



Zur Invertierbarkeit von durch spatio-temporale
Filter erzeugten Abbildungen
mit besonderem Bezug zur Entwicklung einer
lernfähigen Sehprothese

Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)

der

Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

vorgelegt von

Oliver Baruth

aus

Siegen

Bonn 2008

Angefertigt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Diese Dissertation ist auf dem Hochschulschriftenserver der ULB Bonn http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online/ elektronisch publiziert.

Erstgutachter: Prof. Dr.-Ing. Rolf Eckmiller
Zweitgutachter: Prof. Dr. Joachim K. Anlauf
Tag der Promotion: 27.06.2008
Erscheinungsjahr 2008

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Informatik VI (Neuroinformatik) der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.

Dem Leiter der Instituts, Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Eckmiller danke herzlich ich für die Betreuung und wissenschaftliche Unterstützung dieser Arbeit. Ebenso möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. J. Anlauf bedanken, der sich großzügig bereit erklärt hat, das Korreferat für diese Arbeit zu übernehmen.

Mein Dank gilt ebenfalls meinen Kollegen in der Abteilung, Herrn Dr. Nils Goerke, Herrn Dipl.-Inf. Dirk Neumann, Herrn Dipl.-Inf. Rolf Schatten und Herrn Dr. Carsten Wilks für ihre zahlreichen Anregungen und konstruktiven wissenschaftlichen Diskussionen.

Bei allen anderen Mitarbeitern und Kollegen der Abteilung, insbesondere bei Nikola Kokisch, Beate Kuhl, Thomas Fili, Kerstin Pauken, Sebastian Sachs und Stefan Borbe möchte ich für ihre wertvollen Hinweise, technische Unterstützung, Korrekturlesungen und das angenehme Arbeitsklima bedanken.

Besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mich während meiner Schulzeit und meines Studiums immer unterstützt haben und so diese Arbeit erst ermöglicht haben.

Mein größter Dank gilt Frau Katinka Ostrowski für ihre Geduld, das unermüdliche Korrekturlesen und die immerwährende Unterstützung während der Entstehungszeit dieser Arbeit.

Bonn im Oktober 2007

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Abkürzungsverzeichnis	IX
1 Einleitung	1
1.1 Einführung	1
1.2 Gliederung der Arbeit	3
2 Problemstellung	5
2.1 Modell des visuellen Systems	6
2.2 Retina Implantat	10
2.3 Ziele der Arbeit	19
3 Mathematische Grundlagen	21
3.1 Inversion von Abbildungen	21
3.2 Inverse Probleme	25
3.3 Inverse Probleme bei biologischen Systemen	32
3.4 Inverse Probleme beim Retina Implantat	35
3.5 Lineare Operatorengleichungen	40
3.6 Diskrete Inverse Probleme	48
3.7 Inversion diskreter, linearer Abbildungen	53
3.8 Regularisierungsverfahren	57
3.9 Andere Inversionsverfahren	63
4 Visuelles System	65
4.1 Aufbau des Auges	65
4.2 Aufbau der menschlichen Retina	65
4.3 Höhere visuelle Informationsverarbeitung	74
4.4 Visuelle Wahrnehmung	77
4.5 Augenbewegungen während der Fixationsphase	80
4.6 Konsequenzen für das Abbildungsmodell	82
4.7 Digitale ST-Filter	84
5 Entwicklung des Retina Encoder Systems RE*	87
5.1 Entwicklung des RE* Filter Moduls	88
5.2 Entwicklung des Inverter Moduls	97
5.3 ST-Filter Inversion mit der Matrix-Methode	99
5.4 ST-Filter-Inversion mit Entscheidungsbäumen	118
5.5 Ergebnisse der Invertertests	130
5.6 Entwicklung wahrnehmungsbasierter Dialogverfahren für RE*	133
5.7 Ergebnisse von EA mit mathematischer Antwortbewertung	139
5.8 Ergebnisse des EA-Dialogs mit normalsichtigen VP	144
5.9 Position Sensitive Tuning (PST)	146

6 Diskussion	151
6.1 Filter Modul	152
6.2 Inverter Modul	153
6.3 RE*-Lerndialog	159
6.4 Ausblick	161
ANHANG	163
A Mathematische Zusammenhänge	163
A.1 Lineare Abbildungen	163
A.2 Matrixnormen	163
B Auflistung der temporalen Filterkoeffizienten	165
Symbolverzeichnis	167
Symbolverzeichnis	168
Tabellenverzeichnis	169
Abbildungsverzeichnis	173
Literaturverzeichnis	174

Abkürzungsverzeichnis

DFT	Diskrete Fourier Transformation
BTBT	Block Toeplitz-Block Toeplitz
CG	Conjugate Gradient
CGL	Corpus Geniculatum Lateralis (seitlicher Kniehöcker)
CS	Colliculus Superior
CT	Computer Tomographie
DoG	Difference of Gaussians
DSP	Digitaler Signal Prozessor
EA	Evolutionäre Algorithmen
EEG	Elektro-Enzephalographie
ES	Evolutionäre Strategien
FFT	Fast Fourier Transformation
FIR	Finit Impulse Response
fMRT	funktionelle Magnetresonanztomographie
GA	Genetische Algorithmen
GUI	Graphical User Interface
IIR	Infinet Impulse Response
IM	Inverter Modul
MD	Macular Degeneration
MISO	Multiple In-Single Out
N.O.	Nervus opticus (Sehnerv)
NN	Neuronales Netz
PCG	Preconditioned Conjugate Gradient
PET	Positronen Emissions Tomographie
PST	Position Sensitive Tuning
RBF	Radiale Basisfunktionen
RE	Retina Encoder
RF	Rezeptives Feld
RGB	Red Green Blue
RI	Retina Implant

RP	Retinitis Pigmentosa
SME	Simulated Miniature Eyemovement
ST	Spatio-temporal
SVD	Singulärwertzerlegung (<i>Singular Value Decomposition</i>)
SW	schwarz-weiß
TSVD	abgeschnittene Singulärwertzerlegung (<i>truncated Singular Value Decomposition</i>)
UV	Ultraviolett
V1	Primärer Visueller Cortex
VP	Versuchsperson
ZNS	Zentrales Nervensystem
ZVS	Zentrales Sehsystem

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Einführung

Die Technik hat sich in den letzten 60 Jahren vor allem durch die Erfindung des Transistors im Jahre 1947 durch Bardeen, Brattain und Shockley [BB48] rasant entwickelt. Der Transistor ermöglichte die Entwicklung von leistungsfähigen Computern und diese die Entwicklung von immer kleineren Transistoren.

Durch die immer leistungsfähigeren Computer sind auch in vielen anderen Bereichen von Wissenschaft und Technik große Fortschritte erzielt worden. Nicht nur die Elektrotechnik, der Maschinenbau und die Informatik haben riesige Schritte nach vorne gemacht, sondern auch in der Medizin und speziell in der Neurophysiologie haben sich immer neue Möglichkeiten eröffnet. So sind heutzutage durch invasive (Einzelelektrodenableitungen) und nichtinvasive Methoden (z.B. Computer Tomographie, CT) immer tiefere Einblicke in die Informationsverarbeitung des Gehirns möglich. Nach und nach können immer mehr Bereiche des Gehirns bestimmten Aufgaben zugeordnet werden. Gleichzeitig scheint man aber noch weit davon entfernt zu sein zu verstehen, wie aus der Verschaltung von einigen Milliarden Nervenzellen bewusste Wahrnehmung entstehen kann [Rot96, Koc04].

Die moderne Technik bietet aber nicht nur die Möglichkeit Hirnfunktionen zu messen oder sie auf Computern zu simulieren. Durch die Fortschritte in der Mikrosystemtechnik und Mikroelektronik hin zu einer immer höheren Systemintegration und das fortschreitende Verständnis der Funktionsweise von der Informationsverarbeitung in biologischen Nervensystemen ist es heute möglich, ausgefallene oder gestörte sensomotorische Funktionen des zentralen Nervensystems mit Neuroimplantaten zu ersetzen. Ein Beispiel dafür ist das heute schon kommerziell erhältliche Cochlear-Implantat. An der Entwicklung einer künstlichen Sehprothese zur Rückgewinnung des visuellen Sinns bei blinden Menschen, die in ihrer Komplexität Größenordnungen über der des Cochlear-Implantats liegt, wird heute weltweit intensivst geforscht. Dabei stellt eine künstliche Sehprothese u.a. die Mikrosystemtechnik, die Informatik, die Mikroelektrotechnik, die Ophthalmologie und die Materialwissenschaft vor äußerst anspruchsvollen Aufgaben. Seit dem Beginn der Sehprothesen-Forschung anfang der 90er Jahre wurden schon große Fortschritte erzielt. So gibt es weltweit mittlerweile etwa 15 verschiedene Forschergruppen, die sich mit der Entwicklung von künstlichen Sehprothesen beschäftigen. Dabei gibt es verschiedene Ansätze der elektrischen Stimulation von Teilen des Sehsystems mit dem Ziel, visuelle Wahrnehmungen zu erzeugen. Einen Überblick über diese Forschungstätigkeiten und den aktuellen Stand findet man in [May01, MMW⁺02, Zre02, WLH05, FPR⁺05, LHC⁺06, Wic06].

In der vorliegenden Arbeit wird hauptsächlich der epiretinale Ansatz behandelt, der bei Patienten mit bestimmten degenerativen Netzhauterkrankungen, wie Retinitis Pigmentosa (RP) oder Makula Degeneration (MD) [DB95], angewendet werden kann. Es zeigt sich, dass bei RP-Patienten hauptsächlich die äußeren Teile der Retina von dem Degenerationsprozess betroffen sind und große

Teile der inneren Netzhaut intakt bleiben [SBH⁺92, SHJ⁺97]. Bei altersbedingter Makula Degeneration wurde ebenfalls festgestellt, dass die Ganglienzellschicht der Retina größtenteils erhalten bleibt [MC01a].

Mit der Implantation eines *Retina Implantats* (RI) in das Auge, bietet sich somit die Möglichkeit den degenerierten Teil der Retina zu überbrücken und retinale Ganglienzellen, die den Degenerationsprozess überlebt haben, zu stimulieren. Dabei wird die intraretinale Informationsverarbeitung durch einen Neurocomputer, den *Retina Encoder* (RE), der ein Modul des Retina Implantats darstellt, funktionell ersetzt.

Mittlerweile belegen eine Reihe von Forschungsergebnissen, dass bei Patienten mit degenerativen Netzhauterkrankungen eine lokale, epiretinale, elektrische Stimulation der Netzhaut mit Mikroelektroden zu lokalen, retinotopen Seh wahrnehmungen (wie z.B. kleinen bunten Punkten) führt. Diese als 'Phosphene' bezeichneten visuellen Wahrnehmungen sind jedoch unspezifisch und gestaltlos [HPJ⁺94, HJD⁺96, RFB⁺05, RWL⁺03]. Dies kann auf die unspezifische Stimulation einzelner Ganglienzellen oder -zellhaufen zurückzuführen sein. Die Experimente widerlegen die Erwartungshaltung, dass eine epiretinale Stimulation in Form einer geometrischen Figur ein ebensolches Perzept auslöst. Es ist evident, dass nur eine retinale Stimulation, die zellspezifisch ist und gleichzeitig genügend Zellen einbezieht, mit einer größeren Wahrscheinlichkeit zu einer visuellen Gestaltwahrnehmung führt und für den Blinden damit von höherem Nutzen ist. Durch die Einbeziehung einer ausreichenden Anzahl von Zellen besteht beispielsweise die Möglichkeit, dass entstehende Mehrdeutigkeiten in der retinalen Informationsverarbeitung durch Konvergenz in höheren visuellen Zentren des visuellen Kortexes wieder erfolgreich aufgelöst werden können [ENB05].

Der in den letzten 10 Jahren an der Universität Bonn entwickelte *lernfähige Retina Encoder* [Eck97, Eck98, Eck98] als Teil des Retina Implantats berücksichtigt diese Überlegungen. Ziel ist es, die defekte, intraretinale Informationsverarbeitung durch ein externes, technisches System zu ersetzen und das Ergebnis der Berechnung erst am Ausgang der Retina wieder in das Sehsystem einzuspeisen. Dazu simuliert der RE die Informationsverarbeitung der retinalen Neuronenschichten mittels einer digitalen Filterbank aus individuell einstellbaren raum-zeitlichen- (*spatio-temporalen*, ST) Filtern. Diese Eigenschaft bietet die Möglichkeit, in einem Lernverfahren mit dem Blinden den Retina Encoder individuell einzustellen. Dies ist aus mehreren Gründen notwendig: Zum einen ist bei der Implantation nicht ersichtlich, welche spezifischen Ganglienzellen durch welche Elektroden kontaktiert werden. Des Weiteren kann man nicht davon ausgehen, dass die Stimulationsschwellen bei verschiedenen Zellen identisch sind. Gründe dafür sind, dass die Kontaktqualität zwischen Elektroden und Zellen nicht reproduzierbar hergestellt werden können und dass Zellen individuelle Schwellenwerte haben können [WKR⁺04].

Der Raum der spatio-temporalen Filterparameter, in dem man einen optimalen Parametersatz suchen möchte, wird abhängig von der Anzahl und der Architektur der ST-Filter sehr schnell hochdimensional. Ein lernfähiger Retina Encoder mit einem zugehörigen wahrnehmungsbasierten Lernverfahren bietet die Möglichkeit, personenspezifisch optimale Stimulationsparametersätze in diesen ST-Filter-Parameterräumen zu finden.

Um wahrnehmungsbasierte Lernverfahren für die Parametereinstellung des Retina Encoders zu entwickeln, zu testen und zu optimieren, wird in Ermangelung an Patienten mit chronisch implantierten Retina Implant Systemen eine computerbasierte Lernsimulation benötigt, die die Retina Encoder Ausgangsdaten in einen Raum abbildet, in dem eine normalsichtige Versuchsperson (oder auch ein Computer mit einer mathematischen Bewertungsroutine) eine Bewertung der Ähnlichkeit des erhaltenen Signals / Bildes mit dem ursprünglichen Reiz durchführen kann. In diesem Fall übernimmt ein computerbasiertes *Inverter Modul* (IM) die Rolle des menschlichen *Zentralen Sehsystems* (ZVS) insofern, als dass es eine inverse Abbildung zur spatio-temporalen Filterung des Retina Encoders liefern soll. Bei der Entwicklung des Inverter Moduls wird dabei von einem Konzept des menschlichen Visuellen Systems ausgegangen, bei dem die retinale Informationsverarbeitung und die visuelle Wahrnehmung zwei aufeinander folgende und zueinander inverse Abbildungen darstellen.

Bei den Forschungsarbeiten zum Retina Encoder in dieser Arbeit wird vorausgesetzt, dass alle anderen technischen und chirurgischen Probleme wie beispielsweise die der Herstellung und der sicheren Implantation eines Retina Implantats gelöst sind. Ebenfalls wird ein stabiler Betrieb des chronisch implantierten RI-Systems vorausgesetzt.

1.2 Gliederung der Arbeit

In **Kapitel 2** folgt zunächst eine ausführliche Erläuterung der Problemstellung und deren wissenschaftliche Einordnung. Dabei wird eine kurze Beschreibung des lernfähigen Retina Implant Systems und zugehöriger, dialogbasierter Lernverfahren zu ST-Filter Parametereinstellung gegeben. Außerdem folgt die Beschreibung einer Sichtweise, bei der das menschliche Sehsystems als Sequenz zweier zueinander inverser mathematischer Abbildungen angesehen wird.

In **Kapitel 3** wird auf die Grundlagen mathematischer Abbildungen sowie deren Inversion eingegangen. Es wird dabei speziell auf die Eigenschaften temporaler Filter, spatialer Filter und spatio-temporaler Filter, wie sie bei der retinalen Informationsverarbeitung vorkommen, eingegangen. Es findet außerdem ein Vergleich mit anderen Wissenschaftsdisziplinen statt, in denen ähnliche Filteroperationen bzw. Signalabtastung mit anschließender Rekonstruktionsproblematik auftreten. Insbesondere wird auf Inversionsprobleme der visuellen Wahrnehmung eingegangen. Weiterhin wird die Sichtweise der retinalen Informationsverarbeitung aus Sicht des Abtasttheorems eingeführt und ein Zusammenhang mit der *Wavelet-Theorie* bzw. *Frame-Theorie* hergestellt.

Anschließend werden die theoretischen Grundlagen zur Inversion mathematischer Abbildungen behandelt. Hier liegt ein besonderer Augenmerk auf der Inversion von Abbildungen durch lineare Filteroperationen. Die in diesem Zusammenhang auftretenden *Inversen Probleme* und im Speziellen die sogenannten *schlecht gestellten Probleme* werden ausführlich behandelt. Es folgt eine Beschreibung von Verfahren zur Lösung schlecht gestellter Probleme, wie Regularisierungstechniken sowie zugehörige numerische Lösungsverfahren.

Kapitel 4 behandelt den Aufbau und die Funktionsweise des menschlichen Sehsystems. Dabei wird ausführlich auf die physiologischen Eigenschaften sowie die Informationsverarbeitung der verschiedenen Ebenen des menschlichen Visuellen Systems eingegangen. Es werden unterschiedliche Theorien der visuellen Wahrnehmungen erörtert und der Einfluss von Fixations-Augenbewegungen auf die visuelle Wahrnehmung erläutert.

Kapitel 5 beschreibt die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Softwareumgebung RE* zur Untersuchung der Inversionseigenschaften spatio-temporaler Filter in Zusammenhang mit einem Retina Encoder Lernsystem für normalsichtige Versuchspersonen. Es wird die Anpassung und Implementation von Filter Modul, Inverter Modul und Dialog Modul des RE*-Systems unter Berücksichtigung des zugrundeliegenden Wahrnehmungsmodells beschrieben. Dabei wird die Entwicklung und der Test der verschiedenen Inversionsmethoden genau erläutert. Es folgt eine Beschreibung der Entwicklung wahrnehmungsbasierter Lernverfahren auf der Basis von Evoluti-onären Algorithmen und anschließend die eines Lernsystems, dass ein ortsspezifisches Feedback zur Unterstützung des Lernfortschritts bietet.

Des Weiteren werden Testergebnisse des Einsatzes der Dialog-Verfahren mit zwei verschiedenen Invertersystemen dargestellt, die durch Versuche mit automatischer Antwortbewertung und unter Einsatz normalsichtiger Versuchspersonen generiert wurden.

In **Kapitel 6** werden sowohl Schlussfolgerungen aus den Ergebnissen gezogen und deren Auswirkungen auf Retina Encoder Lernsysteme diskutiert, als auch grundlegende Konsequenzen für den erfolgreichen Einsatz von künstlichen Sehprothesen behandelt. Das Kapitel schließt mit einem kurzen Ausblick.

Kapitel 2

Problemstellung

Um in einer Umgebung zielorientiert handeln zu können, sind der Mensch oder auch andere Lebewesen in der Lage, distale Reize ¹ mittels geeigneter biologischer Sensoren (Rezeptoren) aufzunehmen (S1, S2 und S3 in [Abbildung 2.1](#)). Die sensorischen Kanäle können beispielweise von visueller, auditorischer, chemischer oder auch taktiler Art sein. Die Rezeptorsignale werden als neuronale Signale kodiert und die Information gelangt über das Zentrale Nervensystem (ZNS) in den Wahrnehmungsbereich. Die Wahrnehmung ist dabei als ein interner Hirnzustand des einzelnen Lebewesens anzusehen, der von außen grundsätzlich unzugänglich ist. Gemessen werden können nur die neuronalen Korrelate der Wahrnehmung [[CK03](#), [Cha00](#), [Koc04](#), [NT04](#)] In der Wahrnehmung des Individuums wird aus Zusammenführung der Messergebnisse der einzelnen sensorischen Systeme eine interne Repräsentation der äußeren Welt erzeugt [[Hem02](#), [Piz01](#)]. Diese kann natürlich nur

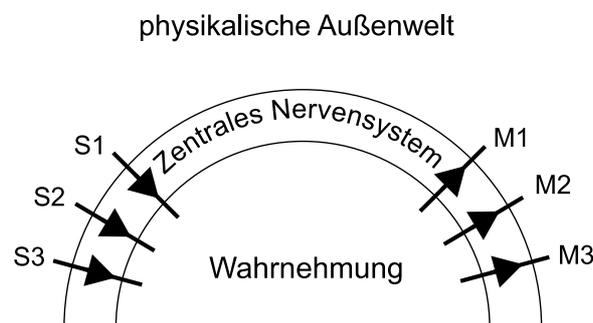


Abbildung 2.1: Die Abbildung zeigt das Iglu-Modell der Wahrnehmung eines Lebewesens und verdeutlicht, dass Objekte der physikalischen Welt nicht direkt wahrgenommen werden können. Es ist nur möglich die messbaren Auswirkungen der Objekte auf die Umwelt mittels geeigneter sensorischer Kanäle (S1,S2,S3) aufzunehmen. Diese neuronale Information wird an das Zentrale Nervensystem (ZNS) weitergeleitet, wo anschließend ein Wahrnehmungsprozess einsetzt. Das Lebewesen kann mit der Umwelt interagieren, indem es anhand seiner Wahrnehmung Aktionen plant und die mittels der motorischen Kanäle (M1,M2,M3) ausführt. Diese Aktionen können beispielsweise akustischer oder visueller Art sein.

solche Sinneseindrücke beinhalten, die dem sensorischen System des Lebewesens zugänglich sind. Diese sensorischen Systeme können von Lebewesen zu Lebewesen unterschiedlich sein. So sind beispielsweise Fledermäuse im Gegensatz zum Menschen sensitiv für Ultraschall [[MS03](#)]. Insekten,

¹Der Begriff 'distaler Reiz' (oder auch distaler Stimulus) wurde von Gustav Theodor Fechner eingeführt und charakterisiert in der Psychologie ein Objekt, von welchem eine mit physikalischen Mitteln messbare Wirkung (Strahlung, Kraft, Wärme, Geruch, etc.) ausgeht. Diese kann mit den Sinnesorganen aufgenommen und in die Wahrnehmung gelangen. Im Gegensatz zum distalen Reiz ist der 'proximale Reiz' von Beobachter abhängig. Dieser beschreibt die von distalen Reiz verursachte Veränderung an den Rezeptoren der Sinnesorgane (Kausalität).

Amphibien, Reptilien und Fische sind in der Regel Tetrachromaten und somit teilweise sensitiv für einen gewissen UV-Bereich des elektromagnetischen Spektrums [BC01]. Die interne Wahrnehmung einer Reizqualität muss auch keinen nachvollziehbaren Bezug zu physikalischen Eigenschaften des Reizes haben. So sind Farben eine 'Erfindung' des Hirns und haben nur eine evolutionär bedingte Entsprechung im Wellenlängenbereich von 400 – 750 nm. Des Weiteren kann man auch nicht davon ausgehen, dass die vom Gehirn zur Verfügung gestellte Wahrnehmung objektiv ist. Sie wird immer durch Aufmerksamkeit, persönliche Erfahrungen und auch genetisch festgelegte Filter (z.B. Räuber und Beute Schemata) geprägt.

Neben der Sensorik steht dem Lebewesen meist auch ein aktuatorisches System zur Verfügung, mit dem es aktiv in den Zustand der physikalischen Außenwelt eingreifen kann. Dazu werden aus internen Hirnzuständen motorische Handlungsanweisungen erzeugt, die über das ZNS als neuronaler Code an bestimmte motorische Kanäle (M1, M2, M3 in [Abbildung 2.1](#)) weitergeleitet werden. Diese aktuatorischen Kanäle können z.B. Sprache, Mimik oder manuelle Tätigkeiten sein.

Die menschliche Interaktion mit der Umwelt basiert auf der Erfahrung, dass Objekte der physikalischen Außenwelt mit Hilfe unserer Sinnessysteme korrespondierende Perzeptionen in unserer Wahrnehmung auslösen.

Im Folgenden soll ein stark vereinfachtes Modell des visuellen Systems des Menschen unter Berücksichtigung der obigen Perspektive genauer analysiert werden.

2.1 Modell des visuellen Systems

Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Modell der visuellen Wahrnehmung (s. [EBN04c, ENB05]) besteht das menschliche Sehsystem aus verschiedenen hintereinandergeschalteten (mathematischen) Abbildungen, die im Folgenden als **F1** und **F2** bezeichnet werden.

2.1.1 Abbildung F1

Die **erste Abbildung F1** findet von der physikalischen Welt in die sogenannte *Neuronale Domäne* statt ([Abbildung 2.2](#)). Diese Abbildung wird durch die fünfschichtige Retina geleistet und kann näherungsweise als linear angesehen werden [ECRSTW83, BK97]. Sie ist als Filterung durch ein Ensemble von spatio-temporalen Filtern darstellbar [EHB99, KB01]. Die einzelnen ST-Filter haben dabei die rezeptiven Feld-Eigenschaften retinaler Ganglienzellen [WR89, DP92]. Als Rezeptives Feld einer retinalen Ganglienzelle wird dabei der Teil des monokularen Sichtbereichs definiert, der bei Stimulation mit Lichtreizen eine Änderung der Impulsrate dieser Ganglienzelle hervorruft [Har38].

Der Eingangsreiz als Element der physikalischen Domäne, ist hier speziell als ein zweidimensionales, rein räumliches (spatiales) optisches Muster (statisches Bild) dargestellt. Allgemein kann es sich aber um ein raum-zeitliches (spatio-temporales) Muster, d.h. sich zeitlich veränderndes Bild, handeln. Zur weiteren Vereinfachung des Modells und Beschränkung auf die durch die Retina verursachte Informationsverarbeitung werden die durch die optischen Systemeigenschaften des Auges induzierten Bildmodifikationen nicht betrachtet.²

Die beiden in der Primatenretina überwiegend vorkommenden Ganglienzelltypen sind Parvo- und Magno-Zellen (P-Zellen und M-Zellen). Diese beiden Zelltypen unterscheiden sich stark in ihren rezeptiven Feldeigenschaften, insbesondere in ihrer Antwort auf sich zeitlich verändernde Reize und in der Größe ihrer rezeptiven Felder [BK99]. Des Weiteren überlappen sich die rezeptiven

²Diese werden durch ein der Retina vorgeschaltetes optisches System verursacht, das eine Projektion eines dreidimensionalen, physikalischen Objektes auf eine sphärische Fläche bewirkt. Dieses optische System besteht aus einer Kombination von Lochblende (Iris), Hornhaut, Augenlinse und Glaskörper bzw. den dazwischenliegenden brechenden Flächen. Die durch dieses optische System geleistete Abbildung ist bzgl. ihrer Qualität beschränkt, da hier schon diverse Abbildungsfehler, wie z. B. sphärische Abberation und chromatische Abberation auftreten. Des Weiteren wird das Auflösungsvermögen des Auges durch die Beugung des einfallenden Lichts an der Pupille beschränkt. Durch die Beugung wird beispielsweise ein einzelner Objektpunkt auf ein Beugungsscheibchen mit einem Durchmesser von etwa $20\mu\text{m}$ abgebildet (Wellenlänge: 500nm , Brennweite der Linse: 24mm und Pupillendurchmesser: 2mm). Es findet somit bereits an dieser Stelle des visuellen Systems eine zweidimensionale Tiefpassfilterung statt [Hau94].

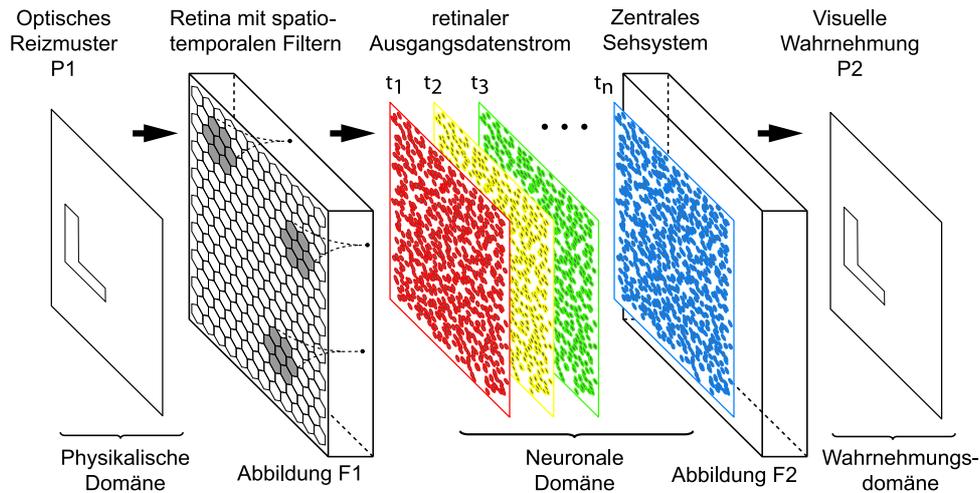


Abbildung 2.2: Dargestellt ist ein Modell des Sehvorgangs beim Menschen als Sequenz zweier Abbildungen: die Retina als Ensemble von ST-Filtern führt eine Abbildung **F1** eines optischen Stimulus P1 (als Teil der physikalischen Domäne) in die Neuronale Domäne durch. Das Ergebnis ist ein paralleler, neuronaler Datenstrom am Ausgang der Retina. Die farblich gepunkteten Parallelogramme sollen diesen neuronalen Aktivitätsfluß aus Aktionspotentialen entlang des Sehnervs zu verschiedenen Zeitpunkten darstellen. Das Zentrale Sehsystem führt anschließend eine Abbildung **F2** aus der Neuronalen Domäne in die Wahrnehmungsdomäne durch und erzeugt dabei aus dem neuronalen Datenstrom ein Perzept P2 (nach [ENB05]).

Felder benachbarter Ganglienzellen (s. [Unterabschnitt 4.2.4](#)). In [Abbildung 2.3](#) ist schematisch die Informationsverarbeitung eines einzelnen ST-Filters mit seinem zugeordneten rezeptiven Feld dargestellt.

Der spatio-temporale Eingangslichtreiz wird durch das Filter auf einen rein temporalen Ausgangsdatenstrom abgebildet, der hier einerseits als Sequenz von Aktionspotentialen und andererseits als momentane Impulsrate IR dargestellt ist. Aus systemtheoretischer Sicht betrachtet stellt die einzelne Ganglienzelle somit ein *Multiple-In/Single-Out* System (MISO) dar. Ein wichtiger Aspekt dabei ist, dass die Abbildung durch einen einzelnen ST-Filter grundsätzlich **nicht umkehrbar** (invertierbar) ist, da verschiedene optische Reizmuster zu den selben Filterergebnissen führen (s. [Unterabschnitt 4.2.7](#)). Das Resultat der Abbildung des optischen Reizes durch die Retina mit einem Ensemble solcher spatio-temporalen Filter ist somit ein paralleler Datenstrom von asynchronen elektrischen Impulsen (*spike trains*) entlang des Sehnervs hin zum Zentralen Sehsystem³.

Auf die Grundlagen des menschlichen Sehsystems wird in den Grundlagen ([Kapitel 4](#)) ausführlich eingegangen.

2.1.2 Abbildung F2

Die **zweite Abbildung F2** findet nun aus der Neuronalen Domäne in die Wahrnehmungsdomäne statt. Die Wahrnehmung ist im Gegensatz zur physikalischen Welt und zur Neuronalen Domäne von außen nicht zugänglich, d.h. dass die Perzeption, die eine einzelne Person bei einem bestimmten optischen Reiz hat, nicht mit objektiven Messverfahren bestimmt werden kann. Neueste bildgebende Messverfahren der Neurologie wie z.B. die funktionelle Magnetresonanztomographie (fMRT) und die Positronenemissionstomographie (PET) können zwar Aktivitäten in einzelnen Hirnregio-

³Man könnte auch als erste Abbildung die Abtastung und Transduktion eines kontinuierlichen Bildes durch ein Array nichtüberlappender Photorezeptoren in ein Array neuronaler Signale (*neural image*) ansehen (s. [TA95]). Bei der hier vorgestellten Betrachtungsweise ist diese Abbildungsfunktion ein Teil von $F1$.

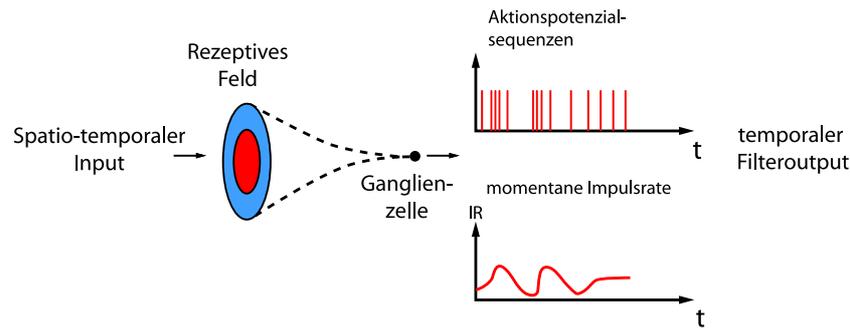


Abbildung 2.3: Informationverarbeitung einer retinalen Ganglienzelle. Ein spatio-temporaler Lichtreiz dient als Input. Die Ganglienzelle verarbeitet den Teil des Reizes der in den Bereich ihres Rezeptiven Feldes fällt. Das Ergebnis der Verarbeitung ist eine Sequenz von Aktionspotentialen, die entlang des Axons laufen. Aufgetragen ist zusätzlich die Ganglienzellaktivität als momentane Impulsrate.

nen immer besser räumlich und zeitlich auflösen, jedoch gibt es keine Möglichkeit die gesamte Wahrnehmung eines Menschen auf diese Art objektiv zu messen.

Als Ort, an dem die Abbildung **F2** durchgeführt wird, können Teile des Zentralen Sehsystems mit seinen verschiedenen Kortizes angesehen werden. Dies geschieht wahrscheinlich in Verbindung mit anderen Hirnregionen, die wichtig für die Ausbildung von Aufmerksamkeit und Bewusstsein sind, wie beispielsweise dem Thalamus [Koc04]. Anhand von **Abbildung 2.4** lässt sich die Komplexität der visuellen Verarbeitung erahnen. Es wurden im Laufe der Jahre eine Reihe von verschiedenen visuellen Kortizes gefunden. Diese sind für die Verarbeitung der unterschiedlichen Reizqualitäten wie Form, Farbe, Orientierung und Bewegung zuständig. Allerdings bestehen zwischen den Kortizes teilweise massive Rückkopplungen, was ein genaues *Reverse Engineering* der Informationsverarbeitung im Visuellen System deutlich erschwert. Weiterhin bestehen Verbindungen zu verschiedenen Gedächtnissystemen. Es ist bis heute unklar, an welchem Punkt und auf welche Weise bei der visuellen Informationsverarbeitung die Wahrnehmung einsetzt. Das Verständnis der Funktionsweise des Gehirns bei der Verarbeitung von visuellen Reizen ist Gegenstand aktueller Forschungen in Psychophysik, Psychologie, Neurophysiologie und Philosophie. Auf einige Modelle der visuellen Wahrnehmung wird in **Abschnitt 4.4** ausführlich eingegangen.

Die vom Gehirn erzeugte visuelle Wahrnehmung stellt eine interne Repräsentation der visuellen Reizmuster dar, d.h. es gibt eindeutige Entsprechungen äußerer Reizmuster zu internen Wahrnehmungszuständen (Qualia). So erzeugt zum Beispiel eine runde Fläche, die elektromagnetische Strahlung mit einer Wellenlänge von 630nm emittiert, die Wahrnehmung eines roten Kreises. Es ist einsichtig, dass die formale Umkehrung (Inversion) der retinalen spatio-temporalen Filterung durch den Visuellen Kortex (**F2** sei invers zu **F1**) der Wahrnehmung ein 'identisches' Abbild der wahren Welt zur Verfügung stellen würde. Voraussetzung dafür ist, dass bei der ST-Filterung durch die Retina kein Informationsverlust auftritt. Diese Annahme hat zur Konsequenz, dass das retinale Eingangsbild in all seinen Details aus dem Ganglienzellausgangsdatenstrom rekonstruiert werden kann. Dies bedeutet weiterhin, dass das menschliche Sehsystem im Gegensatz zu einem reinen Mustererkennungssystem das vollständige Eingangsbild für weitere nachgeschaltete Operationen zur Verfügung stehen hat.

Allerdings darf man im menschlichen Kortex keine 1:1 Repräsentation des Musters der retinalen Reizung erwarten, sondern eine äquivalente Repräsentation, die auch auf mehrere Kortizes aufgeteilt sein kann. Ein mathematisches Analogon wäre z.B. für den ersten Fall eine Fourier-Transformation, mit der ein Signal aus dem Zeitbereich eineindeutig in den Frequenzbereich transformiert und anschließend wieder verlustfrei zurücktransformiert werden kann. Ein Beispiel für die zweite Sichtweise ist eine Wavelet-Transformation, bei der ein Signal auf mehreren Skalen abgetastet wird. Die einzelnen Ergebnisse der Wavelet-Abtastung sind nutzlos. Nur aus dem vollständigen Satz der Wavelet-Transformierten kann das ursprüngliche Signal wieder per-

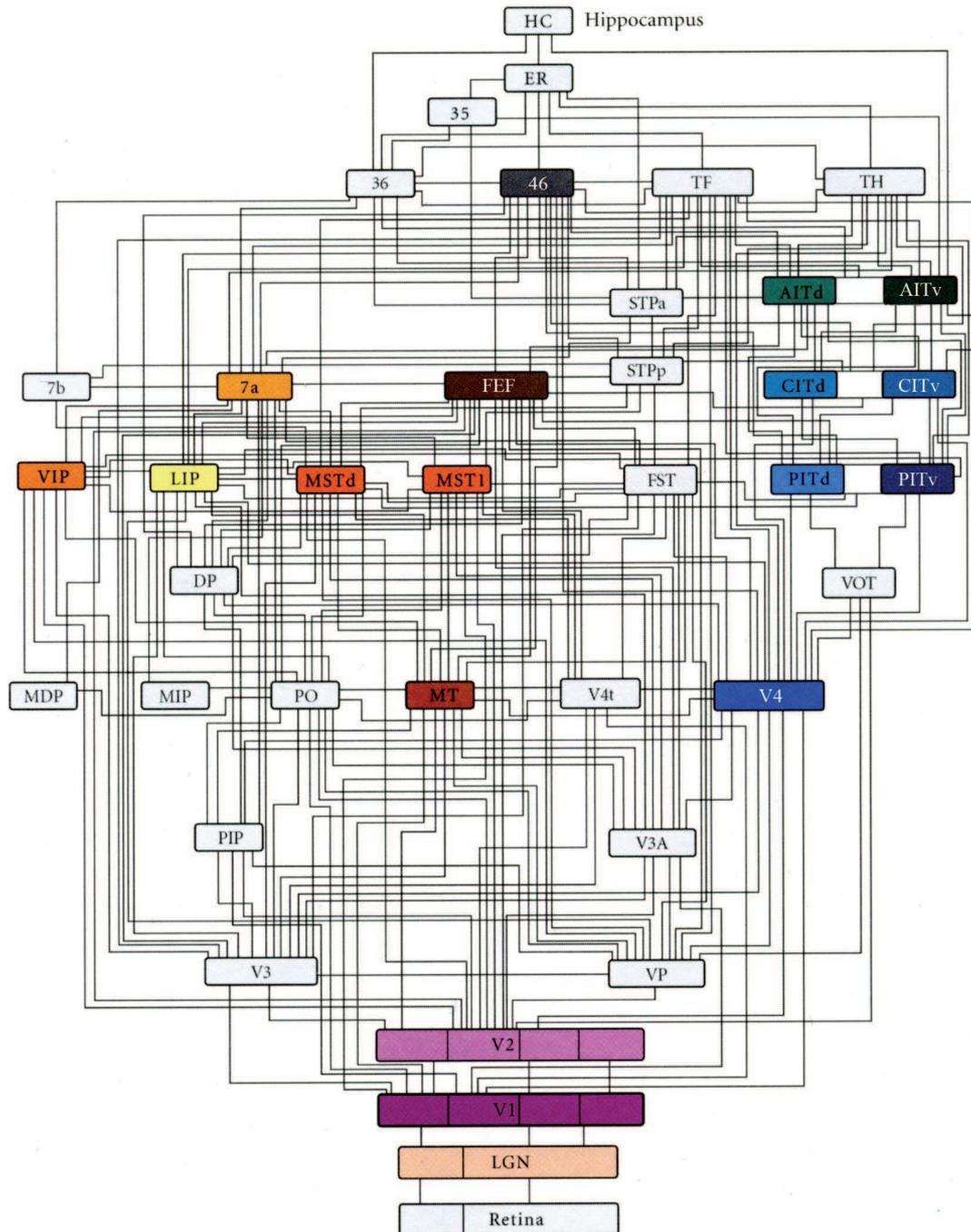


Abbildung 2.4: Aufbau des zentralen Sehsystems nach Felleman und Van Essen [FVE91].

fekt rekonstruiert werden (s. [SN97]). Die einzelnen Abtastoperatoren der Wavelet-Transformation haben dabei teilweise den Charakter von orientierungssensitiven Kantendetektoren.

Nach einer anderen Hypothese [ENB05] fungiert das Zentrale Sehsystem als eine Art Zugang (*Gateway*) zur Wahrnehmungsdomäne. Nur wenn der von der Netzhaut ankommende neuronale Datenstrom genügend verwertbare Information enthält, *belohnt* uns das ZVS mit einer Wahrnehmung. Aus diesem Grund kann man nicht erwarten, dass man bei fehlenden Eingangskanälen (z.B. durch ausgefallene oder nicht-stimulierte Ganglienzellen) nur einen Teil der Realität oder diese nur mit Löchern oder verwaschen bzw. unscharf wahrnehmen kann. Vielmehr kann es möglich sein, dass es ab einem bestimmten Maß an Informationsdefizit zu einem völligen Ausbleiben des Wahrnehmungsergebnisses kommt.

2.1.3 Verwandtschaft mit anderen wissenschaftlichen Disziplinen

Neben der recht abstrakten unspezifischen Sichtweise des Sehvorgangs als Sequenz zweier mathematischer Abbildungen, kann man eine gewisse Ähnlichkeit der Informationsverarbeitung auch bei anderen wissenschaftlichen Feldern entdecken.

Ein Ausgangspunkt dafür ist zum Beispiel das Verhältnis zwischen Ganglienzellen und Photorezeptoren, welches etwa 1:100 beträgt⁴. Wenn am Ausgang der Ganglienzellschicht die gesamte Information über den an den Photorezeptoren anliegenden Reiz vorliegen soll, muss man davon ausgehen, dass die Retina eine Kompression oder Kodierung des spatio-temporalen Inputsignals durchführt. Nach welchen Prinzipien diese Kodierung durchgeführt wird und ob die Kodierung Ähnlichkeit zu den in der heutigen Technik verwendeten Codecs wie z.B. MPEG-4 [Sal04] aufweist, ist noch nicht abschließend geklärt. Einige Sehforscher wie beispielsweise Barlow [Bar01] gehen davon aus, dass die Retina eine Redundanzreduktion des spatio-temporalen Eingangssignals durchführt, die die Korrelation zwischen den einzelnen Ganglienzell-Ausgangszeitfunktionen minimiert. Eine andere, damit verwandte Strategie ist die des *Sparse Codings*, die auf eine energieeffiziente Kodierung zielt [OF97]. Aus Sicht der Kodierungstheorie leistet die Abbildung **F1** die Kodierung und das zentrale Sehsystem führt anschließend mittels **F2** die zugehörige Dekodierung durch.

Eine weitere Sichtweise bietet die Kryptographie: Bei jedem Menschen verläuft die Entwicklung des Sehsystems unterschiedlich, da die Entwicklung u.a. von genetischen Faktoren und von der visuellen Erfahrung abhängt [Wie82]. Dies bedeutet nicht, dass große morphologische und funktionelle Unterschiede vorhanden sind. Jedoch ist jede Retina und jedes Zentrale Sehsystem insofern einzigartig, als dass nur **die** Retina und **das** Zentrale Sehsystem, die eine gemeinsame Entwicklungsphase hatten, zusammen in der Lage sind, eine Seh wahrnehmung hervorzurufen, die einem präsentierten Stimulus entspricht. Die Retina hat also eine gewisse Ähnlichkeit zu einer Verschlüsselungseinheit und das zentrale Sehsystem zu der zugehörigen Entschlüsselungseinheit [BNE03, BEN03].

2.2 Retina Implantat

Ein Retina Implantat System zur epiretinalen Netzhaut-Stimulation besteht aus zwei Bestandteilen: einem Externen und einem Implantierten (s. **Abbildung 2.5**). Der externe Teil umfasst neben einer CCD Kamera für die Bildaufnahme einen *lernfähigen Retina Encoder*. Dieser ersetzt die ausgefallene intraretinale Informationsverarbeitung, indem er eine spatio-temporale Filterung der Bildeingangsdaten sowie die Kodierung in ganglienzellaxontypische Pulsfolgen durchführt. Zusätzlich existiert im externen Modul des Retina Implantat Systems eine *Sendeeinheit* für die drahtlose Signal- und Energieübertragung an das ins Auge implantierte Modul. Im Auge nimmt eine *Empfangseinheit* Energie und Stimulationssignale auf und überträgt die empfangenen Daten an den *Retina-Stimulator*. Dieser steuert die Stimulationselektroden an, welche die Ganglienzellen kontaktieren. Der Retina Stimulator besteht aus einer Schar von Elektroden (100-1000) sowie einer

⁴Wobei allerdings die Zahl der mit einer Ganglienzelle verknüpften Photorezeptoren stark von der Exzentrizität abhängt.

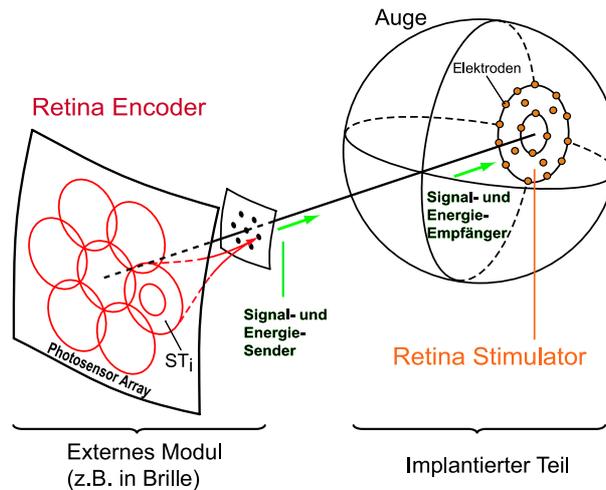


Abbildung 2.5: Retina Implantat Gesamtsystem (EPI-RET, nach [EHB99])

zugehörigen Stimulationselektronik, die anhand der vom externen Modul empfangene Stimulationsparameter (wie z.B. Elektrodennummer, Stimulationsstromstärke, Pulslänge und Pulssequenz) biphasische Strompulse generiert.

Die Stimulationselektroden sind im Projekt EPI-RET epiretinal [Eck98], d.h. auf der Netzhaut platziert. Andere Forschergruppen setzen alternativ zur epiretinalen Netzhautstimulation auf subretinale Netzhautimplantate [CP98, ZSW⁺99] oder auf eine Stimulation des Sehnervs mittels Cuff-Elektroden [VWDG⁺03]. Einige wenige Ansätze versuchen eine Sehvernehmung durch die direkte elektrische Stimulation des Visuellen Kortex zu erreichen [FPR⁺05].

2.2.1 Retina Encoder

Basierend auf den neurobiologischen Erkenntnissen über Struktur und Funktion der retinalen Ganglienzellen können diese durch technische ST-Filter funktionell ersetzt werden. Die kontinuierliche spatiale Filterung durch retinale Ganglienzellen kann dabei durch diskrete konzentrische Gauss-Differenzenfilter (*Difference of Gaussians* - DoG) realisiert werden.

