  
Erzeugung ultrakalter Cäsiumatome**

**Dissertation**

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Michael Haas

aus

Marburg/Lahn

Bonn 2007



Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

1. Referent: Prof. Dr. Dieter Meschede
2. Referent: Prof. Dr. Martin Weitz

Tag der Promotion: 28.9.2007

Diese Dissertation ist auf dem Hochschulschriftenserver der ULB Bonn  
[http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss\\_online](http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online) elektronisch publiziert.





# Zusammenfassung

Diese Arbeit präsentiert Experimente zur Erzeugung ultrakalter Rubidium-Cäsium-Mischungen in einer Magnetfalle. Das langfristige Ziel des Experimentes ist die Untersuchung der Wechselwirkung weniger Cäsiumatome mit einem Bose-Einstein Kondensat aus Rubidiumatomen. Insbesondere soll durch kontrollierte Variation der Cäsiumatomzahl der Übergang in der Beschreibung der Wechselwirkung durch Konzepte der Ein-Teilchen-Physik zur Beschreibung durch Konzepte der Viel-Teilchen-Physik untersucht werden.

Die Rubidiumatome werden in einer magneto-optischen Falle (MOT) gefangen und von dort in eine Magnetfalle umgeladen. In dieser werden die Rubidiumatome im Zustand  $|f = 2, m_f = 2\rangle$  des elektronischen Grundzustands gespeichert und mittels mikrowelleninduzierter Übergänge in den Zustand  $|f = 1, m_f = 1\rangle$  evaporativ gekühlt (Mikrowellenkühlung). Die Cäsiumatome werden ebenfalls in einer MOT gefangen und in dieselbe Magnetfalle umgeladen, in der sie im Zustand  $|f = 4, m_f = 4\rangle$  des elektronischen Grundzustandes gemeinsam mit Rubidium gespeichert werden. Aufgrund der unterschiedlichen Hyperfeinaufspaltung wird nur Rubidium evaporativ gekühlt, während Cäsium sympathetisch - d.h. durch thermischen Kontakt über elastische Stöße mit Rubidiumatomen - mitgekühlt wird.

Die ersten beiden Kapitel enthalten eine Beschreibung interatomarer Wechselwirkungen in ultrakalten Gasen sowie eine kurze Zusammenfassung theoretischer Konzepte in der Beschreibung von Bose-Einstein Kondensaten.

Die Kapitel 3 und 4 beinhalten eine kurze Darstellung der im Experiment angewandten Methoden zur Erzeugung ultrakalter Gase sowie des experimentellen Aufbaus; insbesondere ist im Rahmen dieser Arbeit ein neues Spulensystem entworfen und in den Aufbau integriert worden, das im Hinblick auf zukünftige Experimente zusätzlichen optischen Zugang für eine optische Falle bietet. Zudem enthält das vierte Kapitel eine ausführliche Beschreibung des experimentellen Zyklus, der verwendet wird, um Rubidium- und Cäsiumatome gemeinsam in die Magnetfalle zu speichern.

Das letzte Kapitel schließlich enthält die experimentellen Ergebnisse sowie deren Analyse. In Experimenten, die nur Rubidium involvieren, wird Rubidium mit Hilfe der Mikrowellenkühlung gekühlt; dabei wird eine unerwünschte Bevölkerung des Zustandes  $|f = 2, m_f = 1\rangle$  beobachtet, die die Kondensation verhindert. Die Population des Zustandes  $|f = 2, m_f = 1\rangle$  wird systematisch untersucht. Die kontinuierliche Entleerung des Zustandes  $|2, 1\rangle$  mittels einer zweiten eingestrahlten Mikrowellenfrequenz erlaubt die Erzeugung von Rubidium-Kondensaten aus  $10^5$  Atomen nach 23s evaporativen Kühlens.

Durch selektives Mikrowellenkühlen der Rubidiumatome werden die Rubidium-Cäsium-Mischungen bis auf 700 nK gekühlt. Mittels eines einfachen Modells wird das sympathetische Kühlen von Cäsium analysiert, was eine erste Charakterisierung der Rubidium-Cäsium-Wechselwirkung erlaubt.

## Publikationen

M Haas, V Leung, D Frese, D Haubrich, S John, C Weber, A Rauschenbeutel and D Meschede, *Species-selective microwave cooling of a mixture of rubidium and caesium atoms*, NJP **9**, 147 (2007)

---

# Inhaltsverzeichnis

---

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1. Wechselwirkungen in ultrakalten Gasen</b>	<b>5</b>
1.1. Quantenmechanische Streutheorie	5
1.1.1. Begriffe und Definitionen	5
1.1.2. Partialwellenzerlegung	6
1.1.3. Identische Teilchen	8
1.2. Streuung bei niedrigen Energien	8
1.2.1. Unterdrückung höherer Partialwellen bei niedriger Stoßenergie	8
1.2.2. <i>s</i> -Wellenstreuung	9
1.2.3. Streuung am Potentialtopf	10
1.3. Grundzustandsstöße zwischen Atomen	14
1.3.1. Wechselwirkungspotentiale von Alkaliatomen im Grundzustand	15
1.3.2. Inelastische Stöße	18
1.3.3. Stoßeigenschaften von Rubidium und Cäsium	22
<b>2. Bose-Einstein Kondensation</b>	<b>25</b>
2.1. Das ideale Bosegas in einer harmonischen Falle	25
2.2. Bose-Einstein Kondensate mit Wechselwirkung	28
<b>3. Erzeugung ultrakalter Gase</b>	<b>33</b>
3.1. Speichern und Kühlen mit Laserlicht	33
3.2. Speichern und Kühlen in Magnetfallen	36
3.2.1. Magnetisches Speichern	36
3.2.2. Evaporatives Kühlen	37
3.2.3. Evaporatives Kühlen durch strahlungsinduzierte Übergänge	38
<b>4. Experimenteller Aufbau</b>	<b>43</b>
4.1. Vakuumsystem	43
4.2. Lasersystem	45
4.3. Magnetfalle	47
4.3.1. QUIC-Falle	47

4.3.2. Magnetfallendesign . . . . .	49
4.4. Mikrowellenaufbau . . . . .	53
4.5. Experimenteller Zyklus . . . . .	54
4.5.1. Ladephase der Rb-Cs-MOT . . . . .	54
4.5.2. Speicherung in der Magnetfalle . . . . .	59
4.6. Charakterisierung ultrakalter atomarer Ensemble . . . . .	61
4.6.1. Fluoreszenzmessung . . . . .	62
4.6.2. Absorptionsabbildung . . . . .	62
4.7. Experimentsteuerung . . . . .	67
<b>5. Erzeugung ultrakalter Cäsiumatome</b>	<b>69</b>
5.1. Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium . . . . .	69
5.1.1. Rb-Atome im Zustand $ 2, 1\rangle$ . . . . .	70
5.2. Sympathetisches Kühlen von Cäsium . . . . .	77
5.2.1. Experimentelle Ergebnisse zum sympathetischen Kühlen . . . . .	77
5.2.2. Analyse des symapthetischen Kühlens . . . . .	78
5.2.3. Cs-Verluste . . . . .	84
<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>88</b>
<b>A. Feshbachresonanzen</b>	<b>91</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>93</b>

---

# Einleitung

---

Eine zentrale Methode der Physik ist die Erforschung realer, komplexer Probleme anhand einfacher Modellsysteme, die durch wenige, experimentell kontrollierbare Parameter charakterisiert werden können. Ultrakalte Quantengase in magnetischen [1, 2] oder optischen Fallen [3] liefern einen wohldefinierten und leicht zugänglichen Quantenzustand. Aus diesem Grund haben sie sich als hervorragendes Modellsystem zur Untersuchung fundamentaler quantenmechanischer Fragestellungen bewährt. In ultrakalten Quantengasen wird die interatomare Wechselwirkung durch einen einzigen Parameter, die Streulänge  $a$  beschrieben, wobei eine betragsmäßig große Streulänge starke Wechselwirkung bedeutet und ihr Vorzeichen darüber entscheidet, ob die Wechselwirkung abstoßend ( $a > 0$ ) oder anziehend ( $a < 0$ ) ist. Ist der Betrag der Streulänge  $|a|$  kleiner als der mittlere Teilchenabstand  $n^{-1/3}$  ( $n$  ist die Teilchenzahldichte), so spricht man von verdünnten oder auch von schwach wechselwirkenden Gasen, die nicht von der interatomaren Wechselwirkung dominiert sind.

Mitte der 1980'er Jahre wurden die ersten erfolgreichen Experimente zur Kühlung und Speicherung atomarer Gase mit Hilfe von Laserlicht bei Temperaturen unter einem Millikelvin durchgeführt [4]. Sie standen damit am Anfang einer langen Reihe von Experimenten, in denen mit ausgeklügelten Techniken Gase zu immer tieferen Temperaturen bis in den Nanokelvinbereich gekühlt wurden, und die 1995 zur experimentellen Realisierung der 1925 von Einstein vorhergesagten Bose-Einstein Kondensation (BEC) in verdünnten Gasen aus magnetisch gefangenen Alkaliatomen führten [5, 6, 7]. In einem Bose-Einstein Kondensat mit schwachen interatomaren Wechselwirkungen besetzen praktisch alle Atome den Grundzustand der Falle, mit der Folge, dass das System durch eine makroskopische, kohärente Wellenfunktion beschrieben werden kann. Damit reduziert sich der Viel-Teilchen-Aspekt dieses Systems auf eine effektive Ein-Teilchen-Beschreibung. Die ersten Experimente mit Kondensaten konzentrierten sich auf mit der Kohärenz verbundene Phänomene wie Interferenz zwischen kohärenten Materiewellen [8] und den Atomlaser [9], zudem konnte durch die Erzeugung quantisierter Vortizes [10] der experimentelle Nachweis erbracht werden, dass gasförmige Kondensate superfluid sind.

Es stehen aber auch Methoden zur Verfügung, in ultrakalten Quantengasen ein Regime starker Wechselwirkung zu erreichen, in dem Quantenkorrelationen das System dominieren. Zum einen erlauben magnetische Feshbachresonanzen [11] die präzise Kontrolle der Stärke und des Charakters der Wechselwirkung durch Anlegen eines homogenen Magnetfeldes. Bei einer solchen Feshbachresonanz besitzt die Streulänge einen Pol bei einem bestimmten Wert der

Magnetfeldstärke  $B_{\text{res}}$  (man spricht von der Position der Resonanz). Durch Wahl der Stärke des Magnetfeldes kann die Wechselwirkungsstärke unter Umständen um mehrere Größenordnungen und sogar der Charakter (abstoßend oder anziehend) geändert werden. Zum anderen bieten optische Fallen durch geeignete Überlagerung mehrerer fokussierter Laserstrahlen die Möglichkeit, Gase effektiv in weniger als drei Dimensionen und/oder in perfekt periodischen Gittern zu speichern. Ein wichtiges Beispiel ist der Phasenübergang in einem Bose-Einstein Kondensat vom superfluiden Zustand zum Mott-Isolator-Zustand in einem dreidimensionalen optischen Gitter [12]. Mit Feshbachresonanzen gelingt sogar der Brückenschlag zur Molekülphysik, da mit ihrer Hilfe Atompaaire in Moleküle umgewandelt werden können [11]. Ein spektakuläres Ergebnis ist die Erzeugung eines quantenentarteten Molekül-gases aus einem atomaren Bose-Einstein Kondensat [13].

Eine andere Gruppe von Experimenten beschäftigt sich mit ultrakalten heteronuklearen Gemischen, d.h. mit Gemischen bestehend aus zwei verschiedenen Atomsorten. Dies ermöglichte es, auch heteronukleare Moleküle zu erzeugen [14]. Darüber hinaus gelang nicht allzu lange nach dem ersten Bose-Einstein Kondensat auch die Kühlung fermionischer Atome bis zur Quantenentartung [15, 16]. Fermionische Atome können aus quantenstatistischen Gründen nicht wie Bosonen direkt in das quantenentartete Regime gekühlt werden. Die einzige Methode besteht bisher darin, die fermionischen Gase durch thermischen Kontakt mit einem anderen, kälteren Gas zu kühlen. Diese Kühlmethode wird auch sympathetisches Kühlen genannt. Das zweite Gas, das zum sympathetischen Kühlen notwendig ist, kann eine zweite fermionische Spin-Komponente derselben Spezies sein [15] oder aber ein bosonisches Gas [16], wobei sich letztere Methode durchgesetzt hat. So existiert mittlerweile eine ganze Reihe von Experimenten zu Bose-Fermi-Mischungen, die alle der Untersuchung des Fermionensystems dienen. Viele dieser Experimente untersuchen den so genannten BEC-BCS-Übergang in stark korrelierten Fermigasen, der auftritt, wenn ein extern angelegtes Magnetfeld eine Feshbachresonanz kreuzt. Ist die Wechselwirkung abstoßend (die BEC-Seite), liegt ein Molekül-gas vor, während für anziehende Wechselwirkung (die BCS-Seite) ein Zustand vorliegt, in dem die Fermionen im Impulsraum korreliert sind [17]. Ist das Gas auf der BCS-Seite ausreichend kalt, so kann durch Rampen der Magnetfeldstärke über die Feshbachresonanz hinweg ein Bose-Einstein Kondensat aus Molekülen erzeugt werden [18].

Weniger Aufmerksamkeit wurde bisher den Bose-Bose-Mischungen gewidmet. Im Jahr 2002 wurde ein Doppel-Kondensat aus  $^{39}\text{K}$ -Atomen und  $^{87}\text{Rb}$ -Atomen in einer Magnetfalle erzeugt [19] und kürzlich wurde aus derselben Gruppe die Speicherung eines Doppelkondensats in einem dreidimensionalen Gitter berichtet [20].

Am Bonner BEC-Experiment wird eine Bose-Bose-Mischung aus  $^{87}\text{Rb}$  und  $^{133}\text{Cs}$  untersucht. Normalerweise ist in Experimenten mit ultrakalten Gemischen die Atomzahl beider Spezies vergleichbar groß, während in dem Experiment, das Gegenstand dieser Arbeit ist, langfristig eine extreme Inbalance bezüglich der Atomzahlen der beiden Spezies angestrebt wird. Es ist geplant, Cs-Atomwolken mit kleinen Atomzahlen von wenigen hundert Atomen und schließlich sogar einzelne Cs-Atome zu studieren, die in ein Rb-Kondensat eingebettet sind. Dabei wirkt das Kondensat sozusagen als Kältebad für die Cs-Atome. So existiert der Vorschlag, einzelne Atome durch Einbettung in ein Kondensat in den Bewegungsgrundzu-

stand zu kühlen und dabei den inneren Zustand der Atome zu erhalten [21]. Damit wäre es möglich, verschränkte Atome zu kühlen, ohne die Verschränkung zu beeinflussen.

Aus einer anderen Perspektive können die Cs-Atome auch als Störatome im Rb-Kondensat betrachtet werden, deren Einfluss auf das Kondensat mit wachsender Cs-Atomzahl sich nicht nur quantitativ sondern auch qualitativ ändern sollte. Im Fall weniger einzelner Atome beruht die Beschreibung der Wechselwirkung der Cs-Atome mit dem Kondensat auf einer Ein-Teilchen-Beschreibung von Cs. Bei vergleichbaren Atomzahlen sollten die beiden Ensemble kollektiv miteinander wechselwirken [22, 23]. Damit bestünde die Möglichkeit, den Übergang von der Ein-Teilchen-Physik zur Viel-Teilchen-Physik kontrolliert zu studieren.

In der vorliegenden Arbeit wird die Erzeugung ultrakalter Rb-Cs-Gemische in einer Magnetfalle beschrieben und es werden erste Aussagen über die Wechselwirkung zwischen Rb und Cs gemacht. Bisher existieren keine theoretischen Vorhersagen über Stärke und Charakter der Wechselwirkung. Experimentelle Ergebnisse wurden bisher nur aus der Gruppe um E. Arimondo präsentiert [24], eine während des Schreibens dieser Arbeit publizierte Analyse dieser Ergebnisse deutet auf eine recht starke und abstoßende Wechselwirkung hin [25]. Die Kühlung der Rb-Cs-Gemische erfolgt durch evaporative Kühlung [2] von Rb durch strahlungsinduzierte Übergänge zwischen den beiden Hyperfeinzuständen des Grundzustandes. Aufgrund der unterschiedlichen Hyperfeinaufspaltung in Rb (6,83 GHz) und Cs (9,19 GHz) ist diese Kühlmethode elementspezifisch und Cs wird ausschließlich sympathetisch gekühlt. Der Kühlprozess selbst ist für Cs also verlustfrei, was für die langfristig geplanten Experimente mit sehr kleinen Cs-Atomzahlen unerlässlich ist.

Die in Kapitel 5 dargestellten Ergebnisse wurden in *New Journal of Physics* **9**, 147 (2007) veröffentlicht.



---

# 1. Wechselwirkungen in ultrakalten Gasen

---

In Experimenten mit ultrakalten Gasen werden Atome bei Dichten von bis zu  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  und Temperaturen bis unter  $1 \mu\text{K}$  in magnetischen (siehe Abschnitt 3.2.1) oder optischen Fallen [3] gespeichert. In diesem Regime vereinfacht sich die physikalische Beschreibung der interatomaren Wechselwirkungen stark. Erstens sind aufgrund der geringen Dichten nur paarweise Stöße zu berücksichtigen, d.h. die Wechselwirkungspotentiale enthalten nur die Variablen zweier Atome. Zusätzlich können wegen der tiefen Temperaturen die elastischen Stöße zwischen zwei Atomen durch einen einzigen Parameter beschrieben werden, die Streulänge  $a$  (siehe Abschnitt 1.2.2). Ihr Betrag ist ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung; eine positive Streulänge bedeutet eine effektiv abstoßende Wechselwirkung, ein negatives Vorzeichen eine effektiv anziehende Wechselwirkung. Gase im erwähnten Dichte- und Temperaturbereich werden oft als „verdünnte Gase“ oder „schwach wechselwirkende Gase“ bezeichnet. Die formale Definition dieses Begriffs beruht auf der dimensionslosen Größe  $\bar{n}|a|^3$ , wobei  $\bar{n}$  die mittlere Dichte des Gases ist, die die Bedingung  $\bar{n}|a|^3 \ll 1$  erfüllen muss. Die Begriffe „verdünnt“ und „schwach wechselwirkend“ bedeuten nun nicht, dass die interatomaren Wechselwirkungen vernachlässigbar sind. Die Eigenschaften der Wechselwirkung sind entscheidend dafür, welche Dichten und Temperaturen in den atomaren Gasen erreichbar sind, und ob es überhaupt möglich ist, stabile Bose-Einstein Kondensate zu erzeugen (siehe Abschnitt 2.2). Auch die statischen und dynamischen Eigenschaften der Kondensate selbst sind durch die Wechselwirkungseigenschaften festgelegt. Das folgende Kapitel soll die notwendigen Grundlagen zur Beschreibung von Stoßwechselwirkungen in ultrakalten, verdünnten Gasen bereitstellen. Nach einer Zusammenfassung der Ergebnisse der quantenmechanischen Streutheorie werden verschiedene Aspekte der Niedrigenergiestreuung mit Hilfe eines einfachen Modellpotentials diskutiert. Das Kapitel endet mit einem Abschnitt über Grundzustandsstöße von Alkaliatomen, wobei der Schwerpunkt auf inelastischen Stößen liegt. Die folgende Darstellung orientiert sich an [26, 27].

## 1.1. Quantenmechanische Streutheorie

### 1.1.1. Begriffe und Definitionen

Ausgangspunkt der Diskussion soll ein elastischer, nichtrelativistischer Stoßprozess zweier unterscheidbarer, strukturloser Teilchen sein, die über ein skalares Wechselwirkungspotential  $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$  mit endlicher Reichweite  $D$  wechselwirken. Die Beschreibung des Streuprozesses erfolgt im Schwerpunktsystem. Hierdurch erreicht man eine Reduktion auf ein effekti-

ves Einteilchenproblem: ein Teilchen der reduzierten Masse  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  wird am Potential  $V(\vec{r}) = V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$  gestreut. Die Kinetik des Prozesses ist vollständig durch den Anfangsimpuls  $\vec{p}$  des Teilchens mit der reduzierten Masse  $\mu$  bestimmt. Das dadurch definierte Streuproblem kann mit Hilfe der Lippmann-Schwinger-Integralgleichung formal gelöst werden (siehe z.B. [28]). Mehr physikalische Einsicht liefert aber das folgende, vereinfachte Bild einer einlaufenden ebenen Welle mit Wellenvektor  $\vec{k}$ , die am Potential  $V(\vec{r})$  gestreut wird [29]<sup>1</sup>. Gesucht werden somit die stationären Lösungen des Streuproblems, das durch die zeitunabhängige Schrödingergleichung

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + V(\vec{r}) \right] \varphi(\vec{r}) = E \varphi(\vec{r}) \quad (1.1)$$

beschrieben wird. Dabei ist  $E$  die Gesamtenergie, die wiederum gleich der kinetischen Energie  $\hbar^2 k^2 / 2\mu$  vor der Streuung ist, d.h. außerhalb der Reichweite  $D$  des Potentials. Für ein hinreichend kurzreichweitiges Potentials kann für  $\vec{r} \rightarrow \infty$ , wenn das Teilchen den Einflussbereich des Potentials verlassen hat, die Wellenfunktion als

$$\varphi(\vec{r}) \propto \left[ e^{i\vec{k}\vec{r}} + f_k(\vartheta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r} \right], \quad r \rightarrow \infty \quad (1.2)$$

geschrieben werden. Die ebene Welle  $e^{i\vec{k}\vec{r}}$  entspricht dem ungestört transmittierten Anteil der einlaufenden Welle,  $f_k(\vartheta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}$  der vom Potential modifizierten, gestreuten Welle. Die Streuamplitude  $f_k(\vartheta, \phi)$  ist energieabhängig und enthält, da die Streuung im Allgemeinen anisotrop ist, eine Richtungsabhängigkeit, die über den Polarwinkel  $\vartheta$  und den Azimutalwinkel  $\phi$  ausgedrückt wird. Experimentell zugängliche Größen sind der differentielle und der totale Streuquerschnitt. Der differentielle Streuquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  ist definiert als der richtungsabhängige Proportionalitätsfaktor, der den einfallenden Teilchenfluss  $F_i$  mit der Zahl  $dn$  der pro Zeiteinheit in das Raumwinkelelement  $d\Omega$  gestreuten Teilchen verbindet:

$$\frac{dn}{d\Omega} = F_i \frac{d\sigma}{d\Omega}(k, \vartheta, \phi). \quad (1.3)$$

Die Streuamplitude verknüpft die Streuwellenfunktion (1.2) mit dem differentiellen Streuquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(k, \vartheta, \phi) = |f_k(\vartheta, \phi)|^2. \quad (1.4)$$

Folglich sind alle Informationen über den Streuprozess in der Streuamplitude enthalten. Der totale elastische Streuquerschnitt  $\sigma_{\text{tot}}$  wird durch Integration des differentiellen Streuquerschnitts über den gesamten Raumwinkel berechnet.

### 1.1.2. Partialwellenzerlegung

Die Berechnung der Streuamplitude ist im Allgemeinen analytisch nicht möglich. Für Zentralpotentiale  $V(\vec{r}) = V(r)$  existiert aber zur weiteren Vereinfachung die Methode der Partialwellenzerlegung, die auf der Entwicklung der Streuwellenfunktion nach Kugelflächenfunktionen beruht. Für ein Zentralpotential ist der Drehimpuls  $\vec{L}$  eine Erhaltungsgröße, d.h. der Hamiltonoperator  $H = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta + V(r)$  kommutiert mit  $\vec{L}^2$  und  $L_z$ , oder anders gesagt, es existieren

<sup>1</sup>Die zeitabhängige Beschreibung der Streuung mittels eines aus ebenen Wellen zusammengesetzten Wellenpaketes liefert dieselben Ergebnisse [30].

allen drei Operatoren gemeinsame Eigenzustände mit wohldefiniertem Drehimpuls. Die Entwicklung der Lösungen der Schrödingergleichung nach Kugelflächenfunktionen vereinfacht das Problem stark. Der Wellenvektor  $\vec{k}$  definiert eine Rotationssymmetrieachse für den Streuprozess und durch die Wahl des Wellenvektors als Polarachse kann die Streuwellenfunktion nach Legendrepolyomen  $P_l(\cos \vartheta)$  entwickelt werden:

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \vartheta) \frac{u_l(r)}{r}. \quad (1.5)$$

Die radiale Streuwellenfunktion  $u_l(r)$  genügt dabei der Schrödinger-Gleichung

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} - E \right) u_l(r) = 0. \quad (1.6)$$

Die Lösungen dieser partiellen Differentialgleichung sind außerhalb der Reichweite  $D$  des Streupotentials durch Besselfunktionen gegeben, aus deren Verhalten für große Abstände  $r$  man folgende asymptotische Darstellung der Streuwellenfunktion ableiten kann:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \vartheta) A_l \left( (-1)^{l+1} \frac{e^{-ikr}}{r} + e^{2i\delta_l(k)} \frac{e^{ikr}}{r} \right), \quad |\vec{r}| \rightarrow \infty. \quad (1.7)$$

Die Streuwellenfunktion lässt sich somit als Überlagerung von einlaufenden und auslaufenden Partialwellen  $l = 0, 1, 2, \dots$  schreiben. Aufgrund der Erhaltung der Teilchenzahl muss der Wahrscheinlichkeitsfluss von einlaufender und auslaufender Welle gleich sein. Die Drehimpulserhaltung führt dazu, dass dies für jede Partialwelle einzeln gelten muss. Diese Forderung ist in der oben gewählten Darstellung mit den Amplituden  $A_l$  und den reellen Phasen  $2\delta_l(k)$  automatisch erfüllt. Die einzige Auswirkung der Wechselwirkung mit dem Potential ist also das Auftreten der Phasen  $2\delta_l(k)$  zwischen einlaufender und auslaufender Partialwelle. Die Phasen  $\delta_l(k)$  werden als Streuphasen bezeichnet. Nun müssen die Koeffizienten  $A_l$  so gewählt werden, dass man wieder die asymptotische Darstellung  $\varphi(\vec{r}) = e^{ikz} + f_k(\vartheta) e^{ikr}/r$  erhält<sup>2</sup>. Die Differenz  $\varphi(\vec{r}) - e^{ikz}$  stellt eine auslaufende Welle dar, somit dürfen in ihr keine Terme proportional zu  $e^{-ikr}$  auftreten. Mit Hilfe der Entwicklung einer ebenen Welle  $e^{ikz}$  nach Kugelflächenfunktionen und geeigneter Wahl der Koeffizienten  $A_l$  erhält man als Ergebnis für die Streuamplitude

$$f_k(\vartheta) = \frac{1}{2ik} \sum_l (2l+1) e^{i\delta_l(k)} \sin \delta_l(k) P_l(\cos \vartheta). \quad (1.8)$$

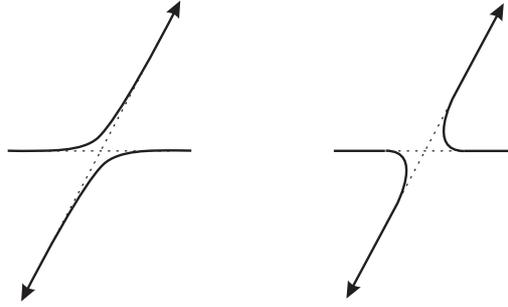
Das Problem ist auf die Berechnung der Streuphasen  $\delta_l(k)$  reduziert und der totale Streuquerschnitt gegeben durch:

$$\sigma_{\text{tot}}(k) = \sum_l \sigma_l(k) = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l(k). \quad (1.9)$$

Der maximale Beitrag einer Partialwelle  $l$  zum totalen Streuquerschnitt ist

$$\sigma_l = \frac{4\pi(2l+1)}{k^2}, \quad (1.10)$$

<sup>2</sup>Da die z-Achse parallel zu  $\vec{k}$  gewählt wurde, gilt  $e^{i\vec{k}\vec{r}} = e^{ikz}$  und  $f_k(\vartheta, \varphi) = f_k(\vartheta)$ .



**Abbildung 1.1.:** Zwischen beiden dargestellten Streuprozessen kann für identische Teilchen nicht unterschieden werden.

ein Wert, der für  $\sin^2 \delta_l(k) = 1$  erreicht wird und als *Unitaritätslimit* bezeichnet wird. Angelehnt an die Nomenklatur der Drehimpulseigenzustände des Wassertoffatoms bezeichnet man die  $l = 0, 1, 2, \dots$ -Beiträge zur Streuamplitude als  $s$ -,  $p$ -,  $d$ -, ... Wellen.

### 1.1.3. Identische Teilchen

Erweitert man den Stoßprozess auf identische Teilchen, d.h. polarisierte Bosonen oder Fermionen, muss die Ununterscheidbarkeit der beiden in Abbildung 1.1 dargestellten Streuvorgänge berücksichtigt werden. Dies wird durch die Symmetrisierung (Bosonen) und Antisymmetrisierung (Fermionen) der Streuwellenfunktion bzw. der Streuamplitude unter Vertauschung der Teilchen ( $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$  bzw.  $\vartheta \rightarrow \pi - \vartheta$ ) erreicht

$$\varphi(\vec{r}) \propto \left[ \frac{e^{ikz} + \epsilon e^{-ikz}}{\sqrt{2}} + \frac{f_k(\vartheta) + \epsilon f_k(\pi - \vartheta)}{\sqrt{2}} \frac{e^{ikr}}{r} \right] \quad (1.11)$$

$$(1.12)$$

$$d\sigma(k, \vartheta) = |f_k(\vartheta) + \epsilon f_k(\pi - \vartheta)|^2 d\Omega .$$

Dabei ist  $\epsilon = +1$  für Bosonen und  $\epsilon = -1$  für Fermionen. Bei Teilchenvertauschung sind die Legendrepolynome  $P_l$  mit  $(-1)^l$  zu multiplizieren. Deshalb tragen für polarisierte Bosonen nur Partialwellen mit geradem  $l$  zum Streuquerschnitt bei, für polarisierte Fermionen nur solche mit ungeradem  $l$ . Die von Null verschiedenen Beiträge zum Streuquerschnitt verdoppeln sich also gegenüber dem Wert für unterscheidbare Teilchen:

$$\text{Bosonen:} \quad \sigma_{\text{tot}}(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l \text{ gerade}} (2l + 1) \sin^2 \delta_l(k) \quad (1.13)$$

$$\text{Fermionen:} \quad \sigma_{\text{tot}}(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l \text{ ungerade}} (2l + 1) \sin^2 \delta_l(k) \quad (1.14)$$

## 1.2. Streuung bei niedrigen Energien

### 1.2.1. Unterdrückung höherer Partialwellen bei niedriger Stoßenergie

Die in Abschnitt 1.1.2 diskutierte Partialwellenentwicklung führt die Berechnung des Streuquerschnittes  $\sigma_{\text{tot}}(k)$  auf die Bestimmung der Streuphasen  $\delta_l(k)$  zurück. Daraus ergibt sich eine starke Vereinfachung, wenn nur wenige Partialwellen zum Streuprozess beitragen.

In sphärischen Koordinaten ist das effektiv wirksame Potential durch

$$V_{\text{eff}}(r) = V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \quad (1.15)$$

gegeben (siehe Gleichung (1.6)). Damit das Teilchen in den Wirkungsbereich  $D$  des Potentials  $V(r)$  eindringen kann, muss es die Zentrifugalbarriere  $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}$  überwinden. Bei gegebener Energie tragen demzufolge nicht alle Partialwellen zum Streuquerschnitt bei<sup>3</sup>. Für die Partialwelle  $l = 0$  existiert diese Barriere aber gar nicht und unterhalb einer gewissen Temperatur ist nur noch der  $s$ -Wellenbeitrag zur Streuung zu berücksichtigen. Die Höhe der entsprechenden Zentrifugalbarriere  $E_{\text{Zb}}(l)$  ist [31]

$$E_{\text{Zb}}(l) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu b^2} - \frac{C_6}{b^6}, \quad (1.16)$$

wobei  $C_6$  der van der Waals Koeffizient des Molekülpotentials ist,  $\mu$  die reduzierte Masse und  $b^2 = (6C_6\mu/\hbar^2 l(l+1))^{1/2}$ . Für das Stoßpaar Rb-Cs liefern spektroskopische Messungen [32] und theoretische Rechnungen [33] vergleichbare Resultate für  $C_6$  und man erhält als Temperaturschwelle, unterhalb derer  $s$ -Wellenstreuung dominiert  $T = 50 \mu\text{K}$ .

Es sei noch einmal daran erinnert, dass für Fermionen aus Gründen der Teilchenstatistik der  $s$ -Wellenbeitrag immer identisch Null ist (siehe vorhergehenden Abschnitt).

### 1.2.2. $s$ -Wellenstreuung

Aus Gleichung (1.9) ist der  $s$ -Wellenstreuquerschnitt durch

$$\sigma_0 = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0(k) \quad (1.17)$$

gegeben. Im Limit  $k \rightarrow 0$  ist  $\delta_0(k) \propto k$  [34] und der  $s$ -Wellenstreuquerschnitt strebt gegen einen festen Wert  $\sigma_s$ :

$$\sigma_s = 4\pi a^2 \quad \text{mit} \quad a = - \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k}. \quad (1.18)$$

$\sigma_s$  wird als Nullenergie- oder Tieftemperaturlimit der  $s$ -Wellenstreuung bezeichnet. Die Größe  $a$  hat die Dimension einer Länge und wird als Streulänge bezeichnet. Sie spielt eine herausragende Rolle in der Beschreibung von Bose-Einstein Kondensaten in verdünnten Gasen. Eine anschauliche Bedeutung der Streulänge erhält man, wenn man die asymptotische radiale Streuwellenfunktion betrachtet. Diese wird um  $a$  gegenüber der einlaufenden Welle in radialer Richtung verschoben. Das bedeutet, dass eine positive Streulänge eine effektiv abstoßende Wirkung bedeutet, eine negative Streulänge hingegen Anziehung. Für klassisch abstoßende Potentiale ist die Streulänge immer positiv, für attraktive Potentiale kann die Streulänge sowohl negative als auch positive Werte annehmen, d.h. ein klassisch attraktives Potential kann effektiv abstoßend wirken. Für Rubidium-87 ( $^{87}\text{Rb}$  oder einfach Rb) im doppelt

---

<sup>3</sup>Ausnahmen sind sogenannte *shape resonances*, die auftreten, wenn die Stoßenergie ungefähr gleich der Energie eines quasi-gebundenen Zustandes mit gleichem Drehimpuls  $l$  innerhalb der Zentrifugalbarriere ist. Die Partialwelle kann in diesem Fall durch die Barriere tunneln und resonant an diesen Zustand koppeln. Somit können höhere Partialwellen signifikant zum Streuquerschnitt beitragen.

polarisierten Zustand  $|f = 2, m_f = 2\rangle$  des elektronischen Grundzustands ist die Streulänge  $a = 98,98 a_0 = 5,238 \text{ nm}$  [35], für Cäsium-133 ( $^{133}\text{Cs}$  oder einfach Cs) im entsprechenden Zustand  $|f = 4, m_f = 4\rangle$  ist  $a = 2400 a_0 = 127 \text{ nm}$  [36], wobei  $a_0 = 0,53 \text{ \AA}$  der Bohrradius ist.

### 1.2.3. Streuung am Potentialtopf

Die Streuung am dreidimensionalen attraktiven Potentialtopf eignet sich besonders gut, um physikalische Einsicht in die Potentialstreuung bei niedrigen Energien zu erlangen. Das Problem ist einerseits ohne Näherungen zu lösen und zeigt andererseits fast alle charakteristischen Eigenschaften der Streuung an attraktiven Potentialen bei niedrigen Energien<sup>4</sup>.

Das Potential ist gegeben durch

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & : r < D \\ 0 & : r > D \end{cases}, \quad (1.19)$$

wobei  $D$  als Reichweite des Potentials bezeichnet wird. Die Lösung des Problems ist in vielen Lehrbüchern zu finden, sehr ausführlich z.B. in [38]. Ein Potential der Tiefe  $V_0$  unterstützt  $n$  gebundene Zustände, wenn

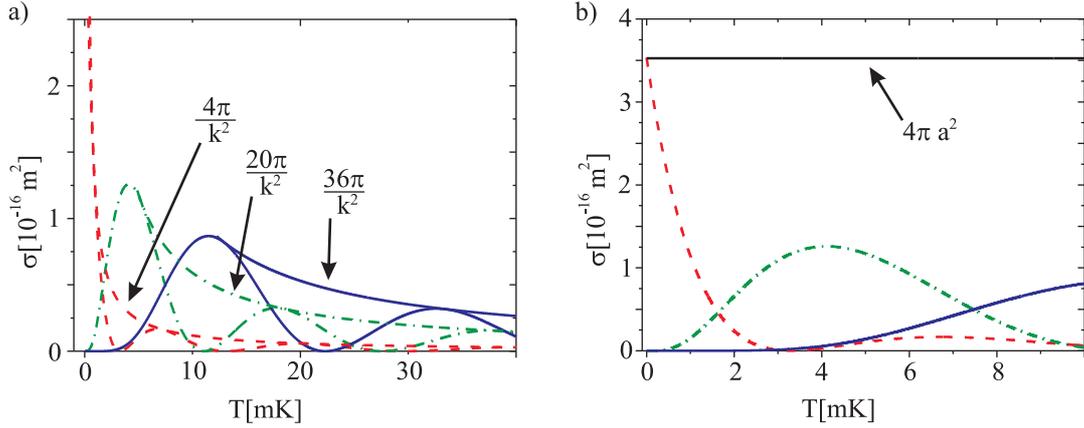
$$(2n - 1)\pi < 2D\sqrt{\frac{2\mu V_0}{\hbar^2}} < (2n + 1)\pi. \quad (1.20)$$

Das Potential muss also mindestens die Tiefe  $V_{\min} = \pi^2 \hbar^2 / (8\mu D^2)$  besitzen, um einen gebundenen Zustand zu besitzen. Die Lösung der zugehörigen radialen Schrödingergleichung (1.6) ist im potentialfreien Fall eine Linearkombination von sphärischen Besselfunktionen  $j_l(kD)$  und sphärischen Neumannfunktionen  $n_l(kD)$ . Mit Potential ist die Lösung für  $r < D$  eine sphärische Besselfunktion, außerhalb der Reichweite des Potentials ( $r > D$ ) hat die Lösung die gleiche Form wie im potentialfreien Fall. Bei  $r = D$  sind Anschlußbedingungen zu erfüllen, die asymptotisch (d.h. für  $r \gg D$ ) eine Phasendifferenz zwischen ungestreuter und gestreuter Wellenfunktion erzeugen. Diese Phase, aus der sich gemäß Gleichung (1.9) der Streuquerschnitt berechnet, ist gegeben durch:

$$\delta_l(k) = \arctan \frac{k j_l'(kD) j_l(k_0 D) - k_0 j_l'(k_0 D) j_l(kD)}{k n_l'(kD) j_l(k_0 D) - k_0 j_l'(k_0 D) n_l(kD)}. \quad (1.21)$$

Dabei ist  $k = \sqrt{2\mu E / \hbar^2}$  der Wellenvektor im Bereich  $r > D$ ,  $k_0 = \sqrt{k^2 + 2\mu V_0 / \hbar^2}$  der Wellenvektor für  $r < D$  und der Strich ' bedeutet die Ableitung nach dem gesamten Argument. Die Energieabhängigkeit der  $l = 0, 2, 4$  Streuquerschnitte, die sich aus der exakten Lösung von Gleichung (1.21) ergibt, wird in Abbildung 1.2 gezeigt, wobei die Energie in Temperatureinheiten angegeben ist:  $k = \sqrt{2\mu E / \hbar^2} = \sqrt{2\mu k_B T / \hbar^2}$ . Klar zu erkennen ist das Oszillieren der Streuquerschnitte zwischen Null und dem energieabhängigen maximalen Wert  $4\pi(2l + 1)/k^2$ , dem Unitaritätslimit. Eine weitere wichtige Eigenschaft der Streuquerschnitte bei niedrigen Stoßenergien zeigt sich in Abbildung 1.2b: für  $k \rightarrow 0$  gilt  $\sigma_l \sim k^{4l}$  für  $l \geq 1$ , was als Wigner-Schwellen-Gesetz (engl.: *Wigner threshold law*) bezeichnet wird. Allein der

<sup>4</sup>Falls diese Potentiale schneller als  $r^{-2}$  abfallen, siehe z.B. [37].



**Abbildung 1.2.:** Berechnete Energieabhängigkeit der Streuquerschnitte für  $l = 0$  (—),  $2$  (- · -) und  $4$  (—) für einen dreidimensionalen Potentialtopf, der 220 gebundene Zustände besitzt und eine Reichweite von  $D = 100 a_0$ . (a) zeigt das Verhalten bei höheren Temperaturen. Die Streuquerschnitte oszillieren zwischen Null und dem jeweiligen Unitaritätslimit  $4\pi(2l + 1)/k^2$ , das für die verschiedenen Partialwellen als Einhüllende mit eingezeichnet wurde. (b) zeigt das Verhalten für niedrige Temperaturen. Die Partialwellen mit  $l > 0$  gehen mit  $k^{4l}$  gegen Null, während die  $s$ -Welle gegen das Nullenergielimit strebt.

$s$ -Wellenstreuquerschnitt strebt gegen das Nullenergielimit von  $\sigma_s = 4\pi a^2$ . Dieses Verhalten ist recht allgemeingültig, solange das Wechselwirkungspotential schneller als  $1/r^{2l+3}$  abfällt [39].

### Nullenergie resonanzen

Das allgemeine Ergebnis für die Streuphasen bei Streuung am Potentialtopf (Gleichung (1.21)) kann für  $s$ -Wellen vereinfacht werden:

$$\delta_0(k) = \arctan\left(\frac{k \tan k_0 D}{k_0}\right) - kD. \quad (1.22)$$

Für verschwindende Stoßenergie kann unter der Annahme, dass  $\tan k_0 D$  nicht divergiert (d.h.  $k_0 D \neq (n - 1/2)\pi$ ,  $n \in \mathbb{N}^+$ ) der Arcustangens durch sein Argument ersetzt werden. Mittels der allgemeingültigen Definition der Streulänge

$$a = -\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k}, \quad (1.23)$$

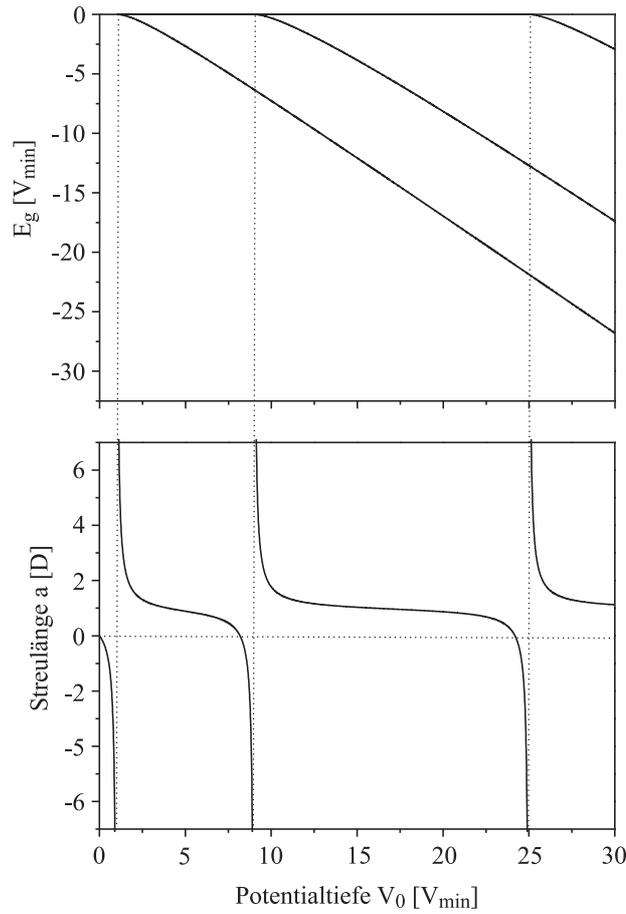
die für den Potentialtopf

$$a = \left(1 - \frac{\tan k_0 D}{k_0 D}\right) D \quad (1.24)$$

ergibt, kann dann die Streuphase wie folgt geschrieben werden

$$\begin{aligned} \delta_0(k) &\approx k(D - a) - kD \\ &= -ka \end{aligned} \quad (1.25)$$

und daraus erhält man das Nullenergielimit für den  $s$ -Wellenstreuquerschnitt. Die Annahme, dass die Streulänge nicht divergiert, soll nun fallen gelassen werden: betrachtet man noch



**Abbildung 1.3.:** Dargestellt sind die berechneten Energien  $E_g$  der gebundenen Zustände und die Streulänge gegen die Potentialtiefe  $V_0$  in Einheiten von  $V_{\min} = \pi^2 \hbar^2 / (8\mu D^2)$ . Immer, wenn ein neuer gebundener Zustand im Spektrum erscheint, divergiert die Streulänge.

einmal die Definition von  $k_0$  aus Gleichung (1.21), so erkennt man anhand von Gleichung (1.24), dass die Streulänge in Abhängigkeit von der Tiefe  $V_0$  des Potentials periodisch Pole hat, also divergiert. Die Polstellen sind gegeben durch die Bedingung

$$\begin{aligned}
 k_0 D &\stackrel{!}{=} \left(n - \frac{1}{2}\right) \pi \quad , n \in \mathbb{N}^+ \\
 \Rightarrow \quad V_0 &\stackrel{!}{=} \frac{\pi^2 \hbar^2}{8\mu D^2} (2n - 1)^2 \quad , n \in \mathbb{N}^+ .
 \end{aligned} \tag{1.26}$$

Die Energie der gebundenen Zustände erhält man durch Lösung der Schrödingergleichung, die verschiedene Wellenfunktionen für  $r < D$  und  $r > D$  liefert. Diese müssen für  $r = D$  glatt zusammengefügt werden, woraus man das folgende Ergebnis für die Energien  $E_g$  der gebundenen Zustände erhält:

$$\sqrt{\frac{2\mu|E_g|}{\hbar^2}} = -\sqrt{\frac{2\mu(V_0 - |E_g|)}{\hbar^2}} \cot \left( \sqrt{\frac{2\mu(E_g - V_0)}{\hbar^2}} \right) . \tag{1.27}$$

In Abbildung 1.3 sind die Streulänge und die Energie der gebundenen Zustände in Abhängigkeit von der Potentialtiefe aufgetragen. Zusammengefasst kann man folgende allgemeingültigen Schlüsse ziehen:

- Für ein Potential, das keinen gebundenen Zustand unterstützt ( $V(r) < V_{\min} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{8\mu D^2}$ ), ist die Streulänge negativ.
- Mit größer werdender Potentialtiefe divergiert die Streulänge, sobald der erste gebundene Zustand auftritt. Dies wiederholt sich jedes Mal wieder, wenn das Potential tief genug ist, um einen weiteren gebundenen Zustand zu unterstützen (vergleiche die Gleichungen (1.26) und (1.20)). Dieser Zusammenhang ist eine Konsequenz des Levinson-Theorems, das eine Beziehung herstellt zwischen der Zahl der gebundenen Zustände eines gegebenen Potentials und der Streuphase  $\delta_l(k=0)$  für verschwindende Streuenergien:  $\delta_l(0) = (n_l + 1/2 \xi_l) \pi$ , wobei  $n_l$  die Zahl der gebundenen Zustände mit Drehimpuls  $l$  ist. Im Fall von  $s$ -Wellenstreuung ist  $\xi_0 = 1$ , wenn es einen gebundenen Zustand gibt mit der Energie Null und 1 sonst, [40]. Diese Resonanzen, die zu einer Divergenz der Streulänge führen, werden als Nullenergiesonanzen bezeichnet. Dabei bleibt der Streuquerschnitt aber immer durch das Unitaritätslimit  $4\pi/k^2$  begrenzt.
- Wenn die Potentialtiefe leicht unterhalb der Schwelle zur Ausbildung eines neuen gebundenen Zustandes liegt, dann ist die Streulänge groß und negativ, für schwach gebundene Zustände hingegen groß und positiv.