Die temporale Filterung kann durch den Einsatz von diskreten zeitlichen Filtern, wie Finite Impulse Response (FIR) oder Infinite Impulse Response (IIR) Filtern erreicht werden, die in der digitalen Signalverarbeitung weit verbreitet sind. Der Retina Encoder besteht schließlich aus einem Array von ST-Filtern mit überlappenden rezeptiven Feldern und ersetzt die intraretinale Informationsverarbeitung. Für jede der kontaktierten Ganglienzellen benötigt man einen ST-Filter, was zu einer Zahl von 100-1000 individuell einstellbaren ST-Filtern im Retina Encoder System führt. Der spatio-temporale Arbeitsbereich der einzelnen ST-Filter muss dabei so gewählt sein, dass es möglich ist, die Informationsverarbeitung von P- und M-Zellen der Primatenretina zu simulieren [EHB99].

In einem *Retina Implant System* bildet der Retina Encoder einen Teil der externen Komponenten und kann z.B. mit Hilfe eines Digitalen Signal Prozessors (DSP) realisiert werden [Hün00], mit dem ein echtzeitfähiger RE-Betrieb möglich ist.

2.2.2 Modell des visuellen Systems mit Retina Encoder

Im Fall der funktionellen Ersetzung der biologischen Retina durch einen Retina Encoder leistet dieser die erste Abbildung F_{1RE} (Abbildung 2.6). RE führt eine spatio-temporale Filterung eines durch die externe Kamera aufgenommenen Stimulus durch. Anschließend wird das Ergebnis der

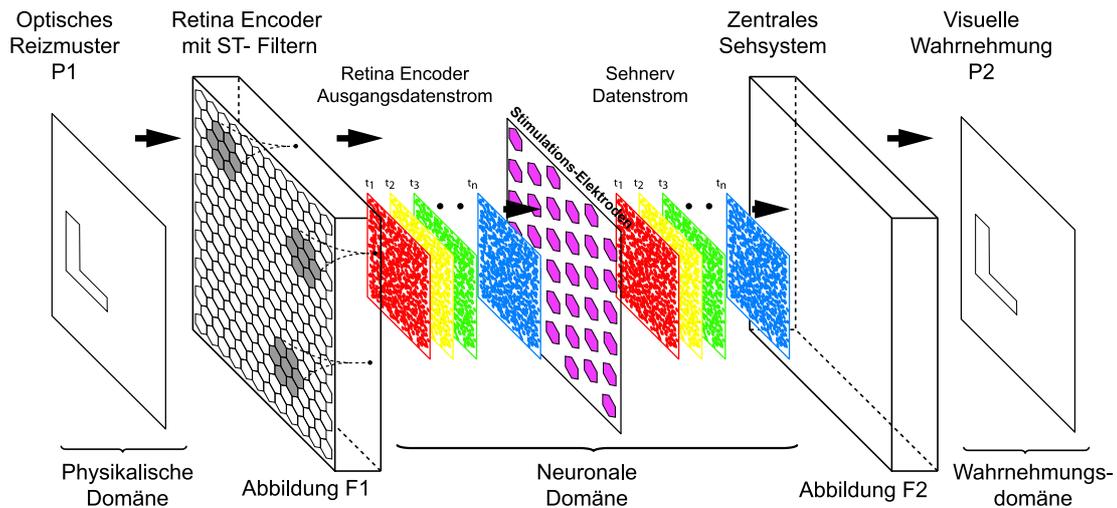


Abbildung 2.6: Modell der visuellen Wahrnehmung bei Einsatz eines Retina Implantats (nach [ENB05])

ST-Filterung durch die epiretinal fixierten Elektroden wieder in das biologische Informationsverarbeitungssystem eingespeist, indem retinale Ganglienzellen elektrisch stimuliert werden.

Der RE Ausgangsdatenstrom ist Teil der Neuronalen Domäne. Das Elektroden-Array kann hierbei als ein Umsetzer zwischen den beiden Bereichen der Neuronalen Domäne angesehen werden. Dort wechselt die neuronalkodierte Information vom technischen auf das biologische System. Die Abbildung F_2 , die das zentrale Sehsystem leistet, ändert sich durch das Einsetzen eines Retina Implantats nicht, wie in [Abbildung 2.2](#) bereits beschrieben.

Im Gegensatz zur durch die Retina geleisteten Abbildung F_1 ist die durch den Retina Encoder geleistete Abbildung F_{1RE} ursprünglich nicht die zu F_2 passende. Dies bedeutet, dass $F_2 \circ F_{1RE}$ nicht auf die Identität führt, so dass in der Perzeption des Implantatträgers nicht die zur Stimulation gehörende Wahrnehmung eintritt. Dafür gibt es verschiedene Gründe:

1. Das erste Problem erwächst aus der Tatsache, dass nicht alle Eingangskanäle des Zentralen Sehsystems kontaktiert werden können. Die momentane Technik bietet noch nicht die Möglichkeiten jede retinale Ganglienzelle (1 Mio. Stück) funktionell zu ersetzen und eine zugehörige Stimulationselektrode zur Verfügung zu stellen.

Aus technischer Sicht tritt besonders die Schwierigkeit in den Vordergrund, dass für eine zell-spezifische Stimulation die Elektrodengröße verkleinert werden muss, dies aber zu ungewünscht hohen Impedanzen und Stimulationsströmen führt. Durch fortschreitende Entwicklung auf dem Gebiet der Nanotechnologie kann jedoch diese Einschränkung in einiger Zeit erfolgreich gelöst worden sein. Besonders attraktive Ansätze sind hier die retinale Stimulation durch Abgabe von Neurotransmittern durch Nanosysteme. Ein weiterer Ansatz ist hier die Multizellstimulation durch zellspezifische Stimulationsprofile [Hor02, ENB04, NEB04].

Aus Sicht der beiden Abbildungen F_1 und F_2 bedeutet dies, dass viele Kanäle des Inversionssystems nicht kontaktiert sind. Es stellt sich die Frage, ob dennoch eine Rekonstruktion, wenn auch mit verminderter Qualität, zu erreichen ist, oder ob die Rekonstruktion völlig fehlschlägt. Die Zahl der Elektroden, die mindestens nötig ist, ist ebenfalls unbekannt.

Weiterhin stellt sich die Frage, ob es möglich ist durch intelligente Stimulationsstrategien, trotz einer Einschränkung bzgl. der Elektrodenzahl, eine Stimulation derart durchzuführen, dass das zentrale Sehsystem in der Lage ist, aus dem gesendeten Datenstrom erfolgreich eine Perzeption zu erzeugen.

2. Die retinotopie Kontaktierung der Retina stellt eine weitere Herausforderung dar. Bei der Implantation des Retina-Stimulators ist die Kontaktierung der einzelnen Elektroden zu den

Ganglienzellen zunächst rein zufällig, d.h. eine retinotopie Zuordnung der rezeptiven Felder des Retina Encoders zu den zugehörigen Ganglienzellen ist nicht von vorneherein gegeben und muss in Interaktion zwischen Implantatträger und Retina Implantat erfolgen. Es kann durchaus vorkommen, dass anstatt des Zellsomas einer gewünschten Ganglienzelle vorbeilauende Axone weiter entfernt liegender Ganglienzellen stimuliert werden, so dass die Retinotopie gestört wird. Lösungsansätze sind hier die Retinotopie durch ein geeignetes wahrnehmungsbasiertes Dialogsystem zu lernen [Wal98] oder die Verwendung Zellkörperspezifischer Stimulationsprofile [Hor02].

3. Die rezeptiven Felder der retinalen Ganglienzellen haben eine große Bandbreite in ihren spatio-temporalen Filtereigenschaften. Dies erfordert einerseits, dass der Parameterraum der technischen ST-Filter so dimensioniert sein muss, dass sämtliche in der Retina vorkommenden rezeptiven Feldeigenschaften emuliert werden können. Andererseits muss ein Verfahren gefunden werden, dass die Filterparameter eines ST-Filters so einstellt, dass sie den spatio-temporalen Filtereigenschaften der kontaktierten Ganglienzelle vor Beginn der Krankheit entsprechen. Die Komplexität dieser Aufgabe nimmt jedoch mit der Dimension des ST-Filter-Parameterraums und der Zahl der zu kontaktierenden Ganglienzellen sehr schnell zu.

Für nachfolgende Teile des Sehsystems wären bei einer korrekten Ersetzung der biologischen Retina durch ein solch 'ideales' Retina Implantat in erster Näherung keine Unterschiede feststellbar. Die korrekte Parameterwahl des Retina Encoders würde zu einer Abbildung $\mathbf{F1}_{RE}$ führen, die der ursprünglichen von der gesunden Retina geleisteten Abbildung $\mathbf{F1}$ entspricht und somit mit der Abbildung $\mathbf{F2}$ zu der korrekten Wahrnehmung führt.

Andere Ansätze für die Entwicklung von künstlichen Sehprothesen gehen von einer hohen Plastizität des visuellen Kortexes aus. In der Prothese findet nur eine marginale Vorverarbeitung der Kameradaten durch eine festgelegte Filterstruktur ($\mathbf{F1}'$) statt, die nicht der ursprünglichen durch die Retina geleisteten Abbildung $\mathbf{F1}$ entspricht und deren Ergebnisse anschließend als Stimulations-signale dienen sollen. In diesem Fall soll nicht Abbildung $\mathbf{F1}'$ in einem interaktiven Lernprozess geändert werden. Man erwartet in diesem Fall, dass sich die vom ZVS geleistete Abbildung $\mathbf{F2}$ nach einiger Zeit der Benutzung der Sehprothese zu einer Abbildung $\mathbf{F2}'$ ändert, die die korrekte inverse Abbildung zu $\mathbf{F1}'$ darstellt.

Hier stellt sich die zentrale Frage, ob das menschliche visuelle System nach vielen Jahren Blindheit oder nach abgeschlossener Entwicklungsphase des visuellen Systems noch eine derartige Flexibilität aufweist. So gibt es Hinweise darauf, dass der Visuelle Kortex nur in einer sehr frühen postnatalen Phase dazu in der Lage ist, sich so auszubilden, dass es anschließend zu einer visuellen Wahrnehmung kommen kann. Eine Störung dieses Prozesses in diesem kritischen Stadium führt zu einer Fehlentwicklung (u.U. zur Blindheit), die in der nachfolgenden Zeit nicht mehr behoben werden kann [Wie82]. Dies zeigte sich auch bei Menschen, die beispielsweise aufgrund einer angeborenen Linsentrübung viele Jahre blind waren. Nach einer Korrektur der Linse kam es bei diesen jedoch nicht zu einer visuellen Wahrnehmung, obwohl der Rest des Sehsystems keinerlei Schaden aufzuweisen schien [MRA⁺05]. Bei Blinden wird aufgrund des fehlenden visuellen Informationseingangs der visuelle Kortex für die Verarbeitung auditorischer oder taktiler Reize rekrutiert [MRA⁺05].

Ein weiterer wichtiger Punkt ist, dass auch in den unteren visuellen Verarbeitungsschichten eine Umgestaltung der Nervenverbindung aufgrund von fehlender Aktivität zu finden ist. So kommt es einige Zeit nach Beginn der Photorezeptordegeneration zu einer Veränderung der intraretinalen Verschaltung [JWF⁺03]⁵.

⁵Es ist sehr fraglich, ob diese zu späteren Zeitpunkten durch wiedereinsetzende neuronale Aktivität (durch regenerierte Photorezeptoren oder elektrische Stimulation verursacht) rückgängig gemacht werden kann. Aufgrund dieser letzten Tatsache ist es wahrscheinlich zwingend notwendig, Retina Implantate so früh wie möglich einzusetzen.

2.2.3 Retina Encoder Trainingsumgebung

Eine im Vergleich zum Lernen der Retinotopie deutlich größere Herausforderung liegt darin, die korrekten Parametereinstellungen für die spatio-temporalen Filter des Retina Encoders zu finden⁶. Hierfür wird ein wahrnehmungsbasiertes Lernverfahren benutzt [EHB99]. Der Implantatträger ist dabei ein Teil einer Optimierungsschleife. Geeignete Trainingsverfahren müssen dieser Tatsache Rechnung tragen und die psychologischen Verhaltensweisen der Probanden berücksichtigen. Besonders hervorzuheben sind hier, dass Optimierungsverfahren kurze Bewertungszeiten benötigen, da Aufmerksamkeit und Motivation der Implantatträger mit der Trainingsdauer abnehmen. Weiterhin ist es von Vorteil die Bewertung eines Parametersatzes über einen motorischen Kanal (z.B. Joystick, Maus, Kopfbewegungen [ESB07]) an das Lernsystem zu übermitteln. Während der letzten Jahre wurden verschiedene Trainingsverfahren untersucht [EBH97, BBE98b]. Bei diesen Studien wurden Hinweise dafür gefunden, dass sich evolutionäre Algorithmen für wahrnehmungsbasierte Optimierungsverfahren gut eignen [BEH99, Bec99, BEN03]. Als Individuen dienen hier einzelne RE-Parametersätze (Genotypen). Der Proband bewertet die durch die einzelnen Parametersätze erzeugten Wahrnehmungen (Phänotypen) bezüglich der Güte ihrer Übereinstimmung mit einem über einen anderen Sinneskanal (z.B. auditorisch) übermittelten Sollmuster $P1$. Dabei wählt er eine gewisse Zahl von besten Individuen aus der Gesamtpopulation aus. Bei der Zahl der Individuen ist darauf zu achten, dass das Kurzzeitgedächtnis des Implantatträgers hinsichtlich der Kapazität zur Speicherung der erzeugten Wahrnehmungen begrenzt ist. Eine Populationsgröße von etwa sechs Individuen und eine Selektion der drei subjektiv besten Individuen aus dieser Population (**3-aus-6-Verfahren**) hat sich in der Vergangenheit als guter Kompromiss zwischen einer für Versuchspersonen (VP) angenehmen Zahl zu merkender Wahrnehmungen und einer möglichst hohen Zahl von Individuen für einen gut konvergierenden evolutionären Algorithmus herausgestellt. **Abbildung 2.7** zeigt ein Schema dieses Verfahrens.

Aufgrund der Tatsache, dass bisher keine Patienten mit implantierten lernfähigen Retina Implantaten für Untersuchungen zur Verfügung stehen, müssen für die Entwicklung von Retina Encoder Trainingsverfahren alternative Methoden generiert werden, die an Stelle von Blinden normalsichtige Versuchspersonen in der Trainingsschleife einsetzen. Dabei muss darauf geachtet werden, dass dieser Umweg eine möglichst große Nähe zum realen Verfahren hat, so dass eine Verallgemeinerung der entwickelten Lernverfahren für den Einsatz bei Blinden möglich wird.

2.2.4 Inverter Modul

Zu diesem Zweck wurde in vergangenen Arbeiten [Wal98, BBE98a] die Idee eines *Inverter Moduls* (IM) hervorgebracht, welches die Aufgabe hat, Teile des menschlichen Zentralen Sehsystems zu simulieren (siehe **Abbildung 2.9**). Das Inverter Modul zusammen mit einer normalsichtigen Versuchsperson ersetzt die Wahrnehmung eines Implantatträgers und stellt auf diese Weise die **Abbildung F2** dar. Somit ist die Entwicklung und der Test wahrnehmungsbasierter Retina Encoder Trainingsverfahren ohne den tatsächlichen Einsatz von Blinden mit implantierten RI-Systemen durchführbar.

Dabei erhebt das Inverter Modul keineswegs den Anspruch die vollständige visuelle Informationsverarbeitung eines Menschen nachzubilden. Nach heutigem Forschungsstand existiert keine vollständige Theorie der visuellen Wahrnehmung angefangen von der retinalen Informationsverarbeitung bis hin zu den höchsten Zentren des menschlichen zentralen Sehsystems, sondern man hat bisher einige grundlegende Prinzipien gefunden. Beispielsweise ist bekannt, dass die visuelle Informationsverarbeitung mittels von hierarchisch angeordneten Kortizes durchgeführt wird, die aber auch über massive Rückkopplungen zu vorhergehenden Schichten verfügen. Weiterhin bleibt innerhalb dieser Kortizes bis hin zu sehr hohen Ebenen die Retinotopie erhalten. Die rezeptiven Felder von Neuronen dieser Kortizes werden mit Zunahme der Hierarchie immer spezialisierter (Feature Detektoren) und nehmen in ihrer Größe zu.

⁶Aus Sicht der Kodierungstheorie ist es die Aufgabe den zum fest vorgegebenen Dekodierer (das Zentralen Sehsystem) den richtigen Kodierer zu finden. Aus Sicht der Kryptographie ist der Entschlüsselungsalgorithmus fest vorgegeben, jedoch ist der Schlüssel (die korrekte ST-Filter Einstellung von RE) unbekannt [BNE03, BEN03].

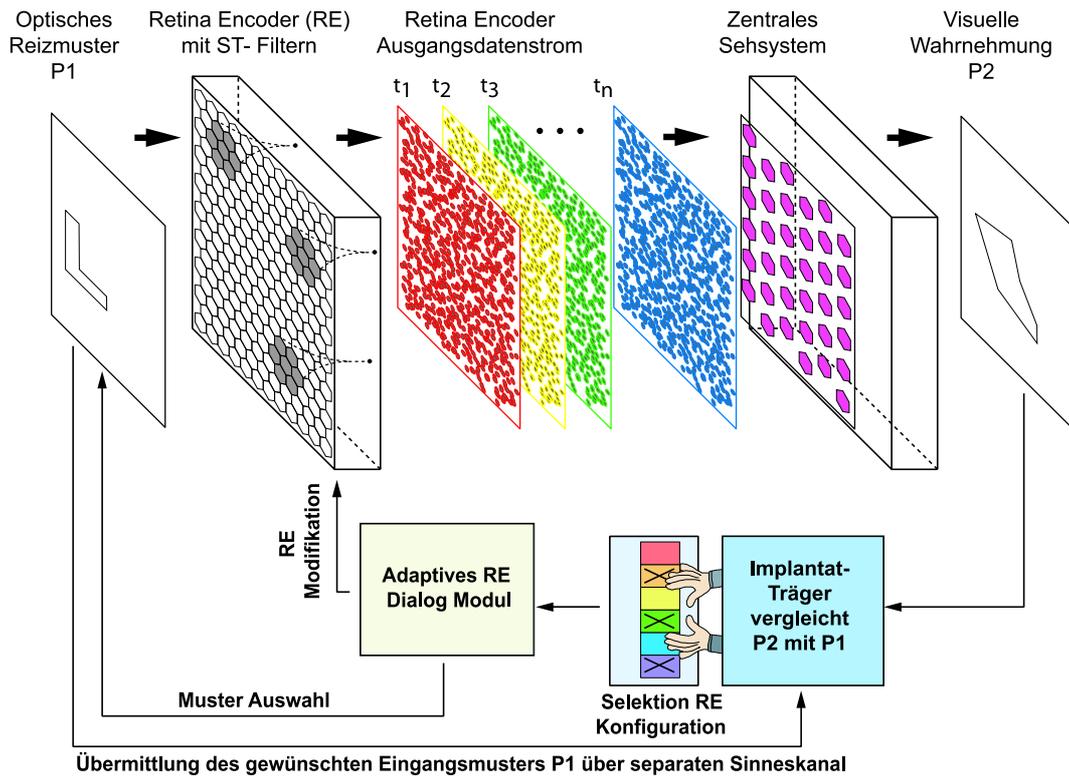


Abbildung 2.7: Retina Encoder System mit wahrnehmungsbasiertem RE Training durch einen Blinden

Aufgrund der fehlenden Kenntnis über die Entstehung visueller Wahrnehmung wird für das Inverter Modul ein "Blackbox"-Ansatz gewählt, der nur zum Ziel hat, aus dem empfangenen Retina Encoder Ausgangsdatenstrom (t_1, t_2, \dots, t_n) ein Muster P_2 zu erzeugen, das mit dem ursprünglichen Eingangsmuster P_1 möglichst perfekt übereinstimmt. Das vom Inverter Modul erzeugte Muster P_2 wird anschließend in der gleichen Skalierung und Auflösung wie das Eingangsbild auf einem Bildschirm ausgegeben. Durch den Einsatz des Inverter Moduls zusammen mit dem Bewertungsvorgang durch eine normalsichtige Versuchsperson simuliert man die Bewertung der Wahrnehmung durch einen Blinden im RE-Trainingsprozess. Ein grundlegender Unterschied zum RE-Training mit blinden VPn ist, dass hier sowohl P_1 als auch P_2 als Bildschirminhalte darstellbar, d.h. Teile der physikalischen Domäne sind. Damit sind sie grundsätzlich auch für deterministische Bewertungsroutinen zugänglich.

Bevor mit diesem System ein Encoder-Training durchgeführt werden kann, müssen zunächst zwei Bedingungen sichergestellt werden:

- Es muss am Retina Encoder ein ST-Filter-Parametersatz RE_{ref} eingestellt werden, von dem bekannt ist, dass dieser zu einer invertierbaren spatio-temporalen Abbildung $\mathbf{F1}_{\text{ref}}$ führt.⁷
- Das Inverter Modul muss derart trainiert werden, dass die Abbildung $\mathbf{F2}_{\text{ref}}$, die nun durch IM geleistet wird, so angepasst wird, dass sie die inverse Abbildung zu $\mathbf{F1}_{\text{ref}}$ darstellt:

$$\mathbf{F2}_{\text{ref}} = \mathbf{F1}_{\text{ref}}^{-1}$$

⁷Dabei sollte dieser Parametersatz eine gewisse Bandbreite in seinen Filterparametern aufweisen. Beispielsweise kann man biologisch motivierte ST-Filter-Klassen definieren und danach eine Anzahl von rezeptiven Felder, die diesen Klassen zugeordnet sind, auf der Eingangsfläche des RE anordnen. Die Invertierbarkeit ist im physiologischen Fall natürlich auf die spatio-temporalen Frequenzbereiche beschränkt, in denen die retinalen Ganglienzellen sensitiv sind.

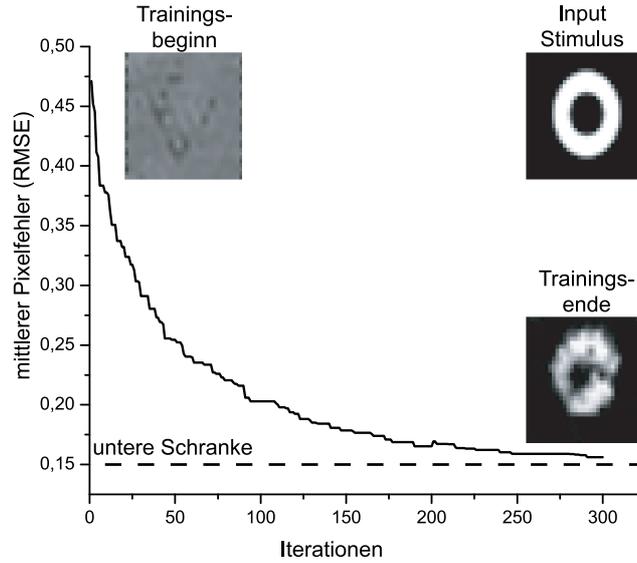


Abbildung 2.8: Fehlerkurve für den Inverter-Lernvorgang mit einem Evolutionären Algorithmus

Durch Erfüllung dieser beiden Bedingungen wird ein Zustand hergestellt, der in gewisser Weise dem Zusammenspiel zwischen Retina und zentralem visuellen System mit zueinander nahezu inversen Abbildungen $\mathbf{F1}_{\text{ref}}$ und $\mathbf{F2} \approx \mathbf{F2}_{\text{ref}} = \mathbf{F1}_{\text{ref}}^{-1}$ in normalsichtigen Personen entspricht. Die Verkettung der beiden Abbildungen $\mathbf{F1}$ und $\mathbf{F2}_{\text{ref}}$ ergibt somit näherungsweise die Identität \mathbf{Id} :

$$\mathbf{F2} \circ \mathbf{F1}_{\text{ref}} = \mathbf{Id} \quad (2.1)$$

Es ist zu beachten, dass von vorneherein nicht klar ist, ob die vom Invertermodul gelernte Abbildung $\mathbf{F2}$ stetig ist, damit ein wahrnehmungsbasiertes Training überhaupt möglich wird. Sei RE_{ref} beispielsweise ein RE-Zustand und $RE_{\text{ref}}^{\epsilon}$ ein eng benachbarter Zustand. IM_{ref} sei das zu RE_{ref} gehörige Inverter Modul. Wenn man annimmt, dass keine Stetigkeit gegeben ist, so resultieren bei festem IM_{ref} aus der Inversion der leicht unterschiedlichen Filterergebnisse von RE_{ref} und $RE_{\text{ref}}^{\epsilon}$ zwei Inversionsergebnisse, die sich sehr stark unterscheiden können.

2.2.5 Training des Invertermoduls

Das Invertermodul wurde in vorhergehenden Arbeiten [Wal98, BBE98a] durch verschiedene Ansätze mit Neuronalen Netzen realisiert. In der Arbeit von Becker [Bec99] wurde dazu ein Neuronales Netz mit einer speziellen Topologie verwendet. Für das Training des Netzes wurden von einem Mustergenerator verschiedene Sequenzen von Bildern eines bewegten Stimulus (z.B. ein weißer Ring vor schwarzem Hintergrund) erzeugt, die dem RE-Eingangsbereich präsentiert wurden und gleichzeitig als Teacher-Werte für das Lernverfahren verwendet wurden. Die zugehörigen RE-Ausgangsdatensequenzen wurden als Input für das Neuronale Netz verwendet. Um das Training zu vereinfachen, wurde Vorwissen in das Netz eingebaut. Dazu wurde auf eine die Retinotopie erhaltende Informationsverarbeitung geachtet, d.h. Inputneurone bekamen nur Eingaben von ihnen entsprechenden RE-Ausgängen und deren Nachbarn bis zu einem einstellbaren Grad der Nachbarschaft. Die Wahl einer solchen Netztopologie ist im Hinblick auf die neuronale Informationsverarbeitung im menschlichen zentralen Sehsystem durchaus plausibel, da dort an vielen Stellen die Retinotopie erhalten bleibt. Als weitere Vereinfachung wurde Vorwissen über die Klassenzugehörigkeit der ST-Filter verwendet.

Als Lernverfahren wurde auf einen evolutionären Algorithmus zurückgegriffen. Als ein Genotyp ist hier ein Satz von Gewichten des Neuronalen Netzes anzusehen. Die Fitness eines solchen Individuums berechnete sich aus der Übereinstimmung der mit diesem Gewichtssatz generierten

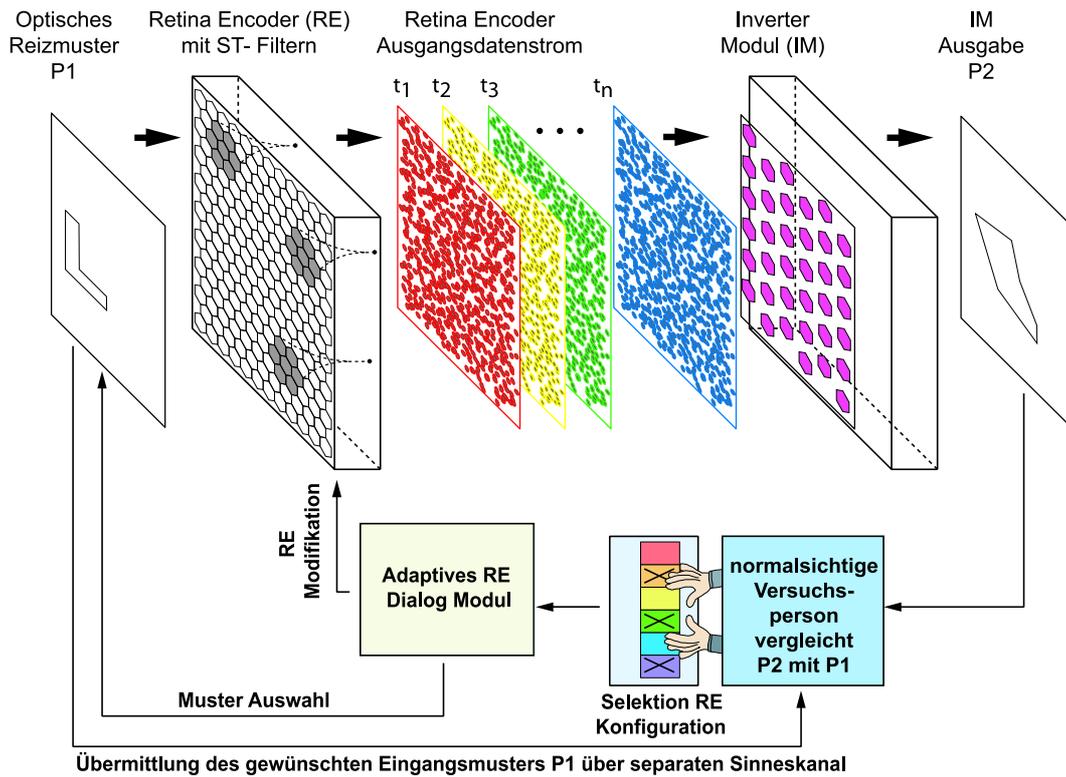


Abbildung 2.9: Retina-Encoder-System mit wahrnehmungsbasiertem RE-Training durch eine normalsichtige Versuchsperson. Im Vergleich zu [Abbildung 2.7](#) ist hier das zentrale Sehsystem und die visuelle Wahrnehmung des Blinden durch das Inverter Modul und Wahrnehmung einer normalsichtigen Versuchsperson ersetzt.

Inverter-Output-Sequenz und der zugehörigen Stimulussequenz. Eine typische Lernkurve eines Invertermoduls ist in [Abbildung 2.8](#) dargestellt. Der trainierte Inverter hat die Fähigkeit zu Generalisieren, d.h. bei Eingabe eines RE-Filter-Ergebnisses zu einem bisher unbekanntem Stimulus rekonstruierte der Inverter diesen zufriedenstellend. Ein wichtiger Aspekt ist, dass bei diesem Ansatz eine untere Schranke in der Qualität der rekonstruierten Bilder (gelernte und ungelernete) existiert. Diese Schranke stellte für das Training des Retina Encoders von vorneherein eine Hürde dar. Ziel der Arbeit ist die Entwicklung eines Inverter Moduls, das eine perfekte Rekonstruktion des Stimulus ermöglicht, dabei aber keine neuen Hindernisse mit sich bringt.

2.2.6 Training des Retina Encoder Moduls

War nun der geforderte Systemzustand durch Erfüllung der beiden obigen Bedingungen hergestellt, so konnte ein zufälliger ST-Filter-Parametersatz RE_{bel} am RE-Modul eingestellt werden, um die Situation zu simulieren, die vorliegt, wenn eine Mikrokontaktfolie eines neuen Retina Implantats einem Blinden implantiert wird⁸. Der Retina-Chirurg kann nur eine grobe Positionierung der Kontaktfolie in der Nähe der Fovea vornehmen und diese dort fixieren. Eine exakte Zuordnung einzelner Elektroden mit den jeweils zugehörigen ST-Filter-Konfigurationen zu spezifischen Ganglienzellen ist nicht möglich. Durch die Verstellung des RE-Parametervektors von RE_{ref} hin zu RE_{bel} stellt die Konkatenation der beiden Abbildungen **F1** und **F2** nicht mehr länger die Identität dar.

⁸Zusätzlich zur Verstellung der RE-Filterparameter könnte auch die Zuordnung der Retina-Encoder-Ausgangskanäle zu den Invertermodul Eingangskanälen verändert werden, was einer Aufhebung der Topologie zwischen Elektrodenarray und Ganglienzellanordnung entsprechen würde.

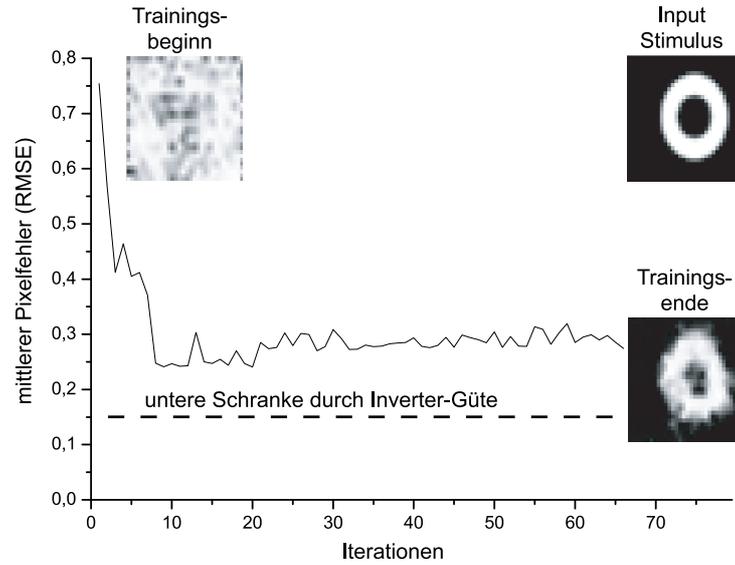


Abbildung 2.10: Lernkurve des Retina-Encoder-Trainings mit normalsichtiger Versuchsperson

Die normalsichtige VP hatte nun die Aufgabe, den richtigen RE-Parametersatz RE_{ref} wiederzufinden. Hierzu verglich sie die ihr vom Lernsystem vorgeschlagenen RE-Parametersätze. Dies geschah folgendermaßen ([Abbildung 2.9](#)):

Der einen Teil des Dialogsystems bildende Evolutionäre Algorithmus (EA) generierte anfangs sechs verschiedene, zufällige RE-Parametersätze RE_i . Die Parametersätze wurden in das RE-Modul geladen, wenn die VP die entsprechende Wahl (durch Klicken mit der Maus auf eines der sechs Auswahlfelder) traf. Der Retina Encoder verarbeitete einen anliegenden Stimulus dem gewählten Filtersatz entsprechend und übermittelte anschließend sein Ergebnis an das Inverter Modul (IM_{ref}). Dieses erzeugte ein Muster $P2$. Nach Betrachtung und Vergleich der IM Outputs $P2_i$ zu allen vom Dialog Modul generierten RE-Parametersätzen mit dem ursprünglichen Stimulus $P1$, hatte die VP die Aufgabe, die drei subjektiv am besten übereinstimmenden Ausgangsmuster bzw. deren erzeugende Parametersätze zu selektieren. Aus diesen selektierten Sätzen generierte der EA des Dialog Moduls durch Rekombination und Mutation sechs neue RE-Parametervektor-Vorschläge. Im nächsten Iterationsschritt musste die Versuchsperson wieder ihre Wahl aus den neuen Vorschlägen treffen. Nach ca. 60 Iteration (was ungefähr einem zeitlich Aufwand von 60-90 Minuten entsprach) erreichte die Versuchsperson meist eine zufriedenstellende Qualität des Musters $P2$. Somit wurde ein RE-Parametervektor $RE_{\text{ref}}^{\text{neu}}$ gefunden, der eine Encoder Abbildungen $\mathbf{F1}^{\text{neu}}$ bestimmte, die nahe genug an der ursprünglichen Retina Abbildung $\mathbf{F1}$ lag und mit der festen Inverterfunktion wieder nahezu die Identität ergab. Inwieweit der gefundene Parametervektor $RE_{\text{ref}}^{\text{neu}}$ mit dem ursprünglichen RE_{ref} übereinstimmte, war anhand des IM-Outputs nicht ersichtlich. Das primäre Ziel war eine möglichst optimale Übereinstimmung des Inverter Ausgangs $P2$ mit dem Stimulus $P1$. Ob diese durch verschiedene RE-Parameterkonfigurationen erreicht werden konnte, war nicht von zentraler Bedeutung.

In [Abbildung 2.10](#) ist eine typische Lernkurve eines Retina Encoders bei Training durch eine normalsichtige Versuchsperson dargestellt. Das bei diesem Training verwendete Inverter Modul entspricht dem im vorherigen Abschnitt Beschriebenen. Die Güte des RE-Parametersatzes ist aufgrund der Beschränkung der Inverterqualität ebenfalls limitiert.

2.3 Ziele der Arbeit

Hauptziel dieser Arbeit ist es, die Inversionsfähigkeit spatio-temporalen Filteroperationen zu untersuchen. Im Speziellen wird hierbei auf die ST-Filterung eingegangen, die durch einen lernfähigen Retina Encoder geleistet wird. Im Vordergrund steht dabei die Frage, unter welchen Umständen eine möglichst perfekte Inversion durchgeführt werden kann. Ob die vollständige Umkehrung der spatio-temporalen Abbildung überhaupt möglich ist, hängt sowohl von der Wahl der Filterparameter als auch von der Anzahl der Abtastpunkte des Eingangsbildes ab. Bei ungünstiger Wahl der ST-Filter-Eigenschaften ist zu erwarten, dass es bei der Filterung zu einem Informationsverlust kommt.

Für die Entwicklung eines die Anforderungen erfüllenden Invertermoduls wurde zunächst eine mathematische Analyse der spatio-temporalen Abbildung des Retina Encoders durchgeführt. Um die entwickelten Verfahren zu verwirklichen, wurde eine neue Retina Encoder (**RE***) Software implementiert, die ein adaptives Filter Modul zur spatio-temporalen Filterung sowie verschiedene zugehörige Inverter Module enthält. Mit diesen Systemen wurden anschließend verschiedene Fragestellungen zur Inversion untersucht und analysiert. Darunter fallen Untersuchungen bzgl. der , welche ST-Filter-Konfigurationen invertierbar sind und wie diese erzeugt bzw. gefunden werden können.

Des Weiteren wird die Frage behandelt, ob in den Fällen, in denen aufgrund eines Informationsverlustes keine einfache Inversion durchführbar ist, durch die Verwendung von *a-priori* Wissen dieses Ziel dennoch näherungsweise erreicht werden kann. Die Verfahren, die hier zum Einsatz kommen und miteinander verglichen werden, sind ein spezieller Entscheidungsbaum (*Decision Tree*) sowie ein Matrixformalismus mit verschiedenen Regularisierungsverfahren. Zur Unterstützung der Inversionsalgorithmen wird zusätzlich ein physiologisch motivierter Prozess implementiert, der Zusatzwissen durch den Einsatz von künstlich erzeugten Augenbewegungen einbringt.

Ein zentraler Punkt ist die Untersuchung der Stabilität und Qualität der Inversion gegenüber Störungen, wie sie zum Beispiel beim Retina-Encoder-Training durch Änderung der ST-Filter Parameter auftreten. Ist die vom Inverter gelieferte Inversion der spatio-temporalen Filterung von schlechter Qualität oder von numerischer Instabilität geprägt, so hat dies starke Auswirkungen auf den Trainingsverlauf. Unter Umständen ist ein erfolgreiches Training überhaupt nicht möglich.

Um die Möglichkeiten einer perfekten mathematischen Inversion von Filteroperationen zu untersuchen, muss man sich in den Bereich der angewandten Mathematik begeben. Die Filterung eines Signals durch einen ST-Filter stellt im mathematischen Sinn eine dreidimensionale Faltungsoperation (*Convolution*) dar. Die Umkehrung der Faltung (*Deconvolution*) ist im Allgemeinen ein *schlecht-gestelltes Problem*. Diese sind im wissenschaftlichen Umfeld der angewandten Mathematik, die sich mit sogenannten *Inversen Problemen* beschäftigt, wohlbekannt. Zur Entwicklung eines Inverter Moduls, das eine möglichst perfekte Rekonstruktion des Eingangsmusters erlaubt, wird auf die Behandlung von ähnlich gelagerten inversen Filteroperationen in benachbarten wissenschaftlichen Disziplinen eingegangen. Neben der Perspektive der Inversen Probleme werden auch kurz andere Sichtweisen diskutiert.

Durch Kenntnis der Randbedingungen, die eine möglichst perfekte Invertierung dieser spatio-temporalen Filterung ermöglichen, ist man in der Lage angepasste RE-Trainingsumgebungen für normalsichtige Versuchspersonen zu entwerfen. Dabei ist es unter Umständen notwendig, das Trainingsverfahren an die Eigenschaften des Invertersystems anzupassen. Ein Ziel der Arbeit ist es, eine möglichst perfekte Inversion bzw. Rekonstruktion zu erhalten, die sich zusätzlich numerisch gutartig verhält, so dass der Einfluss des Invertermoduls auf das Trainingsverfahren minimal ist. Um dies mit dem entwickelten Retina-Encoder-System zu testen, wurde eine Trainingsumgebung entwickelt sowie verschiedene wahrnehmungsbasierte Trainingsverfahren implementiert und auf ihre prinzipielle Eignung hin mittels Funktionstests mit normalsichtigen Versuchspersonen untersucht. Das Auffinden der ursprünglichen RE-Filterkonfiguration kann auch als Systemidentifikation angesehen werden, wenn man die Problemstellung aus der Perspektive Inverser Probleme betrachtet.

Aus den Ergebnissen dieser Entwicklung des Inverter Moduls und der RE-Lernverfahren werden schließlich Folgerungen gezogen, welche Berücksichtigungen bei der Entwicklung von zukünftigen Retina Implant Systemen gemacht werden sollten.

Eine zentrale Frage ist die nach der Zahl der nötigen Stimulationskanäle, die ein Retina Implant System haben sollte, um eine brauchbare visuelle Wahrnehmung beim Implantatträger hervorzurufen. Diese Frage spielt nicht nur für die Retina Encoder Lernsimulation eine wichtige Rolle. Epiretinale Sehprothesen haben momentan nur ca. 100 Stimulationskontakte, da die heutige Technik noch nicht in der Lage ist, ein Retina-Implant mit einer so grossen Anzahl an Elektroden zu entwickeln, dass zumindest ein Großteil der fovealen Ganglienzellen kontaktiert werden kann. Es ist fraglich, ob das menschliche Zentrale Sehsystem einen derart reduzierten Informationskanal sinnvoll nutzen kann und ob man durch spezielle Stimulationsverfahren diesen Nachteil zumindest teilweise aufheben kann.

Eine andere Fragestellung ergibt sich bei der Betrachtung des Auges als aktivem, sensorischen System. Im Gegensatz zum (menschlichen) auditorischen System gibt es beim Auge sensorische Rückkopplungen, die eine Reihe von Augenbewegungsmustern und Akkommodation ermöglichen. Psychophysiker sind seit vielen Jahren der Auffassung, dass aktive Augenbewegungen essentiell für den Wahrnehmungsprozess sind. Experimente zeigen, dass die visuelle Wahrnehmung verschwindet, wenn der Lichtreiz auf der Retina stabilisiert wird [RR52, DG52, MCMTD06]. Sogenannte entopische Bilder⁹ zeigen dabei ein besonders schnelles Verschwinden [CP96]. Neben diesen *Miniature Eye Movements during Fixation* spielen auch andere Augenbewegungstypen wie Sakkaden und Augenfolgebewegungen eine wichtige Rolle im Wahrnehmungsprozess. Retina Implantate müssen zukünftig dieser sensomotorischen Rückkopplung Rechnung tragen und ggf. künstliche Augenbewegungen erzeugen können.

Bei der Entwicklung der Inversionsverfahren wurden Ansätze, die auf Neuronalen Netzen basieren, nicht berücksichtigt, da diese bereits zuvor bei Walther [Wal98] und Becker [Bec99] ausführlich untersucht wurden.

In der vorliegenden Arbeit wurden hauptsächlich neue Sichtweisen und Konzepte für die Entwicklung von lernfähigen Retina-Encoder-Systemen mit wahrnehmungsbasierten Trainingsverfahren erarbeitet, die für die Entwicklung der nächsten Retina-Implant-Generation von großer Wichtigkeit sind. Die Arbeit zielt weder auf eine möglichst exakte, echtzeitfähige Nachbildung biologischer Systeme, noch auf eine vollständige psycho-physikalische Messung der Leistungsfähigkeit der wahrnehmungsbezogenen Trainingsverfahren ab.

⁹Bilder mit einer Struktur, die beispielsweise der Verästelung der retinalen Gefäße entsprechen, werden als entopische Bilder bezeichnet.

Kapitel 3

Mathematische Grundlagen

3.1 Inversion von Abbildungen

Zunächst soll ausgehend von den mathematischen Grundlagen erarbeitet werden, in welchen mathematischen Kontext die Inversion von durch spatio-temporalen Filtern geleisteten Abbildungen eingeordnet werden können. Ein Hauptaugenmerk wird dabei auf die Perspektive der *Inversen Probleme* und ihrer Lösungsverfahren gelegt. Hilfreich ist dabei ein Vergleich mit benachbarten wissenschaftlichen Forschungsgebieten, in denen ähnliche Inversionsaufgaben behandelt werden. Anschließend werden verschiedene Möglichkeiten der Inversion für die speziellen ST-Filter des Retina Encoders diskutiert und verschiedene Ansätze für die Entwicklung eines Inverter Moduls betrachtet. In Zusammenhang wird auch kurz auf Rekonstruktionsprobleme der visuellen Wahrnehmung eingegangen.

3.1.1 Abbildungen in der Mathematik

In der Mathematik ist der Begriff der Abbildung (*mapping*) von zentraler Bedeutung. Strukturhaltende Abbildungsvorschriften werden Homomorphismen genannt und in einem Teilgebiet der Mathematik, der universellen Algebra, behandelt. Ein Homomorphismus verknüpft Objekte einer ersten Struktur mit entsprechenden Objekten einer zweiten Struktur. Als Strukturen kommen z.B. Mengen, Gruppen, Vektorräume und (differenzierbare) Mannigfaltigkeiten in Betracht¹. Die Grafik **Abbildung 3.1** zeigt eine Abbildung A , welche die Objekte eines Urbildraums X mit denen eines Bildraums Y verknüpft. Homomorphe Abbildungen werden als *injektiv* bezeichnet, wenn je zwei Elemente f_1, f_2 aus X auf verschiedene Elemente g_1, g_2 aus Y abgebildet werden [Fis05]. Werden

¹Im Folgenden werden als Strukturen meist Vektorräume betrachtet.

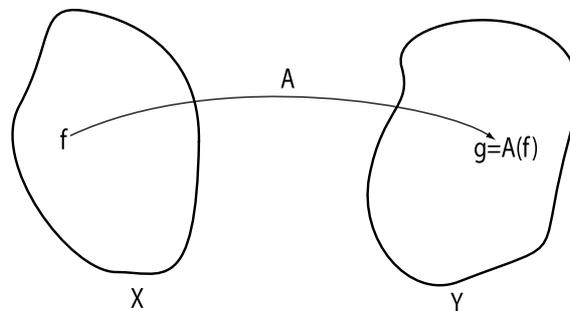


Abbildung 3.1: Darstellung einer Abbildung A von einer Struktur X auf eine Struktur Y : $A : X \rightarrow Y : A(f) = g$ mit $f \in X$ und $g \in Y$

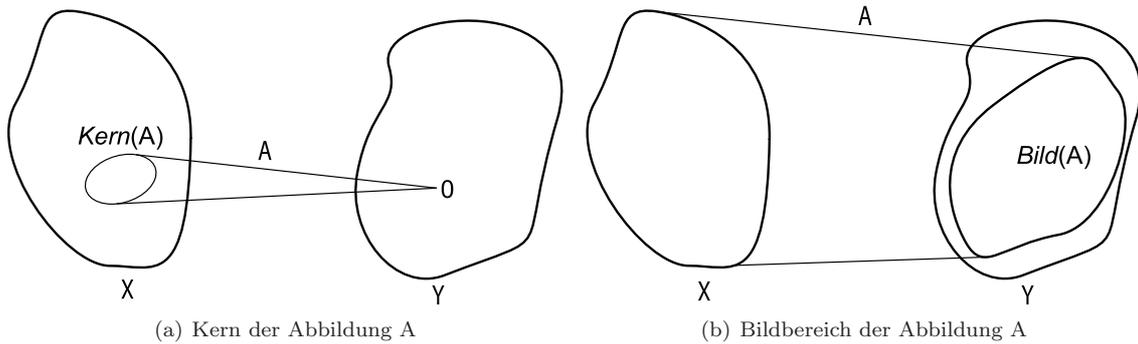


Abbildung 3.2: In Abbildung a) ist der Kern der Abbildung A dargestellt. Als $Kern(A)$ ist die Menge der Vektoren aus X definiert, die auf den Nullvektor von Y abgebildet werden: $Kern(A) = \{f \in X \mid A(f) = 0\}$. In Teil b) ist die Bildmenge der Abbildung A skizziert. $Bild(A)$ ist die Teilmenge von Y , deren Elemente Urbilder in der Menge X besitzen: $Bild(A) = \{g \in Y \mid A(f) = g, f \in X\}$

zwei verschiedene Elemente auf dasselbe Objekt abgebildet, so ist die Abbildung nicht mehr injektiv. Eine Abbildung heißt *surjektiv*, wenn zu jedem Element g aus Y ein f aus X existiert, für das $g = A(f)$ gilt. Eine Abbildung, die injektiv und surjektiv zugleich ist, wird *bijektiv* oder auch *Bijektion* genannt. Die abstrakten Räume X und Y können von endlicher oder unendlicher Dimension sein.

Ein Homomorphismus $A : X \rightarrow Y$ heißt [Jän05, Fis05]:

- Monomorphismus, wenn A injektiv ist
- Epimorphismus, wenn A surjektiv ist
- Isomorphismus, wenn A bijektiv ist und die Umkehrfunktion A^{-1} ebenfalls ein Homomorphismus ist
- Endomorphismus auf X , wenn $A : X \rightarrow X$
- Automorphismus auf X , wenn $A : X \rightarrow X$ ein Isomorphismus ist
- Homöomorphismus, wenn A bijektiv, stetig und die Umkehrabbildung A^{-1} ebenfalls stetig ist

Als *Kern* von A wird diejenige Teilmenge von X betrachtet, die von der Abbildung A auf das Nullelement von Y abgebildet wird (Abbildung 3.2 a)):

$$A(f) = 0 \implies f \in Kern(A) \quad (3.1)$$

Enthält der Kern von A andere Elemente neben dem Nullvektor, so ist die Abbildung nicht mehr injektiv. Elemente, die zum Kern der Abbildung gehören, können nicht rekonstruiert werden (siehe [Abbildung 3.15](#)). Als *Bild* von A wird diejenige Teilmenge von Y bezeichnet, deren Elemente ein Urbild in Y haben (Abbildung 3.2 b)).

$$g = A(f) \implies g \in Bild(A) \quad (3.2)$$

Haben alle Elemente von Y ein Urbild in X , so ist die Abbildung surjektiv.

Wenn es sich bei der Abbildung $A : X \rightarrow Y$ um einen Homöomorphismus handelt, so ist die Inversion einfach durchzuführen, da es sich um eine bijektive Abbildung handelt, bei der sowohl die Abbildung als auch die Inverse stetig sind und somit Ungenauigkeiten in g bei der Inversion keine negativen Auswirkungen haben (s. [Abbildung 3.3 a](#)). Für die Inversion einer Abbildung scheint die

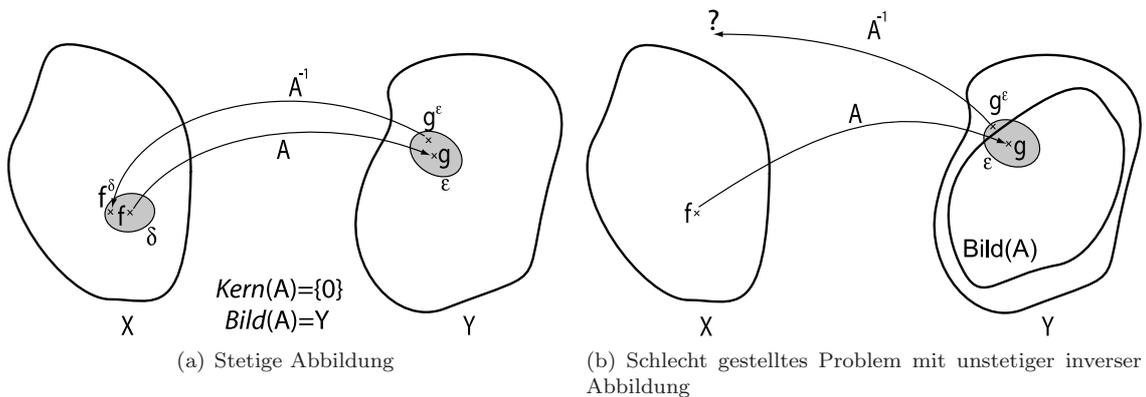


Abbildung 3.3: Bild a) zeigt den Idealfall einer bijektiven, stetigen Abbildung von X nach Y , deren Inverse ebenfalls stetig ist (Homöomorphismus). b) zeigt die negativen Auswirkungen einer unstetigen Inversen Abbildung, wenn die Ausgangsdaten gestört vorliegen. Diese Ausgangslage ist bei schlecht-gestellten Inversen Problemen in den meisten Fällen vorhanden.

Injektivität zunächst von höherer Wichtigkeit zu sein. Die Injektivität erlaubt es, jedem Element von Y eindeutig ein Element von X zuzuordnen. Ein einfaches Beispiel für eine nichtinjektive Funktion sei $A(f) = f^2$. Aus $g = 4$ kann nicht eindeutig auf $f = 2$ oder $f = -2$ geschlossen werden. Hier würde die Verwendung von Zusatzinformation über einschränkende Eigenschaften des Urbildraums helfen, eine eindeutige Lösung zu finden (z.B. $f > 0$).

Sei nun eine injektive, aber nicht surjektive Funktion f gegeben. Wenn es von Interesse ist, die Abbildungsvorschrift $g = A(f)$ mit $f \in X$ und $g \in Y$ zu invertieren, dann ist die Ausgangslage meist so, dass g und $A^{-1}(g)$ gegeben sind. Vom rein mathematischen Standpunkt aus ist in diesem Fall $g \in \text{Bild}(A)$. Eine Beschränkung auf den Bildraum von A findet also automatisch statt, wenn die Urbildwerte f zu gegebenem g gesucht sind. Ein Problem, zu dem es bei realen Anwendungen in der Regel kommt, ist das Auftreten von Messfehlern in g . Anstatt des wahren Wertes g misst man nur den beispielsweise durch additives Rauschen veränderten Wert $g^\varepsilon = g + \varepsilon$. Der Messwert g^ε ist aber nicht notwendigerweise ein Element von $\text{Bild}(A)$. Falls die inverse Funktion A^{-1} nicht stetig ist, führt dies zu keinem oder zu falschen Ergebnissen für das gesuchte Urbild f (s. [Abbildung 3.3 b\)](#)). Wenn es bei der Inversion von Abbildungen zu solchen Effekten kommt, spricht man von *schlecht-gestellten* (*ill-posed problems*) oder *schlecht-konditionierten Problemen* (*ill-conditioned problems*). Diese sind von zentralem Interesse im Gebiet der *Inversen Probleme*, das ein Teilgebiet der angewandten Mathematik darstellt. Inverse Probleme, wie z.B. die Inversion von Abbildungen mit Faltungsoperatoren mit temporalen, spatialen und auch spatio-temporalen Kernen sind meist von der schlecht-gestellten Art. Im Folgenden sollen die Eigenschaften Inverser Probleme diskutiert werden. Dabei finden die der schlecht-gestellten Sorte besondere Beachtung. Anschließend werden einige Ansätze zu ihrer Lösung dargestellt.

3.1.2 Schlecht gestellte Probleme

Nach Hadamard sind *gut gestellte Probleme* durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet (die hier zitierte deutsche Übersetzung stammt aus [Lou01, Rie03]):

Definition 1 Sei $A : X \rightarrow Y$ eine Abbildung zwischen den topologischen Räumen X und Y . Das Problem (A, X, Y) heißt **gut gestellt** (well-posed), wenn folgende Eigenschaften erfüllt sind:

1. Die Gleichung $Af = g$ hat für jedes $g \in Y$ eine Lösung.
2. Die Lösung ist eindeutig bestimmt.
3. Die inverse Abbildung $A^{-1} : Y \rightarrow X$ ist stetig, d.h. die Lösung f hängt stetig von den Daten g ab (kleine Störungen in g bewirken kleine Störungen in f).

Wenn nur eine dieser drei Bedingungen nicht erfüllt ist, wird das Probleme als **schlecht gestellt** (ill-posed) bezeichnet.

Die Punkte 1. und 2. verlangen die Existenz und die Eindeutigkeit einer Lösung, oder kurz gesagt, A muss eine Bijektion sein. Die Annahme, dass eine Lösung realer physikalischer Probleme immer existieren muss, ist zwar korrekt. Das Problem, das jedoch auftreten kann, ist das bereits angesprochene Auftreten von Messfehlern. Zu dem gemessenen Wert g^ε existiert kein Urbild in X . Ist dies der Fall, so ist das Problem schlecht gestellt. Wenn die Abbildung A nicht injektiv ist, existiert u. U. mehr als eine Lösung. Möglicherweise können durch Änderungen am Modell (z.B. Beschränkung auf positives Vorzeichen) Lösungen ausgeschlossen werden, um eine Gutgestelltheit des Problems zu erreichen.

Am wichtigsten ist jedoch Punkt 3, der die Stabilität der Lösung fordert. Die Stabilität der Lösung ist dann gegeben, wenn die inverse Abbildung A^{-1} stetig ist. Sind alle drei Punkte erfüllt, so handelt es sich um einen Homöomorphismus zwischen den Räumen X und Y .

Hadamard ging zu dem Zeitpunkt, als er diese Definition aufstellte, davon aus, dass physikalische Systeme immer auf gut gestellte Probleme führen. Seiner Auffassung nach waren für die Schlechtgestellttheit eines Problems immer falsche oder unvollständige Modelle die Ursache. Es zeigte sich jedoch, dass mathematische Modelle, die physikalische Vorgänge beschreiben, fast immer schlecht gestellte inverse Probleme nach sich ziehen. Der Grund dafür war nicht in der Unzulänglichkeit oder Fehlerhaftigkeit der mathematischen Modelle zu suchen, sondern erwuchs meist aus Punkt 3 der obigen Definition. Viele physikalische Prozesse werden durch lineare Integralgleichungen der ersten Art beschrieben (s. [Unterabschnitt 3.5.1](#)). Diese stellen eine Form *kompakter Operatoren* mit einem nicht endlichdimensionalen Bild dar². Die verallgemeinerten Inversen solcher Operatoren sind unbeschränkt und somit unstetig. Sie führen folglich auf schlecht gestellte Probleme. Der kritische Charakter entsteht in der Kombination dieses Umstands mit der Tatsache, dass physikalische Prozesse immer mit natürlichen Fehlern behaftet sind. Neben diesen nicht vermeidbaren Messfehlern treten Rundungsfehler auf, die aufgrund der endlichen Zahlendarstellung im Rechner entstehen können.

Kleinste Messfehler können in Verbindung mit den unstetigen Inversen zu erheblichen Rekonstruktionsfehlern führen [Rie03]. Die dritte Bedingung in Definition 1 wird stark von den Topologien auf X und Y beeinflusst. Die Stetigkeit des Operators A^{-1} kann theoretisch durch Verfeinerung der Topologie auf Y erzwungen werden [Lou01]. Jedoch ist diese meist durch äußere Umstände in relativ festen Grenzen vorgegeben.

Um schlecht-gestellte Probleme mathematisch handhaben zu können, wurden im Laufe der Jahre verschiedene Methoden etabliert, die zu stabilen Näherungslösungen führen. Diese sind die

²Kompakte Operatoren stellen eine natürliche Verallgemeinerung linearer, endlichdimensionaler Operatoren (Matrizen) auf unendlichdimensionalen Räume dar [Rie03]. Kompakte Operatoren sind meist Integraloperatoren die glättend wirken und beschränkt sind.

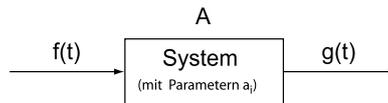


Abbildung 3.4: System A mit Eingangsfunktion $f(t)$ und Ausgangsfunktion $g(t)$.

sogenannten *Regularisierungsverfahren*, die u.a. von Phillips und Tikhonov entwickelt wurden [Phi62, Tik63].

Bevor im Konkreten auf die mathematischen Eigenschaften von schlecht gestellten Problemen anhand von Operatorengleichungen und auf mögliche Regularisierungsverfahren eingegangen wird, soll ein kurzer Blick auf das Auftreten Inverser Probleme in Natur- und Ingenieurwissenschaften geworfen werden. Dabei sollen im Speziellen solche behandelt werden, die im Visuellen System und bei der Entwicklung von Retina Implantaten eine zentrale Rolle spielen.

3.2 Inverse Probleme

3.2.1 Problemstellung

In Wissenschaft und Technik werden Abbildungen meist als ein *System* angesehen, das ein *Eingangssignal* $f(t)$ auf ein *Ausgangssignal* $g(t)$ abbildet (Abbildung 3.4). Die Menge der möglichen Eingangssignale sei X . Y sei der Zielraum der Abbildungsoperation. Das Eingangssignal und Ausgangssignal können beispielsweise einfache kontinuierliche Spannungszeitfunktionen sein, wie es der Fall bei einer Tiefpassfilterung in der Elektrotechnik wäre. Möglich sind auch mehrdimensionale Eingangsfunktionen. Die Abbildung eines Objektes durch eine Linse wäre ein Beispiel für den zweidimensionalen Fall. Ein dreidimensionales Beispiel wäre die Schallausbreitung in einem Raum. Das System kann interne Parameter besitzen, die sich unter Umständen auch mit der Zeit ändern können. Ein Beispiel hierfür ist die Verzerrung astronomischer Aufnahmen, die durch Dichteschwankungen der Atmosphäre verursacht werden.

In vielen Fällen ist entweder das Eingangssignal, die Systemeigenschaften oder das Systemausgangssignal unbekannt und soll bestimmt werden. Diese Tatsache kann zur Klassifikation der Problemstellungen herangezogen werden:

Sind die Eingangszeitfunktion und das System bekannt und soll die Systemantwort bestimmt werden, spricht man von einem *Vorwärtsproblem*. Diese Berechnung kann beispielsweise das Lösen von Integral- oder Differentialgleichungen beinhalten und ist dementsprechend aufwendig. Bei linearen, verschiebungsinvarianten Systemen ist z.B. die Berechnung des Ausgangssignal durch Berechnung der *Faltung* (*Convolution*) zwischen Eingangssignal und der Impulsantwort des Systems durchführbar. Ist das System nichtlinear, kann die Ausgangsfunktion auch in den meisten Fällen berechnet werden, da die bekannte Systemfunktion schließlich durch die Abhängigkeiten zwischen Eingangs- und Ausgangssignal definiert ist. In den meisten Fällen sind hier numerische Näherungsverfahren heranzuziehen.

Bei einer weiteren Klasse interessiert nur die grobe Systemperformance, d.h. für vorgegebene Eingangswertbereiche soll die Systemantwort gewisse Kriterien aufweisen, wie z.B. ein bestimmtes Zeitverhalten und die Einhaltung eines vorgegebenen Amplitudenbereichs. In diesem Fall spricht man von *Systemdesign*. Diese Klasse wird ebenfalls zu den Vorwärtsproblemen gezählt. Ein Beispiel hierfür ist das Design von Filtern, die z.B. ein gewisses Tiefpassverhalten haben sollen.

Von *Systemidentifikation* spricht man, wenn Eingangswerte bzw. zugehörige, gewünschte Systemantworten vorgegeben bzw. gemessen worden sind und die Systemfunktion bestimmt werden soll, die dieses Antwortverhalten erzeugt. Dies ist speziell bei nichtlinearen Systemen nicht trivial [Rei02].

Bei der vierten zu unterscheidenden Klasse handelt es sich um die Umkehrung der Faltung, die *Entfaltung* (*Deconvolution*). Da es keinen speziellen Namen für die Inversion von nichtlinearen Systemen gibt, soll der Begriff Entfaltung der Übersichtlichkeit halber auch für diese Art von

Problemen stehen. Bei der Entfaltung ist das System und die Systemantwort bekannt und es soll der zugehörige Systemeingang bestimmt werden. Wenn eine bijektive Abbildung vorliegt, unterscheidet sich das inverse Problem nicht vom Vorwärtsproblem. Problematisch wird es, wenn die Messdaten fehlerbehaftet sind (d. h. $g^e \notin \text{Bild}(A)$) und die Umkehrabbildung unstetig ist.

Die beiden letzten Fälle werden zu den *Inversen Problemen* gezählt. In [Tabelle 3.1](#) sind die verschiedenen Problemstellungen noch einmal aufgeführt:

	Vorwärtsprobleme		Inverse Probleme	
	Faltung	System Design	System Ident.	Entfaltung
Eingangssignal	<i>bekannt</i>	<i>bekannt</i>	<i>bekannt</i>	<i>unbekannt</i>
System	<i>bekannt</i>	<i>unbekannt</i>	<i>unbekannt</i>	<i>bekannt</i>
Ausgangssignal	<i>unbekannt</i>	<i>bekannt</i>	<i>bekannt</i>	<i>bekannt</i>

Tabelle 3.1: Einordnung von Problemstellungen in der Systemtheorie (nach [\[SF05\]](#))

Aus mathematischer Sicht scheint die Zuordnung von Vorwärtsproblem und Inversem Problem rein willkürlich zu sein. Beispielsweise ist das Berechnen des Ausgabewerts $y = f(x)$ bei gegebenem Eingabewert x für eine umkehrbare Funktion, wie z.B. $f(x) = 2x - 5$, von gleicher Schwierigkeit, wie das Berechnen der Umkehrabbildung $f^{-1}(y) = \frac{y+5}{2}$. In diesem Fall ist nicht klar, welches das Vorwärtsproblem und welches das Rückwärtsproblem darstellt. Bei physikalischen Problemen ist die Zuordnung meist leichter zu treffen. Hier kann man zwischen *Ursache* und *Wirkung* unterscheiden:

Bei Vorwärtsproblemen ist die Ursache gegeben und es wird die zugehörige Wirkung gesucht. Diese kann z.B. mit Hilfe eines mathematischen Modells berechnet werden. Ein Beispiel hierfür ist die Berechnung eines elektrischen Feldes $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ oder elektrischen Potentials $\Phi(\mathbf{r})$ bei gegebener Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ in einem Raum. Das zugehörige Inverse Problem ist die Bestimmung der Ladungsverteilung aus einem gegebenen Potentialverlauf. Hier kommt es aber zwangsläufig zu den bereits beschriebenen Messungenauigkeiten. Bei der Systemidentifikation wären in diesem Fall sowohl die Position der Ladungen vorgegeben als auch der Potentialverlauf gemessen. Das Ziel wäre dann, aus diesen beiden die Verteilung der das elektrische Feld verändernden Massen zu bestimmen.

Bei den Signalen, die mit Methoden aus dem Bereich der Inversen Probleme behandelt werden müssen, kann es sich um verschiedenste Arten mit unterschiedlichsten Dimensionen handeln (s. [Tabelle 3.2](#))

3.2.2 Inverse Probleme in Wissenschaft und Ingenieurwissenschaft

Beispiele für das Vorkommen Inverser Probleme unterschiedlichster Arten im wissenschaftlichen und technischen Umfeld sind neben der bereits erwähnten Elektrostatik die Tomographie, Optik, Seismographie, Akustik und andere Bereiche, auf die hier kurz eingegangen werden soll.

Rohstoffexploration durch Echoortung

Bei dieser Anwendung werden Schallwellen von einer Quelle emittiert (oft ein starker Puls (Delta-Peak), z.B. durch eine Explosion) und das reflektierte Signal detektiert. Um beispielsweise unterirdische Ölvorkommen zu orten, werden in der Geologie kleine Sprengladungen an der Erdoberfläche zur Explosion gebracht und die von unterirdischen Objekten mit verschiedenen Dichten reflektierten Schallwellen durch ein oberirdisch angebrachtes Mikrofonarray (Geophone) detektiert (s. [Abbildung 3.5](#)). Durch die Anwendung geeigneter mathematischer Modelle kann aus den verschiedenen Echos auf die Dichteverteilung im Erdinneren geschlossen und somit evtl. vorliegende Ölvorkommen entdeckt werden. Das Verfahren der Rohstoffexploration durch Echoortung würde in die Klasse der Systemidentifikation fallen, da man das Eingangssignal und das detektierte Signal

Eindimensionale Signale (zeitlich oder örtlich, jeweils 1D)
Akustik: akustische Signale, Sonar, Echoortung bei Fledermäusen Chemie: Temperaturverlauf, Konzentrationsverlauf Medizin: Elektrokardiogramm (EKG)
Zweidimensionale Signale (2D-örtlich)
Informatik, Optik: Bildverarbeitung Geographie: Oberflächentemperatur der Erde
Dreidimensionale Signale (3D-örtlich oder 2D-örtlich +1D-zeitlich)
Medizin: Computertomographie, EEG, Ultraschalltomographie Fluidmechanik: Strömungsprofil um einen Flügel Physik: Elektrostatische Randwertprobleme Informatik: Videoverarbeitung
Vierdimensionale Signale (3D-örtlich +1D-zeitlich)
Radartechnik: Pulsradar Medizin: fMRT Physik: elektromagnetische oder akustische Streuprobleme

Tabelle 3.2: Beispiele für Signale von unterschiedlicher Art und aus verschiedenen wissenschaftlichen Disziplinen, geordnet nach der Dimension der Signale (nach [SF05]). Die aufgelisteten Methoden sind von aktiver oder passiver Art.

zur Verfügung hat, jedoch nicht die Dichteverteilung im Erdinneren, die somit ein unbekanntes System bildet. Als eng verwandte Verfahren kann man die Echoortung von einigen Fledermausarten [MS03] oder die Orientierung und Beutelokalisation mittels elektrischer Felder einiger Arten elektrischer Fische [Cap04] ansehen.

Computertomographie

Die Computertomographie (CT) ist neben anderen das Standardbeispiel eines Inversen Problems. Die CT ist ein nicht-invasives bildgebendes Verfahren und hat die Medizin seit ihrer Einführung zum Ende des 20. Jahrhunderts (A. M. Cormack und G. Hounsfield, Nobelpreis 1979) revolutioniert. Aktuelle Verfahren sind die Röntgen-Computer-Tomographie, die Positronen-Emissions-Tomographie (PET) und die Magnetische-Resonanz-Tomographie (MRT). Die Idee basiert auf einem mathematischen Verfahren, das der österreichische Mathematiker Johann Radon im Jahr 1917 entwickelt hat. Bei der CT werden für verschiedene Winkel θ die eindimensionalen Intensitätsverteilungen $\rho(t, \theta)$ einer durch eine zweidimensionale Dichteverteilung abgeschwächten, parallel einfallenden Röntgenstrahlung gemessen. Die zweidimensionale Dichteverteilung ist durch die Schnittebene eines dreidimensionalen Objektes gegeben. Aus der Messung der eindimensionalen Projektionen kann mittels der inversen 2D-Radontransformation dessen zweidimensionale und damit auch die dreidimensionale Dichteverteilung rekonstruiert werden. Ohne näher auf die Herleitung einzugehen, gelangt man zu folgender Integralgleichung (s. z.B. [Rie03]):

$$\mathbf{R}f(s, \varphi) = g(s, \varphi) \quad (3.3)$$

Dabei stellt \mathbf{R} einen linearen Integraloperator, $g(s, \varphi)$ die gemessenen Daten und $f(s, \varphi)$ die gesuchte Dichteverteilung dar. Eine ausführliche Darstellung findet sich zum Beispiel bei Natterer [Nat99].

Inverse Streuprobleme

Inverse Streuprobleme treten oft bei physikalischen oder medizinischen Anwendungen auf. Beispiele für diese Art von Inversen Problemen sind die Ultraschall-Tomographie oder das Zeitumkehrfil-

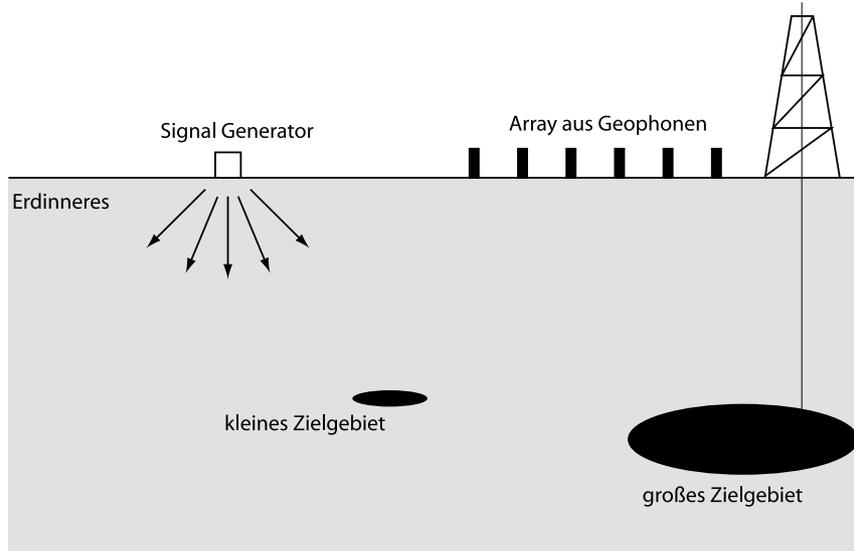


Abbildung 3.5: Prinzip der Echoortung in der Geophysik (nach [SF05])

ter in der Akustik [TTF00]. Bei der Ultraschalltomographie hat man eine einfallende Schallwelle $\mathbf{u}^{ein}(\mathbf{x}, t)$, die sich im Raum gemäß der Wellengleichung ausbreitet:

$$\frac{1}{c^2(x)} \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \quad (3.4)$$

Dabei stellt $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ den orts- und zeitabhängigen Schalldruck dar und ist dabei die Addition von einfallender Welle und gestreuter Welle:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}^{ein}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}^{streu}(\mathbf{x}, t) \quad (3.5)$$

$c(\mathbf{x})$ bezeichnet die vom Brechungsindex $n(\mathbf{x})$ abhängende Schallgeschwindigkeit und Δ den Laplace-Operator

$$\Delta = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \quad (3.6)$$

Ein Detektor misst das gestreute Schallfeld an verschiedenen Positionen (s. [Abbildung 3.7](#)). Die Streuung (Wirkung) ist abhängig von der Materieverteilung (Ursache) innerhalb des Körpers, da sich aufgrund von Dichteunterschieden die Schallwelle mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten ausbreitet (Brechungsindex $n(\mathbf{x})$ ist ortsabhängig). Auch hier gelangt man nach einer Linearisierung (Born-Rytov-Approximation) auf eine lineare Integralgleichung für die (zeitliche) Fouriertransformierte des gestreuten Schallfeldes (s. [\[Rie03\]](#)):

$$\hat{\mathbf{u}}^{streu}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = k^2 \int_G \frac{-1}{4\pi} \frac{\exp(ik \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2)}{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_2} \exp(-ik\mathbf{r} \cdot \mathbf{y}) f(\mathbf{y}) d\mathbf{y}$$

Hierbei ist \mathbf{r} ein Einheitsvektor in Einstrahlrichtung, k die Wellenzahl und $f(x)$ die gesuchte Funktion, die mit der Verteilung des Brechungsindex innerhalb des Körpers G zusammenhängt. Gemessen wird die gestreute Welle für verschiedene Einstrahlrichtungen $\mathbf{u}^{streu}(\mathbf{x}, \mathbf{r})$.

Entfaltungsprobleme (Dekonvolutionsprobleme)

Entfaltungsprobleme sind weit verbreitete Inverse Probleme, da Faltungsoperatoren die einfachsten linearen Integraloperatoren darstellen. Auf sie soll im Folgenden explizit eingegangen werden, da

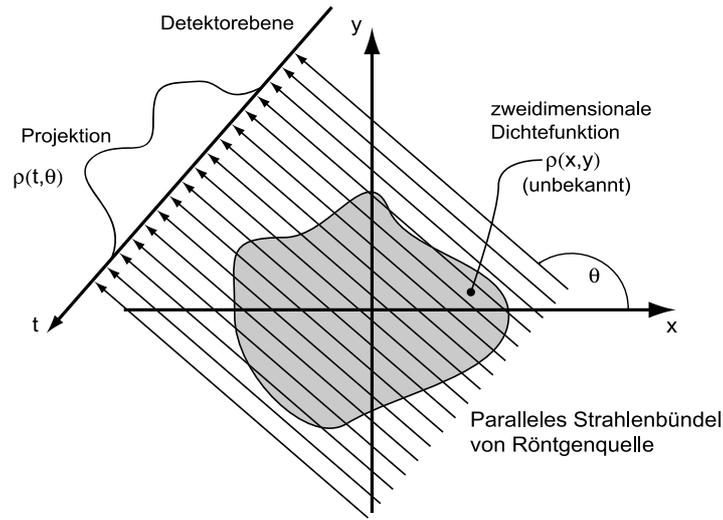


Abbildung 3.6: Prinzip der Parallelstrahl Tomographie (nach [Mil03])

es sich bei der ST-Filterung durch die Retina bzw. den Retina Encoder um eine der dreidimensionalen Faltung sehr verwandte Operation handelt. Faltungsoperationen treten in unterschiedlicher Dimensionalität auf. Allgemein formuliert lässt sich die kontinuierliche N -dimensionale Faltungsoperation durch eine Integralgleichung darstellen:

$$g(\mathbf{x}) = \int h(\mathbf{x} - \mathbf{x}')f(\mathbf{x}')d^N \mathbf{x}' \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^N \quad (3.7)$$

Dabei ist $\mathbf{h}(x)$ der Faltungskern. Die Faltung stellt bezüglich der Einordnung in Problemtypen ein Vorwärtsproblem dar.

Als Beispiel, um die Problematik der Schlechtgestellttheit der Entfaltung zu verdeutlichen, soll hier eine Faltungsoperation mit einem zweidimensionalen, diskreten Filterkern dienen. Diese Art von Faltungsoperationen kommt in der digitalen Bildverarbeitung sehr häufig vor. Die mathematischen Zusammenhänge werden im Anschluss an diesen Abschnitt erläutert (Unterabschnitt 3.5.1).

Das gegebene Eingangsbild f_{ij} wird zunächst mit dem Filterkern h_{ij} gefaltet (s. Abbildung 3.8). Dabei ist der Filterkern h_{ij} ein Tiefpass und gegeben durch:

$$h_{ij} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Das entstehende Filterergebnis g wird im Fall a) nicht verändert. Im Fall b) wird der Pixelwert **nur** an der Stelle $[y, x] = [10, 100]$ vom Graustufenwert 201 auf 0 abgeändert, was den Einfluss von Rauschen simulieren soll. Das entstehende Bild sei in diesem Fall \tilde{g} . Diese beiden Bilder stellen aus Sicht der Inversen Probleme die Wirkungen dar. Die Ursache in beiden Fällen ist das Ausgangsbild, welches nun in beiden Fällen durch eine Entfaltung rekonstruiert werden soll. Diese wird hier mittels Division im Fourierraum durchgeführt. Man erkennt, dass im ersten Fall das ursprüngliche Bild wieder **perfekt** rekonstruiert werden konnte³. Im Fall b) ist die einfache Anwendung des Rekonstruktionsoperators fehlgeschlagen, was auf die hohe Kondition (s. Unterabschnitt 3.7.1) der hier vorgenommenen Entfaltungsoperation zurückzuführen ist. Entfaltungsoperationen sind meist schlecht-gestellte bzw. schlecht-konditionierte Probleme.

Im Vorgriff auf die später noch zu behandelnde Problematik der Einstellung des Retina Encoders wird an dieser Stelle eine diesbezügliche Parallele gezogen. Die in diesem Beispiel vor-

³D. h. durch die Tiefpassfilterung sind keinerlei Informationen des Ausgangsbildes verloren gegangen.

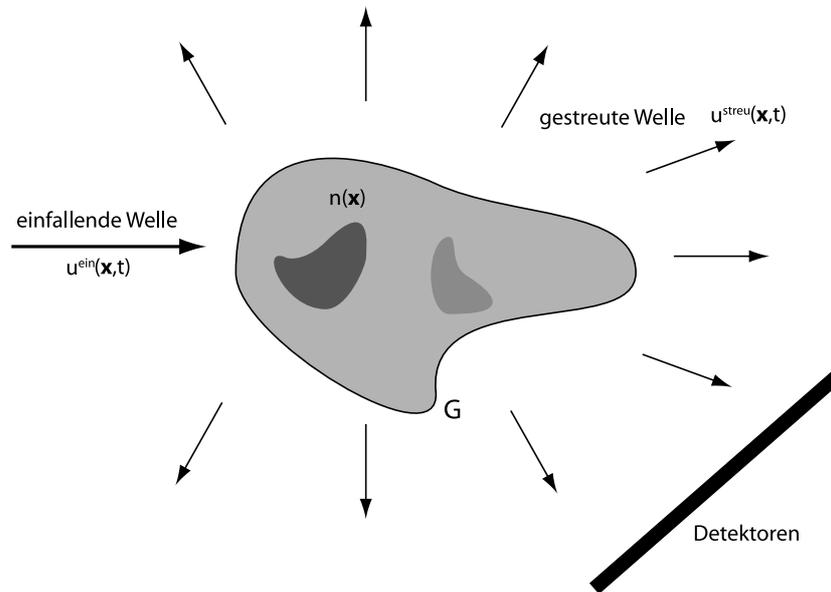


Abbildung 3.7: Prinzipieller Aufbau für eine Ultraschall-Tomographie-Aufnahme. Die einfallende Ultraschallwelle wird an einem Körper mit einer unbekanntem Dichteverteilung gestreut. Die gestreute Welle wird durch Detektoren aufgenommen. (nach [Rie03])

kommende spatiale Filterung entspricht, bis auf das Fehlen der temporalen Komponente und der vorhandenen Translationsinvarianz, der spatio-temporalen Filterung eines Eingangsbildes durch einen Retina Encoder. Das Inverter Modul findet seine Entsprechung im Entfaltungoperator. Insofern ist das Problem der Inversion scheinbar durch eine Erweiterung des spatialen auf einen spatio-temporalen Entfaltungoperator lösbar. Dies ist allerdings nur der Fall, wenn man explizit ausschließen kann, dass Rauschen auftritt. Die Durchführung des dialogbasierten Lernens ist jedoch mit einem Rauschprozess gleichzusetzen, wie ein kurzes Gedankenexperiment anhand des vorliegenden zweidimensionalen Beispiels zeigt:

Sei in dem obigen Beispiel der Dekonvolutionsoperator festgehalten, was einem zu einer speziellen spatialen Filterung gefundenen **perfekten** Inverter Modul entspricht. Die Abänderung des Ergebnisses der Filterung auf das Ausgangsbild an einer einzelnen Position führt zu einer Situation, wie sie in Fall b) in **Abbildung 3.8** dargestellt ist. Die Anwendung des Entfaltungoperators misslingt, unabhängig davon, ob die Änderung des Filterergebnisses an dieser speziellen Stelle durch eine Änderung des Filteroperators (was bei dem Retina Encoder Training der Normalfall ist) oder durch Rauschen verursacht wurde. Für die Versuchsperson ist dieser Umstand sehr unbefriedigend, da beispielsweise ein bis auf an einen Filterparameter perfekt eingestellter Retina Encoder zu einem Inverterausgangsbild führt, dessen schlechte Qualität keine Rückschlüsse auf die fast perfekte RE-Einstellung zulässt. Die Folgerung, die sich daraus ergibt, ist, dass mit einem solchen Inversionsoperator kein Training stattfinden kann, bei dem sich verbessernde Retina Encoder Zustände zu iterativ sich verbessernden Inverter-Ausgangsbildern führen.

Die Rekonstruktion oder Restauration von verrauschten und/oder verzerrten Bilddaten ist ein zentrales Problem in der digitalen Bildverarbeitung⁴. Seit Einzug des Computers in die Bildverarbeitung wurden viele an spezielle Rausch- und Verzerrungsarten angepasste Restaurationsalgorithmen entwickelt [AH77] [Kat91]. Diese lassen sich grob in drei Klassen einteilen:

- **direkte Regularisierungsverfahren** (z.B. Tikhonov Regularisierung, TSVD)

⁴Der Begriff Bildverarbeitung soll dabei nicht nur zweidimensionale, sondern auch dreidimensionale Problemstellungen umfassen.

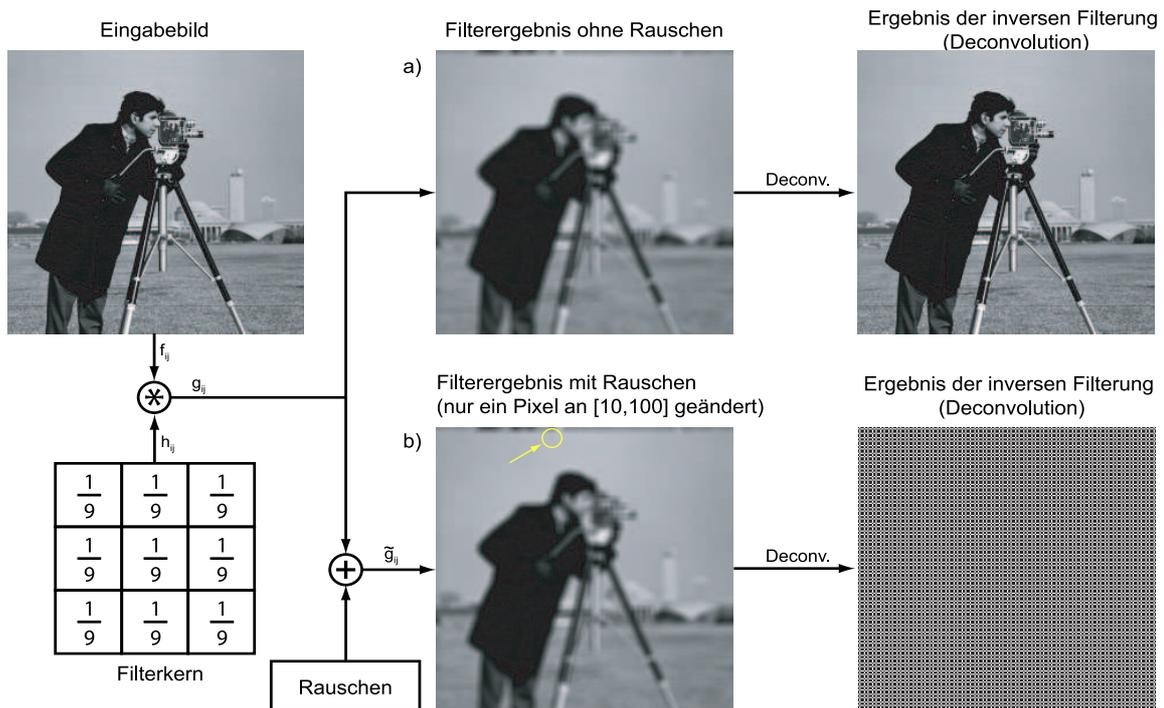


Abbildung 3.8: Beispiel einer diskreten, zweidimensionalen Faltung, sowie deren Umkehrung für die Fälle mit und ohne Rauschen.

- **iterative Regularisierungsverfahren** (z.B. Landweber Iteration, Conjugate Gradient Descent)
- **statistische Restaurationsmethoden** (z.B. Wiener Filter)

Im weiteren Verlauf der Arbeit werden einige Ansätze der digitalen Bildverarbeitung dahingehend untersucht, ob sie für die Inversion spatio-temporaler Abbildungen geeignet sind. Dies muss aber mit speziellem Hinblick auf gutartiges Verhalten bei wahrnehmungsbasiertem Retina-Encoder-Training geschehen. Im Unterschied zu der Retina-Encoder-Lernproblematik ist das Ziel der Bildrekonstruktionsverfahren einzig die Lösung des Problems:

$$\mathbf{g} = A\mathbf{f} + \eta \quad (3.9)$$

Dabei stellt \mathbf{g} den Messwert dar, A den Faltungsoperator und η einen additiven Rauschanteil. Ziel ist die möglichst exakte Bestimmung von \mathbf{f} . Im Gegensatz dazu ist dies beim Retina-Encoder-Lernprozess nur ein Zwischenschritt zur Generierung des Inverter-Modul-Ausgangsbildes für das Encoder-Training mit normalsichtigen Versuchspersonen.

Blind Deconvolution

Im Gegensatz zu den reinen Entfaltungproblemen ist bei *Blind Deconvolution Problems* neben dem gesuchten Ursprungsvektor \mathbf{f} auch der Faltungsoperator A unbekannt, da er sich zum Beispiel zeitlich verändert (z.B. Änderung des Übertragungsverhaltens eines Kanals mit der Zeit). Eine Übersicht über verschiedene Lösungsmethoden des Blind Deconvolution Problems findet man bei Haykin [Hay96].

3.3 Inverse Probleme bei biologischen Systemen

Biologische Systeme und insbesondere Lebewesen haben das Bestreben einer zielgerichteten Interaktion mit der Umwelt. Die physikalische Außenwelt muss dazu zunächst durch eine geeignete Sensorik gemessen werden. Die gemessenen Werte sind z.B. Zeitfunktionen des Luftdrucks, die mit dem Ohr aufgenommen werden können. Visuelle Reize als Zeitfunktionen elektromagnetischer Wellen werden mit den Augen detektiert. Diese Eingangsreize $f(t)$ werden in allen Fällen von einem sensorischen System A aufgenommen und in zugehörige neuronale Ausgangszeitfunktionen $g(t)$ umgewandelt. Das Gehirn hat anschließend die Aufgabe die Fülle der verschiedenen neuronalen Signale (auch verschiedener Sinnessysteme gemeinsam) in geeigneter Weise zu verarbeiten und eine der physikalischen Außenwelt entsprechende Wahrnehmung zu konstruieren. Aufgrund der guten Übereinstimmung von Wahrnehmung und Realität kann das Lebewesen Aktionen planen und durchführen. Im Folgenden soll besonders der visuelle Kanal unter dem Gesichtspunkt der Inversen Probleme betrachtet werden.

3.3.1 Inverse Probleme bei Visueller Wahrnehmung

Viele Hirnforscher und Philosophen gehen davon aus, dass im Gehirn eine Repräsentation der physikalischen Außenwelt erzeugt wird [Hat03], d.h. es besteht ein Isomorphismus (Def. s. **Unterabschnitt 3.1.1**) zwischen bestimmten Hirnzuständen und physikalischen Objekten in der Außenwelt⁵. Die Rekonstruktion der Außenwelt im Gehirn mit den von den beiden Retinae gelieferten neuronalen Datenströmen ist jedoch bei genauerer Betrachtung ein Inverses Problem. Die Inversen Probleme beim visuellen System treten in verschiedenen Ebenen der Abstraktion auf, von denen im Folgenden einige betrachtet werden sollen.

Die spatio-temporale Filterung von Lichtreizmustern durch die Retina eines Auges ist nach der optischen Abbildung durch die Augenlinse die erste Stufe der visuellen Informationsverarbeitung. Die Berechnung der spatio-temporalen Filterung durch die biologische Retina oder einen Retina Encoder ist ein Vorwärtsproblem vom Faltungstyp (**Tabelle 3.1**). Wie in der Einleitung bereits erläutert, bildet diese Abbildung (**F1**) einen visuellen Stimulus aus der physikalischen Domäne in die Neuronale Domäne ab. Auf die Einzelheiten der retinalen ST-Filterung wird in **Unterabschnitt 4.2.4** genauer eingegangen. Die Umkehrung der retinalen ST-Filterung ist ein Inverses Problem auf einer sehr tiefen Ebene. Wie in **Unterabschnitt 4.2.7** noch erläutert wird, ist die Ursache die Invarianz der Antworten retinaler Ganglienzellen auf bestimmte Reizformen. Die formale Umkehrung der retinalen ST-Filterung wäre eine Abbildung von der Neuronalen Domäne zurück in die physikalische Domäne. Diese Operation ist vom Entfaltungstyp. Allerdings konstruiert das Zentrale Sehsystem aus den vielen Impulsratenzeitfunktionen, die auf den einzelnen Ganglienzellaxonen einer gesunden Retina oder den Ausgängen eines RE in Richtung des Visuellen Kortexes laufen nur eine dem physikalischen Stimulus P1 entsprechende visuelle Wahrnehmung P2. Die Operation **F2** bildet also von der Neuronalen Domäne in die Wahrnehmungsdomäne ab. Da die Informationsverarbeitung des Zentralen Sehsystems sowie die Entstehung von Wahrnehmung bisher noch ungelöst ist, ist es unklar, ob die Erzeugung der Wahrnehmung als eine Art Entfaltung angesehen werden kann.

Ein sehr ähnliches Inverses Problem im Bereich des Sehsystems ist das sogenannte Aperturproblem [Bra01], das in **Abbildung 3.9 a**) dargestellt ist. Betrachtet man eine bewegte Kante durch eine Öffnung, so scheint sich die Kante immer senkrecht zu ihrem Verlauf zu bewegen, auch wenn dies objektiv nicht der Fall ist. Eine Rekonstruktion der wahren Bewegungsrichtung ist ohne Zusatzinformationen nicht möglich. Diese kann zum Beispiel dadurch gegeben sein, dass man das Ende der Kante beobachtet, da dieses eine eindeutige Bewegungsrichtung offenbart [BN04]. Das Aperturproblem besteht besonders für bewegungssensitive rezeptive Felder des V1, da diese immer nur einen lokalen Ausschnitt des gesamten visuellen Stimulus abtasten.

⁵Natürlich gibt es nicht für jeden Hirnzustand auch ein entsprechendes physikalisches Objekt. Beispiele dafür sind Hirnzustände für Gefühle, wie Wut oder Langeweile. Weiterhin ist es auch möglich, dass einem physikalischen Objekt mehrere äquivalente Hirnzustände entsprechen.

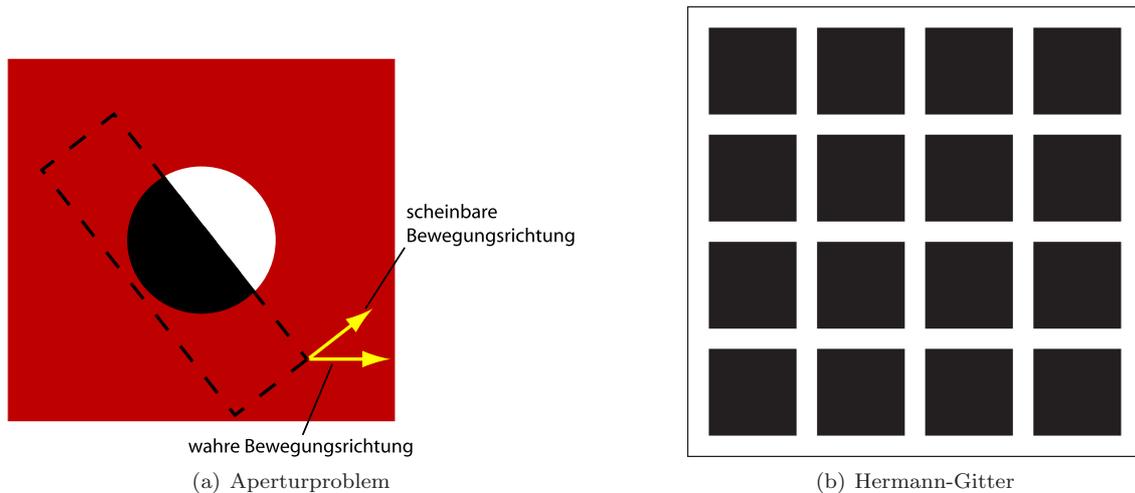


Abbildung 3.9: In a) ist das Aperturproblem dargestellt. Dieses entsteht, wenn man die Bewegungsrichtung einer Kante durch Betrachtung durch eine Blende bestimmen möchte. b) zeigt das Hermann-Gitter. Hier kommt es bei der Betrachtung aller weißen Kreuzungen zu Wahrnehmungsfehlern, jedoch nicht an der Fixierten.

Als ein Inverses Problem der visuellen Wahrnehmung auf einer höheren Ebene kann man die Aufgabe ansehen, aus zwei einzelnen 2-D Bildern, die von der 3-dimensionalen Umwelt auf beide Retinae projiziert und dort registriert werden, eine 3-D Repräsentation der Umgebung zu rekonstruieren [Piz01].

Der zentrale Punkt bei diesen Beispielen ist, dass die Information, die im visuellen System über den Stimulus zur Verfügung steht, nicht wieder eindeutig auf die Quellen in der physikalischen Welt abgebildet werden kann. Es wird oft als *inverse optics problem* bezeichnet [OR92]. Dies ist bei nahezu allen sensorischen Systemen der Fall.