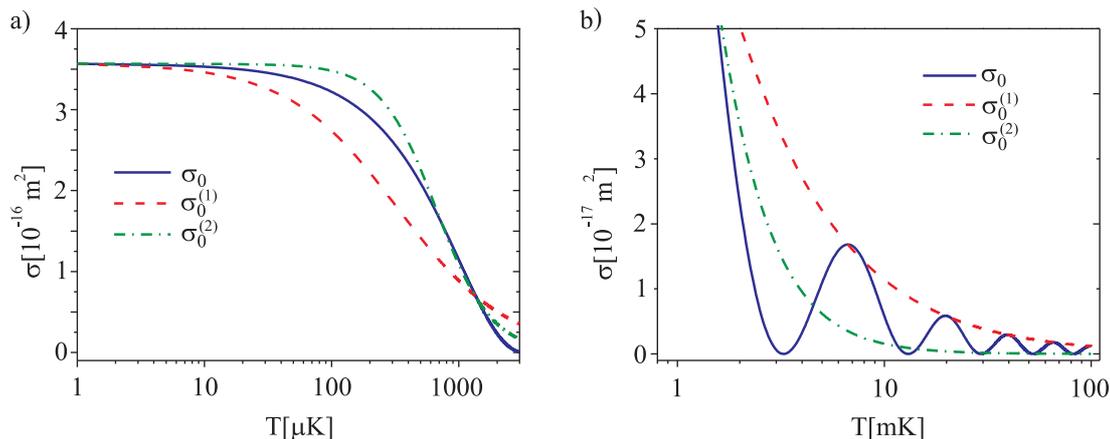
### Energieabhängigkeit des Streuquerschnitts bei niedrigen Energien

Bisher wurde der  $s$ -Wellenstreuquerschnitt  $\sigma_0$  im Limit  $k \rightarrow 0$  betrachtet, in dem er keine Energieabhängigkeit zeigt. Für endliche, aber kleine Werte von  $k$  kann der  $s$ -Wellenstreuquerschnitt wie folgt genähert werden [37, 34]:

$$\sigma_0^{(1)} = \frac{4\pi a^2}{k^2 a^2 + 1} \quad (1.28)$$

$$\sigma_0^{(2)} = \frac{4\pi a^2}{k^2 a^2 + (\frac{1}{2}k^2 r_e a - 1)^2} . \quad (1.29)$$

Dabei wird  $r_e$  als effektive Reichweite des Potentials und die Näherung (1.29) als *effective range*-Näherung bezeichnet wird. Die Näherung (1.28) bedeutet also die Annahme einer Wechselwirkung mit verschwindender Reichweite, einer so genannten Kontaktwechselwirkung. Abbildung 1.4 vergleicht die beiden Näherungen mit dem vollen Streuquerschnitt für den Potentialtopf. Anhand der Gleichungen (1.29) und (1.28) erkennt man, dass bei gegebenem  $k$  der Streuquerschnitt für  $ka \gg 1$  und  $kr_e \ll 1$ , d.h. für sehr große Streulängen wie z.B. nahe einer Nullenergiesonanz, durch das Unitaritätslimit  $4\pi/k^2$  begrenzt ist. Die beiden Näherungen sind somit besonders für betragsmäßig sehr große Streulängen nützlich. Das Nullenergielimit  $4\pi a^2$  wird für  $k \rightarrow 0$  ebenfalls reproduziert.



**Abbildung 1.4.:** Vergleich der beiden Näherungen  $\sigma_0^{(1)}$  und  $\sigma_0^{(2)}$  (siehe Gleichungen (1.28) und (1.29)) mit dem vollen Streuquerschnitt  $\sigma_0$  bei Streuung am Potentialtopf für (a) niedrige Temperaturen und (b) höhere Temperaturen. Deutlich zu erkennen ist, dass die Näherungen nicht die Oszillation des Streuquerschnitts bei höheren Temperaturen reproduzieren können. Die Parameter des Potentials sind die gleichen wie die für Abbildung 1.2 verwendeten.

### 1.3. Grundzustandsstöße zwischen Atomen

In den vorangegangenen Abschnitten wurden ausschließlich Streuprozesse zwischen zwei strukturlosen Teilchen beschrieben. Das Vorhandensein innerer Freiheitsgrade in realen Atomen hat zur Folge, dass inelastische Prozesse auftreten können. In inelastischen Prozessen kann Energie aus den inneren Freiheitsgraden eines oder beider Atome in kinetische Energie umgewandelt werden. Diese kinetische Energie ist im Allgemeinen größer als das chemische Potential eines Bose-Einstein Kondensats und oftmals auch größer als typische Fallentiefen (die für Magnetfallen im Bereich von 1 mK liegen). In Magnetfallen kann es zudem unabhängig von der gewonnenen kinetischen Energie zu Atomverlusten kommen, wenn sich die Atome nach dem Stoß in einem magnetisch nicht fangbaren Zustand befinden (siehe Abschnitt 3.2.1). Inelastische Prozesse begrenzen somit die Lebensdauer eines Kondensats und führen zu Atomverlusten in nichtkondensierten Atomwolken. Die Wahrscheinlichkeit eines solchen inelastischen Ereignisses hängt von der lokalen Atomdichte  $n(\vec{r})$  ab, die in Experimenten im Bereich von etwa  $(10^{12} \text{ bis } 10^{15}) \text{ cm}^{-3}$  liegt. In diesem Bereich werden die erreichbaren Dichten durch inelastische Zwei- und Drei-Körper-Stöße begrenzt, d.h. durch Stöße, an denen zwei bzw. drei Atome beteiligt sind. Im Folgenden werden die allgemeine Struktur der Wechselwirkungspotentiale von Alkaliatomen sowie die relevanten inelastischen Zwei- und Drei-Körper-Prozesse beschrieben. Neben der Lebensdauer eines Kondensats sind inelastische Prozesse für jedes Experiment mit ultrakalten Gasen von größter Relevanz, denn die Rate elastischer Stöße, die zur Thermalisierung während des evaporativen Kühlens (siehe Abschnitt 3.2.2) notwendig sind, muss größer sein als die Rate der inelastischen Prozesse, die zu Atomverlusten führen.

### 1.3.1. Wechselwirkungspotentiale von Alkaliatomen im Grundzustand

Die Streupotentiale, die die Wechselwirkung zweier Atome bestimmen, sind die Molekülpotentiale der entsprechenden Dimere. Solche Molekülpotentiale sind selbst für Alkaliatome mit nur einem Valenzelektron sehr komplex, da im Prinzip alle elektrischen und magnetischen Kräfte zwischen allen Kernen und Elektronen zu berücksichtigen sind<sup>5</sup>. Bei der Bestimmung von Molekülpotentialen wird die so genannte Born-Oppenheimer-Näherung [41] angewendet. Sie macht Gebrauch von der Tatsache, dass die Zeitskala elektronischer Prozesse viel kürzer ist als die der Kernbewegung, wodurch die Elektronen der Kernbewegung adiabatisch folgen. Damit zerfällt die Schrödinger-Gleichung in eine Gleichung für die Elektronen und eine für die Kerne. Erstere liefert mit dem Kernabstand parametrisierte Energiekurven  $E(r)$ , die als effektive oder adiabatische Molekülpotentiale bezeichnet werden und abgesehen vom Kernabstand noch von den Spinquantenzahlen abhängen [27]. Zwar lassen sich Grundzustandsmolekülpotentiale, wie sie Abbildung 1.5 für das Rubidiumdimer  $\text{Rb}_2$  zeigt, mit *ab initio* Methoden berechnen, doch sind die Resultate nicht genau genug, um aus ihnen die Parameter der ultrakalten Stöße wie die Streulänge zu bestimmen. Dies liegt hauptsächlich an Unsicherheiten für den inneren Bereich des Potentials mit  $r < (16 - 19) a_0$  (je nach Atomsorte), in dem die Atome den größten Teil der Streuphase akkumulieren. Insbesondere die Lage des letzten gebundenen Zustandes ist sehr wichtig (vergleiche Abschnitt 1.2.3, Nullenergie resonanzen). Nur für Wasserstoff beschreiben solche *ab initio* Berechnungen die Streuung bei niedrigen Energien korrekt. Für Alkaliatome wurden verschiedene Methoden und Modelle entwickelt, die in Kombination mit präzisen experimentellen Ergebnissen die genaue Vorhersage von Streueigenschaften bei niedrigen Energien erlauben, so z.B. für Rb [35] und Cs [42, 36]. Für Paare von Alkaliatomen unterschiedlicher Spezies aber ist die Kenntnis der Wechselwirkungspotentiale in den allermeisten Fällen zu gering, um verlässliche Vorhersagen zu den Streueigenschaften zu erlauben. Im Falle von Stößen zwischen Rb- und Cs-Atomen kann bisher nicht einmal das Vorzeichen der Streulänge mit Sicherheit vorhergesagt werden [43, 44].

Im elektronischen Grundzustand besitzen Alkaliatome sowohl einen Elektronenspin  $\vec{s}$  mit  $s = 1/2$  als auch einen Kernspin  $\vec{i}$ . Diese koppeln zum Gesamtspin  $\vec{f} = \vec{s} + \vec{i}$  mit  $f = i \pm 1/2$ ; mit der Quantenzahl  $f$  werden die Hyperfeinzustände charakterisiert. Im Fall von  $^{87}\text{Rb}$  bedeutet dies, dass der Grundzustand  $5S_{1/2}$  in zwei Hyperfeinzustände mit den Quantenzahlen  $f = 3/2 + 1/2 = 2$  und  $f = 3/2 - 1/2 = 1$  aufspaltet, im Fall von  $^{133}\text{Cs}$  spaltet der  $6S_{1/2}$  Grundzustand in die Hyperfeinzustände  $f = 7/2 + 1/2 = 4$  und  $f = 7/2 - 1/2 = 3$  auf. Für zwei kollidierende Alkaliatome wird der Gesamtelektronenspin  $\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ , der Gesamtkernspin  $\vec{I} = \vec{i}_1 + \vec{i}_2$  und der Gesamtspin beider Atome  $\vec{F} = \vec{S} + \vec{I} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2$  definiert.

Das Wechselwirkungspotential kann auf folgende Weise geschrieben werden ([45]):

$$V = V_{\text{Hf}} + V_{\text{Z}} + V_{\text{C}} + V_{\text{D}} + V_{\text{SO}} . \quad (1.30)$$

<sup>5</sup>Das schließt die bekannte Hyperfeinwechselwirkung, also die Kopplung von Kernspin und Elektronenbewegung im separierten Atom, mit ein. Denn für kleinere Atomabstände, wenn die Elektronenwolken überlappen, verlieren die atomaren Quantenzahlen ihre Bedeutung. Auch die Wechselwirkung mit einem externen Magnetfeld ist zu berücksichtigen, da in Abhängigkeit von der Stärke des externen Feldes die Kopplung der Spinfreiheitsgrade unterschiedlich ist.

## Hyperfeinwechselwirkung

Die Hyperfeinwechselwirkung ist gegeben durch

$$V_{\text{Hf}} = \sum_{i=1}^2 A_{\text{Hf}} \vec{i}_i \cdot \vec{s}_i, \quad (1.31)$$

mit  $A_{\text{Hf}}$  als Hyperfeinkonstante der Atome. Die Hyperfeinwechselwirkung koppelt den Elektronenspin  $\vec{s}$  mit dem Kernspin  $\vec{i}$  und erzeugt eine Hyperfeinauspaltung  $\Delta E_{\text{Hf}} = 2 A_{\text{Hf}}$ , die für  $^{87}\text{Rb}$  einen Wert von  $\Delta E_{\text{Hf}} = h \cdot 6,8 \text{ GHz}$  und für  $^{133}\text{Cs}$  einen Wert von  $\Delta E_{\text{Hf}} = h \cdot 9,2 \text{ GHz}$  hat.

## Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld

Der Zeeman-Anteil beschreibt die Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld  $\vec{B}$  und kann als

$$V_Z = - \sum_{j=1}^2 \vec{\mu}_j \cdot \vec{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} \sum_{j=1}^2 \left( g_s \vec{s}_j + g_n \vec{i}_j \right) \cdot \vec{B} \quad (1.32)$$

geschrieben werden. Dabei ist  $g_s$  ( $g_n$ ) der Landé-Faktor des Elektrons (Kerns). Erfüllt das Magnetfeld die Bedingung  $\mu_B B \ll \Delta E_{\text{Hf}}/2$  koppeln weiterhin der Elektronenspin  $\vec{s}$  und der Kernspin  $\vec{i}$  zu  $\vec{f}$  und die Wechselwirkung eines Atoms im externen Magnetfeld kann zu

$$V_Z = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = g_f m_f \mu_B |\vec{B}| \quad (1.33)$$

umgeschrieben werden. Die Bedingung für die Anwendbarkeit von (1.33) ergibt für Rubidium die Bedingung  $B \ll 2400 \text{ G}$  und für Cäsium  $B \ll 3200 \text{ G}$ .

## Coulombwechselwirkungen

Der Zentralkraftanteil  $V_C$  enthält alle Coulombwechselwirkungen der Kerne und Elektronen. Für  $r \rightarrow 0$  dominiert dabei die Coulomb-Abstoßung der Kerne und ist damit für den steilen Anstieg des Potentials für  $r \rightarrow 0$  verantwortlich (siehe Abbildung 1.5). Für kleine Abstände (in Abbildung 1.5 der mit I gekennzeichnete Bereich exklusive des Bereiches, in dem die Coulombabstoßung dominiert und den Potentialanstieg verursacht) dominiert die Austauschwechselwirkung der sich überlappenden Elektronenwolken die Coulombwechselwirkung. Die Elektronenspins koppeln zum Molekülelektronenspin  $\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$  und entsprechend spaltet das Molekülpotential in Singulett- ( $S = 0$ ) und Triplett- ( $S = 1$ ) Potentiale auf. Dabei wird das Singulettpotential mit  $X^1\Sigma_g^+$  und das Triplettpotential mit  $a^3\Sigma_u^+$  bezeichnet<sup>6</sup>. Abbildung 1.5 zeigt diese beiden Potentiale für das Rubidiumdimer  $\text{Rb}_2$ . Das Triplettpotential ist immer flacher als das Singulettpotential. Im Fall von  $\text{Rb}_2$  unterstützt das Singulettpotential 125 gebundene Zustände, das Triplettpotential hingegen nur 41 gebundene Zustände [35]. Für

---

<sup>6</sup>Molekülpotentiale werden nach folgender Nomenklatur bezeichnet:  $^{2S+1}\Lambda_{\pi_e}^{\sigma}$ . Dabei bestimmt  $\Lambda$  die Projektion des elektronischen Bahndrehimpulses auf die Molekülachse ( $\Sigma$  bedeutet Null),  $\sigma$  bezeichnet die Symmetrie der elektronischen Wellenfunktion bezüglich der Ebene senkrecht zur Molekülachse und  $\pi_e$  die Parität der elektronischen Wellenfunktion. Mit  $X$  wird der molekulare Grundzustand gekennzeichnet.

große Abstände (in Abbildung 1.5 mit II bezeichnet) herrscht eine dispersive Wechselwirkung vor, die ihrerseits von der van der Waals-Wechselwirkung  $\propto -C_6/r^6$  dominiert wird:  $V_{\text{disp}} = -C_6/r^6 - C_8/r^8 - C_{10}/r^{10} - \dots$ .

### Magnetische Dipolwechselwirkung und Spin-Orbit-Wechselwirkung

$V_D$  ist die magnetische Dipolwechselwirkung mit

$$V_D = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left( \vec{\mu}_1^e \cdot \vec{\mu}_2^e - 3(\vec{\mu}_1^e \cdot \hat{r})(\vec{\mu}_2^e \cdot \hat{r}) \right), \quad (1.34)$$

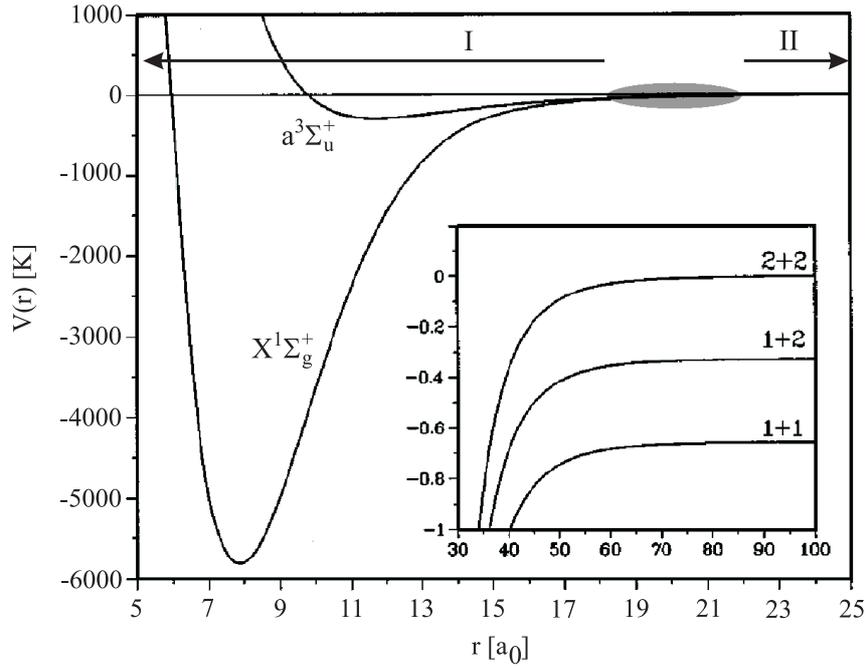
wobei die  $\vec{\mu}_i^e$  die magnetischen Dipolmomente der Elektronen sind und Ausdrücke, die die Kernmomente enthalten, vernachlässigt werden.

Die Spin-Orbit-Wechselwirkung  $V_{SO}$  ist erst in zweiter Ordnung Störungstheorie ungleich Null und kann meist vernachlässigt werden; gleiches gilt für die magnetische Dipolwechselwirkung. Beide Wechselwirkungen haben die gleiche Tensorstruktur und unterliegen somit den gleichen Auswahlregeln.

Einen Überblick über den generellen Verlauf eines Alkalimolekülpotentials gibt Abbildung 1.5: für kleine Abstände (in der Abbildung der mit I bezeichnet) dominiert die Austauschwechselwirkung. Die guten Quantenzahlen sind hier der Gesamtelektronenspin  $S$  und der Gesamtkernspin  $I$ , das Molekülpotential spaltet in ein Triplett- und ein Singulettpotential auf. Für große Abstände, für die die Elektronenwolken kaum noch überlappen, herrscht die Hyperfeinwechselwirkung vor, und  $f_1$  und  $f_2$  sind gute Quantenzahlen (in der Abbildung mit II bezeichnet)<sup>7</sup>. Im markierten Zwischenbereich sind Austausch- und Hyperfeinwechselwirkung in etwa gleichstark und die Spinkopplung ändert sich. Für den magnetfeldfreien Fall sind  $F$  und  $m_F$  für alle Abstände gute Quantenzahlen, ansonsten nur  $m_F$ .

Aufgrund der Spinstruktur der Alkaliatome gibt es nicht nur eine Streulänge, die die Stöße einer Spezies beschreibt. Die Streulänge wird durch das jeweilige Molekülpotential bestimmt, das zu den beiden asymptotisch freien Atomen in ihrem jeweiligen Quantenzustand gehört. Für Alkaliatome spaltet das Molekülpotential in ein Triplett- und Singulettpotential auf und bei der theoretischen Beschreibung von Stößen werden die Zustände der asymptotisch freien Atome auf das Triplett- und das Singulettpotential projiziert und das Streuproblem dann mit Hilfe der Lösungen für Triplett- und Singulettpotential beschrieben. Aus diesem Grund sind die entsprechenden Triplett- und die Singulettstrelänge zwei wichtige Parameter in der Beschreibung von Stößen bei verschwindender Stoßenergie. Im Fall zweier Atome im Zustand  $|f = m_f = i + 1/2\rangle$  - die beiden Elektronenspins sind also parallel - findet die Wechselwirkung ausschließlich über das Triplettpotential statt und somit wird die Streuung nur durch die Triplettstrelänge beschrieben.

<sup>7</sup>Zwar ist die van der Waals-Wechselwirkung im Bereich II aus Abbildung 1.5 deutlich stärker als die Hyperfeinwechselwirkung, hängt aber im Gegensatz zu dieser nicht von den Spinquantenzahlen ab und beeinflusst somit nicht die Drehimpulskopplung.

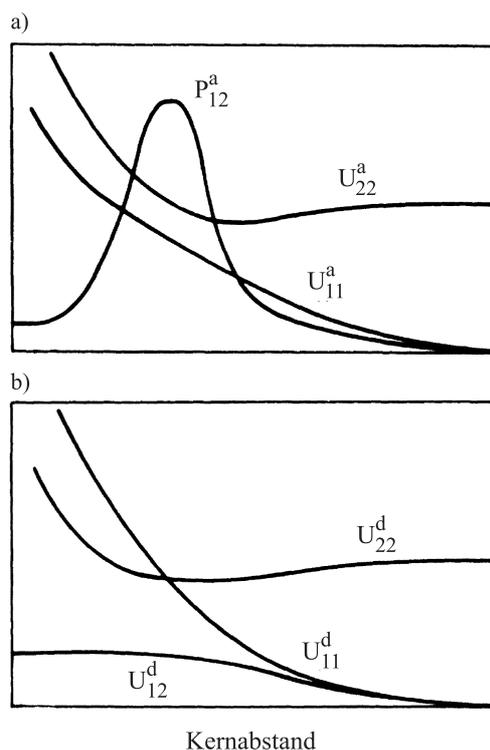


**Abbildung 1.5.:** Die Grundzustandspotentiale des  $\text{Rb}_2$ -Moleküls für  $S = 0$  (Singulettzustand  $X^1\Sigma_g^+$ ) und  $S = 1$  (Tripletzustand  $a^3\Sigma_u^+$ ). Um für die Potentiale eine Temperaturskala zu erhalten, wurden diese durch die Boltzmannkonstante dividiert. Die Einfügung zeigt die Hyperfeinstruktur, wobei die (2+2)- und (1+2)-Asymptoten zum  $^3\Sigma_u$ -Molekülzustand gehören. Im Bereich I sind die Gesamtspins der Elektronen  $S$  und der Kerne  $I$  gute Quantenzahlen, während im Bereich II  $f_{1,2}$  die guten Quantenzahlen sind. Im grau markierten Bereich, in dem Hyperfein- und Austauschwechselwirkung vergleichbar stark sind, ändert sich die Spinkopplung. Abbildung aus [46] entnommen.

### 1.3.2. Inelastische Stöße

Bisher wurde die innere Spinstruktur der Atome bei der Beschreibung von Stoßprozessen vernachlässigt. Wie im vorigen Abschnitt erläutert, ändert sich die Kopplung der Spins bei Annäherung der beiden Atome. Dies führt dazu, dass der Ausgangszustand  $|\alpha\rangle$  der Atome vor der Streuung<sup>8</sup> nicht mit dem Endzustand  $|\alpha'\rangle$  nach der Streuung übereinstimmen muss. Wie können diese inelastischen Stöße mit Hilfe der adiabatischen Born-Oppenheimer-Molekülpotentiale beschrieben werden? Bei der Berechnung der adiabatischen Potentiale werden die Kern- und die Elektronendynamik separiert und die elektronische Energie für feste Kernabstände durch Diagonalisierung der entsprechenden Matrix berechnet, so dass man mit dem Kernabstand parametrisierte Potentialkurven erhält. Die nichtdiagonalen Matrixelemente der elektronischen Energie sind alle identisch Null. Somit existieren keine Kopplungsterme, die Übergänge zwischen verschiedenen Molekülpotentialen beschreiben. Was in der Born-Oppenheimer-Näherung nicht berücksichtigt wird, ist die Kernbewegung. Dies ist jedoch nicht mehr gerechtfertigt, wenn die kinetische Energie der relativen Kernbewegung von der selben Größenordnung ist wie der energetische Abstand zweier adiabatischer Potentiale, und in der Tat sind solche Bereiche, in denen sich Molekülpotentiale sehr nahe kommen, die

<sup>8</sup>Man bezeichnet die möglichen Zustände der Atome, wenn der Abstand der Atome so groß ist, dass ihre Wechselwirkung vernachlässigt werden kann, auch als Kanäle.



**Abbildung 1.6.:** Qualitative Darstellung von adiabatischen und diabatischen Potentialen innerhalb eines Bereiches, in dem Übergänge zwischen verschiedenen Molekülzuständen stattfinden können. a): Adiabatische Potentiale  $U_{11}^a$  und  $U_{22}^a$  mit *avoided crossing* und Kopplungsterm  $P_{12}^a$ . b): Diabatische Potentialmatrixterme  $U_{11}^d$ ,  $U_{22}^d$  und  $U_{12}^d$ , wobei die beiden ersten Terme die diabatischen Potentiale sind. Außerhalb des Bereiches, in dem die Kopplung stattfindet, sind die adiabatischen und diabatischen Potentiale identisch. Die Abbildung ist [47] entnommen.

Ursache inelastischer Prozesse, oder anders gesagt, inelastische Prozesse beruhen auf dem Zusammenbruch der adiabatischen Näherung [47]. Diese Bereiche entsprechen *avoided level crossings*. Die in der adiabatischen Näherung vernachlässigten Terme der Kernbewegung beinhalten nichtdiagonale Matrixelemente, die verschiedene Molekülpotentiale koppeln. Abbildung 1.6a zeigt adiabatische Molekülpotentiale von  $^{87}\text{Rb}$  zusammen mit solchen Kopplungstermen. Es ist aber auch die zur Born-Oppenheimer-Näherung komplementäre Vorgehensweise möglich, die Terme der Kernbewegung zu diagonalisieren. In dieser so genannten diabatischen Darstellung enthält die Matrix der elektronischen Energie nichtdiagonale Elemente, die die Kopplung beschreiben [47]. Übergänge zwischen unterschiedlichen diabatischen Potentialen finden an den Kreuzungspunkten dieser diabatischen Potentiale statt, welche den *avoided level crossings* der adiabatischen Potentiale entsprechen. Beide Darstellungen sind physikalisch äquivalent (wenn in der adiabatischen Darstellung die Kernbewegung nicht vernachlässigt wird), was sich zum Beispiel darin äußert, dass die Potentialkurven der beiden Darstellungen in Bereichen verschwindender Kopplung übereinstimmen.

Inelastische Stöße zwischen zwei Atomen können prinzipiell endotherm oder exotherm sein. Im ersten Fall wird kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt, im zweiten Fall ist es umgekehrt. Allerdings ist bei Temperaturen im Mikrokkelvinbereich die verfügbare kinetische Energie im allgemeinen zu gering, um endotherme Stöße zu erlauben. Exotherme

Stöße führen zum Aufheizen der Atome und zu Atomverlusten  $\dot{N} < 0$ , wenn die kinetische Energie größer als die Tiefe des Fallenpotentials ist oder der atomare Zustand  $|\alpha'\rangle$  nach dem Stoßprozess nicht fangbar ist. Die Zahl der Atome, die pro Einheitsvolumen und -zeit verloren gehen, ist bei Verlusten durch Zwei-Körperstöße durch  $-L_2 n^2$  gegeben, wobei  $L_2$  der Ratenkoeffizient und  $n$  die Atomdichte ist. Der Ratenkoeffizient  $L_2$  kann in guter Näherung als dichteunabhängig betrachtet werden, wodurch die Atomverluste sich mit der folgenden Ratengleichung beschreiben lassen:

$$\dot{N} = -L_2 \int d^3r n^2(\vec{r}) . \quad (1.35)$$

Man unterscheidet die inelastischen Zwei-Körper-Stöße nach dem verantwortlichen Koppelungsmechanismus; die so genannten Spin-Austausch-Prozesse beruhen auf der Austauschwechselwirkung, die dipolaren Relaxationsprozess beruhen auf der magnetischen Dipolwechselwirkung  $V_D$ .

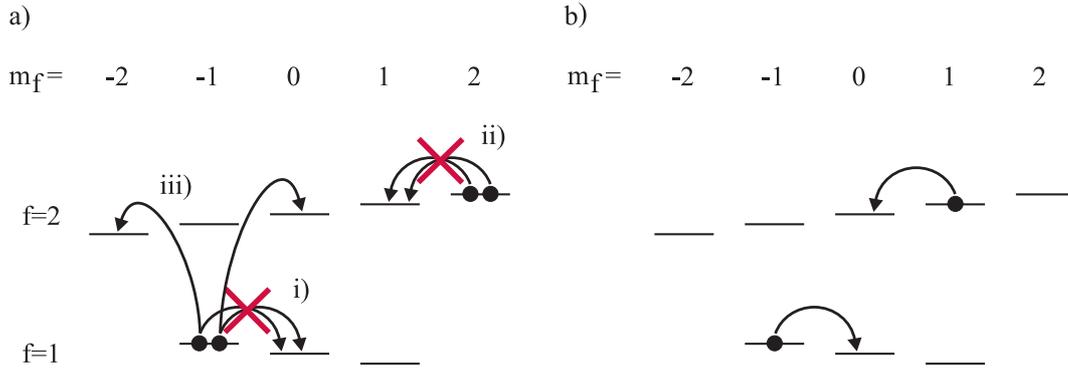
Schließlich tritt bei den höchsten Atomdichten noch die so genannte Drei-Körper-Rekombination auf. Damit wird die Bildung eines zweiatomigen Moleküls bezeichnet, wobei ein drittes Atom einen Teil der frei werdenden Bindungsenergie aufnimmt, um eine gleichzeitige Erhaltung von Energie und Impuls zu ermöglichen. Das Molekül kann in der Regel nicht detektiert werden; reicht die kinetische Energie, die das dritte Atom gewinnt, um das Kondensat bzw. das Fallenpotential zu verlassen, tragen beide Vorgänge zum Verlustprozess bei, der der folgenden Ratengleichung gehorcht [27]:

$$\dot{N} = -L_3 \int d^3r n^3(\vec{r}) , \quad (1.36)$$

In dieser Gleichung ist  $L_3$  der Ratenkoeffizient für den Rekombinationsprozess; da drei Atome an dem Prozess beteiligt sind, taucht hier im Vergleich zu (1.35) die Dichte in der dritten Potenz auf.

### Spin-Austausch-Prozesse

Wie erwähnt sind für ein verschwindendes Magnetfeld  $F$  und  $m_F$  gute Quantenzahlen, d.h. in inelastischen Stößen müssen diese Quantenzahlen erhalten sein. Bei endlichen Magnetfeldern muss nur  $m_F$  erhalten bleiben und Stöße, die  $m_F$  erhalten, werden als (Spin-) Austauschstöße bezeichnet. Die verantwortliche Wechselwirkung ist die Austauschwechselwirkung. Im Grenzfall verschwindender kinetischer Energie der Atome ist der Ratenkoeffizient typischerweise von der Größenordnung  $10^{-11} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ , d.h. in Bose-Einstein-Kondensaten mit Dichten von  $(10^{14} - 10^{15}) \text{ cm}^{-3}$  begrenzt dieser Prozess die Lebensdauer eines BEC's so stark, dass er vermieden werden muss. Dies wird durch die Verwendung entweder doppelt polarisierter oder gestreckter Zustände erreicht: im ersten Fall ist  $f = i + s$  und  $m_f = \pm f$  und somit das Zwei-Teilchen-System im Zustand  $F = 2f$  und  $m_F = \pm F$ . Ein Spinübergang ohne Änderung von  $m_F$  ist nicht möglich. Für gestreckte Zustände ist  $f = i - s$  und  $m_f = \pm f$ . In diesem Fall sind Übergänge zu Zuständen mit  $f = i + s$  im Prinzip erlaubt; diese liegen aber im Fall von bosonischen Alkaliatomen wegen des positiven magnetischen Kernmomentes energetisch höher, und zwar um den Betrag der Hyperfeinaufspaltung, die im GHz-Bereich liegt. Die



**Abbildung 1.7.:** Dargestellt ist hier der Rb-Grundzustand mit den beiden Hyperfeinzuständen  $f = 1$  und  $f = 2$ . a): Für den Fall, dass beide Atome sich in den Zuständen  $|2, 2\rangle$  oder  $|1, -1\rangle$  befinden, sind Stöße, bei denen zwischen den Atomen Spin ausgetauscht werden, ohne Änderung der Drehimpulsquantenzahl  $f$  nicht möglich (i) und ii); eine solche Änderung aber erfordert so viel Energie, wie sie in (ultra-)kalten Gasen nicht zur Verfügung steht (iii). b): Die Atome befinden sich in den Zuständen  $|2, 1\rangle$  und  $|1, -1\rangle$  und Spin-Austauschstöße in die Zustände  $|2, 0\rangle$  und  $|1, 0\rangle$  sind möglich.

zur Verfügung stehenden thermischen Energien sind bei Weitem zu gering um diese Energie aufzubringen, sie liegen im Fall eines Kondensats im kHz- Bereich und für thermische Wolken im MHz-Bereich. Abbildung 1.7a illustriert diese Zusammenhänge. Für andere Zustände hingegen sind Spin-Austauschstöße erlaubt. In [48] werden Messungen beschrieben, in denen Rb-Atome in den Zuständen  $|2, 1\rangle$  und  $|1, -1\rangle$  gemeinsam in einer Magnetfalle gespeichert werden. Hier sind Spin-Austauschstöße in die Endzustände  $|2, 0\rangle$  und  $|1, 0\rangle$  erlaubt (siehe Abbildung 1.7b), der Ratenkoeffizient ist jedoch klein, da die Differenz zwischen Singulett- und die Triplet-Streulänge sehr gering ist [49]. Da für die beiden Zustände  $|f = i + s, m_f = f\rangle$  und  $|f = i - s, m_f = -f\rangle$  Spin-Austausch-Prozesse unterdrückt sind und sie in Magnetfallen gespeichert werden können, werden sie häufig in Experimenten mit ultrakalten Gasen verwendet.

### Dipolare Relaxation

Sind Stöße mit  $\Delta m_F = 0$  energetisch nicht möglich, werden Prozesse relevant, die auf der magnetischen Dipolwechselwirkung  $V_D$  beruhen und als dipolare Stöße bezeichnet werden. Sie unterliegen folgenden Auswahlregeln:  $\Delta l = 0, \pm 2$  und  $\Delta(m_l + m_F) = 0$  [45], d.h. dipolare Relaxation geht mit dem Austausch von Spin und Bahndrehimpuls einher. Im Fall der doppelt polarisierten Zustände erhält man Ratenkoeffizienten in der Größenordnung  $10^{-15} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  für Alkaliatome [45]. Für den maximal gestreckten Zustand  $|f = i - s, m_f = -f\rangle$  ist aufgrund eines limitierten Phasenraums im Endzustand der Ratenkoeffizient normalerweise noch einmal deutlich kleiner.

Für die schweren Alkaliatome wie Rubidium und Cäsium sind jedoch über die magnetische Dipolwechselwirkung  $V_D$  hinaus relativistische Effekte - die bisher in der Diskussion vernachlässigt wurden - von Bedeutung: die Spin-Orbit-Wechselwirkung  $V_{SO}$  kann im Prinzip zu starken inelastischen Verlusten führen. Im Fall von Rubidium allerdings ist  $V_{SO}$  schwächer

als  $V_D$  und hat zudem das entgegengesetzte Vorzeichen, weshalb die Terme sich teilweise kompensieren. Die theoretische Vorhersage für den inelastischen Ratenkoeffizienten lautet  $L_2 \simeq 10^{-15} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  für Rubidium im  $|2, 2\rangle$ -Zustand [50, 51].

Anders liegt der Fall für Cäsium: auch hier hat der Term der Spin-Orbit-Wechselwirkung  $V_{SO}$  ein anderes Vorzeichen als der der Dipolwechselwirkung  $V_D$ , er ist aber vom Betrag her deutlich größer, was insgesamt zu ungewöhnlich großen inelastischen Verlusten führt [52]; der Ratenkoeffizient wurde für Cäsium im  $|4, 4\rangle$ -Zustand zu  $L_2 = 4 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  für eine Temperatur von  $8 \mu\text{K}$  bestimmt [53].

### Molekülbildung durch Rekombination

In verdünnten Gasen ultrakalter Alkaliatome ist bei Dichten von  $(10^{14} - 10^{15}) \text{ cm}^{-3}$ , die nur in Bose-Einstein Kondensaten realisiert sind, die oben schon erwähnte Drei-Körper-Rekombination der dominante Verlustprozess, der die Lebensdauer eines Kondensats begrenzt. Ein Bose-Einstein Kondensat ist ein metastabiler Zustand, der sich in Richtung des thermodynamischen Grundzustandes entwickelt, der bei den in Experimenten realisierten Temperatur- und Druckbedingungen ein Festkörper oder eine Flüssigkeit ist [54]. Durch die Wahl geringer Atomdichten ist die Zeitskala, auf der die Molekülbildung stattfindet aber groß genug, um Experimente an den Bose-Einstein Kondensaten durchzuführen. Für Rubidium im  $|2, 2\rangle$ -Zustand wurde in [55] der Ratenkoeffizient zu  $L_3 = (1,8 \pm 0,5) \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$  bestimmt. Für Cäsium im Zustand  $|3, 3\rangle$  wurde eine ausführliche Untersuchung der Drei-Körper-Rekombination in Abhängigkeit der Stärke eines externen Magnetfeldes durchgeführt [56]. Der Ratenkoeffizient beträgt etwa  $L_3 = 1 \times 10^{-25} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$  bei einem Magnetfeld von  $\simeq 10 \text{ G}$ .

#### 1.3.3. Stoßeigenschaften von Rubidium und Cäsium

Im folgenden werden kurz die wesentlichen elastischen und inelastischen Eigenschaften von Rb-Rb- und Cs-Cs-Stößen zusammengefasst. Die Niveauschemata und weitere Informationen zu den beiden Elementen sind in [57, 58] zu finden.

#### Rubidium

Die Triplettstreuränge von Rb beträgt  $a_T = 98,98 a_0$ , die Singulettstreuränge beträgt  $a_S = 90,4 a_0$ , für Stöße zwischen zwei Rb-Atomen im Zustand  $|1, -1\rangle$  ist die Streuränge  $a = 100,4 a_0$  [35, 59]. Der geringe Unterschied zwischen Triplett- und Singulettstreuränge bedeutet geringe inelastische Zwei-Körper-Verluste, so ist die Vorhersage  $L_2 \simeq 10^{-15} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  für Rubidium im  $|2, 2\rangle$ -Zustand [50, 51]. Wie schon erwähnt, sind die Verluste für Rb im Zustand  $|1, -1\rangle$  geringer. Die Drei-Körper-Ratenkoeffizienten wurden zu  $L_3 = (1,8 \pm 0,5) \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$  [55] für  $|2, 2\rangle$ -Atome und zu  $L_3 = (4,3 \pm 1,8) \times 10^{-29} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$  [60] für  $|1, -1\rangle$ -Atome gemessen. Mit beiden magnetisch fangbaren Zuständen von Rb können Bose-Einstein Kondensate realisiert werden; da die inelastischen Zwei-Körper-Verluste für den  $|1, -1\rangle$ -Zustand aber geringer sind, ist dieser besser geeignet für die Produktion großer Kondensate mit bis zu  $20 \cdot 10^6$  Atomen [61]!

## Cäsium

Die Triplettstreuränge von Cäsium ist  $a_T = (2400 \pm 100) a_0$ , was das 480-fache des Cs-Atomradius ist, die Singulettstreuränge beträgt  $a_S = (280 \pm 10) a_0$  [36]. Zudem wurde in [62] der elastische Streuquerschnitt von Cs in diesem Zustand zwischen  $5 \mu\text{K}$  und  $60 \mu\text{K}$  zu  $\sigma = 8\pi/k^2$  bestimmt, was dem Unitaritätslimit entspricht. Das bedeutet, dass eine Nullenergieesonanz vorliegt (siehe Abschnitt 1.2.3), die durch einen gebundenen Zustand hervorgerufen wird, der höchsten  $5 \mu\text{K}$  unterhalb der Dissoziationsschwelle liegt. Für Cs-Atome im magnetisch fangbaren Zustand  $|3, -3\rangle$  beträgt die Streulänge  $a = (-2770 \pm 120) a_0$  für ein Magnetfeld von 0 G und bleibt negativ bis zu Magnetfeldern von 8 G [36]. Für den Zustand  $|3, 3\rangle$  ändert sich die Streulänge von  $-2300 a_0$  bei einem Magnetfeld von 0 G zu  $1600 a_0$  bei 150 G [63]. Ursache dieser Magnetfeldabhängigkeit der Streulänge sind die schon in der Einleitung erwähnten Feshbachresonanzen, die in Anhang A kurz erläutert werden.

Die inelastischen Zwei-Körper-Verluste in Cs sind sehr viel größer als in Rb so ist der Ratenkoeffizient für Atome im Zustand  $|4, 4\rangle$   $L_2 = 4 \times 10^{-12} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  [53] (gemessen für ein Magnetfeld von 1,5 G und eine Temperatur von  $8 \mu\text{K}$ ) und  $L_2 \approx 4 \times 10^{-13} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  [64] (gemessen bei einem Magnetfeld von 1 G einer Temperatur von  $1 \mu\text{K}$ ). Für den  $|3, 3\rangle$ -Zustand sind inelastische Stöße nicht möglich, da es sich um den energetisch niedrigsten Zustand handelt. Aber in diesem Zustand können die Drei-Körper-Ratenkoeffizienten sehr groß werden,  $L_3 = 1 \times 10^{-25} \text{cm}^6 \text{s}^{-1}$  bei einem Magnetfeld von  $\simeq 10 \text{G}$  [56].



---

## 2. Bose-Einstein Kondensation

---

Die von Einstein 1925 vorhergesagte [65] und 1995 erstmals realisierte [5, 7] Bose-Einstein Kondensation (BEC) ist ein bedeutendes Ergebnis der Quantentheorie. Es besagt, dass in einem System identischer Bosonen, d.h. Teilchen mit ganzzahligen Spin, bei einer endlichen Temperatur  $T_{\text{krit}}$  der Grundzustand des Systems makroskopisch besetzt wird. Das Phänomen beruht allein auf der Quantenstatistik ununterscheidbarer Bosonen, in der von Einstein gegebenen Herleitung spielt die Wechselwirkung zwischen den Bosonen keine Rolle. Die quantenmechanische Beschreibung von Teilchen erfolgt nun mit Hilfe von Wellenfunktionen, was prinzipiell einen gewissen Grad an Delokalisierung zur Folge hat. Die Ausdehnung einer solchen quantenmechanischen Wellenfunktion im Ortsraum ist umso größer, je genauer die Geschwindigkeit des Atoms bekannt ist. Als charakteristische Größe der Ausdehnung des Wellenpaketes eines Atomes in einem Gas dient die thermische de Broglie-Wellenlänge  $\lambda_{\text{dB}} = h/\sqrt{2\pi m k_{\text{B}} T}$ . Die quantenmechanische Ununterscheidbarkeit wird relevant, wenn die thermische de Broglie-Wellenlänge so groß wird wie der mittlere Abstand zweier Atome, also  $n^{-1/3} \lesssim \lambda_{\text{dB}}$  oder äquivalent  $n \lambda_{\text{dB}}^3 \gtrsim 1$ , wobei  $n$  die Dichte ist. In der Tat legt diese Ungleichung recht gut die Temperatur  $T_{\text{krit}}$  fest, für die bei gegebener Dichte  $n$  der Grundzustand des Systems makroskopisch besetzt wird. Im Folgenden sollen kurz die Konzepte und Ergebnisse der Theorie der BEC in verdünnten Gasen in Magnetfallen dargestellt werden. Dabei wird zunächst das ideale Bosegas behandelt, daran anschließend werden die Auswirkungen der Wechselwirkung zwischen den Atomen beschrieben. Ausführliche Herleitungen der hier vorgestellten Ergebnisse sind in [66] zu finden, eine Übersicht über die mit der BEC zusammenhängenden Phänomene findet sich in [67, 68].

### 2.1. Das ideale Bosegas in einer harmonischen Falle

In Experimenten mit ultrakalten verdünnten Gasen werden die Atome in Fallen gespeichert, die sich zumindest für Atomwolken kleiner Ausdehnung durch ein harmonisches Potential (siehe Abschnitt 4.3.1) beschreiben lassen:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^3 \omega_i^2 r_i^2. \quad (2.1)$$

Charakterisiert wird dieses Fallenpotential durch die Fallenfrequenzen  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  und  $\omega_3$  und das Energiespektrum ist gegeben durch  $\epsilon_{\vec{n}} = \sum_{i=1}^3 \hbar \omega_i (n_i + 1/2)$ , wobei die Quantenzahlen  $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$  positive ganze Zahlen sind. Die mittlere Besetzungszahl  $\langle n_{\epsilon_{\vec{n}}} \rangle$  eines durch die Quantenzahlen  $\vec{n}$  charakterisierten Zustandes ist durch die Bose-Einstein-Verteilung gegeben,

die im Gegensatz zur klassischen Boltzmann-Verteilung der Ununterscheidbarkeit der Atome Rechnung trägt:

$$\langle n_{\epsilon_{\vec{n}}} \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_{\vec{n}} - \mu)} - 1} , \quad (2.2)$$

wobei  $\beta = 1/k_{\text{B}}T$  als Abkürzung verwendet wird. Die Gesamtzahl  $N$  der Atome ist erhalten und über

$$N = \sum_{\vec{n}} \langle n_{\epsilon_{\vec{n}}} \rangle = N_0 + \sum_{\vec{n} \neq 0} \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_{\vec{n}} - \mu)} - 1} \quad (2.3)$$

ist das chemische Potential  $\mu$  festgelegt, wobei  $N_0$  die Anzahl der Atome im Grundzustand der Falle ist. Das chemische Potential muss kleiner als die Grundzustandsenergie  $\epsilon_0$  sein, damit die Besetzungszahlen  $\langle n_{\epsilon_{\vec{n}}} \rangle$  positiv sind. In typischen BEC-Experimenten mit ultrakalten, verdünnten Gasen in harmonischen Fallen ist die Atomzahl groß (typischerweise  $N \geq 10^4$ ) und die mit der Temperatur assoziierte Energie groß gegenüber dem Abstand der Energieniveaus des Fallenpotentials, d.h.  $k_{\text{B}}T \gg \hbar\omega_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Dann kann das Energiespektrum als kontinuierlich angenommen werden und die Summe in Gleichung (2.3) kann durch ein Integral ersetzt werden und die Zahl der Atome im angeregten Zustand ist durch

$$N - N_0 = \int_0^{\infty} d\epsilon \rho(\epsilon) \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} - 1} \quad (2.4)$$

gegeben. Beim Übergang von der Summe zum Integral wurde  $\epsilon_0 = 0$  gesetzt,  $\rho(\epsilon)$  ist die Zustandsdichte des Gases. Diese wird definiert über die Zahl  $N_{\epsilon}(E_0; E_1)$  der Zustände mit Energien zwischen  $E_0$  und  $E_1$ :

$$N_{\epsilon}(E_0; E_1) = \int_{E_0}^{E_1} \rho(\epsilon) d\epsilon . \quad (2.5)$$

Aus Gleichung (2.4) lässt sich über die Relation  $N = \int d^3r n(\vec{r})$  die Dichteverteilung  $n(\vec{r})$  des Gases oberhalb der kritischen Temperatur der BEC bestimmen [66]. Die Lösung lautet

$$n(\vec{r}) = \lambda_{\text{dB}}^{-3} g_{3/2}(\tilde{z} e^{-\beta V(\vec{r})}) , \quad (2.6)$$

wobei  $\tilde{z} = \exp(\beta(\mu - \epsilon_0))$  die Fugazität und  $g_n(\tilde{z}) = \sum_{l=1}^{\infty} \tilde{z}^l / l^n$  ist. Die Funktion  $g_n(\tilde{z})$  reduziert sich für  $\tilde{z} = 1$  auf die Riemann'sche  $\zeta$ -Funktion.

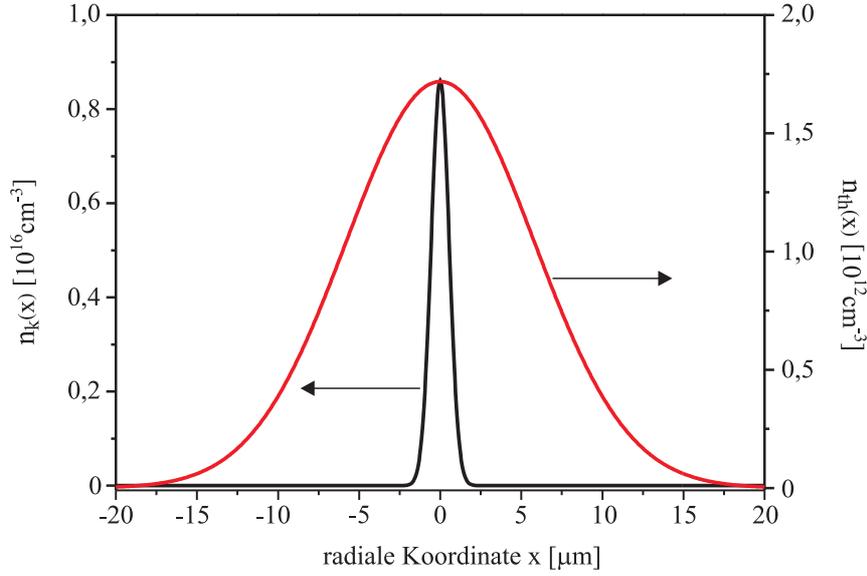
Im klassischen Grenzfall  $|\mu| \gg k_{\text{B}}T$ ,  $\mu < 0$ , wird die Dichteverteilung aus Gleichung (2.6) gaußförmig (wegen  $g_{3/2}(z) \simeq z + \mathcal{O}(z^2)$ )

$$n_{\text{th}}(\vec{r}) = \frac{N}{\pi^{3/2} \prod_i R_{0,i}} e^{-\sum_{i=1}^3 \left(\frac{r_i}{R_{0,i}}\right)^2} \quad (2.7)$$

mit einem  $1/e$ -Radius von

$$R_{0,i} = \frac{1}{\omega_i} \sqrt{\frac{2k_{\text{B}}T}{m}} . \quad (2.8)$$

Abbildung 2.1 zeigt einen Schnitt durch eine thermische Dichteverteilung  $n_{\text{th}}$ .