Biologische Systeme können bei dieser Rekonstruktionsaufgabe auf Nebenbedingungen (*constraints*) bzw. *a priori* Informationen zurückgreifen, die bei der Rekonstruktion hilfreich sind. Höherentwickelte Lebewesen haben dazu im Laufe der Evolution auf empirischer Basis Rekonstruktionsverfahren entwickelt, die für sie bei natürlich vorkommenden Bildern (die zusätzlich durch einen natürlichen Rauschanteil gestört sein können) in den meisten Fällen gut funktionieren. Die dahintersteckende Idee ist, dass von der Wahrnehmung eine statistische Betrachtung aller zur Verfügung stehenden neuronalen Reizantworten durchgeführt wird (bayesische Inferenz) und der Perzept mit der höchsten Wahrscheinlichkeit den Weg in die Wahrnehmung findet [Pur01]. Durch zufällig entdeckte oder speziell entwickelte optische Täuschungen kann man die Grenzen unseres visuellen Sinns bei der Rekonstruktion aufdecken.

In **Abbildung 3.9** b) ist als ein Beispiel das sogenannte Hermann-Gitter dargestellt. Bei dessen Betrachtung kommt es in der Wahrnehmung zu einer fehlerhaften Rekonstruktion: die weißen Kreuzungen (mit Ausnahme der fixierten Kreuzung) erscheinen dunkler als sie in Wirklichkeit sind. Die Ursache dieser Täuschung liegt wahrscheinlich schon am Beginn der visuellen Verarbeitung, nämlich bei der On-Center-Off-Periphery-Struktur der rezeptiven Felder der Retina [Her70].

Bei dem Kanizsa⁶ Dreieck kommt es durch die spezielle Anordnung von Linien und Kreissegmenten zu der Wahrnehmung eines weißen Dreiecks, obwohl dieses nicht vorhanden ist (**Abbildung 3.10** a)). Der Grund für diese Illusion liegt wahrscheinlich in höheren Zentren der visuellen Verarbeitung, die für Kantenverarbeitung zuständig sind [Kan79].

Bei einer weiteren Klasse von visuellen Täuschungen, den multistabilen Wahrnehmungsphänomenen (Kippbilder), pendelt die Wahrnehmung zwischen zwei oder mehreren ver-

⁶Gaetano Kanizsa (1913-1993), ital. Psychologe, gilt als einer der wichtigsten Repräsentanten der Gestalttheorie in Italien.

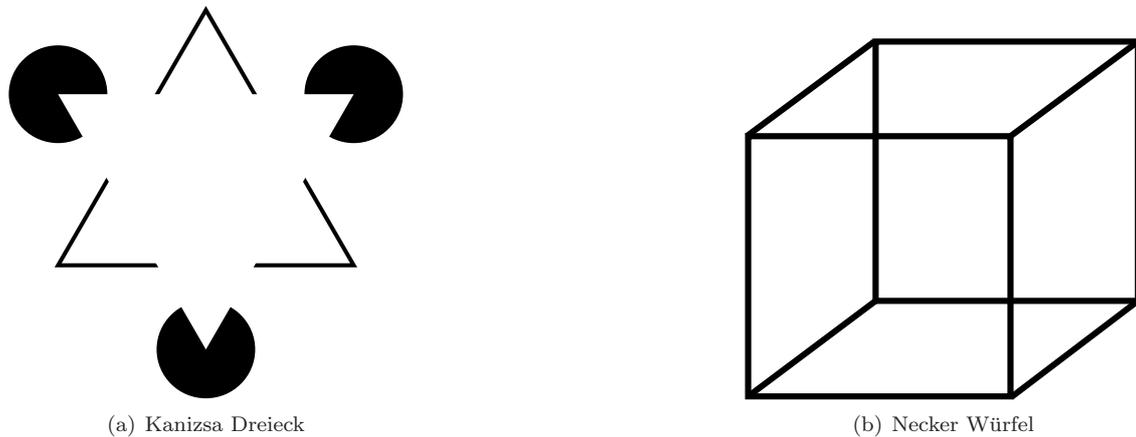


Abbildung 3.10: Kanizsa Dreieck und Necker Würfel

schiedenen Zuständen [LWML02]. Der Necker-Würfel (Abbildung 3.10 b)) ist ein einfaches Beispiel eines solchen Kippbildes bei dem rivalisierende Interpretationen um die Vorherrschaft konkurrieren und abwechselnd in die Wahrnehmung springen.

Mit Hilfe solcher optischen Täuschungen und anderer in der Physiologie und Psychologie entwickelten Techniken wurden und werden die visuellen Fähigkeiten speziell von Primaten untersucht. Das Gehirn versucht die bei dem Rekonstruktionsprozess auftretenden Mehrdeutigkeiten durch verschiedene Techniken und Strategien aufzulösen. Ein wichtiger Punkt ist der Kontext eines Objektes. Würde der Neckerwürfel auf einem Untergrund stehen oder benachbarte geometrische Figuren besitzen, die eine eindeutige Interpretation besitzen, so hat dies Auswirkungen auf die bevorzugte Perzeption des Neckerwürfels [SS07]. Es ist eine allgemeine Strategie biologischer Systeme, u. a. Kontextinformation bei der Auflösung des Inversen Problems der visuellen Wahrnehmung zu benutzen.

Allgemein treten sowohl bei biologischen als auch bei technischen Systemen schlecht gestellte Inverse Probleme im Sinne von Hadamard in der frühen Verarbeitung visueller Information auf (*Early vision*) [PT84]. Ein Beispiel eines solchen Inversen Problems ist, wie auch beim Neckerwürfel, die Rekonstruktion der dreidimensionalen Struktur eines Objektes aus zwei zweidimensionalen Projektionen (*structure from stereo*). Weitere Probleme im Bereich Early Vision sind [BPT88]:

- Struktur aus Bewegung (*structure from motion*)
- Struktur aus Textur (*structure from texture*)
- Form aus Schattierung (*shape from shading*)
- Kantendetektion (*edge detection*)
- Visuelle Interpolation (*visual interpolation*)
- Berechnung des Optischen Flusses (*computation of optical flow*)

In der technischen Bildverarbeitung sind viele dieser aus der Biologie inspirierten Verfahren mittlerweile etabliert. In der vorliegenden Arbeit wird nur die monokulare visuelle Verarbeitung betrachtet. Dies bedeutet, dass nur die Rekonstruktion der zweidimensionalen Projektion eines möglichen dreidimensionalen Objektes angestrebt ist.

Das Gehirn hat im Laufe der Evolution eine derartige Vorstrukturierung entwickelt, so dass es in frühkindlichen Entwicklungsstadien aus den ersten Seherfahrungen lernen kann, aus den beiden retinalen Informationsströmen eine zufriedenstellende Rekonstruktion der dreidimensionalen Welt

zu generieren. Diese Rekonstruktionsaufgabe ist angesichts vieler störender Einflüsse außerordentlich. Selbst kleine Abbildungsfehler, wie beispielsweise die chromatische Abberation, die durch die Augenlinse entstehen, sind in der Wahrnehmung "herausgerechnet" (s. [Mac03], S. 554). Allerdings ist die Leistungsfähigkeit des Gehirns bei der Lösung dieser Inversen Probleme begrenzt, wie die Tatsache belegt, dass manche Menschen irgendwann eine Brille benötigen. Das Gehirn ist auch in der Lage eine kontinuierliche spatiale und temporale Wahrnehmung der Umwelt zu konstruieren. Diese ist nicht *a priori* durch die sensorische Aufnahme gegeben. So ist die wahrgenommene Umwelt stabil, obwohl das Bild auf der Retina durch Augenbewegungen immer in Bewegung ist. Bei Sakkaden beispielsweise wird die Perzeption während des Sprungs unterdrückt (*Saccadic suppression*) [VRWM78, RMGB01]. Selbst kurze Unterbrechungen des Stimulus durch Lidschläge werden sinnvoll ergänzt [VRM80]. Bei Kinofilmen werden ebenfalls einzelne zeitliche Bilder nicht diskret wahrgenommen, sondern als kontinuierlicher Film [FP81a]. Analoges gilt im spatialen Fall für die Rasterung des retinalen Bildes durch das Photorezeptormosaik. Diese wird ebenso vom Gehirn wieder herausgerechnet und ein lückenloses Bild wahrgenommen. Das zentrale visuelle System ist sogar in der Lage ein derartiges Auflösungsvermögen zu erreichen, dass Bilddetails, die um ein Vielfaches kleiner als der Durchmesser der Photorezeptoren ($0.5'$ (Winkelminuten)) sind, noch wahrgenommen werden können. So können Versuchspersonen einen minimalen Versatz von $8'' - 10''$ (Bogensekunden) zweier Linien verlässlich erkennen [Wes79]. Man spricht hier von *Hyperacuity*. Interessanterweise ist dieser Versatz sogar deutlich kleiner als der Durchmesser des Beugungsscheibchens $\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{d} \approx 1'$ (bei einer Wellenlänge von $\lambda = 587nm$ und einem Pupillendurchmesser von $d = 2.5mm$).

Das Gehirn leistet diese Rekonstruktionsaufgaben unter dem Einfluss von Rauschprozessen: Beispielsweise gehorcht die Absorption von Photonen durch Rhodopsinmoleküle der Photorezeptoren der Poisson-Statistik. Des Weiteren treten thermische Rauschprozesse an Synapsen oder auch bei der spontanen Rhodopsinumkonfiguration in den Photorezeptoren auf [Gei84].

Welche Inversen Probleme im Zusammenhang mit dem Retina Implantat auftreten, soll im Folgenden erläutert werden.

3.4 Inverse Probleme beim Retina Implantat

3.4.1 Inversion der retinalen ST-Filterung

Näherungsweise kann die spatio-temporale Informationsverarbeitung des Eingangsreizes durch eine Ganglienzellen durch eine lineare Faltungsoperation dargestellt werden (s. 84, Gleichung 4.3). Dabei ist zu beachten, dass die ST-Filterung durch den RE nicht ortsinvariant ist. Diese lineare mathematische Operation kann schließlich durch ein technisches System, den Retina Encoder, durchgeführt werden. Dazu muss der kontinuierliche Integraloperator zuvor noch diskretisiert werden (s. [Hün00]). Der sich ergebende diskrete Operator bildet einen visuellen Stimulus der physikalischen Domäne in die Neuronale Domäne ab.

Das für die Entwicklung von wahrnehmungsbasierten Lernverfahren nötige Inverter Modul hat die Aufgabe, aus dem RE-Ausgangsdatenstrom wieder den Eingangsstimulus zu rekonstruieren. Sowohl Stimulus P1 als auch Inverteraussgangsbild P2 sind in diesem Fall Teile der physikalischen Domäne. Die Umkehrung der Filterung, d.h. die Berechnung des Filtereingangs aus dem Filterergebnis gehört in diesem Fall eindeutig zur Problemgruppe der Entfaltungen (Tabelle 3.1) und ist damit ein Inverses Problem.

Systemidentifikation der Retina-Encoder-Systemfunktion

Im Rahmen des wahrnehmungsbasierten Lernvorgangs des Retina Encoders durch eine blinde oder eine normalsichtige Versuchsperson findet sich ein weiteres Inverses Problem. Aus systemtheoretischer Sicht entspricht der Einstellvorgang der ST-Filterparameter einer Systemidentifikation, da die ursprüngliche Retinafunktionalität wieder hergestellt werden muss [BHE97]. Die Systemidentifikation ist nach Tabelle 3.1 den Inversen Problemen zuzuordnen.

3.4.2 Betrachtung des Abtasttheorems bei RE

Eine andere Perspektive des Inversionsproblems ergibt sich bei der Betrachtung der Rekonstruktion des visuellen Stimulus aus dem Ausgangsdatenstrom der Retina oder von RE unter dem Gesichtspunkt des Abtasttheorems. Die spatio-temporalen Filter stellen lokale Abtastoperatoren dar. Nach Whittaker [Whi35] und Shannon [Sha49] ist ein eindimensionales, kontinuierliches, bandbeschränktes Signal aus seinen diskreten Abtastwerten nur dann eindeutig rekonstruierbar, wenn die Abtastfrequenz $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ ($T =$ Abtastintervall) mindestens doppelt so groß ist wie die maximal im Signal vorkommende Frequenz ω_S . Sind höhere Frequenzen im Signal vertreten als $\frac{\omega_0}{2}$, so kommt es zu Aliasing-Effekten. Es stellt sich die Frage, was passiert, wenn einzelne Abtastpunkte wegfallen oder verfälscht sind. Dies ist beispielsweise im visuellen System der Fall, wenn Photorezeptoren oder retinale Ganglienzellen ausfallen [AJT95].

Im Fall des Retina-Implant-Systems tritt ein solches Problem auf, wenn man die Frage nach der kleinsten Zahl von spatio-temporalen Filtern stellt, die notwendig sind um eine invertierbare Abbildung zu ermöglichen. Dies ist besonders beim Lernvorgang der Retina-Encoder-Filterparameter von Interesse, da der Selektionsprozess eine Korrelation zwischen der Korrektheit der Filterparameter von RE und der Qualität der Perzeption bzw. des Invertierbildes benötigt.

Das Abtasttheorem **Abbildung 3.11** gilt in seiner ursprünglichen Form nur für eine Abtastung (*Analyse*) mit einem Kamm von Deltafunktionen. Die perfekte Rekonstruktion (*Synthese*) des kontinuierlichen bandbeschränkten Signals $f(t)$ ergibt sich mittels eines vollständigen (und orthonormalen) Systems von *sinc*-Funktionen. Im eindimensionalen Fall erhält man [OWSHN96]:

$$\textbf{Analyse: } f_k = f(kT) \quad , \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (3.10)$$

$$\textbf{Synthese: } f(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f_k \text{sinc}\left(\frac{t}{T} - k\right) \quad , \text{ wenn gilt: } \omega_0 > 2\omega_s \quad (3.11)$$

Im mehrdimensionalen Fall erhält man einen entsprechenden Zusammenhang (s. [DM84]). Die Analyse und Synthese von Funktionen ist von zentraler Bedeutung in der Fourier-Analyse. In der neueren Wavelet-Theorie [Mal99a] [Dau92] wird die Zerlegung und Rekonstruktion von Signalen mit Hilfe von Waveletfunktionen durchgeführt. Die Waveletfunktionen sind im Gegensatz zu Sinus bzw. -Kosinusfunktionen der Fourieranalyse nur lokal wesentlich von Null verschieden. Es wurden in den 80er Jahren Wavelet-Familien für die Bearbeitung mehrdimensionaler Signale entwickelt, die eine perfekte Rekonstruktion ermöglichen [KV92]. Wavelets bieten völlig neue Ansätze in der technischen Signalverarbeitung und scheinen auch in der Biologischen eine wichtige Rolle zu spielen.

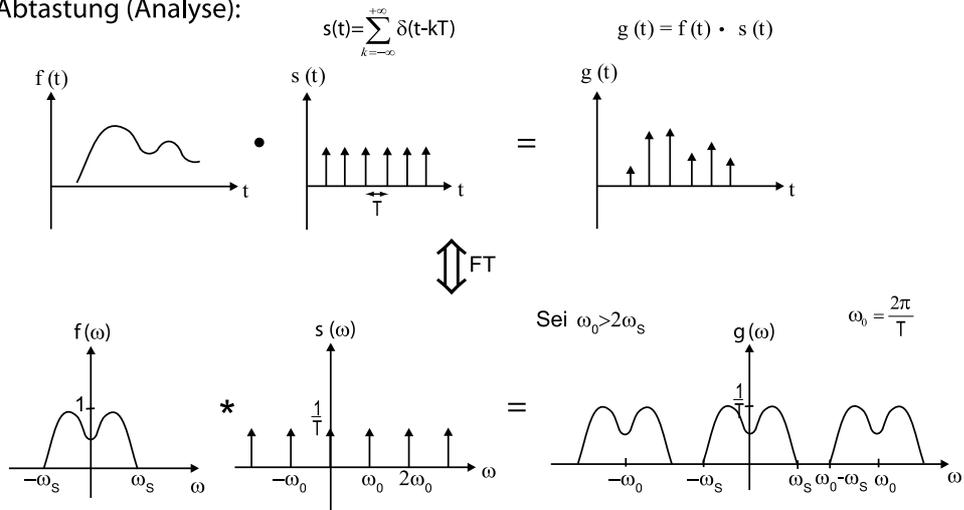
Bei Untersuchungen am Visuellen Kortex der Katze entdeckten Hubel und Wiesel [HW62] eine Zellklasse, die Einfachen Zellen (*Simple Cells*), deren Antwortverhalten von Frequenz und Orientierung der visuellen Reize abhing. Viele physiologische Experimente am Primären Visuellen Kortex (V1) zeigten [PR83] [DGOF99], dass das Übertragungsverhalten dieser Zellen durch lineare Filter beschrieben werden kann. Nachfolgend wurde versucht, mathematische Modelle zu entwickeln, die mit den gemessenen Daten übereinstimmten. Erste Ansätze beschrieben das RF-Verhalten der Simple Cells durch Gaborfunktionen [KMB82], Differenzen von Differenzen von Gaussfunktionen [HP87] und Ableitungen von Gaussfunktionen [KD90].

Gabor-Funktionen [Gab46] sind beispielweise durch folgende mathematische Definition gegeben:

$$g(x, y) = \exp\left[-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)\right] \cos(2\pi fx + \theta) \quad (3.12)$$

Durch **Gleichung 3.12** ist ein vertikal orientiertes RF mit den RF-Breiten σ_x und σ_y definiert (s. **Abbildung 3.12**). Eine zweidimensionale Gauss-Funktion wird durch eine Kosinusfunktion mit der Frequenz f und der Phase θ moduliert. Anders orientierte RFs lassen sich durch eine geeignete Rotation der Koordinaten erzeugen. Die Transformation, die durch das zentrale Sehsystem zwischen dem visuellen Input und dessen Repräsentation in den Simple Cells des V1 geleistet wird, ist demnach eine Gabortransformation.

a) Abtastung (Analyse):



b) Rekonstruktion (Synthese):

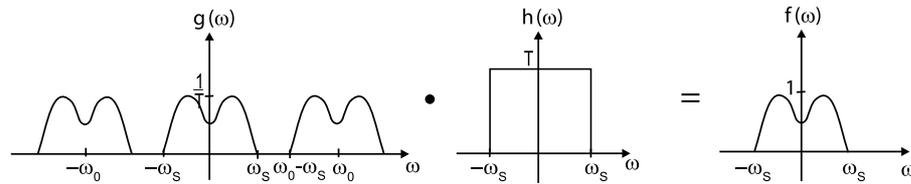


Abbildung 3.11: Erläuterung des eindimensionalen Abtasttheorems. Die Abtastung (Analyse) wird im Zeitbereich durch eine Multiplikation der Zeitfunktion mit einem Delta-Kamm durchgeführt. Die Rekonstruktion (Synthese) erfolgt durch Filterung mit einem idealen Tiefpass.

Daugman [Dau80], Field [Fie99] und andere verallgemeinerten die Idee der Gaborfunktionen, indem sie die Gabor-RF-Funktionen als Waveletfunktionen (Gabor-Wavelets) auffassten. Die Transformation, die hier Teile des V1 leisten, entspricht somit einer Wavelettransformation.

Interessanterweise erreicht man ein ähnliches Ergebnis, wenn man in einem Lernvorgang eine zweidimensionale Basis eines Satzes natürlicher Bilder sich entwickeln lässt und dabei eine redundanzreduzierende Informationsverarbeitung des visuellen Systems (*Sparse Coding*) voraussetzt [O⁺96, OF97]. Die Darstellung eines zweidimensionalen visuellen Reizes $I(x, y)$ durch Basisfunktionen $\phi_i(x, y)$ des V1 ergibt sich dabei zu:

$$I(x, y) = \sum_i a_i \phi_i(x, y) \tag{3.13}$$

Die a_i stellen dabei die jeweilige Gewichtung der Basisfunktionen dar. Für die Berechnung der a_i existiert kein analytisches Verfahren. Sie können zum Beispiel durch Gradientenabstiegsverfahren bestimmt werden.

Ein wichtiger Punkt dabei ist, dass diese Basisfunktionen $\phi_i(x, y)$ nicht zwangsläufig orthogonal und vollständig sind. Olshausen und Field setzten bei ihren Simulationen überkomplette Basen ein. Dies bedeutet, dass diese Repräsentation eines Signalvektors in der Waveletbasis keine eins zu eins Relation zur Anzahl der Werte des Signalvektors (oder zu der Zahl der Pixel in

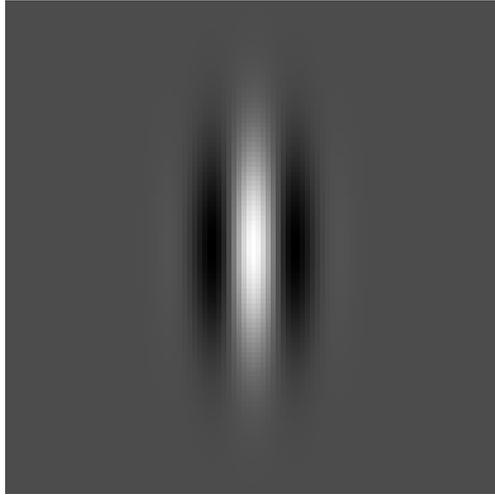


Abbildung 3.12: Gaborfunktion

einem Bild) darstellt. Weiterhin können die einzelnen Waveletbasisfunktionen in Zeit/Raum und Frequenz beschränkt sein⁷.

Diese wavelet-artigen Basen sind von zentraler Bedeutung in der von Duffin und Schaeffer entwickelten *Frame-Theorie* [DS52], die eine Erweiterung hin zu nicht-orthogonalen Basen darstellt und sich z.B. für die Behandlung des Abtasttheorems bei Abtastung bandbeschränkter Signale mit ungleichmäßigen Abständen eignet.

3.4.3 Frame-Theorie

Die Frame-Theorie beschäftigt sich mit der Analyse der Vollständigkeit, Stabilität und Redundanz diskreter, linearer Signaldarstellungen. Das diskrete Signal f wird dabei als Vektor eines Hilbertraums \mathbb{H} aufgefasst. Der Frame besteht aus einer Familie von Vektoren $\{\phi_n\}_{n \in \Gamma}$. Das Indexset Γ kann dabei endlich oder unendlich sein. Die Berechnung der Zerlegung des Signals bzgl. des Frames ergibt sich durch das innere Produkt $\langle \cdot, \cdot \rangle$ des Hilbertraums:

$$\{f_n\}_{n \in \Gamma} = \{\langle f, \phi_n \rangle\}_{n \in \Gamma} \quad (3.14)$$

Ob eine Familie von Vektoren einen Frame bildet, wird durch folgende Definition festgelegt [Mal99a]:

Definition 2 Die Sequenz $\{\phi_n\}_{n \in \Gamma}$ ist ein Frame des Hilbertraums \mathbb{H} , wenn zwei Konstanten $A > 0$ und $B > 0$ existieren, so dass für jedes $f \in \mathbb{H}$ gilt:

$$A \|f\| \leq \sum_{n \in \Gamma} |\langle f, \phi_n \rangle| \leq B \|f\| \quad (3.15)$$

Wenn gilt $A = B$, so wird ein Frame als **dicht** (*tight*) bezeichnet.

Ein Frame stellt genau dann eine Orthonormalbasis dar, wenn $A = B = 1$ gilt. Die Zahl der Framekomponenten kann größer als die Dimension des Hilbertraums \mathbb{H} sein. In diesem Fall ist die Darstellung von f durch die Komponenten f_n redundant. In diesem Fall gilt $A > 1$ und A kann

⁷Dies ist bei der Fourierdarstellung nicht gegeben. Einzelne Sinusfunktionen sind zwar im Frequenzraum bandbeschränkt (nur eine einzelne Frequenz), dafür unendlich ausgedehnt im Zeitbereich. Bei der Deltafunktion, die eine einfache Zerlegung im Zeitbereich ermöglicht, ist es umgekehrt. Diese ist im Zeitbereich beschränkt, nicht aber im Frequenzbereich.

als minimaler Redundanzfaktor angesehen werden. Von zentraler Bedeutung ist die Rekonstruktion des ursprünglichen Vektors f aus seinen Frame-Komponenten $\{f_n\}_{n \in \Gamma}$. Dem Frame wird ein Frame-Operator U zugeordnet:

$$Uf[n] = \langle f, \phi_n \rangle \quad , \forall n \in \Gamma \quad (3.16)$$

Die Rekonstruktion von f kann durch Inversion des Frame-Operators U erzielt werden. Da U nicht quadratisch sein muss, wird statt der Inversen die Moore-Penrose Pseudoinverse $U^+ = (U^T U)^{-1} U^T$ herangezogen.

$$\begin{aligned} g &= Uf \\ \tilde{f} &= U^+ g = (U^+ U) f \end{aligned} \quad (3.17)$$

Dies entspricht der Rekonstruktion des ursprünglichen Signals mittels einem zum ursprünglichen Frame $\{\phi_n\}_{n \in \Gamma}$ dualen Frame $\{\tilde{\phi}_n\}_{n \in \Gamma}$:

$$\tilde{f} = \sum_{n \in \Gamma} \langle f, \phi_n \rangle \tilde{\phi}_n \quad (3.18)$$

Dessen Elemente ergeben sich durch:

$$\tilde{\phi}_n = (U^T U)^{-1} \phi_n \quad (3.19)$$

Bei der Rekonstruktion handelt es sich um ein Inverses Problem. Wenn der Frame abgeschnitten wird (*truncated frame*), d.h. wenn nicht alle Samplingwerte für die Rekonstruktion zur Verfügung stehen, kann das Inverse Problem auch schlecht gestellt sein [Str00].

3.4.4 Frames im Visuellen System

Durch die Simple Cells des V1 wird somit näherungsweise ein Frame aus Gabor-Wavelets dargestellt [Mal99a]. Die Gabor-Wavelets sind dabei gegeben durch:

$$\phi^k(x_1, x_2) = e^{i2\pi k(x_1 \cos \alpha_k + x_2 \sin \alpha_k)} \quad \text{mit } g(x_1, x_2) = \exp \left[- \left(\frac{x_1^2}{2\sigma_1^2} + \frac{x_2^2}{2\sigma_2^2} \right) \right] \quad (3.20)$$

Die unterschiedlich orientierten Funktionen $\phi^k(x_1, x_2)$ ($1 \leq k \leq K$) dienen als Mutterwavelets zur Erzeugung jeweils eigener Familien mittels einer Skalierung:

$$\phi_{2^j}^k(x_1, x_2) = \frac{1}{2^j} \phi^k \left(\frac{x_1}{2^j}, \frac{x_2}{2^j} \right) \quad (3.21)$$

Die zugehörige zweidimensionale Fouriertransformierte der so erzeugten Wavelets ergeben sich zu:

$$\widehat{\phi}_{2^j}^k(\omega_1, \omega_2) = \sqrt{2} \widehat{g}(2^j \omega_1 - 2\pi k \cos \alpha_k, 2^j \omega_2 - 2\pi k \sin \alpha_k) \quad (3.22)$$

Die so erzeugten Fouriertransformierten stellen eine Kachelung des zweidimensionalen Frequenzraumes mit Gaussfunktionen dar (s. **Abbildung 3.13**). Es ist naheliegend, dass auch die *Difference of Gaussians* (DoG)-Filter der retinalen Ganglienzellen eine Repräsentation des visuellen Eingangssreizes ermöglichen müssen. Diese Differenz zweier Gaussfunktionen wird oft als eine gute Näherung für die zweite Ableitung der Gauss-Funktion gewählt. Nach [Mal99a] kann aus den zweiten Ableitungen der Gauss-Funktion (*Mexican hat function*) ein Frame konstruiert werden. Die normalisierte zweite Ableitung der Gauss-Funktion ist gegeben durch:

$$\psi(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} (t^2 - 1) e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (3.23)$$

$\psi(t)$ dient hier als Mutterwavelet. Die Wavelet-Komponenten des Frames werden durch Skalierung und Verschiebung des Mutter-Wavelets gewonnen:

$$\psi_{j,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{a^j}} \psi \left(\frac{t - nu_o a^j}{a^j} \right) \quad , j, n \in \mathbb{Z} \quad (3.24)$$

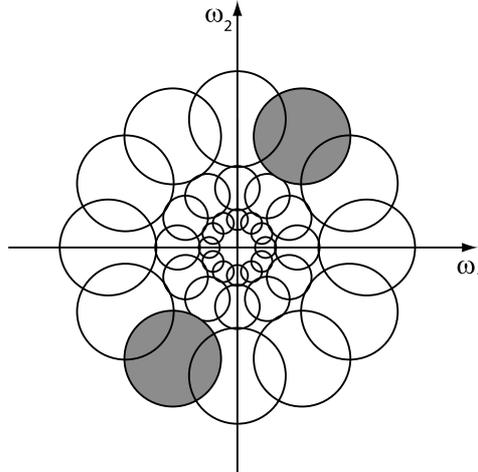


Abbildung 3.13: Kachelung der zweidimensionalen Ortsfrequenzebene mit Gaussfunktionen, die jeweils in zusammengehörenden Paaren (grau hervorgehoben) Bandpassfilter darstellen. Ein einzelner Orientierungskanal zeichnet sich dadurch aus, dass er kaum mit anderen Kanälen überlappt und eine radiale Breite von etwa einer Oktave und eine Winkelbreite von ca. 30 Grad besitzt. (modifiziert nach [Mal99a])

Dabei ist a der Skalierungsfaktor und u_o die Zeitverschiebung. Es ist zu beachten, dass die so definierte Wavelet-Familie nicht für alle gewählten a und u_o einen Frame bildet.

Im Falle von bewegungsrichtungssensitiver RFs kortikaler Neurone ergibt sich eine zur zweidimensionalen Betrachtung analoge dreidimensionale Erweiterung, wobei neben den beiden Ortsfrequenzdimensionen eine zeitliche Frequenzdimension auftritt. Dies führt zu einer 'Füllung' des dreidimensionalen Frequenzraums mit spatio-temporalen Bandpassfiltern (Ellipsoide).

Die Frame-Theorie bietet also eine alternative Sichtweise für die Abbildung $F1$ des visuellen Inputs durch die ST-Filter der Retina. Inwiefern die Inversion dieser Abbildung auf ein schlechtgestelltes Problem führt, liegt an der Beschaffenheit des Frameoperators U . Die mögliche Schlechtgestelltheit der Abbildung $F1$ durch ein Ensemble von ST-Filtern ist also nicht nur auf die Mehrdeutigkeiten einzelner ST-Filterantworten zurückzuführen, sondern auch auf die Verteilung und Zahl der ST-Filter, die als lokale Abtastoperatoren fungieren.

3.5 Lineare Operatorengleichungen

Die Umkehrung der spatio-temporalen Filterung stellt nach dem vorigen Abschnitt ein Inverses Problem vom Typ der Entfaltungen dar. Faltungsoperationen lassen sich als lineare Integralgleichungen auffassen. In diesem Abschnitt werden Integraloperatoren zunächst an kontinuierlichen, später auch diskreten Systemen untersucht. Es genügt zunächst, sich dabei auf lineare Operatoren zu beschränken.

Sei ein kontinuierlicher Abbildungsoperator A zwischen zwei Hilbert-Räumen X und Y gegeben:

$$\begin{aligned} A : X &\rightarrow Y \\ g &= A(f) = Af \end{aligned} \tag{3.25}$$

Der so definierte Operator kann auch nichtlinear sein. Erst die Linearitätsbedingung (siehe Anhang) garantiert die Linearität. Die Abbildung A stellt das Vorwärtsproblem dar. Bei diesem ist

der Wert f gegeben und der Wert g gesucht. Bei dem zugehörigen Inversen Problem ist das Resultat g (Bild) der Abbildung A gegeben und das Urbild f des Abbildungsprozesses gesucht. Die einfachsten kontinuierlichen, linearen Operatoren sind durch Integralgleichungen gegeben. Einige diesbezügliche Beispiele sollen hier kurz dargestellt werden.

3.5.1 Integralgleichungen

Viele mathematische Modelle physikalischer Prozesse führen auf Integralgleichungen. Die einfachste lineare Integralgleichung ist die Fredholm'sche Integralgleichung 1. Art. Diese ist wie folgt definiert:

Definition 3 Die Fredholm'sche Integralgleichung 1. Art ist gegeben durch:

$$g(t) = \int_a^b h(t, \tau) f(\tau) d\tau \quad , t \in [a, b] \quad (3.26)$$

Dabei wird $h(t, \tau)$ als Kern der Integralgleichung bezeichnet.

Ist die obere Integrationsgrenze nicht konstant, sondern von t abhängig, so erhält man eine Volterra'sche Integralgleichung der 1. Art:

Definition 4 Die Volterra'sche Integralgleichung 1. Art ist gegeben durch:

$$g(t) = \int_a^t h(t, \tau) f(\tau) d\tau \quad , t \in [a, b] \quad (3.27)$$

Dabei wird $h(t, \tau)$ als Kern der Integralgleichung bezeichnet.

Wenn man die Variable t mit der Zeit identifiziert, so erkennt man, dass die Volterra'sche Integralgleichung einen kausalen Zusammenhang zwischen $g(t)$ und $f(t)$ vermittelt, da $g(t)$ nur von Werten in der Vergangenheit (vor t) abhängt. Die Fredholm'sche und Volterra'sche Integralgleichungen 1. Art stellen kompakte Operatoren dar. Es kann gezeigt werden [Rie03], dass kompakte Operatoren mit unendlich-dimensionalen Bildräumen (d.h. $\dim(\text{Bild}(A)) = \infty$) immer zu schlecht gestellten Problemen führen.

Wenn die Funktion $f(t)$ nicht nur unter dem Integral, sondern auch außerhalb auftritt, so erhält man zwei neue Typen von Integralgleichungen.

Definition 5 Die Fredholm'sche Integralgleichung 2. Art ist gegeben durch:

$$g(t) = f(t) + c \int_a^b h(t, \tau) f(\tau) d\tau \quad , t \in [a, b], c = \text{const.} \in \mathbb{R} \quad (3.28)$$

Definition 6 Die Volterra'sche Integralgleichung 2. Art ist gegeben durch:

$$g(t) = f(t) + c \int_a^t h(t, \tau) f(\tau) d\tau \quad , t \in [a, b], c = \text{const.} \in \mathbb{R} \quad (3.29)$$

Man kann nachweisen, dass die Lösungen dieser Integralgleichungen zu gut gestellten Problemen führen [Rie03].

Von zentraler Bedeutung für die Inversion der spatio-temporalen Filterung ist jedoch der Faltungsoperator, auf den hier nun speziell eingegangen wird

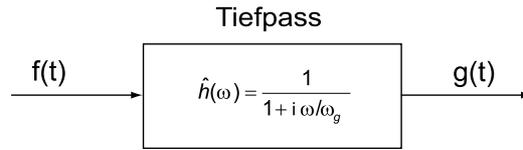


Abbildung 3.14: Tiefpass 1. Ordnung mit Eckfrequenz ω_g

Die Faltung (*Convolution*) ist ein linearer, ortsinvarianter Integraloperator und ein Spezialfall der Fredholm'schen Integralgleichung 1. Art. Sie ist definiert durch:

$$A := X \rightarrow Y \quad (3.30)$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) f(\tau) d\tau = (h * f)(t) \quad (3.31)$$

Der Faltungsoperator A mit dem Kern h ist somit definiert als⁸:

$$(Af)(t) = \int h(t - \tau) f(\tau) d\tau = g(t) \quad (3.32)$$

Die Filterkernfunktion $h(t, \tau)$ ist im Gegensatz zum allgemeinen Fall bei der Fredholm'schen Integralgleichung 1. Art nur von der Differenz ihrer beiden Variablen abhängig:

Definition 7 Eine Kernfunktion $h(t, \tau)$ heißt *verschiebungsinvariant*, wenn gilt:

$$h(t, \tau) = h(t - \tau) \quad (3.33)$$

Im Fall zeitlicher Filterkernfunktionen spricht man dann von *Zeitinvarianz*; im Falle räumlicher Filterkernfunktionen von *Ortinvarianz*⁹.

Eine einfache, eindimensionale Faltungsoperation ist beispielsweise durch die Tiefpassfilterung (1. Ordnung) eines zeitlichen Eingangssignals $f(t)$ gegeben. Das gefilterte Signal sei $g(t)$. Der Tiefpass kann durch seine Impulsantwort $h(t) = \frac{1}{\omega_g} e^{-t\omega_g}$ oder die entsprechende Übertragungsfunktion

$$\hat{h}(\omega) = \mathcal{F}\{h\}(\omega) = \frac{\hat{g}(\omega)}{\hat{f}(\omega)} \quad (3.34)$$

charakterisiert werden¹⁰. $\hat{h}(\omega)$ stellt die Fouriertransformierte von $h(t)$ dar (s. **Abbildung 3.14**).

Dies hat die Ursache, dass die Faltung im Fourierraum als Multiplikation der Fouriertransformierten dargestellt werden kann:

$$g(t) = (h * f)(t) \quad \circ \bullet \quad \hat{g}(\omega) = (\hat{h} \cdot \hat{f})(\omega) \quad (3.35)$$

Der Faltungsoperator lässt sich mit Hilfe der Inversen Fouriertransformation auch in folgender Form darstellen:

⁸Im Folgenden seien die Integrationsgrenzen immer $-\infty$ und $+\infty$, sofern keine anderweitigen Grenzen genannt sind.

⁹Im weiteren Verlauf werden lineare, zeitinvariante Systeme auch als LTI (*linear time invariant*) Systeme bezeichnet

¹⁰Je nach wissenschaftlicher Einordnung wird $h(t)$ z.B. als Filterkern, Faltungskern oder Impulsantwort bezeichnet.

$$(Af)(t) = \frac{1}{2\pi} \int \widehat{h}(\omega) \widehat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.36)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int \widehat{h}(\omega) \left(\int f(t') e^{i\omega t'} dt' \right) e^{i\omega t} d\omega \quad (3.37)$$

Diese Darstellung wird als **Spektraldarstellung** des Faltungsoperators bezeichnet. Dabei kann $\widehat{h}(\omega)$ als Eigenwert und $e^{i\omega t}$ als Eigenfunktion zur Frequenz ω des Faltungsoperators A angesehen werden.

Das Vorwärtsproblem der Faltung ist bei gegebenem $f(t)$ und $g(t)$ durch Auswertung des Faltungsintegrals auf direktem Weg oder durch Umweg über den Fourierraum zu lösen. Die Berechnung des Integrals kann dabei analytisch oder numerisch erfolgen und ist in der Regel ohne größere Schwierigkeiten durchführbar. Das zugehörige Inverse Problem der Faltung ist dadurch definiert, dass bei gegebenem $g(t)$ und $h(t)$ das Urbild $f(t)$ zu bestimmen ist. Der formale analytische Weg kann im Fourierraum durch Division von $\widehat{g}(\omega)$ durch die Fouriertransformierte des Faltungskerns $\widehat{h}(\omega)$ erfolgen:

$$\widehat{f}(\omega) = \frac{\widehat{g}(\omega)}{\widehat{h}(\omega)} \quad (3.38)$$

Mit Hilfe der Rücktransformation aus dem Fourierraum kann der inverse Faltungsoperator A^{-1} formal dargestellt werden als:

$$\begin{aligned} (A^{-1}g)(t) &= f(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \widehat{f} \right\} (t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\widehat{g}}{\widehat{h}} \right\} (t) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\widehat{g}(\omega)}{\widehat{h}(\omega)} e^{i\omega t} d\omega \end{aligned} \quad (3.39)$$

Der Operator A^{-1} ist jedoch nicht beschränkt und in gewissen Fällen nicht existent. Das Integral divergiert, wenn Frequenzen ω existieren, bei denen die Fouriertransformierte des Faltungskerns $\widehat{h}(\omega)$ Null wird. Schließt man dies aus, so besagt das Riemann-Lebesgue-Lemma, dass der Grenzwert der hochfrequenten Komponenten von $h(t)$ Null ist. Dies führt bei der Umkehrung der Faltung dazu, dass hochfrequente Anteile von $g(t)$ besonders verstärkt werden, was zur Unbeschränktheit des inversen Faltungsoperators führen kann.

Satz 8 (Riemann-Lebesgue-Lemma)

Sei $f(t)$ eine absolut integrable und stückweise stetige Funktion, so gilt:

$$\lim_{\omega \rightarrow \pm\infty} \widehat{f}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \pm\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = 0 \quad (3.40)$$

Im idealen (mathematischen) Fall greift das Riemann-Lebesgue-Lemma natürlich auch bei $g(t)$, sofern $g(t)$ eine absolut integrable und stückweise stetige Funktion darstellt. Somit existiert das obige Integral (**Gleichung 3.39**) nur für solche Funktion $\widehat{g}(\omega)$, für die ebenfalls gilt: $\widehat{g}(\omega) \rightarrow 0$ für $\omega \rightarrow \pm\infty$. Der inverse Faltungsoperator bleibt in diesem Fall beschränkt.

3.5.2 Inversion mit additivem Rauschen

Im durchaus alltäglicheren (physikalischen) Fall aber, ist sogar nur ein verrauschtes Bild $\widetilde{g}(t)$ gegeben:

$$\begin{aligned}\tilde{g}(t) &= \int h(t-t')f(t')dt' + \eta(t) \\ &= g(t) + \eta(t)\end{aligned}\tag{3.41}$$

Dabei ist $\eta(t)$ ein additives Rauschen, das durch den Messvorgang oder rechnerverursachte Rundungsfehler entstanden ist. Meist wird angenommen, dass $\eta(t)$ einer Gauss'schen Normalverteilung folgt. Es ergibt sich formal für das rekonstruierte $\tilde{f}(t)$:

$$\begin{aligned}\tilde{f}(t) &= (A^{-1}\tilde{g})(t) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{\hat{g}(\omega) + \hat{\eta}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} e^{i\omega t} d\omega \\ &= \underbrace{\frac{1}{2\pi} \int \frac{\hat{g}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} e^{i\omega t} d\omega}_{\text{beschränkt}} + \underbrace{\frac{1}{2\pi} \int \frac{\hat{\eta}(\omega)}{\hat{h}(\omega)} e^{i\omega t} d\omega}_{\text{unbeschränkt}}\end{aligned}\tag{3.42}$$

Der erste Summand des Ergebnisses ist beschränkt und entspricht dem bisherigen Rekonstruktionsterm. Der zweite Summand jedoch kann unbeschränkt sein, da man im Allgemeinen nicht davon ausgehen kann, dass auch die hochfrequenten Anteile des Rauschens für $\omega \rightarrow \infty$ schnell genug gegen Null gehen (Bsp. Weißes Rauschen). Dies kann dazu führen, dass $\frac{\hat{\eta}(\omega)}{\hat{h}(\omega)}$ nicht absolut integrierbar ist. In jedem Fall werden hochfrequente Rauschanteile durch die Entfaltung zumindest sehr verstärkt, da wegen des Riemann-Lebesgue Lemmas $\hat{h}(\omega)$ für $\omega \rightarrow \pm\infty$ gegen 0 geht. Kleine Abweichungen in $\tilde{g}(t)$ führen somit zu großen Änderungen in $\tilde{f}(t)$. Durch diesen Umstand sind alle Entfaltungsprobleme mit Rauschen schlecht gestellte Probleme. Die formale Lösung der Entfaltung ([Gleichung 3.39](#)) hat in der Realität höchstens theoretische Bedeutung, da dort immer Rauschen auftritt.

3.5.3 Zwei- und mehrdimensionale Faltungsoperatoren

Die Erweiterung auf zwei- und mehrdimensionale Faltungsprobleme ist leicht durchführbar. Im zweidimensionalen Fall, so wie er bei optischen Anwendungen auftritt, ergibt sich:

$$\tilde{g}(x, y) = \iint h(x-x', y-y')f(x', y')dx'dy'\tag{3.43}$$

In diesem Fall wird $h(x-x', y-y')$ als Punktspreizfunktion (*Point-Spread-Function* (PSF)) bezeichnet. Im Fall mit additivem Rauschen ergibt sich:

$$\tilde{g}(x, y) = \iint h(x-x', y-y')f(x', y')dx'dy' + \eta(x, y)\tag{3.44}$$

In dem besonderen Fall einer separierbaren Kernel- und Urbildfunktion¹¹ kann der Operator als Produkt zweier Integraloperatoren geschrieben werden.

$$\begin{aligned}\tilde{g}(x, y) &= \iint h(x-x', y-y')f(x', y')dx'dy' \\ &= \iint h_x(x-x')h_y(y-y')f_x(x')f_y(y')dx'dy' \\ &= \left[\int h_x(x-x')f_x(x')dx' \right] \cdot \left[\int h_y(y-y')f_y(y')dy' \right] \\ &= g_x(x) \cdot g_y(y)\end{aligned}\tag{3.45}$$

¹¹Eine Funktion $f(x, y)$ ist separierbar, wenn gilt: $f(x, y) = f_1(x)f_2(y)$.

Die Entfaltung im Zweidimensionalen erfolgt vollkommen analog:

$$g(x, y) = \iint h(x - x', y - y') f(x', y') dx' dy' \quad \circ \longrightarrow \bullet \quad \widehat{g}(u, v) = \widehat{h}(u, v) \cdot \widehat{f}(u, v) \quad (3.46)$$

$$\implies \widehat{f}(u, v) = \frac{\widehat{g}(u, v)}{\widehat{h}(u, v)} \quad (3.47)$$

Die Verallgemeinerung des Faltungsoperators auf N Dimensionen erfolgt analog:

$$(Af)(\mathbf{x}) = \int h(\mathbf{x} - \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \quad (3.48)$$

Dabei sind g, f , und h Funktionen einer N -dimensionalen Variablen \mathbf{x} . Der Inverse Operator lässt sich formal definieren als:

$$(A^{-1}g)(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int \frac{\widehat{g}(\boldsymbol{\omega})}{\widehat{h}(\boldsymbol{\omega})} e^{i\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{x}} d\boldsymbol{\omega} \quad (3.49)$$

3.5.4 Faltung mit spatio-temporalen Filterkernen

Eine spatio-temporale Filterung (Fall $N = 3$) kann als Faltung einer Orts-Zeit-Funktion $f(x, y, t)$ mit einem spatio-temporalen Filterkern $h(x - x', y - y', t - t')$ dargestellt werden:

$$g(x, y, t) = \iiint h(x - x', y - y', t - t') f(x', y', t') dx' dy' dt' \quad (3.50)$$

Der Entfaltungsoperator für den idealen, d.h. rauschfreien, Fall kann analog zum eindimensionalen Fall definiert werden:

$$\begin{aligned} f(x, y, t) &= \mathcal{F}^{-1}\{\widehat{f}(u, v, \omega)\} \\ &= \mathcal{F}^{-1}\left\{\frac{\widehat{g}(u, v, \omega)}{\widehat{h}(u, v, \omega)}\right\} \end{aligned} \quad (3.51)$$

3.5.5 Kern und Bild von Faltungsoperatoren

Wie bereits erwähnt existiert der inverse Faltungsoperator A^{-1} nicht, wenn die Fouriertransformierte der Faltungskernfunktion $h(t)$ Bereiche hat, an denen sie Null ist. Dies ist der Fall, wenn $h(t)$ bandbeschränkt ist. In diesem Fall existieren Urbildfunktionen $f \neq 0$, für die gilt:

$$Af = \int h(t - t') f(t') dt' = 0 \quad (3.52)$$

Dies kann durch eine Funktion f erreicht werden, deren Fouriertransformierte $\widehat{f}(\omega)$ gerade dort ungleich Null ist, wo $\widehat{h}(\omega)$ Null ist, und die dort Null ist, wo $\widehat{h}(\omega)$ ungleich Null ist (s. [Abbildung 3.15](#)). Alle Funktionen, für die $Af = 0$ gilt, bilden den Kern des Operators $\text{Kern}(A)$, der auch der "Raum der unsichtbaren Objekte unter dem Operator A " heißt.

Des Weiteren gilt, dass aus der Bandbeschränktheit von A folgt, dass die Funktionen $Af = g \in \text{Bild}(A)$ ebenfalls bandbeschränkt sind. Für $f \in \text{Kern}(A)$ ergibt sich $\widehat{f}(\omega) \cdot \widehat{g}(\omega) = 0$. Es folgt, dass Objekte, die in den Kern des Operators fallen, nicht rekonstruiert werden können. Wenn neben der Null noch andere Objekte, z.B. $Af_1 = 0$, im Kern von A liegen, ist die Eindeutigkeit (Punkt 2) in Definition 1) nicht mehr gegeben, da dann gilt:

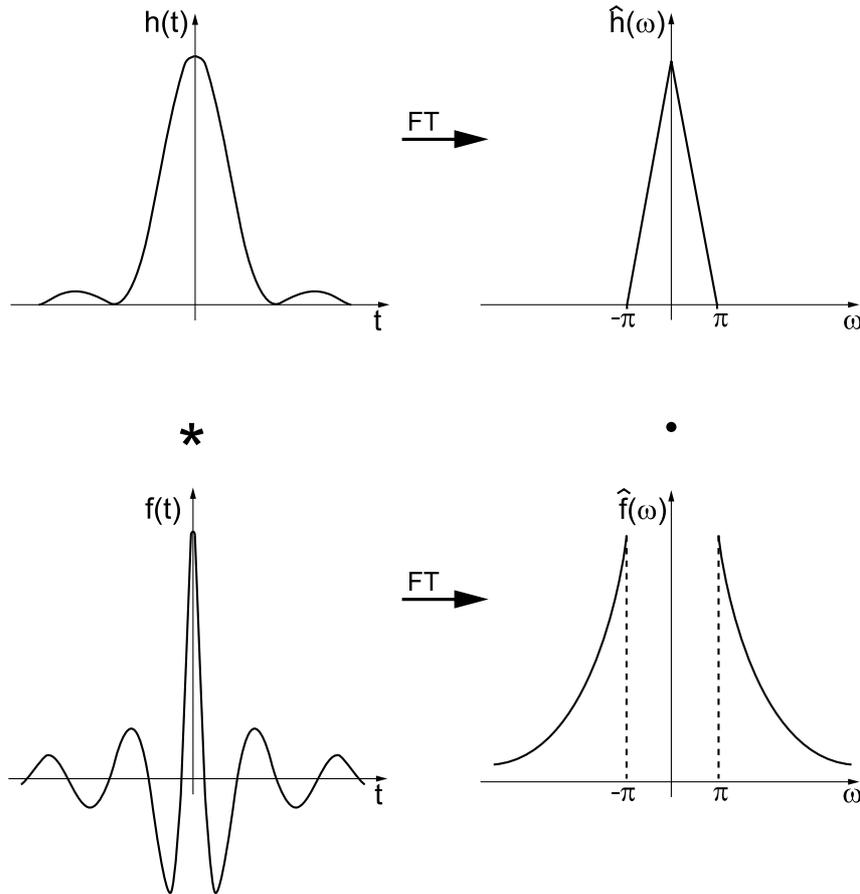


Abbildung 3.15: Bandbeschränkter Faltungskern $h(t)$ mit Urbildfunktion $f(t)$, die Element des zugehörigen Faltungsoperators A ist (nach [BB98]).

$$Af_2 = g \quad (3.53)$$

Und ebenfalls für ein $f_3 = f_2 + f_1$:

$$Af_3 = A(f_2 + f_1) = \underbrace{Af_2}_{=g} + \underbrace{Af_1}_{=0} = g \quad (3.54)$$

Somit existieren zwei Urbilder f_2 und f_3 für ein gegebenes Bild g .

3.5.6 Die verallgemeinerte Inverse

Im Folgenden seien $f \in X$, $g \in Y$ sowie X, Y Hilberträume mit Innenprodukt und Norm (siehe Anhang [Abschnitt A.2](#)). A sei ein beschränkter linearer Operator zwischen X und Y . Gesucht ist eine Lösung der Gleichung $Af = g$. Falls aber $g \notin \text{Bild}(A)$, da beispielsweise Messfehler vorliegen, sucht man die Lösung $f^+ \in X$, deren Bild Af^+ den geringsten Abstand zu g hat (Quasilösung) und gleichzeitig die kleinste Norm besitzt, im Fall das mehrere Elemente von Y die Quasilösung erfüllen:

$$\|Af^+ - g\| \leq \|Au - g\| \quad \forall u \in X \quad (3.55)$$

und

$$\|f^+\| = \min \quad (3.56)$$

Um schlecht gestellte Probleme auf diese Art approximativ lösen zu können, wird ein verallgemeinerter Inversionsoperator eingeführt, der die Möglichkeit bietet f^+ direkt zu berechnen. Dies ist die *Moore-Penrose-Inverse* oder verallgemeinerte Inverse A^+ ¹². Die Berechnung der verallgemeinerten Inversen kann als Minimierungsproblem des Fehlerfunktional

$$J(f) = \|Af - g\|_Y = \min \quad (3.57)$$

angesehen werden. Es lässt sich zeigen [Rie03], dass diese Forderungen auf eine eindeutige Lösung $f^+ \in X$ führen, für die gilt:

$$f^+ = A^+g \quad (3.58)$$

Die verallgemeinerte Inverse hat folgende Eigenschaften [Rei02]:

1. A^+ ist linear.
2. $\|A^+\|$ ist dann und genau dann beschränkt, wenn $Bild(A)$ abgeschlossen ist.
3. Es gilt: $Bild(A^+) = Kern(A^+)^\perp$.
4. Der Definitionsbereich $\mathcal{D}(A^+) \subset Y$ für A^+ ist gegeben durch $\mathcal{D}(A^+) = Bild(A) \oplus Bild(A)^\perp$.
5. Zu jedem $y \in \mathcal{D}(A^+)$ ist A^+y die eindeutige Quasilösung von $Ax = y$.
6. Für kompakte Operatoren lässt sich die verallgemeinerte Inverse mit Hilfe der Singulärwertzerlegung angeben.
7. Die verallgemeinerte Inverse A^+ ist in der Regel unstetig.

Der letzte Punkt erfordert eine Stabilisierung der möglichen Lösungen. Da y in der Regel mit Messfehlern behaftet ist, gilt im unendlichdimensionalen Fall im Allgemeinen nicht $y \in \mathcal{D}(A^+)$.

Da die verallgemeinerte Inverse nur immer das Urbild mit der kleinsten Norm erzeugt, ist es nicht möglich Urbilder f zu rekonstruieren, die sich aus diesem Element $f_1 \in Bild(A^+)$ und einem Element $f_2 \in Kern(A)$ zusammensetzen. Nach Eigenschaft 3 gilt $Bild(A^+) = Kern(A^+)^\perp$, woraus folgt:

$$\begin{aligned} f &= f_1 + f_2 && | \cdot (f_1 + f_2) \\ \Leftrightarrow \|f\|^2 &= \|f_1\|^2 + 2\underbrace{\|f_1 \cdot f_2\|^2}_0 + \|f_2\|^2 && (3.59) \\ \Leftrightarrow \|f\|^2 &= \|f_1\|^2 + \|f_2\|^2 \\ \Rightarrow \|f\|^2 &> \|f_1\|^2 \end{aligned}$$

Demnach ist f_1 immer kleiner als f und Urbilder mit Kernanteilen werden nie richtig rekonstruiert. Nach Einführen der Generalisierten Inversen ergibt sich nun die Möglichkeit eine Aussage über das Auftreten von schlecht gestellten Inversen Problemen zu geben:

Definition 9 *Charakterisierung schlecht gestellter Probleme (nach Nashed [Nas87])*

$$\begin{aligned} &Af = g \text{ mit } A \in \mathcal{L}(X, Y) \text{ ist schlecht gestellt} \\ \Leftrightarrow &Bild(A) \text{ ist nicht abgeschlossen in } Y \\ \Leftrightarrow &A^+ \text{ ist unstetig} \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet $\mathcal{L}(X, Y)$ den Raum der stetigen, linearen Abbildungen zwischen den normierten Räumen X und Y mit der Norm $\|A\| = \sup_{\|f\|_X=1} \|Af\|_Y$.

Bevor auf weitere Eigenschaften, sowie die Berechnung der Verallgemeinerten Inversen der Faltungsoption eingegangen wird, soll zunächst die diskrete Formulierung schlecht gestellter inverser Probleme eingeführt werden.

¹²Die Moore-Penrose Inverse wird auch Pseudoinverse, Verallgemeinerte Inverse oder Generalisierte Inverse genannt.

3.6 Diskrete Inverse Probleme

Die durch den Retina Encoder geleistete spatio-temporale Filterung wird mittels diskreter Filter berechnet (s. **Unterabschnitt 4.7.1**). Deshalb ist es notwendig, zunächst eine Diskretisierung der Faltungsoption vorzunehmen. Im diskreten Fall findet man viele Analogien zum kontinuierlichen Fall ¹³. Zunächst soll der eindimensionale Fall betrachtet werden. Es zeigt sich, dass im Diskreten die Faltungsoption durch eine Vektor-Matrixmultiplikation dargestellt werden kann. Damit besteht die Möglichkeit die inverse Matrix zu berechnen, um mit dieser anschließend eine Inversion der Faltungsoption durchzuführen.

3.6.1 Diskrete eindimensionale Faltung

Der (kontinuierliche) Integraloperator A aus **Gleichung 3.25** wird im Diskreten zu einer Matrix A der Dimension $M \times N$, der Operand f sowie das Resultat g werden zu Vektoren mit den Dimensionen N bzw. M ¹⁴. Somit wird aus dem Faltungsintegral eine Matrix-Vektor Multiplikation:

$$\mathbf{g} = A \mathbf{f} \quad (3.60)$$

bzw. in Komponentenschreibweise:

$$g_m = \sum_{n=1}^N A_{mn} f_n \quad , m = 1 \dots M \quad (3.61)$$

Die Vektoren \mathbf{f} und \mathbf{g} sind dabei folgendermaßen aufgebaut:

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix} \quad \mathbf{g} = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ g_M \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

Der Filterkern \mathbf{h} der Faltung ist gegeben durch:

$$\mathbf{h} = [h_1 \quad h_2 \quad \dots \quad h_K] \quad (3.63)$$

Für diesen Filterkern ergibt sich die Matrix A mit folgender Struktur:

$$A = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} & \dots & A_{1,N} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} & \dots & \dots \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{M,1} & \dots & \dots & \dots & A_{M,N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 & \dots & 0 \\ h_3 & h_2 & h_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & 0 & h_K & h_{K-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_K \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

In Komponentenschreibweise ergibt sich:

$$g_m = \sum_{n=1}^N h_{m-n} f_n \quad , h_{m-n} = 0 \quad \text{für } m - n < 0; \quad m = 1 \dots M \quad (3.65)$$

¹³Als grundlegende Frage stellt sich, welche Abtastintervalle bzw. welche Auflösung für die Diskretisierung gewählt werden sollte. Für die allgemeine Betrachtung sei diese zunächst offen. Im speziellen Anwendungsfall wird sie durch einen Kompromiss zwischen Notwendigkeit und Machbarkeit festgelegt

¹⁴Vektoren werden im weiteren Verlauf **fett** dargestellt, um sie von skalaren Werten unterscheiden zu können. \mathbf{f} wird im weiteren Verlauf auch Ursprungsvektor und \mathbf{g} Datenvektor genannt

Die Zahl der Spalten von A entspricht der Dimension N des Eingangsvektors \mathbf{f} . Die Anzahl der Zeilen ist $M = N + K - 1$ und entspricht der Dimension des Ergebnisvektors \mathbf{g} . Generell können bei diskreten, inversen Problemen Matrizen auftreten, die beliebige Anzahlen von Spalten und Zeilen haben. Bei unterbestimmten linearen Systemen ist $M < N$.

Als Beispiel, um die besondere Struktur der Faltungs-Matrizen zu verdeutlichen, soll eine Faltung eines Vektors \mathbf{f} der Dimension $N = 4$ mit dem Filterkern $\mathbf{h} = [h_3, h_2, h_1]$ ($K = 3$) dienen, die zu folgender Matrix A führt:

$$A = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 & 0 \\ h_3 & h_2 & h_1 & 0 \\ 0 & h_3 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & h_3 & h_2 \\ 0 & 0 & 0 & h_3 \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

Durch Multiplikation mit einem Eingangsvektor $\mathbf{f}^T = (f_1, f_2, f_3, f_4)$ ergibt sich als Ergebnis der Faltung:

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} h_1 f_1 \\ h_1 f_2 + h_2 f_1 \\ h_1 f_3 + h_2 f_2 + h_3 f_1 \\ h_1 f_4 + h_2 f_3 + h_3 f_2 \\ h_2 f_4 + h_3 f_3 \\ h_3 f_4 \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

Wenn man für \mathbf{f} den Einheitspuls einsetzt ($\mathbf{f}^T = (1, 0, 0, 0)$), so erhält man für \mathbf{g} die Impulsantwort des Systems.

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

Wenn die Matrix eine temporale Filterung darstellen soll, so müssen oberhalb der Hauptdiagonalen alle Einträge Null sein, da das System ansonsten ein nicht-kausales Verhalten zeigt. Für nicht-zeitliche Systeme entfällt diese Einschränkung. Wenn man im Fall $M > N$ den Vektor \mathbf{f} durch Erweiterung mit Nullen (*zero-padding*) auf die Dimension M bringt, kann man die Matrix A auf die Größe $M \times M$ erweitern. Dadurch ändert sich am Datenvektor \mathbf{g} nichts. Die Matrixgleichung und insbesondere die quadratische Matrix A haben nun die folgende Struktur:

$$\begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ g_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 & & & & \vdots \\ \vdots & h_2 & h_1 & \ddots & & & \vdots \\ h_K & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_K & \cdots & h_2 & h_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \\ f_{N+1} = 0 \\ \vdots \\ f_M = 0 \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

Matrizen dieser Struktur werden **Toeplitzmatrizen** genannt¹⁵. Eine Toeplitzmatrix ist gegeben, wenn ihre Elemente auf Diagonalen und Nebendiagonalen konstant sind, d.h. der Wert eines Matrixelements nur von der Differenz zwischen Spalten- und Zeilenindex abhängt:

¹⁵Otto Toeplitz (1881-1940), deutscher Mathematiker. Lehrte an der Universität Bonn von 1928-1935

Definition 10 Eine Matrix A ist eine Toeplitzmatrix, wenn für ihre Elemente gilt:

$$A_{ik} = A_{lm} \text{ wenn gilt } i - k = l - m \quad (3.70)$$

Mit Hilfe der Toeplitzmatrix lässt sich somit z.B. eine temporale Filteroperation durch ein *Finite Impulse Response* (FIR) Filter als Vektor-Matrix Multiplikation darstellen. Dabei ist zu beachten, dass der Eingangsvektor nur endlich viele Zeitschritte umfassen darf, da ansonsten die Matrix unendlich-dimensional werden würde. Toeplitzmatrizen können durch periodische Erweiterung in zyklische Matrizen umgewandelt werden. Diese haben den Vorteil, dass sie durch Multiplikation mit den zur Dimension N gehörenden Matrizen der DFT sehr einfach diagonalisiert werden können. Die Faltungsoperation und die (ungestörte) Entfaltung lassen sich in diesem Fall sehr elegant im Fourierraum lösen (s. [AH77]).

Mehrdimensionale diskrete, lineare Abbildungen, so wie sie in der digitalen Bildverarbeitung oder im Fall der spatio-temporalen Filterung auftreten, sollen im nächsten Abschnitt kurz behandelt werden.

3.6.2 Mehrdimensionale, diskrete, lineare Abbildungen

Betrachtet man zunächst den zweidimensionalen, diskreten Fall, so treten hier keine großen Unterschiede zum eindimensionalen Fall auf. Die diskrete Faltungsoperation eines zweidimensionalen Eingangsobjektes $f_{n1,n2}$ mit dem zweidimensionalen Operator $h_{n1,n2}$ der Größe $K1 \times K2$ ist gegeben durch:

$$g_{k,l} = \sum_{n1=1}^{N1} \sum_{n2=1}^{N2} h_{k1-n1,k2-n2} f_{n1,n2} \quad \text{mit } k1 = 1 \dots N1, k2 = 1 \dots N2 \quad (3.71)$$

und mit $h_{k1-n1,k2-n2} = 0$, wenn $|k1 - n1| > K1$ oder $|k2 - n2| > K2$

Durch die Umordnung von $f_{n1,n2}$ kann die Faltung, wie im eindimensionalen Fall, als Matrix-Vektor-Multiplikation dargestellt werden:

$$\mathbf{g} = A \mathbf{f} \quad (3.72)$$

Zunächst muss man den zweidimensionalen Eingangsdatensatz $f_{n,m}$ (Matrix mit den Dimensionen $N1, N2$) als eindimensionalen Spaltenvektor anordnen. Dafür gibt es mehrere Möglichkeiten. Am einfachsten ist es, die lexikographische Anordnung zu wählen [Mil03]. Dabei werden alle Spalten der 2D-Matrix $f_{n,m}$ sequenziell untereinander geschrieben:

$$f_{n1,n2} = \left(\begin{array}{cccc} f_{1,1} & f_{1,2} & \cdots & f_{1,N2} \\ f_{2,1} & \ddots & & \\ \vdots & & & \vdots \\ f_{N1,1} & & \cdots & f_{N1,N2} \end{array} \right) \left. \vphantom{\begin{array}{cccc} f_{1,1} & f_{1,2} & \cdots & f_{1,N2} \\ f_{2,1} & \ddots & & \\ \vdots & & & \vdots \\ f_{N1,1} & & \cdots & f_{N1,N2} \end{array}} \right\} N1 \text{ Zeilen} \quad (3.73)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{N2 \text{ Spalten}}$

$$\begin{array}{c} \text{Umordnung} \\ \implies \end{array} \quad f_{n_1, n_2} = f_n = \begin{pmatrix} f_{1,1} \\ f_{2,1} \\ \vdots \\ f_{N_1,1} \\ f_{1,2} \\ f_{2,2} \\ \vdots \\ f_{N_1, N_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix} \quad n = 1, \dots, N_1 \cdot N_2 \quad (3.74)$$

Für den Ergebnisvektor \mathbf{g} wird die Umordnung analog durchgeführt. Die Struktur der Filtermatrix A soll an einem Beispiel mit den Bilddimensionen $N_1 = 4, N_2 = 4$ und einen einfachen 3×3 -Faltungskern

$$h_{n_1, n_2} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

deutlich gemacht werden. Die Faltung mit einem nicht-separierbaren, raum-invarianten Kern führt zu einer zweidimensionalen 16×16 Faltungsmatrix mit Block-Toeplitz-Struktur (BT) [AH77]:

$$A = \begin{pmatrix} h_{22} & h_{32} & 0 & 0 & h_{23} & h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{12} & h_{22} & h_{32} & 0 & h_{13} & h_{23} & h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{12} & h_{22} & h_{32} & 0 & h_{13} & h_{23} & h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{12} & h_{22} & 0 & 0 & h_{13} & h_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline h_{21} & h_{31} & 0 & 0 & h_{22} & h_{32} & 0 & 0 & h_{23} & h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{11} & h_{21} & h_{31} & 0 & h_{12} & h_{22} & h_{32} & 0 & h_{13} & h_{23} & h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_{11} & h_{21} & h_{31} & 0 & h_{12} & h_{22} & h_{32} & 0 & h_{13} & h_{23} & h_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{11} & h_{21} & 0 & 0 & h_{12} & h_{22} & 0 & 0 & h_{13} & h_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & h_{21} & h_{31} & 0 & 0 & h_{22} & h_{32} & 0 & 0 & h_{23} & h_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_{11} & h_{21} & h_{31} & 0 & h_{12} & h_{22} & h_{32} & 0 & h_{13} & h_{23} & h_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{11} & h_{21} & h_{31} & 0 & h_{12} & h_{22} & h_{32} & 0 & h_{13} & h_{23} & h_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{11} & h_{21} & 0 & 0 & h_{12} & h_{22} & 0 & 0 & h_{13} & h_{23} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{21} & h_{31} & 0 & 0 & h_{22} & h_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{11} & h_{21} & h_{31} & 0 & h_{12} & h_{22} & h_{32} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{11} & h_{21} & h_{31} & 0 & h_{12} & h_{22} & h_{32} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_{11} & h_{21} & 0 & 0 & h_{12} & h_{22} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} H_0 & H_1 & H_2 & H_3 \\ H_{-1} & H_0 & H_1 & H_2 \\ H_{-2} & H_{-1} & H_0 & H_1 \\ H_{-3} & H_{-2} & H_{-1} & H_0 \end{pmatrix} \quad \text{Block-Toeplitz-Struktur (BT)} \quad (3.76)$$

Bei der BT-Form sind die einzelnen 4×4 Matrizen H_i selber Toeplitzmatrizen und nach Toeplitz-Vorschrift zu einer 16×16 Matrix angeordnet. Die Zahl der freien Parameter dieser BT-Matrix ist 9 und entspricht dem Freiheitsgrad des Faltungskerns h_{n_1, n_2} . Toeplitzmatrizen sind meist schwach besetzt (*sparse*). Für den Fall, dass der Kern separierbar ist, ergibt sich die Matrix A zu:

$$A = A_1 \otimes A_2 \quad (3.77)$$

$A = B \otimes C$ stellt das Kronecker-Produkt zweier $N \times N$ Matrizen dar.

$$A = \begin{pmatrix} b_{11}C & b_{12}C & \cdots & b_{1N}C \\ b_{21}C & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ b_{N1}C & \cdots & \cdots & b_{NN}C \end{pmatrix} \quad (3.78)$$

Dabei sind A_1 und A_2 Toeplitzmatrizen, die jeweils eine eindimensionale Faltungsoperation durchführen.

Der Vorteil der Darstellung als Filtermatrix ist offensichtlich. Durch Multiplikation einer Zeile der Matrix mit dem Eingangsvektor, der ja das ganze Bild repräsentiert, wird das Filterergebnis für das an einer bestimmten Position n_1, n_2 sitzende Filter F_{n_1, n_2} berechnet. Eine nicht verschiebungsinvariante Filterung lässt sich also durch Veränderung der in einer Zeile stehenden ST-Filterparameter vornehmen. Das Löschen einer Zeile entspricht dem Entfernen eines spezifischen Filterergebnisses. Somit lässt sich eine Abtastung des gefilterten Bildes durch periodisches Entfernen von Zeilen erreichen.

3.6.3 Spatio-temporale Filterung

Die ST-Filterung ist formal eine Filterung mit dreidimensionalem Kern der Dimension K_1, K_2, L . Bei der Konstruktion der zugehörigen Matrix ist auf die Kausalität zu achten. Die Vorgehensweise ist ansonsten völlig analog zu der Konstruktion der zweidimensionalen Filtermatrix. Zunächst wird der spatio-temporale Inputvektor durch lexikographische Umordnung in Spaltenvektorform gebracht. Die spatialen Dimensionen seien N_1, N_2 , die temporale T . Bei der Umordnung werden zunächst die zweidimensionalen Frames der einzelnen Zeitpunkte t in Spaltenvektoren angeordnet und anschließend die Frames in zeitlich zunehmender Folge untereinander geschrieben:

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_T \end{pmatrix} \quad \text{mit } \mathbf{f}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_{1t} \\ \mathbf{f}_{2t} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{MNt} \end{pmatrix} \quad t = 1 \dots T \quad (3.79)$$

Für dem Ergebnisvektor \mathbf{g} der Filterung gilt die entsprechende Anordnung. Die zugehörige spatio-temporale Filtermatrix weist eine Block-Toeplitz-Block-Toeplitz Struktur (BTBT) auf. Diese würde auch im Fall eines separierbaren ST-Filterkerns durch eine doppelte Anwendung des Kronecker-Produktes $A = A_1 \otimes A_2 \otimes A_3$ resultieren. Da die sich ergebende Matrix selbst für einfache niederdimensionale (sinnvolle) Beispiele den Rahmen sprengen würde, soll nur kurz sich die ergebende BTBT-Struktur an einer 64×64 Matrix A ($M = 4, N = 4, T = 4$) verdeutlicht werden.

$$A = \begin{pmatrix} G_0 & G_1 & G_2 & G_3 \\ G_{-1} & G_0 & G_1 & G_2 \\ G_{-2} & G_{-1} & G_0 & G_1 \\ G_{-3} & G_{-2} & G_{-1} & G_0 \end{pmatrix} \quad (\text{BTBT})$$

$$\text{mit } G_i = \begin{pmatrix} H_{i0} & H_{i1} & H_{i2} & H_{i3} \\ H_{i-1} & H_{i0} & H_{i1} & H_{i2} \\ H_{i-2} & H_{i-1} & H_{i0} & H_{i1} \\ H_{i-3} & H_{i-2} & H_{i-1} & H_{i0} \end{pmatrix} \quad (\text{BT}) \quad (3.80)$$

$$\text{mit } H_{ij} = \begin{pmatrix} h_{ij0} & h_{ij1} & h_{ij2} & h_{ij3} \\ h_{ij-1} & h_{ij0} & h_{ij1} & h_{ij2} \\ h_{ij-2} & h_{ij-1} & h_{ij0} & h_{ij1} \\ h_{ij-3} & h_{ij-2} & h_{ij-1} & h_{ij0} \end{pmatrix} \quad (\text{T})$$

Mit dieser Vorarbeit lässt sich die spatio-temporale Filterung ebenfalls als eine Matrixgleichung darstellen:

$$\mathbf{g} = A \mathbf{f} \quad (3.81)$$

Da die ST-Filterung im Allgemeinen keine orts- bzw. zeitinvariante Abbildungsoperation darstellt, wird im Anwendungsfall auf das Zero-Padding des Vektors f und somit auf die Quadratur der Filtermatrix A verzichtet. Es liegt in diesem Fall keine reine Toeplitzform vor. In die Matrixdimension geht dann, wie im eindimensionalen Fall, die Dimension des Filterkerns ein. Es gilt für die Dimension des Datenvektors \mathbf{g} :

$$M = (N_1 - K_1 - 1)(N_2 - K_2 - 1)(T - L - 1) \quad (3.82)$$

Die Dimension der sich ergebenden Matrix ist also

$$M \times N = (N_1 - K_1 - 1)(N_2 - K_2 - 1)(T - L - 1) \times N_1 N_2 L \quad (3.83)$$

und wächst damit schnell mit zunehmender Größe des Eingangsvektors und des Filterkerns. Die Größe spielt für das Vorwärtsproblem, also die Filterung, keine entscheidende Rolle, da die Matrixoperation parallelisiert werden könnte [GL96]. Die Inversion der Filterung durch Multiplikation einer existierenden inversen Matrix ist ebenfalls unproblematisch, wenn man von einer möglichen Schlechtgestellttheit des Problems absieht. Problematisch ist die Berechnung der Inversen. Die Inversion muss aber nur einmal durchgeführt werden, um für eine bestimmte Retina-Encoder-ST-Filterparametereinstellung die Inverse Filterung zu erhalten. Die berechnete Inverse kann anschließend in einer Datei abgespeichert werden.

Die Multiplikation einer Zeile der Filter-Matrix mit dem Eingangsvektor entspricht der ST-Filterung des gesamten spatio-temporalen Reizes durch ein ST-Filter an einer bestimmten Position und zu einem bestimmten Zeitpunkt.

3.7 Inversion diskreter, linearer Abbildungen

Der Matrixformalismus zur Inversion diskreter, linearer Abbildungen ist rein formal unabhängig von der Dimension des Problems. Um zur Lösung der Umkehrung einer Faltungsoperation zu gelangen, bieten sich zwei Wege an:

1. Bereits erwähnt wurde die Möglichkeit, den Faltungsoperator A und den Datenvektor \mathbf{g} mittels DFT in den Fourierraum zu transformieren. Dort führt man die Inversion durch Multiplikation mit der Inversen des Operators \hat{A}^{-1} mit $\hat{\mathbf{g}}$ durch. Die Inversion von \hat{A} ist einfach, wenn A zyklisch ist. In diesem Fall ist \hat{A} nach der DFT diagonal. Anschließend führt man die inverse DFT durch. Um eine Toeplitzmatrix und die zugehörige zyklische Matrix für einen Operator aufzustellen, muss der Operator verschiebungsinvariant sein. Dies ist bei der Faltung der Fall. Bei der ST-Filterung durch den Retina Encoder ist allerdings die Verschiebungsinvarianz im Allgemeinen nicht mehr gegeben, da an den verschiedenen Positionen des Retina-Encoder-Aufnahmebereichs unterschiedliche ST-Filter-Klassen sitzen können.
2. Die Entfaltungsoperation kann durch eine Multiplikation mit der generalisierten inversen Matrix A^+ durchgeführt werden. Damit handelt es sich formal um ein lineares Ausgleichsproblem. Dieser Rechenweg verlangt weder Verschiebungsinvarianz des Operators, noch, dass die Operatormatrix A quadratisch und somit für die Umkehrung der ST-Filterung geeignet ist.

Der in Punkt 2 beschriebene Weg soll hauptsächlich betrachtet werden. Rein formal würde sich die Umkehrung von [Gleichung 3.81](#) ergeben zu:

$$\mathbf{f} = A^{-1} \mathbf{g} \quad (3.84)$$

Da A im Allgemeinen nicht von quadratischer Form ist bzw. auch nicht den vollen Rang hat, existiert die Inverse A^{-1} nicht. An dieser Stelle greift man auf die diskrete Variante der Moore-Penrose Inversen A^+ zurück. Die Moore-Penrose Inverse löst das diskrete Minimierungsproblem:

$$\|A\mathbf{f} - \mathbf{g}\| = \min \quad \text{und} \quad \|\mathbf{f}\| = \min \quad (3.85)$$

oder alternativ:

$$\mathbf{f}^+ = \arg \min_f \|A\mathbf{f} - \mathbf{g}\| \quad (3.86)$$

Wenn die Euklidische Norm $\|\cdot\|_2$ gewählt wird, entspricht die Vorgehensweise der Methode der kleinsten Quadrate.

Falls $M > N$ gilt, d.h. man hat mehr Messwerte als der Ursprungsvektor unbekannte Elemente hat, was bei der diskreten Faltung der Fall ist, spricht man von einem überbestimmten Problem. Unterbestimmtheit liegt vor, wenn gilt: $M < N$. In beiden Fällen ist A nicht von quadratischer Form und damit existiert die Inverse Matrix A^{-1} nicht.

Für lineare Abbildungen kann Anhand des Zeilen- bzw. Spaltenranges die Surjektivität bzw. Injektivität festgestellt werden. Es gilt:

1. Die durch die Matrix $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ vermittelte lineare Abbildung ist injektiv, wenn A den vollen Spaltenrang hat: $\text{rank}(A) = N$
2. Die durch die Matrix $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ vermittelte lineare Abbildung ist surjektiv, wenn A den vollen Zeilenrang hat: $\text{rank}(A) = M$

Die Generalisierte Inverse A^+ wird eindeutig durch die vier Moore-Penrose-Bedingungen charakterisiert ¹⁶:

$$\begin{aligned} 1. & \quad (A^+A)^T = A^+A \\ 2. & \quad (AA^+)^T = AA^+ \\ 3. & \quad A^+AA^+ = A^+ \\ 4. & \quad AA^+A = A \end{aligned} \quad (3.87)$$

Es kann gezeigt werden [GL96], dass sich die Moore-Penrose Pseudoinverse A^+ mittels Singulärwertzerlegung (*Singular Value Decomposition*, SVD) der Matrix A berechnen lässt.

Sei $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$, dann ist die SVD von A gegeben durch:

$$\begin{aligned} A &= U \Sigma V^T \\ &= U \begin{pmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V^T \\ &= \sum_{i=1}^r \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T \end{aligned} \quad (3.88)$$

Die unterste Darstellung in **Gleichung 3.88** wird **Spektralzerlegung von A** genannt. Die Matrix $\Sigma_r \in \mathbb{R}^{r \times r}$ ist quadratisch mit den Singulärwerten $\sigma_i \in \mathbb{R}$, $i = 1 \dots r$ auf der Hauptdiagonalen. Die Anzahl r der Singulärwerte, die ungleich Null sind, entspricht dem Rang von A ($r = \text{rank}(A)$). Die Singulärwerte $\sigma_i \in \mathbb{R}$, $i = r + 1 \dots p$ mit $p = \min(M, N)$ sind Null.

¹⁶Alternativ lässt sich die Moore-Penrose Pseudoinverse definierten als: $A^+ = \lim_{\delta \rightarrow \infty} (A^T A + \delta I)^{-1} A^T$, wobei I die Einheitsmatrix darstellt.

$$\begin{aligned} \Sigma_{ij} &= \begin{cases} \sigma_i \delta_{ij} & \text{für } 1 \leq i \leq r \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad i = 1 \dots M; j = 1 \dots N \quad {}^{17} \\ \Rightarrow \Sigma &= \underbrace{\left(\begin{array}{cccc} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ \vdots & & \sigma_r & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{array} \right)}_{N \text{ Spalten}} \left. \vphantom{\left(\begin{array}{cccc} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ \vdots & & \sigma_r & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{array} \right)} \right\} \begin{array}{l} M \text{ Zeilen} \\ r = \text{rank}(A) \end{array} \quad (3.89) \end{aligned}$$

Die Singulärwerte seien der Größe nach geordnet: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > \sigma_{r+1} = \dots = \sigma_p = 0$. Die Matrizen U und V sind orthogonal¹⁸ und es gilt:

$$\begin{aligned} U &= (\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \dots \quad \mathbf{u}_M) \in \mathbb{R}^{M \times M} \\ V &= (\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \dots \quad \mathbf{v}_N) \in \mathbb{R}^{N \times N} \end{aligned} \quad (3.90)$$

Für die Spaltenvektoren $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ und $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ gilt $\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_j = \delta_{ij}$ bzw. $\mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_j = \delta_{ij}$, d.h. sie bilden ein Orthonormalsystem des \mathbb{R}^M bzw. \mathbb{R}^N .

Es lässt sich zeigen [GL96], dass sich mit Hilfe der SVD die Moore-Penrose-Inverse A^+ leicht berechnen lässt durch:

$$\begin{aligned} A^+ &= V \Sigma^+ U^T \\ &= V \begin{pmatrix} \Sigma_r^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} U^T \\ &= \sum_{i=1}^r \frac{1}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \mathbf{u}_i^T \end{aligned} \quad (3.91)$$

Die Pseudoinverse Σ^+ der Diagonal-Matrix Σ ist somit gegeben durch:

$$\begin{aligned} \Sigma_{ji}^+ &= \begin{cases} \sigma_i^{-1} \delta_{ji} & \text{für } 1 \leq i \leq r \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad i = 1 \dots M; j = 1 \dots N \\ \Rightarrow \Sigma^+ &= \underbrace{\left(\begin{array}{cccc} 1/\sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ \vdots & & 1/\sigma_r & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{array} \right)}_{M \text{ Spalten}} \left. \vphantom{\left(\begin{array}{cccc} 1/\sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ \vdots & & 1/\sigma_r & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{array} \right)} \right\} \begin{array}{l} N \text{ Zeilen} \\ \end{array} \quad (3.92) \end{aligned}$$

Für den Fall, dass gilt $r = \text{rank}(A) = N$, kann die Moore-Penrose Pseudoinverse berechnet werden durch:

$$A^+ = (A^T A)^{-1} A^T \quad (3.93)$$

Im Idealfall ist A quadratisch und vollen Rangs. Dann geht A^+ in die normale Inverse A^{-1} über.

¹⁷Dabei ist das Kronecker Delta definiert durch: $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

¹⁸Bei einer orthogonalen Matrix gilt: $A^T = A^{-1}$

Mit Hilfe der Generalisierten Inversen erhält man den gesuchten Vektor \mathbf{f}^+ mit minimalen, quadratischen Abstand zum wahren Vektor \mathbf{f} .

$$\begin{aligned}\mathbf{f}^+ &= A^+ \mathbf{g} = V \Sigma^+ U^T \mathbf{g} \\ &= \sum_{i=1}^r \sigma_i^{-1} \mathbf{u}_i^T \mathbf{g} \mathbf{v}_i\end{aligned}\quad (3.94)$$

Da die Singulärwerte extrem nahe an Null kommen können (Nullfolge), ist der Kehrwert in diesen Fällen extrem groß und verstärkt kleine Abweichungen von \mathbf{g} sehr stark.

Der Aufwand um die SVD durchzuführen ist erheblich. Eine deutliche Vereinfachung ergibt sich, wenn der spatio-temporale Faltungsoperator separabel ist und zum Beispiel in unabhängige spatiale und temporale Anteile zerlegt werden kann. In diesem Fall kann die Filtermatrix als Kronecker-Produkt zweier Filtermatrizen A_S bzw. A_T dargestellt werden, die dann die spatiale bzw. temporale Abbildung darstellen:

$$A = A_S \otimes A_T \quad (3.95)$$

Die SVD Zerlegung kann für jede der einzelnen Matrizen durchgeführt werden:

$$\begin{aligned}A &= A_S \otimes A_T \\ &= (U_S \Sigma_S V_S^T) \otimes (U_T \Sigma_T V_T^T) \\ &= (U_S \otimes U_T) (\Sigma_S \otimes \Sigma_T) (V_S \otimes V_T)^T \\ &= U \Sigma V^T\end{aligned}\quad (3.96)$$

Die Kosten der SVD-Berechnung (FLOPS) für eine $N \times N$ Matrix sind von der Größenordnung $O(N^3)$ [GL96]. Wenn der ST-Filteroperator separabel ist, ist die Berechnung der SVD über das Kroneckerprodukt deutlich effizienter.

3.7.1 Klassifikation von inversen Problemen

Mit Hilfe der SVD hat man die Möglichkeit die Schlechtgestellttheit eines Problems quantitativ zu erfassen. Eine Abschätzung, mit der der Einfluss kleiner Änderungen $\delta \mathbf{g} = \mathbf{g}^\varepsilon - \mathbf{g}$ des Filterergebnisses \mathbf{g} auf die Abweichung $\delta \mathbf{f} = \mathbf{f}^\varepsilon - \mathbf{f}$ vom wahren Inversen \mathbf{f} beschrieben werden kann, ist durch folgende Formel gegeben [DH02]:

$$\|\mathbf{f}^\varepsilon - \mathbf{f}\| \leq \kappa_{abs}(A) \|\mathbf{g}^\varepsilon - \mathbf{g}\| \quad \text{mit } \mathbf{g} = A\mathbf{f} \quad (3.97)$$

$\kappa_{abs}(A)$ heißt *absolute Kondition* eines Problems. Ein Problem heißt schlecht gestellt, wenn keine solche Zahl existiert (formal $\kappa_{abs}(A) = \infty$). Analog lässt sich die relative Kondition eines Problems $\kappa_{rel}(A)$ definieren.

$$\frac{\|\delta \mathbf{f}\|}{\|\mathbf{f}\|} \leq \kappa_{rel}(A) \frac{\|\delta \mathbf{g}\|}{\|\mathbf{g}\|} \quad (3.98)$$

Es lässt sich zeigen [DH02], dass für die Abbildung \mathbf{A} , die relative Kondition $\kappa_{rel}(A)$ durch die Kondition $\kappa(A)$ der Matrix A abgeschätzt werden kann. Für quadratische Matrizen ergibt sich:

$$\kappa_{rel}(A) \leq \kappa(A) = \|A\| \|A^{-1}\| \quad (3.99)$$

Eine Erweiterung auf rechteckige Matrizen erhält man mit der folgenden Vorschrift:

$$\kappa(A) = \frac{\max_{\|x\|=1} \|Ax\|}{\min_{\|x\|=1} \|Ax\|} \quad (3.100)$$

Wählt man die Spektralnorm $\|\cdot\|_2$ (siehe Anhang [Abschnitt A.2](#)), so ergibt sich die Kondition einer Matrix A als Quotient des maximalen und des minimalen Singulärwerts der SVD-Zerlegung von A :

$$\kappa_2(A) = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (3.101)$$

Die Kondition einer Matrix ist ein Maß dafür, wie stark sich Störungen bei Anwendung der Matrix im Ergebnis fortpflanzen können. Matrizen mit großer Kondition führen zu *schlecht-konditionierten Problemen*. Hat die Matrix eine kleine Kondition, so wird das Problem als *gut konditioniert* bezeichnet. Ist die Matrix A singulär (d.h. $\text{rank}(A) < \min(M, N)$), so ist die Kondition $\kappa_2(A) = \infty$ und das Problem schlecht gestellt. Je kleiner der Abstand einer Matrix zu einer singulären Matrix ist, desto größer ist ihre Kondition. Ist eine Matrix fast singulär, so bewirkt die große Kondition schlechte Inversionseigenschaften.

3.8 Regularisierungsverfahren

Da bei schlechtgestellten Operatorengleichungen die inverse Abbildung A^+ unstetig ist, führt dieser direkte Weg zu Artefakten in der Lösung, falls die Daten fehlerbehaftet sind und nicht mehr im Definitionsbereich $\mathcal{D}(A^+)$ der Generalisierten Inversen liegen. Regularisierungsverfahren bieten einen Ausweg aus dieser schwierigen Situation, indem sie die Lösung stabilisieren. Dazu approximieren sie den Operator A^+ durch eine Familie stetiger Operatoren, deren Definitionsmenge Y ist. Man kann die Glattheit einer Lösung z.B. durch *a priori* Kriterien (Vorwissen) erzwingen und so eine derartige beschränkte und stetige Inverse erhalten.

Nach Louis [Lou01] ist eine Regularisierung als eine Abbildung $S_\lambda : Y \rightarrow X$ mit dem *Regularisierungsparameter* λ definiert, die punktweise auf dem Definitionsbereich $\mathcal{D}(A^+)$ von A^+ für $\lambda \rightarrow 0$ gegen A^+ konvergiert:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} S_\lambda \mathbf{g} = A^+ \mathbf{g} \quad \text{für } \mathbf{g} \in \mathcal{D}(A^+) \quad (3.102)$$

Falls die Daten \mathbf{g}^ε gestört sind, gilt¹⁹:

$$\|\mathbf{g}^\varepsilon - \mathbf{g}\| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0 \quad (3.103)$$

Dabei ist im Allgemeinen zu erwarten, dass die gestörten Daten nicht mehr im Bild von A liegen ($\mathbf{g}^\varepsilon \notin \text{Bild}(A)$) und die Generalisierte Inverse A^+ aufgrund ihrer Unstetigkeit somit nicht für die Inversion brauchbar ist. Der Regularisierungsoperator S_λ hat für bestimmte $\lambda(\varepsilon, \mathbf{g}^\varepsilon)$ die Eigenschaft, bei abnehmender Fehlergröße ε auch für $\mathbf{g}^\varepsilon \notin \text{Bild}(A)$ gegen $A^+ \mathbf{g}$ zu konvergieren:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \|S_\lambda \mathbf{g}^\varepsilon - A^+ \mathbf{g}\| = 0 \quad \text{für } \mathbf{g} \in \mathcal{D}(A^+), \mathbf{g}^\varepsilon \in Y \quad (3.104)$$

Es besteht dabei die Möglichkeit, auf lineare oder nicht-lineare Regularisierungsoperatoren zurückzugreifen. Hängt der Regularisierungsparameter nur von ε ab ($\lambda = \lambda(\varepsilon)$), so handelt es sich um eine *a priori Parameterwahl*, andernfalls um eine *a posteriori Parameterwahl*. Der gesamte Rekonstruktionsfehler E_{ges} einer linearen Regularisierung ergibt sich zu [Rie03]:

$$E_{ges} = \|A^+ \mathbf{g} - S_\lambda \mathbf{g}^\varepsilon\| \leq \underbrace{\|A^+ \mathbf{g} - S_\lambda \mathbf{g}\|}_{\text{Approximationsfehler}} + \underbrace{\|S_\lambda(\mathbf{g}^\varepsilon - \mathbf{g})\|}_{\text{Datenfehler}} \quad (3.105)$$

E_{ges} ergibt sich aus der Abweichung zwischen dem wahren Wert $\mathbf{f} = A^+ \mathbf{g}$ und dem mit dem Regularisierungsoperator multiplizierten fehlerbehafteten Messwert $g^\varepsilon = g + \varepsilon$. Er lässt sich als Summe eines **Approximationsfehlers** (E_{Approx}) und eines **Datenfehlers** (E_{Daten}) auffassen. E_{Approx} wächst vom Wert Null (bei $\lambda = 0$) über alle Grenzen für $\lambda \rightarrow \infty$. Der Datenfehler hingegen zeigt das umgekehrte Verhalten. Falls das Rauschen $\varepsilon = (\mathbf{g}^\varepsilon - \mathbf{g})$ nicht in $\mathcal{D}(A^+)$ liegt, geht $\|S_\lambda \varepsilon\| \rightarrow \infty$ für $\lambda \rightarrow 0$. Der Rekonstruktionsfehler divergiert somit für $\lambda \rightarrow 0$ als auch für $\lambda \rightarrow \infty$. Er lässt sich im fehlerbehafteten Fall durch Wahl des optimalen Rekonstruktionsparameters λ_{opt} nur minimieren, aber nie zu Null machen (Abbildung 3.16). Dieses Verhalten zeigen alle schlecht gestellten Probleme.

Um schlecht konditionierte Probleme lösen zu können, wurden verschiedene Regularisierungsverfahren entwickelt, von denen hier einige betrachtet werden sollen²⁰.

¹⁹ ε wird auch als Datenrauschen bezeichnet.

²⁰Die Regularisierungsverfahren sind grundsätzlich auch für den Einsatz bei unendlichdimensionalen Inversen Problemen in Hilberträumen geeignet. In diesem Fall ist die transponierte Matrix A^T durch den adjungierten Operator A^* zu ersetzen.

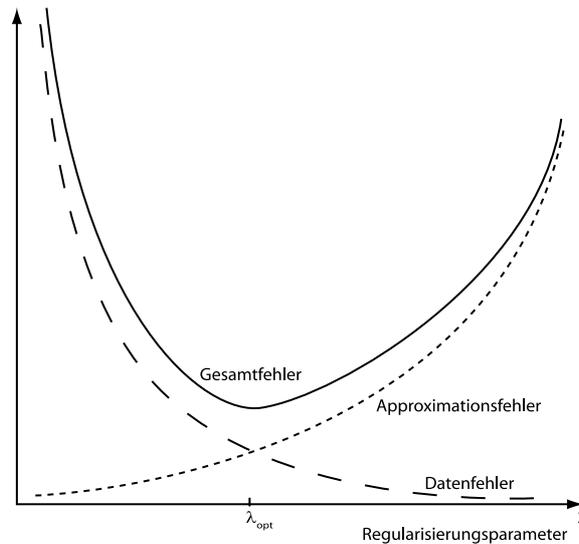


Abbildung 3.16: Dargestellt ist der Gesamtfehler einer Rekonstruktionsaufgabe, der sich als Summe aus Datenfehler und Approximationsfehler ergibt. Diese zeigen gegensätzliches Verhalten bezüglich des Regularisierungsparameters λ . Bei schlecht gestellten Problemen mit verrauschten Daten ist es somit nicht möglich, den Gesamtfehler auf Null zu reduzieren. Stattdessen sucht man den optimalen Regularisierungsparameter λ_{opt} , bei dem der Gesamtfehler ein Minimum aufweist.

3.8.1 Iterative Regularisierungsverfahren

Iterative Methoden generieren eine Folge von Näherungslösungen \mathbf{f}_i . Liegen die Daten ungestört vor, d.h. im Definitionsbereich $\mathcal{D}(A^+)$, so konvergiert die Folge der \mathbf{f}_i gegen die Least-Squares Lösung \mathbf{f}^+ . Bei gestörten Daten ist eine Semikonvergenz zu beobachten, bei der der Fehler zunächst sinkt und anschließend wieder steigt. Die Zahl der Iterationsschritte I übernimmt in diesem Fall die Eigenschaft eines Regularisierungsparameters λ . Der Iterationsvorgang muss im Fehlerminimum der Regularisierung abgebrochen werden (I_{opt}).