**Abbildung 2.1.:** Dargestellt sind Schnitte durch das Dichteprofil  $n_{\text{th}}$  einer thermischen Rb-Wolke (rot) und das Dichteprofil  $n_k$  eines reinen, als ideal angenommenen Rb-Kondensats (schwarz) entlang einer Achse. Die Pfeile weisen auf die jeweilige Dichteskala. Die Atomzahl ist in beiden Fällen  $10^5$ , die Temperatur der thermischen Wolke ist 500 nK und für die Fallenfrequenzen werden die experimentell realisierten Werte eingesetzt. Man beachte die extrem unterschiedlichen Dichteskalen.

Die Zahl der angeregten Atome ergibt sich mit Hilfe des geometrischen Mittels der Fallenfrequenzen  $\bar{\omega} = (\omega_1\omega_2\omega_3)^{1/3}$  zu

$$N - N_0 = \left( \frac{k_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 g_3(\tilde{z}). \quad (2.9)$$

Der Wertebereich der Fugazität ist wegen  $\mu < \epsilon$  auf  $0 < \tilde{z} < 1$  beschränkt und das Maximum von  $g_3(\tilde{z})$  wird für  $\tilde{z} \rightarrow 1$  oder äquivalent  $\mu \rightarrow \epsilon_0$  mit  $g_3(1) \simeq 1,202$  erreicht. Die Zahl der Atome in angeregten Zuständen besitzt somit gemäß Gleichung (2.9) eine obere Grenze. Unterhalb einer bestimmten endlichen kritischen Temperatur  $T_{\text{krit}}$  wird diese obere Grenze kleiner als die Zahl  $N$  der Atome, weshalb der Grundzustand makroskopisch besetzt werden muss. Die Bedingung für die kritische Temperatur ist folglich ( $N_0 = 0$ )

$$T_{\text{krit}} = \frac{\hbar \bar{\omega}}{k_B} \left( \frac{N}{g_3(1)} \right)^{1/3}. \quad (2.10)$$

Aus den Gleichungen (2.10) und (2.9) kann das Verhältnis  $N_0/N$  für Temperaturen unterhalb der kritischen Temperatur bestimmt werden:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left( \frac{T}{T_{\text{krit}}} \right)^3, \quad T \leq T_{\text{krit}}. \quad (2.11)$$

Die in Experimenten typischerweise realisierten kritischen Temperaturen liegen je nach Atomzahl im Bereich von wenigen 100 nK bis  $1 \mu\text{K}$ .

Die Bedingung für Bose-Einstein Kondensation kann noch mit Hilfe der Dichteverteilung aus Gleichung (2.6) formuliert werden. Die Dichte im Fallenzentrum  $n(\vec{r}=0)$  wird maximal für  $\tilde{z} \rightarrow 1$ , also wenn  $T = T_{\text{krit}}$ , und die Bedingung für BEC kann alternativ zu (2.10) auch über

$$n(\vec{r}=0) \lambda_{\text{dB}}^3 = g_{3/2}(1) \simeq 2,612 \quad (2.12)$$

formuliert werden, wobei die dimensionslose Größe  $n(\vec{r}=0) \lambda_{\text{dB}}^3$  als Entartungsparameter oder auch Phasenraumdichte  $\rho$  bezeichnet wird<sup>1</sup>. Damit ist die weiter oben aufgestellte Ungleichung  $n \lambda_{\text{dB}}^3 \gtrsim 1$  auf „formalem“ Weg bestätigt.

Die Dichteverteilung  $n_{\text{k}}(\vec{r})$  der kondensierten Atome ergibt sich aus der Ein-Teilchen-Grundzustandswellenfunktion  $\Psi_0(\vec{r})$  des harmonischen Potentials:

$$n_{\text{k}}(\vec{r}) = N_0 |\Psi_0(\vec{r})|^2 = \frac{N_0}{\pi^{3/2} \prod_i a_{\text{HO},i}} e^{-\sum_{i=1}^3 \frac{r_i^2}{a_{\text{HO},i}^2}} \quad (2.13)$$

Die Dichteverteilung ist also gaußförmig und ihre Breiten sind durch die Oszillatorlängen  $a_{\text{HO},i} = \sqrt{\hbar/m\omega_i}$  bestimmt. Die Viel-Teilchen-Grundzustandswellenfunktion  $\Psi_{\text{k}}$  des Kondensats ist gegeben durch das normierte Produkt der  $N_0$  Ein-Teilchen-Grundzustandswellenfunktionen  $\Psi_0$  aus Gleichung (2.13):

$$\Psi_{\text{k}}(\vec{r}) = \prod_{i=1}^{N_0} \Psi_0(\vec{r}) \quad (2.14)$$

Das System wird also durch eine einzige makroskopische Wellenfunktion beschrieben.

## 2.2. Bose-Einstein Kondensate mit Wechselwirkung

Der Grundzustand des Systems wird in hohem Maß von der Wechselwirkung der Atome untereinander beeinflusst. So weicht z.B das Dichteprofil  $n_{\text{k}}(\vec{r})$  eines Kondensats aufgrund elastischer Stöße von der Gaußform des Grundzustandes des harmonischen Oszillators ab. Für niedrige Temperaturen kann, wie in 1.2 beschrieben, die interatomare Wechselwirkung durch  $s$ -Wellenstreuung beschrieben werden, der einzige relevante Parameter ist die Streulänge  $a$ . Die Details des Wechselwirkungspotentials sind irrelevant und kann durch ein Pseudopotential

$$V_{\text{P}}(\vec{r}) = g \delta^3(\vec{r}) \quad (2.15)$$

ersetzt werden [26]. Der Wechselwirkungsparameter  $g$  ist gegeben durch<sup>2</sup>

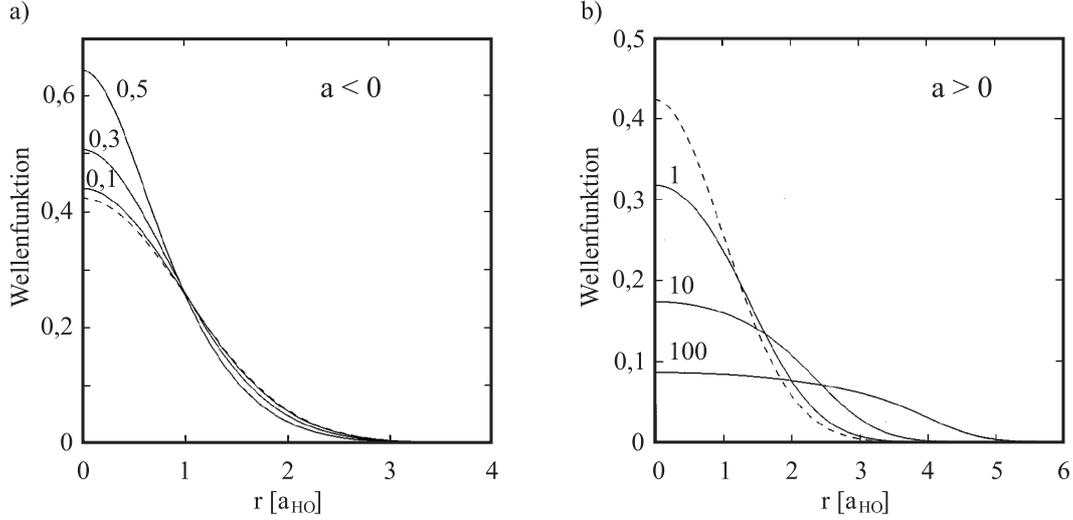
$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \quad (2.16)$$

Der Parameter, über den der Begriff verdünnte Gase quantitativ definiert wird, ist der so

---

<sup>1</sup>Thermodynamisch ist die Phasenraumdichte  $\rho(\vec{r}, \vec{p})$  definiert als die Zahl  $N$  der Atome pro Einheitsvolumen im Ortsraum und im Impulsraum, jedes Atom repräsentiert einen Phasenraumpunkt. Eine kurze Rechnung zeigt, dass  $\rho(0,0) = n(0)\lambda_{\text{dB}}^3/h^3$ . Der Entartungsparameter gibt also die Zahl der Phasenraumpunkte pro Einheitswürfel der Planckkonstante. Sobald er gegen Eins geht, wird der durch die Heisenberg'sche Unschärferelation gegebene Mindestabstand zweier Phasenraumpunkte erreicht. Im klassischen Regime aber, wenn der Entartungsparameter viel kleiner als Eins ist, gibt es - von der Einheit abgesehen - keinen physikalisch relevanten Unterschied zwischen dem Entartungsparameter und der Phasenraumdichte.

<sup>2</sup>Dabei ist zu beachten, dass  $m$  hier einfach die Masse des Atoms ist, nicht die reduzierte Masse.



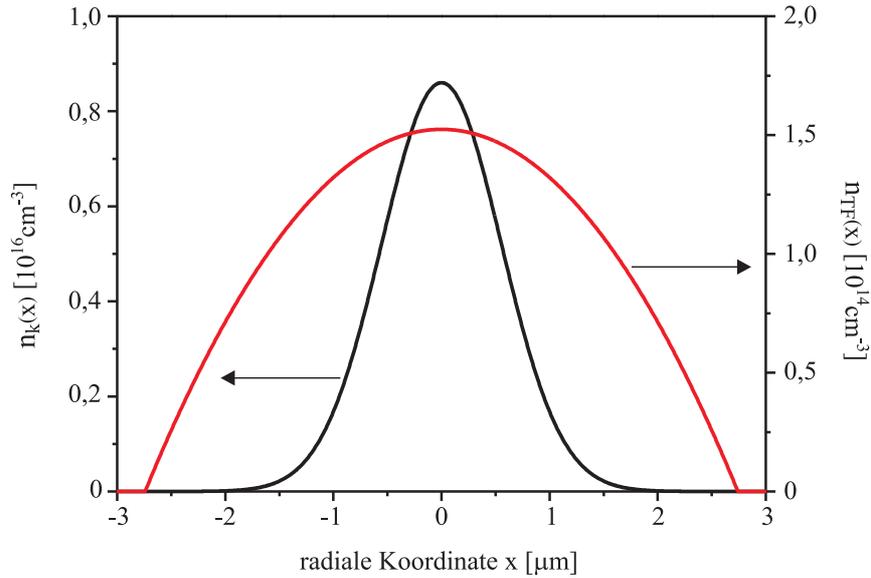
**Abbildung 2.2.:** Kondensatwellenfunktionen für  $T = 0$ , erhalten durch numerische Integration der Gross-Pitaevskii-Gleichung (2.18) für eine isotrope, harmonische Falle. Die Wellenfunktionen sind auf Eins normiert und gegen den Abstand vom Fallenzentrum in Einheiten der Oszillatorlänge aufgetragen. a):  $a < 0$ . Die Kondensatwellenfunktion wurde für Verhältnisse von Wechselwirkungsenergie zu kinetischer Energie  $N_0 |a|/a_{\text{HO}} = 0,1, 0,3$  und  $0,5$  berechnet. b):  $a > 0$ . Hier wurden die Werte  $N_0 |a|/a_{\text{HO}} = 1, 10$  und  $100$  für die Berechnung verwendet. Beide Abbildungen wurden [66] entnommen.

genannte Gasparameter  $\bar{n} |a|^3$ , wobei  $\bar{n}$  die mittlere Dichte ist. Somit ist er im wesentlichen gleich der mittleren Zahl von Atomen innerhalb eines Streuvolumens  $|a|^3$ . Im Fall verdünnter Gase ist  $\bar{n} |a|^3 \ll 1$  und es sind - wie schon in Kapitel 1 erwähnt - nur paarweise Wechselwirkungen zwischen je zwei Atomen zu berücksichtigen. In Experimenten ist der Gasparameter typischerweise kleiner als  $10^{-3}$ . Darüberhinaus macht man sich die Tatsache zu nutze, dass die Zahl der kondensierten Atome groß ist, wodurch die Anwendung der so genannten *mean field*-Näherung möglich wird, die für verdünnte Bosegase von Bogoliubov entwickelt wurde [69]. Anstatt alle paarweisen 2-Körperstöße zu berücksichtigen, wird nur eine effektive Wechselwirkung jedes Atoms mit allen anderen Atomen in die Berechnung mit einbezogen. Dies führt zu einer nichtlinearen Schrödinger-Gleichung für die so genannte Kondensat-Wellenfunktion  $\Phi(\vec{r})$ , der Gross-Pitaevskii-Gleichung [70, 71, 72], die nur für  $T = 0$ , also reine Kondensate, gültig ist<sup>3</sup>:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}) + g |\Phi(\vec{r}, t)|^2 \right) \Phi(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, t) . \quad (2.17)$$

Um daraus den Grundzustand zu erhalten, schreibt man die Kondensatwellenfunktion  $\Phi(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}) e^{-i\mu t/\hbar}$ , wobei  $\Phi(\vec{r})$  reel ist und gemäß  $\int \Phi(\vec{r}) d^3r = N_0$  normiert ist ( $N_0$  ist die Zahl der kondensierten Atome). Damit erhält man die zeitunabhängige Gross-Pitaevskii-

<sup>3</sup>Historisch betrachtet war *a priori* nicht klar, dass die Anwendung der *mean field*-Näherung und der daraus abgeleiteten Gross-Pitaevskii-Gleichung gerechtfertigt waren, dies geschah *a posteriori* durch die quantitativ korrekte Beschreibung des BEC-Grundzustandes. Erst im Jahr 2000 gelang Lieb *et al.* [73] der formal strenge Beweis, dass Gleichung (2.18) eine korrekte Beschreibung des BEC-Grundzustandes im Fall positiver Streulänge darstellt.



**Abbildung 2.3.:** Vergleich der Dichteprofile eines reinen, wiederum als ideal angenommenen Rb-Kondensats  $n_k$  (schwarz) und der entsprechenden Dichteverteilung in Thomas-Fermi-Näherung  $n_{TF}$  (rot). Der Schnitt erfolgt entlang derselben Achse wie in Abbildung 2.1, auch die Atomzahl ist wieder  $10^5$ .

Gleichung

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}) + g |\Phi(\vec{r})|^2 \right) \Phi(\vec{r}) = -\mu \Phi(\vec{r}) . \quad (2.18)$$

Der erste Term beschreibt die kinetische Energie, deren Ursache im Heisenberg'schen Unschärfepinzipp liegt, und die somit umso größer ist je stärker das Kondensat lokalisiert ist<sup>4</sup>. Der dritte Term beschreibt die schon erwähnte effektive Wechselwirkung eines Atoms mit allen anderen und wird als *mean field*-Energie bezeichnet; da er die Streulänge enthält, wird deren Betrag, vor allem aber ihr Vorzeichen starke Auswirkungen auf die Kondensatwellenfunktion haben. Im Fall einer anziehenden Wechselwirkung, d.h.  $a < 0$ , bedeuten höhere Dichten eine Verringerung der Grundzustandsenergie, die Dichte im Fallenzentrum ist also gegenüber dem wechselwirkungsfreien Fall erhöht (siehe Abbildung 2.2a). Wirkt dieser Dichtezunahme nichts entgegen, kollabiert das Kondensat und zerfällt schließlich, da durch 3-Körperstöße Moleküle gebildet werden (siehe Abschnitt 1.3.2). In inhomogenen System existiert der schon erwähnte Quantendruck, der dem Kollaps entgegenwirkt und das Kondensat stabilisieren kann, solange die Zahl der kondensierten Atome unter einem kritischen Wert bleibt. Diese Zusammenhänge wurden ausführlich in Kondensaten aus  $^{85}\text{Rb}$  untersucht und bestätigt [74]. In homogenen Systemen fehlt dieser Quantendruck und folglich gibt es in diesen Systemen die Möglichkeit der BEC für Atome mit negativer Streulänge nicht. Für eine abstoßende Wechselwirkung, also  $a > 0$ , wird die Dichte vermindert (siehe Abbildung 2.2b). Ein Maß für die Stärke des Einflusses der Wechselwirkung auf die Kondensatwellenfunktion

<sup>4</sup>Man findet deswegen in der Literatur auch oft die Bezeichnungen quanten-kinetische Energie und Quantendruck.

ist das Verhältnis von Wechselwirkungsenergie zu kinetischer Energie, das näherungsweise durch  $N_0 |a|/a_{\text{HO}}$  [66] gegeben ist. In Experimenten ist  $|a|/a_{\text{HO}} \approx 10^{-3}$ . Das bedeutet, dass bereits ab  $10^4$  Atomen im Kondensat die Wechselwirkung in der Gross-Pitaevskii-Gleichung (2.18) dominiert. Genau dies wird in der so genannten Thomas-Fermi-Näherung ausgenutzt, um den Term der kinetischen Energie in (2.18) zu vernachlässigen und direkt die Lösung für die Dichteverteilung zu erhalten:

$$n_{\text{TF}}(\vec{r}) = N_0 |\Phi_{\text{TF}}|^2 = \begin{cases} \frac{1}{g} (\mu - V(\vec{r})) & : \quad \forall \vec{r}, \text{ s.d. } V(\vec{r}) < \mu \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases} . \quad (2.19)$$

Für ein harmonisches Fallenpotential ist die Dichteverteilung entlang der Hauptachsen parabolisch. Die Ausdehnung des Kondensats  $\vec{R}_{\text{TF}} = (R_{\text{TF},1}, R_{\text{TF},2}, R_{\text{TF},3})$  entlang der Hauptachsen ergibt sich aus der Bedingung  $\mu = V(\vec{R}_{\text{TF}})$ . Das Ergebnis wird i.a. als Thomas-Fermi-Radius angegeben:

$$R_{\text{TF},i} = \frac{1}{\omega_i} \sqrt{\frac{2\mu}{m}} . \quad (2.20)$$

Abbildung 2.3 zeigt einen Vergleich der Thomas-Fermi-Näherung mit dem wechselwirkungsfreien Fall.

Ein weiterer Effekt der interatomaren Wechselwirkung ist, dass sich auch bei  $T = 0$  nicht alle Atome im Grundzustand der Falle befinden. Dieses Phänomen, das *quantum depletion* genannt wird, beruht auf Korrelationen zwischen den Atomen, die in der *mean field*-Näherung vernachlässigt werden. Der Anteil der nicht-kondensierten Atome beträgt

$$\frac{N_{\text{nk}}}{N} = \frac{5\sqrt{\pi}}{8} \sqrt{|a^3| n(0)} , \quad (2.21)$$

wobei  $N_{\text{nk}}$  die Zahl der nicht-kondensierten Atome bezeichnet und  $n(0)$  die Atomzahldichte im Zentrum der Falle [75]. In verdünnten Gasen beträgt dieser Anteil typischerweise weniger als 1%, was die Vernachlässigung der Korrelationen in der *mean field*-Näherung *a posteriori* rechtfertigt, siehe Fußnote 3 in diesem Abschnitt.



---

## 3. Erzeugung ultrakalter Gase

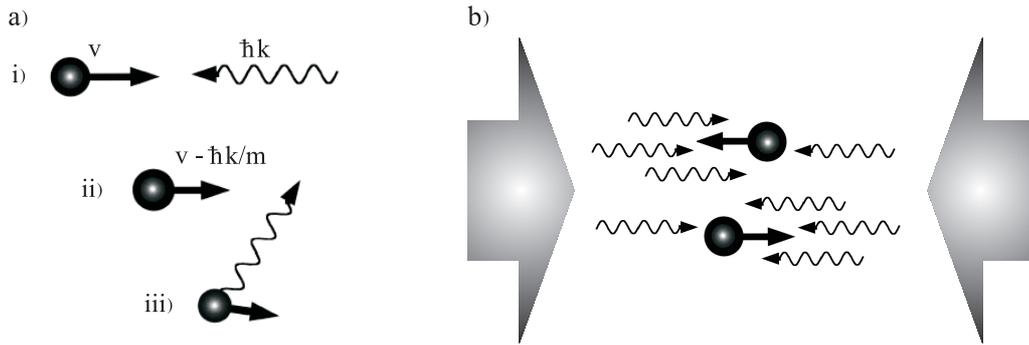
---

Dieses Kapitel fasst die im vorliegenden Experiment verwendeten Techniken und Methoden Erzeugung von ultrakalten atomaren Gasen und schließlich Bose-Einstein Kondensaten zusammen.

Wie in Kapitel 2 beschrieben, tritt der Phasenübergang ein, wenn die Phasenraumdichte  $\rho$  den Wert  $\rho \simeq 2,612$  überschreitet. Je nach gewähltem experimentellem Ansatz liegt die anfängliche Phasenraumdichte zwischen Werten von  $10^{-20}$  für ein Gas in einer Dampfzelle bei einer Temperatur  $T \simeq 300$  K und einem Partialdruck  $P \simeq 10^{-9}$  mbar und  $10^{-13}$  für ein Gas in einem Ofen bei einer Temperatur  $T \simeq 500$  K. Die Phasenraumdichte muss somit um bis zu zwanzig Größenordnungen erhöht werden. Dies geschieht bis heute in allen Laboren durch die Kombination zweier Techniken zum Kühlen und Fangen atomarer Gase. Zuerst werden die Atome in einer magneto-optischen Falle (MOT) gefangen und vorgekühlt. Das Prinzip der MOT beruht auf einer Kombination geschwindigkeits- und ortsabhängiger Lichtkräfte, die die Kühlung und den räumlichen Einschluß ermöglichen. Anschließend werden die Atome in eine nichtdissipative Falle umgeladen und evaporativ bis zum Phasenübergang gekühlt. Die Technik des evaporativen Kühlens beruht auf der selektiven Entfernung von hochenergetischen Atomen aus dem Speicherpotential und der anschließenden, durch elastische Stöße erfolgenden Thermalisierung bei einer niedrigeren Temperatur.

### 3.1. Speichern und Kühlen mit Laserlicht

In einer MOT werden die Atome durch geschwindigkeits- und ortsabhängige Lichtkräfte gekühlt und gefangen. Diese Lichtkräfte beruhen auf der nahresonanten Streuung von Laserlicht, bei der Photonenimpuls auf die Atome übertragen wird (siehe Abbildung 3.1 a). Man spricht deshalb in diesem Zusammenhang auch von Lichtdruck. Schon 1975 wurde von Hänsch und Schawlow [76] eine Technik der Laserkühlung (Dopplerkühlung) vorgeschlagen, die auf diesen Lichtdruckkräften beruht. Abbildung 3.1 b illustriert, dass der Schritt zur Dopplerkühlung in zunächst einer Dimension darin besteht, zwei einander entgegengerichtete Laserstrahlen einzusetzen und die Frequenz des Lichtes in beiden Strahlen etwas kleiner als die atomare Resonanzfrequenz zu wählen (man bezeichnet das Licht dann als rotverstimmt). Die Atome absorbieren in diesem Fall bevorzugt Licht aus dem Strahl, auf den sie sich zubewegen, da in diesem Fall der Dopplereffekt im Ruhesystem des Atoms die Lichtfrequenz in Richtung der atomaren Resonanz verschiebt. Man erhält somit über die geschwindigkeitsabhängige Dopplerverschiebung eine geschwindigkeitsabhängige Lichtkraft, die die Geschwindigkeit der Atome in ihrem Schwerpunktsystem verringert, diese also kühlt. Laserkühlung in drei Dimen-



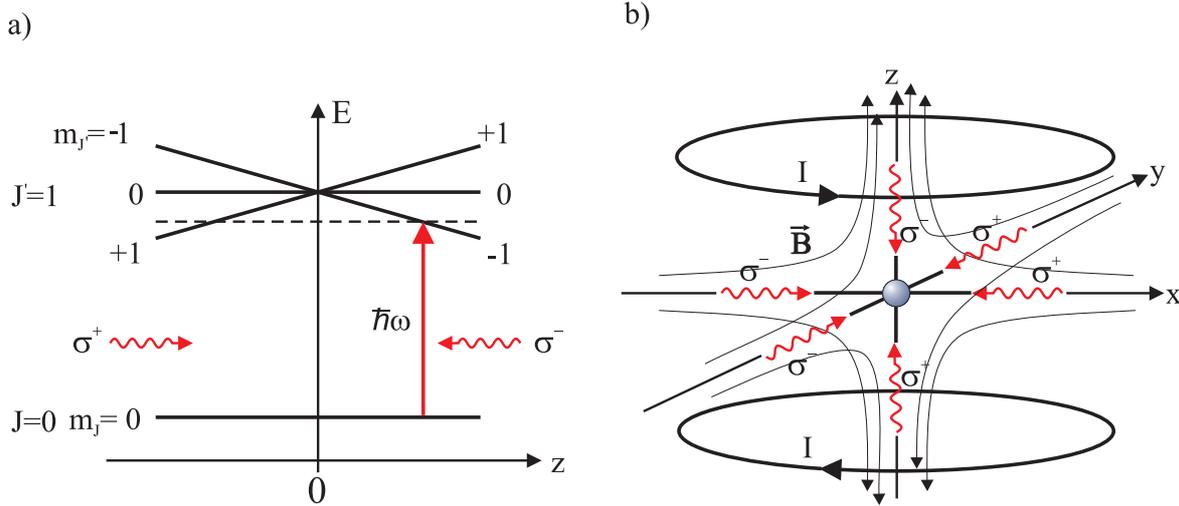
**Abbildung 3.1.:** a) Prinzip der Spontankraft: i)+ ii): ein Atom mit der anfänglichen Geschwindigkeit  $v$  hat nach der Absorption eines Photons mit Impuls  $\hbar k$  eine um  $\frac{\hbar k}{m}$  verringerte Geschwindigkeit; iii): nach der Reemission des Photons in eine zufällige Richtung hat das Atom nach vielen solchen Streuprozessen im Mittel eine geringere Geschwindigkeit als die Anfangsgeschwindigkeit  $v$ . b) Eindimensionale Dopplerkühlung: Die Atome werden aus zwei Richtungen mit Laserlicht bestrahlt, dessen Frequenz etwas unterhalb der atomaren Resonanzfrequenz liegt. Beide Abbildungen teilweise aus [4].

sionen lässt sich nun leicht durch die Verwendung dreier solcher Strahlenpaare erreichen, die jeweils senkrecht aufeinander stehen. Diese Konfiguration wird als Melasse bezeichnet und wurde erstmals 1985 realisiert [77].

Atome lassen sich auf diese Weise aber nicht bis zur Temperatur  $T = 0$  kühlen. Während des Kühlprozesses finden permanent zufällig, verteilte diskrete Impulsüberträge statt, die zu einer Fluktuation des atomaren Impulses um den Gleichgewichtswert  $\langle \vec{p} \rangle = 0$  führen. Diese Fluktuationen, die man mit einer Brown'schen Bewegung im Impulsraum vergleichen kann, führen zu einem Heizen der Atome und somit einer endlichen Gleichgewichtstemperatur, die im Falle der Dopplerkühlung eines Zwei-Niveau-Atoms mit der Linienbreite  $\tau = \gamma^{-1}$  bei der so genannten Dopplertemperatur  $k_B T_D = \hbar \gamma / 2$  [78, 79] liegt. Für Rubidium ist  $T_D = 146 \mu\text{K}$ , für Cäsium ist  $T_D = 125 \mu\text{K}$ .

Für reale Atome allerdings ist die Zwei-Niveau-Näherung zu sehr vereinfachend und andere Kühlmechanismen, die teilweise komplexe optische Pumpvorgänge einschließen, müssen berücksichtigt werden, um die in Melassen gemessenen [80], deutlich unter der Dopplertemperatur liegenden Temperaturen zu erklären (eine ausführliche Beschreibung der wichtigsten Mechanismen ist in [81] zu finden). So lassen sich mit einer als Polarisationsgradientenkühlung bekannten Technik Temperaturen bis zu einem Mikrokkelvin erreichen.

Auf der Grundlage eines Vorschlages von Dalibard aus dem Jahr 1986 wurde die Melassekonfiguration durch Hinzunahme eines magnetischen Quadrupolfeldes, dessen Magnetfeldminimum mit dem Kreuzungspunkt der Laserstrahlen übereinstimmt, zur magneto-optischen Falle (MOT) [82] weiterentwickelt. Dadurch gelingt zusätzlich zur Kühlung auch der räumliche Einschluß der Atome, da sich über die ortsabhängige Zeemanverstimmung der atomaren Niveaus erreichen lässt, dass die Lichtkräfte immer in Richtung des Magnetfeldminimums des Quadrupolfeldes zeigen. Abbildung 3.2a) illustriert die Wirkungsweise der MOT in einer Dimension für ein einfaches atomares System mit den Niveaus  $J = 0$  und  $J' = 1$ , während Abbildung 3.2b) die Geometrie der Erweiterung auf drei Dimensionen zeigt. Auch in der MOT sind



**Abbildung 3.2.:** a) Das Magnetfeld hat die Form  $B = B' z$  mit dem Magnetfeldgradienten  $B' > 0$ , der Landé Faktor  $g_J$  soll ebenfalls positiv sein. Für ein Atom rechts des Magnetfeldnullpunktes wird somit das Zeemanniveau  $|J = 1, m_J = -1\rangle$  energetisch nach unten in Richtung Resonanz mit dem rotverstimmten Laserlicht verschoben. Ist das von rechts kommende Licht  $\sigma^-$  polarisiert, so wird es das  $|J = 1, m_J = -1\rangle$ -Niveau mit großer Wahrscheinlichkeit anregen und das Atom somit in Richtung des Magnetfeldminimums drücken. Das  $\sigma^+$  polarisierte Licht, das von links kommt, wird das aus Resonanz mit dem Laser nach oben verschobene  $|J = 1, m_J = 1\rangle$ -Niveau nur schwach anregen. Insgesamt resultiert also eine Kraft nach links in Richtung des Fallenzentrums. Auf gleiche Weise erfährt ein Atom links des Fallenzentrums eine Kraft nach rechts. b) Die Erweiterung auf drei Dimensionen erfolgt durch Verwendung eines Spulenpaares in Anti-Helmholtz-Konfiguration, das ein sphärisches Quadrupolfeld erzeugt.

nahe dem Fallenzentrum Sub-Doppler-Laserkühlungsmechanismen relevant, so dass Temperaturen unterhalb der Dopplertemperatur möglich sind. Allerdings treten bei hohen Dichten zusätzliche Heizprozesse auf, die dies verhindern können. Bei hohen Dichten findet das so genannte *radiation trapping* [83] statt; damit wird die Situation bezeichnet, dass das an den Atomen gestreute Licht die Atomwolke nicht ohne weitere Streuprozesse verlassen kann. Diese zusätzlichen Streuprozesse heizen die Atome auf [84, 85]<sup>1</sup>.

Die in MOTs erreichbaren Atomdichten liegen bei etwa  $10^{12} \text{ cm}^{-3}$  [86], die niedrigsten Temperaturen im Bereich von wenigen Mikrokkelvin [87, 84]. Die Begrenzung bezüglich der Dichte ist durch zwei Prozesse bedingt. Zum ersten das schon erwähnte *radiation trapping*, das durch die Übertragung der Photonenimpulse effektiv zu einer abstoßenden Kraft zwischen den Atomen führt. Ein weiterer die Dichte begrenzender Prozess sind inelastische Stöße zwischen zwei Atomen<sup>2</sup>, von denen mindestens eines sich in einem angeregten Zustand befindet [88]. Dabei können die beiden Atome kinetische Energien erhalten, die größer sind als die maximale kinetische Energie, die von der MOT dissipiert werden kann<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>In [84] konnten für geringe Atomdichten die deutlich unterhalb der Dopplertemperatur liegenden Melasstemperaturen auch in der MOT gemessen werden, wenn die Laserparameter identisch waren.

<sup>2</sup>Die Rate pro Volumen- und Zeiteinheit ist folglich proportional zum Quadrat der Atomdichte  $n(\vec{r})$  (siehe auch Gleichung (1.35)).

<sup>3</sup>Zwar finden auch inelastische Grundzustandsstöße statt, die dabei frei werdende Hyperfeinenergie ist aber meistens zu gering, als das sie zu Atomverlusten führen könnte [88].

Da aber die höchsten Dichten nicht bei den niedrigsten Temperaturen erreicht werden, liegt die maximal erreichbare Phasenraumdichte in der MOT im Bereich von  $10^{-5} - 10^{-4}$  [87, 89], typischerweise aber bei etwa  $10^{-6}$ . Damit sind schon bis zu 14 Größenordnungen auf dem Weg zur Bose-Einstein Kondensation geschafft.

Geladen werden kann eine MOT prinzipiell auf zwei verschiedene Arten, zum einen mit einem Atomstrahl, unabhängig davon, ob die Atome vorher abgebremst wurden [82] oder nicht [90], zum anderen direkt aus einem thermischen Gas, das sich bei niedrigen Drücken zwischen  $10^{-6}$  mbar und  $10^{-9}$  mbar in der Vakuumkammer befindet [91].

## 3.2. Speichern und Kühlen in Magnetfallen

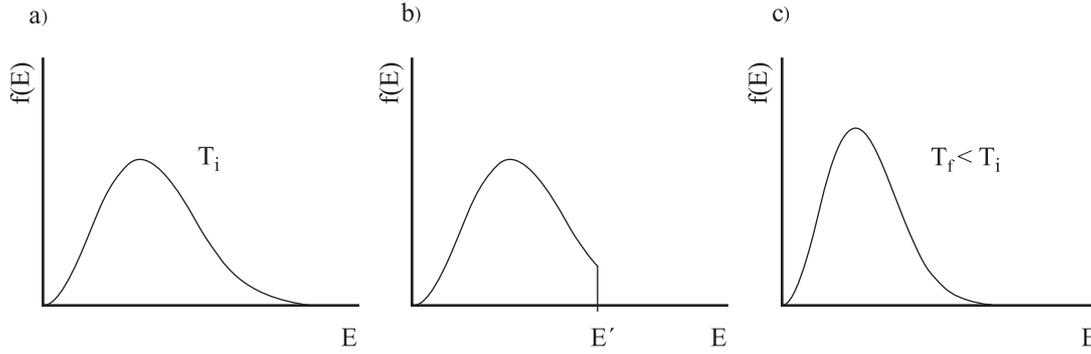
Höhere Phasenraumdichten als in magneto-optischen Fallen sind durch die Technik des evaporativen Kühlens möglich. Dazu werden die Atome nach dem Fangen und Vorkühlen in einer MOT in magnetischen Fallen oder optischen Fallen [3] gespeichert. Das Prinzip der magnetischen Speicherung und des evaporativen Kühlens ist Gegenstand des folgenden Abschnittes.

### 3.2.1. Magnetisches Speichern

Da Alkaliatome über ein ungepaartes Elektron verfügen, besitzen sie magnetische Momente  $\vec{\mu}$  von der Größenordnung des Bohrmagnetons  $\mu_B$ . Gemäß Abschnitt 1.3.1, Gleichung (1.33) ist die Wechselwirkungsenergie in einem (kleinen) äußeren magnetischen Feld durch

$$E(m_f) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = g_f m_f \mu_B |\vec{B}| \quad (3.1)$$

gegeben. Das Speichern von Atomen erfordert ein Minimum der potentiellen Energie  $E(m_f)$ . Für atomare Zustände  $|f, m_f\rangle$  mit  $g_f m_f > 0$  liegt ein Minimum der potentiellen magnetischen Energie bei einem Minimum des magnetischen Feldes  $|\vec{B}|$ , im Fall  $g_f m_f < 0$  bei einem Maximum. Entsprechend werden Zustände mit  $g_f m_f > 0$  schwachfeldsuchende Zustände (engl.: weak-field-seeker), solche mit  $g_f m_f < 0$  starkfeldsuchende Zustände (engl.: strong-field-seeker) genannt. Die Maxwell'schen Gleichungen erlauben für statische magnetische Felder keine Maxima im freien Raum [92, 93]. Folglich können nur Atome in schwachfeldsuchenden Zuständen in einer statischen Magnetfalle gespeichert werden, die aus diesem Grund auch als fangbare Zustände bezeichnet werden (im Gegensatz zu den nichtfangbaren Zuständen mit  $m_f = 0$  und den starkfeldsuchenden antingefangenen Zuständen). Durch Übergänge in nichtfangbare oder antingefangbare Zustände können Fallenverluste auftreten. Solche Übergänge können durch die atomare Bewegung in der Falle induziert werden: im mit dem Atom mitbewegten Bezugssystem erfährt das Atom ein sich in Größe und Richtung änderndes Magnetfeld, das die Quantisierungsachse für den Spin der Atome definiert. Kann ein Atom der Änderung der Quantisierungsachse nicht adiabatisch folgen, geht die Spin-Orientierung verloren und das Atom kann in einen nichtgefangenen oder antingefangenen Zustand übergehen. Um diese Übergänge zu vermeiden, muss gewährleistet sein, dass das magnetische Moment der Atome der Richtung des magnetischen Feldes adiabatisch folgen kann. Das bedeutet, dass die Änderung der Feldrichtung  $\theta$  klein sein muss gegen die Präzession des magnetischen Momentes:



**Abbildung 3.3.:** Funktionsweise des evaporativen Kühlens. Alle Atome mit einer Energie  $E > E'$  verlassen die Falle. Nach der anschließenden durch Stöße vermittelten Thermalisierung ist die Temperatur der Atome niedriger als zuvor.

$$\frac{d\theta}{dt} \ll \frac{\mu |\vec{B}|}{\hbar F} = \omega_L . \quad (3.2)$$

Dabei wird  $\omega_L$  als Larmorfrequenz bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit eines solchen Spin-Flips ist folglich im Fallenminimum am größten. Insbesondere sind Magnetfallen mit einem verschwindenden Minimum zur Speicherung ultrakalter Gase ungeeignet.

In den ersten Experimenten mit magnetischen Fallen wurden sphärische Quadrupolfelder verwendet [1], die ein verschwindendes Minimum besitzen, und es konnten die erwarteten starken Fallenverluste durch Majorana-Spin-Flips beobachtet werden. Die Verluste durch Spin-Flips werden mit sinkender Temperatur immer stärker [94] und verhindern letztlich die Bose-Einstein Kondensation. Somit mussten Magnetfallentypen entwickelt werden, die ein nichtverschwindendes Minimum besitzen, darunter die TOP-Falle [94], in der BEC zum ersten Mal realisiert wurde [5], und die Ioffe-Pritchard-Falle [95].

### 3.2.2. Evaporatives Kühlen

Evaporatives Kühlen ist eine sehr effektive Kühlmethode, die - da sie ohne nahresonantes Licht auskommt - nicht von den Begrenzungen optischer Methoden betroffen ist. Im Zusammenhang mit Bose-Einstein Kondensation wurde evaporatives Kühlen erstmals 1986 von Hess [96] in Betracht gezogen und zwei Jahre später in spinpolarisiertem Wasserstoff demonstriert [97]. Dennoch erlaubte diese Kühlmethode zuerst in Alkaligasen die Erzeugung von Kondensaten, wo radiofrequenzinduzierte Übergänge zwischen Zeemanzuständen dazu verwendet wurden, selektiv die energiereichsten Atome aus dem Fallenpotential zu entfernen [94, 98, 5] (siehe Abschnitt 3.2.3). Im folgenden soll das allgemeine Funktionsprinzip des evaporativen Kühlens erklärt werden. Dabei stützt sich die Darstellung auf [99, 2].

#### Modell des evaporativen Kühlens

Das Funktionsprinzip ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Ausgangspunkt ist ein atomares Ensemble im thermischen Gleichgewicht mit der anfänglichen Temperatur  $T_i$  in einer praktisch unendlich tiefen Falle. Dann wird das Fallenpotential bis zur Energie  $E'$  erniedrigt und somit verlassen Atome mit Energie  $E > E'$  die Falle. Damit verringert sich die Durchschnittsenergie

des Ensembles. Durch elastische Stöße thermalisiert das Ensemble bei einer neuen Temperatur  $T_f < T_i$ . Die Evaporationsrate, mit der Atome bei konstanter Falltiefe  $E'$  durch elastische Stöße genug Energie erhalten, um aus der Falle verdampfen zu können, ist pro Atom näherungsweise

$$\tau_{\text{evap}}^{-1} = \frac{\dot{N}_{\text{evap}}}{N} \simeq n(0) \langle v_r \rangle \sigma e^{-\eta} . \quad (3.3)$$

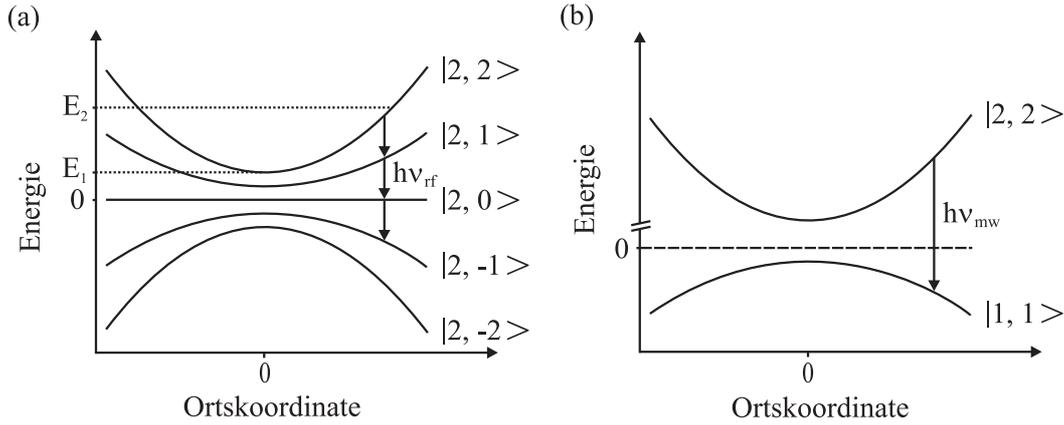
Dabei ist  $\sigma$  der elastische Streuquerschnitt,  $\langle v_r \rangle$  die thermische Relativgeschwindigkeit und  $\eta = E'/k_B T$  wird als Abschneideparameter bezeichnet. Aus einer Falle mit endlicher Tiefe verdampfen permanent Atome, da durch elastische Stöße immer wieder Atome mit Energien größer als die Falltiefe erzeugt werden. Diese passive Evaporation (engl.: *plain evaporation*) wird mit sinkender Temperatur zunehmend ineffektiv, da mit abnehmender Temperatur immer weniger Atome die Falle verlassen. Quantitativ drückt sich diese Tatsache darin aus, dass mit sinkender Temperatur der Abschneideparameter  $\eta$  größer wird und die Evaporationsrate exponentiell unterdrückt wird. Aus diesem Grund muss die Potentialtiefe kontinuierlich verringert werden, was als erzwungene Evaporation bezeichnet wird (engl.: *forced evaporation*). Wird dabei der Abschneideparameter  $\eta$  konstant gehalten, so kann folgende Beziehung aufgestellt werden:

$$T \propto N^\alpha \quad , \quad \alpha > 1 . \quad (3.4)$$

Die nur von  $\eta$  abhängende Größe  $\alpha$  wird als Effizienzparameter bezeichnet. Durch die Wahl eines großen Abschneideparameters  $\eta$ , also bei langsamer Evaporation, kann man erreichen, dass die Dichte trotz der Atomverluste ansteigt. Es lässt sich sogar erreichen, dass dieser Dichteanstieg so groß ist, dass trotz sinkender Temperatur die elastische Stoßrate  $\Gamma_{\text{el}} \propto n(0) \langle v_r \rangle \propto n(0) T^{1/2}$  steigt. Der Evaporationsprozess verläuft dann mit fortschreitender Dauer immer effizienter und man spricht von sogenannter *runaway* Evaporation. Experimentell wird die Effizienz des Kühlprozesses aber durch den dominanten atomaren Verlustprozess bestimmt, durch den die Lebensdauer der Atome in der Falle begrenzt wird. Je nach Dichte der gefangenen Atome können das Stöße mit dem thermischen Hintergrundgas, inelastische Zweikörper-Stöße oder Molekülbildung durch Rekombination sein, vergleiche Abschnitt 1.3.2. Die Evaporation ist um so effizienter, je größer das Verhältnis von elastischen Stößen, die für die Thermalisierung sorgen, zu inelastischen Stößen ist. Anders gesagt, muss die Thermalisierungszeit klein sein gegen die Lebensdauer der Atome in der Falle. Somit ist für schnelle und effiziente Evaporationskühlung eine hohe elastische Stoßrate von entscheidender Bedeutung und daher ein Parameter, den es nach dem Umladen der Atome in die Magnetfalle zu maximieren gilt. Ausserdem muss die Magnetfalle sich in einer UHV-Umgebung bei einem Druck in der Größenordnung von etwa  $10^{-10} - 10^{-11}$  mbar befinden, um die Stoßrate mit dem Hintergrundgas, so weit zu minimieren, dass sie nicht der limitierende Faktor sind.

### 3.2.3. Evaporatives Kühlen durch strahlungsinduzierte Übergänge

Im vorigen Abschnitt wurde beschrieben, wie durch kontinuierliche Absenkung der Falltiefe eine Atomwolke sehr effizient durch die Evaporation der hochenergetischen Atome gekühlt werden kann. Das für das evaporative Kühlen notwendige bevorzugte Entfernen hochenergetischer Atome aus der Falle kann dadurch erfolgen, dass durch resonante Strahlung solche



**Abbildung 3.4.:** Darstellung des evaporativen Kühlens von Rb mittels radiofrequenz-induzierten Übergängen zwischen Zeemanzuständen innerhalb einer Hyperfeinmannigfaltigkeit  $f$  (a) und mittels mikrowellen-induzierten Übergängen zwischen den beiden Hyperfeinmannigfaltigkeiten  $f = 2$  und  $f = 1$ .

Atome in einen magnetisch nicht gefangenen Zustand überführt werden, deren Energie größer ist als die durch den Abschneideparameter  $\eta$  bestimmte Falltiefe  $E' = \eta k_B T$  (siehe Abschnitt 3.2.2).

### Radiofrequenzkühlung

Bei der Umsetzung des evaporativen Kühlens mit Hilfe von radiofrequenzinduzierten Übergängen (RF-Kühlen) zwischen Zeemanzuständen derselben Hyperfeinmannigfaltigkeit  $f$  wird die Tatsache ausgenutzt, dass in einer Magnetfalle aufgrund der ortsabhängigen Zeemanaufspaltung auch die Resonanzfrequenzen der Übergänge ortsabhängig sind. Durch Einstrahlung eines magnetischen Wechselfeldes der Frequenz  $\nu_{\text{rf}}$  können Atome in magnetisch nicht fangbare Zustände transferiert werden. Die Resonanzbedingung lautet

$$\nu_{\text{rf}}(\vec{B}(\vec{r})) = \frac{\mu_B |g_f \vec{B}(\vec{r})|}{h} \quad (3.5)$$

und diese ist nun über die Beziehung  $E = g_f m_f \mu_B |\vec{B}(\vec{r})|$  mit der potentiellen Energie der Atome verknüpft. Nur Atome, deren Energie mindestens so groß ist wie diese Energie, können in Resonanz mit dem Radiofrequenzfeld kommen. Abbildung 3.4a illustriert dies für Rubidium im Grundzustand  $|f = 2, m_f = 2\rangle$ . Damit können Atome wie gewünscht energieselektiv aus der Falle entfernt werden. Aufgrund  $\mu_B/h \simeq 1,4 \text{ MHz/G}$  liegen die Frequenzen im Radiofrequenzbereich. Erste experimentelle Realisierungen des RF-Kühlens sind in [94, 98] zu finden.

### Mikrowellenkühlung

Radiofrequenzkühlen ist in Experimenten mit nur einer atomaren Spezies die Methode der Wahl. Mit zwei Spezies in derselben Magnetfalle wird aber in praktisch allen Experimenten das evaporative Kühlen nicht mit Radiofrequenzstrahlung umgesetzt, sondern mit Mikrowellenstrahlung, die Übergänge zwischen den beiden Hyperfeinzuständen des Grundzustandes

nur einer der beiden Spezies treibt (MW-Kühlen). Im Bonner BEC-Experiment wird auf diese Weise Rubidium evaporativ gekühlt. Abbildung 3.4b zeigt die Situation für Rubidium im  $|f = 2, m_f = 2\rangle$ -Zustand. In diesem Fall lautet die Resonanzbedingung

$$\begin{aligned} \nu_{\text{mw}} \left( \vec{B}(\vec{r}) \right) &= \nu_{\text{Hf}} + \frac{|g_f(f \cdot m_f - (f - 1) \cdot (m_f - 1))\mu_B \vec{B}(\vec{r})|}{h} \\ &= \nu_{\text{Hf}} + \frac{3}{2} \frac{|\mu_B \vec{B}(\vec{r})|}{h}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dabei bezeichnet  $\nu_{\text{Hf}}$  die Hyperfeinaufspaltung, die für Cäsium  $\simeq 9,19$  GHz und für Rubidium  $\simeq 6,83$  GHz beträgt. Damit ist sichergestellt, dass die eingestrahlte Mikrowellenstrahlung wie gewünscht nur auf Rubidium wirkt, während Cäsium sympathetisch durch thermischen Kontakt mit Rubidium gekühlt wird, siehe nächsten Abschnitt. Aufgrund der hohen Mikrowellenleistung (siehe Abschnitt 4.4) ist das in Abbildung 3.4 angedeutete physikalische Bild nicht korrekt, dass das Mikrowellenfeld als kleine Störung behandelt. Die Kopplung der Zustände  $|2, 2\rangle$  und  $|1, 1\rangle$  ist so stark, dass der volle Hamiltonoperator inklusive der Wechselwirkung der Atome mit dem Mikrowellenfeld diagonalisiert werden muss. Eine kurze Einführung in diesen im Englischen als *dressed-atom approach* bezeichneten Ansatz ist in [100] zu finden. Man erhält neue (weiterhin ortsabhängige) Energieniveaus des Gesamtsystems Atom-Mikrowellenfeld, die auch als adiabatische Potentiale bezeichnet werden. Wie in dem vereinfachten, oben beschriebenen Bild können Atome nur dann in den nichtgefangenen Zustand  $|1, 1\rangle$  übergehen, wenn sie die Resonanzbedingung (3.6) erfüllen. Zusätzlich muss eine Adiabasiebedingung erfüllt sein, die qualitativ besagt, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang proportional zur eingestrahlten Mikrowellenleistung ist und umgekehrt proportional zur Geschwindigkeit der Atome. Die starke Kopplung der Zustände kann ausserdem zu einer Verringerung der Fallenfrequenzen führen. Die neuen effektiven Fallenfrequenzen erhält man, wenn man die adiabatischen Potentiale bis zur zweiten Ordnung im Ort entwickelt. Für gegebene Mikrowellenfrequenz  $\omega_{\text{mw}}$  und Rabifrequenz  $\Omega_R \propto B_{\text{mw}}$  erhält man als effektive Fallenfrequenz  $\omega_{\text{eff},i}$ ,  $i = 1, 2, 3$

$$\omega_{\text{eff},i} = \omega_i \left( 1 + \frac{\Omega_R^2}{\Delta_{\text{mw}}^2} \right)^{-1/4}, \quad (3.7)$$

wobei  $\Delta_{\text{mw}}$  die Verstimmung der Mikrowellenfrequenz bezüglich der Resonanzfrequenz am Fallenminimum ist. Folglich besteht gerade gegen Ende der Evaporation die Gefahr, dass zu hohe Mikrowellenleistungen  $\propto B_{\text{mw}}^2$  den Einschluß der Atome so weit erniedrigen, dass das evaporative Kühlen sehr ineffektiv wird. Sogar der vollständige Verlust des Einschusses ist möglich.

### Sympathetisches Kühlen

Bei dieser Kühlmethode wird das Gas durch die Wechselwirkung über elastische Stöße mit einem zweiten, kälteren Gas gekühlt. Realisiert wurde diese Kühlmethode zuerst mit gefangenen Ionen [101, 102], die durch andere, lasergekühlte Ionen oder Atome gekühlt wurden. Ihre erste Anwendung in Systemen neutraler Atome ermöglichte die Erzeugung eines Doppelkondensats aus Rb-Atomen in den beiden magnetischen Unterzuständen  $|2, 2\rangle$  und  $|1, -1\rangle$  [103],

wobei Atome im Zustand  $|1, -1\rangle$  durch Radiofrequenzstrahlung evaporativ gekühlt wurden. Wegen der unterschiedlichen Landé-Faktoren (siehe Gleichung (1.33)) der beiden Zustände konnten die Radiofrequenzen so gewählt werden, dass sie selektiv auf den Zustand  $|1, -1\rangle$  wirkten. In Experimenten mit zwei verschiedenen Elementen kann die selektive evaporative Kühlung dadurch erreicht werden, dass nicht Radiofrequenzübergänge zwischen Zeemanzuständen verwendet werden, sondern Übergänge zwischen Hyperfeinzuständen, die im Mikrowellenfrequenzbereich liegen [104]. Da die Hyperfeinaufspaltung unterschiedlicher Elemente im Allgemeinen sehr unterschiedlich ist, wird die selektive Evaporation eines Elementes und die beinahe verlustfreie Kühlung des zweiten Elementes möglich. Dies ist sehr wichtig für die reproduzierbare Kühlung kleiner Cs-Ensemble mit weniger als 100 Atomen, wie sie am Bonner BEC-Experiment langfristig geplant ist. Sympathetisches Kühlen ermöglichte auch die Erzeugung quantenentarteter Fermigase, für die aufgrund des Pauli-Prinzips die s-Wellenstreuung vollständig unterdrückt ist (vergleiche Abschnitt 1.1.3) und folglich evaporatives Kühlen bei tiefen Temperaturen nicht funktioniert [15, 16].

Aus der klassischen Thermodynamik ist bekannt, dass die Kühlung eines Körpers A durch einen Körper B bei tieferer Temperatur nur dann effizient funktioniert, solange die Wärmekapazität  $C_A$  von A deutlich kleiner ist als die Wärmekapazität  $C_B$  von B. Für atomare Gase in einer harmonischen Falle im klassischen Regime oberhalb des BEC-Phasenübergangs ist  $C = 3 k_B N$ , womit die obige Bedingung durch die Ungleichung  $N_A < N_B$  beschrieben wird. Wird das Gas B evaporativ gekühlt, so wird seine Wärmekapazität mit der Zeit immer kleiner und schließlich ist zu einem bestimmten Zeitpunkt  $C_A \sim C_B$ . Danach werden zwar weiterhin Atome aus dem Gas B verdampft, allerdings ohne nennenswerten Kühleffekt. Der thermische Kontakt erfolgt in Gasen über elastische Stöße. Je größer die Rate  $\Gamma_{el}$  dieser elastischen Stöße ist, desto schneller erfolgt die notwendige Thermalisierung. Die elastische Stoßrate pro Atom (hier Cs) ist gegeben durch

$$\Gamma_{el} = \langle \sigma v_r \rangle \int n_{Rb}(\vec{r}) n_{Cs}(\vec{r}) / N_{Cs} d^3r , \quad (3.8)$$

wobei  $\langle . \rangle$  thermische Mittelung bedeutet,  $v_r$  die Relativgeschwindigkeit ist und  $n_{Rb}(n_{Cs})$  die Rb-(Cs-)Dichte ist. Eine weitere Voraussetzung für effizientes sympathetisches Kühlen ist somit der räumliche Überlapp der Dichteverteilungen der beiden Atomwolken. In den gewählten Zuständen  $|2, 2\rangle$  für Rb und  $|4, 4\rangle$  für Cs ist das Fallenpotential beider Spezies identisch, der räumliche Überlapp wegen der identischen Dichteverteilungen also optimal. Allerdings sorgt die Schwerkraft mit ihrem linearen Potential dafür, dass das Minimum von Fallenpotential und Gravitationspotential in Abhängigkeit von der Masse der Atome in vertikaler Richtung gegenüber dem Minimum des reinen Fallenpotentials verschoben ist. Diese Verschiebung des Potentialminimums wird im Englischen als *gravitational sag* bezeichnet. Diese Verschiebung  $\Delta_{sag}$  ergibt sich für harmonische Fallenpotentiale aus der Bedingung  $\frac{\partial}{\partial z}(m g z + 1/2 m \omega_r^2 z^2) \stackrel{!}{=} 0$  mit  $\omega_r$  der Fallenfrequenz in vertikaler Richtung, die zu  $\Delta_{sag} = g/\omega_r^2$  führt. Für Rb und Cs ergibt sich daraus eine relative Verschiebung von etwa  $\Delta_{rel} = 3,6 \mu\text{m}$ . Die Stoßrate zwischen Rb- und Cs-Atomen ist proportional zu  $\int n_{Rb}(\vec{r}) n_{Cs}(\vec{r}) d^3r$  und durch die relative Verschiebung der Potentialminima wird die Stoßrate um den Faktor  $e^{-\Delta^2/(2 R_z^2)}$  reduziert, wobei  $R_z$  die rms-Summe der  $1/e$ -Radien der beiden Wolken ist,  $R_z = \sqrt{k_B(T_{Rb}/m_{Rb}\omega_{r,Rb}^2 - T_{Cs}/m_{Cs}\omega_{r,Cs}^2)}$

[105]. Dies bedeutet, dass bei Temperaturen von 700 nK, wie sie beim sympathetischen Kühlen erreicht werden (siehe Abschnitt 5.2.1) die Stoßrate nur um etwa 6% reduziert ist, was vernachlässigbar ist. Selbst nahe dem Phasenübergang bei Temperaturen von 150 nK beträgt die Verringerung der Effizienz nur 18%. Die doppelt polarisierten Zustände  $|f_g = 2, m_f = 2\rangle$  in Rb bzw.  $|f_g = 4, m_f = 4\rangle$  in Cs bieten zwei weitere Vorteile. Zum einen werden aus den gleichen Gründen wie den in Abschnitt 1.3.2 erläuterten inelastische Spin-Austauschstöße, die im Allgemeinen einen großen Ratenkoeffizienten besitzen, vollständig unterdrückt. Zum anderen besitzen die Atome beider Spezies in diesem Zustand ihr maximales magnetisches Moment von einem Bohrmagneton. Dies bedeutet maximalen magnetischen Einschluß, was die Bedingungen für das sympathetische Kühlen verbessert.

---

## 4. Experimenteller Aufbau

---

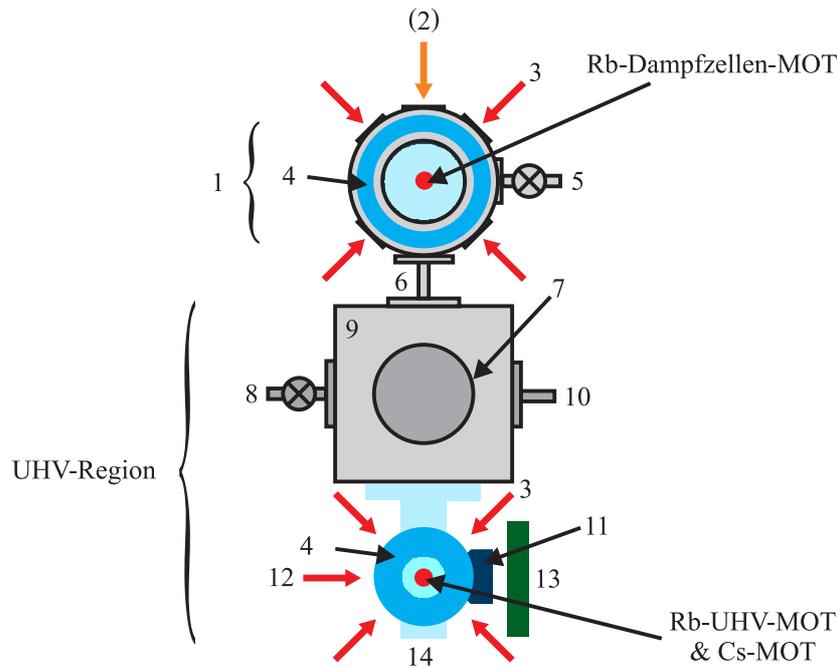
Wie in der Einleitung beschrieben, werden am Bonner BEC-Experiment ultrakalte Gemische von Rubidium-87 (Rb) und Cäsium-133 (Cs) untersucht. Dabei wird langfristig ein Regime angestrebt, in dem die Zahl der Rb-Atome sehr viel größer ist als die der Cs-Atome, und diese in ein Bose-Einstein Kondensat aus Rb-Atomen eingebettet werden. Die konzeptionelle Basis des Experiments ist ein Doppel-MOT-System zur Erzeugung von Kondensaten aus Rb-Atomen im Zustand  $|f = 2, m_f = 2\rangle$ .

Die Rb-Atome werden in einer so genannten Dampfzellen-MOT bei einem Gasdruck von etwa  $10^{-9}$  mbar aus dem Hintergrundgas gefangen. Eine Magnetfalle an gleicher Stelle zu realisieren ist nicht möglich, da Stöße der in der Magnetfalle gefangenen Atome mit den vergleichsweise heißen Atomen des Hintergrundgases zu starken Atomverlusten aus der Falle führen würden, mit dem Resultat einer Lebensdauer der Atome in der Falle in der Größenordnung von einer Sekunde. Evaporatives Kühlen in Magnetfallen findet jedoch auf einer Zeitskala von einigen Sekunden statt und wäre damit nicht möglich. Eine räumliche Trennung von Magnetfalle und Dampfzellen-MOT ermöglicht im Doppel-MOT-System die Realisierung einer Magnetfalle in einer Ultra-Hoch-Vakuum (UHV)-Umgebung mit Drücken im Bereich von  $10^{-10}$  bis  $10^{-11}$  mbar mit einer Lebensdauer der gefangenen Atome im Minutenbereich. Dazu werden die in der Rb-Dampfzellen-MOT gefangenen Rb-Atome mit Hilfe eines nahresonanten Laserstrahls (Transferstrahl) in den UHV-Teil der Apparatur transferiert und dort in einer zweiten MOT (Rb-UHV-MOT) gefangen [106, 107]. Aus dieser werden die Rb-Atome in eine Magnetfalle umgeladen; anschließend können die Rb-Atome durch evaporative Kühlung mit Mikrowellenstrahlung bis zur Bose-Einstein Kondensation gekühlt werden.

In den Experimente mit Rb-Cs-Mischungen wird zusätzlich zur Rb-UHV-MOT eine Cs-MOT betrieben, die der Rb-UHV-MOT räumlich überlagert ist. Da keine großen Cs-Atomzahlen angestrebt werden und Cs von Rb sympathetisch und damit praktisch verlustfrei gekühlt wird, wird die Cs-MOT als Dampfzellen-MOT betrieben. Dazu ist ein Cs-Reservoir an die UHV-Kammer angeflanscht und der Cs-Partialdruck kann durch ein Ventil, das sich zwischen dem Reservoir und der Vakuumkammer befindet, eingestellt werden. Nach dem Fangen der Atome in der jeweiligen MOT werden sie in dieselbe Magnetfalle überführt. Dort wird dann Rb evaporativ gekühlt, während Cs sympathetisch mitgekühlt wird.

### 4.1. Vakuumsystem

Das Vakuumsystem eines Experimentes zu ultrakalten Gasen muss - wie schon mehrfach erwähnt - eine UHV-Umgebung für die magnetische oder optische Falle zur Verfügung stellen,



**Abbildung 4.1.:** Schema des Vakuumsystems: 1 Oktagon, 2 Transferstrahl, 3 MOT-Strahlen, 4 Quadrupolspulen, 5 Rb-Reservoir inklusive Ventil, 6 differentielles Pumprohrchen, 7 NEG-Pumpe (die Turbopumpe befindet sich auf der abgewandten Seite), 8 Cs-Reservoir inklusive Ventil, 9 UHV-Rezipient, 10 Vakuummessröhre, 11 Ioffespule, 12 Lichtstrahl des optischen Pumpens, 13 Spule zur Erzeugung des Magnetfeldes für das optische Pumpen, 14 Glaszelle.

in der die Lebensdauer der gespeicherten Atome groß genug ist für das evaporative Kühlen. Zugleich müssen aber auch möglichst viele Atome gefangen werden, da eine hohe anfängliche elastische Stoßrate für die Effizienz des evaporativen Kühlens wichtig ist. [Abbildung 4.1](#) zeigt ein nicht maßstabsgerechtes Schema der im Bonner BEC-Experiment verwendeten Vakuumapparatur, die konzeptionell in zwei Teile zerfällt. Im oberen Teil, der aus einem Oktagon ([1](#) in [Abbildung 4.1](#)) und einem angeflanschten Rb-Reservoir ([5](#)) besteht, wird die Rb-Dampfzellen-MOT betrieben, die als Atomreservoir dient und möglichst viele Atome zur Verfügung stellen soll. In diesem Teil der Apparatur herrscht ein Druck von etwa  $10^{-9}$  mbar [[108](#)]. Der untere UHV-Teil besteht aus einem großen würfelförmigen Rezipienten ([9](#)), an den das Cs-Reservoir ([8](#)), die Vakuumpumpen ([7](#)), eine Vakuummessröhre ([10](#)) und eine Glaszelle ([14](#)) angeflanscht sind. In dieser Glaszelle, die einen guten optischen Zugang ermöglicht, sind die Rb-UHV-MOT, die Cs-MOT sowie die Magnetfalle lokalisiert. Hier werden auch die Experimente durchgeführt. Der Gesamtdruck wird mit einer Heißdrahtvakuummessröhre (Leybold Ionovac IE 514) gemessen, die bis zu einem Druck bis  $5 \times 10^{-12}$  mbar arbeitet. Bei geschlossenem Cs-Reservoir liegt der angezeigte Gesamtdruck bei  $(3-4) \times 10^{-11}$  mbar. Erreicht wird dieser Druck mit Hilfe einer Turbomolekular-Drage-Pumpe (Pfeiffer TMU 180 MP) und einer NEG-Pumpe (Nonevaporable Getter-Pump, Saes-Sorb-AC, SAES Getters Group). Die Turbomolekular-Drage-Pumpe (*Turbopumpe*) arbeitet mit einer Pumprate von 180 l/s und hat zur Minimierung mechanischer Vibrationen magnetische Lager. Die magnetischen Streufelder sind am Ort der Magnetfalle vernachlässigbar. Die Pumpleistung der Turbopumpe ist nicht

für alle Elemente gleich groß, insbesondere die leichtesten Elemente Helium und Wasserstoff können nur mit Hilfe der NEG-Pumpe effizient aus der Apparatur entfernt werden. Diese adsorbiert die Atome in den obersten Schichten einer Zr-V-Fe-Legierung. Für die genannten Elemente Helium und Wasserstoff beträgt die Pumpleistung 1400 l/s. Das Oktagon und der UHV-Rezipient sind durch ein so genanntes differentielles Pumpröhrchen (6) verbunden, das 8 mm lang ist und einen Innendurchmesser von 3 mm hat. Am Oktagon ist keine zusätzliche Pumpe angebracht. Es wird ausschließlich durch das differentielle Pumpröhrchen abgepumpt. Aufgrund des geringen Durchmessers und der relativ großen Länge des Röhrchens ist sein Gasleitwert sehr gering und damit auch die effektive Pumpleistung, mit der das Oktagon abgepumpt wird. Der Gleichgewichtsdruck von etwa  $10^{-9}$  mbar ergibt sich aus dem dynamischen Gleichgewicht der geringen effektiven Pumpleistung und dem Gasfluss aus dem Rb-Reservoir.

Das Cs-Reservoir kann mit Hilfe eines Drehventils graduell geöffnet werden, um den Cs-Partialdruck zu steuern und damit auch die Laderate der Cs-MOT zu steuern. In den ersten Experimenten mit Cs ist die Cs-MOT bei Drücken von bis zu  $10^{-9}$  mbar betrieben worden. Der Ausgangsdruck von  $(3 - 4) \times 10^{-11}$  mbar wird immer innerhalb von ein bis zwei Tagen wieder erreicht.

## 4.2. Lasersystem

Die Erzeugung von ultrakalten Gasen und ihre Detektion (siehe Abschnitt 4.6.2) erfordert die Verwendung von Laserlicht mit Frequenzen in der Nähe atomarer Resonanzen. Dabei ist es notwendig, diese Frequenzen auf Bruchteile der betreffenden atomaren Linienbreiten genau zu kontrollieren, die im MHz-Bereich liegen, siehe [57, 58]. Bei Frequenzen im optischen Bereich bedeutet dies eine relative Präzision von etwa  $10^{-8}$ , die sich nur durch aktive Stabilisierung der Frequenz des Laserlichts erreichen lässt. Zusätzlich muss auch die Linienbreite des Lasers deutlich geringer sein als die atomaren Linienbreiten. Alle im Experiment verwendeten Laser sind so genannte ECDL (Akronym für *external cavity diode laser*) mit einem Reflexionsgitter in Littrow-Konfiguration [109]. Aus Spektroskopien an den entsprechenden atomaren Gasen können Frequenzreferenzen und die elektrischen Signale zur Frequenzstabilisierung gewonnen werden, die auf das Reflexionsgitter zurückgeführt werden. Damit kann die Linienbreite des Lasers typischerweise auf etwa ein MHz reduziert werden, zusätzlich kann die Laserfrequenz über das Gitter spannungsgesteuert durchgestimmt werden.

Insgesamt werden sieben Laser für die Experimente mit Rb-Cs-Mischungen benötigt, vier für Rb und drei für Cs. Die Funktion der einzelnen Laser wird im Abschnitt 4.5 genau erläutert. Alle Rb-Laser werden mit der DAVLL-Technik stabilisiert [110, 111], die das Verstimmen der Frequenz um etwa  $\pm 200$  MHz um die atomare Resonanz herum erlaubt, allerdings um den Preis des Verlustes von Sub-Doppler-Frequenzauflösung. Aus diesem Grund existieren für alle Rb-Laser bis auf den Kühllaser jeweils eine (dopplerfreie) Sättigungsspektroskopie [112], die Frequenz des Rb-Kühllaserlichts wird durch die spektrale Analyse eines mit dem Referenzlaser (siehe unten) heterodyn erzeugten Schwebungssignals bestimmt, was eine permanente Frequenzüberwachung erlaubt. Die genaue technische Umsetzung und Messungen zur Frequenzstabilität sind in [113, 114] zu finden.

Der Cs-Kühlaser wird ebenfalls mit der DAVLL-Technik stabilisiert, der Rückpumplaser und der Referenzlaser hingegen mittels einer Polarisationspektroskopie [115, 116]. Zusätzlich existiert für jeden Cs-Laser eine Sättigungsspektroskopie zur Frequenzüberwachung. Die Frequenz des Cs-Kühlerlichts wird auf dieselbe Weise bestimmt wie beim Rb-Kühlaserlicht. Für jeden Rb- und Cs-Laser befindet sich - nahe am Laser - ein Faradayisolator im Strahl, der verhindert, dass von senkrecht im Strahlengang stehenden optischen Elementen wie Linsen oder Faserspitzen Licht zurück in den Laser reflektiert wird und durch diese unerwünschte Rückkopplung die Frequenz- und Leistungsstabilität beeinträchtigt wird. Das Licht aller Laser wird über polarisationserhaltende Single-Mode-Fasern ans Experiment geführt. Diese wirken als Modenfilter, da in ihnen nur TEM<sub>00</sub>-Moden propagieren können. Die damit am Experiment vorliegende transversale Intensitätsverteilung in den Laserstrahlen hat sich in Experimenten zur Laserkühlung als vorteilhaft für den Betrieb von MOTs erwiesen. Die Einkoppeleffizienz liegt zwischen 50% und 60%. Vor jeder Fasereinkopplung befindet sich ein mechanischer Schnellverschluss im Fokus eines 1:1-Telekops. Mit den verwendeten Schnellverschlüssen (Uniblitzz, Vincent Associates) lassen sich auf diese Weise Schaltzeiten zwischen 20  $\mu$ s und 40  $\mu$ s realisieren. Im folgenden werden listenartig alle verwendeten Laserquellen aufgeführt, wobei es sich in allen Fällen entweder um einen Eigenbau oder ein DL100-Paket der Toptica Photonics AG handelt<sup>1</sup>:

## Rubidium

**Kühlaser:** Der Kühlaser erzeugt Licht mit einer Frequenz nahe der Resonanzfrequenz des Kühlüberganges  $f_g = 2 \rightarrow f_e = 3$  der Rb-D<sub>2</sub>-Linie. Das Termschema ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Da für Rb zwei MOTs betrieben werden, wird das System TA100 von Toptica verwendet, das aus einem ECDL (Master) und einem trapezförmigen Verstärkerchip (Slave) besteht und rund 600 mW Lichtleistung liefert. In Abhängigkeit von der transversalen Modenqualität, die der verwendete Verstärkerchip liefert, werden Fasereinkoppeleffizienzen zwischen 40% und 50% erreicht, typischerweise stehen für beide MOTs je 120 mW zur Verfügung.

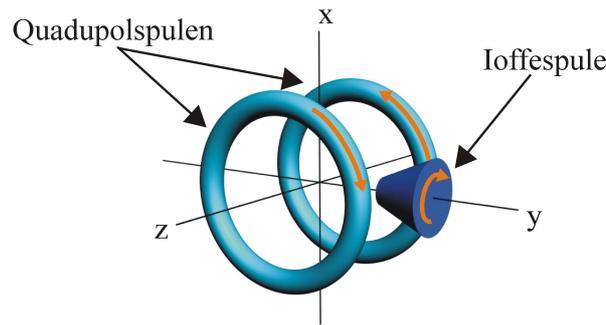
**Rückpumplaser:** Der Rückpumplaser liefert Licht mit einer Frequenz identisch der Resonanzfrequenz des Überganges  $f_g = 1 \rightarrow f_e = 2$ . Für die Damp fzellen-MOT stehen 3 mW und für die UHV-MOT 2 mW Lichtleistung zur Verfügung.

**Transferlaser:** Die Frequenz des Transferlaserlichts liegt zwischen 60 MHz und 70 MHz unterhalb der Resonanzfrequenz des Kühlübergangs, am Experiment stehen bis zu 0,9 mW zur Verfügung.

**Referenzlaser:** Der Referenzlaser arbeitet exakt bei der Resonanzfrequenz des Rb-Kühlübergangs. Ein Teil der Lichtleistung dient der Bestimmung der Frequenz des Rb-Kühlasers über das heterodyn erzeugte Schwebungssignal, der Hauptteil wird für das Abbildungssystem verwendet (siehe Abschnitt 4.6.2). Am Experiment stehen 200  $\mu$ W zur Verfügung. Wegen der benötigten sehr kurzen Belichtungszeiten von 200  $\mu$ s wird ein

---

<sup>1</sup>Genauere technische Details finden sich in der Dissertation [113].



**Abbildung 4.2.:** Spulengeometrie der QUIC-Falle zusammen mit den im Text verwendeten Koordinatenachsen. Die Pfeile deuten die Stromflussrichtung an.

AOM (Akronym für akustooptischer Modulator) zum Modulieren der Lichtintensität verwendet - sozusagen als schneller Schalter.

## Cäsium

**Kühlaser:** Der Kühlaser erzeugt Licht mit Frequenzen nahe der Resonanzfrequenz des Kühlüberganges  $f_g = 4 \rightarrow f_e = 5$  der Cs-D<sub>2</sub>-Linie, siehe Termschema in Abbildung 4.7. Die zur Verfügung stehende Lichtleistung beträgt etwa 45 mW.

**Rückpumpaser:** Die Frequenz des Rückpumpaserlichts ist identisch mit der Resonanzfrequenz des Übergangs  $f_g = 3 \rightarrow f_e = 4$ ; die zur Verfügung stehende Lichtleistung beträgt 6 mW.

**Referenzlaser:** Der Referenzlaser arbeitet exakt bei der Resonanzfrequenz des Cs-Kühlübergangs. Ein Teil der Lichtleistung dient der Bestimmung der Frequenz des Cs-Kühlasers über das heterodyn erzeugte Schwebungssignal, der Hauptteil wird für das Abbildungssystem verwendet (siehe Abschnitt 4.6.2), am Experiment stehen  $300 \mu\text{W}$  zur Verfügung. Auch hier wird wegen der kurzen belichtungszeiten von ebenfalls  $200 \mu\text{s}$  ein AOM eingesetzt.

## 4.3. Magnetfalle

Die folgenden Abschnitte enthalten die Beschreibung des Magnetfallentyps, der am Bonner BEC-Experiment verwendet wird, sowie eine Erläuterung des Designs und der wichtigsten Fallenparameter.

### 4.3.1. QUIC-Falle

Es existieren verschiedene Typen von Magnetfallen (siehe Abschnitt 3.2), die ein von Null verschiedenes Magnetfeldminimum besitzen. Der verbreitetste Typ ist die Ioffe-Pritchard-Falle,

die 1983 von Pritchard entwickelt wurde [117]. Sie ist durch ein nahe dem Potentialminimum harmonisches Potential mit einer radialen Fallenfrequenz  $\omega_r$ , die groß ist gegen die axiale Fallenfrequenz  $\omega_a$ , sowie einem von Null verschiedenen Offsetfeld  $B_0$  im Fallenminimum gekennzeichnet:

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2} m (\omega_r^2 (x^2 + z^2) + \omega_a^2 y^2) + \mu B_0 . \quad (4.1)$$

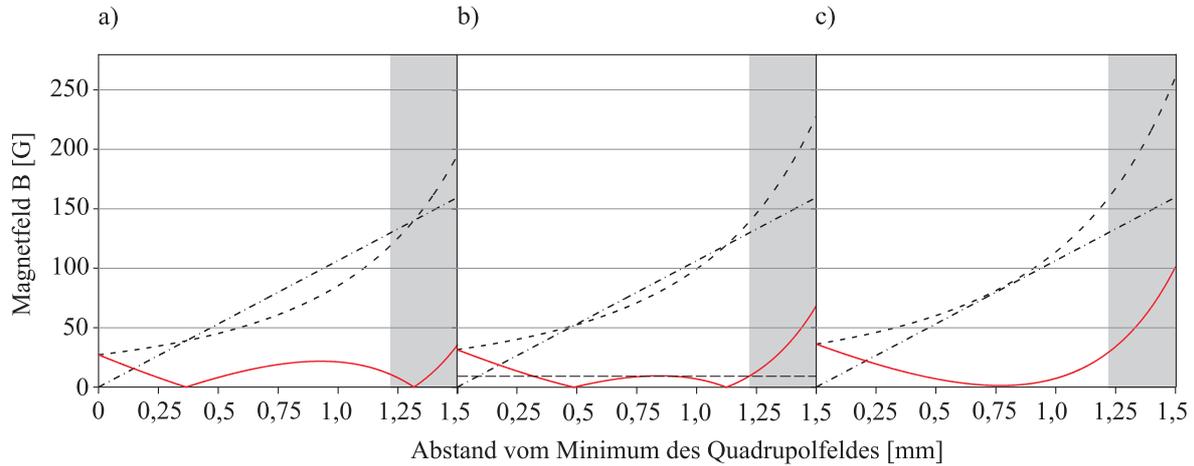
In dieser Gleichung ist  $m$  die Masse der Atome und  $\mu$  das magnetische Moment der Atome. Die wichtigsten Realisierungen der Ioffe-Pritchard-Falle sind die Cloverleaf-Falle [118], die Baseball-Falle [103] und die QUIC-Falle [119], die im Bonner BEC-Experiment verwendet wird. Wie in Abbildung 4.2 dargestellt, besteht eine QUIC-Falle (*QUadrupole and Ioffe Configuration*) aus zwei identischen Spulen in Anti-Helmholtz-Konfiguration, die ein sphärisches Quadrupolfeld erzeugen, und einer Ioffespule, die das Quadrupolfeld in eine Feldgeometrie vom Typ der Ioffe-Pritchard-Falle verwandelt. Das Quadrupolfeld der Magnetfalle wird vom gleichen Spulenpaar erzeugt, das auch das Quadrupolfeld der MOT erzeugt. Wie in Abschnitt 3.2 erwähnt, können Atome in einem sphärischen Quadrupolfeld gefangen werden. Daraus ergibt sich die wichtige Eigenschaft der QUIC-Falle, dass die Atome zuerst in der Quadrupolfalle gefangen werden und anschließend durch Hochfahren des Stroms durch die Ioffespule in die QUIC-Falle transferiert werden. Es besteht also allein durch der Konstruktion ein recht guter Überlapp von MOT und Magnetfalle beim Umladen der Atome in die Quadrupolfalle. Das Quadrupolfeld ist nahe der Magnetfeldnull durch

$$\vec{B}_Q(\vec{r}) = \zeta (x \vec{e}_x + y \vec{e}_y - 2z \vec{e}_z) \quad (4.2)$$

gegeben, wobei  $\zeta$  der Gradient des Quadrupolfeldes ist. Die Koordinatenachsen sind gemäß Abbildung 4.2 benannt. Das Feld der gemäß Abbildung 4.2 orientierten Ioffespule kann im Fernfeld sehr gut durch ein Dipolfeld genähert werden:

$$\vec{B}_I(\vec{r}' = \vec{r} - y_1 \vec{e}_y) = \frac{3p y' \vec{r}' - p r'^2 \vec{e}_y}{r'^5} , \quad (4.3)$$

wobei  $y_1$  der Ursprung des Ioffefeldes ist und  $p$  das Dipolmoment der Ioffespule. Die Orientierung des Ioffefeldes wird so gewählt, dass es dem Quadrupolgradienten entgegengerichtet ist. Damit erhöht es den Gradienten entlang der x-Achse und schwächt ihn entlang der z-Achse ab. Für den Einschluß der Atome in y-Richtung sorgt die Krümmung des Ioffefeldes, die proportional zu  $I_1/R^3$ , wobei  $I_1$  der Strom durch die Ioffespule ist und  $R$  der Radius der Ioffespule [119]. Im Minimum des QUIC-Fallenpotentials heben sich Quadrupol- und Ioffefeld beinahe auf. Auf diese Weise entsteht das von Null verschiedene Offsetfeld  $B_0$  im Fallenminimum. Daraus ergibt sich die Möglichkeit, durch ein geeignetes Design alle drei Spulen beim gleichen Strom zu betreiben, so dass die Spulen in Serie geschaltet und von einer gemeinsamen Stromquelle betrieben werden können. Diese Beschaltung hat den Vorteil, dass die Fluktuationen der Magnetfelder der Spulen aufgrund des nicht zu vermeidenden Stromrauschens der Quelle perfekt korreliert sind und sich damit am Ort des Minimums im gleichen Maß kompensieren wie die statischen Magnetfelder. In Abbildung 4.3 ist eine Darstellung des Magnetfeldes der QUIC-Falle für drei verschiedene Ioffeströme bei festem Quadrupolstrom zu sehen. Beim Anschalten des Ioffestroms entsteht ein zweites Minimum, das sich mit höher werdendem Ioffestrom dem ersten Minimum annähert, bis sie schließlich zu einem Minimum verschmelzen,



**Abbildung 4.3.:** Darstellung des Betrages des Magnetfeldes entlang der Symmetrieachse der Ioffespule, berechnet für eine festen Quadrupolstrom von 16,9 A und drei verschiedene Ioffeströme von (a) 75% , (b) 87,5% und c) 100% des Quadrupolstromes. Die graue Fläche deutet die Glaszelle an. Dargestellt sind in Schwarz das Quadrupolfeld (— · — ·), das Ioffefeld (- - - , multipliziert mit  $-1$ ) und in Rot (—) der Betrag des aus der Summe von Quadrupol- und Ioffefeld resultierenden QUIC-Feldes. Wenn der Betrag des resultierenden QUIC-Magnetfeldes an der Glaszellenwand gleich der Höhe der Schwelle zwischen den beiden Minima ist, dann ist die minimale Fallentiefe während des Transfers der Atome aus der Quadrupol- in die QUIC-Falle erreicht.

das ein von Null verschiedenes Offsetfeld  $B_0$  besitzt. Das Fallenzentrum der QUIC-Falle ist gegenüber dem Minimum der Quadrupolfalle zur Ioffespule hin verschoben. Entsprechend erfolgt im Experiment der Transfer der Atome in die QUIC-Falle durch Erhöhung des Stromes durch die Ioffespule. Unter Ausnutzung der Relationen  $dB_{Q,y}/dy = -dB_{I,y}/dy$  und  $\vec{\nabla} \times \vec{B}_I = 0$  sowie der Symmetrien der Spulengeometrie kann man die Fallenfrequenzen folgendermaßen durch die Spulenparameter Gradient  $\zeta$  und Dipolmoment  $p$  ausdrücken:

$$\omega_a = \frac{2}{6^{1/8}} \sqrt{\frac{\mu \zeta^{5/4}}{m p^{1/4}}} \quad (4.4)$$

$$\omega_r = \frac{3}{2} \zeta \sqrt{\frac{\mu}{m B_0}} .$$

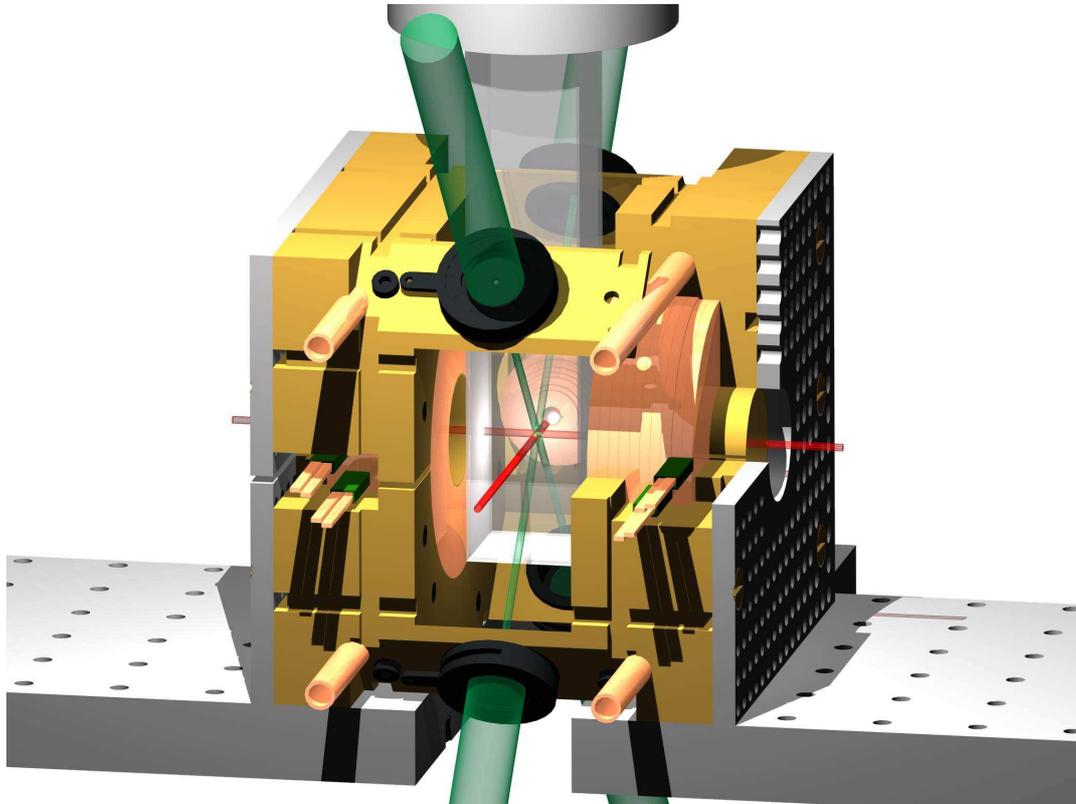
### 4.3.2. Magnetfallendesign

Im Rahmen dieser Arbeit ist ein neues Magnetspulensystem entworfen worden, da das alte Spulensystem Schwächen besaß, die zu extrem langen Evaporationszeiten von etwa zwei Minuten führten [113]. Zugleich soll es optischen Zugang für einen fokussierten Laserstrahl bieten, mit dem eine optische Falle für ultrakalte Rb-Cs-Gemische realisiert werden wird (siehe Abbildung 4.4). In dieser werden in der Zukunft die Experimente mit den Rb-Cs-Gemischen stattfinden (siehe Ausblick). Im neuen Spulensystem ist - im Gegensatz zum alten - die Ioffespule nicht um einen massiven Metallzylinder herumgewickelt, sondern freitragend auf einen Kühlkörper aufgeklebt, besitzt also ein Loch, siehe auch Abbildung 4.5. Der Innen-

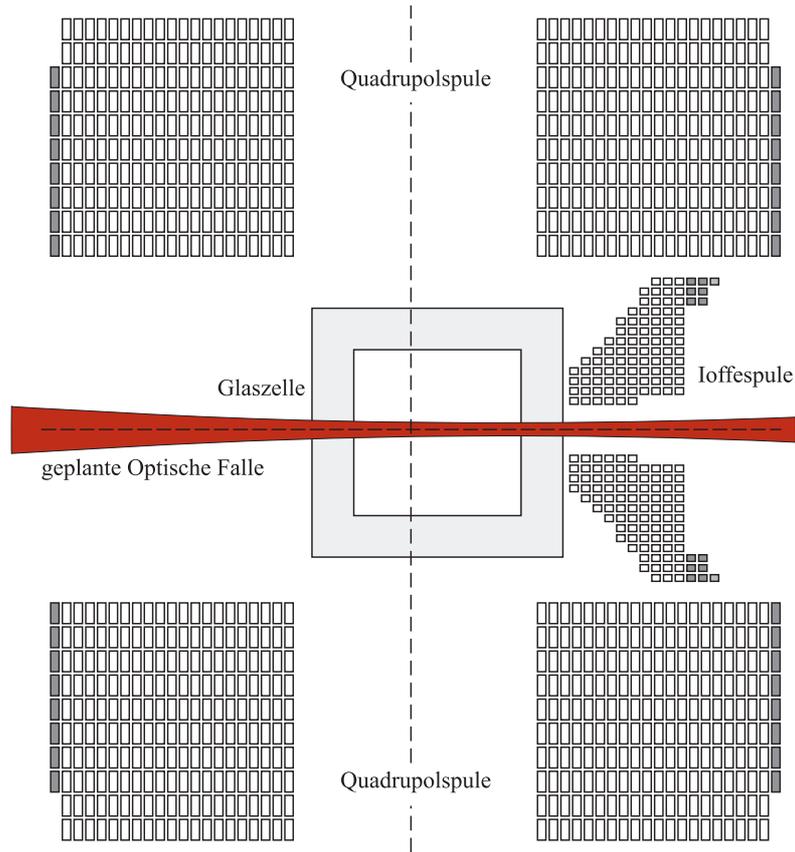
durchmesser dieses Lochs beträgt 4 mm. Dies wurde dadurch möglich, dass alle Spulen bei der Firma Oswald Elektromotoren GmbH in Auftrag gegeben wurden. Dort können unter Verwendung eines Klebers mit guter Wärmeleitfähigkeit freitragende Spulen gewickelt werden. Nach der Aushärtung werden die Spulen in die vorgefertigten Halterungen eingesetzt, wobei ein Zwei-Komponenten-Epoxydharz (STYCAST 2850FT3, Catalyst 9) mit ebenfalls hoher Wärmeleitfähigkeit verwendet wird.

Das Hauptproblem des alten Spulensystems bestand darin, dass während des Transfers der Atome aus der Quadrupol- in die QUIC-Falle etwa 80% der Atome verloren wurden, weil sie wegen einer zu geringen Falltiefe während des Transfers mit der Wand der Glaszelle kollidierten. Mit dem neuen Spulensystem ist die minimale Falltiefe während des Transfers (siehe Abbildung 4.3) mit  $k_B \times 1,1$  mK etwa vier Mal so groß wie die mit dem alten Spulensystem erreichte minimale Falltiefe. Als Folge davon treten nun beim Transfer der Atome keine messbaren Atomverluste mehr auf.

Ein weiteres Problem des alten Spulensystems bestand darin, dass anfangs nicht wie berechnet ein von Null verschiedenes Offsetfeld  $B_0$  im Fallenminimum zur Verfügung stand. Dies ist im QUIC-System sehr kritisch, da sich im Fallenminimum die Felder der Quadrupolspulen und der Ioffespule - die jeweils in der Größenordnung von 100 G liegen - bis auf ein Offsetfeld von  $B_0 \approx 1$  G aufheben sollen. Das erfordert eine sehr hohe Genauigkeit bezüglich der einzelnen Magnetfelder und eine Positioniergenauigkeit der Spulen relativ zueinander von etwa 0,1 mm. Aus diesem Grund wurden zusätzlich zu den Quadrupolspulen und der Ioffespule drei separate Korrekturspulen mit in das Spulensystem integriert, die einzeln in Serie mit den Hauptspulen geschaltet werden können. Davon ist eine als zusätzliches Quadrupolspulenpaar eingebaut und zwei weitere sind zusätzliche Ioffespulen. Dabei sind die Korrekturspulen so geplant, dass sie Änderungen des Offsetfeldes von etwa  $\pm 1$  G,  $\pm 3$  G und  $\pm 6$  G erlauben, um damit insgesamt das Offsetfeld in Intervallen von 1 G um bis zu 10 G ändern zu können. Da die radiale Fallenfrequenz proportional zu  $B_0^{-1/2}$  ist, ist ein möglichst kleines Offsetfeld von etwa 1 G erstrebenswert; ein deutlich kleineres Offsetfeld könnte leicht zu Problemen durch äußere, und womöglich zeitlich veränderliche, Magnetfelder führen, deren Abschirmung oder Kompensation sehr schwierig sein kann. Da auch die Felder der Korrekturspulen fehlerbehaftet sind, wurde die optimale Spulenkonfiguration dadurch empirisch ermittelt, dass für verschiedene Konfigurationen der Korrekturspulen das magnetische Offsetfeld gemessen wurde. Dazu wird die Mikrowellenfrequenz beim evaporativen Kühlen solange erniedrigt, bis alle Atome aus der Falle entfernt wurden. Aus der Endfrequenz kann das Offsetfeld berechnet werden.



**Abbildung 4.4.:** Auf einer CAD-Zeichnung beruhende maßstabsgetreue Darstellung des neuen Spulensystems, inklusive Glazelle und einer 3 cm starken Aluminiumplatte. Auf dieser Platte ist das Spulensystem fest verschraubt, zusätzlich ist das gesamte Abbildungssystem fest mit dieser Platte verbunden. Zwischen Spulenhalter und der Platte befindet sich eine dünne Matte zu elektrischen Isolierung. Der Spulenhalter selbst besteht aus Messing, links und rechts der Glazelle befinden sich die beiden Quadrupolspulen, die Ioffespule ist im Bildhintergrund durch die Glazelle hindurch zu erkennen. Der rote, auf den Betrachter zulaufende Strahl markiert die Achse der Ioffespule und damit gleichzeitig die Strahllage des zukünftigen Dipolfallenlasers. Die grünen Strahlen stellen die diagonal verlaufenden MOT-Strahlen dar. Die Blenden, auf die die MOT-Strahlen justiert werden, sind geometrisch auf das Magnetfeldminimum des Quadrupolfeldes ausgerichtet; dort kreuzen sich die vier Strahlen. Zusätzlich sind an den Seitenwänden Aluminiumplatten angeschraubt, die mit einem Raster von Gewindelöchern versehen sind, die eine hohe Flexibilität bei der späteren Befestigung weiterer Bauteile bieten. Alle Spulen werden indirekt mit 17 °C kaltem Kühlwasser gekühlt, dass im Fall der Quadrupolspulen durch Kupferrohre in der Form eines „U“ um die Spulen geführt wird und im Falle der Ioffespule einen Kühlkörper durchströmt, auf den die Ioffespule aufgeklebt wurde. Die Leistungsaufnahme des Spulensystems beträgt etwa 300 W. Das Bild wurde zur Verfügung gestellt von R. Langen, Leiter der Feinmechanik-Werkstatt am Institut für Angewandte Physik der Universität Bonn.