Die am weitesten verbreiteten iterativen Verfahren sind das *Conjugate-Gradient* (CG)-Verfahren, das *vorkonditionierte Conjugate-Gradient* (PCG)-Verfahren und die *Landweber Iteration*. Ein weiteres Verfahren ist die *Van Cittert Deconvolution* [BB98]. Diese Verfahren haben gemeinsam, dass die inverse Matrix nie explizit berechnet wird. Die Strukturierung der Iterationsverfahren zur Lösung inverser Probleme soll anhand einer kurzen Betrachtung deutlich gemacht werden.

Conjugate-Gradient Verfahren

Die Methode des konjugierten Gradienten ist wegen ihrer einfachen Form eines der meist benutzten Verfahren um große Gleichungssysteme zu lösen. Trotz dieser Einfachheit ist es in der Lage, anspruchsvolle Aufgaben zu bewältigen. Vom theoretischen Standpunkt betrachtet ist das CG-Verfahren ein Abkömmling des Abstiegsverfahrens entlang des steilsten Gradienten (*steepest descent*).

Sei die zu invertierende Abbildung gegeben durch (Gleichung 3.25):

$$\mathbf{g} = A \mathbf{f} \quad (3.106)$$

Dabei seien $A : X \rightarrow Y$ ein linearer und stetiger Operator, $\mathbf{f} \in X$ das gesuchte Urbild und $\mathbf{g} \in Y$ der gegebene Messwert. Das CG-Verfahren ist in diesem Fall gegeben durch (nach [Rie03]):

$$\begin{array}{l}
\mathbf{r}_0 = \mathbf{g} - A\mathbf{f}_0 \\
\mathbf{p}_1 = \mathbf{d}_0 = A^T \mathbf{r}_0 \\
i = 1 \\
\text{while } (\mathbf{d}_{i-1} \neq 0) \text{ do} \\
\quad \mathbf{q}_i = A\mathbf{p}_i \\
\quad \alpha_i = \frac{\|\mathbf{d}_{i-1}\|^2}{\|\mathbf{q}_i\|^2} \\
\quad \mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{i-1} + \alpha_i \mathbf{p}_i \\
\quad \mathbf{r}_i = \mathbf{r}_{i-1} - \alpha_i \mathbf{q}_i \\
\quad \mathbf{d}_i = A^T \mathbf{r}_i \\
\quad \beta_i = \frac{\|\mathbf{d}_i\|^2}{\|\mathbf{d}_{i-1}\|^2} \\
\quad \mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{d}_i + \beta_i \mathbf{p}_i \\
\quad i = i + 1 \\
\text{end}
\end{array}
\quad (\text{CG-Algorithmus}) \quad (3.107)$$

Man bricht ab, wenn der Gradient $\mathbf{d}_{i-1} = 0$ ist. Das CG-Verfahren gehört zu den Krylow-Unterraum-Methoden. Bei vorkonditionierten Conjugate-Gradient-Verfahren (*Preconditioned Conjugate Gradient*, PCG) versucht man die Konvergenzgeschwindigkeit des CG-Verfahrens für schlecht-konditionierte Matrizen A zu verbessern. Dazu geht man von einem verwandten Gleichungssystem aus:

$$\begin{aligned}
\mathbf{g} &= A C^{-1} \mathbf{C} \mathbf{f} \\
\mathbf{g} &= (A C^{-1}) (\mathbf{C} \mathbf{f}) = A' \mathbf{f}'
\end{aligned}
\quad (3.108)$$

Dabei ist C so zu wählen, dass $\mathbf{C} \mathbf{f} = \mathbf{g}$ leicht zu lösen ist. Das CG-Verfahren ist anschließend mit den neuen Variablen $\mathbf{g}, A', \mathbf{f}'$ durchzuführen. Nach Ende der Iteration erhält man \mathbf{f} durch $\mathbf{f} = C^{-1} \mathbf{f}'$.

Landweber Iteration

Die Landweber Iteration ist ein weiteres iteratives Verfahren und im Gegensatz zum CG-Verfahren linear für den Fall, dass gilt: $0 < \omega < \frac{2}{\|A\|^2}$. Ausgangspunkt ist die Aufstellung der Fixpunktgleichung:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f} + \omega A^T (\mathbf{g} - A \mathbf{f}) \quad (3.109)$$

ω stellt dabei einen Dämpfungsparameter dar. Aus der Fixpunktgleichung lässt sich die Landweber-Iteration herleiten zu [Rie03]:

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_{i+1} &= \mathbf{f}_i + \omega A^T (\mathbf{g} - A \mathbf{f}_i) \\
\iff \mathbf{f}_{i+1} &= (I - \omega A^T A) \mathbf{f}_i + \omega A^T \mathbf{g}
\end{aligned}
\quad (3.110)$$

Das Landweber-Verfahren konvergiert gegen unterschiedliche Grenzwerte abhängig davon, ob \mathbf{g} innerhalb oder außerhalb des Definitionsbereichs $\mathcal{D}(A^+)$ der Generalisierten Inversen liegt:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \mathbf{f}_i = \begin{cases} A^+ \mathbf{g} + P_{\text{Kern}(A)} \mathbf{f}_0 & : \mathbf{g} \in \mathcal{D}(A^+) \\ \infty & : \mathbf{g} \notin \mathcal{D}(A^+) \end{cases}$$

Dabei bezeichnet \mathbf{f}_0 den Startwert der Iteration und $P_{\text{Kern}(A)}$ den Projektionsoperator auf den Kern von A . Wenn $\mathbf{g} \notin \mathcal{D}(A^+)$ gilt, dann kann eine Semikonvergenz beobachtet werden, bei der der Rekonstruktionsfehler zunächst sinkt und später wieder ansteigt. Bei der Landweber Iteration übernimmt also die Iterationzahl die Rolle des Regularisierungsparameters. Der optimale Regularisierungsparameter liegt im Minimum des Fehlerverlaufs vor.

Man erkennt, dass sowohl bei dem CG-Verfahren als auch bei der Landweber-Iteration der ursprüngliche Abbildungsoperator A in die Berechnung der Lösungsfolge \mathbf{f}_i eingeht. Zur Berechnung der Inversen müssen also unter Umständen viele Vektor-Matrix-Multiplikationen durchgeführt werden, was für einen echtzeitfähigen Lernvorgang zu zeitlichen Problemen führen kann.

3.8.2 Direkte Inversionsverfahren

Direkte Inversionsverfahren haben den Vorteil, dass schon vor RE-Trainingsbeginn die zum Abbildungsoperator A zugehörige (Pseudo-) Inverse A^+ berechnet und auch abgespeichert werden kann. Zur Berechnung des invertierten Wertes ist nur eine Multiplikation erforderlich. Dafür ist die Berechnung der Inversen in der Regel sehr aufwändig. Der Rechenaufwand für eine vollständige SVD-Zerlegung²¹ einer Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ($m > n$) ist von der Größenordnung $O(n, m) = 4m^2n + 8mn^2 + 9n^3$ (Golub-Reinsch Algorithmus [GL96]). Die Berechnung der Generalisierten Inversen im Vorfeld entspricht dem Training des Neuronalen Netzes des Inverter-Moduls (s. [Unterabschnitt 2.2.5](#)).

Abgeschnittene Singulärwert-Zerlegung

Eine sehr einfache direkte Regularisierungsmethode ist die abgeschnittene Singulärwertzerlegung (*Truncated Singular Value Decomposition*, TSVD). Bei diesem Verfahren vernachlässigt man Singulärwerte σ_i ([Gleichung 3.94](#)), die kleiner als eine festgelegte Grenze λ sind. Diese kleinen Singulärwerte sind wegen ihres Vorkommens im Nenner für die starke Verstärkung von Rauschen verantwortlich. Die TSVD ergibt sich somit zu:

$$S_\lambda \mathbf{g} = \sum_{i=1}^k \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{g}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad , \text{ da } \sigma_k > \lambda > \sigma_{k+1} \quad (\text{TSVD}) \quad (3.111)$$

Der Wert λ spielt in diesen Fall die Rolle des Regularisierungsparameters. Das Verfahren kann verallgemeinert werden, indem man den Beitrag der Komponenten $\sigma_i < \lambda$ dämpft, anstatt ihn völlig zu vernachlässigen [[Lou01](#)]:

$$S_k \mathbf{g} = \sum_{i=1}^r F_\lambda(\sigma_i, \mathbf{g}) \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{g}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i \quad (3.112)$$

F_λ wird als regularisierendes Filter bezeichnet. Hängt F_λ nicht von \mathbf{g} ab, so wird das Regularisierungsverfahren als linear, andernfalls als nichtlinear bezeichnet.

Phillips-Tikhonov-Regularisierung

Zu Beginn der sechziger Jahre des 20. Jahrhundert haben Tikhonov und Phillips unabhängig voneinander ein Verfahren zur Lösung Fredholm'scher Integralgleichungen der ersten Art entwickelt [[Tik63](#)] [[Phi62](#)]. Die Bedingung der kleinsten Quadrate ([Gleichung 3.85](#)) verlangt nur, dass das Fehlerfunktional ([Gleichung 3.57](#)) $J(\mathbf{f}) = \|\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g}\|^2$ minimiert wird. Möchte man zusätzlich erreichen, dass die Lösung sich möglichst 'glatt' verhält, so muss man dies als Zusatzbedingung an das Minimierungsproblem stellen. Dies kann man z.B. erreichen, indem man starke Variationen der Lösung bestraft. Das zu minimierende Fehlerfunktional resultiert als Summe aus dem alten Fehlerfunktional und dem mit dem Quadrat des Regularisierungsparameters gewichteten Strafterm $\Omega(\mathbf{f})$:

$$J_\lambda(\mathbf{f}) = \|\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g}\|^2 + \lambda^2 \Omega(\mathbf{f}) \quad (3.113)$$

Dabei ergibt sich $\Omega(\mathbf{f})$ meist aus einem Differentialoperator der auf \mathbf{f} angewendet wird:

$$\Omega(\mathbf{f}) = \|D\mathbf{f}\|^2 \quad (3.114)$$

Mit Hilfe des Regularisierungsparameters λ lässt sich hier die Gewichtung zwischen der Stärke der Dämpfung und der Genauigkeit der Lösung einstellen.

Tikhonov wählte für D den Identitätsoperator $D = I$, so dass sich der Strafterm ergibt zu:

$$\Omega(\mathbf{f}) = \|D\mathbf{f}\|^2 = \|\mathbf{I}\mathbf{f}\|^2 = \|\mathbf{f}\|^2 \quad (3.115)$$

²¹In diesem Zusammenhang soll 'vollständig' bedeuten, dass nicht nur einzelne Matrizen, sondern V , Σ und U berechnet werden.

Bei dieser Wahl wird somit der Betrag, d.h. im endlichdimensionalen Fall die Länge des Vektors \mathbf{f} , bestraft. Phillips wählte die Norm der zweiten Ableitung, was zu einer Bestrafung einer allzu großen Variabilität innerhalb der Lösung führt und diese somit glättet.

$$\Omega(\mathbf{f}) = \|D_2\mathbf{f}\|^2 \quad \text{mit} \quad [D_2\mathbf{f}](x) = \frac{d^2}{dx^2}\mathbf{f}(x) \quad (3.116)$$

Diese kann im diskreten, eindimensionalen Fall durch eine Matrix D_2 approximiert werden:

$$D_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.117)$$

Üblich ist auch die Verwendung der ersten Ableitung der Lösung als Strafterm:

$$\Omega(\mathbf{f}) = \|D_1\mathbf{f}\|^2 \quad \text{mit} \quad [D_1\mathbf{f}](x) = \frac{d}{dx}\mathbf{f}(x) \quad (3.118)$$

Dies führt im diskreten, eindimensionalen Fall auf die Matrixapproximation:

$$D_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.119)$$

Die beiden Matrizen sind Spezialfälle der oben diskutierten Toeplitzmatrizen. Für eine Bildung eines Strafterms für die spatio-temporalen Ergebnisvektoren der Inversion muss eine Erweiterung der eindimensionalen D -Matrizen auf den dreidimensionalen Fall erfolgen.

Aus der Forderung der Minimierung des Fehlerfunktionals im Fall $D = I$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} J_\lambda(\mathbf{f}) &= \|\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g}\|^2 + \lambda^2 \|\mathbf{f}\|^2 \stackrel{!}{=} \min \\ \Rightarrow J_\lambda(\mathbf{f}) &= (\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g})^T (\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g}) + \lambda^2 \mathbf{f}^T \mathbf{f} \stackrel{!}{=} \min \\ \Rightarrow \nabla_{\mathbf{f}} J_\lambda(\mathbf{f}) &= 0 \\ \Rightarrow 0 &= 2\mathbf{A}^T \mathbf{A}\mathbf{f} - 2\mathbf{A}^T \mathbf{g} + 2\lambda^2 \mathbf{f} \\ \Rightarrow \mathbf{f} &= (\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{g} \\ \Rightarrow \mathbf{f} &= S_\lambda \mathbf{g} \end{aligned} \quad (3.120)$$

Für $\lambda = 0$ geht der Regularisierungsoperator S_λ in die normale Moore-Penrose-Pseudoinverse über. Die Phillips-Tikhonov-Regularisierung kann in manchen Fällen als SVD mit regularisierendem Filter geschrieben werden ([Gleichung 3.112](#)). Im Fall $D = I$ erhält man für das Filter [[Lou01](#)]:

$$F_\lambda(\sigma_i) = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda^2}$$

Es besteht die Möglichkeit, auf eine ähnliche Art und Weise *a priori* Information einfließen zu lassen. Man kann die Abweichung von einem im Voraus bekannten Erwartungswert $\bar{\mathbf{f}}$ bestrafen. Es resultiert in diesem Fall [[Hol02](#)]:

$$\mathbf{f} = \bar{\mathbf{f}} + (\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{g} - \mathbf{A}\bar{\mathbf{f}}) \quad (3.121)$$

Hier lässt sich der regularisierte Operator nicht vollständig als eigenständige Matrix darstellen, sondern nur formal. Die Einführung zweier *a priori* Zielwertvorgaben, um beispielsweise die beiden Grauwertstufen $\bar{\mathbf{f}}_1 = 0$ und $\bar{\mathbf{f}}_2 = 255$ eines reinen SW-Ergebnisbildes der Inversion als Vorwissen

in den Regularisierungsoperator einzubauen, führt auf dasselbe Ergebnis, wie der Fall mit einem einzigen Wert von $\frac{\bar{\mathbf{f}}_1 + \bar{\mathbf{f}}_2}{2} = \bar{\mathbf{f}} = 127.5$.

Im Fall der diskreten Ableitungsmatrizen D_1 bzw. D_2 ergibt sich:

$$\begin{aligned}\mathbf{f} &= (A^T A - \lambda^2 D_i^T D_i)^{-1} A^T \mathbf{g} & i = 1, 2 \\ \mathbf{f} &= S_{D_i, \lambda} \mathbf{g}\end{aligned}\quad (3.122)$$

In diesem Fall lässt sich der regularisierte Inverse Operator $S_{D_i, \lambda}$ in einem Schritt auf den Datenvektor \mathbf{g} anwenden. Es besteht die Möglichkeit unterschiedliche Straffunktionale $\Omega_i(\mathbf{f})$ mit jeweils eigenen Regularisierungsparametern λ_i zu verbinden [ZGB05]:

$$J_\lambda(\mathbf{f}) = \|\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g}\|^2 + \sum_i \lambda_i^2 \Omega_i(\mathbf{f}) \quad (3.123)$$

Die hier vorgestellten Regularisierungsverfahren sind zunächst nur für lineare Inverse Probleme geeignet. Erweiterungen auf nichtlineare Inverse Probleme findet man beispielsweise bei Rieder [Rie03]. Die Vorgehensweise ist im nichtlinearen Fall sehr problemabhängig. Meist wird eine Linearisierung des Problems durchgeführt.

Parametrisiertes Wiener Filter

Die *Wiener Filter Methode* ist eines der verbreitetsten Bildrestaurierungsverfahren, die auf statistischen Methoden aufbauen [AH77]. Wählt man als Strafterm $\Omega(\mathbf{f}) = \left\| \Phi_f^{-1/2} \Phi_n^{1/2} \mathbf{f} \right\|^2$, so ergibt sich als regularisierendes Filter das parametrisierte Wiener Filter W_λ :

$$\begin{aligned}\mathbf{f} &= (A^T A - \lambda \Phi_f^{-1} \Phi_n)^{-1} A^T \mathbf{g} \\ \mathbf{f} &= W_\lambda \mathbf{g}\end{aligned}$$

Φ_f bzw. Φ_n stellen die Kovarianzmatrizen von Bildsignal bzw. Rauschen dar. Diese sind *a posteriori* berechenbar. Für die Anwendung im Rahmen der RE-Umgebung ist das Verfahren nicht geeignet, da die Störungen des Bildes \mathbf{g} nicht auf additive Rauschprozesse, sondern auf Änderung der Filterparameter zurückgehen.

3.8.3 Wahl des Regularisierungsparameters

Mit Hilfe des Regularisierungsparameters λ kann der Einfluss des Regularisierungsverfahrens auf die Lösung gesteuert werden. Bei einem zu kleinen Wert überwiegt der Einfluss der verrauschten Daten. Wird er zu groß gewählt, so wird die Lösung zu "glatt" (Abbildung 3.16). Die Wahl des optimalen Regularisierungsparameters ist somit von zentraler Bedeutung. Prinzipiell gibt es mehrere Verfahren, die einen optimalen Regularisierungsparameter liefern. Zwei generelle Ansätze können dabei unterschieden werden:

- Der Datenfehler der Messung $\|\mathbf{g}^\varepsilon - \mathbf{g}\| = \|\delta \mathbf{g}\|$ ist bekannt. In diesem Fall kann beispielsweise das Morozov'sche Diskrepanzprinzip [Mor68] für die Bestimmung des Regularisierungsparameters herangezogen werden. Dieses geht davon aus, dass man bei der Rekonstruktion der Daten keine größere Genauigkeit erzielen kann, als der Datenfehler es erlaubt: $\|\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{g}\| = \|\delta \mathbf{g}\|$. Der exakte Datenfehler ist unbekannt und wird durch die Standardabweichung der Messfehler σ abgeschätzt. Der Regularisierungsparameter wird anschließend so gewählt, dass gilt: $\|\mathbf{A}\mathbf{f}_\lambda - \mathbf{g}\| = \sigma$
- Im zweiten Fall ist der Messfehler der Daten unbekannt. Ein mögliches Verfahren zur Bestimmung des optimalen Regularisierungsparameters ist hier die *L-Kurven Methode*, die von Hansen entwickelt wurde [HO93].

Ziel der Inversion der spatio-temporalen Filterung ist die Erzeugung eines Inverter Moduls mit einer festen (inversen) Abbildung, so dass ein Test von Retina Encoder Trainingsverfahren

möglich wird. Im Gegensatz zu den typischen Anwendungsbereichen der Regularisierungsverfahren (Geophysik) treten hier zwei zentrale Unterschiede auf. Zum Einen ist kein expliziter, durch eine Messung verursachter Rauschprozess gegeben. Der Datenfehler kommt durch falsche Filterparameter des Retina Encoders zustande. Zum Anderen steht bei der Bestimmung des Regularisierungsparameters der Inverter-Modul-Abbildung der korrekte Stimulus zur Verfügung, so dass der Rekonstruktionsfehler direkt bestimmt werden kann. Den optimalen Regularisierungsparameter kann man also durch Betrachtung des Minimums des Rekonstruktionsfehlers in Abhängigkeit von λ bestimmen.

3.9 Andere Inversionsverfahren

3.9.1 Inversion mit Vorwissen

Die vorherigen Abschnitte zeigen, dass die Inversion der spatio-temporalen Filterung auf die Lösung eines unter Umständen schlecht konditionierten linearen Gleichungssystems zurückzuführen ist. Die Regularisierungsverfahren versuchen die Lösung zu stabilisieren, wenn die Daten nur ungenau vorliegen. Dazu werden gewisse Annahmen über die Eigenschaften der Lösung gemacht (z.B. Glattheit).

Wenn bekannt ist, dass die Eingangsmuster aus einem sehr stark eingeschränkten Raum stammen (z.B. reine schwarz-weiße Muster), so kann man diese Information in das Gleichungssystem (Gleichung 3.94) einbauen. Die möglichen SW-Hexagonwerte des Stimulus seien mit $\mathbf{f}_i = \pm 1$, $i = 1 \dots N$ kodiert. Man erhält somit neben den N Gleichungen $\mathbf{f} = A^+ \mathbf{g}$ zusätzliche N Gleichungen der Form:

$$(\mathbf{f}_i)^2 = 1 \quad , i = 1 \dots N \quad (3.124)$$

Dadurch wird das Gleichungssystem nichtlinear, was den Einsatz nichtlinearer Regularisierungsverfahren erfordert.

Eine andere Möglichkeit ist die Anwendung des Verfahrens von Chrétien und Corset [CC02] für die Rekonstruktion binärer Signale mittels Eigenwert-Optimierung²².

3.9.2 Neuronale Netze

Der Vollständigkeit halber soll hier ein kurzer Überblick über den Einsatz Neuronaler Netze im Bereich der Inversen Probleme und im Speziellen beim Training eines lernfähigen Retina Encoders gegeben werden.

Im Laufe der Jahre wurden wiederholt auch verschiedene Neuronale Netztypen²³ im Bereich der Inversen Probleme erfolgreich eingesetzt. Scabassi *et al.* [SSS01] verwendeten Neuronale Netze für die intracraniale Quellenlokalisation bei EEG-Aufnahmen. Roth *et al.* [RT94] setzten Neuronale Netze zur Inversion seismischer Daten ein. Wang *et al.* [WUK99] nutzten RBF-Netze zur Lösung des Inversen Streuproblems. Auch in der Bildverarbeitung existieren einige Beispiele, bei denen Neuronale Netze für die Bildrekonstruktion/ -restauration eingesetzt wurden. Sun [Sun00] setzte beispielsweise Hopfield-Netze für Bildrekonstruktionsaufgaben ein. Weitere Ansätze sind bei Zhou *et al.* [ZCVJ88] und Tansley *et al.* [TOM96] zu finden.

In den genannten Fällen finden die Neuronale Netze Anwendung als universelle Funktionsapproximatoren. Im Vergleich mit anderen Inversionsverfahren haben die Neuronalen Netze einige Vor- und Nachteile. Als Vorteil kann die schnelle Berechnung des Ergebnisses angesehen werden, wenn ein fertig trainiertes Neuronales Netz vorliegt. Ein weiterer Vorteil ist die intrinsische Beschränktheit des Netzergebnisses, wenn man z.B. sigmoide Aktivierungsfunktionen verwendet. Sieht man von nicht-differenzierbaren Aktivierungsfunktionen ab, so ist die Netzausgabe

²²Eine Beschränkung der Stimuluswerte auf ganze ($\mathbf{f}_i \in \mathbb{Z}$, $i = 1 \dots N$) oder natürliche Zahlen ($\mathbf{f}_i \in \mathbb{N}$, $i = 1 \dots N$) führt im Falle ebenfalls ganzzahliger Koeffizienten auf ein *lineares diophantisches Gleichungssystem*. Dieses kann beispielsweise durch den *Erweiterten Euklidischen Algorithmus* gelöst werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dieses Verfahren nicht betrachtet, da es die Wahl der ST-Filterparameter und Stimuluswert zu stark beschränkt.

²³Gute Einführungen in das Gebiet der Neuronalen Netze findet man bei Zell [Zel94] und Haykin [Hay98].

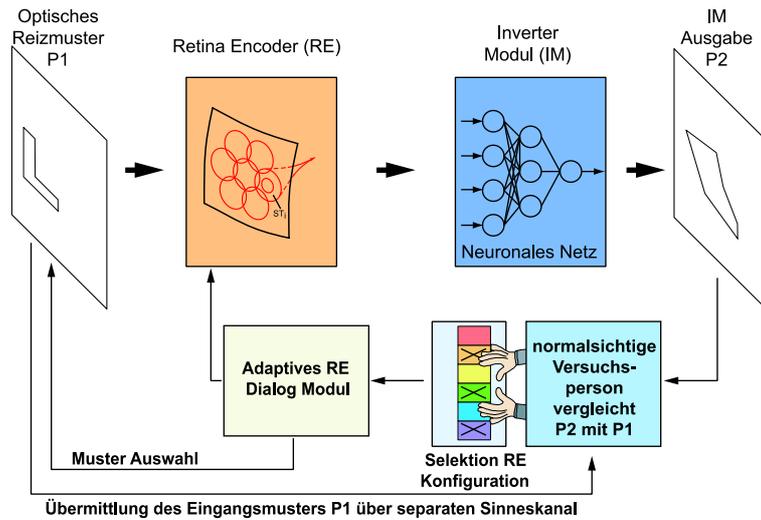


Abbildung 3.17: Retina Encoder Lernumgebung mit einem Neuronalen Netz als Inverter Modul.

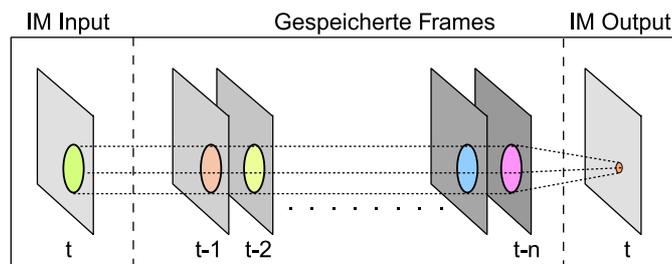


Abbildung 3.18: Eingangsdaten des Neuronalen Netzes im Inverter Modul (nach [BBE98a])

auch stetig von der Netzeingabe abhängig. Ein Neuronales Netz wirkt somit regularisierend (s.a. [GJP95, Hay98]).

Als Nachteil der Neuronalen Netze ist der Umstand anzusehen, dass Wissen über die Filter-Abbildung schwierig einzubinden ist. Weiterhin ist die Suche der richtigen Netzwerktopologie sowie eines geeigneten Lernverfahrens nicht trivial.

Einsatz Neuronaler Netze für die ST-Filter Inversion

Wie bereits in der Einleitung dargestellt, basierten die ersten Inversionsansätze der ST-Filterung durch den Retina Encoder ebenfalls auf Neuronalen Netzen. Als Inverter Modul (s. [Abbildung 3.17](#)) kamen hier verschiedene Neuronale Netztypen zum Einsatz [Wal98, BBE98a]. Als Eingang für das Neuronale Netz dienten die RE-Ausgangsdaten über einige Frames (s. [Abbildung 3.18](#)). Diese mussten dafür zwischengespeichert werden. Das Training der Neuronalen Netze erfolgte überwacht mittels Backpropagation-of-Error bzw. Evolutionärer Algorithmen. Als Trainingsdaten dienten eine Stimulus-Sequenz und der zugehörige Retina Encoder Ausgangsdatenstrom (s.a. [Unterabschnitt 2.2.5](#)).

Kapitel 4

Visuelles System

Das Sehsystem ist der wichtigste sensorische Wahrnehmungskanal des Menschen. Dem visuellen System zugeordnete Bereiche machen einen Großteil des Gehirns aus. Ohne den Sehsinn würden wir große Schwierigkeit haben, uns in unserer Umwelt zurechtzufinden, und wir könnten uns nur unsicher bewegen. Die Komplexität der dahinterstehenden Informationsverarbeitung ist uns meist nicht bewusst. So muss das visuelle System Objekte unterschiedlichster Art (z.B. Gesichter) unabhängig von Beleuchtung, Entfernung, Position, Bewegungszustand und dreidimensionaler Orientierung erkennen können. Erst bei z.B. krankheitsbedingten Defekten des Sehsystems wird uns die Komplexität der dahinterstehenden Informationsverarbeitung bewusst.

Der nachfolgende Überblick über die wichtigsten Aspekte der visuellen Informationsverarbeitung dient dazu, ein genaueres Bild zu den beiden in der Einleitung erwähnten Abbildungen **F1** und **F2** zu geben. Als Schnittstelle zwischen den beiden Abbildungen ist der Ausgang der Retina zu sehen.

4.1 Aufbau des Auges

In **Abbildung 4.1** ist ein Querschnitt des menschlichen Auges dargestellt. Das Auge ist das erste Element des menschlichen Sehsystems. Es dient dazu, die von äußeren Objekten reflektierte oder erzeugte elektromagnetische Strahlung im sichtbaren Wellenlängenbereich (ca. 400-750 nm) aufzunehmen und in bioelektrische Signale umzuwandeln. Aus Perspektive der Optik bildet das Auge einen dioptischen Apparat mit einem zusammengesetzten Linsensystem. Das von einem Objekt einfallende Licht wird durch Kornea, Linse und andere Elemente so gebrochen, dass ein reelles Bild des Objektes auf der Retina entsteht. Die Brechkraft der Linse ist dabei durch Kontraktion der mit ihr über die Zonulafasern verbundene Ziliarmuskulatur veränderbar. So ist es möglich, Objekte, die sich in verschiedenen Entfernungen vor dem Auge befinden, zu fokussieren. Die optische Abbildung hat die Eigenschaft, dass das Bild auf der Retina im Vergleich zum ursprünglichen Bild um 180°gedreht ist. Die sechs äußeren Augenmuskeln sorgen dafür, dass es möglich ist, ein Objektbild, das sich nicht im Bereich des schärfsten Sehens (*Fovea*) befindet, dorthin zu verschieben (*fovealisieren*). Durch Veränderung der Irisblende, deren Öffnung die Pupille darstellt, kann die in das Auge einfallende Lichtmenge reguliert werden.

4.2 Aufbau der menschlichen Retina

Die Retina (**Abbildung 4.2**), die den hinteren Teil des Augapfels von innen auskleidet, ist durch die *Membrana limitans interna* (M.l.i.) vom Glaskörper getrennt. Die Retina besteht aus drei Schichten von Nervenzellkörpern, den sogenannten Körnerschichten. Zwischen diesen liegen zwei Schichten von Axonen und Dendriten, die *äußere plexiforme* und die *innere plexiforme Schicht*, in denen sich die synaptischen Verbindungen zwischen den Nervenzellschichten befinden. Die erste

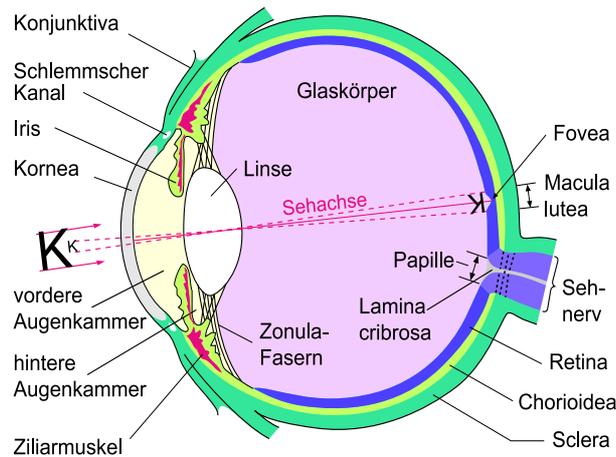


Abbildung 4.1: Das menschliche Auge im Querschnitt (nach [ST95])

Nervenzellkorperschicht, die *äußere Körnerschicht*, wird durch die lichtempfindlichen Photorezeptoren gebildet. Diese sind mit ihren Außensegmenten, d.h. ihrem photosensitiven Teil, mit dem *Pigmentepithel* verbunden. Das Pigmentepithel absorbiert mit seinem schwarzen Pigmentfarbstoff Melanin von den Photorezeptoren nicht aufgenommenes, überschüssiges Licht und verhindert so, dass störende Reflexionen innerhalb des Auges auftreten. Außerdem ist das Pigmentepithel für den Regenerationsprozess der Photorezeptoren verantwortlich. Im Besondern ist es für den Abbau abgeschnürter Photorezeptoraußensegmente zuständig. Hinter dem Pigmentepithel befindet sich die *Chorioidea* mit dem Gefäßsystem und die *Sclera*, die eine recht robuste mechanische Hülle des Auges bildet.

Die zweite Nervenzellkorperschicht, die *innere Körnerschicht*, besteht aus *Horizontalzellen*, *Bipolarzellen* und *amakrinen Zellen*. Im Anschluss an die innere Körnerschicht kommt die dritte und letzte Nervenzellschicht, die aus Ganglienzellen besteht. In das Auge fallendes Licht muss zunächst alle Zellschichten durchqueren, bevor es auf die Photorezeptoren trifft, die die lichtempfindliche Zellschicht der Netzhaut bilden. Diese absorbieren elektromagnetische Strahlung des sichtbaren Wellenlängenbereichs und erzeugen entsprechend ein kontinuierliches elektrisches Membranpotential (*Transduktion*). Diese Signale werden an die Neuronen der zweiten Schicht weitergegeben, dort verarbeitet und an die Ganglienzellen weitergeleitet, die die letzte Verarbeitungsstufe innerhalb der Retina bilden und deren Axone das Auge schließlich als Sehnerv verlassen.

Innerhalb der Retina konnten bis zu 55 verschiedene Zelltypen gefunden werden [Mas01]. Von diesen sollen im Folgenden die wichtigsten Klassen erläutert werden.

4.2.1 Photorezeptoren

Es gibt in der menschlichen Netzhaut zwei Arten von Photorezeptoren: Stäbchen und Zapfen. Die Zahl der Stäbchen beträgt ca. 120 Mio. [ST95]. Ihr Absorptionsmaximum für elektromagnetische Strahlung liegt bei etwa $\lambda = 500 \text{ nm}$. Die Stäbchen sind wesentlich lichtempfindlicher als die Zapfen und sind damit besser geeignet für das Sehen in der Dämmerung und bei Nacht (skotopisches Sehen). Da sie nur für eine Wellenlänge sensitiv sind, ist mit ihnen keine Farbwahrnehmung möglich, sondern nur monochromatisches Sehen.

Die erste Stufe der Farbverarbeitung in der menschlichen Retina basiert auf der Absorption von Licht durch drei Zapfentypen in der Retina und ist seit dem 19. Jahrhundert bekannt [You02, Hel52]. Die etwa 6 Mio. Zapfen werden aufgrund ihrer Empfindlichkeit für verschiedene Wellenlängen in drei Gruppen eingeteilt: S-Typ (Blaurezeptor), M-Typ (Grünrezeptor) und L-Typ (Rotrezeptor). Sie sind für das Sehen am Tage verantwortlich (*photopisches Sehen*). Die unterschiedliche Farbempfindlichkeit ist auf unterschiedliche Absorptionseigenschaften des Rhodopsins

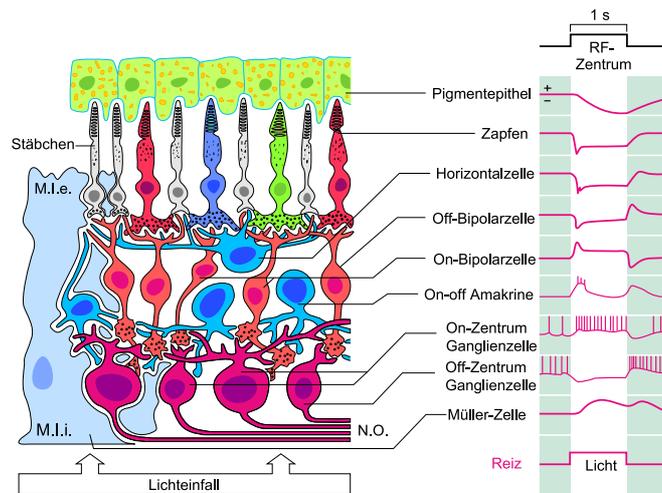


Abbildung 4.2: Aufbau der menschlichen Retina mit Reizantworten der verschiedenen Zelltypen (nach [ST95])

in den Außensegmenten der Zapfen zurückzuführen. Der Blaurezeptor hat sein Absorptionsmaximum bei ca. $\lambda = 420 \text{ nm}$, der Grünrezeptor bei ca. $\lambda = 534 \text{ nm}$ und der Rotrezeptor bei ca. $\lambda = 564 \text{ nm}$. Die größte Dichte der Zapfen (ca. 4 Mio.) befindet sich in einem etwa 5° großen Bereich in der Nähe der Fovea. Die Dichte der Zapfen nimmt mit dem Abstand zur Fovea ab. Die Verteilung der Stäbchen unterscheidet sich davon stark. Im Bereich der Fovea befinden sich keine Stäbchen. Ihre Dichte ist hingegen in der Peripherie am größten (siehe [Abbildung 4.3](#)).

Die Anordnung der Zapfen im Bereich der Fovea ist hexagonal und entspricht damit der dichtesten zweidimensionalen Packung. Allerdings ist die Verteilung nicht gleichmäßig bzgl. der Anzahl der verschiedenen Zapfentypen (siehe [Abbildung 4.4](#)). Der für kurzwelliges Licht empfindliche S-Typ ist stark unterrepräsentiert. Die Durchmesser der Zapfen betragen ca. $1 - 4 \mu\text{m}$. Im fovealen Bereich ist der Zapfendurchmesser mit durchschnittlich $2 \mu\text{m}$ am geringsten [ST95]. Dies entspricht etwa 0.4 Winkelminuten.

4.2.2 Neuronen der inneren Körnerschicht

Der Signalfluss von der Photorezeptorschicht hin zur Ganglienzellschicht läuft über die mittlere Zellkörperschicht. Es können dabei ein *direkter* Signalfluss und ein *lateral*er Signalfluss unterschieden werden. Der direkte Signalfluss geht von den Photorezeptoren über die Bipolarzellen direkt zu den Ganglienzellen. Der laterale Signalfluss hingegen läuft von den Photorezeptoren zuerst über Interneurone wie Horizontalzellen oder amakrine Zellen zu den Bipolarzellen bzw. Ganglienzellen. Eine Bipolarzelle bildet deshalb überwiegend vertikale Verbindungen, beispielsweise von wenigen Photorezeptoren zu einer Ganglienzelle. Die Horizontalzellen hingegen haben hauptsächlich laterale Verbindungen zu vielen Photorezeptoren und auch zu benachbarten Horizontalzellen. Amakrine Zellen haben, ähnlich zu den Horizontalzellen, überwiegend laterale Verknüpfungen. Über diese lateralen Verbindungen sind in diesem Fall die Ganglienzellen untereinander verbunden [ST95].

4.2.3 Ganglienzellen

Die etwa eine Million Ganglienzellen der Retina bilden die dritte Nervenzellschicht der Retina. Ihre Dichte nimmt ähnlich der der Zapfenrezeptoren von der Fovea hin zur Peripherie ab. Im Durchschnitt beträgt die Zahl der Photorezeptoren, die auf eine Ganglienzelle kommen, etwa 300. In der Fovea, die nur einen Bereich von etwa 1 mm Durchmesser einnimmt, ist dieses Verhältnis

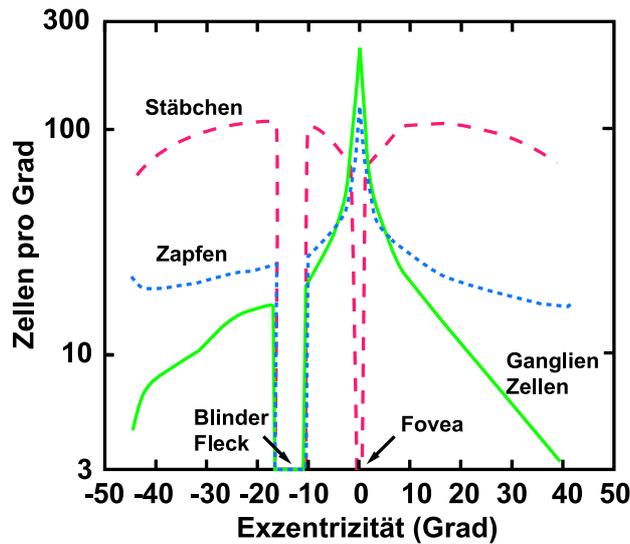


Abbildung 4.3: Dichte von Stäbchen, Zapfen und Ganglienzellen in der menschlichen Retina als eine Funktion der Exzentrizität entlang des horizontalen Meridians (nach [CA90] und [CSKH90])

jedoch ungefähr 1:1. Die Stäbchen konvergieren dabei stärker als die Zapfen. Durchschnittlich erhält eine retinale Ganglienzelle Signale von 120 Stäbchen, aber nur von sechs Zapfen.

Die Axone der Ganglienzellen, die zusammen den Sehnerv (*Nervus opticus*, N.O.) bilden, transportieren schließlich das Ergebnis der retinalen Verarbeitung des einfallenden optischen Reizes weiter an das Zentrale Sehsystem. Der Sehnerv verlässt an der Papille (Blinder Fleck) gemeinsam mit den für die Versorgung zuständigen Blutgefäße das Auge. Die retinale Informationsverarbeitung ist von den Photorezeptoren bis hin zu den Ganglienzellen durchweg elektrotonisch, d.h. dass die Zellen auf Reize mit Schwankungen ihres Membranpotenzials reagieren und entsprechend Neurotransmitter freisetzen. Erst die Ganglienzellen kodieren visuelle Reize mittels asynchroner Folgen von Aktionspotenzialen (siehe auch [Abbildung 4.2](#) rechts).

Die Ganglienzellen der Retina kommen in verschiedenen Ausführungen vor. Diese Ganglienzelltypen können anhand ihrer Morphologie, ihrem Antwortverhalten auf Lichtreize als auch hinsichtlich der unterschiedlichen Zielbereiche ihrer Axone im seitlichen Kniehöcker im Thalamus (CGL) differenziert werden. So unterscheidet man aufgrund der Morphologie hauptsächlich zwei Klassen von Ganglienzellen: kleine *P-Zellen* (von *parvus* für klein) und große *M-Zellen* (von *magnus* für groß)¹. Die M-Zellen zeichnen sich durch ein großes Zellsoma sowie große Dendritenfelder aus. Sie haben große rezeptive Felder. P-Zellen hingegen haben kleinere Zellkörper und weniger große Dendritenfelder, was zu kleineren RFs führt².

Weiterhin existiert ein Unterschied hinsichtlich des Antwortverhaltens der beiden Zelltypen auf spatio-temporale Lichtreize, auf den im nächsten Abschnitt eingegangen wird. Ausführliche Beschreibungen zu Anatomie und Funktion der Netzhaut und ihrer Zellen finden sich beispielsweise bei [KSJ00].

4.2.4 Rezeptive Felder retinaler Ganglienzellen

Die ersten Untersuchungen an retinalen rezeptiven Feldern gehen auf Hartline [Har38] zurück, der bei der Untersuchung von einzelnen Zellfasern des optischen Nerves bei Fröschen feststellte, dass die Beleuchtung von nur kleinen, lokalen Bereichen der Netzhaut Einfluss auf die Zellantworten hatte. Er definierte daraufhin den Begriff des *rezeptiven Feldes* (RF) einer Ganglienzelle als den Teil

¹Manche Autoren verwenden auch die Bezeichnungen *Midget Cells* für P-Zellen und *Parasol Cells* für M-Zellen.

²Die Größe der Dendritenfelder bzw. der RF ist dabei abhängig von der Exzentrizität.

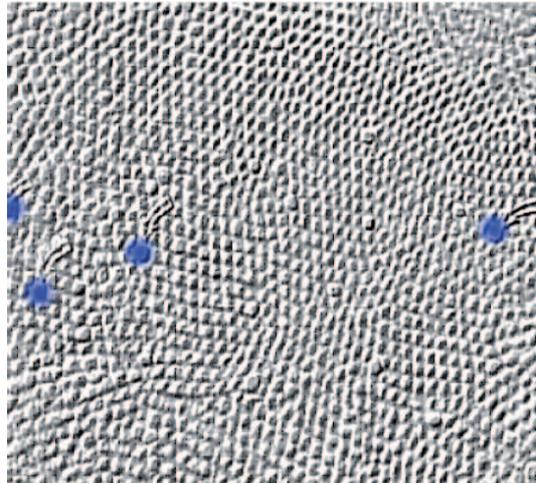


Abbildung 4.4: Mosaik der Zapfenrezeptoren im Bereich der Fovea. Zu erkennen ist die sehr dichte hexagonale Struktur. Die dort kaum vorhandenen S-Zapfen sind blau eingefärbt [AKP87].

der Retinafläche, der bei Reizung zu einer Antwort auf der entsprechenden Nervenzellfaser führt. Das Konzept rezeptiver Felder ist nicht nur auf die Ganglienzellen der Retina beschränkt. So existieren in vielen Kortexregionen des visuellen Systems Zellen, die rezeptive Felder besitzen. Diese beziehen sich auf die Retinae beider Augen und können eine hohe Sensitivität für besondere Reizmodalitäten, wie z.B. Farbe, Bewegungsrichtung und Ausrichtung haben. Ein nicht-konzentrischer Aufbau der RFs ist ebenfalls möglich.

Der Begriff des rezeptiven Feldes wird auch bei anderen Sinneskanälen benutzt, wie z.B. bei der taktilen Wahrnehmung. Dort wird der Teil der Hautoberfläche, der bei Reizung zur Aktivitätsänderung eines nachgeschalteten Neurons (z.B. im somatosensorischen Kortex) führt, als rezeptives Feld dieser Zelle bezeichnet.

4.2.5 Spatiale Eigenschaften Rezeptiver Felder

Im Laufe der Zeit wurde der Begriff des rezeptiven Feldes dahingehend erweitert, dass als rezeptives Feld der Bereich der Retina betrachtet wird, der bei Beleuchtung eine Änderung der Ganglienzellaktivität verursacht. Kuffler stellte bei Untersuchungen an Katzenretinae fest, dass das RF einer Ganglienzelle in zwei Bereiche unterteilt werden kann. Die selektive Reizung dieser Bereiche kann zur Hemmung oder zur Erregung der entsprechenden Nervenzelle führen [Kuf53]. Er fand weiterhin heraus, dass die in der Netzhaut vorkommenden RF meist antagonistisch aufgebaut sind und eine konzentrische Struktur haben. Hubel und Wiesel fanden schließlich auch in der Primatenretina Ganglienzellen mit antagonistischen, konzentrischen Rezeptiven Feldern.

Bei einem Rezeptiven Feld einer retinalen Ganglienzelle unterscheidet man einen inneren, runden Bereich, der als *Zentrum* (*Center*) bezeichnet wird und einen ringförmig um das Zentrum liegenden Bereich, der *Peripherie* (*Periphery*) genannt wird. Der funktionelle Unterschied zwischen Zentrum und Peripherie kann darin bestehen, dass eine Reizung des RF-Zentrums zu einer Erhöhung und eine Reizung der Peripherie zu einer Abnahme der Ganglienzellaktivität führen kann (siehe **Abbildung 4.5**). Man spricht in diesem Fall von einem *On-Zentrum*-Typ. Führt im Gegensatz dazu eine Reizung des Zentrums zu einer Inhibition und eine Reizung der Peripherie zu einer Exzitation des Neurons, so handelt es sich um eine *Off-Zentrum*-Ganglienzelle.

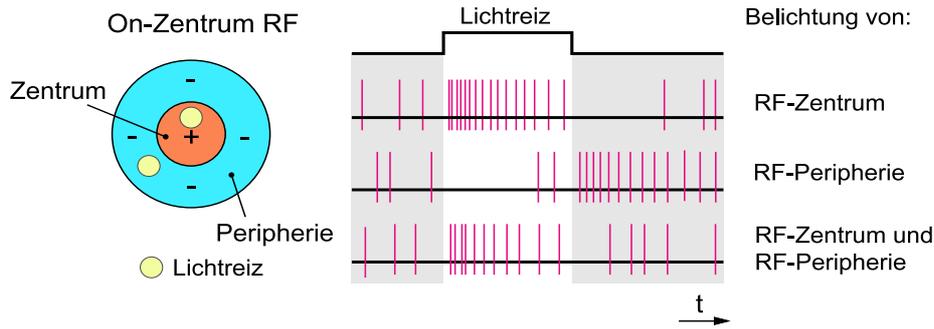


Abbildung 4.5: Dargestellt ist ein rezeptives Feld einer On-Zentrum-Ganglienzelle sowie ihr zeitliches Antwortverhalten für verschiedene Kombinationen von Zentrums- und Peripheriereizen (nach [ST95])

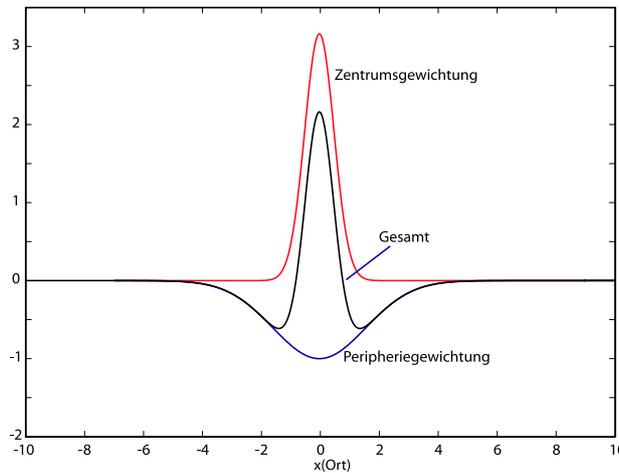


Abbildung 4.6: Darstellung eines Schnitts durch die zweidimensionale spatiale Gewichtungsfunktion, die sich als *Difference-of-Gaussians* darstellt. Der Zentrumsbereich hat eine kleinere Breite als der Peripheriebereich. Dafür hat das Zentrum einen größeren Maximalwert. Das Gesamtprofil hat den Verlauf einer *Mexican-Hat* Funktion.