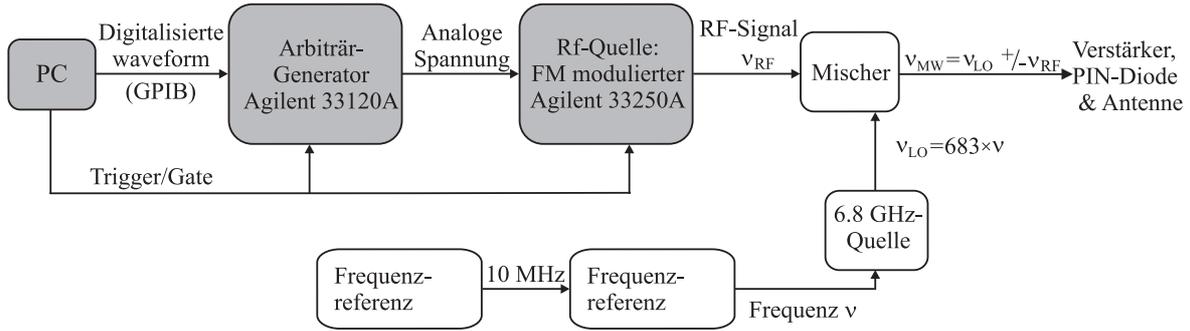


**Abbildung 4.5.:** Schematische Darstellung der Wicklungsgeometrie des Spulensystems. Man sieht einen horizontalen Schnitt durch das Spulensystem, in dessen Ebene die Symmetrieachse der Ioffespule liegt. Ebenfalls dargestellt wird die Glaszelle. Die Korrekturspulen sind dunkel- bzw. hellgrau hervorgehoben. Zusätzlich wird die für die Zukunft geplante, mit einem fokussierten Laserstrahl realisierte optische Falle angedeutet.

In der schlussendlich in den Experimenten verwendeten Konfiguration werden sowohl das zusätzliche Quadrupolspulenpaar als auch eine der zusätzlichen Ioffespulen eingesetzt, um ein endliches Offsetfeld von  $B_0 = (1,18 \pm 0,02) \text{ G}$  zu erhalten. Die durch die Korrekturspulen erzielte Offsetfeldkorrektur beträgt etwa  $-2 \text{ G}$ .

Die Quadrupolspulen bestehen jeweils aus 200 Windungen Kupferlackdraht mit rechteckigem Querschnitt der Dimensionen  $(2,5 \times 1) \text{ mm}$  (ohne den Schutzlack), der Innenradius beträgt  $14,9 \text{ mm}$ . Der rechteckige Querschnitt verhindert die Entstehung von Hohlräumen, was die Wärmeableitung verbessert. Die Quadrupolkorrekturspulen bestehen aus einer zusätzlichen, außen um die Quadrupolspulen gewickelten und aus acht Windungen aufgebauten Lage desselben Kupferdrahtes. Die geplante Offsetfeldänderung beträgt etwa  $\pm 3 \text{ G}$ .

Die Ioffespule besteht aus insgesamt 102 Windungen, der Draht hat die Dimensionen  $(1,2 \times 0,8) \text{ mm}$ . Der Innenradius beträgt  $3,1 \text{ mm}$ . Die Ioffekorrekturspulen bestehen aus sechs beziehungsweise einer Windung desselben Drahtes und erzeugen gerechnete Änderungen des Offsetfeldes von  $\pm 6 \text{ G}$  beziehungsweise  $\pm 1 \text{ G}$ . Abbildung 4.5 zeigt, wie die Spulen gewickelt sind. Zur Bestimmung der Fallenfrequenzen sind die Magnetfelder vermessen worden, um dann per Fit aus den Daten die Gradienten der Quadrupolspulen und die Dipolmomente der



**Abbildung 4.6.:** Schema des Mikrowellenaufbaus. Die grau gefärbten Elemente sind mit dem früher verwendeten Radiofrequenzaufbau identisch.

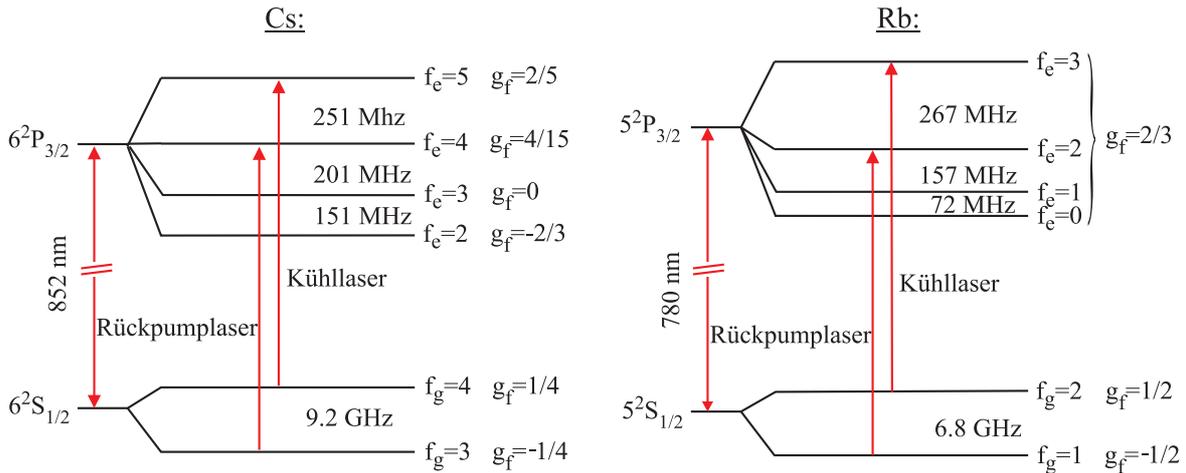
Ioffespulen zu bestimmen. Das Dipolmoment von Ioffespule und der verwendeten Ioffekorrekturspule beträgt pro Ampère  $p/I = (27,36 \pm 0,07) \text{ G cm}^3 \text{ A}^{-1}$ , der Gradient der Quadrupolspule und der Quadrupolkorrekturspule beträgt pro Ampère  $\zeta/I = (6,37 \pm 0,02) \text{ G (cmA)}^{-1}$ . Daraus ergeben sich gemäß Gleichung (4.4) die Fallenfrequenzen für Rb bei einem Strom von  $I = 16,9 \text{ A}$

$$\begin{aligned}\omega_r &= 2\pi \times (190 \pm 2) \frac{1}{\text{s}} \\ \omega_a &= 2\pi \times (18 \pm 1) \frac{1}{\text{s}} .\end{aligned}\tag{4.5}$$

Das alte Spulensystem wurde mit einem Strom von  $25,6 \text{ A}$  betrieben, die Fallenfrequenzen betragen  $\omega_a = 2\pi \times 21 \frac{1}{\text{s}}$  und  $\omega_r = 2\pi \times 272 \frac{1}{\text{s}}$ .

#### 4.4. Mikrowellenaufbau

Der am Bonner BEC-Experiment verwendete Aufbau zum evaporativen Kühlen mit Mikrowellenstrahlung basiert auf dem früher verwendeten Radiofrequenzaufbau, der in [113] detailliert beschrieben wird. Abbildung 4.6 zeigt schematisch den Aufbau, wie er aktuell realisiert ist. Die grau gefärbten Bauteile entstammen dem Radiofrequenz-Aufbau. Das programmierbare Radiofrequenzsignal mit Frequenzen zwischen  $1 \text{ MHz}$  und  $80 \text{ MHz}$  dient jetzt nicht direkt zum evaporativen Kühlen sondern als Modulationssignal, mit dem das Ausgangssignal einer Mikrowellenquelle moduliert wird. Diese Quelle (im folgenden als lokaler Oszillator bezeichnet) ist als phasenstabiler Koaxialresonator mit hohem Q-Wert von Miteq, Modell BCO-010-06830-05, mit einer FWHM-Breite des Ausgangssignals von  $100 \text{ Hz}$  realisiert. Der lokale Oszillator wird auf einen Frequenzstandard phasenstabilisiert, dessen Frequenz  $\nu$  im Bereich von  $10 \text{ MHz}$  liegen muss, und liefert dann eine Frequenz  $\nu_{\text{LO}} = 683 \times \nu$ . Als Frequenzreferenz dient entweder direkt ein Rubidiumfrequenzstandard von Stanford Research Systems, Modell PRS10, der ein Ausgangssignal der Leistung  $+10 \text{ dBm}$  bei  $10 \text{ MHz}$  liefert, oder es wird - wie in der Abbildung angedeutet - ein Frequenzgenerator zwischengeschaltet, der seinerseits auf den Rubidiumfrequenzstandard stabilisiert ist. Damit ist die Eingangsfrequenz  $\nu$  des lokalen Oszillators im Bereich einiger Kilohertz um  $10 \text{ MHz}$  herum einstellbar, ohne dass



**Abbildung 4.7.:** Vereinfachte Termschemata von Cs (links) und Rb (rechts). Eingezeichnet sind jeweils die Kühl- und Rückpumpübergänge.

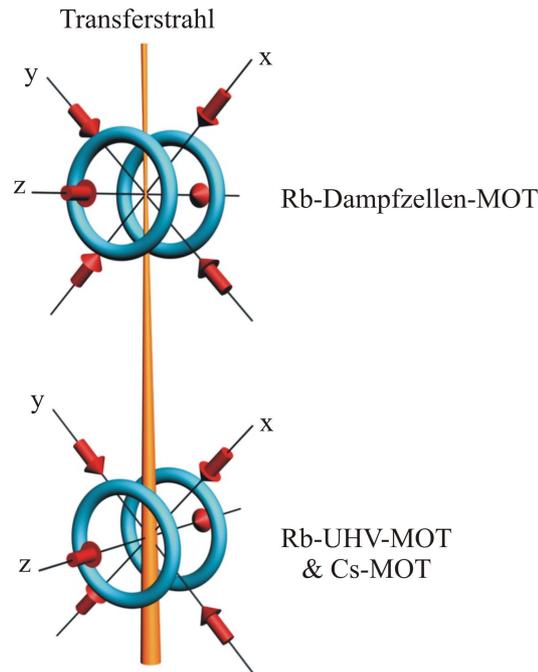
die Eigenschaften des lokalen Oszillators beeinflusst werden. Somit ist auch die Ausgangsfrequenz  $\nu_{LO}$  in gewissen Grenzen einstellbar. Das Ausgangssignal des lokalen Oszillators und das RF-Signal werden mit einem gewöhnlichen Mischer gemischt, das obere Seitenband wird zur energieselektiven Evaporation der Rb-Atome benutzt (siehe Abschnitt 3.2.2). Das Signal des Mixers wird von einem Vorverstärker von Miteq, Modell AMF-3B-040090-25P, und einem Leistungsverstärker von Kuhne, Modell KU684XL, auf typischerweise 8 W verstärkt. Zusätzlich wird ein spannungsgesteuerter analoger PIN-Dioden-Abschwächer von Miteq (Modell MPAT-64072-60-20-1F/1F) verwendet, der eine Abschwächung zwischen 10 dB und 60 dB erlaubt. Am Ende der Evaporation wird damit die Mikrowellenleistung erniedrigt, um eine Verringerung der Fallenfrequenzen durch eine zu hohe Mikrowellenleistung zu vermeiden (siehe dazu Abschnitt 3.2.3).

## 4.5. Experimenteller Zyklus

Der folgende Abschnitt enthält eine ausführliche Beschreibung der einzelnen Schritte der Erzeugung ultrakalter Rb-Cs-Gemische bis zum letzten Schritt, dem Kühlen des Gemisches in der QUIC-Falle. Dieser wird im Kapitel 5 beschrieben und diskutiert. Weitergehende technische Einzelheiten sind in [113] zu finden.

### 4.5.1. Ladephase der Rb-Cs-MOT

Eine MOT beruht auf der Streuung nahresonanten Laserlichts. Da der Impulsübertrag je Photon sehr niedrig ist, müssen pro Atom sehr viele Photonen gestreut werden. Daher wird ein geschlossener atomarer Übergang benötigt. Das in den beiden Rb-MOTs verwendete Kühllicht regt die Rb-Atome auf dem so genannten Kühlübergang  $f_g = 2 \rightarrow f_e = 3$  an, siehe Abbildung 4.7. Aufgrund nicht-resonanter Anregung des  $f_e = 2$ -Niveaus und anschliessendem spontanem Zerfall in das  $f_g = 1$ -Niveau muss zusätzlich so genanntes Rückpumplicht auf dem Übergang  $f_g = 1 \rightarrow f_e = 2$  (siehe Beschreibung des Lasersystems in Abschnitt 4.2) einge-



**Abbildung 4.8.:** Nichtmaßstabgerechte Darstellung der Anordnung des Doppel-MOT-Systems. Die Rb-Atome werden von einem nahresonanten Laser - dem Transferstrahl - von der oberen Dampfzellen-MOT durch Strahlungsdruck in die UHV-MOT transferiert.

strahlt werden. Damit ergibt sich ein geschlossener Kühlzyklus, der die Streuung vieler Photonen erlaubt. Abbildung 4.8 zeigt die Anordnung der beiden Rb-MOTs. In beiden Fällen ist das Rückpumplicht nur im z-Strahl dem Kühllicht überlagert, um die Anwesenheit von Rückpumplicht beim Transfer der Rb-Atome von der Rb-Dampfzellen-MOT in die Rb-UHV-MOT zu vermeiden. Die Rb-Dampfzellen-MOT lädt die Rb-Atome bei einem Rb-Partialdruck von  $p_{\text{Rb}} \simeq 8 \times 10^{-8}$  mbar [108] und ist aus Gründen der Einfachheit eine so genannte Drei-Strahl-MOT, d.h. die rücklaufenden Strahlen werden durch Retroreflektion erzeugt. Die Ladezeit der Rb-Dampfzellen-MOT beträgt weniger als 1 s, die Gleichgewichtsatomzahl liegt bei etwa  $2 \times 10^9$  Atomen. Ein in die Dampfzellen-MOT fokussierter Laserstrahl (im folgenden Transferstrahl genannt, siehe auch Abbildung 4.8) beschleunigt die Atome mittels Strahlungsdruck in Richtung der UHV-MOT [120], die im Gegensatz zur Dampfzellen-MOT eine Sechs-Strahl-MOT ist. Die Verstimmung der Frequenz des Transferstrahllichtes gegenüber der Resonanzfrequenz des Kühlübergangs ist experimentell auf eine maximale Gleichgewichtsatomzahl der UHV-MOT hin optimiert worden und liegt zwischen  $-60$  MHz und  $-70$  MHz. Dies ist eine ungewöhnlich große Verstimmung, und der Grund dafür ist unklar. Im Fokus beträgt der Strahlradius etwa  $200 \mu\text{m}$ , am Ort der UHV-MOT etwa  $6$  mm. Bei einer Leistung von etwa  $900 \mu\text{W}$  entspricht dies einem Sättigungsparameter von  $s \simeq 1,2$  am Ort der Dampfzellen-MOT und  $s \simeq 1,2 \times 10^{-3}$  am Ort der UHV-MOT. Damit ist sichergestellt, dass der Einfluß des Transferstrahls auf die UHV-MOT vernachlässigbar ist. Auf dem Weg zur UHV-MOT gibt es kein Rückpumplicht, so dass die Atome sehr schnell in den  $f_g = 1$  Zustand gepumpt werden, somit nicht mehr mit Kühllicht oder dem Transferstrahllicht wechselwirken und le-

diglich im Schwerfeld der Erde beschleunigt werden. Die Ladezeit der Rb-UHV-MOT beträgt etwa 20s, ihre Gleichgewichtsatomzahl liegt typischerweise zwischen  $(4 \text{ und } 5) \times 10^8$  Atomen bei einer Temperatur von etwa  $100 \mu\text{K}$ . Die Betriebsparameter der beiden Rb-MOTs werden in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Die Cs-MOT ist der Rb-UHV-MOT räumlich überlagert, es wird für beide MOTs dasselbe Spulensystem verwendet. Die für die Realisierung der Cs-MOT notwendigen Strahlen sind den Rb-MOT-Strahlen mittels eines dichroitischen Spiegels überlagert. Dieser dichroitische Spiegel ist für Licht der Wellenlänge  $\simeq 852 \text{ nm}$  (Cs) durchlässig, reflektiert aber Licht der Wellenlänge  $\simeq 780 \text{ nm}$  (Rb). Die restlichen Bestandteile der Rb-MOT-Optik, d.h. Spiegel sowie polarisierende Strahlteilerwürfel und Verzögerungsplatten, die der Erzeugung und Aufteilung der sechs MOT-Strahlen dienen, sind so beschichtet, dass sie für beide Wellenlängen gleichermaßen funktionieren. Auch darin unterscheidet sich der Aufbau von den allermeisten Experimenten mit zwei Spezies, die getrennte optische Aufbauten für die beiden MOTs verwenden. Dies macht den optischen Aufbau sehr kompakt. Um jedoch die Möglichkeit zu haben, die Rb-UHV-MOT und die Cs-MOT bezüglich ihrer Position und Gleichgewichtsatomzahl unabhängig zu optimieren, werden spezielle  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatten hoher Ordnung (LENS-Optics GmbH) eingesetzt, die die gewünschte effektive Verzögerung von  $\lambda/2$  für nur eine der beiden Wellenlängen liefern, während die andere Wellenlänge eine effektive Verzögerung von  $\lambda$  erfährt. Der Einbau von fünf Verzögerungsplatten, die als  $\lambda/2$ -Verzögerungsplatten für  $852 \text{ nm}$  wirken, erlaubt nun eine weitgehend unabhängige Optimierung der beiden MOTs. Der Cs-Kühlaser regt die Cs-Atome auf dem Kühlübergang  $f_g = 4 \rightarrow f_e = 5$  an, die Frequenz des Cs-Rückpumpplaserlichts ist resonant mit dem Übergang  $f_g = 3 \rightarrow f_e = 4$ , um den Kühlzyklus zu schließen, siehe Abbildung 4.7.

Da keine großen Cs-Atomzahlen angestrebt werden, wird, um die experimentelle Komplexität zu minimieren, für Cs auf ein Doppel-MOT-System verzichtet. Stattdessen wird die Cs-MOT als Dampfzellen-MOT betrieben. Dazu ist im UHV-Bereich des Vakuumsystems ein Cs-Reservoir (siehe Abbildung 4.1) installiert worden, das über ein Drehventil die Einstellung des Cs-Partialdrucks in der Cs-MOT-Region erlaubt. Am großen, zentralen Vakuumrezipienten ist eine Vakuummessröhre angebracht (siehe Abbildung 4.1), mit deren Hilfe der Anstieg des Gesamtdrucks beim Öffnen des Ventils des Cs-Reservoirs überwacht wird. Zusätzlich wird der Cs-Partialdruck durch lichtinduzierte Atomdesorption (engl.: *light-induced atomic desorption*, kurz LIAD) erhöht. Mit Hilfe von inkohärentem Licht geringer Intensität werden Atome, die an den Wänden der Vakuumapparatur adsorbiert wurden, wieder desorbiert. Die optimale Wellenlänge hängt von der atomaren Spezies und dem Material, von dem die Atome desorbiert werden ab. Untersuchungen wurden bisher vor allem für Alkalimetalle angestellt [121]. Im Bonner BEC-Experiment wird ein LED-Array verwendet, das UV-A-Licht bei einer Wellenlänge von  $395 \text{ nm}$  aussendet<sup>2</sup>. In [122] ist gezeigt worden, dass der Druck auf einer Zeitskala von wenigen hundert Millisekunden wieder abfällt und somit die Lebensdauer der Rb- und Cs-Atome in der Magnetfalle nicht beeinflusst. Diese Technik erlaubt es, bei einem geringen Gesamtdruck ausreichend hohe Gleichgewichtsatomzahlen in der Cs-MOT zu erreichen. In den in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten mit Rb-Cs-Mischungen beträgt der

---

<sup>2</sup>Roithner Lasertechnik, Modell LED395-4x4PC66. Die Lichtleistung beträgt  $260 \text{ mW}$ .

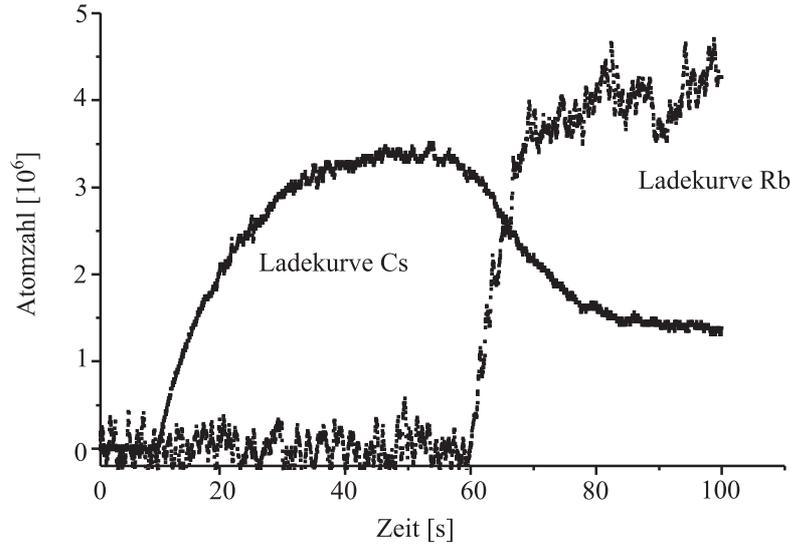
PARAMETER	RB-DAMPFZELLEN-MOT	RB-UHV-MOT	Cs-MOT
Leistung pro Strahl [mW]	40	20	8
Verstimmung [MHz]	-11	-11	-9
Strahldurchmesser [cm]	2	1,5	1,5
Leistung Rückpumplicht [mW]	3	2	6
Gradient entlang Symmetrieachse [G/cm]	12	9	9
Ladezeit [s]	< 1	20	10
Gleichgewichtsatomzahl	$2 \times 10^9$	$(4 - 5) \times 10^8$	$(3 - 4) \times 10^6$

**Tabelle 4.1.:** Tabelle mit den Parametern der beiden magneto-optischen Fallen. Für die Dampfzellen-MOT besteht keine Möglichkeit zur Temperaturbestimmung. Da das Kühllicht für die beiden Rb-Fallen aus einer Quelle stammt (siehe Abschnitt 4.2), ist die Verstimmung in beiden Fällen gleich.

angezeigte Gesamtdruck  $(2 \text{ bis } 3) \times 10^{-10}$  mbar. Bei diesem Druckwert werden für die Cs-MOT Erhöhungen der Gleichgewichtsatomzahl durch LIAD um etwa  $(2 \text{ bis } 3) \times 10^6$  Atome erzielt. Die Gleichgewichtsatomzahl der Rb-UHV-MOT bleibt unbeeinflusst. Die bei LIAD ablaufenden Prozesse sind weitgehend unverstanden und dementsprechend sind in verschiedenen experimentellen Apparaturen durchgeführte Messungen nicht direkt vergleichbar.

Der von der Messröhre angezeigte Gesamtdruck entspricht nicht dem in der Glaszelle tatsächlich herrschenden Druck. Cs-MOT und Magnetfalle befinden sich in der Nähe des Boden der Glaszelle, und damit im Gegensatz zur Vakuummessröhre weit entfernt vom Cs-Reservoir, vergleiche Abbildung 4.1. Aufgrund der Länge der Glaszelle von 20 cm und ihrem Querschnitt von  $2 \times 2 \text{ cm}^2$  ist der Gasleitwert für das Cs-Gas sehr gering, so dass das Erreichen des Gleichgewichtsdruckes in der MOT-Region sehr viel länger dauert als am Ort der Messröhre. Das Cs-Reservoir ist nur während der Messungen geöffnet und der Gleichgewichtsdruck wird unter Umständen nie erreicht. Bei einem angezeigten Druck von  $3 \times 10^{-10}$  mbar durchgeführte Lebensdauermessungen an bei Temperaturen von etwa  $20 \mu\text{K}$  magnetisch gefangenen Rb-Atomen haben eine Lebensdauer von etwa 50 s ergeben. Sie ist damit deutlich größer als die Dauer des evaporativen Kühlens bei der Erzeugung der Rb-Kondensate von 23 s und beim sympathetischen Kühlen von Cs.

Werden Rb- und Cs-MOT gleichzeitig betrieben ist eine starke Reduktion der Cs-Gleichgewichtsatomzahl zu beobachten, die je nach Überlagerungsgrad der beiden MOTs und Rb-Atomzahl zwischen 40% und 80% erreichen kann. Die Rb-Gleichgewichtsatomzahl bleibt unverändert. Abbildung 4.9 zeigt eine Messung, bei der eine Reduktion der Cs Atomzahl um 50% auftritt. Die Ursache für die Cs-Verluste sind lichtinduzierte inelastische Stöße zwischen Rb- und Cs-Atomen. Der Grund dafür, dass nur Cs-Verluste auftreten, liegt mit großer Wahrscheinlichkeit an den unterschiedlichen Parametern von Rb-UHV-MOT und Cs-MOT - wie zum Beispiel die sehr unterschiedliche Kühllichtleistungen -, die zu unterschiedlichen effektiven Fallentiefen führen. Details hierzu finden sich in [113]. Die Position der Cs-MOT kann jedoch nicht ausschließlich hinsichtlich der Minimierung der inelastischen Verluste optimiert werden, da beim Umladen der Atome in die Magnetfalle der räumliche Überlapp von MOT und Magnetfalle eine wichtige Rolle spielt. Die optimale Position der Cs-MOT wird somit



**Abbildung 4.9.:** Beispiel für gemeinsames Speichern von Cs und Rb. Zuerst wird die Cs-MOT geladen, nach 60 s wird auch die Rb-MOT geladen. Mit zunehmender Rb-Atomzahl sinkt die Cs-Atomzahl. Die Messung ist bei einem Gesamtdruck von  $10^{-9}$  mbar und ohne Einstrahlung von UV-Licht durchgeführt worden. Die Ladekurven wurden mit kalibrierten Photodioden unter Verwendung eines Interferenzfilters aufgenommen.

letztlich durch die Zahl der in die Magnetfalle umgeladenen Cs-Atome bestimmt. Typischerweise beträgt die Reduktion der Cs-Atomzahl in der MOT 50%.

Werden nun beide MOTs bei einem angezeigten Druck von  $(2 \text{ bis } 3) \times 10^{-10}$  mbar geladen, liegt die Ladezeit der Cs-MOT bei etwa 10 s und die Gleichgewichtsatomzahl zwischen  $(3 \text{ und } 4) \times 10^6$  Cs-Atomen. Die Temperatur der Cs-Atome in der MOT liegt immer etwas unterhalb der der Rb-Atome [113], was zum einen daran liegt, dass Cs generell leichter zu kühlen ist und zum anderen an der im Vergleich zu Rb geringeren Atomdichte (siehe Abschnitt 3.1). Die Parameter der Cs-MOT sind ebenfalls in Tabelle 4.1 zu finden.

Nach Erreichen der Gleichgewichtsatomzahlen folgt die so genannte MOT-Kompressionsphase, in der die Rb- und Cs-Atome durch Erhöhung des Magnetfeldgradienten und eine größere Verstimmung der Kühllichtfrequenz gegenüber der Resonanzfrequenz des Kühlübergangs komprimiert werden [123]. Dadurch erreicht man eine Erhöhung der Dichte und somit der elastischen Stoßrate, was für das evaporative Kühlen sehr wichtig ist und zugleich werden beide MOTs auf die Magnetfeldnull zentriert. Zusätzlich verringert sich die Ausdehnung der Atomwolke, was - wie später erläutert wird - für das Umladen der Atome in die Magnetfalle von Bedeutung ist. Dazu wird innerhalb von 10 ms die Verstimmung der Kühllichtfrequenz auf  $-55$  MHz im Fall von Rb und  $-50$  MHz im Fall von Cs geändert, anschließend ebenfalls innerhalb von 10 ms der Gradient auf etwa  $26$  G/cm erhöht. Beide Parameter werden nun für weitere 20 ms konstant gehalten. Schließlich folgt eine 11 ms dauernde Phase des Polarisationsgradientenkühlens in einer optischen Melasse, wobei die

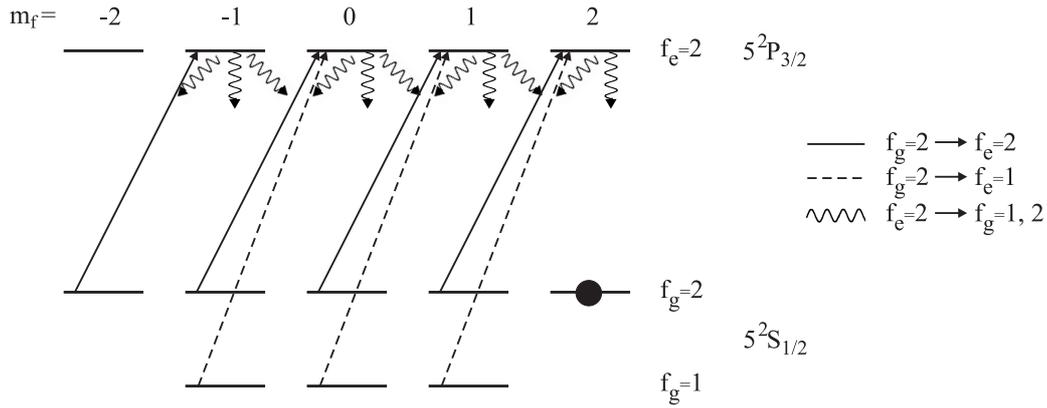
Kühllichtfrequenzen innerhalb von 8 ms auf Werte von  $-70$  MHz für beide Spezies bezüglich des jeweiligen Kühlübergangs verstimmt werden, und für weitere 3 ms konstant gehalten werden. Dabei werden für Rb Temperaturen von etwa  $50 \mu\text{K}$  erreicht, für Cs sind es etwa  $10 \mu\text{K}$ .

#### 4.5.2. Speicherung in der Magnetfalle

##### Optisches Pumpen

Nach der Melassephase befinden sich nicht alle Atome in einem magnetisch fangbaren Zustand (vergleiche Abschnitt 3.2). Vor dem Umladen der Atome in die Magnetfalle werden deshalb die Atome beider Spezies optisch in den jeweilig gewünschten doppelt-polarisierten Zustand des elektronischen Grundzustandes gepumpt:  $|2, 2\rangle$  für Rb und  $|4, 4\rangle$  für Cs. Abbildung 4.10 zeigt das Schema, mit dem die Rb-Atome optisch in den gewünschten doppelt-polarisierten Zustand  $|f_g = 2, m_f = 2\rangle$  gepumpt werden: es wird zirkular polarisiertes Licht eingestrahlt, das mit den Übergängen  $f_g = 2 \rightarrow f_e = 2$  und  $f_g = 1 \rightarrow f_e = 2$  resonant ist. Dieses Pumpschema hat den Vorteil, dass Atome im  $|2, 2\rangle$ -Zustand mit keinem der beiden Laserstrahlen wechselwirken, was das Aufheizen der Atomwolke minimiert. Für Cs ist das Pumpschema das gleiche, es wird zirkular polarisiertes Licht mit den Resonanzfrequenzen der Übergänge  $f_g = 4 \rightarrow f_e = 4$  und  $f_g = 3 \rightarrow f_e = 4$  eingestrahlt.

Zum optischen Pumpen wird das Kühl- und Rückpumplicht der Melasse ausgeschaltet, ein magnetisches Führungsfeld von etwa 1 G Stärke eingeschaltet, das die Quantisierungsachse definiert, und die Atome dann mit einem etwa  $500 \mu\text{s}$  dauernden Lichtpuls aus Pump- und Rückpumplicht in den gewünschten Zustand gepumpt. Der Rückpumplichtpuls dauert etwa  $100 \mu\text{s}$  länger, um sicherzugehen, dass nach dem optischen Pumpen sich alle Atome im Grundzustand  $f_g = 2$  bzw. 4 befinden. Die verwendeten Leistungen liegen für das Pumplicht bei etwa  $200 \mu\text{W}$  für Rb und  $300 \mu\text{W}$  für Cs, und für das Rückpumplicht bei  $50 \mu\text{W}$  für Rb und  $100 \mu\text{W}$  für Cs. Der allen Strahlen gemeinsame Strahlradius beträgt etwa  $0,5 \text{ cm}$ . Die Temperatur wird durch das optische Pumpen gegenüber der Melasse nicht geändert. Wie schon für die beiden MOTs werden auch hier die für beide Spezies notwendigen Lichtstrahlen überlagert und über eine gemeinsame Optik eingestrahlt. Das Pumplicht sowohl für Rb als auch für Cs wird aus dem jeweiligen MOT-Kühllicht gewonnen; dazu wird mit einem unbeschichteten Glasplättchen etwas Kühllicht abgezweigt und die Frequenz des Lichts von einem AOM um jeweils  $-242 \text{ MHz}$  verschoben. Die jeweilige, noch verbleibende elementspezifische Frequenzverschiebung wird durch Verstimmung der jeweiligen Kühllaserfrequenz erzielt (siehe Abschnitt 4.2). Gleichzeitig kann mit dem AOM die abgebeugte Lichtleistung kontrolliert werden, so dass der AOM auch als schneller Schalter für das Pumplicht fungiert. Das Magnetfeld, das die für das optische Pumpen notwendige Quantisierungsachse liefert, wird von einer einzelnen Spule geliefert (13 in Abbildung 4.1). Eine selbstgebaute Elektronik erlaubt das Anschalten des Magnetfeldes in weniger als einer Millisekunde.



**Abbildung 4.10.:** Schema des optischen Pumpens am Beispiel von Rb. Die Atome werden mit  $\sigma^+$ -polarisiertem Licht, das mit den beiden Übergängen  $f_g = 2 \rightarrow f_e = 2$  (Pumplicht —) und  $f_g = 1 \rightarrow f_e = 2$  (Rückpumplicht - - -) resonant ist, optisch in den Zustand  $|f_g = 2, m_f = 2\rangle$  gepumpt. Einmal in diesem Zustand angekommen, verbieten die Auswahlregeln eine weitere Wechselwirkung der Atome mit dem Laserlicht.

### Umladen in die Quadrupolfalle und Transfer in die QUIC-Falle

Das Umladen der Rb- und Cs- Atome in die QUIC-Falle erfolgt in zwei Schritten. Zuerst werden die Atome in die Quadrupolfalle geladen, deren Feld vom selben Spulenpaar erzeugt wird wie das MOT-Quadrupolfeld der Rb-Cs-MOT. Anschliessend werden die Atome durch Hochrampen des Stromes durch die Ioffespule in die QUIC-Falle transferiert.

Beim Umladen der Atome in die Quadrupolfalle muss ein Verlust an Phasenraumdichte  $\rho$  möglichst vermieden werden. Dazu sind drei Punkte zu beachten. Erstens muss das Anschalten der Magnetfalle auf der Zeitskala der atomaren Bewegung instantan erfolgen, damit die Atomwolke sich während des Umladens nicht ausdehnt und die Dichte dadurch absinkt. Aus diesem Grund wird das Magnetfeld innerhalb von  $800 \mu\text{s}$  hochgerampft. Zweitens muss der Wolkenschwerpunkt mit dem Minimum des Fallenpotentials zusammenfallen, damit keine potentielle Energie des Schwerpunkts in innere Energie der Atome umgewandelt wird und die Atome sich dadurch aufheizen. Da Quadrupolfalle und das Magnetfeld der beiden MOTs vom selben Spulenpaar erzeugt werden, ist ein guter Überlapp von MOT und Magnetfalle von vornherein gegeben. Durch Anpassung der Strahlungsbalance in den MOT-Strahlen kann der räumliche Überlapp dahingehend optimiert werden, dass der Schwerpunkt der Atomwolken mit dem Quadrupolfeldminimum zusammenfällt.

Schließlich muss die Ausdehnung der Atomwolke bei gegebener Temperatur in der Magnetfalle gleich der Ausdehnung der Wolke nach dem optischen Pumpen sein; bei zu flachem Fallenpotential würde die Wolke sich ausdehnen, was einen Verlust an Dichte bedeuten würde, bei zu steilem Fallenpotential würde den Atomen zu viel potentielle Energie zugeführt, was zu unnötigem Aufheizen führen würde. Zugleich muss garantiert werden, dass der vertikale Gradient  $\zeta$  (siehe Gleichung (4.2)) der Quadrupolfalle hinreichend groß ist, die Atome gegen die Schwerkraft zu halten. Im Fall von Rubidium bedeutet dies einen Gradienten von mindestens  $\zeta = 15,2 \text{ G/cm}$ , im Fall von Cäsium muss der Gradient mindestens  $\zeta = 23,2 \text{ G/cm}$  betragen. Daraus ergibt sich eine Einschränkung bezüglich der Freiheit den Magnetfallengra-

dienten so zu wählen, dass die Wolkenausdehnung in der Falle der Wolkengröße nach dem optischen Pumpen entspricht. Um dies dennoch so gut wie möglich zu erreichen, werden wie in Abschnitt 4.5.1 erwähnt die Atome in der MOT kurz komprimiert. Dabei entsprechen die dort aufgeführten Parameter der komprimierten MOT einem experimentell ermittelten Kompromiss zwischen Anpassung der Wolkenausdehnung und Atomverlusten während der Kompressionsphase. Der Gradient, mit dem die Atome in Quadrupolfalle geladen werden, beträgt 51 G/cm. Vor dem Transfer der Atome in die QUIC-Falle wird durch adiabatische Kompression der Atomwolke die Stoßrate der Atome in der Falle erhöht. Das Fallenpotential wird durch Erhöhung des Spulenstromes steiler gemacht, wodurch sie die Dichte und damit die Stoßrate erhöht. Dabei ist darauf zu achten, dass dies auf einer Zeitskala geschieht, die groß gegen die Oszillationsdauer der Atome in der Falle ist. Dann ist der Prozess adiabatisch und die Phasenraumdicke ist erhalten, sofern sich die Form des Potentials nicht ändert. Für das vorliegende Experiment wurde in einer in [113] beschriebenen Messung für die Quadrupolfalle festgestellt, dass die Kompression für Zeiten größer als 0,5 s adiabatisch verläuft. Im Experiment wird der Gradient des Quadrupolfeldes innerhalb von einer Sekunde von  $\zeta = 51$  G/cm auf 108 G/cm erhöht. Anschliessend werden die Atome durch Hochfahren des Ioffestromes in die QUIC-Falle transferiert. Nach dem Transfer in die QUIC-Falle werden typischerweise  $(2 - 3) \times 10^8$  Rb-Atome bei etwa 220  $\mu$ K gespeichert. Die Atomzahl und Temperatur von Cs kann in der QUIC-Falle vor dem sympathetischen Kühlen nicht direkt bestimmt werden, da die optische Dichte zu gering ist, um mit Absorptionenaufnahmen detektiert zu werden. Aus Messungen in der Quadrupolfalle ist aber bekannt, dass typischerweise etwa 50 – 60% der in der MOT gefangenen Cs-Atome mit der gleichen Temperatur wie Rb in die Quadrupolfalle umgeladen werden. Beim Transfer von Rb von der Quadrupolfalle in die QUIC-Falle findet weder eine messbare Aufheizung statt, noch können Atomverluste nachgewiesen werden. Deshalb kann angenommen werden, dass etwa  $(2 - 3) \times 10^6$  Cs-Atome bei ebenfalls etwa 220  $\mu$ K in der QUIC-Falle gespeichert werden. Dies ist konsistent mit Messungen der Cs-Atomzahl, nachdem Cs sympathetisch zu tieferen Temperaturen gekühlt wurde.

## 4.6. Charakterisierung ultrakalter atomarer Ensemble

Gegenstand dieses Abschnitts ist die Bestimmung der zugänglichen, relevanten Messgrößen, aus denen dann im Zuge der Datenanalyse alle interessierenden Eigenschaften des untersuchten physikalischen Systems bestimmt werden können. Im Falle von Experimenten mit ultrakalten Gasen sind dies in erster Linie die Dichteverteilung der Atome, die Atomzahl und die Temperatur des atomaren Ensembles. Alle Detektionsmethoden, die im Bonner BEC-Experiment verwendet werden, beruhen auf der Wechselwirkung der Atome mit nahresonantem Licht. Nahe einer atomaren Resonanz kann die Atom-Licht-Wechselwirkung durch Absorptions- und Emissionsprozesse beschrieben werden. Daraus ergeben sich die möglichen Detektionsmethoden. Erstens die Messung der von den in einer MOT gefangenen Atomen abgestrahlten Fluoreszenz, die zur Bestimmung der Atomzahl genutzt wird; zweitens die orts aufgelöste Messung der Absorption eines durch die Atomwolke geschickten Laserstrahls, was im Fall der in der Magnetfalle gefangenen Atome angewendet wird. Letztere Methode hat

experimentell die größere Bedeutung, da sich mit ihr auch Temperatur und Dichteverteilung der Atome bestimmen lassen (siehe Abschnitt 4.6.2). Es folgt eine kurze Beschreibung dieser Detektionsmethoden und des Abbildungssystems.

#### 4.6.1. Fluoreszenzmessung

Die Rate  $\Gamma$ , mit der nahresonantes Licht an einem als Zwei-Niveau-System idealisierten Atom gestreut wird, ist gegeben durch [81]

$$\Gamma = \frac{s_0\gamma/2}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2}. \quad (4.6)$$

In dieser Gleichung sind  $s_0$  der resonante Sättigungsparameter,  $\delta = \omega_{\text{Laser}} - \omega_0$  die Verstimmung der Laserfrequenz  $\omega_{\text{Laser}}$  bezüglich der atomaren Resonanzfrequenz  $\omega_0$  und  $\gamma$  die natürliche Linienbreite. Die von  $N$  Atomen gestreute Lichtleistung ist damit gleich  $N\hbar\omega_0\Gamma$  und durch Messung der in einen Raumwinkel  $\Omega$  abgestrahlten Lichtleistung

$$P_\Omega = \frac{4\pi}{\Omega} N\hbar\omega_0\Gamma \quad (4.7)$$

kann die Atomzahl mit Hilfe einer kalibrierten Photodiode bestimmt werden. In der MOT streuen die Atome Licht auf dem (durch den Rückpumper) geschlossenen Kühlübergang. Die Verteilung der Atome über die Zeemanzustände und die Lichtpolarisation am Ort der Atome sind nicht genau bekannt, entsprechendes gilt somit für die Streurrate  $\Gamma$ . Die Annahme isotroper Lichtpolarisation und Gleichverteilung der Atome über alle Zeemanzustände erlaubt eine zufriedenstellende Kalibrierung der Methode, Details siehe [113]. Die gemessene Fluoreszenz der MOT's dient zur Feststellung, wann die für ein Experiment notwendigen Startbedingungen erreicht sind und der Experimentzyklus gestartet wird (siehe Abschnitt 4.7).

#### 4.6.2. Absorptionsabbildung

Diese Methode beruht auf der durch das Beer'sche Gesetz beschriebenen Absorption eines Laserstrahls, der durch eine Atomwolke mit der atomaren Dichteverteilung  $n(\vec{r})$  läuft, entlang dessen Laufrichtung. Verwendet man einen im Vergleich zur Wolke großen Strahl, so entsteht somit ein Schatten, der auf den Chip einer CCD-Kamera (CCD ist das Akronym für *charge coupled device*) abgebildet werden kann, was als Absorptionsabbildung bezeichnet wird. Wird die Strahlachse mit  $z$  bezeichnet, so wird die Abnahme der Intensität  $I(\vec{r} = (x, y, z))$  des Probestrahls entlang dieser Achse durch die Gleichung

$$dI(x, y, z) = -I(x, y, z) n(x, y, z) \sigma(I, \delta) dz \quad (4.8)$$

beschrieben. Dabei ist  $\sigma$  der von Intensität und Verstimmung des Laserlichts abhängige Streuquerschnitt und durch

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2} \quad (4.9)$$

gegeben, wobei  $\sigma_0 = \hbar\omega_0\gamma/2I_{\text{sat}}$  der resonante Streuquerschnitt ist und  $I_{\text{sat}}$  die Sättigungsintensität ( $s_0 = I/I_{\text{sat}}$ ). Der resonante Streuquerschnitt hängt über die Sättigungsintensität

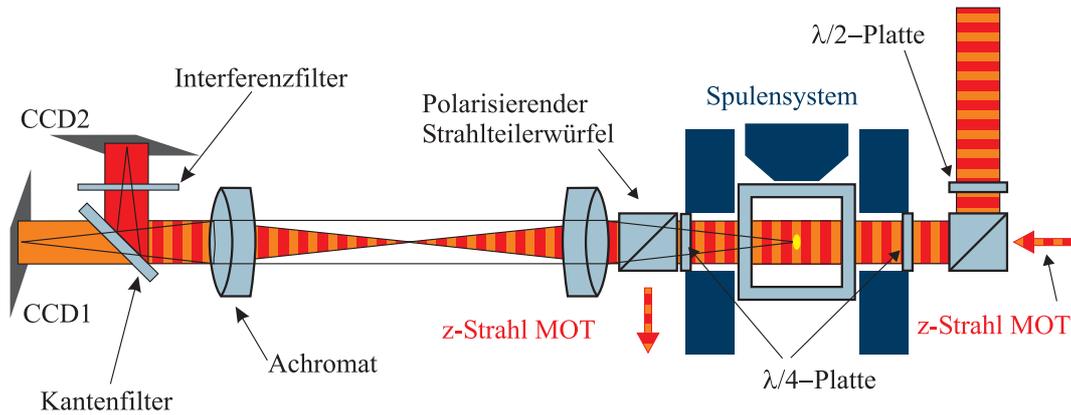
von der Lichtpolarisation und der atomaren Orientierung ab. Im Fall eines spinpolarisierten Ensembles, das mit  $\sigma^+$ -polarisiertem Licht wechselwirkt, ist  $\sigma_0 = 3\lambda^2/2\pi$ . Es gibt nun zwei prinzipiell unterschiedliche experimentelle Methoden, die Absorptionsabbildung vorzunehmen. Einmal, wenn die Atome sich noch im Fallenpotential der Magnetfalle befinden, und ihre Spins sich am lokalen Magnetfeld orientieren. Dies und die ortsabhängige Zeemanverstimmung der Atome gegenüber der Resonanzfrequenz ohne Magnetfeld sind dann in der Datenauswertung zu berücksichtigen, was die Auswertung sehr kompliziert macht. Zum anderen kann man die Atome abbilden, nachdem die Magnetfalle ausgeschaltet wurde. Dann allerdings ist der genaue Polarisationszustand der Atome unbekannt und je nach experimenteller Situation kann der tatsächliche Streuquerschnitt beträchtlich von  $\sigma_0$  abweichen [55]. Im Bonner BEC-Experiment wird die zweite Methode angewandt und es konnte gezeigt werden [113], dass die Verwendung eines effektiven, sich durch Multiplikation mit dem Mittelwert der Quadrate aller beteiligten Clebsch-Gordan-Koeffizienten ergebenden Streuquerschnitts (dies entspricht der Annahme nichtspinpolarisierter Atome oder äquivalent isotrop polarisierten Lichts) angemessen ist. Dies bedeutet für Rubidium  $\sigma_0$  wird ersetzt durch  $7/15\sigma_0$  und für Cäsium durch  $11/27\sigma_0$ . Die Information über die z-Abhängigkeit der Dichteverteilung  $n(x, y, z)$  geht verloren, da bei der Abbildung des Schattens der Wolke die Absorption entlang dieser Achse aufaddiert wird. Man erhält nur Informationen über die so genannte Säulendichte  $\tilde{n}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} dz n(x, y, z)$  bzw. die resonante optische Dichte  $\mathcal{D}_0 = \sigma_0 \tilde{n}(x, y)$ . Zur Berechnung muss Gleichung (4.8) unter Verwendung von Gleichung (4.9) entlang der Strahlachse  $z$  integriert werden:

$$\begin{aligned}
 \sigma_0 \tilde{n}(x, y) &= \sigma_0 \int_{-\infty}^{\infty} dz n(x, y, z) \\
 &= - \int_{I_0(x, y)}^{I_T(x, y)} dI \frac{1}{I} (1 + (2\delta/\gamma)^2 + I/I_{\text{sat}}) \\
 &= \ln \frac{I_0(x, y)}{I_T(x, y)} (1 + (2\delta/\gamma)^2) + \frac{I_0(x, y) - I_T(x, y)}{I_{\text{sat}}} . \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

In dieser Gleichung ist  $I_T(x, y)$  die Intensitätsverteilung des Probestrahls nach dem Durchgang durch die Wolke und  $I_0(x, y)$  die Intensitätsverteilung vor der Wolke. Für alle Experimente, die Gegenstand dieser Arbeit sind, war  $\delta = 0$  und  $I \ll I_{\text{sat}}$ . Letzteres soll den Impulsübertrag vom Probelicht auf die Atome und somit die Beeinflussung der Messungen durch ein Ausschmieren der Wolke minimieren (für die experimentellen Parameter liegt der Effekt bei etwa  $2 \mu\text{m}$  [113]). Damit erhält man die Relation  $I_T(x, y) = I_0(x, y) e^{-\mathcal{D}_0}$ .

### Abbildungssystem

Die Abbildungsstrahlen für Rb und Cs werden nach ihrer separaten Faserauskopplung mittels eines dichroitischen Spiegels überlagert, der Licht der Wellenlänge 780 nm reflektiert und Licht der Wellenlänge 852 nm transmittiert (Sonderanfertigung der Firma LENS Optics GmbH).



**Abbildung 4.11.:** Skizze des Abbildungssystems. Die Zweifarbigkeit der MOT-Strahlen und der Abbildungsstrahlen (Probestrahlen) soll andeuten, dass sich in den betreffenden Strahlen Licht der Wellenlängen 780 nm und 852 nm befindet. Die Abbildungsstrahlen werden dem z-Strahl der UHV-/Cs-MOT mit einem polarisierenden Strahlteilerwürfel überlagert. Da sich im Strahlengang der Abbildungsstrahlen  $\lambda/4$ -Verzögerungsplatten befinden, ist das Abbildungslicht zirkular polarisiert. Ebenfalls eingezeichnet sind der Kantenfilter, der Interferenzfilter und die zweite CCD-Kamera, die für einen Teil der Messungen verwendet worden sind.

Mit einem polarisierenden Strahlteilerwürfel (PSTW) werden sie dem z-Strahl der Rb-Cs-MOT überlagert (Abbildung 4.11 zeigt eine Skizze des Strahlengangs). Das Abbildungslicht ist zirkular polarisiert und wird von zwei Achromaten in einer so genannten  $4f$ -Konfiguration ohne Vergrößerung auf einen CCD-Chip abgebildet. Die Achromaten haben eine freie Apertur von 40 mm und eine Brennweite von 120 mm. Die Auflösung des Abbildungssystem beträgt  $(22 \pm 3) \mu\text{m}$  [113]. In den Experimenten mit Rb wurde die CCD-Kamera SIS 1/p18M (Bildsensor Philips FT 18 mit  $1024 \times 1024$  Pixeln der Größe  $7,5 \mu\text{m} \times 7,5 \mu\text{m}$ ) von Theta-System verwendet (CCD1 in Abbildung 4.11). Bei einem Teil der Experimente mit Rb und Cs wurden die Schattenwürfe der Wolken beider Spezies mit Hilfe dieser Kamera abgebildet. Aufgrund der langsamen Ausleserate dieser Kamera konnten die Rb- und Cs-Atomwolken nicht im selben experimentellen Zyklus nacheinander mit einer Zeitverzögerung  $\Delta t$  abgebildet werden, sondern nur in separaten experimentellen Zyklen. Dies verdoppelt die Experimentierzeit und verhindert eine Datennahme in exakt identischen experimentellen Situationen, da die Startbedingungen immer von Zyklus zu Zyklus streuen. Aus diesen Gründen wurde eine zweite CCD-Kamera von Theta System eingebaut (Bildsensor Thomson TH 7863 mit  $384 \times 288$  Pixeln der Größe  $23 \mu\text{m} \times 23 \mu\text{m}$ , CCD2 in Abbildung 4.11), um eine gleichzeitige Abbildung beider Spezies zu ermöglichen. Zur Trennung der beiden Abbildungsstrahlen wurde nach dem zweiten Achromaten ein Kantenfilter eingebaut, der Licht der Wellenlänge 852 nm transmittiert, Licht der Wellenlänge 780 nm aber reflektiert. In den Strahlengang des reflektierten Lichts wurde zusätzlich ein Interferenzfilter zur Entfernung noch vorhandenen Lichts der Wellenlänge 852 nm eingebaut. Die Atomwolken beider Spezies werden mit einem Puls der Dauer  $200 \mu\text{s}$  abgebildet. Die Abbildungslichtleistung beträgt für Rb  $200 \mu\text{W}$ , und für Cs  $300 \mu\text{W}$ .

### Verarbeitung der Bildrohdaten

Zur Bestimmung der optischen Dichte  $\mathcal{D}_0$  müssen die Intensitätsverteilungen  $I_T(x, y)$  und  $I_0(x, y)$  (siehe Gleichung (4.10)) bekannt sein. Somit sind mit der CCD-Kamera zwei Bilder aufzunehmen, einmal das Bild des Abbildungsstrahls, nachdem er die Atomwolke durchlaufen hat, gefolgt von einem Bild ohne Atomwolke. Letzteres liefert  $I_0(x, y)$ , ersteres  $I_T(x, y)$ . Da die Belichtungszeit der Kameras bei etwa 10 ms liegt und damit deutlich über der Pulsdauer des Abbildungslichts von  $200 \mu\text{s}$ , wird bei jeder der beiden Aufnahmen Streulicht mitaufgenommen. Dieses erscheint als zusätzliches durch die Wolken transmittiertes Licht und verfälscht somit die Auswertung der Bilder. Deshalb wird noch ein drittes Bild bei ausgeschaltetem Abbildungsstrahl aufgenommen und die dabei erhaltene Intensitätsverteilung  $I_B(x, y)$  sowohl von  $I_T(x, y)$  als auch von  $I_0(x, y)$  abgezogen. Damit ergibt sich die Säulendichte  $\tilde{n}(x, y)$  zu

$$\tilde{n}(x, y) = \frac{1}{\sigma} \ln \frac{I_0(x, y) - I_B(x, y)}{I_T(x, y) - I_B(x, y)}. \quad (4.11)$$

### Bestimmung der Atomzahl und Temperatur

Die Atomzahl  $N$  kann dann daraus durch Integration bestimmt werden:

$$\begin{aligned} N &= \iint dx dy \tilde{n}(x, y) \\ &= \sum_{\text{Pixel}(i,j)} \tilde{n}(i, j) A, \end{aligned} \quad (4.12)$$

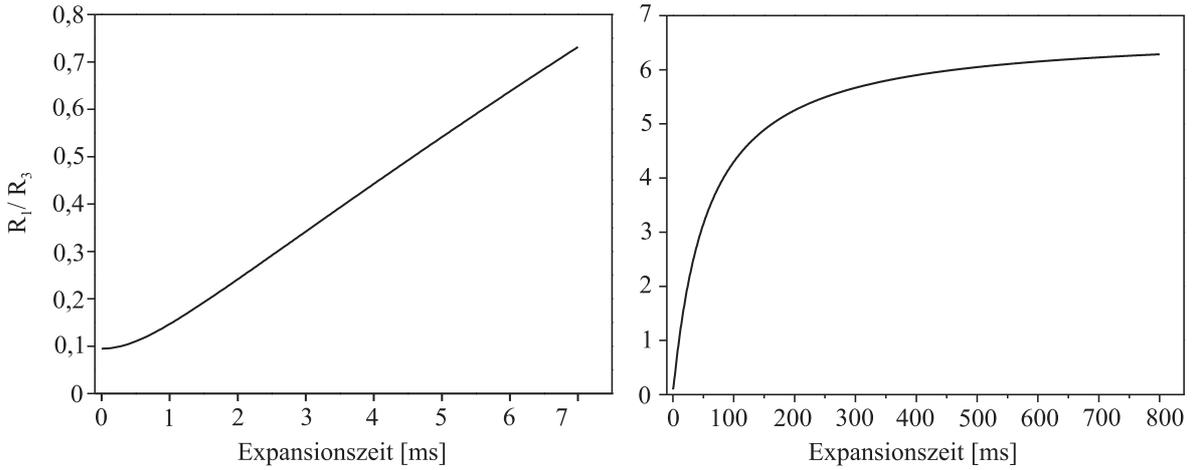
wobei in der letzten Zeile die Integration in eine Summe über alle Pixel übergeht und  $A$  die Fläche eines Pixels ist. Ist die Vergrößerung des Abbildungssystems ungleich Eins, muss die Pixelfläche durch den Vergrößerungsfaktor zum Quadrat dividiert werden. Wie weiter oben beschrieben, werden die Absorptionen nach dem Ausschalten der Magnetfalle aufgenommen. Die Atomwolke dehnt sich nach dem Ausschaltvorgang ballistisch aus und die Dichteverteilung  $n(\vec{r})$  ist somit zeitabhängig. Die Zeit zwischen dem Ausschalten der Falle und dem Zeitpunkt der Abbildung wird als Flugzeit (englisch: *time of flight* - TOF) bezeichnet. Die Dichteverteilung einer thermischen Atomwolke nach einer Flugzeit  $t$  lautet (vergleiche mit Gleichung (2.6))[124]:

$$\begin{aligned} n_{\text{TOF}}(\vec{r}, t) &= \lambda_{\text{dB}}^{-3} \prod_{i=1}^3 \left( \frac{1}{1 + \omega_i^2 t^2} \right)^{1/2} \times \\ &g_{3/2} \left( \exp \left[ \left( \mu - \frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 x_i^2 \left( \frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) \right) / k_B T \right] \right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Für Flugzeiten  $t \gg \omega_1^{-1}, \omega_2^{-1}, \omega_3^{-1}$  ist die Dichteverteilung durch

$$n_{\text{TOF}}(\vec{r}, t) = \lambda_{\text{dB}}^{-3} \frac{1}{\omega_1 \omega_2 \omega_3 t^3} g_{3/2} \left( \exp \left[ \left( \mu - \frac{mr^2}{2t^2} \right) / k_B T \right] \right) \quad (4.14)$$

gegeben. Das bedeutet, dass die thermische Wolke sich isotrop ausdehnt, sobald sie viel größer ist als ihre Ausdehnung im Fallenpotential. Ist die Temperatur der Atome viel größer als die



**Abbildung 4.12.:** Darstellung der zeitlichen Entwicklung des Verhältnisses  $R_1/R_3$  der Thomas-Fermi-Radien in radialer und axialer Richtung, gerechnet für  $\omega_r = 2\pi \times 190$  Hz und  $\omega_{ax} = 2\pi \times 18$  Hz.

kritische Temperatur ( $\mu \ll 0$ )<sup>3</sup>, so kann die Dichteverteilung (4.13) gaußförmig

$$n_{\text{th, TOF}}(\vec{r}, t) = n_0 \exp \left[ -\frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 x_i^2 \left( \frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) / k_B T \right] \quad (4.15)$$

genähert werden ( $n_0 = e^{\mu/k_B T}$ ). Aus den Dichteverteilungen kann die Temperatur berechnet werden gemäß [124]

$$T = \frac{m}{2k_B} \left( \frac{\omega_i^2}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) x_{0,i}^2, \quad (4.16)$$

wobei  $x_{0,i}$  die  $1/e^2$ -Breiten der Gaußverteilung (4.15) sind. Diese werden durch einen Fit des gemessenen Profils der optischen Dichte  $\mathcal{D}_0(x, y)$  mit der Modellfunktion  $\mathcal{O}(x, y) = \mathcal{O}_0 e^{-(x^2/x_0^2 + y^2/y_0^2)}$  bestimmt. Auch die Atomzahl lässt sich mit Hilfe der Fitparameter  $\mathcal{O}_0$  und  $x_{0,i}$  berechnen:

$$N = \frac{\pi x_0 y_0}{\sigma} \mathcal{O}_0, \quad (4.17)$$

wobei  $\sigma$  der nahresonante Lichtstreuquerschnitt (siehe Gleichung (4.9)) ist. Vergleiche der beiden Methoden (4.12) und (4.17) ergaben, dass die jeweiligen Atomzahlbestimmungen um nicht mehr als 10% voneinander abweichen.

### Dichteverteilung eines reinen Kondensats nach ballistischer Expansion

Da sich alle Atome eines Kondensats im Grundzustand befinden, wird das Verhalten der Atome in ballistischer Expansion von den repulsiven Kräften bestimmt, die sich aus der *mean field*-Energie ergeben und die die Fallenkräfte balancieren. Im folgenden wird die Gültigkeit der Thomas-Fermi-Näherung (siehe Abschnitt 2.2) angenommen. Im so genannten stoßfreien

<sup>3</sup>Ist die Bedingung  $\mu \ll 0$  nicht erfüllt, die Atomwolke also knapp oberhalb des Kondensationspunktes, so können zumindest die Flügel der Dichteverteilung aus Gleichung (4.13) (d.h. für  $r \gg 1$ ) gaußförmig genähert werden.

Regime (englisch: collisionless regime), das durch die Bedingung  $\omega_1, \omega_2, \omega_3 \gg \Gamma_{\text{el}}$  definiert ist ( $\Gamma_{\text{el}}$  ist die elastische Stoßrate), bleibt die paraboloidale Form der Dichteverteilung erhalten [125]. Diese Bedingung ist in den in dieser Arbeit vorgestellten Experimenten erfüllt. Gehorchen die radialen und axialen Fallenfrequenzen die Relation  $\omega_r \gg \omega_a$ , so ist die Zeitentwicklung der Thomas-Fermi-Radien gegeben durch [126]

$$R_{1,2}(t) = R_{1,2}(0) \sqrt{1 + \omega_r^2 t^2} \quad (4.18)$$

$$R_3(t) = R_3(0) \left( 1 + \left( \frac{\omega_a}{\omega_r} \right)^2 \left( \omega_r t \arctan(\omega_r t) - \ln \left( \sqrt{1 + \omega_r^2 t^2} \right) \right) \right), \quad (4.19)$$

wobei  $R_{1,2}$  die Thomas-Fermi-Radien in radialer Richtung und  $R_3$  der Thomas-Fermi-Radius in axialer Richtung. Abbildung 4.12 zeigt das Expansionsverhalten eines reinen Kondensats anhand des Verhältnisses der Thomas-Fermi-Radien als Funktion der Expansionszeit. Anfänglich ist das Seitenverhältnis - wie es bei thermischen Wolken auch der Fall ist - durch das Verhältnis der Fallenfrequenzen gegeben, d.h.  $R_1(0)/R_2(0) = \omega_a/\omega_r$ . Für Zeiten  $\omega_r t < 1$  wird *mean field* Energie in radiale kinetische Energie umgewandelt, woraufhin für Zeiten  $1 < \omega_r t < \left(\frac{\omega_a}{\omega_r}\right)^{-2}$  vorwiegend eine radiale Expansion stattfindet, die Umwandlung der Wechselwirkungsenergie in radiale kinetische Energie ist fast vollständig abgeschlossen. Für Zeiten  $\omega_r t > 1$  dehnt sich die Wolke sowohl radial als auch axial aus und das Seitenverhältnis  $R_1/R_3$  strebt gegen den asymptotischen Wert von  $\pi/2 \omega_a^2/\omega_r^2$ . Das Seitenverhältnis eines sich ballistisch ausdehnenden Bose-Einstein Kondensats kehrt sich also um, im Gegensatz zu thermischen Wolken, die sich schließlich isotrop ausdehnen. Dieses abweichende Ausdehnungsverhalten von Kondensaten ist ein experimenteller Beweis für die Realisierung eines Kondensats in einem ultrakalten Gas.

## 4.7. Experimentsteuerung

Aus den vorhergehenden Abschnitten wird deutlich, dass die Erzeugung ultrakalter Gase die genaue quantitative und zeitliche Kontrolle von Lichtintensitäten, Laserverstimmungen und elektrischen Spannungen und Strömen erfordert. Speziell das Umladen der Atome von der MOT in die Magnetfalle und die Absorptionsabbildung erfordern eine zeitlich abgestimmte Kontrolle verschiedener Licht- und Magnetfelder auf einer Submillisekundenskala. Dies gelingt nur dadurch, dass alle Kontrollsignale zentral von einem PC-Programm verwaltet und synchronisiert über digitale und analoge I/O-Karten an das Experiment gegeben werden. Die im Bonner BEC-Experiment verwendete Software ist ein LABWINDOWS basiertes Programm (eine Beschreibung ist in der Dissertation [127] zu finden), mit dem bis zu 32 digitale und 8 analoge Kanäle angesprochen werden können. Für das Auslesen der CCD-Kameras sind zwei weitere Computer notwendig. Weitere Details in Bezug auf das Bonner BEC-Experiment sind in der Dissertation [113] zu finden. Neben den anderen permanent überwachten Parametern wie Laserfrequenzen wird über Photodioden die Fluoreszenz von Rb-UHV- und Cs-MOT auf einem Oszilloskop angezeigt. Sobald beide Fluoreszenzsignale das vorher festgelegte Niveau erreicht haben, wird die experimentelle Sequenz gestartet.



---

## 5. Erzeugung ultrakalter Cäsiumatome

---

Das folgende Kapitel beschreibt die Experimente zur Erzeugung von ultrakalten Cs-Wolken, die aus wenigen tausend Atomen bestehen.

Im ersten Teil wird die Bose-Einstein Kondensation von Rb durch evaporatives Kühlen mit Mikrowellenstrahlung dargestellt. Dabei wird die unerwünschte Bevölkerung des Zustandes  $|2, 1\rangle$  beobachtet. Diese wird charakterisiert, mögliche Ursachen werden untersucht und es wird beschrieben, wie der Zustand  $|2, 1\rangle$  kontinuierlich entleert wird.

Anschließend folgt die Darstellung der Experimente mit Rb-Cs-Mischungen, in denen Cs sympathetisch durch thermischen Kontakt mit dem Rb-Ensemble bis auf 700 nK abgekühlt wird und die es erlauben, Aussagen über die elastische Wechselwirkung von Rb und Cs zu treffen. Der Inhalt dieses Kapitels ist veröffentlicht worden in *New Journal of Physics* **9**, 147 (2007).

### 5.1. Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium

Der ultimative Test der Apparatur und zudem Ausgangspunkt der weiteren Experimente mit ultrakalten Rb-Cs-Mischungen ist die Kühlung des Rb-Gases bis zum Phasenübergang durch evaporatives Kühlen auf dem Hyperfeinübergang des Grundzustandes  $|f = 2, m_f = 2\rangle \rightarrow |f = 1, m_f = 1\rangle$  (siehe Abschnitt 3.2.3). Für die in diesem Abschnitt beschriebenen Experimente werden  $(2,5 \text{ bis } 3) \cdot 10^8$  Atome mit einer Temperatur von  $(180 \text{ bis } 200) \mu\text{K}$  von der UHV-MOT (siehe Abschnitt 4.5.1) in die QUIC-Falle (siehe Abschnitt 4.3.1) geladen. Im Verlauf des evaporativen Kühlens wird die Frequenz der Mikrowellenstrahlung kontinuierlich abgesenkt, der zeitliche Verlauf wird im folgenden als Frequenzrampe bezeichnet. Die im weiteren Text genannten Frequenzen sind die Radiofrequenzen, mit denen das 6,83 GHz-Ausgangssignal der Mikrowellenquelle moduliert wird (siehe Abschnitt 4.4).

Der Startpunkt der Frequenzrampe liegt bei der technisch maximal möglichen Modulationsfrequenz von 80 MHz. Damit wird verhindert, dass eine heiße Wolke von Atomen - die auch als Oort'sche Wolke bezeichnet wird - in der Magnetfalle verbleibt und die kalten Atome umgibt<sup>1</sup>. Stöße zwischen kalten Atomen und Atomen der Oort'schen Wolke können die kalten Atome aufheizen.

Die Frequenzrampe setzt sich aus unterschiedlich langen und unterschiedlich steilen linearen Teilstücken zusammen, die gemeinsam einen komplexeren, gekrümmten Frequenzverlauf ergeben. Die zur Optimierung des evaporativen Kühlens angewandte Strategie besteht darin, die

---

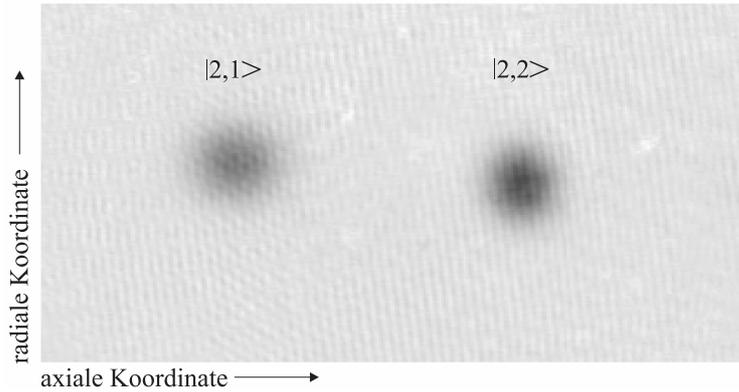
<sup>1</sup>Eine systematische Untersuchung kann in der Doktorarbeit von K. Dieckmann gefunden werden [128].

jeweiligen Längen und Endfrequenzen der Teilrampen einzeln und nacheinander zu optimieren. Mit dieser Strategie sind am Bonner BEC-Experiment schon erfolgreich Rb-Kondensate durch Radiofrequenz-Evaporation erzeugt worden [113]. Obwohl die Startbedingungen für die hier vorgestellten Experimente im Vergleich zu den damaligen Experimenten besser gewesen sind, gelang die Kondensation nicht. Die Effizienz des Kühlprozesses nahm in allen Versuchen kurz vor dem Phasenübergang sehr plötzlich ab. Als Ursache konnte die Akkumulation von Rb-Atomen im Zustand  $|2, 1\rangle$  identifiziert werden, die im folgenden Abschnitt beschrieben wird. Die zum evaporativen Kühlen verwendete Mikrowellenfrequenz koppelt den  $|2, 1\rangle$ -Zustand an den Zustand  $|1, 1\rangle$  oder den Zustand  $|1, 0\rangle$ ; aufgrund der geringeren Krümmung des Fallenpotentials für Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  wird die Resonanzbedingung im Vergleich zu Atomen im Zustand  $|2, 2\rangle$  für viel größere Abstände vom Fallenzentrum erfüllt, d.h. der Abschneideparameter  $\eta$  ist für die Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  viel größer. Deshalb werden die Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  so gut wie gar nicht evaporativ gekühlt, sondern sympathetisch durch elastische Stöße mit den Atomen im Zustand  $|2, 2\rangle$ .

### 5.1.1. Rb-Atome im Zustand $|2, 1\rangle$

Durch Anwendung eines Stern-Gerlach-Filters [129] während der ballistischen Expansion konnten die Rb-Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  nachgewiesen werden. Der dafür notwendige Gradient kann mit einer QUIC-Falle sehr einfach erzeugt werden, da die Möglichkeit besteht, die Quadrupolspulen und die Ioffespule unabhängig voneinander abzuschalten. Nach dem alleinigen Abschalten der Quadrupolspulen existiert kein Fallenpotential mehr, und das Feld der Ioffespule besitzt einen Gradienten, der nun während der ballistischen Expansion der Atomwolke Atome in unterschiedlichen Zeemanzuständen räumlich trennt. In der experimentellen Sequenz wird die Ioffespule 5 ms später ausgeschaltet als die Quadrupolspulen. Abbildung 5.1 zeigt eine Absorptionaufnahme, die nach 22 s evaporativen Kühlens und 10 ms ballistischer Expansion gemacht wurde. Deutlich sind zwei räumlich getrennte Wolken zu erkennen. Ebenfalls deutlich erkennbar, und durch Gaussfits an die gemessene optische Dichte bestätigt, sind beide Wolken rund, was bedeutet, dass keine differentiellen Kräfte auftreten. Die Temperatur der Atome kann somit wie gewohnt aus den Absorptionaufnahmen bestimmt werden (siehe Abschnitt 4.6.2). Beide Atomwolken befinden sich in der Abbildung horizontal nach rechts gegenüber der Position versetzt, an der die Atomwolke ohne beschleunigenden Gradienten abgebildet wird. Daraus folgt, dass die rechte der beiden Wolken eine größere Beschleunigung erfahren hat und von Atomen im Zustand  $|2, 2\rangle$  gebildet wird. Die zweite Wolke wird von Atomen im Zustand  $|2, 1\rangle$  gebildet, denn dieser Zustand ist der einzige weitere magnetisch fangbare Zustand im Grundzustand  $f = 2$ . Die relative Zahl  $N_{\text{rel}} = \frac{N_{|2,1\rangle}}{N_{|2,1\rangle} + N_{|2,2\rangle}}$  der Rb-Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  sowie die Temperatur der Atome in beiden Zuständen im Verlauf des evaporativen Kühlens ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Die relative Zahl der Atome  $N_{\text{rel}} = \frac{N_{|2,1\rangle}}{N_{|2,1\rangle} + N_{|2,2\rangle}}$  im Zustand  $|2, 1\rangle$  steigt bis auf knapp 50% an. In absoluten Zahlen sinkt die Zahl der Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  von etwa  $2 \cdot 10^6$  auf etwa  $2,3 \cdot 10^5$ . Ursache dafür könnten inelastische Stöße mit Atomen im Zustand  $|2, 2\rangle$  sein.

Die Temperaturmessungen zeigen, dass die Atome in den Zuständen  $|2, 2\rangle$  und  $|2, 1\rangle$  identische Temperaturen haben. Die Bestimmung der Breiten der beiden Wolken geschieht durch



**Abbildung 5.1.:** Absorptionsaufnahme der beiden Atomwolken in den Zuständen  $|2,1\rangle$  und  $|2,2\rangle$  nach 22 s Evaporation und anschließenden 10 ms ballistischer Expansion. Die linke Wolke enthält  $230000 \pm 50000$  Atome im Zustand  $|2,1\rangle$  bei  $(300 \pm 80)$  nK, die rechte Wolke  $300000 \pm 40000$  Atome im Zustand  $|2,2\rangle$  bei  $(200 \pm 100)$  nK. Die Größe des gezeigten Bildausschnittes beträgt etwa  $1,2 \text{ mm} \cdot 2,4 \text{ mm}$ .

Anpassung der Summe zweier zweidimensionaler Gaußfunktionen an die optische Dichte. Für Temperaturen oberhalb von  $4 \mu\text{K}$  ist die räumliche Trennung der beiden Wolken so gering, dass die Bestimmung des Wolkenzentrums und damit der Breite der  $|2,1\rangle$ -Atomwolke beim anpassen der Modellfunktion sehr schwierig ist und bei der Temperaturbestimmung systematische Fehler auftreten können. Abbildung 5.2b illustriert dies anhand eines Schnitts durch die optische Dichte der beiden Atomwolken entlang der axialen Koordinate gemeinsam mit der angepassten Modellfunktion.

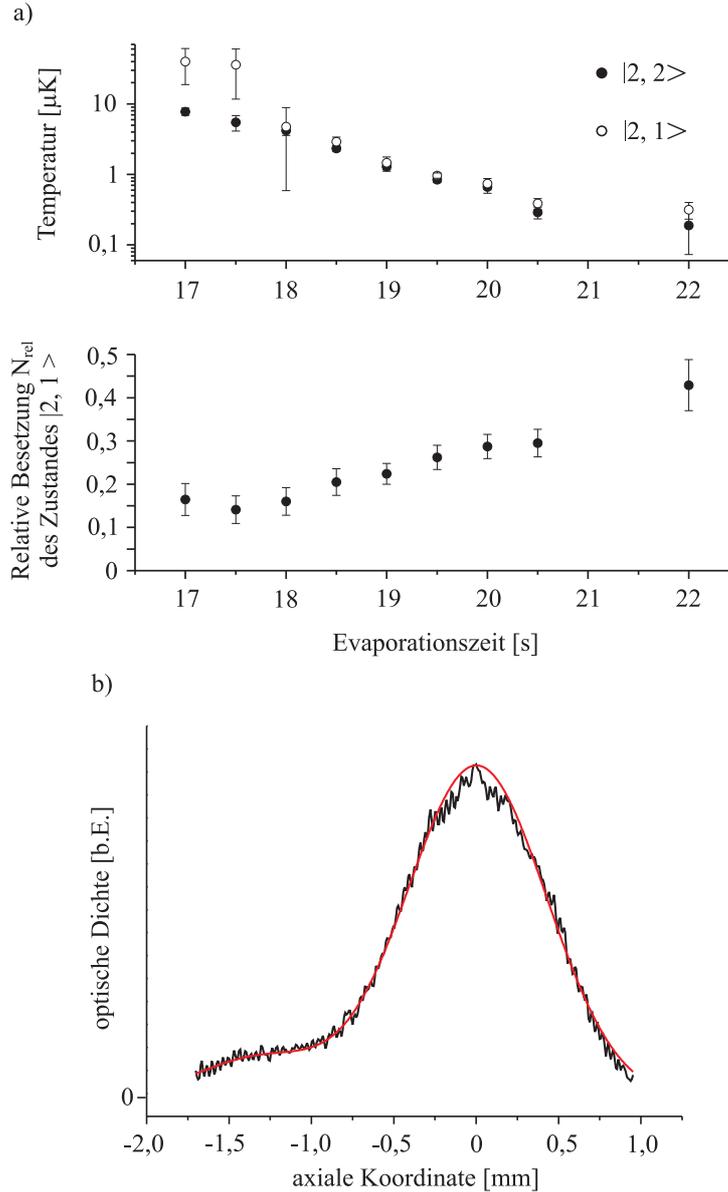
In Abbildung 5.3 ist die Temperatur der Atome im Zustand  $|2,2\rangle$  gegen die entsprechende Atomzahl aufgetragen. Die Gerade ist ein linearer Fit an die letzten fünf Datenpunkte. Die Steigung  $\alpha = 1,3 \pm 0,2$  ist die Effizienz des evaporativen Kühlens (vergleiche Abschnitt 3.2.2). Deutlich ist die gegen Ende des evaporativen Kühlens abnehmende Kühleffizienz zu erkennen, was schlußendlich den Phasenübergang zum Kondensat verhindert.

### Ursache der Besetzung des Zustandes $|2,1\rangle$

Die Messungen lassen allerdings keinen Rückschluss auf den Mechanismus zu, der für die unerwünschte Besetzung des Zustandes  $|2,1\rangle$  verantwortlich ist. Zuerst ist zu unterscheiden, ob die Besetzung im Zustand  $|2,1\rangle$  beim Umladen von der MOT in die Quadrupolfalle erzeugt wird - zum Beispiel durch imperfektes optisches Pumpen - oder erst während des evaporativen Kühlens in der QUIC-Falle.

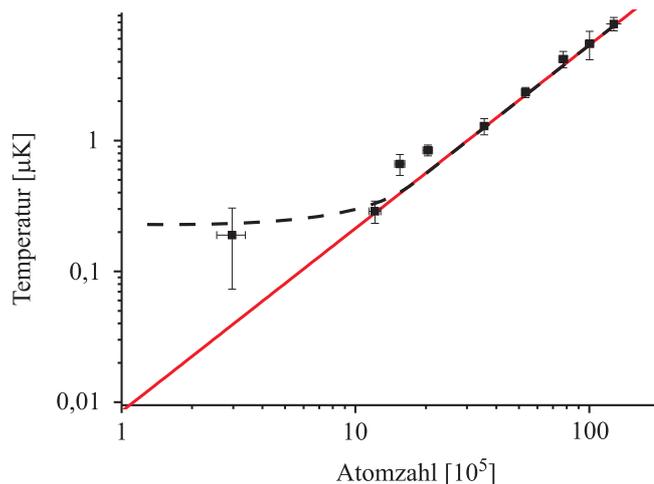
### A: Umladen von der MOT in die Quadrupolfalle

Zur Überprüfung wird die Tatsache ausgenutzt, dass der minimale Magnetfeldgradient, der nötig ist, um die auf die Rb-Atom wirkende Schwerkraft auszugleichen, für Atome im Zustand  $|2,2\rangle$   $15,2 \text{ G/cm}$  und für Atome im Zustand  $|2,1\rangle$   $30,4 \text{ G/cm}$  beträgt. Beim Umladen der Atome von der MOT in die QUIC-Falle werden die Atome zuerst in der Quadrupolfalle gefangen und anschließend durch Hochrampen des Ioffestroms in die QUIC-Falle transferiert



**Abbildung 5.2.:** a): Oberer Graph: Temperatur der Atome in den Zuständen  $|2, 1\rangle$  und  $|2, 2\rangle$ . Für jeden Zeitpunkt wurden drei Messungen durchgeführt. Unterer Graph: Relative Besetzung des Zustandes  $|2, 1\rangle$   $N_{\text{rel}} = \frac{N_{|2,1\rangle}}{N_{|2,1\rangle} + N_{|2,2\rangle}}$ . b): Schnitt durch die gemessene optische Dichte der beiden Atomwolken in den Zuständen  $|2, 2\rangle$  und  $|2, 1\rangle$  nach 17 s evaporativen Kühlens und 12 ms ballistischer Expansion. Ebenfalls dargestellt ist die Fitfunktion entlang des Schnittes. Diese ist die Summe zweier zweidimensionaler Gaussfunktionen.

(siehe Abschnitt 4.3.1). Wird der vertikale Gradient  $\zeta$  des Quadrupolfeldes auf einen Wert zwischen 15,2 G/cm und 30,4 G/cm abgesenkt, so bleiben Atome im Zustand  $|2, 2\rangle$  gefangen, während Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  aus der Quadrupolfalle fallen. In den Messungen ist der Gradient innerhalb einer halben Sekunde auf 25,6 G/cm erniedrigt, für dieselbe Zeitspanne konstant gehalten und schließlich wieder in einer halben Sekunde auf den anfänglichen Wert erhöht worden. Ein Vergleich der Atomzahlen in den Zuständen  $|2, 2\rangle$  und  $|2, 1\rangle$  aus Messungen, die das Absenken des Gradienten einschließen, und solchen ohne die Absenkung



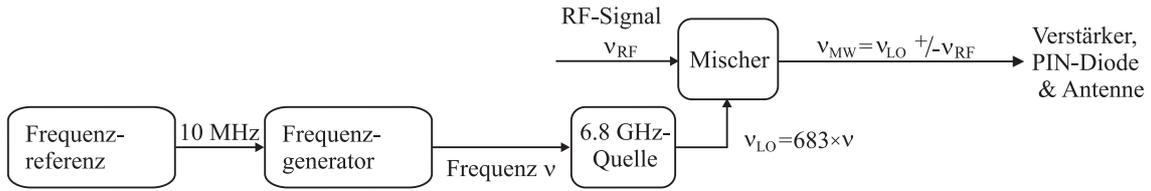
**Abbildung 5.3.:** Temperatur und Zahl der Atome im Zustand  $|2, 2\rangle$ . Die Gerade ist ein linearer Fit an die fünf Datenpunkte rechts außen. Die Steigung ist die Effizienz des evaporativen Kühlens und beträgt  $\alpha = 1,3 \pm 0,2$ . Die gestrichelte Linie deutet die Abweichung vom linearen Verhalten an.

des Gradienten, ergibt keinen signifikanten Unterschied. Damit ist klar, dass die im Zustand  $|2, 1\rangle$  in der QUIC-Falle detektierten Atome erst in dieser erzeugt werden und Prozesse wie imperfektes optisches Pumpen beim Umladen von der MOT in die Quadrupolfalle als Ursache ausgeschlossen werden können.

## B: Inelastische Stöße

Somit müssen inelastische Stöße zwischen Rb-Atomen im Zustand  $|2, 2\rangle$  als Ursache in Betracht gezogen werden. Da für Rb-Atome im Zustand  $|2, 2\rangle$  Spin-Austausch-Stöße verboten sind (siehe Abschnitt 1.3.2), ist der relevante Prozess die dipolare Relaxation, deren Ratenkoeffizient nur ungenügend genau bekannt ist und zudem eine starke Magnetfeldabhängigkeit besitzt [50, 51]. Um diesen Mechanismus zu überprüfen, sind in mehreren Experimenten Rb-Atomwolken bestehend ausschließlich aus  $(2 \text{ bis } 4) \cdot 10^6$  Atomen im Zustand  $|2, 2\rangle$  bei Temperaturen zwischen  $1 \mu\text{K}$  und  $2 \mu\text{K}$  erzeugt worden (die Methode, den Zustand  $|2, 1\rangle$  permanent zu entvölkern, wird später beschrieben). Anschließend sind die Atome bei abgeschalteter Mikrowellenquelle zwischen 10 s und 30 s in der Magnetfalle gespeichert worden. Anschliessend ist wiederum das inhomogene Feld der Ioffespule zur räumlichen Trennung der Zeemanzustände verwendet und eine Absorptionsabbildung aufgenommen worden. In keiner der Messungen konnten Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  nachgewiesen werden.

Die Bevölkerung des Zustandes  $|2, 1\rangle$  in Rb wird auch im Rubidium-Lithium-Experiment der Gruppe von C. Zimmermann beobachtet [130]. In dieser Publikation wird dipolare Relaxation als Ursache benannt, und ein gemessener Ratenkoeffizient von  $L_{\text{dipol}} = (3,5 \pm 1,5) \times 10^{-15} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  wird angegeben. Allerdings fand die Messung bei deutlich höheren Magnetfeldern als 1,5 G statt [131]. Zudem wurde der Ratenkoeffizient  $L_{\text{dipol}}$  nicht für unterschiedliche Dichten bestimmt, was die Möglichkeit offen lässt, dass der genannte inelastische Prozess nicht ursächlich für die Bevölkerung des  $|2, 1\rangle$ -Zustandes ist.

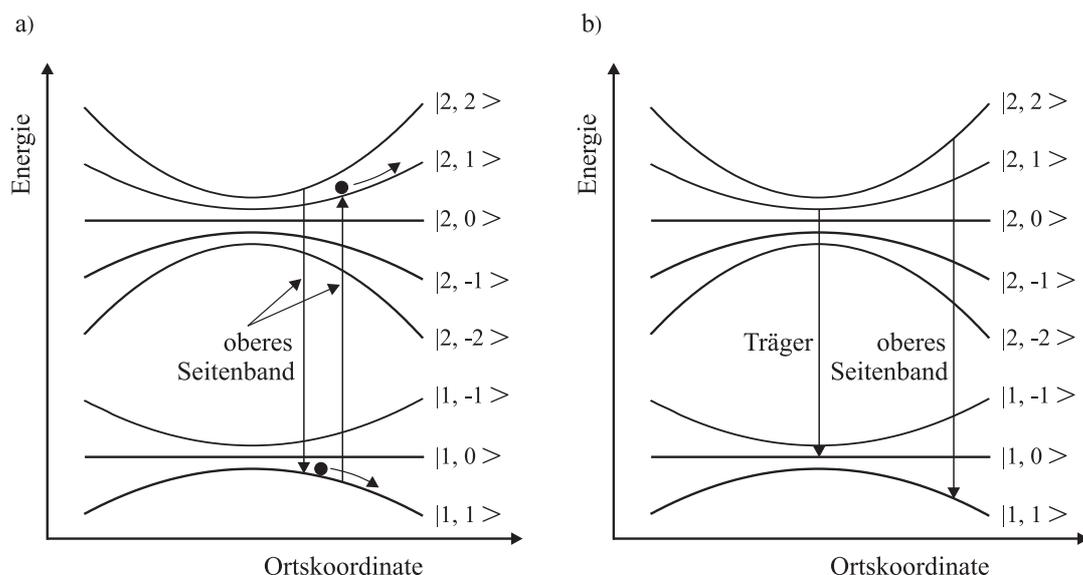


**Abbildung 5.4.:** Blockdiagramm eines Teils des Mikrowellenaufbaus. Die Ausgangsfrequenz  $\nu_{LO}$  des lokalen Oszillators ist das 683-fache der Referenzfrequenz  $\nu$  und wird mit dem Radiofrequenzsignal  $\nu_{RF}$  gemischt. Somit enthält das Frequenzspektrum die Frequenzen  $\nu_{LO}$  (Träger),  $\nu_{LO} \pm \nu_{RF}$  (erste Harmonische) sowie höhere Harmonische. Die Wahl der Referenzfrequenz bestimmt also die Frequenz des Trägers.

### C: Mikrowelleninduzierter Übergang $|1, 1\rangle \rightarrow |2, 1\rangle$

Alternativ wird hier die Hypothese aufgestellt, dass der Zustand  $|2, 1\rangle$  dadurch kontinuierlich bevölkert wird, dass Atome, die bei der Evaporation in den Zustand  $|1, 1\rangle$  überführt wurden, anschließend in den Zustand  $|2, 1\rangle$  zurückgepumpt werden, nachdem sie sich vom Fallenzentrum entfernt haben und die Resonanzbedingung für einen Übergang  $|1, 1\rangle \rightarrow |2, 1\rangle$  erfüllt ist. Abbildung 5.5a illustriert den beschriebenen Vorgang. Zur Überprüfung dieser Hypothese sind keine weiteren Experimente durchgeführt worden. Eine Möglichkeit wäre, zu untersuchen, ob die Rate, mit der Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  erzeugt werden, von der eingestrahnten Mikrowellenleistung abhängt. Denn gemäß der kurzen Diskussion in Abschnitt 3.2.3 hängt die Wahrscheinlichkeit des Übergangs  $|1, 1\rangle \rightarrow |2, 1\rangle$  von der eingestrahnten Mikrowellenleistung ab. Eine Änderung der eingestrahnten Mikrowellenleistung ändert allerdings auch die Effizienz des evaporativen Kühlens und damit auch die Temperaturen des Rb-Gases. Das macht solche Experimente schwer zu interpretieren.

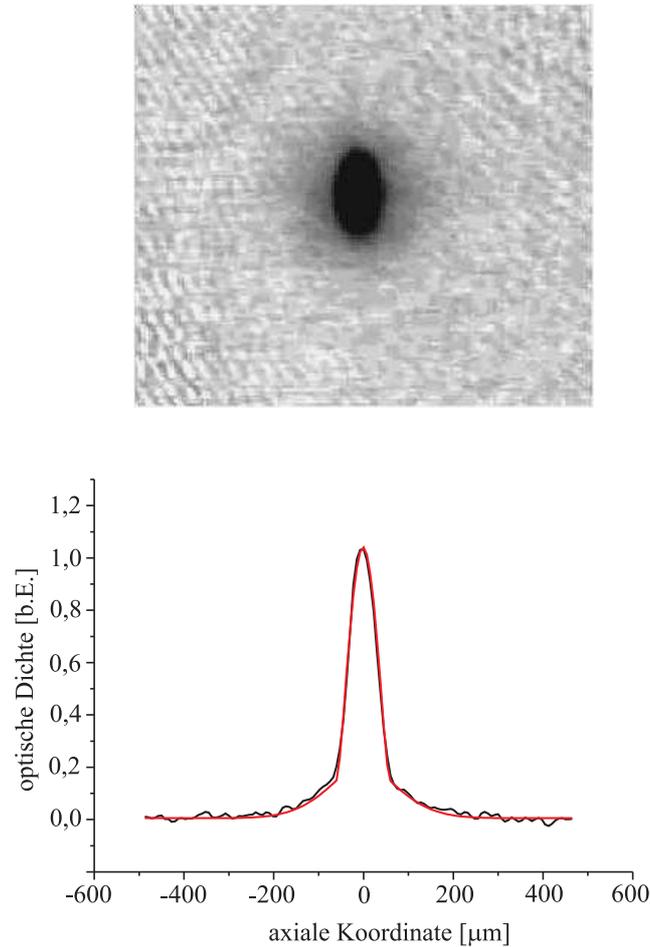
Unabhängig vom ursächlichen Mechanismus der Bevölkering des Zustandes  $|2, 1\rangle$  ist die gezielte kontinuierliche Entleerung dieses Zustandes zwingend notwendig, da Spin-Austauschstöße mit Rb-Atomen im Zustand  $|2, 2\rangle$  oder - in den späteren Experimenten mit Rb-Cs-Mischungen - mit Cs-Atomen im Zustand  $|4, 4\rangle$  zu unter Umständen starken Verlusten führen könnten. Der verwendete Mikrowellenaufbau, in dem die Ausgangsfrequenz eines lokalen Oszillators von 6,83 GHz mit Radiofrequenzen gemischt wird (siehe Abbildung 5.4), stellt neben dem oberen Seitenband, das energiselektiv Atome im Zustand  $|2, 2\rangle$  aus der Magnetfalle entfernt, noch den Träger zur Verfügung. In den bisher beschriebenen Experimenten lag die Frequenz des Trägers bei 6,83 GHz. Wie in Abschnitt 3.2.3 erläutert, kann die Frequenz des Trägers dadurch geändert werden, dass eine von 10 MHz verschiedene Referenzfrequenz verwendet wird. Dies wird dadurch realisiert, dass ein auf den Rubidiumfrequenzstandard stabilisierter Frequenzgenerator als Referenz für den lokalen Oszillator verwendet wird. Die neue Trägerfrequenz wird nun so gewählt, dass sie resonant ist mit dem Übergang  $|2, 1\rangle \rightarrow |1, 0\rangle$ , und zwar im Minimum des Magnetfeldes. Die optimale Referenzfrequenz des Frequenzgenerators wurde empirisch zu 10,00807 MHz bestimmt, entsprechend einer Trägerfrequenz von 6,8355118 GHz. Aus der Differenz zur Hyperfeinaufspaltung lässt sich damit das Offset-Magnetfeld  $B_0$  des Minimums der Magnetfalle zu 1,190 G bestimmen. Zum Vergleich kann  $B_0$  durch Bestimmung der Mikrowellenfrequenz gemessen werden, bei der alle Rb-Atome aus der



**Abbildung 5.5.:** (a): Skizze des Prozesses, der vermutlich für die Besetzung des Zustandes  $|2, 1\rangle$  verantwortlich ist; nachdem die sich im Zustand  $|1, 1\rangle$  befindlichen Atome vom Fallenzentrum weg bewegt haben, können sie in den Zustand  $|2, 1\rangle$  transferiert werden, wenn sie die Bedingungen für einen adiabatischen Übergang (siehe Abschnitt 3.2.3) erfüllen. (b): Atome im Zustand  $|2, 1\rangle$  werden kontinuierlich aus der Falle entfernt, indem die Trägerfrequenz resonant mit dem Übergang  $|2, 1\rangle \rightarrow |1, 0\rangle$  eingestellt wird (siehe Text).

Falle entfernt werden. Das aus dieser Messung gewonnene Ergebnis von  $B_0 = (1,180 \pm 0,02)$  G ist in guter Übereinstimmung mit obigem Wert. Mit dieser Methode können ultrakalte Rb-Wolken, bestehend ausschließlich aus Atomen im Zustand  $|2, 2\rangle$ , erzeugt werden. Unter Verwendung der Frequenrampe, die für die in Abbildung 5.2a dargestellten Messungen verwendet worden ist, gelingt die Erzeugung von Bose-Einstein Kondensaten mit etwa  $10^5$  Atomen nach 23s evaporativen Kühlens.

Abbildung 5.6 zeigt die Absorptionaufnahme einer teilweise kondensierten Atomwolke zusammen mit einem Schnitt durch die optische Dichte. In der Absorptionsabbildung ist die axiale Koordinate horizontal orientiert, die radiale Koordinate vertikal. Da die axiale Fallenfrequenz kleiner ist als die radiale Fallenfrequenz, ist die Ausdehnung des Kondensats vor der ballistischen Expansion in axialer Richtung größer als die in radialer Richtung. Somit zeigt die Abbildung deutlich die für ein Kondensat erwartete Umkehrung des Seitenverhältnisses während der ballistischen Expansion. Ebenfalls zu erkennen ist die bimodale Geschwindigkeitsverteilung, bestehend aus einem zentralen Peak, der von den kondensierten Atomen herrührt, und der breiten, thermischen Verteilung der nichtkondensierten Atome. Durch Anpassung der Summe einer Gaussfunktion und einer Thomas-Fermi-Verteilung (siehe Gleichung (2.19)) kann der Anteil thermischer Atome, der Kondensatanteil und die Temperatur der thermischen Wolke bestimmt werden.



**Abbildung 5.6.:** Absorptionsabbildung einer teilweise kondensierten Atomwolke nach 25 ms ballistischer Expansion. Die Größe des Bildausschnittes beträgt  $952,5 \times 952,5 \mu\text{m}^2$ , die axiale Fallenkoordinate ist horizontal orientiert, die radiale Koordinate entsprechend vertikal. Darunter ist ein Schnitt durch die optische Dichte dargestellt. An die gemessene optische Dichte wird die Summe einer Gaußfunktion und einer Thoms-Fermi-Verteilung angepasst. Der Kondensatanteil beträgt in diesem Fall  $(45 \pm 14)\%$ .