Bei Untersuchungen an retinalen Ganglienzellen von Katzen fand man heraus, dass über Zentrums- und Peripheriebereich getrennt integriert wird und das sich die beiden Gewichtungsfunktionen durch zweidimensionale Gauss-Funktionen beschreiben lassen [Rod65, RS65]:

$$h(\mathbf{x}) = A_Z \exp\left(-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^2}{2\sigma_Z^2}\right) - A_P \exp\left(-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^2}{2\sigma_P^2}\right), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \quad (4.1)$$

Die so definierte Gewichtungsfunktion $h(\mathbf{x})$ hängt von mehreren Parametern ab. A_Z und A_P sind die Amplituden für das Zentrum und die Peripherie. Außerdem hängt die Gewichtungsfunktion von den Breiten der Gauss-Funktionen σ_Z und σ_P und dem zweidimensionalen Vektor zum Aufpunkt \mathbf{x}_0 ab. Der Verlauf der einzelnen Funktionen als auch der Verlauf der Summe der beiden, ist in **Abbildung 4.6** skizziert. Untersuchungen von Enroth-Cugell *et. al.* [ECRSTW83] an Katzen-Retinae zeigten, dass die spatiale Summation über den RF-Bereich als linear angesehen werden kann.

Nicht alle retinalen Ganglienzellen besitzen eine antagonistische *Center-Surround*-Struktur. Es existieren wenn auch im Vergleich wenige Ganglienzellen, deren Aktivität von der Gesamtbe-

leuchtung des RFs abhängt. Diese Zellen sind z.B. wichtig für die Steuerung des Pupillenreflexes [KSJ00].

Der Durchmesser der RFs nimmt in der Retina von der Fovea hin zur peripheren Retina zu. Die Größe des RF-Zentrums beträgt in der Fovea wenige Winkelminuten und in der Peripherie etwa $3^\circ - 5^\circ$ [KSJ00]. Nach Oyster [Oys99] haben die kleinsten Dendritenfelder von P-Zellen in der zentralen Fovea einen Durchmesser von etwa $5\mu\text{m}$. Der RF-Durchmesser der dortigen M-Zellen ist hingegen etwa 35mal größer. Betrachtet man eine foveale Sampling-Einheit, die aus 35 Photorezeptoren³ besteht, so sind diese mit 70 P-Zellen und 2 M-Zellen verbunden. Von den 70 P-Zellen sind 35 P-On-Zellen und 35 P-Off-Zellen. Die beiden M-Zellen sind vom M-On und M-Off Typ. Aus dem Durchmesser des Dendritenfeldes der hexagonalen Packung der Photorezeptoren und dem Photorezeptordurchmesser kann man schließen, dass in der zentralen Fovea je ein Photorezeptor mit dem RF-Zentrum von P-Zellen verbunden ist und durchschnittlich 6 mit der Peripherie. Das in dieser Arbeit verwendete RF Modell (Abbildung 4.7) spiegelt diese physiologische Tatsache wider. In Realität ist die Regularität nicht gegeben. Die Dendritenfelder der Ganglienzellen pflastern den monokularen Sichtbereich mit unterschiedlich geformten und sich leicht überlappenden Flächenstücken und bilden somit eine irreguläre, nicht-periodische Parkettierung (*Tiling*) [Oys99].

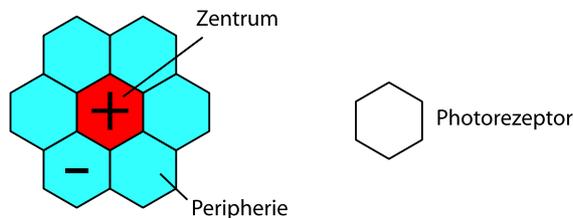


Abbildung 4.7: RF-Modell einer fovealen P-On-Zelle, deren Zentrum nur mit einem Photorezeptor und deren Peripherie mit sechs Photorezeptoren verbunden ist (nach [Oys99])

Die retinale Verschaltung ist dadurch gekennzeichnet, dass einerseits eine Ganglienzelle von unterschiedlichen Photorezeptoren Signale erhält und andererseits ein Photorezeptor seine Information an verschiedene Ganglienzellen weiterleitet. Die Größe der RFs ist außerdem abhängig von der mittleren Beleuchtungsstärke. Bei retinalen Ganglienzellen kommt es zu einer Zunahme der funktionellen RF-Größe, wenn die Helligkeit abnimmt. Dies hat eine Abnahme des räumlichen Auflösungsvermögens bei Dunkelheit zur Folge.

Das Verhältnis der RF-Radien der retinalen Ganglienzellen eines Typs zueinander ist etwas kleiner als 100, wenn man die ganze Retina betrachtet. Vergleicht man die RF-Radien bei einer festen Exzentrizität, so ist der Faktor nur etwa 2. In **Abbildung 4.8** ist die Abhängigkeit des Dendritenbaumdurchmessers von der Exzentrizität für P-Ganglienzellen im Menschen dargestellt. Der damit zusammenhängende Abstand der RF-Zentren und der Überlapp der Rezeptiven Felder ist ebenfalls stark abhängig von der Exzentrizität und dem Ganglienzell-Typ.

Die sich aus der RF-Verteilung der P- und M-Zellen ergebenden spatialen Filtereigenschaften der Retina sind in **Abbildung 4.9** links dargestellt. Man erkennt, dass die Kontrastempfindlichkeit für beide Systeme Tiefpassverhalten zeigt. Allerdings hat das P-System aufgrund seiner kleineren Rezeptiven Felder ein deutlich besseres Auflösungsvermögen.

Die P-Zellen sind farbsensitiv. Sie kommen in verschiedenen farb-antagonistischen Ausführungen vor. Zum einen gibt es Zell-Typen, die ein rot-sensitives Zentrum und ein grün-sensitiven Peripherie-Bereich haben. Die Zellen kommen auch mit umgekehrter Farbsensitivität vor (Zentrum grün-sensitiv, Peripherie rot-sensitiv). Weiterhin gibt es einen Blau-Gelb Zelltyp in beiden Ausführungen. Die M-Zellen zeigen keine Sensitivität für Farbe.

³22-25 L-Typ (rot), 10-13 M-Typ (grün)

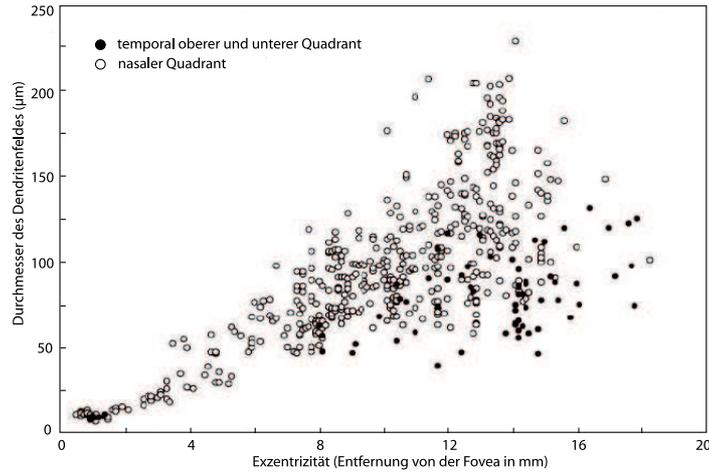


Abbildung 4.8: Abhängigkeit des Dendritenbaumdurchmessers retinaler P-Ganglienzellen von der Exzentrizität beim Menschen (verändert nach [Dac93]).

4.2.6 Temporale Eigenschaften Rezeptiver Felder

Die in der menschlichen Retina vorkommenden Arten von rezeptiven Feldtypen und damit auch die zugehörigen Ganglienzellarten differenziert man nicht nur hinsichtlich des On-Zentrum- bzw. Off-Zentrum-Verhaltens sowie der Größe des rezeptiven Feldes und der Farbsensitivität, sondern auch hinsichtlich des zeitlichen Antwortverhaltens auf visuelle Reize.

So weist das Antwortverhalten von P-Zellen oft ein *tonisches* Verhalten bei Belichtung des RF-Zentrums auf. Im Gegensatz dazu antworten die M-Zellen bei Erregung des RF-Zentrums mit einer kurzen, *phasischen* Antwort. Das Zeitverhalten der Informationsverarbeitung von Zentrum und Peripherie kann bei P-Zellen näherungsweise als linear angesehen werden. Die zugehörigen Impulsantworten sind ähnlich, wenn auch die Antwort der Peripherie um einige Millisekunden verzögert ist [BK97, KB01]. M-Zellen hingegen lassen sich nur bei wenig variierenden Kontrasten durch ein lineares Modell beschreiben. Sie zeigen ein kontrastabhängiges Antwortverhalten (*Contrast gain control*) [BK99]. Benardete und Kaplan modellierten die temporale Übertragungsfunktion $K(\omega)$ für P- und M-Zellen durch eine Serienschaltung von Hochpass- und Tiefpassfiltern sowie einem Totzeitglied:

$$K(\omega) = A e^{-i\omega D} \left(1 - \frac{H_S}{1 + i\omega\tau_S} \right) \left(\frac{1}{1 + i\omega\tau_L} \right)^{N_L} \quad (4.2)$$

Das Modell wird durch sechs Parameter charakterisiert: ein Delay D , die Gesamtverstärkung A , die Stärke der Hochpassstufe H_S , die Zeitkonstante der Hochpassstufe τ_S , die Zeitkonstante der Tiefpassstufe τ_L und die Ordnung der Tiefpassstufe N_L [BK99]. Der Vergleich mit Messergebnissen zeigte, dass das Modell bei einer geeigneten Parameterwahl in der Lage war, die temporalen Filtereigenschaften von P-Zellen und M-Zellen zu beschreiben. Im Fall der M-Zellen durfte jedoch der Kontrast des Stimulus nicht zu stark variieren.

Ein kurze Zusammenfassung der Unterschiede der beiden Zell-Klassen ist in [Tabelle 4.1](#) aufgeführt.

Man kann feststellen, dass die P-Zellen für hochaufgelöstes Farbsehen zuständig sind und die M-Zellen für die Detektion von Bewegung und farbunabhängigen Kontrasten. Aufgrund der Untersuchungen hinsichtlich der spatialen und temporalen RF-Eigenschaften kann das Systemverhalten der P- und M-Zellen näherungsweise als linear angesehen werden.

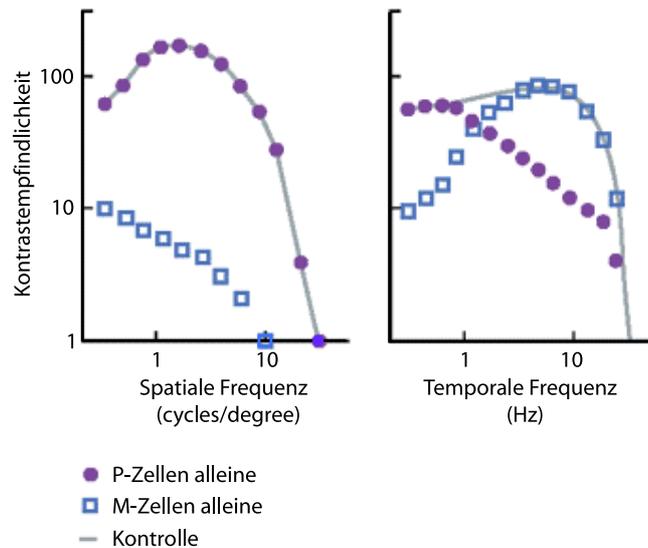


Abbildung 4.9: Spatiale und temporale Filter-Eigenschaften retinaler P- und M-Zellen (verändert nach [KSJ00])

	M-Zellen	P-Zellen
Anteil	ca. 10%	ca. 80%
Farbsensitiv	nein	ja
Kontrastempfindlichkeit	hoch	gering
räumliche Auflösung	gering	hoch
zeitliche Auflösung	hoch (60Hz)	niedrig (30 Hz)

Tabelle 4.1: Eigenschaften der P-Zellen und M-Zellen (nach [KSJ00])

4.2.7 Nichteindeutigkeit der RF-Filter-Antwort

Aufgrund der Konstruktion der retinalen rezeptiven Felder ist aus der Antwort einer Ganglienzelle der verursachende Lichtreiz nicht immer eindeutig bestimmbar. Reizt man, wie in [Abbildung 4.10](#), Fall a) dargestellt, bei einer M-Off Zelle ein Gebiet der Peripherie mit einem Lichtreiz, so ist die Antwort der Zelle darauf dieselbe, als wenn man den Lichtreiz auf ein anderes, gleich großes Gebiet der RF-Umgebung anwendet (Fall b)).

Bei P-Zellen findet man ebenfalls eine Mehrdeutigkeit: hier kann aus der Antwort, die ein sich mittig über das rezeptive Feld bewegender Lichtreiz auslöst, nicht auf dessen Richtung geschlossen werden (Fälle c) und d)).

Es gibt jedoch Situationen, bei denen eineindeutig aus der Zellantwort auf den Reiz bzw. auf Teile von diesem geschlossen werden kann ([Abbildung 4.11](#)). Diese eindeutigen Fälle liegen vor, wenn der Reiz das Zentrum (Fall a) oder die Peripherie (Fall b) oder auch Beides (Fall c) überdeckt. Zusätzlich gibt es noch den Trivialfall, dass kein Reiz vorliegt (Fall d). Hier offenbart sich ein zentraler Punkt: die spatio-temporale Filterung eines Reizes durch eine retinale Ganglienzelle ist i.A. nicht umkehrbar. Durch Hinzunahme von Filterergebnissen, die benachbarte Ganglienzellen zu dem vorliegenden räumlich-zeitlichen Reizereignis liefern, kann es jedoch möglich sein, den ursprünglichen Reiz zu rekonstruieren. Dies bedeutet, dass obwohl einzelne Ganglienzellen eine nicht umkehrbare ST-Filterung erzeugen, eine angeordnete Gruppe (*Array*) von Ganglienzellen sehr wohl eine umkehrbare ST-Filterung darstellen kann.

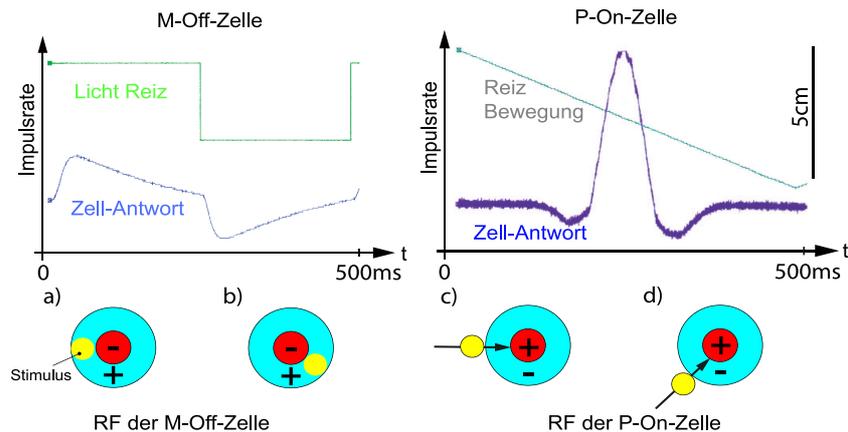


Abbildung 4.10: Im linken Teil der Abbildung ist das Antwortverhalten (Impulsrate) einer retinalen M-Off-Ganglienzelle dargestellt. Ein runder Lichtreiz (gelb) wird an zwei verschiedenen Positionen (a) und b) in der Peripherie des Rezeptiven Feldes positioniert und für ca. 250 ms eingeschaltet und danach ausgeschaltet. Die Zelle zeigt ein phasisches Antwortverhalten, das aber unabhängig vom Reizort innerhalb der Peripherie ist. Im rechten Bild ist das Antwortverhalten einer retinalen P-On-Zelle auf einen bewegten Reiz dargestellt. Dieser bewegt sich zunächst durch die Peripherie, danach durch das Zentrum und anschließend wieder durch die Peripherie. Die sich ergebende Impulsratenzeitfunktion ist dabei unabhängig von der Bewegungsrichtung des Reizes (Fälle c) und d)) durch das RF. (nach [ENB05])

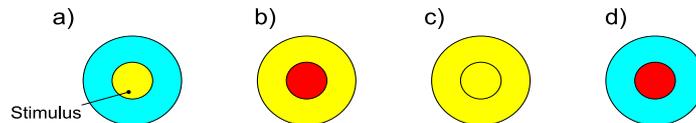


Abbildung 4.11: Dargestellt sind vier verschiedene Stimulustypen, die aus Kenntnis der Impulsrate einer retinalen Ganglienzelle eine eindeutige Schlussfolgerung auf die Belegung des zugehörigen Rezeptiven Feldes zulassen. Im Fall a) belegt der Reiz (gelbe Fläche) vollständig das Zentrum. Im Fall b) ist die Peripherie vollständig beleuchtet. Im Fall c) ist das ganze RF durch den Reiz belegt und im Fall d) sind Zentrum und Peripherie unbelegt.

Je spezialisierter die rezeptiven Felder werden, wie zum Beispiel die der einfachen oder komplexen Zellen im Primären Visuellen Kortex, umso mehr nimmt die Mehrdeutigkeit der Zellantwort ab. Mit der Spezialisierung nimmt jedoch die Größe der RFs zu.

4.3 Höhere visuelle Informationsverarbeitung

4.3.1 Corpus Geniculatum Laterale (CGL)

Nach dem Verlassen der Retina laufen die Ganglienzell-Axone zunächst zum *Chiasma opticum*, wo sich die optischen Nerven der beiden Augen treffen und die Informationsverarbeitung für das linke und rechte Gesichtsfeld getrennt wird. Aus dieser Trennung der Nervenfasern resultieren der linke und der rechte *Tractus opticus*. Von dort aus projiziert der größte Teil der Nervenfasern zu dem auf dieser Seite liegenden *seitlichen Kniehöcker* (CGL), der im *Thalamus* liegt [KSJ00]. Kleinere Teile ziehen zu den *Colliculus superior* (CS) im *Mesencephalon*, zum *Hypothalamus* und in die *Area Praecentralis* im Hirnstamm (s. [Abbildung 4.12](#)). Ein Teil der Verbindung zwischen Retina und der Area Praecentralis dient zur Regelung des Pupillendurchmessers (Pupillenreflex).

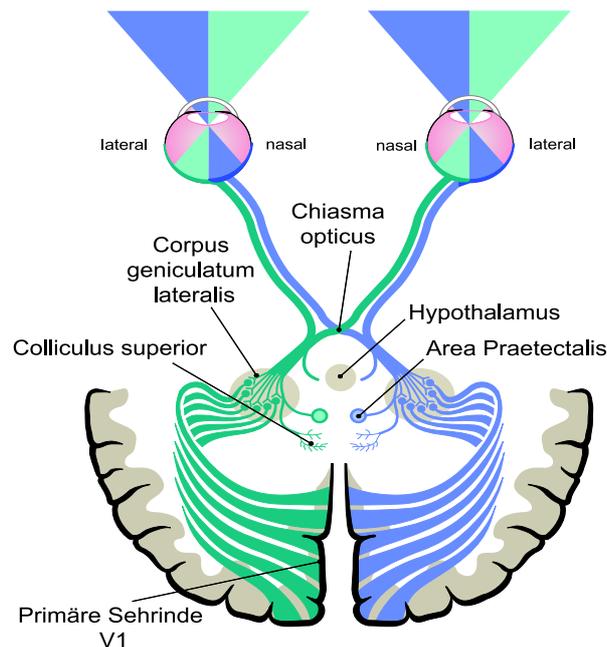


Abbildung 4.12: Schema der Sehbahn ausgehend von den Retinae beider Augen hinzu den subkortikalen und kortikalen Projektionsorten. Die Verarbeitungswege der beiden Gesichtshälften sind farbig hervorgehoben (nach [ST95]).

Andere dort endende retinale Verbindungen dienen, ebenso wie die Verknüpfungen zum Colliculus superior, zur Steuerung von Augenbewegungen.

Der Hauptteil der Sehnervenfasern verteilt sich in die sechs Schichten eines CGLs. Diese werden von ventral nach dorsal von 1 bis 6 nummeriert. Die Schichten 1, 4 und 6 werden dabei vom kontralateralen und die Schichten 2, 3, und 5 vom ipsilateralen Auge innerviert. Jeder der beiden CGL erhält auf diese Art nur Informationen vom kontralateralen Gesichtsfeld. Die Schichten sind retinotop angelegt und zusätzlich so, dass einander entsprechende Regionen des Gesichtsfeldes übereinander angeordnet sind. Es gibt vier parvozelluläre Schichten in denen Axone von retinalen P-Zellen enden (Schichten 3-6), sowie zwei magnozellular Schichten (Schichten 1 und 2), die das Projektionsziel für M-Zellen sind. Die Trennung hinsichtlich der Augen als auch in Bezug auf das P- und M-System bleibt auch bei der Projektion des CGLs auf nachfolgende Kortextareale erhalten.

Als Hauptaufgabe des CGLs wird angesehen, dass hier eine Modulation der visuellen Daten durch nicht-visuelle Signale stattfindet [KSJ00]. Die Neurone des CGLs haben in etwa dieselben rezeptiven Felder wie die zugehörigen retinalen Ganglienzellen [Koc04]. Die Axone am Ausgang des CGL bündeln sich zur sogenannten *Sehstrahlung* (*Radiatio optica*) und projizieren anschließend in die *Area 17* des *Primären Visuellen Kortex* (V1). Das CGL liefert den Hauptteil der Eingangssignale. Es existiert auch eine massive Rückkopplung vom V1 in das CGL, deren Sinn bis heute noch nicht vollkommen geklärt ist [Koc04].

4.3.2 Primärer Visueller Kortex (V1)

Aufbau

Der Primäre Visuelle Kortex (V1) ist etwa 2 mm dick und besteht aus sechs Schichten (Schichten 1-6). Jede der beiden Hemisphären erhält ausschließlich Informationen vom kontralateralen Gesichtsfeld. Die Zielbereiche für die vom CGL kommenden parvo- und magnozellularen Bahnen liegen in Schicht 4, die weiter in die Unterschichten 4A, 4B, 4C α und 4C β unterteilt werden kann

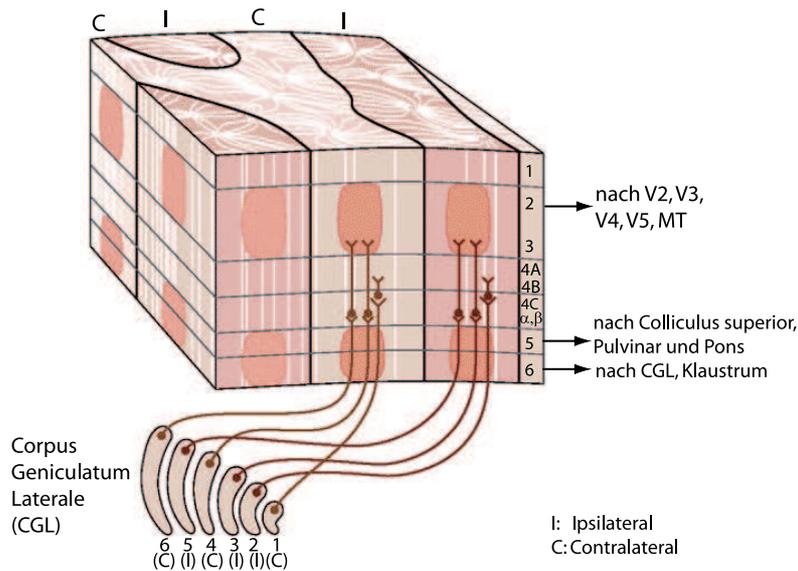


Abbildung 4.13: Schema des Primären Visuellen Kortex (V1) mit Zielbereichen für die vom CGL kommenden Eingangsfasern sowie kortikalen und subkortikalen Projektionszielen (modifiziert nach [KSJ00])

(s. [Abbildung 4.13](#)). Vom CGL kommende P-Fasern terminieren in den Schichten 4A und 4C β . M-Axone enden in den Schichten 4B und 4C β .

Im V1 findet eine Verarbeitung des visuellen Reizes nach Farbe, Kontrast, Konturen und Bewegung statt. Die Informationsverarbeitung des V1 ist dazu in sogenannten *Hyperkolumnen* organisiert. Eine Hyperkolumne besteht dabei aus einem vollständigen Set an orientierungssensitiven Neuronen. Diese bilden senkrecht zur Kortexschichtung liegende Orientierungssäulen. Des Weiteren kann eine Hyperkolumne in zwei Augendominanzsäulen unterteilt werden. Neurone in diesen Bereichen erhalten Signale jeweils nur von einem Auge. Innerhalb einer Hyperkolumne finden sich weiterhin Blobs, die für die Farbverarbeitung zuständig sind. Die Hyperkolumnen sind nebeneinander angeordnet und stellen die elementaren Verarbeitungsmodulare des V1 dar. Eine Hyperkolumne belegt etwa eine Fläche von 1mm². Innerhalb dieser Region findet die binokulare Informationsverarbeitung einer diskreten Gesichtsfeldregion statt; die Informationsverarbeitung im V1 ist somit ebenfalls retinotop organisiert. Allerdings ist die Abbildung nichtlinear bzgl. der Flächenzuordnung. Der zur Fovea gehörende V1-Bereich ist deutlich größer als einer, der einem peripheren Netzhautbereich gleicher Größe zugeordnet ist.

Neurone des V1 und zugehörige rezeptive Felder

Hubel und Wiesel haben die Antworten von V1-Neuronen auf visuelle Reize untersucht [[HW59](#)]⁴. Es stellte sich u.a. heraus, dass die rezeptiven Felder dieser *Einfachen Zellen* (*Simple Cells*) genannten V1-Neurone im Gegensatz zu den der retinalen Ganglienzellen nicht besonders stark auf kreisförmige Lichtreize reagieren, sondern besonders sensitiv für verschieden orientierte, linienartige Reize waren. Diese rezeptiven Felder lassen sich durch geschickte Verschaltung nebeneinander liegender konzentrischer RFs erzeugen ([Abbildung 4.14](#)). Durch weitere Verschaltung dieser *Einfachen Zellen* ergeben sich *Komplexe Zellen*, die ebenfalls sensitiv auf bestimmte Stimulusorientierungen sind, bei denen aber die Stimulusposition beliebig sein kann. Die dritte Zellklasse, die Hubel und Wiesel im V1 fanden, sind die *Hyperkomplexen Zellen*, die sich aus der Verschaltung von *Komplexen Zellen* ergeben.

⁴Sie erhielten für diese Untersuchungen 1981 den Nobelpreis.

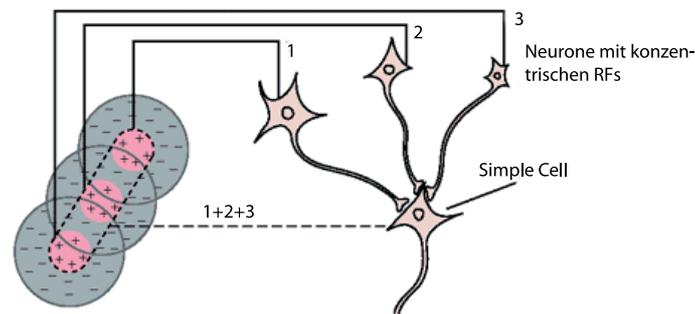


Abbildung 4.14: Erzeugung eines orientierungssensitiven RFs einer Simple Cell durch geeignete Verschaltung von Neuronen mit nebeneinander lokalisierten, konzentrischen rezeptiven Feldern (modifiziert nach [KSJ00]).

4.3.3 Extrastriäre Areale des Zentralen Sehsystems

Der Primäre Visuelle Kortex hat sowohl subkortikale als auch kortikale Projektionsziele. Die Bahnen zu höheren Kortizes kann in zwei Pfade unterteilt werden: den *ventralen Pfad* und den *dorsalen Pfad* (s. **Abbildung 4.15**). Der Informationsfluss der ventralen Bahn läuft zum Temporallappen. Der ventrale Pfad entspringt zum größten Teil dem Parvo-System und läuft über die Kortexareale V2, V4 zum Inferior Temporal Cortex (ITC). Im ventralen Pfad geschieht die Analyse des visuellen Stimulus bzgl. Form und Farbe ('Was'-Kanal, 'What-Channel'), was für die Objekterkennung bzw. Objektrepräsentation von Bedeutung ist [UM⁺82]. Der ventrale Pfad steht außerdem in Verbindung mit dem visuellen Langzeitgedächtnis.

Das M-System bildet die Grundlage für den dorsalen Pfad. Dieser läuft über verschiedene Kortizes, wie V2, V3 und die Area MT (auch V5 genannt), hin zum Parietallappen. Das dorsale System analysiert die visuelle Information hinsichtlich Objektlokalisierung (auch Tiefeninformation) und Objektbewegung ('Where-Channel'). Diese sind z.B. wichtig für die Planung von Augen- und Greifbewegungen.

Das System ist allerdings keineswegs streng hierarchisch aufgebaut. Vor allem nach V1 ist die neuronale Verschaltung recht diffus. Es gibt zahlreiche Querverbindungen zwischen den beiden Pfaden, Verbindungen zu anderen Kortexbereichen sowie Rückkopplungen zu vorhergehenden Arealen (siehe auch **Abbildung 2.4**).

Allgemein lässt sich festhalten, dass innerhalb der visuellen Kortizes unterschiedliche Qualitäten des visuellen Reizes wie Kontrast, Form, Farbe, Textur, Ort, lokale Bewegungszustände (*optical flow*) und Tiefeninformation analysiert werden. Diese kortikalen Karten (*Maps*) besitzen immer größere dafür aber immer spezifischere Rezeptive Felder. Die Retinotopie nimmt dabei mit zunehmender Verarbeitungsstufe ab.

4.4 Visuelle Wahrnehmung

4.4.1 Neuronale Karten und neuronale Kodierungstheorien

Inwieweit und auf welche Art und Weise im Gehirn neuronale Repräsentationen der Welt existieren ist unter Hirnforschern, Psychologen und Philosophen bis heute ein sehr umstrittenes Thema. Einige Forscher halten einen vollständigen Nachbau der äußeren Welt in internen Speichern des Gehirns für wenig plausibel [Noë06], da u.a. der mathematische Rechenaufwand groß sei. Speicherplatzprobleme würden ebenfalls auftreten, wenn man davon ausgeht, dass es durch eine Kaskade von Mustererkennern eine vollständige Konvergenz des Eingangsreizes auf eine Art Großmutterneuron oder *Gnostic Cells* gibt [Gro02], da dies für alle in der Welt bekannten Gegenstände gelten

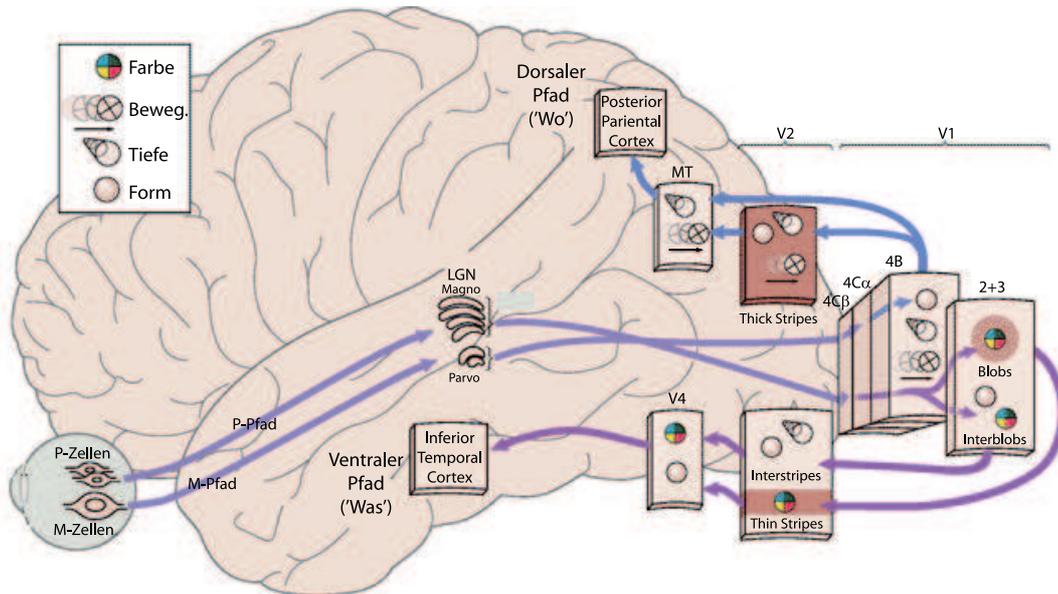


Abbildung 4.15: 'Wo' und 'Was'-Pfade der visuellen Verarbeitung (modifiziert nach [KSJ00]).

würde⁵. Mit anderen neuronalen Kodierungsmodellen, wie z.B. des *Population Codings* oder des *Sparse Codings* [OF97], wäre dieser Speicherplatzmangel allerdings umgangen.

Auch die Geschwindigkeit, mit der die Versuchspersonen ihre wahrnehmungsbasierten Aufgaben erledigen, spricht möglicherweise gegen eine vorherige Berechnung einer internen Darstellung [Ede06]. Des Weiteren halten sie die interne Repräsentation für überflüssig, da die Welt selber den besten Speicherort darstellt [OR92]. Diesen Autoren zufolge zeige die Erfahrung, dass Dinge in der Welt nicht einfach verschwinden können. So reiche es aus, eine grobe Positionierung der Objekte einer Szene zu kennen, um mit einer gezielten Augenbewegung diese erneut detailliert abtasten zu können. Der visuelle Sinn entspreche somit in gewisser Hinsicht dem Taktile, da bei diesem erst durch aktives Tasten Objekte in ihrer Gänze wahrgenommen werden können

Andere Forscher wie Barlow [Bar79], Marr [Mar82], Edelman [Ede02] und Koch [Koc04] halten es aufgrund der Untersuchungen zu den Eigenschaften der visuellen Kortex für durchaus plausibel, dass es im Gehirn verschiedene parallele Repräsentationen der Außenwelt gibt, die verschiedene Aspekte darstellen. Diese Art der Informationsverarbeitung findet sich auch bei anderen Sinnessystemen. So gibt es im Gehirn eine Karte des taktile Sinns (*Somatosensoric map*), die eine 1:1 Abbildung der Hautoberfläche (wenn auch verzerrt) darstellt. Ähnliche Karten gibt es auch im Falle des Hörsinns, bei der die mittels der Cochlea in ihre Frequenzen zerlegten akustischen Signale abgebildet werden [Hem02].

Ein Problem, das bei dieser Sichtweise auftritt und bis heute ungelöst ist, ist die Frage, wie die multimodalen neuronalen Aktivitäten, die ein Objekt in den teils voneinander weit entfernten verschiedenen Kortex hervorruft, zu einem einheitlichen Perzept des Objektes in der bewussten Wahrnehmung verknüpft werden können (*Binding problem*) [Mal99b, Tre99]. Nach einer Theorie von Singer bewirkt eine Synchronisation der an einer Stimulusanalyse beteiligten Neuronenverbände die Integration der verschiedenen Stimulusqualitäten zu einem einheitlichen Perzept [Sin01].

⁵Interessanterweise gab es Hinweise auf derartige Grossmutterneurone. Kreiman [KFK02] entdeckte bei einem Patienten ein Amygdalaneuron, das sensitiv auf Fotos und Zeichnungen von Bill Clinton reagierte, unabhängig davon in welcher Ansicht dieser gezeigt wurde. Bei Bildern von anderen Personen blieb die Zelle stumm.

Andere Ansätze, bei denen ein *Homunculus*⁶ diese internen Karten wie einen Bildschirm betrachtet und somit Wahrnehmung erzeugt, verschieben das Problem nur. So führt die Frage, wie im 'Hirn' eines solchen Homunculus Wahrnehmung entsteht, auf einen infiniten Regress.

4.4.2 Visuelles Gedächtnis

In den Theorien der Visuellen Wahrnehmung spielen die visuellen Gedächtnissysteme eine wichtige Rolle. Bei der Betrachtung einer Szene mit den Augen wird in der Wahrnehmung ein inneres Bild aufgebaut. Die Inhalte dieses inneren Bildes bleiben nach Ende der Präsentation des visuellen Stimulus unterschiedlich lang gespeichert. Das visuelle Gedächtnis setzt sich nach Palmer [Pal99] aus drei einzelnen Gedächtnissystemen mit unterschiedlichen Merkmalen zusammen, die je nach Situation eingesetzt werden:

- **das Ikonische Gedächtnis** - Dieses kann für eine sehr kurze Zeitspanne (meist weniger als 1 Sekunde) relativ große Datenmengen speichern. Nach dieser Zeit verblasst die gespeicherte visuelle Information sehr schnell oder wird durch neue, nachfolgende Information ersetzt.
- **das visuelle Kurzzeitgedächtnis** (*Visual short-time memory*, VSTM) - Dieses kann visuelle Information für mehrere Sekunden speichern.
- **das Langzeitgedächtnis** - Hier kann die Information teilweise auch noch Jahre später zugänglich sein. Das Langzeitgedächtnis ist u.a. für die Kategorisierung wahrgenommener Objekte zuständig, da es in der Lage ist interne visuelle Repräsentationen für gespeicherte Objekte zu liefern.

Damit man sich in einer Umgebung orientieren kann, ist es nicht notwendig, dass sämtliche eintreffende visuelle Information im Gehirn im visuellen Kurzzeitgedächtnis oder Langzeitgedächtnis abgespeichert wird. Die Umwelt kann hier selber als Speicher für die visuelle Information dienen (s. auch [OR92]), da auf sie bei Bedarf jederzeit zurückgegriffen werden kann. Mit Hilfe des Kurzzeitgedächtnisses kann man die Zeitspanne zwischen zwei solchen Zugriffen überbrücken. Wenn man zum ersten Mal eine unbekannte Szene sieht, so hat man den Eindruck, dass man sie in sehr kurzer Zeit vollständig registriert hat. Dies ist allerdings nicht völlig richtig. Mit Hilfe der Augenbewegungen, die beispielsweise anhand einer *Saliency Map* [IKN+98] generiert worden sein könnten, fixiert man die auffälligsten Strukturen der Szene und führt dort eine Objekterkennung aus. Das visuelle Langzeitgedächtnis ermöglicht uns aus dieser relativ geringen Datenmenge eine vollständige Szene zu konstruieren. Zwischenräume werden anhand von Annahmen mit gespeicherten Informationen aufgefüllt. Diese Art der Konstruktion der visuellen Wahrnehmung kann zu Fehlern führen. So können beispielsweise langsame Veränderungen in der Szene oder Veränderungen während einer Sakkade oder anderer kurzer Unterbrechungen (*change blindness*) gar nicht oder nur mit Mühe in mehreren Versuchen wahrgenommen werden [Gri96, Ren00]. Ein anderer sehr beeindruckender Effekt ist die sogenannte *inattention blindness* [SC99]. Hier führt die feste Ausrichtung des Aufmerksamkeitsfokus auf gewisse Gegenstände einer Szene dazu, dass andere (teils unerwartete) Gegenstände oft überhaupt nicht wahrgenommen werden.

Das rekonstruierte Bild der Wahrnehmung ist also keine 1:1 Übersetzung der retinalen Erregung durch den distalen Reiz, sondern ein komplexes Spiel zwischen verschiedenen visuellen Gedächtnissystemen, Augenbewegungen, der Aufmerksamkeit und Annahmen über die Umwelt. Es stellt sich die Frage, welche Rolle ein Retina Implant System in der Interaktion mit diesen komplexen Mechanismen spielen kann.

⁶Ein Homunculus ist eine im Mittelalter geschaffene Bezeichnung für einen kleinen Menschen. Dieser spielt in der klassischen Wahrnehmungsphilosophie eine zentrale Rolle. Der Homunculus wird oft als Bindeglied zwischen der reinen Repräsentation der Umwelt durch neuronale Karten und deren Integration innerhalb eines Wahrnehmungsprozesses gebraucht. Eine kritische Betrachtung findet man bei Dennett [Den91].

4.5 Augenbewegungen während der Fixationsphase

Um die Umwelt bestmöglich wahrnehmen zu können, muss das Visuelle System das gewünschte Objekt fovealisieren und fokussieren, da das Auflösungsvermögen des Auges in der Fovea am Größten ist. Für diese Aufgabe stehen verschiedenste Augenbewegungsmodi zur Verfügung, wie Sakkaden, Augenfolgebewegungen und Vergenzbewegungen [Car77].

Eine Fovealisierung geschieht überwiegend unbewusst durch das Augenbewegungssystem. Das Zentrale Sehsystem ist dabei beispielsweise in der Lage den retinalen Signalstrom hin zur Wahrnehmung innerhalb von Sakkaden zu unterdrücken (*saccadic suppression*, [Mat74]), so dass keine Verschmierungseffekte in der Wahrnehmung auftreten, zu denen es beispielsweise bei Filmaufnahmen in einer entsprechenden Situation kommen würde.

Von Interesse sind im Rahmen dieser Arbeit jedoch verschiedene Augenbewegungen, die während einer Fixationsphase auftreten. Aus diesem Grund werden diese auch Fixationsaugenbewegungen (*Fixational Eye Movements*) genannt⁷. Sie unterscheiden sich gegenüber anderen Augenbewegungen durch ihr Auftreten innerhalb einer Fixationsphase als auch durch ihre dynamischen Eigenschaften. Die Fixationsaugenbewegungen sind ebenfalls unbewusst.

Hinsichtlich ihrer Eigenschaften können drei Miniature Eye Movement-Typen unterschieden werden (nach [MCMH04]):

- **Tremor:** Dieser ist eine hochfrequente (ca. 90Hz), aber recht unperiodische Bewegung der Augen. Die Amplitude ist sehr klein und liegt in der Größenordnung des Photorezeptordurchmessers ($10'' - 40''$). Aufgrund dieser beiden Eigenschaften ist der Tremor recht schwierig vom Messrauschen zu trennen. Des Weiteren liegt seine Frequenz oberhalb der Flimmerfusionsfrequenz (50-60 Hz), so dass nicht klar ist, inwieweit Auswirkungen auf die visuelle Informationsverarbeitung gegeben sind. Man geht davon aus, dass der Tremor unabhängig in beiden Augen ist, was allerdings zu Ungenauigkeiten beim Stereosehen führen würde.
- **Drift:** Driftbewegungen sind sehr langsam (max. $30' s^{-1}$), haben Amplituden im Bereich von 10-20 Photorezeptordurchmessern und treten immer zusammen mit dem Tremor in Phasen zwischen Mikrosakkaden auf. Es gibt einerseits Hinweise darauf, dass Driftbewegungen versuchen, das Fixationstarget stabil auf der Fovea zu halten, wenn keine Mikrosakkaden auftreten oder diese teilweise unterdrückt werden. Andere Untersuchungen gehen davon aus, dass Drift und Tremor als okulomotorisches Rauschen angesehen werden sollte, was durch stochastisches Feuern der die Augenmuskeln innervierenden Neurone zu erklären ist.
- **Mikrosakkaden:** Diese treten mit einer Häufigkeit von 1 – 4 Hz auf. Die Mikrosakkaden treten monokular und binokular auf, haben Amplituden von einem Dutzend bis zu 100 Photorezeptordurchmessern und eine Dauer von bis zu 25 ms. Hinsichtlich ihres Zwecks herrscht keine übereinstimmende Meinung. Einige halten sie für notwendig, um eine Adaptation der Photorezeptoren zu verhindern. Andere sehen ihren Grund in der Korrektur des Drifts.

In [Abbildung 4.16](#) ist eine kurze Fixationsphase mit den drei Augenbewegungstypen dargestellt. Aus der Abbildung kann man einen groben Eindruck von den zugehörigen Amplituden im Vergleich zu der Photorezeptorgröße bekommen.

Verschiedene Experimente zeigen, dass die *Fixational Eye Movements* eine wichtige Rolle im Wahrnehmungsprozess spielen. So ist seit langer Zeit bekannt, dass eine Stabilisierung des retinalen Bildes innerhalb von wenigen Sekunden bis hin zu einer Minute zu einer verschwindenden Wahrnehmung führt [DG52] [MCMTD06]. Bei entoptischen Bildern ist ein besonders schnelles *Fading* (80 ms) zu beobachten [CP96]. Die meisten Versuche zur Untersuchung von Fixationsaugenbewegungen und deren Einflüsse auf die Wahrnehmung benötigen einen recht hohen experimentellen Aufwand. In [Abbildung 4.17](#) sind zwei Grafiken dargestellt, die mit einem vergleichsweise geringen Aufwand einen kleinen Einblick in die Natur der *Miniature Eye Movements* erlauben.

Bisher gibt es keine befriedigende Erklärung, durch welche Mechanismen innerhalb der visuellen Verarbeitung der Verlust der Wahrnehmung auftritt. Untersuchungen ergaben, dass die

⁷Eine andere Bezeichnung ist *Miniature Eye Movements during fixation*.

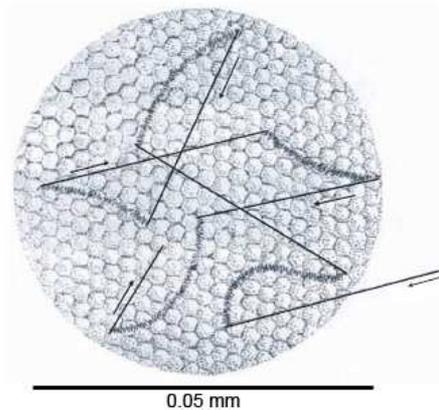


Abbildung 4.16: Fixationsaugenbewegungen, die das auf die Retina projizierte Bild über die Photorezeptoren verschieben. Die gebogenen Bereiche kennzeichnen Driftbewegungen. Diese sind von einem hochfrequenten Tremor mit sehr kleiner Amplitude überlagert. Sporadisch treten in die Mitte gerichtete Mikrosakkaden auf (schwarze Pfeile), die versuchen das visuelle Zielobjekt wieder ins Zentrum der Fovea zu verschieben (aus [Pri61]).

Mikrosakkaden am ehesten ein Fading verhindern. Offensichtlich ist, dass durch Mikrosakkaden ein statisches Bild in einen bewegten Stimulus verwandelt wird. Indem man mit einem RF einen Stimulusbereich überstreicht, kodiert man in gewisser Weise die spatialen Veränderungen in zeitliche Variation des Stimulus [AA01]. Dies führt zu einer Vergrößerung der neuronalen Aktivität der zum RF gehörenden Zelle und führt gleichzeitig dazu, dass eine Dekorrelation der Ausgangszeitfunktionen benachbarter Ganglienzellen erreicht wird [Ruc06].