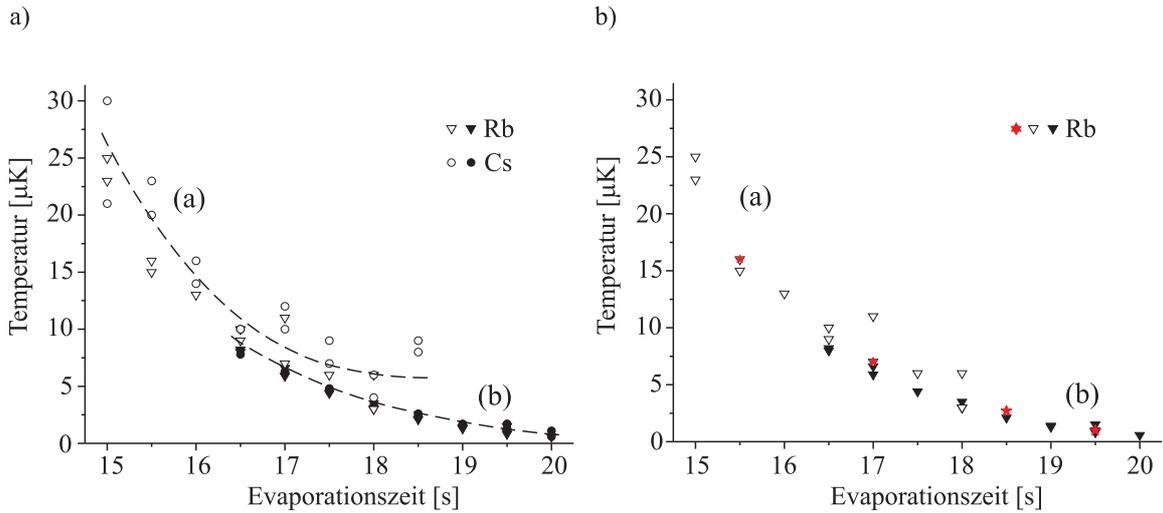
## 5.2. Sympathetisches Kühlen von Cäsium

In diesem Abschnitt werden die Experimente beschrieben, in denen durch sympathetische Kühlung durch Rb ultrakalte Wolken mit wenigen tausend Cäsium-Atomen erzeugt werden. Dazu werden Rubidium und Cäsium gemeinsam in der Magnetfalle gespeichert. Wie in Kapitel 4.5 beschrieben, werden beide Spezies in magnetooptischen Fallen gefangen und vorgekühlt, anschließend jeweils optisch in den doppelt polarisierten Zustand gepumpt -  $|2, 2\rangle$  bzw.  $|4, 4\rangle$  für Rb bzw. Cs - und in die Quadrupolfalle geladen, die dann durch Anschalten der Ioffespule in die QUIC-Falle überführt wird. Dabei sind die Rb- und die Cs-Wolken trotz des identischen Fallenpotentials nicht perfekt überlagert, vielmehr sorgt die Schwerkraft dafür, dass die Schwerpunkte der beiden Wolken vertikal gegeneinander verschoben sind. Diese *gravitational sag* genannte differentielle Verschiebung beträgt für das Rb-Cs-System  $3,6 \mu\text{m}$  (siehe 3.2.3). Die Reduzierung des Überlapps der Dichteverteilungen erniedrigt prinzipiell die elastische Stoßrate, aber selbst für die niedrigsten erreichten Temperaturen beträgt die Reduktion der elastischen Stoßrate zwischen Rb- und Cs-Atomen nur 6%. Damit stellt diese Reduktion keine Limitierung der Effizienz des sympathetischen Kühlens dar und ist auch für die in Abschnitt 5.2.2 beschriebenen Rechnungen vernachlässigbar.

Die Anfangsbedingungen für Rb in der QUIC-Falle sind gegenüber den Experimenten des vorigen Abschnitts etwas ungünstiger, die Temperatur liegt zwischen  $230 \mu\text{K}$  und  $250 \mu\text{K}$ , die Atomzahl bei  $(2 \text{ bis } 2,5) \cdot 10^8$  Atomen. Die Ursache dafür liegt in der nun notwendigen gleichzeitigen Optimierung der beiden überlagerten MOTs für Rb und Cs bezüglich Atomzahl und Überlagerung mit der Quadrupolfalle. Das Optimieren geschieht hauptsächlich durch Änderung der Intensitätsverteilung innerhalb der sechs MOT-Strahlen, was nicht vollständig unabhängig voneinander für beide Spezies geschehen kann. Die Anfangsbedingungen für Cs in der QUIC-Falle können nicht direkt durch Absorptionsabbildungen bestimmt werden, da die optische Dichte zu gering ist. Aus Messungen bei höheren optischen Dichten (nachdem Cs schon sympathetisch gekühlt wurde) kann für die Zahl der Cs-Atome in der QUIC-Falle eine untere Grenze von  $10^6$  Atomen gegeben werden. Aus den weiter unten aufgeführten Messungen, die eine starke Wechselwirkung zwischen Cs und Rb zeigen, kann zudem geschlossen werden, dass die Cs-Temperatur ungefähr gleich der Rb-Temperatur ist. Aufgrund der Tatsache, dass  $N_{\text{Rb}} \gg N_{\text{Cs}}$  ist, kann eine direkte Beeinflussung der Rb-Starttemperatur durch Cs ausgeschlossen werden.

### 5.2.1. Experimentelle Ergebnisse zum sympathetischen Kühlen

Zum Kühlen der Mischung aus Rb- und Cs-Atomen wird dieselbe Mikrowellenfrequenzrampe verwendet wie zur Kühlung von Rb alleine. In Abbildung 5.7a sind die gemessenen Temperaturen von Rb und Cs im Verlauf des sympathetischen Kühlens aufgetragen. Dargestellt sind zwei Datensätze (a) und (b) zweier unterschiedlicher experimenteller Durchläufe, die sich hinsichtlich der in die Magnetfalle geladenen Zahl an Cs-Atomen unterscheiden. Im Fall von Datensatz (a) beträgt die Cs-Atomzahl zum Zeitpunkt  $t = 15 \text{ s}$  etwa  $N_{\text{Cs}} = 10^6$ , während sie für Datensatz (b) zum Zeitpunkt  $t = 16,5 \text{ s}$  nur etwa  $N_{\text{Cs}} = 2 \cdot 10^5$  beträgt. Das sympathetische Kühlen stoppt im Fall der höheren Cs-Atomzahl für Zeiten größer als 18 s. Nach 18 s ist die



**Abbildung 5.7.:** a): Temperaturentwicklung von Rb und Cs während des sympathetischen Kühlens. Dargestellt sind die Ergebnisse zweier experimenteller Durchläufe mit unterschiedlichen Cs-Atomzahlen. Datensatz (a):  $N_{\text{Cs}} = 10^6$  für  $t = 15$  s (offene Symbole), Datensatz (b):  $N_{\text{Cs}} = 2 \cdot 10^5$  für  $t = 16,5$  s (gefüllte Symbole). Die gestrichelten Linien sind keine Fits an die Daten (siehe Text). b) Darstellung der Rb-Temperatur für beide Datensätze (a) und (b) sowie Rb-Temperaturen ohne Cs in der Falle (\*). Letztere sind beim Optimieren des evaporativen Kühlens für die Rb-Kondensation gemessen worden. Es wird deutlich, dass der Einfluss von Cs auf die Rb-Temperatur vernachlässigbar klein ist.

Rb-Atomzahl noch zweimal so groß wie die Cs-Atomzahl, während nach etwa 18,5 s praktisch das gesamte Rb verdampft wurde. Dies entspricht den Erwartungen, dass sympathetisches Kühlen nur solange effektiv ist wie die Atomzahl der kühlenden Gaswolke größer ist als die Atomzahl des zu kühlenden Gases (siehe Abschnitt 3.2.3).

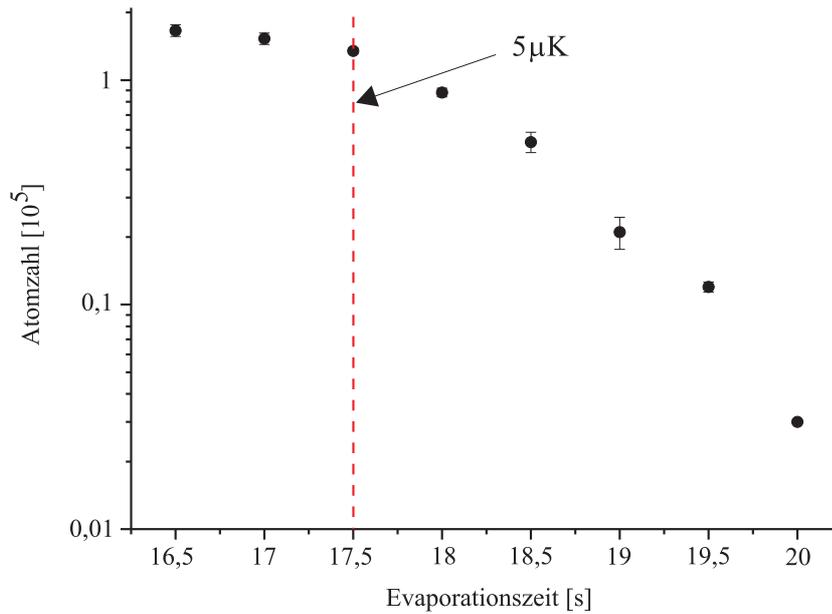
Dementsprechend kann die Rb-Cs-Mischung weiter effizient gekühlt werden, wenn die Zahl der Cs-Atome bei ansonsten in etwa gleichen Bedingungen deutlich reduziert wird, wie es für Datensatz (b) der Fall ist. Die in die Abbildung eingefügten Linien verdeutlichen, dass die Temperaturentwicklung für den Fall der geringeren Cs-Atomzahl eine praktisch glatte Fortsetzung der Temperaturentwicklung für höhere Cs-Atomzahlen ist.

Die tiefste gemessene Temperatur der Rb-Cs-Mischung beträgt 700 nK, was die tiefste bisher erreichte Temperatur für magnetisch gefangenes Cs im doppelt polarisierten Zustand  $|4,4\rangle$  darstellt. Die maximale Phasenraumdichte  $\rho$  ist  $\approx 10^{-4}$  bei einer Temperatur von  $1,7 \mu\text{K}$ , was einen Faktor 10 größer ist als das bisherige Maximum von  $\approx 10^{-5}$  bei einer Temperatur von  $4 \mu\text{K}$  [53].

Die Rb-Cs-Mischung ist nicht weitergekühlt worden, da wegen der starken Cs-Verluste die optische Dichte für längere Evaporationszeiten zu gering ist, um eine Temperaturmessung zuzulassen.

### 5.2.2. Analyse des sympathetischen Kühlens

Um das sympathetische Kühlen zu analysieren, wird ein einfaches Modell verwendet. Die Zahl der Rb-Atome ist im Fall von Datensatz (a) wenigstens zweimal so groß wie die Zahl der Cs-



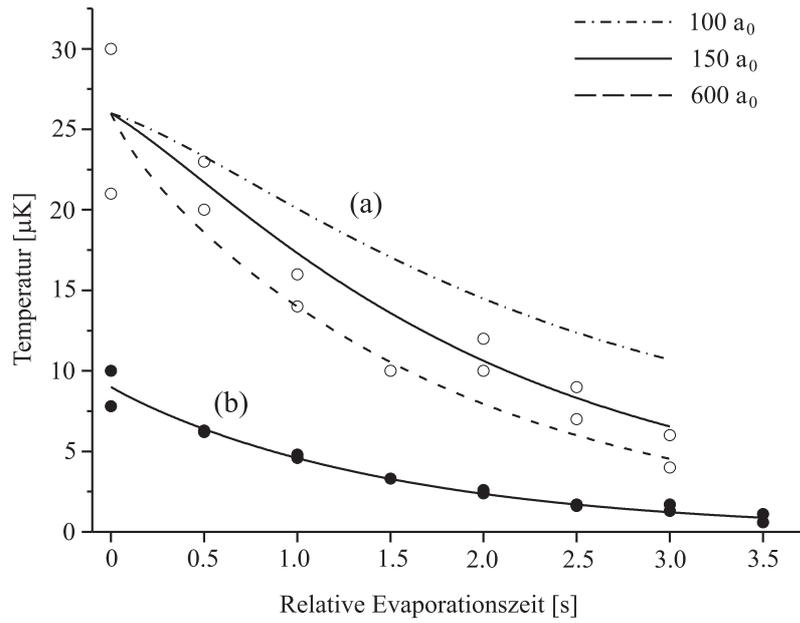
**Abbildung 5.8.:** Cs-Atomzahl während des sympathetischen Kühlens. Die Daten gehören zu Datensatz (b). Deutlich erkennbar sind die starken Cs-Verluste etwa ab 17,5 s, was einer Temperatur von  $5 \mu\text{K}$  entspricht, markiert durch die rote gestrichelte Linie.

Atome, im Fall von Datensatz (b) wenigstens zehnmal<sup>2</sup>. Deshalb wird angenommen, dass der Verlauf der Rb-Temperatur durch den evaporativen Kühlprozess festgelegt ist und der Einfluss der Cs-Atome vernachlässigbar ist. Abbildung 5.7b zeigt den Verlauf der Rb-Temperatur während des sympathetischen Kühlens von Cs für die beiden Datensätze (a) und (b) sowie Rb-Temperaturen ohne Cs in der Magnetfalle, die während der Optimierung des evaporativen Kühlens zur Rb-Kondensation gemessen worden sind. Die Abbildung verdeutlicht, dass die Annahme gerechtfertigt ist.

Die Änderung der Cs-Temperatur wird verursacht durch die thermische Kopplung an die Rb-Atome, die über elastische Stöße vermittelt wird, und die Temperaturdifferenz zwischen Rb und Cs. Quantitativ wird die thermische Kopplung beschrieben durch die Thermalisierungsrate  $\Gamma_{\text{th}}$ , die wiederum gleich der elastischen Stoßrate  $\Gamma_{\text{el}}$  dividiert durch die Zahl  $\alpha$  der Stöße pro Atom ist, die zur Thermalisierung benötigt werden. In Monte-Carlo-Simulationen wurde diese Zahl für Intraspeziesthermalisierung zu  $\alpha = 2,7$  bestimmt [132]. Im Fall von Interspeziesthermalisierung muss  $\alpha$  noch durch einen kinematischen Faktor  $\zeta = 4m_{\text{Rb}}m_{\text{Cs}}/(m_{\text{Rb}} + m_{\text{Cs}})^2$  dividiert werden [133]. Damit lautet die Differentialgleichung für die zeitliche Entwicklung der Cs-Temperatur wie folgt:

$$\dot{T}_{\text{Cs}}(t) = -\Gamma_{\text{el}}(t) \frac{\zeta}{\alpha} (T_{\text{Cs}}(t) - T_{\text{Rb}}(t)) . \quad (5.1)$$

<sup>2</sup>Dabei wird für Datensatz (a) die Messung bei 18,5 s nicht berücksichtigt, da zu diesem Zeitpunkt das sympathetische Kühlen schon aufgehört hat.



**Abbildung 5.9.:** Die gemessenen Cs-Temperaturen aus den Datensätzen (a) und (b) aus Abbildung 5.7 zusammen mit den gerechneten Cs-Temperaturverläufen für die folgenden drei Streulängen  $a_{\text{RbCs}} = 100 a_0$  (— · — · —),  $150 a_0$  (—) und  $600 a_0$  (— — —)

Die elastische Stoßrate ist durch

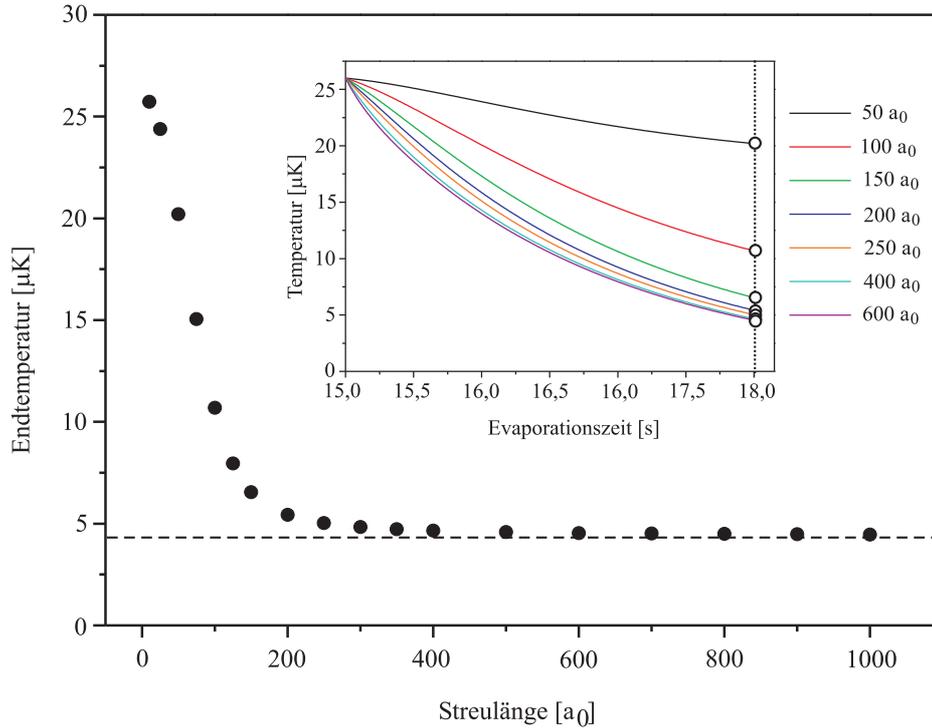
$$\Gamma_{\text{el}}(t) = \langle \sigma_{\text{RbCs}} v_r \rangle_{\text{th}} \int n_{\text{Rb}}(\vec{x}, t) n_{\text{Cs}}(\vec{x}, t) / N_{\text{Cs}} d^3x \quad (5.2)$$

gegeben), wobei  $\langle \cdot \rangle_{\text{th}}$  die thermische Mittelung,  $\sigma_{\text{RbCs}}$  den elastischen Streuquerschnitt,  $v_r$  die Relativgeschwindigkeit eines Rb-Cs-Atom-Paares und  $n_{\text{Rb}, \text{Cs}}$  die Dichte von Rb bzw. Cs bezeichnet, siehe Abschnitt 3.2.3. Wie in Abschnitt 1.2.1 erläutert, dominiert für Temperaturen unterhalb von  $T = 50 \mu\text{K}$   $s$ -Wellenstreuung und höhere Partialwellen können vernachlässigt werden. Für den elastischen  $s$ -Wellenstreuquerschnitt wird die energieabhängige Näherung aus Gleichung (1.28)

$$\sigma_{\text{RbCs}} = \frac{4\pi a_{\text{RbCs}}^2}{k^2 a_{\text{RbCs}}^2 + 1} \quad (5.3)$$

verwendet. Darin ist  $a_{\text{RbCs}}$  die Tripletstretlänge der  $s$ -Wellenstreuung, da zwei Atome im doppelt polarisierten Zustand nur über das Triplettmolekülpotential miteinander wechselwirken (siehe Abschnitt 1.3.1). Die thermische Mittelung erfolgt gemäß [134], Abschnitt II, erweitert auf Atome unterschiedlicher Masse. Die Differentialgleichung (5.1) wird für verschiedene Werte für den Betrag der Streulänge numerisch integriert und die Ergebnisse mit den gemessenen Daten verglichen. Für Datensatz (a) werden die gemessenen Daten durch die numerisch ermittelten Temperaturkurven gut beschrieben, wenn die verwendeten Werte für den Betrag der Streulänge größer als  $150 a_0$  sind<sup>3</sup>. Abbildung 5.9 zeigt die numerischen Ergebnis-

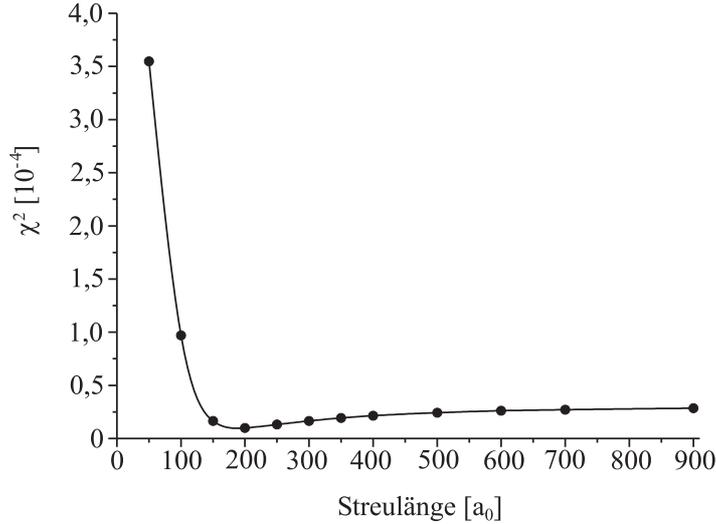
<sup>3</sup>Während des Schreibens dieser Arbeit ist ein Fehler in der Berechnung der atomaren Dichten aufgefallen, was Auswirkungen auf das Ergebnis der Streulängenanalyse hat. Der Fehler ist in der hier dargestellten Analyse behoben worden. Ein Erratum für die Veröffentlichung der Ergebnisse in *New Journal of Physics* **9**, 147 (2007) ist in Vorbereitung.



**Abbildung 5.10.:** Aufgetragen ist die berechnete Cs-Temperatur nach 18 s sympathetischen Kühlens in Abhängigkeit von der Rb-Cs-Streulänge. Die Einfügung zeigt die gerechneten Temperaturverläufe für verschiedene Streulängen, die Cs-Endtemperaturen sind mit Kreisen markiert. Eine Unterscheidung der Streulängen bezüglich der Endtemperatur ist oberhalb von  $200 a_0$  nicht mehr sinnvoll.

se für  $|a_{\text{RbCs}}| = 100 a_0$ ,  $150 a_0$  und  $600 a_0$  zusammen mit den gemessenen Cs-Temperaturen. Dabei entspricht der größte Wert von  $600 a_0$  dem in [24] ermittelten Wert für die Streulänge (siehe weiter unten). Abbildung 5.10 zeigt die berechnete Endtemperatur von Cs am Ende des sympathetischen Kühlens in Abhängigkeit der Rb-Cs-Streulänge. Die Daten können nicht dazu verwendet werden, um zwischen Streulängen zu unterscheiden, die betragsmäßig größer sind als etwa  $200 a_0$ . Zusätzlich ist für Datensatz (a) eine  $\chi^2$ -Analyse der berechneten Cs-Temperaturverläufe für Streulängen zwischen  $50 a_0$  und  $900 a_0$  durchgeführt worden.  $\chi^2$  besitzt ein sehr schwach ausgeprägtes Minimum bei etwa  $200 a_0$ , steigt für Streulängen kleiner als  $150 a_0$  sehr stark an, während es für Streulängen größer als  $200 a_0$  nur sehr schwach ansteigt, vergleiche Abbildung. Die deutlich höheren Rb-Dichten im Fall von Datensatz (b) erlauben keine weitere Unterscheidung bezüglich der Rb-Cs-Streulänge; die berechneten Temperaturkurven sind praktisch nicht zu unterscheiden, deshalb zeigt Abbildung 5.9 für Datensatz (b) nur die berechnete Temperaturkurve für  $|a_{\text{RbCs}}| = 150 a_0$ . Zusammengefasst kann aus den Messungen die untere Grenze für den Betrag der Rb-Cs-Streulänge zu  $150 a_0$  abgeschätzt werden.

Zum jetzigen Zeitpunkt wurden experimentelle Ergebnisse zur Charakterisierung der Wechselwirkung von Rb und Cs nur von der Gruppe um E. Arimondo aus Pisa veröffentlicht [24].



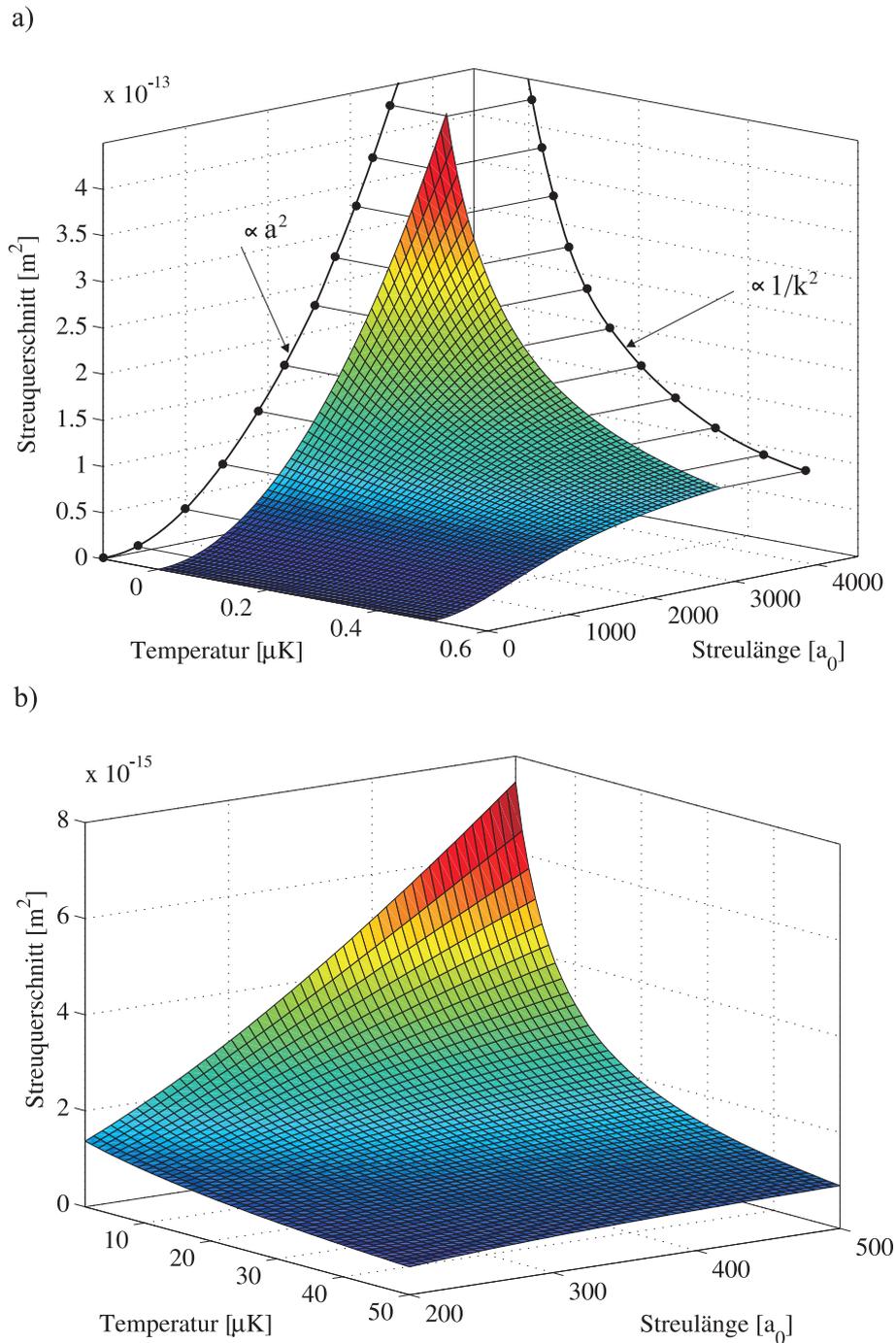
**Abbildung 5.11.:**  $\chi^2$ -Analyse der berechneten Cs-Temperaturverläufe für Datensatz (a).  $\chi^2$  wurde für Streulängen zwischen  $25 a_0$  und  $900 a_0$  berechnet,  $\chi^2 = \sum \frac{(T_{Cs, Mess} - T_{Cs, Rech})^2}{T_{Cs, Rech}}$ , wobei  $T_{Cs, Mess}$  die gemessenen Cs-Temperaturen und  $T_{Cs, Rech}$  die gerechneten Cs-Temperaturen sind. Die die Punkte verbindende Kurve ist eine Spline-Interpolation.

Die dort veröffentlichten experimentellen Arbeiten beinhalten einmal sympathetisches Kühlen von Cs durch Rb bis auf etwa  $4 \mu\text{K}$ , wobei im Gegensatz zu den in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten Rb mit Radiofrequenzstrahlung evaporativ gekühlt wurde. Zum zweiten wurde durch eine ausreichend hohe Evaporationsrate Rb so schnell gekühlt, dass die Cs-Temperatur von der Rb-Temperatur entkoppelt wurde. Auf diese Weise konnte ein endlicher Temperaturunterschied zwischen der Rb- und der Cs-Wolke erzeugt werden. Anschließend wurden beide Spezies gemeinsam für variable Zeiten gespeichert und die Temperaturdifferenz als Funktion der Speicherzeit bestimmt. Die Zeitkonstante dieses Thermalisierungsprozesses ist umgekehrt proportional zum elastischen Streuquerschnitt. Auf diese Weise wurde der elastische Streuquerschnitt für unterschiedliche Temperaturen zwischen etwa  $5 \mu\text{K}$  und  $55 \mu\text{K}$  gemessen. Die verwendete Parametrisierung des Streuquerschnitts<sup>4</sup> enthält unter anderem die Triplett-s-Wellenstreuung. Die gemessene Temperaturabhängigkeit des Streuquerschnitts wurde mit Vorhersagen, die auf vier Sätzen von Parametern des Streuquerschnitts aus [43] beruhen, verglichen. Der die Messdaten am besten beschreibende Parametersatz enthält als Streulänge den Wert  $a_{RbCs} = 595 a_0$ . Da kein Fit an die gemessenen Daten stattfand, konnte keine Fehlerabschätzung gegeben werden.

Eine weitere Analyse der experimentellen Daten aus [24] wurde von E. Tiesinga et al. [25] durchgeführt. Mittels einer  $\chi^2$ -Analyse konnten zwei mögliche Werte für die Streulänge gegeben werden:  $a_{RbCs} = (700^{+700}_{-300}) a_0$  und  $a_{RbCs} = (176 \pm 2) a_0$ .

Die Autoren favorisieren den ersten Wert, da für diesen der  $\chi^2$ -Wert mit 3,3 kleiner ist als der für den zweiten Wert mit 4,5. Dennoch wollen die Autoren den kleineren zweiten Wert nicht ausschließen. Die großen Unsicherheiten zeigen, dass es schwierig ist, über Thermalisierungsprozesse die Streulänge zu bestimmen, wenn diese sehr groß ist. Abbildung 5.12 zeigt den

<sup>4</sup>Details zum verwendeten Modell finden sich in einer weiteren Veröffentlichung von E. Arimondo [135]



**Abbildung 5.12.:** Der elastische Streuquerschnitt  $\sigma = \frac{4\pi a^2}{k^2 a^2 + 1}$  als Funktion von Temperatur und Streulänge. Im oberen Graph a) sind die beiden Grenzfälle  $T \rightarrow 0$ ,  $\sigma \propto a^2$ , und große Streulänge,  $\sigma \propto 1/k^2$ , als Projektionen auf die entsprechenden Koordinatenebenen dargestellt. Im unteren Graphen b) ist der Streuquerschnitt im für die in diesem Abschnitt dargestellte Analyse relevanten Temperatur- und Streulängenfenster dargestellt.

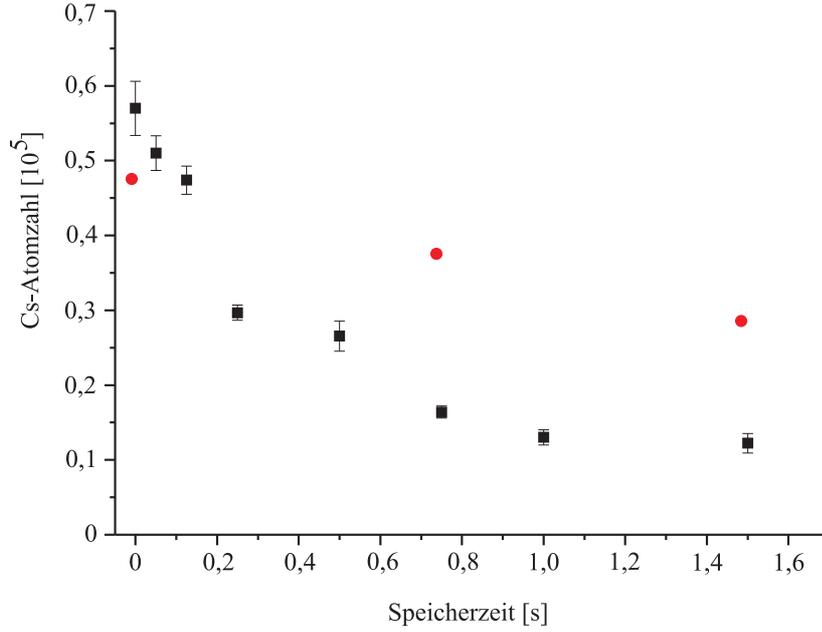
elastischen Streuquerschnitt  $\sigma = \frac{4\pi a^2}{k^2 a^2 + 1}$  in Abhängigkeit von Temperatur und Streulänge. Der obere Graph 5.12a illustriert das Verhalten des Streuquerschnittes im Limit  $T \rightarrow 0$ ,  $\sigma \propto a^2$ ,

und im Limit sehr großer Streulänge  $a$ ,  $\sigma \propto 1/k^2$ . Graph 5.12b zeigt den Streuquerschnitt im für die Streulängenanalyse relevanten Temperatur- und Streulängenbereich und illustriert, dass die Messungen in einem Temperatur- und Streulängenbereich liegen, in dem der elastische Streuquerschnitt nur schwach von der Streulänge abhängt.

Auch am Bonner BEC-Experiment wurde versucht, Rb so schnell zu kühlen, dass ein Temperaturunterschied zwischen Rb und Cs entsteht; dies gelang allerdings nicht. Man kann Rb auch nicht beliebig schnell kühlen, da eine zu schnelle Änderung der Mikrowellenfrequenz dazu führt, dass die Energie der Rb-Atome nicht mehr thermisch verteilt ist. Aufgrund mangelnder Detailinformationen über die experimentellen Parameter in [24] kann nur eine Hypothese über die Gründe für das Nichtgelingen am Bonner BEC-Experiment aufgestellt werden. Die thermische Kopplung zwischen Rb und Cs hängt sehr stark von der Rb-Dichte ab. Eine mögliche Erklärung sind deshalb im Vergleich zu den Experimenten in der Gruppe von E. Arimondo deutlich höhere Rb-Dichten. Da in [24] keine Informationen über die Fallenparameter gegeben werden, kann nur indirekt auf die Rb-Dichte geschlossen werden; so wird in den in [24] beschriebenen Messungen zum sympathetischen Kühlen die Rb-Cs-Mischung innerhalb von 16 s von etwa  $27\mu\text{K}$  auf etwa  $5\mu\text{K}$  abgekühlt, während dies im Bonner BEC-Experiment innerhalb von 3 s geschieht. Das spricht dafür, dass in der Tat im Bonner BEC-Experiment deutlich höhere Rb-Dichten vorliegen als bei den in [24] beschriebenen Experimenten.

### 5.2.3. Cs–Verluste

Wie in Abschnitt 1.3.3 beschrieben, treten bei Cs im Zustand  $|4, 4\rangle$  starke inelastische Verluste auf. In zwei gesonderten Experimenten sind die Cs-Verluste weiter untersucht worden. In einem ersten Experiment wurden Rb und Cs bis auf  $2,5\mu\text{K}$  gekühlt, die Mikrowellenquelle wurde nicht ausgeschaltet und die Frequenz bei ihrem Endwert festgehalten, um ein Aufheizen der Atome zu verhindern, und die Atome bis zu 1,5 s gespeichert. Für beide Spezies wurde die Atomzahl nach 5 ms ballistischer Expansion durch Absorptionsabbildung der Atomwolken bestimmt. In einem zweiten Experiment wurden Rb und Cs wiederum auf  $2,5\mu\text{K}$  gekühlt, anschließend wurden die Rb-Atome allerdings mit resonantem Licht aus der Falle entfernt. Wiederum wurde die Cs-Atomzahl nach 5 ms ballistischer Expansion durch Absorptionsabbildung bestimmt. Abbildung 5.13 zeigt die zu diesen Messungen gehörenden Daten. Im Fall der gemeinsamen Speicherung von Cs mit Rb sorgt die Einstrahlung der Mikrowellenstrahlung für ein effektiv sehr flaches Fallenpotential für die Rb-Atome, die deshalb kontinuierlich aus der Falle verdampfen (vergleiche Abschnitt 3.2.2, *plain evaporation*). Dadurch kühlt sich die Rb-Cs-Mischung von anfänglichen  $2,5\mu\text{K}$  auf  $1,8\mu\text{K}$  ab. Dieser Kühleffekt findet bei der Speicherung von Cs alleine nicht statt. Vielmehr findet in diesem Fall eine starke Aufheizung auf  $3,5\mu\text{K}$  statt. Die inelastischen Cs-Cs-Stöße finden aufgrund ihrer Dichteabhängigkeit vorwiegend im Zentrum der Falle statt, wodurch die die Falle verlassenden Atome eine unterdurchschnittliche potentielle Energie besitzen. Dies führt zum Aufheizen der Atomwolke, ein Effekt der zum Beispiel in [53] beschrieben wird. Die unterschiedlichen Temperaturverläufe bei den beiden Cs-Verlust-Messungen haben einen starken Einfluss auf die Cs-Verluste. Die Datenlage für die Messung der Cs-Verluste ohne Rb in der Magnetfalle ist für eine detaillierte Analyse nicht ausreichend. Dennoch soll die Cs-Verlustmessung bei Anwesenheit von Rb



**Abbildung 5.13.:** Die gemessenen Cs-Verluste in Anwesenheit von Rb (■, Datensatz (1)) und in Abwesenheit von Rb (●, Datensatz (2)). Im Fall von Datensatz (1) wurden für jeden Datenpunkt zwischen drei und fünf Messungen durchgeführt, im Fall von Datensatz (2) nur je eine.

ausgewertet werden.

Beschrieben werden die Cs-Verluste durch folgende Gleichung (siehe Abschnitt 1.3.2):

$$\dot{N}_{\text{Cs}} = - \int \Gamma(\vec{r}) n_{\text{Cs}}(\vec{r}) d^3r . \quad (5.4)$$

Wenn nur Cs-Cs-Stöße berücksichtigt werden, kann  $\Gamma(\vec{r})$  geschrieben werden als

$$\Gamma(\vec{r}) = L_1 + 2 L_2 n_{\text{Cs}}(\vec{r}) + 3 L_3 n_{\text{Cs}}^2(\vec{r}) ; \quad (5.5)$$

dabei beschreibt  $L_1$  Stöße mit dem Hintergrundgas,  $L_2$  Zwei-Körperstöße und  $L_3$  Drei-Körperstöße (Drei-Körper-Rekombination, siehe Abschnitt 1.3.2). Dabei ist schon jeweils die Zahl der pro Ereignis die Falle verlassenden Atome berücksichtigt. Damit kann Gleichung (5.4) wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} - \dot{N}_{\text{Cs}}/N_{\text{Cs}} &= L_1 + 2 L_2 \left( \int n_{\text{Cs}}^2(\vec{r}) d^3r \right) / N_{\text{Cs}} \\ &\quad + 3 L_3 \left( \int n_{\text{Cs}}^3(\vec{r}) d^3r \right) / N_{\text{Cs}} \\ &=: L_1 + 2 L_2 \langle n_{\text{Cs}} \rangle + 3 L_3 \langle n_{\text{Cs}}^2 \rangle \\ &= L_1 + 2 L_2 \langle n_{\text{Cs}} \rangle + 8/\sqrt{3} L_3 \langle n_{\text{Cs}} \rangle^2 \end{aligned} \quad (5.6)$$

wobei

$$\begin{aligned}
 n(\vec{r}) &= N \left( \frac{m\bar{\omega}^2}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-1/2m \sum_i \omega_i^2 x_i^2 / k_B T} \\
 \langle n \rangle &= N \left( \frac{m\bar{\omega}^2}{4\pi k_B T} \right)^{3/2} \\
 \langle n^2 \rangle &= 3^{-3/2} 8 \langle n \rangle^2 .
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Dabei ist  $\langle n \rangle$  die mittlere Dichte und  $\langle n^2 \rangle$  die mittlere quadratische Dichte.

Für den Fall, dass zusätzlich Cs-Verluste durch Stöße mit Rb-Atomen auftreten, treten in Gleichung (5.5) weitere Terme auf:

$$\begin{aligned}
 &L_{\text{Rb-Cs}} n_{\text{Rb}}(\vec{r}) \\
 &L'_{\text{Rb-Cs}} n_{\text{Rb}}^2(\vec{r}) \\
 &L''_{\text{Rb-Cs}} n_{\text{Rb}}(\vec{r}) n_{\text{Cs}}(\vec{r})
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Der erste Term beschreibt Stöße zwischen je einem Cs- und Rb-Atom, der zweite Term Stöße zweier Rb-Atome mit einem Cs-Atom und der letzte Term Stöße zweier Cs-Atome mit einem Rb-Atom. Für den Fall, dass nur Stöße zwischen einem Rb-Atom und einem Cs-Atom relevant wären, träte in Gleichung (5.6) folgender zusätzlicher Ausdruck auf:

$$L_{\text{Rb-Cs}} \left( \int n_{\text{Rb}}(\vec{r}) n_{\text{Cs}}(\vec{r}) d^3r \right) / N_{\text{Cs}} . \tag{5.9}$$

Da beide Spezies dieselbe Temperatur haben, unterscheiden sich ihre Dichteverteilungen wegen des identischen Fallenpotentials (der *gravitational sag* wird wiederum vernachlässigt) nur in der Atomzahl. Damit kann dieser Ausdruck wie folgt umgeschrieben werden:

$$L_{\text{Rb-Cs}} \left( \int n_{\text{Rb}}(\vec{r}) n_{\text{Cs}}(\vec{r}) d^3r \right) / N_{\text{Cs}} = L_{\text{Rb-Cs}} N_{\text{Rb}} / N_{\text{Cs}} \langle n_{\text{Cs}} \rangle . \tag{5.10}$$

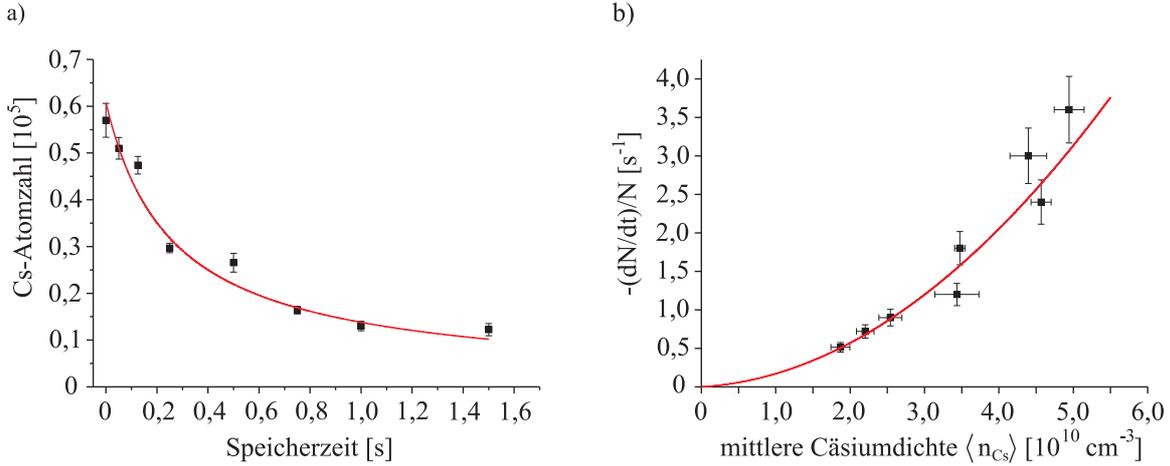
Da der Faktor  $N_{\text{Rb}}/N_{\text{Cs}}$  während der Messung von anfänglich  $\simeq 30$  auf  $\simeq 100$  steigt, würde er sich - ein hinreichend großes  $L_{\text{Rb-Cs}}$  vorausgesetzt - in einer Abweichung von einem linearen Zusammenhang zwischen  $-\dot{N}_{\text{Cs}}/N_{\text{Cs}}$  und  $\langle n_{\text{Cs}} \rangle$  bemerkbar machen, ebenso wie der die Drei-Körper-Stöße beschreibende Term.

Zunächst aber sollen die in Abbildung 5.13 gezeigten Cs-Verluste mittels Gleichung (5.6) analysiert werden. Um die Ratenkoeffizienten  $L_i$  zu bestimmen, müssen die normierten Verluste  $\dot{N}_{\text{Cs}}/N_{\text{Cs}}$  und die mittlere Dichte  $\langle n_{\text{Cs}} \rangle$  als Funktion der Speicherzeit bestimmt werden. Abbildung 5.14 a zeigt die Cs-Atomzahl als Funktion der Speicherzeit, wobei Cs gemeinsam mit Rb gespeichert wurde. An die Daten wird die empirische Funktion

$$N(t) = N_0(1 + kt)^\gamma \tag{5.11}$$

angepasst [136]. Mit ihrer Hilfe lässt sich die Größe  $-\dot{N}_{\text{Cs}}/N_{\text{Cs}}$  mit wenigen Datenpunkten verlässlich bestimmen.

$$-\dot{N}/N = k\gamma/(1 + kt) \tag{5.12}$$



**Abbildung 5.14.:** Auswertung der Cs-Verluste in Anwesenheit von Rb in der Magnetfalle. a): Anpassung der Modellfunktion  $N(t) = N_0(1 + kt)^\gamma$  an die Daten. b): Mit der Modellfunktion  $N(t) = N_0(1 + kt)^\gamma$  wird die Größe  $-\dot{N}/N = k\gamma/(1 + kt)$  berechnet und gegen die mittlere Dichte  $\langle n \rangle$  aufgetragen. An diese Daten wird nun die Modellfunktion aus Gleichung (5.6) angepasst.

Das Ergebnis für die Fitparameter lautet  $N_0 = (6,1 \pm 0,3) \cdot 10^4$ ,  $k = (4 \pm 1) \text{s}^{-1}$  und  $\gamma = -0,9 \pm 0,1$ . Jetzt können mit Hilfe von Gleichung (5.12) die normierten Verluste  $-\dot{N}_{\text{Cs}}/N_{\text{Cs}}$  berechnet werden und gegen die mittlere Dichte  $\langle n_{\text{Cs}} \rangle$  aufgetragen werden. Anschließend wird Gleichung (5.6) an die Daten angepasst, wobei der die Stöße mit dem Hintergrundgas beschreibende Term Null gesetzt und nicht variiert wird. Das ist für die kurzen Speicherzeiten sehr gut gerechtfertigt, da die gemessene Lebensdauer bei etwa 50 s liegt, siehe Abschnitt 4.5.1. Damit erhält man für die Ratenkoeffizienten die Werte  $L_2 = (3 \pm 2) \cdot 10^{-12} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$  und  $L_3 = (2 \pm 0,3) \cdot 10^{-22} \text{cm}^6 \text{s}^{-1}$ . Leider existieren keine experimentellen Daten, die einen direkten Vergleich erlauben. In [53] wurde die Temperaturabhängigkeit von  $L_2$  bis zu Temperaturen von  $8 \mu\text{K}$  bestimmt; In [53] wurden die Verluste auch für tiefere Temperaturen von bis zu  $5 \mu\text{K}$  gemessen und eine gute Übereinstimmung mit der angegebenen Temperaturabhängigkeit des Ratenkoeffizienten gefunden; dennoch bleibt unklar, ob eine Extrapolation dieser Temperaturabhängigkeit zu den hier vorliegenden tieferen Temperaturen sinnvoll ist. Sie soll dennoch hier vorgenommen werden, um zu überprüfen, ob die Werte für  $L_2$  zumindest größenordnungsmäßig übereinstimmen. Eine Extrapolation der in [53] gegebenen Temperaturabhängigkeit von  $L_2$  zu einer Temperatur von  $2,5 \mu\text{K}$  ergibt einen Wert von  $L_2 \simeq 4 \times 10^{-12} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ , was eine vernünftige Übereinstimmung ist<sup>5</sup>. Die Bestimmung des Drei-Körper-Ratenkoeffizienten  $L_3$  ist wegen der im allgemeinen ebenfalls vorhandenen inelastischen Zwei-Körperstöße sehr schwierig. So existieren für Cs im Zustand  $|4, 4\rangle$  gar keine Vergleichsdaten. Deshalb soll das hier gewonnene Resultat mit einem theoretischen Modell verglichen werden. Für den Fall großer Streulängen wurde zur Beschreibung der Drei-Körper-Rekombination das folgende universelle Skalierungsgesetz vorgeschlagen [137]:  $L_3 = n_l C \hbar / m a^4$ . Dabei ist  $n_l$  die Zahl der Atome, die pro Rekombinationsprozess die Falle verlassen, in unserem Fall also drei, und  $C$

<sup>5</sup>Die in [53] angegebene Formel liefert für  $T = 2,5 \mu\text{K}$  einen Wert von  $L_2 \simeq 8 \times 10^{-12} \text{cm}^3 \text{s}^{-1}$ ; dabei wird allerdings nicht wie in Gleichung (5.5) durch einen Faktor zwei die Zahl der die Falle verlassenden Atome berücksichtigt. Daher muss zum Vergleich das aus der Formel erhaltene Ergebnis durch zwei dividiert werden.

eine dimensionslose Größe. Es existieren verschiedene Vorhersagen für  $C$  mit Werten bis zu  $\sim 70$  [138]. In einem in der Gruppe von R. Grimm in Innsbruck durchgeführten Experiment mit Cs im Zustand  $|3, 3\rangle$  konnte dieses Skalenverhalten bestätigt werden [56]. Grimm et al. fanden  $n_l C = 225$ , was für  $n_l = 3$   $C = 75$  bedeutet. Ausgehend von diesem Wert und der Cs-Triplettstretlänge  $a = 2400 a_0$  erhält man  $L_3 \simeq 5 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^6 \text{ s}^{-1}$ , was etwa einen Faktor 4 kleiner ist als der aus dem Fit ermittelte Wert für  $L_3$ . Allerdings ist bei diesem Vergleich unklar, inwieweit das Skalierungsgesetz hier anwendbar ist.

In der Analyse werden Rb-Cs-Stöße nicht berücksichtigt. Der in Gleichung (5.10) auftretende Term  $L_{\text{Rb-Cs}} N_{\text{Rb}}/N_{\text{Cs}} \langle n_{\text{Cs}} \rangle$ , der in der obigen Analyse nicht berücksichtigt wird, könnte - wie oben erläutert - zur Abweichung vom linearen Zusammenhang zwischen  $-\dot{N}_{\text{Cs}}/N_{\text{Cs}}$  und  $\langle n_{\text{Cs}} \rangle$  beitragen und somit einen zu hohen Wert für den Ratenkoeffizienten  $L_3$  erklären. Da der Ausdruck  $L_{\text{Rb-Cs}} N_{\text{Rb}}/N_{\text{Cs}} \langle n_{\text{Cs}} \rangle$  aber nicht nur von der mittleren Cs-Dichte abhängt, sondern auch von der Rb-Atomzahl, kann er nicht in die oben ausgeführte Analyse eingebaut werden. Trägt man die normierten Cs-Verluste gegen die mittlere Rb-Dichte auf, so sind keine Korrelationen erkennbar. Dies bedeutet, dass der Einfluss von Rb-Cs-Stößen viel geringer ist als der der Cs-Cs-Stöße. Um den Einfluss von Rb direkt zu beobachten, wäre eine solche Analyse wie die obige auch für Cs-Verluste ohne Rb in der Magnetfalle durchzuführen. Zusammengefasst kann nur festgehalten werden, dass keine Evidenz für inelastische Rb-Cs-Stöße gefunden wurde.

---

# Zusammenfassung und Ausblick

---

In der vorliegenden Arbeit habe ich die Erzeugung ultrakalter Cäsiumensembles mit etwa 3000 Atomen in einer Magnetfalle beschrieben. Dazu wird Cäsium sehr effizient sympathetisch durch ein Rubidiumensemble gekühlt, das selektiv durch mikrowelleninduzierte Evaporation gekühlt wird. Dadurch ist garantiert, dass der Kühlprozess für Cäsium verlustfrei ist. Dies ist entscheidend für die zukünftigen Experimente, in denen Rubidium-Cäsium-Mischungen mit sehr kleinen Cäsiumatomzahlen untersucht werden.

Die tiefsten mit dieser Technik erreichten Temperaturen sind 700 nK, was etwa  $3 \mu\text{K}$  unterhalb bisher erreichter Temperaturen für magnetisch gefangenes Cäsium im Zustand  $|4, 4\rangle$  liegt [53]. Die maximal erreichte Phasenraumdichte  $\rho$  ist mit  $\rho \approx 10^{-4}$  bei einer Temperatur von  $1,7 \mu\text{K}$  einen Faktor 10 größer als die bisher publizierten Phasenraumdichten für magnetisch gefangenes Cäsium im Zustand  $|4, 4\rangle$  [53].

Die Mischung wurde nicht weiter gekühlt, da aufgrund der starken Cäsiumverluste die optische Dichte von Cäsium so gering wurde, dass eine Temperaturbestimmung nicht mehr möglich war. Eine Erhöhung der Empfindlichkeit zur Detektion kleiner Cäsiumensembles sollte es ermöglichen, die Mischung weiter zu kühlen und schließlich kleine Cäsiumensembles zu erzeugen, die in ein Rubidium-Kondensat eingebettet sind.

Das sympathetische Kühlen wurde mit einem einfachen Modell analysiert und als Ergebnis dieser Analyse kann eine untere Grenze für den Betrag Rubidium-Cäsium-Triplett-Streulänge von  $a_{\text{RbCs}} = 150 a_0$  angegeben werden.

Darüberhinaus wurde die Mikrowellenkühltechnik ausführlich charakterisiert. Sie wurde erfolgreich zur Erzeugung von Rubidium-Kondensaten aus  $10^5$  Atomen angewendet.

Als Teil der Arbeit wurde ein neues Spulensystem entworfen und in das Experiment integriert, das den experimentellen Zyklus zur Erzeugung der Rubidium-Kondensate im Vergleich zum vorherigen Spulensystem sehr deutlich verkürzt. Zudem bietet das neue Spulensystem zusätzlichen optischen Zugang zur Integration einer optischen Falle in den experimentellen Aufbau.

Insgesamt wurde damit ein sehr guter Ausgangspunkt für die in der Zukunft geplanten Experimente geschaffen. Zunächst muss die Wechselwirkung zwischen Rubidium und Cäsium weiter charakterisiert werden. Da dies im Fall großer Streulängen durch Thermalisierungsexperimente schwierig ist, soll ein anderer Weg beschritten werden. Im Fall von Cäsium konnte das Wechselwirkungspotential durch umfassende Feshbachspektroskopie, d.h. die Bestimmung der Resonanzpositionen und Resonanzbreiten von Feshbachresonanzen, charakterisiert werden

[42]. Daraus konnten die Cäsium-Streulängen zuverlässig und mit großer Genauigkeit gegeben werden [36]. Für das Rubidium-Cäsium-System existieren bezüglich Feshbachresonanzen keine theoretischen Vorhersagen.

Bei der Vermessung der Feshbachresonanzen macht man sich zu Nutze, dass diese nicht nur zu einer resonanzartigen Überhöhung des elastischen Streuquerschnitts führen, sondern auch zu stark erhöhten inelastischen Verlusten sowohl bei Zwei-Körper-Stößen als auch bei der Drei-Körper-Rekombination [139, 140], siehe auch Anhang A. Zur Lokalisierung der Feshbachresonanzen wird ein homogenes Magnetfeld angelegt und in Abhängigkeit von der Feldstärke werden die Atomverluste bestimmt. Da in Magnetfallen immer Feldinhomogenitäten auftreten und zudem im QUIC-System ein zusätzliches homogenes Feld entlang der Symmetrieachse das Fallenpotential deformiert, werden diese Messungen in einer optischen Falle durchgeführt werden.

Die für eine optische Falle notwendige Optik ist mittlerweile bereits entworfen und teilweise aufgebaut worden. Als Laserquelle ist ein Nd:YAG-Laser bei einer Wellenlänge von 1064 nm geplant, mit einer am Experiment verfügbaren Leistung von knapp 600 mW. Die berechneten Fallenparameter [141] bei einem Strahlradius von  $17,5 \mu\text{m}$  im Fokus und einer Rayleighlänge von  $0,9 \text{ mm}$  sind für Rubidium (Cäsium) eine Fallentiefe von  $U_0 = 189 \mu\text{K}$  ( $327 \mu\text{K}$ ), eine radiale Fallenfrequenz von  $\omega_r = 2\pi \times 2445 \text{ s}^{-1}$  ( $2\pi \times 2600 \text{ s}^{-1}$ ) und eine axiale Fallenfrequenz von  $\omega_a = 2\pi \times 34 \text{ s}^{-1}$  ( $2\pi \times 36 \text{ s}^{-1}$ ).

Das homogene Magnetfeld wird durch die Quadrupolspulen erzeugt werden, die mittels Relais während der Speicherung der Atome in der optischen Falle in Helmholtzkonfiguration verschaltet werden. Die berechnete maximal mögliche Feldstärke liegt bei etwa 1000 G.

Je mehr Feshbachresonanzen gefunden werden, desto genauer und zuverlässiger ist die Charakterisierung der Stoßeigenschaften bei ultratiefen Temperaturen möglich. Deswegen wird die Suche nach Feshbachresonanzen sich unter Umständen nicht auf die bisher verwendeten atomaren Zustände beschränken (zumal Cäsium im Zustand  $|4, 4\rangle$  schon starke inelastische Verluste aufweist). Als weitere Zustände bieten sich die beiden absoluten Grundzustände  $|1, 1\rangle$  für Rubidium und  $|3, 3\rangle$  für Cäsium an, in denen die Feshbachresonanzen anhand von verstärkter Drei-Körper-Rekombination bestimmt werden können. Die Atome können in diese Zuständen durch Ein-Photonen-Mikrowellenübergänge aus den bisher verwendeten Zuständen transferiert werden.

Bezüglich der Speicherung und Detektion einzelner Cäsiumatome sowohl in magneto-optischen Fallen als auch optischen Fallen existieren langjährige Erfahrungen in unserer Arbeitsgruppe [142, 143], die auf das BEC-Experiment übertragen werden sollen. So findet die Speicherung einzelner Cäsiumatome in einer magneto-optischen Falle bei sehr großen Magnetfeldgradienten statt, die größenordnungsmäßig denen in der Quadrupolfalle entsprechen. Das sollte den gleichzeitigen Betrieb einer magneto-optischen Falle mit einzelnen Cäsiumatomen und einer Quadrupolfalle mit vielen Atomen erlauben, sowie den anschließenden Transfer in die QUIC-Falle. Allerdings sind für derart geringe Atomzahlen andere Detektionsmethoden als die Absorptionsabbildung notwendig. In [143] zum Beispiel wurde eine Methode entwickelt, die Energieverteilung einzelner Atome in der optischen Falle ohne Absorptionsabbildung zu bestimmen, ebenso existiert eine Technik zur zustandsselektiven Detektion [144].

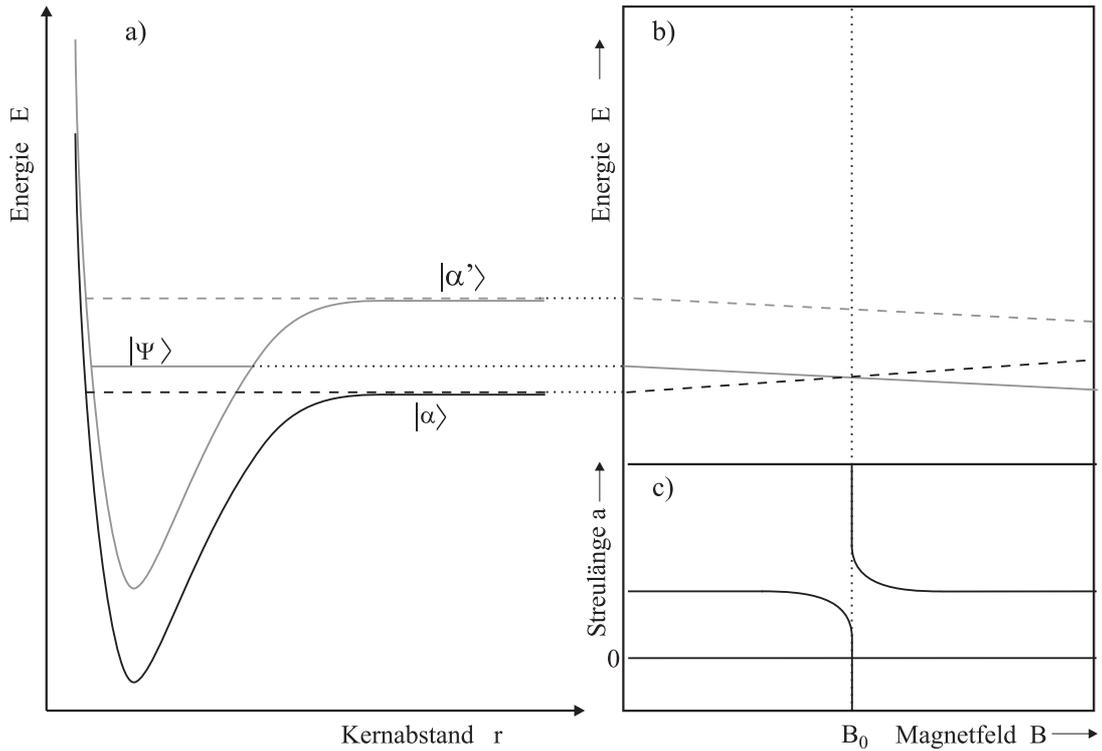
---

## A. Feshbachresonanzen

---

In diesem Anhang sollen kurz die wesentlichen Grundlagen magnetischer Feshbachresonanzen zusammengefasst werden. Abbildung A.1 illustriert die physikalische Situation. Mit  $|\alpha\rangle$  wird der Zustand zweier Atome beschrieben, bevor ein Streuprozess stattfindet. Wie in Abschnitt 1.3.2 beschrieben, können die beiden Atome während des Streuprozesses ihren Zustand ändern, wenn eine Kopplung zum Beispiel an das zum Zustand  $|\alpha'\rangle$  gehörenden Molekülpotential existiert. Die Zustände  $|\alpha\rangle, |\alpha'\rangle$  werden auch als Kanäle bezeichnet. In der Diskussion in Abschnitt 1.3.2 besaß der Kanal  $|\alpha'\rangle$  eine geringere asymptotische Energie (die Summe der internen Energien der beiden Atome für Abstände  $r \rightarrow \infty$ ) als der so genannte Eingangskanal  $|\alpha\rangle$ , konnte folglich asymptotisch zur Streuwelle beitragen (was sich dann als inelastischer Prozess manifestiert). In der in Abbildung A.1a dargestellten Situation aber ist die asymptotische Energie des Kanals  $|\alpha'\rangle$  größer als die Gesamtenergie der Atome im Eingangskanal, er kann also asymptotisch nicht zur Streuwelle beitragen. Solche Kanäle werden als (energetisch) geschlossene Kanäle bezeichnet, alle anderen Kanäle, inklusive des Eingangskanals, werden als offene Kanäle bezeichnet. Die Kopplung der beiden Kanäle  $|\alpha\rangle$  und  $|\alpha'\rangle$  erzeugt aber eine vorübergehende Besetzung eines gebundenen Zustandes  $|\Psi\rangle$  des zu Kanal  $|\alpha'\rangle$  gehörenden Molekülpotentials (man spricht auch von quasi-gebundenen Atomen). Die Besetzung des gebundenen Zustandes ist nur vorübergehend, da eine Kopplung an das Kontinuum des Kanals  $|\alpha\rangle$  existiert und ein spontaner Zerfall in zwei separate Atome auftreten kann. Ist die Gesamtenergie der Atome in Kanal  $|\alpha\rangle$  gleich der Energie eines gebundenen Zustandes  $|\Psi\rangle$ , so ist die Besetzung des gebundenen Zustandes  $|\Psi\rangle$  resonant überhöht. Da die magnetischen Momente der beiden Kanäle im Allgemeinen unterschiedlich sind, können die asymptotischen Energien der beiden Kanäle mit Hilfe eines externen Magnetfeldes relativ zueinander verschoben werden. Ebenso kann die Energie des gebundenen Zustandes  $|\Psi\rangle$  relativ zur Energie der Atome im Eingangskanal  $|\alpha\rangle$  verschoben werden, siehe Abbildung A.1b. Die resonant überhöhte, vorübergehende Besetzung des gebundenen Zustandes  $|\Psi\rangle$  hat einen starken Einfluss auf die Streuphase und damit die Streulänge, siehe Abbildung A.1c ; dieser Mechanismus ist derselbe wie bei den in Abschnitt 1.2.3 beschriebenen Nullenergie resonanzen. Kreuzt die Energie des gebundenen Zustandes die asymptotische Energie des Eingangskanals von höheren Energien kommend, so divergiert die Streulänge  $a$  gemäß  $a \rightarrow +\infty$ , im anderen Fall gemäß  $a \rightarrow -\infty$ ; letzteres entspricht bei den in Abbildung 1.3 gezeigten Nullenergie resonanzen im dreidimensionalen Potentialopf abnehmender Potentialtiefe.

Die bis hier präsentierte Darstellung vereinfacht die real vorliegende Situation dahingehend sehr stark, dass nur zwei Kanäle berücksichtigt werden. Tatsächlich sind immer mehrere geschlossene und offene Kanäle involviert. Somit kann auch die Situation auftreten, dass der



**Abbildung A.1.:** a): Zwei adiabatische Molekülpotentiale, die zu den Kanlen  $|\alpha\rangle$  und  $|\alpha'\rangle$  gehören.  $|\Psi\rangle$  ist ein gebundener Zustand des zu  $|\alpha'\rangle$  gehörenden Molekülpotentials. b): Magnetfeldabhängigkeit der asymptotischen Kanäle und des gebundenen Zustands. Am Kreuzungspunkt  $B_0$  von gebundenem Zustand und Eingangskanal liegt die Feshbachresonanz. c): Verlauf der Streulänge in der Umgebung einer Feshbachresonanz.

quasi-gebundene Zustand  $|\Psi\rangle$  an das Kontinuum eines anderen offenen Kanals  $|\alpha''\rangle$  koppelt. Das bedeutet nichts anderes, als dass Feshbachresonanzen auch zu erhöhten inelastischen Zwei-Körper-Stosraten führt. Die daraus resultierenden erhöhten Atomverluste sind eine experimentelle Signatur magnetischer Feshbachresonanzen [139, 140]. Unter Berücksichtigung mehrerer offener Kanäle ist die Streulänge komplex und ihre Magnetfeldabhängigkeit ist durch die folgende Formel gegeben [145]:

$$a = a_\infty \left( 1 - e^{2i\Phi_R} \frac{\Delta_{\text{el}}}{B - B_0 + \frac{1}{2}i\Delta_{\text{inel}}} \right). \quad (\text{A.1})$$

Darin ist  $a_\infty$  die Streulänge weit weg von der Resonanz und  $\Delta_{\text{el}}$  und  $\Delta_{\text{inel}}$  sind elastische bzw. inelastische Breite der Resonanz;  $\Phi_R$  ist die so genannte resonante Mischphase. Im Fall nur eines offenen Kanals reduziert sich das Ergebnis auf

$$a = a_\infty \left( 1 - \frac{\Delta_B}{B - B_0} \right). \quad (\text{A.2})$$

Dabei ist  $\Delta B$  die magnetische Feldbreite, über die die Streulänge ihr Vorzeichen bezüglich  $a_\infty$  ändert. Die Mechanismen hinter der ebenfalls beobachteten Überhöhung der Drei-Körper-Rekombination nahe einer Feshbachresonanz sind noch nicht vollständig geklärt; jedenfalls reicht das in Abschnitt 5.2.3 erwähnte Skalierungsverhalten  $L_3 \propto a^4$  zur Erklärung nicht aus, da der Ratenkoeffizient schon für betragsmäßig kleine Streulängen stark überhöht sein kann.

---

Die Magnetfeldabhängigkeit der Streulänge erlaubt nun im Prinzip, durch das Anlegen eines externen, homogenen Magnetfeldes die Streulänge zu kontrollieren. Wie präzise dies in der Praxis gelingt, hängt davon ab, wie groß die magnetische Feldbreite  $\Delta B$  ist. So finden sich zum Beispiel in  $^{87}\text{Rb}$  einige Feshbachresonanzen, von denen die meisten bei recht hohen Magnetfeldern von über 400 G liegen und Breiten in der Größenordnung von einem Milligauß oder weniger besitzen; die breiteste Resonanz liegt bei etwa 1007 G mit einer Breite von 170 mG [146]. Für  $^{133}\text{Cs}$  im Zustand  $|3, 3\rangle$  hingegen existiert eine extrem breite Resonanz, die die präzise Einstellung der Streulänge zwischen  $-2300 a_0$  und  $+1000 a_0$  bei Magnetfeldern zwischen 0 G und etwa 45 G erlaubt [147].



---

# Literaturverzeichnis

---

- [1] A. L. MIGDALL, J. V. PRODAN, W. D. PHILLIPS, T. H. BERGEMAN UND H. J. METCALF, *First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **54**, 2596 (1985)
- [2] W. KETTERLE UND N. J. VAN DRUTEN, *Evaporative cooling of atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **37**, 181 (1996)
- [3] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER UND Y. B. OVCHINNIKOV, *Optical dipole traps for neutral atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000)
- [4] W. D. PHILLIPS, *Nobel Lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Rev. Mod. Phys. **70**, 721 (1998)
- [5] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN UND E. A. CORNELL, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, Science **269**, 198 (1995)
- [6] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLETT UND R. G. HULET, *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*, Phys. Rev. Lett **75**, 1687 (1995)
- [7] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN UND W. KETTERLE, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995)
- [8] M. R. ANDREWS, C. G. TOWNSEND, H.-J. MIESNER, D. S. DURFEE, D. M. KURN UND W. KETTERLE, *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*, Science **275**, 637 (1997)
- [9] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH UND T. ESSLINGER, *Atom Laser with a cw Output Coupler*, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999)
- [10] K. MADISON, F. CHEVY, W. WOHLLEBEN UND J. DALIBARD, *Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett **84**, 806 (2000)
- [11] T. KÖHLER, K. GÓRAL UND P. S. JULIENNE, *Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances*, Rev. Mod. Phys. **78**, 1311 (2006)
- [12] M. GREINER, O. MANDEL, T. ESSLINGER, T. W. HÄNSCH UND I. BLOCH, *Quantum phase transition from a superfluid to Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, Nature **415**, 39 (January 2002)
- [13] K. XU, T. MUKAIYAMA, J. R. ABO-SHAER, J. K. CHIN, D. E. MILLER UND W. KETTERLE, *Formation of Quantum-Degenerate Sodium Molecules*, Phys. Rev. Lett. **91**, 210402 (2003)

- [14] C. OSPELKAUS, S. OSPELKAUS, L. H. P. ERNST, K. SENGSTOCK UND K. BONGS, *Ultracold Heteronuclear Molecules in a 3D Optical Lattice*, Phys. Rev. Lett. **97**, 120402 (2006)
- [15] B. DEMARCO UND D. S. JIN, *Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas*, Science **285**, 1703 (1999)
- [16] A. G. TRUSCOTT, K. E. STRECKER, W. I. MCALEXANDER, G. B. PARTRIDGE UND R. G. HULET, *Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms*, Science **291**, 2570 (2001)
- [17] M. W. ZWIERLEIN, J. R. ABO-SHAEER, A. SCHIROTZEK, C. H. SCHUNCK UND W. KETTERLE, *Vortices and superfluidity in a strongly interacting Fermi gas*, Nature **435**, 1047 (2006)
- [18] M. GREINER, C. A. REGAL UND D. S. JIN, *Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas*, Nature **426**, 537 (2003)
- [19] G. MODUGNO, M. MODUGNO, F. RIBOLI, G. ROATI UND M. INGUSCIO, *Two Atomic Species Superfluid*, Phys. Rev. Lett. **89**, 190404 (2002)
- [20] J. CATANI, L. D. SARLO, G. BARONTINI, F. MINARDI UND M. INGUSCIO, *Degenerate Bose-Bose mixture in a 3D optical lattice*, pre-print: arXiv:0706.2781v1 [cond-mat.soft] 19 Jun 2007 (2007)
- [21] A. J. DALEY, P. O. FEDICHEV UND P. ZOLLER, *Single-atom cooling by superfluid immersion: A nondestructive method for qubits*, Phys. Rev. A **69**, 022306 (2004)
- [22] A. SINATRA, P. O. FEDICHEV, Y. CASTIN, J. DALIBARD UND G. V. SHLYAPNIKOV, *Dynamics of Two Interacting Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **82**, 251 (1999)
- [23] F. RIBOLI UND M. MODUGNO, *Topology of the ground state of two interacting Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **65**, 063614 (2002)
- [24] M. ANDERLINI, E. COURTADE, M. CRISTIANI, D. COSSART, D. CIAMPINI, C. SIAS, O. MORSCH UND E. ARIMONDO, *Sympathetic cooling and collisional properties of a Rb-Cs mixture*, Phys. Rev. A **71**, 061401(R) (2005)
- [25] E. TIESINGA, M. ANDERLINI UND E. ARIMONDO, *Determination of the scattering length of the  $a^3\Sigma^+$  potential of  $^{87}\text{RbCs}$* , Phys. Rev. A **75**, 022707 (2007)
- [26] J. DALIBARD, *Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases*, in: M. INGUSCIO, S. STRINGARI UND C. WIEMAN (Hrsg.), *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of The International School of Physics Enrico Fermi - Course CXL*, 321, IOS Press, Amsterdam (1999)
- [27] D. HEINZEN, *Ultracold atomic interactions*, in: M. INGUSCIO, S. STRINGARI UND C. WIEMAN (Hrsg.), *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of The International School of Physics Enrico Fermi - Course CXL*, 351, IOS Press, Amsterdam (1999)
- [28] J. J. SAKURAI, *Modern Quantum Mechanics - Revised Edition*, Addison-Wesley, New York (1994)
- [29] C. COHEN-TANNOUJJI, B. DIU UND F. LALOE, *Quantum Mechanics, Vol.2*, Addison-Wesley, New York (1977)
- [30] A. MESSIAH, *Quantum Mechanics, Vol.1*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1961)
- [31] B. DEMARCO UND D. S. JIN, *Exploring a quantum degenerate gas of fermionic atoms*, Phys. Rev. A **58**, R4267 (1998)

- [32] C. E. FELLOWS, R. F. GUTTERRES, A. P. C. CAMPOS, J. VERGÉS UND C. AMIOT, *The RbCs  $X^1\Sigma^+$  Ground Electronic State: New Spectroscopic Study*, J. Mol. Spectr. **197**, 19 (1999)
- [33] M. MARINESCU UND H. R. SADEGHPOUR, *Long-range potentials for two-species alkali-metal atoms*, Phys. Rev. A **59**, 390 (1999)
- [34] C. JOACHAIN, *Quantum Collision Theory*, North-Holland publishing Company, Amsterdam, erste Auflage (1975)
- [35] E. G. M. VAN KEMPEN, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, D. J. HEINZEN UND B. J. VERHAAR, *Interisotope Determination of Ultracold Rubidium Interactions from Three High-Precision Experiments*, Phys. Rev. Lett. **88**, 093201 (2002)
- [36] P. J. LEO, C. J. WILLIAMS UND P. S. JULIENNE, *Collision Properties of Ultracold  $^{133}\text{Cs}$  Atoms*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2721 (2000)
- [37] N. MOTT UND H. MASSEY, *The Theory of Atomic Collisions, Vol.1*, Oxford University Press, Oxford, UK (1965)
- [38] W. NOLTING, *Quantenmechanik, Teil 2: Methoden und Anwendungen, Bd.5 Grundkurs Theoretische Physik*, Zimmerman-Neufang, Ulmen (1994)
- [39] L. LANDAU UND E. LIFSCHITZ, *Quantenmechanik*, Akademie-Verlag, Berlin (1965)
- [40] Z. R. IWINSKI, L. ROSENBERG UND L. SPRUCH, *Nodal structure of zero-energy wavefunctions: New approach to Levinson's theorem*, Phys. Rev. A **31**, 1229 (1985)
- [41] H. HAKEN UND H. C. WOLF, *Molekülphysik und Quantenchemie*, Springer, Berlin (1998)
- [42] C. CHIN, V. VULETIĆ, A. J. KERMAN UND S. CHU, *High Resolution Feshbach Spectroscopy of Cesium*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2717 (2000)
- [43] M. J. JAMIESON, H. SARBAZI-AZAD, H. OUERDANE, G.-H. JEUNG, Y. S. LEE UND W. C. LEE, *Elastic scattering of cold caesium and rubidium atoms*, J. Phys. B **36**, 1085 (2003)
- [44] A. L. M. ZANELATTO, E. M. S. RIBEIRO UND R. D. J. NAPOLITANO, *Scattering lengths for Li-Cs, Na-Cs, K-Cs, and Rb-Cs ultracold collisions*, J. Chem. Phys. **125**, 014311 (2005)
- [45] H. STOOF, J. KOELMAN UND B. VERHAAR, *Spin-exchange and dipole relaxation rates in atomic hydrogen: Rigorous and simplified calculations*, Phys. Rev. B **38**, 4688 (1988)
- [46] J. WEINER, V. S. BAGNATO, S. ZILIO UND P. S. JULIENNE, *Experiments and theory in cold and ultracold collisions*, Rev. Mod. Phys. **71**, 1 (1999)
- [47] F. T. SMITH, *Diabatic and Adiabatic Representations for Atomic Collision Problems*, Phys. Rev. **179**, 111 (1969)
- [48] M. R. MATTHEWS, D. S. HALL, D. S. JIN, J. R. ENSHER, C. E. WIEMAN, E. A. CORNELL, F. DALFOVO, C. MINNITI UND S. STRINGARI, *Dynamical Response of a Bose-Einstein Condensate to a Discontinuous Change in Internal State*, Phys. Rev. Lett. **81**, 243 (1998)
- [49] J. P. BURKE, JR., J. L. BOHN, B. D. ESRY UND C. H. GREENE, *Impact of the  $^{87}\text{Rb}$  singlet scattering length on suppressing inelastic collisions*, Phys. Rev. A **55**, R2511 (1997)
- [50] F. H. MIES, C. J. WILLIAMS, P. S. JULIENNE UND M. KRAUSS, *Estimating Bounds on Collisional Relaxation Rates of Spin-Polarized  $^{87}\text{Rb}$  Atoms at Ultracold Temperatures*, J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. **101**, 521 (1996)
- [51] H. M. J. M. BOESTEN, A. J. MOERDIJK UND B. J. VERHAAR, *Dipolar decay in two recent Bose-Einstein condensation experiments*, Phys. Rev. A **54**, R29 (1996)

- [52] P. J. LEO, E. TIESINGA, P. S. JULIENNE, D. K. WALTER, S. KADLECEK UND T. G. WALKER, *Elastic and Inelastic Collisions of Cold Spin-Polarized  $^{133}\text{Cs}$  Atoms*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1389 (1998)
- [53] J. SÖDING, D. GUÉRY-ODELIN, P. DESBIOLES, G. FERRARI UND J. DALIBARD, *Giant Spin Relaxation of an Ultracold Cesium Gas*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1869 (1998)
- [54] E. A. CORNELL, J. R. ENSHER UND C. E. WIEMAN, *Experiments in dilute atomic Bose-Einstein condensation*, in: M. INGUSCIO, S. STRINGARI UND C. WIEMAN (Hrsg.), *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of The International School of Physics Enrico Fermi - Course CXL*, 15, IOS Press, Amsterdam (1999)
- [55] J. SÖDING, D. GUÉRY-ODELIN, F. CHEVY, H. INAMORI UND J. DALIBARD, *Three-body decay of a Rubidium Bose-Einstein condensate*, Appl. Phys. B **69**, 257 (1999)
- [56] T. WEBER, J. HERBIG, M. MARK, H.-C. NÄGERL UND R. GRIMM, *Three-Body Recombination at Large Scattering Lengths in an Ultracold Atomic Gas*, Phys. Rev. Lett. **91**, 123201 (2003)
- [57] D. A. STECK, *Cesium D Line Data*, <http://george.ph.utexas.edu/dsteck/alkalidata/cesium-numbers.pdf>, LANL Release number LA-UR-03-7943 (October 2003)
- [58] D. A. STECK, *Rubidium 87 D Line Data*, <http://george.ph.utexas.edu/dsteck/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>, LANL Release number LA-UR-03-8638 (Oktober 2003)
- [59] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, private Mitteilung (2007)
- [60] E. A. BURT, R. W. GHRIST, C. J. MYATT, M. J. HOLLAND, E. A. CORNELL UND C. E. WIEMAN, *Coherence, Correlations, and Collisions: What One Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay*, Phys. Rev. Lett. **79**, 337 (1997)
- [61] E. W. STREED, A. P. CHIKKATUR, T. L. GUSTAVSON, M. BOYD, Y. TORII, D. SCHNEBLE, G. K. CAMPBELL, D. E. PRITCHARD UND W. KETTERLE, *Large atom number Bose-Einstein condensate machines*, Rev. Sci. Instrum. **77**, 023106 (2006)
- [62] M. ARNDT, M. B. DAHAN, D. GUÉRY-ODELIN, M. REYNOLDS UND J. DALIBARD, *Observation of a Zero-Energy Resonance in Cs-Cs Collisions*, Phys. Rev. Lett. **79**, 625 (1997)
- [63] P.-T. KRAEMER, *Few-Body Interactions in an Ultracold Gas of Cesium Atoms*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Fakultät für Mathematik, Informatik und Physik der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck (2006)
- [64] D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDING, P. DESBIOLES UND J. DALIBARD, *Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible?*, Europhys. Lett. **44**, 25 (1998)
- [65] A. EINSTEIN, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases: Zweite Abhandlung*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften **23**, 3 (January 1925)
- [66] F. DALFOVO, S. GIORGINO, L. P. PITAEVSKII UND S. STRINGARI, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999)
- [67] C. PETHICK UND H. SMITH, *Bose Einstein Condensation in dilute gases*, Cambridge University Press, Cambridge (2002)
- [68] M. INGUSCIO, S. STRINGARI UND C. E. WIEMAN (Hrsg.), *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of The International School of Physics Enrico Fermi - Course CXL*, Amsterdam, IOS Press (1999)
- [69] N. N. BOGOLIUBOV, *On the theory of superfluidity*, J. Phys. (U.S.S.R.) **11**, 23 (1947)

- [70] E. P. GROSS, *Structure of a quantized vortex in boson systems*, Nuovo Cimento **20**, 454 (1961)
- [71] E. P. GROSS, *Hydrodynamics of a superfluid condensate*, J. Math. Phys. **4**, 195 (1963)
- [72] L. P. PITAEVSKII, *Vortex lines in an imperfect Bose gas*, Sov. Phys. JETP **13**, 451 (1961)
- [73] E. H. LIEB, R. SEIRINGER UND J. YNGVASON, *Bosons in a trap: A rigorous derivation of the Gross-Pitaevskii energy functional*, Phys. Rev. A **61**, 043602 (2000)
- [74] J. L. ROBERTS, N. R. CLAUSSEN, S. L. CORNISH, E. A. DONLEY, E. A. CORNELL UND C. E. WIEMAN, *Controlled Collapse of a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **86**, 4211 (2001)
- [75] E. TIMMERMANS, P. TOMMASINI UND K. HUANG, *Variational Thomas-Fermi theory of a nonuniform Bose condensate at zero temperature*, Phys. Rev. A **55**, 3465 (1997)
- [76] T. W. HÄNSCH UND A. L. SCHAWLOW, *Cooling of gases by laser radiation*, Opt. Commun. **13**, 68 (1975)
- [77] S. CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, A. CABLE UND A. ASHKIN, *Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure*, Phys. Rev. Lett. **50**, 48 (1985)
- [78] D. J. WINELAND UND W. M. ITANO, *Laser cooling of atoms*, Phys. Rev. A **20**, 1521 (1979)
- [79] R. J. COOK, *Quantum-Mechanical Fluctuations of the Resonance-Radiation Force*, Phys. Rev. Lett. **44**, 976 (1980)
- [80] P. D. LETT, R. N. WATTS, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS, P. L. GOULD UND H. J. METCALF, *Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit*, Phys. Rev. Lett. **61**, 169 (1988)
- [81] H. J. METCALF UND P. VAN DER STRATEN, *Laser Cooling and Trapping*, Springer Verlag, erste Auflage (1999)
- [82] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU UND D. E. PRITCHARD, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987)
- [83] T. WALKER, D. SESKO UND C. E. WIEMAN, *Collective Behavior of Optically Trapped Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **64**, 408 (1990)
- [84] M. DREWSSEN, P. LAURENT, A. NADIR, G. SANTARELLI, A. CLAIRON, Y. CASTIN, D. GRISON UND C. SALOMON, *Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap*, Appl. Phys. B **59**, 283 (1994)
- [85] C. J. COOPER, G. HILLENBRAND, J. RINK, C. G. TOWNSEND, K. ZETIE UND C. J. FOOT, *The Temperature of Atoms in a Magneto-optical Trap*, Europhys. Lett. **28**, 397 (1994)
- [86] W. KETTERLE, K. B. DAVIS, M. A. JOFFE, A. MARTIN UND D. E. PRITCHARD, *High Densities of Cold Atoms in a Dark Spontaneous-Force Optical Trap*, Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993)
- [87] C. G. TOWNSEND, N. H. EDWARDS, C. J. COOPER, K. P. ZETIE, C. J. FOOT, A. M. STEANE, P. SZRIFTGISER, H. PERRIN UND J. DALIBARD, *Phase-space density in the magneto-optical trap*, Phys. Rev. A **52**, 1423 (1995)
- [88] D. SESKO, T. WALKER, C. MONROE, A. GALLAGHER UND C. WIEMAN, *Collisional Losses from Light-Force Atom Trap*, Phys. Rev. Lett. **63**, 961 (1989)

- [89] M. VENGALATTORE, R. S. CONROY UND M. PRENTISS, *Enhancement of Phase Space Density by Increasing Trap Anisotropy in a Magneto-Optical Trap with a Large Number of Atoms*, Phys. Rev. Lett. **92**, 183001 (2004)
- [90] A. CABLE, M. PRENTISS UND N. P. BIGELOW, *Observations of sodium atoms in a magnetic molasses trap loaded by a continuous uncooled source*, Opt. Lett. **15**, 507 (1990)
- [91] C. MONROE, W. SWANN, H. ROBINSON UND C. E. WIEMAN, *Very Cold Trapped Atoms in a Vapor Cell*, Phys. Rev. Lett. **65**, 1571 (1990)
- [92] W. H. WING, *On Neutral Particle Trapping in Quasistatic Electromagnetic Fields*, Prog. Quant. Electr. **8**, 181 (1984)
- [93] W. KETTERLE UND D. E. PRITCHARD, *Trapping and Focusing Ground State Atoms with Static Fields*, Appl. Phys. B **54**, 403 (1992)
- [94] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER UND E. A. CORNELL, *Stable, Tightly Confining Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3352 (1995)
- [95] T. BERGEMAN, G. EREZ UND H. J. METCALF, *Magnetostatic trapping fields for neutral atoms*, Phys. Rev. A **15**, 1535 (1987)
- [96] H. F. HESS, *Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen*, Phys. Rev. B **34**, 3476 (1986)
- [97] N. MASUHARA, J. M. DOYLE, J. C. SANDBERG, D. KLEPPNER, T. J. GREYTAK UND H. F. H. G. P. KOCHANSKI, *Evaporative cooling of spin-polarized atomic hydrogen*, Phys. Rev. Lett. **61**, 935 (1988)
- [98] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. A. JOFFE, M. R. ANDREWS UND W. KETTERLE, *Evaporative Cooling of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **74**, 5202 (1995)
- [99] J. T. M. WALRAVEN, *Atomic hydrogen in magnetostatic traps*, in: G.-L. OPPO, S. M. BARNETT, E. RIIS UND M. WILKINSON (Hrsg.), *Quantum dynamics of simple systems Proceedings of the SUSSP - Vol. 44*, IOP, Bristol (1996)
- [100] J. DALIBARD UND C. COHEN-TANNOUJJI, *Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: the dipole force revisited*, J. Opt. Soc. Am. B **2**, 1707 (1985)
- [101] R. E. DRULLINGER, D. J. WINELAND UND J. C. BERGQUIST, *High-Resolution Optical Spectra of Laser-Cooled Ions*, Appl. Phys. **22**, 365 (1980)
- [102] D. J. LARSON, J. C. BERGQUIST, J. J. BOLLINGER, W. M. ITANO UND D. J. WINELAND, *Sympathetic Cooling of Trapped Ions: A Laser-Cooled Two-Species Nonneutral Ion Plasma*, Phys. Rev. Lett. **57**, 70 (1986)
- [103] C. J. MYATT, E. A. BURT, R. W. GHRIST, E. A. CORNELL UND C. E. WIEMAN, *Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling*, Phys. Rev. Lett. **78**, 586 (1997)
- [104] G. MODUGNO, G. FERRARI, G. ROATI, R. J. BRECHA, A. SIMONI UND M. INGUSCIO, *Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling*, Science **294**, 1320 (2001)
- [105] G. DELANNOY, S. G. MURDOCH, V. BOYER, V. JOSSE, P. BOUYER UND A. ASPECT, *Understanding the production of dual Bose-Einstein condensation with sympathetic cooling*, Phys. Rev. A **63**, 051602(R) (2001)
- [106] A. STEANE, P. SZRIFTGISER, P. DESBIOLLES UND J. DALIBARD, *Phase Modulation of Atomic de Broglie waves*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4972 (1995)

- 
- [107] C. J. MYATT, N. R. NEWBURY, R. W. GHRIST, S. LOUTZENHISER UND C. E. WIEMAN, *Multiply loaded magneto-optical trap*, Opt. Lett. **21**, 290 (1996)
- [108] B. KLÖTER, *Erzeugung ultrakalter Rubidiumatome zur Photoassoziation von Rubidium und Cäsium*, Diplomarbeit, Universität Bonn (2003)
- [109] L. RICCI, M. WEIDEMÜLLER, T. ESSLINGER, A. HEMMERICH, C. ZIMMERMANN, V. VULETIC, W. KÖNIG UND T. W. HÄNSCH, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Optics Communications **117**(5-6), 541 (June 1995)
- [110] K. L. CORWIN, Z.-T. LU, C. F. HAND, R. J. EPSTEIN, UND C. E. WIEMAN, *Frequency-stabilized diode laser with the Zeeman shift in an atomic vapor*, Appl. Opt. **37**, 3295 (1998)
- [111] V. V. YASHCHUK, D. BUDKER UND J. R. DAVIS, *Laser frequency stabilization using linear magneto-optics*, Rev. Sci. Instrum. **71**, 341 (2000)
- [112] T. W. HÄNSCH, M. D. LEVENSON UND A. L. SCHAWLOW, *Complete Hyperfine Structure of a Molecular Iodine Line*, Phys. Rev. Lett. **26**, 946 (1971)
- [113] D. FRESE, *Bose-Einstein Condensation of Rubidium: Towards Ultracold Binary Bosonic Mixtures*, Dissertation, Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2005)
- [114] S. MARENBACH, *Aufbau und Untersuchung eines stabilisierten Lasersystems für die Bose-Einstein-Kondensation*, Diplomarbeit, Universität Bonn (2001)
- [115] C. WIEMAN UND T. W. HÄNSCH, *Doppler-Free Laser Polarization Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **36**, 1170 (1976)
- [116] C. P. PEARMAN, C. S. ADAMS, S. G. COX UND P. F. G. I. G. HUGHES, *Polarization spectroscopy of a closed atomic transition: applications to laser frequency locking*, J. Phys. B **35**, 5141 (2002)
- [117] D. E. PRITCHARD, *Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **51**, 1336 (1983)
- [118] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. M. KURN, D. S. DURFEE UND W. KETTERLE, *Bose-Einstein Condensation in a Tightly Confining dc Magnetic Trap*, Phys. Rev. Lett. **77**, 416 (1996)
- [119] T. ESSLINGER, I. BLOCH UND T. W. HÄNSCH, *Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap*, Phys. Rev. A **58**, R2664 (1998)
- [120] W. WOHLLEBEN, F. CHEVY, K. MADISON UND J. DALIBARDB, *An atom faucet*, Eur. Phys. J. D **15**, 237 (2001)
- [121] A. GOZZINI, F. MANGO, J. H. XU, G. ALZETTA, F. MACCARONE UND R. A. BERNHEIM, *Light-induced ejection of Alkali atoms in Polysiloxane coated cells*, Nuovo Cimento D **15**, 709 (1993)
- [122] C. KLEMPPT, T. VAN ZOEST, T. HENNINGER, O. TOPIC, E. RASEL, W. ERTMER UND J. ARLT, *Ultraviolet light-induced atom desorption for large rubidium and potassium magneto-optical traps*, Phys. Rev. A **73**, 013410 (2006)
- [123] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER UND E. A. CORNELL, *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*, J. Opt. Soc. Am. B **11**, 1332 (1994)

- [124] W. KETTERLE, S. DURFEE UND D. M. STAMPER-KURN, *Making, Probing and Understanding Bose-Einstein Condensates*, in: M. INGUSCIO, S. STRINGARI UND C. WIEMAN (Hrsg.), *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases. Proceedings of The International School of Physics Enrico Fermi - Course CXL*, 351, IOS Press, Amsterdam (1999)
- [125] Y. KAGAN, E. L. SURKOV UND G. V. SHLYAPNIKOV, *Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential*, Phys. Rev. A **54**, R1753 (1996)
- [126] Y. CASTIN UND R. DUM, *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315 (1996)
- [127] S. KUHR, *A controlled quantum system of individual neutral atoms*, Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2003)
- [128] K. DIECKMANN, *Bose-Einstein Condensation with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap*, Dissertation, Universiteit van Amsterdam, (2001)
- [129] W. GERLACH UND O. STERN, *Der Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld*, Zeitschrift für Physik **9**, 349 (1922)
- [130] C. SILBER, S. GÜNTHER, C. MARZOK, B. DEH, P. COURTEILLE UND C. ZIMMERMANN, *Quantum-Degenerate Mixture of Fermionic Lithium and Bosonic Rubidium Gases*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170408 (2005)
- [131] C. MARZOK UND C. ZIMMERMANN, private Kommunikation (2007)
- [132] H. WU UND C. J. FOOT, *Direct simulation of evaporative cooling*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **29**, L321 (1996)
- [133] M. MUDRICH, S. KRAFT, K. SINGER, R. GRIMM, A. MOSK UND M. WEIDEMÜLLER, *Sympathetic Cooling with Two Atomic Species in an Optical Trap*, Phys. Rev. Lett. **88**, 253001 (2002)
- [134] P. J. J. TOL, W. HOGERVORST UND W. VASSEN, *Theory of evaporative cooling with energy-dependent elastic scattering cross section and application to metastable helium*, Phys. Rev. A **70**, 013404 (2004)
- [135] M. ANDERLINI, D. CIAMPINI, D. COSSART, E. COURTADE, M. CRISTIANI, C. SIAS, O. MORSCH UND E. ARIMONDO, *Model for collisions in ultracold-atom mixtures*, Phys. Rev. A **72**, 033408 (2005)
- [136] J. M. GERTON, C. A. SACKETT, B. J. FREW UND R. G. HULET, *Dipolar relaxation collisions in magnetically trapped  ${}^7\text{Li}$* , Phys. Rev. A **59**, 1514 (1999)
- [137] P. O. FEDICHEV, M. W. REYNOLDS UND G. V. SHLYAPNIKOV, *Three-Body Recombination of Ultracold Atoms to a Weakly Bound  $s$  Level*, Phys. Rev. Lett **77**, 2921 (1996)
- [138] P. F. BEDAQUE, E. BRAATEN UND H.-W. HAMMER, *Three-body Recombination in Bose Gases with Large Scattering Length*, Phys. Rev. Lett. **85**, 908 (2000)
- [139] V. VULETIĆ, A. J. KERMAN, C. CHIN UND S. CHU, *Observation of Low-Field Feshbach Resonances in Collisions of Cesium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1406 (1999)
- [140] J. L. ROBERTS, N. R. CLAUSSEN, S. L. CORNISH UND C. E. WIEMAN, *Magnetic Field Dependence of Ultracold Inelastic Collisions near a Feshbach Resonance*, Phys. Rev. Lett. **85**, 728 (2000)

- [141] L. STEFFENS, *Aufbau einer optischen Dipolfalle zur Speicherung atomarer Bosegemische*, Diplomarbeit, Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn (2007)
- [142] D. HAUBRICH, H. SCHADWINKEL, F. STRAUCH, B. UEBERHOLZ, R. WYNANDS UND D. MESCHEDE, *Observation of individual neutral atoms in magnetic and magneto-optical traps*, Europhysics Letters **34**(9), 663 (June 1996)
- [143] W. ALT, D. SCHRADER, S. KUHR, M. MÜLLER, V. GOMER UND D. MESCHEDE, *Single atoms in a standing-wave dipole trap*, Physical Review A **67**, 033403 (2003)
- [144] S. KUHR, W. ALT, D. SCHRADER, I. DOTSENKO, Y. MIROSHNYCHENKO, W. ROSENFELD, M. KHUDAVERDYAN, A. R. V. GOMER UND D. MESCHEDE, *Coherence Properties and Quantum State Transportation in an Optical Conveyor Belt*, Phys. Rev. Lett. **91**, 213002 (2003)
- [145] E. G. M. VAN KEMPEN, *Feshbach Resonances in Cold Atomic Gases*, Dissertation, Technische Universität Eindhoven (2006)
- [146] A. MARTE, T. VOLZ, J. SCHUSTER, S. DÜRR, G. REMPE, E. G. M. VAN KEMPEN, UND B. J. VERHAAR, *Feshbach Resonances in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis*, Phys.Rev. Lett. **89**, 283202 (2002)
- [147] T. WEBER, *Bose-Einstein Condensation of Optically Trapped Cesium*, Dissertation, Institut für Experimentalphysik, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck (2003)