Da eine Mikrosakkade eine gleichförmige Bewegung vieler benachbarter Rezeptiver Felder auslöst, ergibt sich außerdem eine Synchronisation der neuronalen Aktivität der Zellen. Es wird vermutet, dass diese Synchronisation bei der Modulation höherer kortikaler Funktionen eine Rolle spielt [SKG01, LL98]. Mithilfe der Miniature Eye Movements lässt sich beispielsweise eine Verbesserung der visuellen Auflösung erreichen [HW04, RIPS07]. Nach Greschner bewirken die Fixationsaugenbewegungen eine Erhöhung der Information, die zum Zentralen Sehsystem gelangt. Umgekehrt bewirkt eine Stabilisierung des Bildes, dass dem ZVS nicht genügend Information zur Verfügung steht, um eine visuelle Wahrnehmung zu erzeugen [GBRA02]. MacKay [Mac03] spekuliert, dass das Zentrale Sehsystem mittels der Miniature Eye Movements Information erzeugt, um durch chromatische Abberation verursachte Bildfehler zu korrigieren.

Hinsichtlich des Tremors wurde für biologische Systeme ebenfalls eine Verbesserung der visuellen Auflösung vermutet, welche durch den Effekt der *Stochastischen Resonanz* erklärbar ist [HKFW02]. Bei technischen Anwendungen im Bereich der Bildverarbeitung gibt es ebenfalls bereits Anwendungen, die Zitterbewegungen des Sensors ausnutzen, um eine bessere Kantendetektion zu erreichen [HMBJ03].

Über das Zustandekommen der Fixationsaugenbewegungen gibt es noch keine vollständige Klarheit. Da die Perzeption stabil ist, kann davon ausgegangen werden, dass das Zentrale Sehsystem die Auswirkungen der Fixationsaugenbewegungen 'herausrechnet'. Ob dies mittels einer Efferenzkopie seitens des Augenbewegungssystems geschieht, wie es bei anderen Augenbewegungsmodi der Fall ist [Bri95], ist noch offen. Murakami und Cavanagh haben vorgeschlagen, dass das Zentrale Sehsystem den zur Korrektur notwendigen, momentanen Bewegungsvektor selber aus den ankommenden visuellen Daten bestimmt. Sie haben dazu eine bemerkenswerte visuelle Täuschung entwickelt, die zeigt wie 'zittrig' unsere Wahrnehmung der Welt wird, wenn diese Kompensation ausgeschaltet wird [MC98, MC01b].

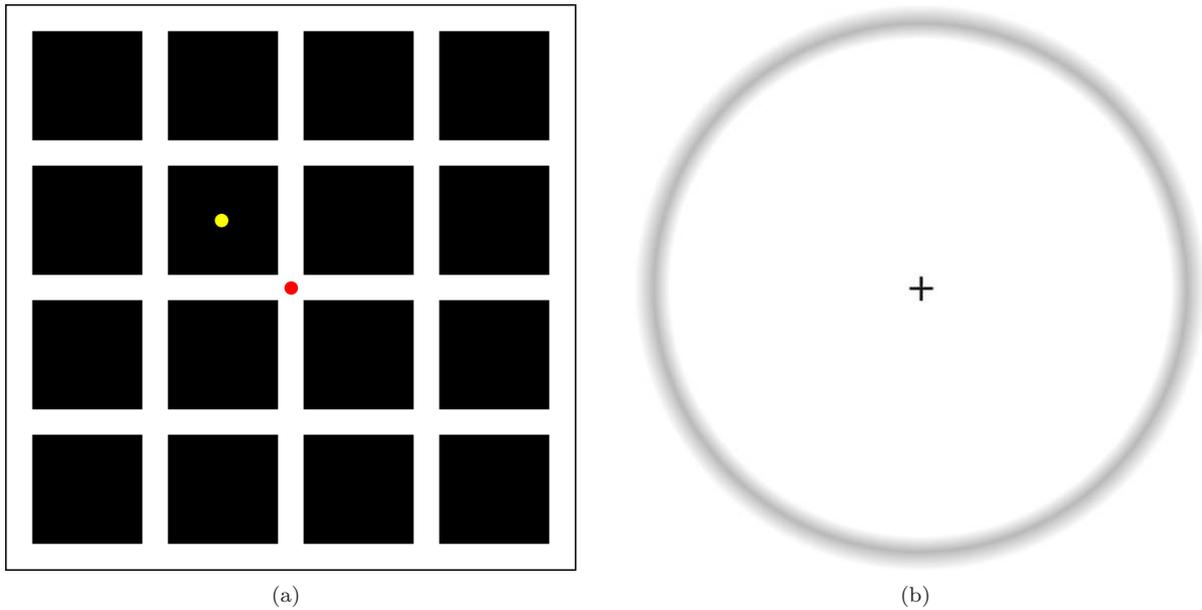


Abbildung 4.17: a) zeigt eine Abwandlung des Hermanngitters, mit der ein Nachbild (*After Image*) auf der Retina erzeugt wird. Dazu fixiert man einige Sekunden den roten Punkt in der Mitte. Danach fixiert man den gelben Punkt, wobei man sieht, wie das Nachbild der Gitterlinien sich zitternd herumbewegt (nach [Ver61]). In b) ist ein visueller Stimulus zur Demonstration eines von Troxler 1804 gefundenen Effekts dargestellt [Tro04]. Wenn man einige Zeit das zentrale Kreuz fixiert, so verschwindet der äußere Ring zeitweilig. Er springt wieder in die Wahrnehmung, wenn es zu einer Sakkade kommt. Die einfachste Erklärung für den Effekt besagt, dass der Ring die periphere Retina reizt, dort aber die rezeptiven Felder so groß sind, dass die Fixationsaugenbewegungen keine Änderung der ST-Filterergebnisse verursachen und dieser Teil des Gesichtsfeldes somit aus der Wahrnehmung verschwindet.

Abbildung 4.18 zeigt ein Schema des in der Einleitung eingeführten Wahrnehmungsmodells mit einem Rückkopplungsmechanismus, der mittels der Miniature Eye Movements eine Verschiebung des retinalen Bildes bewirkt, wodurch zusätzliche retinale Ausgangsdaten erzeugt werden.

4.6 Konsequenzen für das Abbildungsmodell

Es zeigt sich, dass die ersten Stufen der visuellen Verarbeitung, insbesondere die der Retina, recht gut verstanden sind. Auch wenn das Prinzip der retinalen Kodierung noch weitgehend unklar ist. Die damit zusammenhängende Abbildung **F1** des Visuellen System Modells lässt sich somit in guter Näherung durch ein lineares ST-Filtermodell darstellen.

Die ersten Schritte der kortikalen Informationsverarbeitung (V1) sind bisher ebenfalls recht gut bekannt. Es fehlt bisher allerdings ein vollständiges Modell, wie aus den einzelnen kortikalen Repräsentationen eine dem Stimulus entsprechende Wahrnehmung entsteht.

In der vorliegenden Arbeit wird in Ermangelung eines befriedigenden Modells der visuellen Wahrnehmung davon ausgegangen, dass im Wahrnehmungsraum eine 1:1 Repräsentation des visuellen Eingangsstimulus existiert.

Es findet bei dem hier verwendeten Modell der visuellen Wahrnehmung somit keine Mustererkennung, keine (Re-)Konstruktion aus Einzelfeatures, keine emotionale Färbung und keine Aufmerksamkeitsfokussierung statt, wie es z.B. in der Theorie der indirekten Wahrnehmung (*indirect perception*) gefordert wird. Vielmehr entspricht das hier verwendete Modell der visuellen Wahrnehmung in gewisser Weise der Abbildung eines Bildes durch ein zweistufiges optisches System. Es

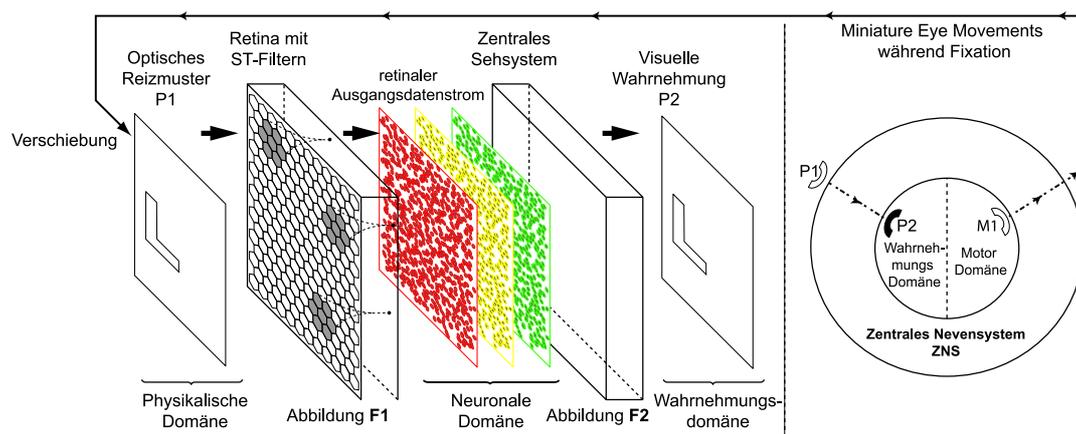


Abbildung 4.18: Modell der visuellen Wahrnehmung mit Miniature Eye Movements. Nach ST-Filterung (F1) des Stimulus P1 durch die Retina wird der neuronale Datenstrom vom Zentralen Sehsystem in die Wahrnehmung abgebildet und das Perzept P2 erzeugt. Dabei wird der Wahrnehmungsprozess unterstützt, indem das Zentrale Sehsystem motorische Kommandos für Miniature Eye Movements an die Augenmuskulatur sendet. Diese bewirken schließlich eine Verschiebung des Bildes auf der Retina, was wiederum zusätzliche retinale Filterausgaben erzeugt (nach [EBN06]).

handelt sich um ein indirektes Wahrnehmungsmodell, da eine interne Repräsentation konstruiert wird. Im Gegensatz dazu existiert das Wahrnehmungsmodell der *direct perception*, dessen Verfechter einen direkten Zugang zur Welt fordern, der ohne interne Repräsentation und Rekonstruktionen auskommt⁸.

Im Falle des Retina-Encoder-Trainings mit einer normalsichtigen Versuchsperson ist diese somit in einer ähnlichen Situation wie ein Homunculus, da sie die Repräsentation des distalen Stimulus in einem künstlichen Wahrnehmungsraum betrachtet⁹. Allerdings wird von ihr keine Erkennung des Stimulus auf dem internen Monitor verlangt, sondern lediglich eine qualitative Aussage zum Grade der Übereinstimmung zwischen diesem und dem ursprünglichen Eingangsreiz, der z.B. auf einem anderen Schirm im künstlichen Wahrnehmungsraum dargeboten wird.

Die Anforderung an die Abbildung F2 durch das Inverter Modul ist, dass diese in der Lage ist, den ursprünglichen Stimulus aus dem Abbildungsergebnis von F1 zu rekonstruieren. An dieser Stelle soll bei der Entwicklung des Inverter Moduls auf die postulierte Strategie des ZVS zurückgegriffen werden können, das *Miniature Eye Movements* generiert, um den Wahrnehmungsprozess zu unterstützen. Das Inverter Modul soll die Möglichkeit besitzen simulierte Fixationsaugenbewegungen anzufordern, um Zusatzinformationen zu generieren, die ihm bei der Rekonstruktion helfen. Der Hauptansatzpunkt dabei ist die Auflösung der Mehrdeutigkeit der Ganglienzellantworten hinsichtlich der Reizbelegung ihrer RFs. Eine genauere Darstellung dieses Inversionsansatzes findet in [Abschnitt 5.4](#) statt.

Im Rahmen dieser Arbeit werden verschiedene Möglichkeiten untersucht, auf welche Art und Weise solche simulierten *Miniature Eye Movements* generiert werden können und die gewonnene Zusatzinformation in den Inversionsprozess einbezogen werden kann.

⁸Die Theorie der indirekten Wahrnehmung geht auf Helmholtz zurück und wird auch als Konstruktivismus bezeichnet. Die Theorie der direkten Wahrnehmung (*direct perception*) wurde von Gibson eingeführt (*ecological approach*) [Gib79]. Vergleiche der beiden Erklärungsansätze finden sich in [FP81b] und [Nor03].

⁹Der künstliche Wahrnehmungsraum fällt in diesem Falle mit der physikalischen Außenwelt zusammen. Er ist von dem wirklichen Wahrnehmungsraum der Versuchsperson zu unterscheiden.

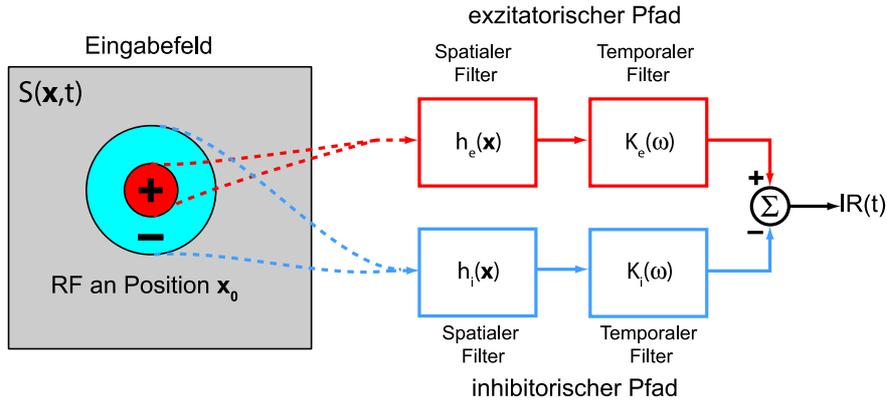


Abbildung 4.19: Darstellung der ST-Filter-internen Informationsverarbeitung

4.7 Digitale ST-Filter

4.7.1 Struktur der ST-Filter für einen Retina Encoder

Um die neuronale Informationsverarbeitung der Retina zu simulieren, existiert die Möglichkeit, die Informationsverarbeitung aller retinalen Zellen zu modellieren. Dies ist vom Rechenaufwand für ein Echtzeitsystem jedoch unrealistisch. Ein gangbarer Weg ist, die Rezeptiven Feldeigenschaften der retinalen Ganglienzellen nachzubauen, welche überwiegend durch P- und M-Zellen gegeben sind. Die Informationsverarbeitung der Retina lässt sich auf die Weise als Ensemble von einstellbaren ST-Filtern simulieren.

Die spatialen und temporalen Filtereigenschaften für beide Zellklassen lassen sich durch ein parametrisiertes ST-Filter darstellen. Aufgrund des unterschiedlichen Zeitverhaltens des exzitatorischen und des inhibitorischen Pfades [KB01] ist es sinnvoll, die spatiale Filterung zunächst getrennt für beide Pfade durchzuführen. Der sich so ergebende spatio-temporale Filter ist damit nicht separabel, sondern als Summe zweier separierbarer ST-Filterungen darstellbar. Die spatiale Filterung wird dazu zunächst getrennt für den exzitatorischen (e) und den inhibitorischen (i) Bereich des RFs vorgenommen. Diese beiden spatialen Filterergebnisse werden anschließend zwei unterschiedlichen temporalen Filterungen unterzogen, wie es den physiologischen Gegebenheiten entspricht. Anschließend findet eine Zusammenführung der beiden Pfade statt. Das ST-Filter wandelt ein spatio-temporales Eingabepattern in eine momentane Impulsrate $IR(t)$ um. Die sich ergebende Vorschrift für die Filterung eines raum-zeitlichen Stimulus $S(\mathbf{x}, t)$ durch ein ST-Filter an der Position \mathbf{x}_0 hat das folgende Aussehen (s.a. [Hün00]):

$$\begin{aligned} IR(\mathbf{x}_0, t) &= \int k_e(t-t')f_e(\mathbf{x}_0, t)dt - \int k_i(t-t')f_i(\mathbf{x}_0, t)dt \\ &= k_e(t) * f_e(\mathbf{x}_0, t) - k_i(t) * f_i(\mathbf{x}_0, t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

mit

$$f_{e/i}(\mathbf{x}_0, t) = \iint S(\mathbf{x}, t)h_{e/i}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)d^2\mathbf{x} \quad (4.4)$$

Dabei stellt $h_{e/i}(\mathbf{x})$ den spatialen, Gauss'schen Filterkern (Gleichung 4.1) für den exzitatorischen bzw. inhibitorischen RF-Bereich dar. $k_{e/i}(t)$ stellt die jeweiligen temporalen Filterkerne dar ($k_{e/i}(t) \circ \bullet K_{e/i}(\omega)$ gemäß 4.2). Abbildung 4.19 zeigt die Struktur eines solchen zweipfadigen ST-Filters.

4.7.2 Entwurf von FIR- und IIR-Filtern

Für die Berechnung der temporalen Filterung in den beiden Pfaden des Retina-Encoder-Systems stehen grundsätzlich zwei unterschiedliche digitale Filterklassen zur Verfügung: *Finite (Duration) Impulse Response* (FIR) und *Infinite (Duration) Impulse Response* (IIR) Filter.

Für temporale Filterung in einem Retina Encoder werden an die Realisierung der temporalen Filterstufe mehrere Anforderungen gestellt, die teilweise gegensätzlich sind. So möchte man einerseits eine große Bandbreite temporaler Filtereigenschaften retinaler Ganglienzellen abdecken, was teilweise hohe Filterordnungen erfordert. Andererseits soll eine Lösung echtzeitfähig sein und mit wenigen unabhängigen Filterparametern eingestellt werden können [Hün00].

IIR-Filter

Infinite Impuls Response Filter haben ihren Namen aufgrund der Eigenschaft, eine unendlich lange Stoßantwort zu generieren. Das Filter ist rekursiv und die allgemeine Berechnungsvorschrift ist gegeben durch [Hes93]:

$$y(n) = \sum_{k=0}^K a_k x(n-k) + \sum_{k=1}^K b_k y(n-k) \quad (4.5)$$

Abbildung 4.20 zeigt die Struktur eines IIR-Filters mit den wichtigsten Berechnungselementen.

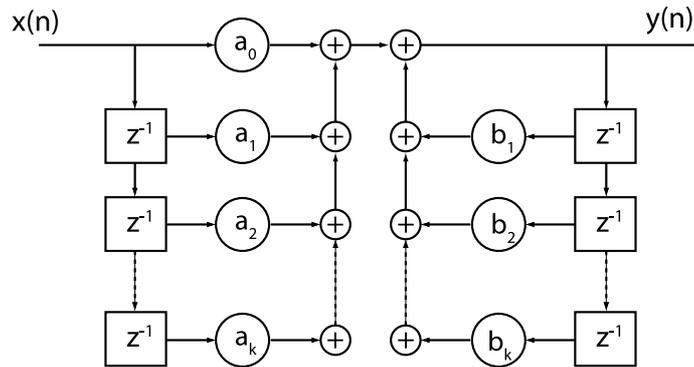


Abbildung 4.20: Dargestellt ist die Struktur eines IIR-Filters mit den wichtigsten Elementen. Es kommen Delayglieder (Boxen mit z^{-1}) vor, die das anliegende Signal für einen Zeitschritt verzögern. Weiterhin kommen Summationsglieder (Kreise mit $+$) und Multiplikationsglieder (Kreise mit Gewichtungsfaktor) vor.

Die z -Transformierte der Berechnungsvorschrift ergibt sich zu:

$$Y(z) = H(z)X(z) = \frac{\sum_{k=0}^K a_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^K b_k z^{-k}} X(z) \quad (4.6)$$

Der Vorteil der IIR-Filter ist einerseits, dass man mit Filtern geringer Ordnung lange und relativ exakte Stoßantworten produzieren kann und dass Filterparameter weitestgehend entkoppelt sind. Weiterhin geht man beim Design digitaler Filter meist von einem kontinuierlichen Entwurf aus und transformiert diesen beispielsweise mit der *Impuls Invarianz Methode* oder der *Bilinear-Transformation* ins Diskrete [Mil89]. Die Bilinear-Transformation ist recht einfach, da hier direkt aus der Laplace-Transformierten der Impulsantwort des kontinuierlichen Filters $F(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$ gewonnen werden kann. Dazu muss die folgende Ersetzung vorgenommen werden:

$$s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (\text{Bilinear-Transformation}) \quad (4.7)$$

Dabei ist T das Abtastintervall. Der temporale Filteranteil des Retina Encoders wurde bei Hünemann auf diese Art entworfen [Hün00].

Die IIR-Filter haben jedoch auch gewisse Nachteile: Zum einen ist die Stabilität der IIR-Filter nicht immer gegeben und zum anderen lässt sich eine IIR-Filterung nicht als Matrizenoperation mit endlichdimensionalen Matrizen darstellen. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit für die temporale Filterung auf die FIR-Filter zurückgegriffen.

4.7.3 FIR-Filter

Im Gegensatz zu IIR-Filtern ist die Länge der Impulsantwort bei FIR-Filtern beschränkt und stimmt mit der Ordnung des Filters überein. Die Berechnungsvorschrift für einen FIR-Filter der Ordnung K ist gegeben durch:

$$y(n) = \sum_{k=0}^K a_k x(n-k) \quad (4.8)$$

Die z-Transformierte der Berechnungsvorschrift ergibt sich zu:

$$Y(z) = H(z)X(z) = \sum_{k=0}^K a_k z^{-k} X(z) \quad (4.9)$$

Das FIR-Filter ist nicht-rekursiv und stabil. Sollte das Filter nicht kausal sein, so kann es durch eine Zeitverzögerung immer kausal gemacht werden. Die Gewichtungsfaktoren a_i der einzelnen Verzögerungsstufen (s. [Abbildung 4.21](#)) entsprechen den Werten der Impulsantwort des Filters zu den entsprechenden Zeitpunkten. Nachteile der FIR-Filter sind die meist hohen Ordnungen und

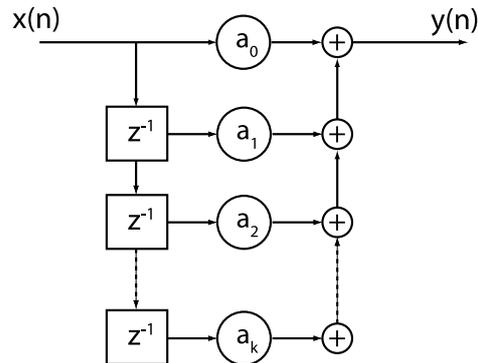


Abbildung 4.21: Struktur eines FIR-Filters. Im Gegensatz zum IIR-Filtern besitzen FIR-Filter keine Rückkopplungen und sind stabil.

die damit verbundenen hohen Rechenanforderungen. Hier hat man allerdings die Möglichkeit, die Berechnung der Faltung im Fourierraum durchzuführen, was mittels der Fast Fourier Transformation (FFT) ab einer gewissen Filterordnung zeitliche Vorteile bringt.

Der Entwurf von FIR-Filtern ist ebenfalls schwieriger. Hier existieren mehrere Verfahren, die im Zeit- oder Frequenzbereich beheimatet sind:

Am einfachsten realisierbar ist die *Fenstermethode*, bei der zunächst ein IIR-Filter anhand eines kontinuierlichen Systems entworfen wird. Anschließend berechnet man die Impulsantwort des IIR-Filters und bricht diese bei der gewollten Filterordnung ab, was einer Faltung mit einem Rechteckfenster entspricht. Die einzelnen Werte der Impulsantwort bilden die Wichtungsfaktoren des FIR-Filters. Neben diesem Rechteckfenster können auch andere Fenster wie das Dreieckfenster, das Hanning-Fenster, das Hamming-Fenster oder das Blackman-Fenster eingesetzt werden.

Eine weitere Entwurfsmethode ist das *Toleranzschema*-Verfahren. Bei diesem Verfahren entwirft man das Filter derart, dass dessen Amplitudenspektrum einem vorgegebenden Verlauf innerhalb gewisser Toleranzgrenzen folgt [Hes93].

Kapitel 5

Entwicklung des Retina Encoder Systems RE*

Zur Untersuchung verschiedener Methoden zur Inversion von durch ST-Filtern geleisteten Abbildungen, die im Inverter Modul eingesetzt werden sollen, wurde eine neue Retina-Encoder-Testumgebung mit dem Namen **RE*** entwickelt. Für die Softwareentwicklung wurde *C++* eingesetzt. Die GUI-Erstellung erfolgte mit Hilfe des *QT3.2.3*-Frameworks der Firma *Trolltech* [Tro]. Als Entwicklungsumgebung kam *Microsoft Visual Studio 6* [Mic] zum Einsatz.

Abbildung 5.1 zeigt die Programmstruktur. Die Hauptaufgabe bestand in der Entwicklung der drei zentralen Komponenten der RE*-Umgebung:

1. **Entwicklung eines lernfähigen Retina Encoders RE*:** Den Retina Encoder stellt das Filter Modul (FM¹) dar, welches ein definiertes Eingabefeld für spatio-temporale Reize besitzt. Dieses Feld wird mit einzeln einstellbaren ST-Filtern des Retina Encoders abgetastet. Die resultierende Zeitfunktion der Filterung steht am Ausgang des Moduls für nachfolgende Verarbeitungsmodule zur Verfügung. Sie wird außerdem in einem zugehörigen Fenster für Analyse und Fehlersuche dargestellt. Das Filter Modul besteht aus den Programmteilen *Hexfilter*, welche die ST-Filterung durchführt und dem *Hex Filter Display* zur Anzeige des Filterergebnisses. Weitere Bestandteile sind der *Filter Manager*, der zur Verwaltung der ST-Filter Typen dient und der *Filter Konfigurator*, welcher die Benutzerschnittstelle zur Filtertyperstellung darstellt. Weiterhin existiert ein Tiling Manager zur Verwaltung der Filter Anordnungen und die zugehörige GUI (*Filter Tiling Konfigurator*) zur Filter Tiling Erstellung. Zur Reizgenerierung wurde zusätzlich ein Mustergenerator (*Pattern Generator*) entwickelt, der die Möglichkeit bieten musste, verschiedene vorbereitete spatio-temporale Reizmuster zu laden oder neue zu generieren. Die Reizmuster (P1) wurden durch das *Input Hex Display* dargestellt.
2. **Entwicklung eines Inverter Moduls (IM):** Das Inverter Modul besteht aus verschiedenen Strukturen, die die Möglichkeiten bieten, verschiedene Inversionsmethoden auf die von RE* bereitgestellten Daten der ST-Filterung anzuwenden. Die Entgegennahme der ankommenden Filter Modul Ausgangsdaten sowie die Verwaltung der Inversionsmethoden übernimmt das Modul *Inversion Manager*. Die Darstellung des Inversionsergebnisses (P2) geschieht mit Hilfe des Moduls *Invert Hex Display* und kann von normalsichtigen Versuchspersonen (VP) visuell aufgenommen werden. IM bekommt zusätzlich die Möglichkeit, durch Rückkopplung mit FM Einfluss auf den Filtervorgang ausüben zu können, indem es kleine Verschiebungen des Eingangsbildes anfordern kann. Die Entwicklung des Inverter Moduls ist der zentrale Punkt der Arbeit.

¹Im Folgenden bezeichnet RE* das Retina-Encoder-Gesamtsystem. Das Filter Modul, das im eigentlichen Sinne die ST-Filterung durchführt, wird mit FM bezeichnet.

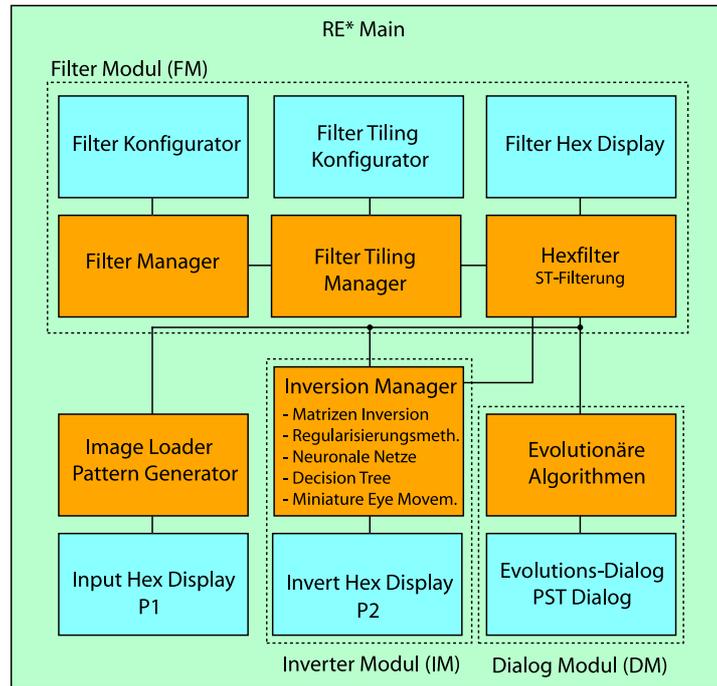


Abbildung 5.1: Dargestellt ist die RE*-Programmarchitektur. Diese besteht hauptsächlich aus den drei Komponenten Filter Modul, Inverter Modul und Dialog Modul. Diese zerfallen teilweise weiter in Untermodule. Außerdem existiert eine Untergliederung in grafische Benutzerschnittstellen (GUIs, blaue Kästen) und Algorithmen (orange Kästen).

3. **Dialog Modul (DM) für wahrnehmungsbasiertes RE*-Training:** Das Dialog Modul bietet die Möglichkeit, ein wahrnehmungsbasiertes Training zur Einstellung der FM-Parameter mit normalsichtigen Versuchspersonen durchzuführen. DM besteht aus einem Evolutionäre Algorithmen Modul, welches verschiedene Lernverfahren bereitstellt. In DM wird einerseits auf das in der Einleitung beschriebene 3-aus-6-Verfahren zurückgegriffen. Der dahinterliegende Evolutionäre Algorithmus musste jedoch dazu an das neue Retina-Encoder-System angepasst werden. Des Weiteren wurden andere Lernverfahren entwickelt, bei denen die Versuchsperson örtliches Feedback (*Position Sensitive Tuning, PST*) geben kann. Für Testzwecke wurden zusätzlich mathematische Bewertungsroutinen implementiert. Die Lerndialog Benutzer-Schnittstelle wird von dem Modul *Evolutions-Dialog* bzw. *PST-Dialog* bereitgestellt.

Im Folgenden soll die Entwicklung der drei Komponenten sowie zugehörige experimentelle Funktionstests im Detail beschrieben werden.

5.1 Entwicklung des RE* Filter Moduls

5.1.1 FM-Eingabefeld

Die Basiskomponente des Filter Moduls ist eine frei skalierbare, hexagonale Datenstruktur, die als Eingabefeld (*Hexagon Display Input*) für spatio-temporale Reize dient. Die hexagonale Struktur spiegelt die Verteilung der Photorezeptoren in der Retina wider. Ein Hexagon des Eingabefeldes entspricht somit einem Photorezeptor. Die Breiten des Zentrums σ_C und der Peripherie σ_P Rezeptiver Felder sind auf Vielfache der Gitterkonstanten des hexagonalen Rasters festgelegt. Da die meisten Bildformate kartesische Koordinaten verwenden, müssen präsentierte Stimuli auf ein

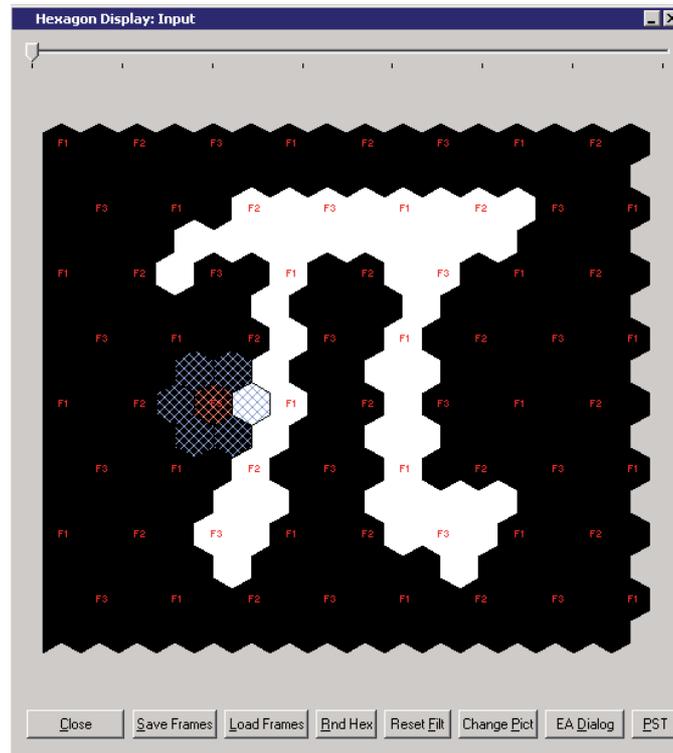


Abbildung 5.2: Eingabefeld von RE*

hexagonales Gitter umgerechnet werden. **Abbildung 5.2** zeigt den ersten von acht Frames² eines geladenen spatio-temporalen Stimulus in einer Auflösung von 16×16 Hexagonen. Neben der hexagonalen Auflösung kann auch die Anzahl der Frames beliebig skaliert werden. Der Schieber an der oberen Kante des Fensters erlaubt, verschiedene Frames des Stimulus zu betrachten. Die Zahl der Hexagone ist in x - und y - Richtung auf den gleichen Wert festgelegt, der im Folgenden mit N bezeichnet werden soll. Um kleine Verrückungen des Bildes erlauben zu können, ohne undefinierte Hexagone in den Sichtbereich zu schieben, wurde ein nicht sichtbarer vorgebarbarer Randbereich (Offset) an allen vier Kanten des Fensters implementiert. Für Filterberechnungen existieren drei Farbeinstellungen: schwarz-weiß (SW), 8 Bit Graustufen und 24 Bit RGB. Der Stimulus in **Abbildung 5.2** ist vom SW-Typ. Auf Wunsch lassen sich die Verteilung der ST-Filter über den Eingabe-Bereich als auch die Topologie einzelner ST-Filter-Typen visualisieren. Jede Hexagonposition kann dabei als Stützstelle zur Platzierung eines ST-Filters dienen.

5.1.2 Filter-Konfigurator

Die Konstruktion verschiedener Arten von ST-Filtern kann im Filter-Konfigurator vorgenommen werden, der ein Bestandteil des RE*-Filter-Moduls ist. Dieser bietet die Möglichkeit, die Gestalt des On- und Off-Bereichs der ST-Filter zu definieren. Außerdem können spatiale Gewichte für einzelne Hexagone des Zentrum- und des Peripherie-Bereiches eingestellt werden. Weitere Parameter sind einstellbarer, additiver Offset und Skalierungsfaktor. Der maximale RF-Bereich beträgt 11×11 Hexagone. Das zentrale Hexagon an der Position (5, 5) dient als Ausgabe-Position des Filterergebnisses.

²Als *Frame* wird die rein spatiale Ausprägung eines Reizes zu einem bestimmten festen Zeitpunkt bezeichnet. Die Anzahl der Zeitschritte eines spatio-temporalen Reizes entspricht der Zahl der Frames.

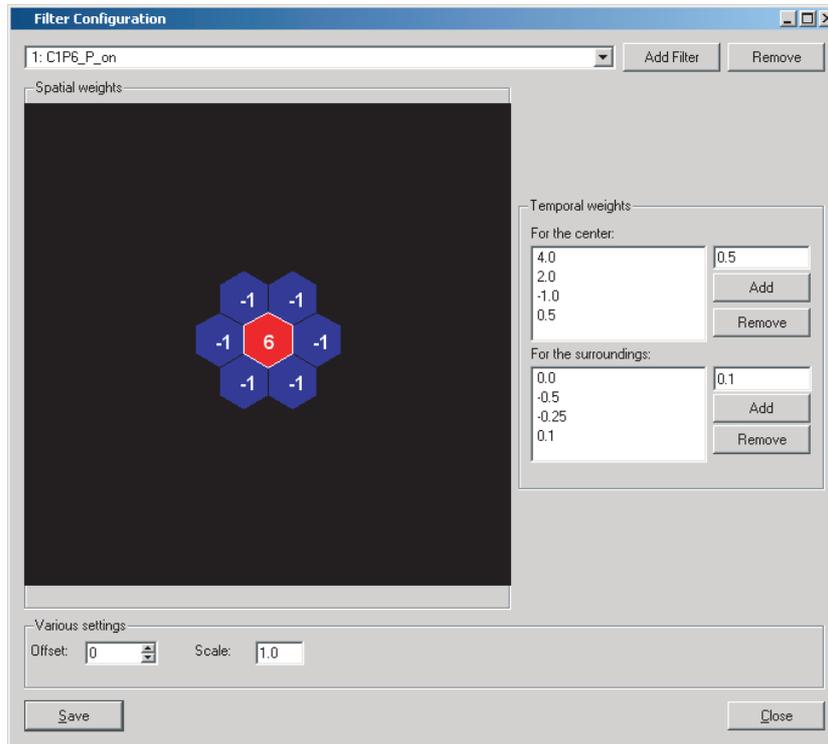


Abbildung 5.3: RE* ST-Filter-Konfigurator

Für Zentrum und Peripherie können jeweils unabhängige Filterparametersätze für die temporalen FIR-Filter gewählt werden. Die maximale Filterordnung der beiden temporalen FIR-Filter ist nicht explizit beschränkt und soll im Weiteren mit K bezeichnet werden. Die generierten Filtertypen können für die weitere Verwendung benannt und in einem Filter-Pool abgespeichert werden. In [Abbildung 5.3](#) ist der Aufbau des Filter-Konfigurator-Fensters dargestellt.

5.1.3 Spatio-temporale Filteroperation

Die interne Informationsverarbeitung eines einzelnen ST-Filters ist in [Abbildung 5.4](#) dargestellt. Der Teil des Eingangsstimulus, der in den Bereich des Rezeptiven Feldes RF_i fällt, wird zunächst im Zentrum- als auch im Peripherie-Pfad spatial gewichtet und aufsummiert. Die spatialen Gewichte der jeweils zum Zentrum (C) bzw. zur Peripherie (P) gehörenden Hexagone sind jeweils identisch. Auf einen Gauss-förmigen Verlauf der spatialen Gewichtungsfunktion wird zunächst verzichtet.

Die Zeitreihen der spatialen Filterresultate der beiden Pfade werden anschließend separat durch FIR-Filter zeitlich gefiltert. Darauf folgt die Summation der beiden Pfade. Dabei wird beispielweise bei einem On-Zentrum-Off-Peripherie-Filter das Peripherie- vom Zentrumsergebnis subtrahiert. Die Subtraktion erfolgt durch Wahl eines negativen Vorzeichens bei den spatialen Gewichten des Off-Bereichs. Eine Gewichtung dieser Summation ist durch Wahl anderer spatialer oder temporaler Filtergewichte implizit einstellbar. Es folgt eine Skalierung des Signals und anschließend die Addition eines Offsets, der die Ruheimpulsrate retinaler Ganglienzellen widerspiegeln soll. Das Ergebnis entspricht der momentanen Impulsrate einer retinalen Ganglienzelle mit den entspre-

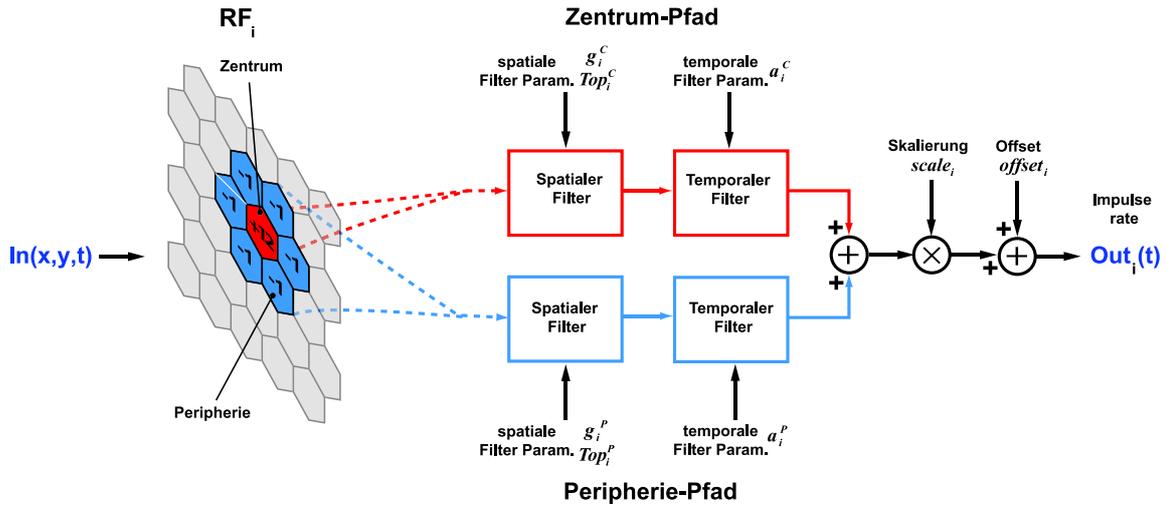


Abbildung 5.4: ST-Filter-interne Informationsverarbeitung am Beispiel eines C1P6-P-On-Filters.

chenden spatio-temporalen Filtereigenschaften³. Der Filterparametersatz eines zu konstruierenden ST-Filters ST_i ist somit gegeben durch:

1. die Topologie des rezeptiven Feldes (11×11 Feld Top_i mit den Einträgen $+1, 0, -1$),
2. die beiden spatialen Gewichte des On- und des Offbereichs g_i^C bzw. g_i^P ,
3. die jeweils $K + 1$ temporalen Gewichte der temporalen FIR Filter im Zentrum- ($\mathbf{a}_i^C = [a_{i0}^C, a_{i1}^C, \dots, a_{iK}^C]$) und Peripheriepfad ($\mathbf{a}_i^P = [a_{i0}^P, a_{i1}^P, \dots, a_{iK}^P]$),
4. den Skalierungsfaktor $scale_i$ und
5. den Offset $offset_i$.

Um die Wahlmöglichkeit der RF-Topologie in der späteren FM-Realisierung möglichst groß zu halten, wird diese durch eine 11×11 große Topologiematrix kodiert. Ein positiver Eintrag $Top_i(x, y)$ steht für eine Zugehörigkeit des Kernel-Hexagons an der Stelle x, y zum Zentrum des RFs. Ein negativer Wert bedeutet die Zugehörigkeit zur Peripherie und der Wert 0 sagt aus, dass das Hexagon nicht zum Filterkern gehört. Das dem Zentrum zugeordnete spatiale Gewicht ist g_i^C ; das zum Peripherie-Bereich gehörige ist g_i^P . Die Unterscheidung bzgl. On-Bereich bzw. Off-Bereich wird durch positive bzw. negative Wahl der spatialen Gewichte erreicht. Um eine On-Zentrum-Off-Peripherie-Ganglienzelle zu simulieren, bei der das Zentrum eine 12 mal größere Gewichtung als der Peripheriebereich hat, muss das Gewicht $g_i^C = 12$, das Gewicht $g_i^P = -1$ und die entsprechenden Koordinaten in der Topologiematrix auf $+1$ für Zentrums-hexagone bzw. -1 für Peripheriehexagone gesetzt werden.

In **Abbildung 5.3** ist das Beispiel einer solchen On-Off-Ganglienzelle dargestellt. Der Zentrumsbereich umfasst nur ein Hexagon, der auch als Bezugspunkt des Filterausgangs dient. Die Peripherie umfasst die sechs benachbarten Hexagone.

Für die Zentrums- und Peripherie-Resultate der spatialen Filterung eines beliebigen ST-Filters i gilt somit für eine diskrete Filterung ($x(n) := x(t_n) = x(nT)$ mit $T = \text{Abtastintervall}$):

³Mit dieser Art der spatio-temporalen Filterung ist nur der lineare Arbeitsbereich einer retinalen Ganglienzelle beschrieben. Um die nichtlinearen Eigenschaften, wie die nichtnegative Impulsrate und Sättigungseffekte, mitbeschreiben zu können, muss dem Offset noch eine statische Nichtlinearität folgen (siehe [CHM97]). Um eine biologische Ganglienzelle exakt zu beschreiben, fehlt noch die Umwandlung der berechneten Impulsrate in eine asynchrone Impulsfolge (s. [Hün00]) mit stochastischen Anteilen. Diese Umwandlung wird in der endgültigen Ausführung einer Sehprothese berücksichtigt, soll hier aber nicht betrachtet werden.

$$\begin{aligned}
res_i^C(n) &= res_i^C(t_n) = \sum_{x,y \in G_i^C} g_i^C In(x,y,t_n) \\
res_i^P(n) &= res_i^P(t_n) = - \sum_{x,y \in G_i^P} g_i^P In(x,y,t_n)
\end{aligned} \tag{5.1}$$

Dabei umfassen die Gebiete G_i^C bzw. G_i^P diejenigen Hexagone des Eingangsstimulus $In(x,y,t_n)$, die zum Zentrums- bzw. Peripherie-Bereich des Rezeptiven Feldes gehören. Die Gebiete werden anhand der zugehörigen Topologiematrix bestimmt. Es folgt die temporale Filterung. Die Parameter der beiden temporalen Filter sind die Multiplikationsfaktoren, mit denen die zu den Zeitpunkten t_n bis t_{n-K} gehörenden spatialen Filterresultate gewichtet werden:

$$res_i(n) = \sum_{k=0}^K a_{ik}^C res_i^C(n-k) + \sum_{k=0}^K a_{ik}^P res_i^P(n-k) \tag{5.2}$$

Nach Berücksichtigung des Skalierungsfaktors und des Offsets ergibt sich für das endgültige Resultat eines ST-Filters des Typs ST_i :

$$Out_i(n) = scale_i \cdot res_i(n) + offset_i \tag{5.3}$$

Bei der Modellierung der retinalen spatio-temporalen Filterung durch technische Filter wurden einige Vereinfachungen eingeführt: Zum einen gehen bei der Berechnung der Peripherieantwort keine Hexagonbelegungen von Zentrumsfeldern ein. Zum anderen werden alle Photorezeptorbeiträge von Zentrum bzw. Peripherie jeweils mit dem gleichen Gewichtungsfaktor berücksichtigt und keine Gewichtung gemäß eines Gauss-Profiles vorgenommen. Weiterhin findet nur eine Berechnung von Graustufen statt.

5.1.4 RF-Topologien

Mit Hilfe des Filter-Konfigurators lassen sich antagonistische RF-Topologien verschiedenster Komplexität erzeugen. Dabei können ST-Filter verschiedener Klassen durchaus die selbe rezeptive Feldstruktur haben, dafür aber ein unterschiedliches temporales Filterverhalten. In [Abbildung 5.5](#) sind einige Beispiele für RF-Topologien dargestellt. Die roten Hexagone sollen hier für den On-Bereich und die Blauen für den Off-Bereich des rezeptiven Feldes stehen. Zu den dargestellten Topologien existieren grundsätzlich auch immer die negierten Formen, bei der On- und Off-Bereich vertauscht ist. Es bietet sich an, das zentrale Hexagon als Referenzpunkt für die Platzierung auf der Stimulusfläche zu definieren. Dies ist allerdings nicht bei allen aufgeführten RF-Topologien möglich, da sich bei einigen kein Hexagon im zentralen Symmetriepunkt befindet (z.B. T3, T9, T13). Bei diesen kann man ein möglichst zentral sitzendes Hexagon als Filterausgang definieren. Die Liste ist keineswegs vollständig. Es gibt für die Verteilung von n Zentrums- und m Peripheriehexagonen auf einem 11×11 Raster

$$N = \binom{121}{n} \binom{121-n}{m}$$

Möglichkeiten. Die große Mehrheit dieser Topologien besitzt nichtzusammenhängende Rezeptive Felder. Einige Topologien sind invariant bzgl. einer Drehung um Vielfache von 60° um den Mittelpunkt (z.B. T24, T43, T46, T47, T55 -T63) und besitzen somit die größtmögliche Rotationsinvarianz auf dem Hexagonraster. Rezeptive Felder retinaler Ganglienzellen (im Gegensatz zu rezeptiven Feldern höherer Areale der visuellen Informationsverarbeitung) sind überwiegend kreisförmig, konzentrisch, haben jeweils zusammenhängende On- bzw. Off-Bereiche und weisen eine hohe Rotationssymmetrie auf [[KJSJ00](#)]. Daher ist es sinnvoll, aus RF-Topologien, die am ehesten diesen Eigenschaften entsprechen, geeignete ST-Filterklassen zu konstruieren. Somit sind die Topologien T24, T55, T56, T58 - T60 und mit Einschränkungen T25, T26, T37 und T38 die beste

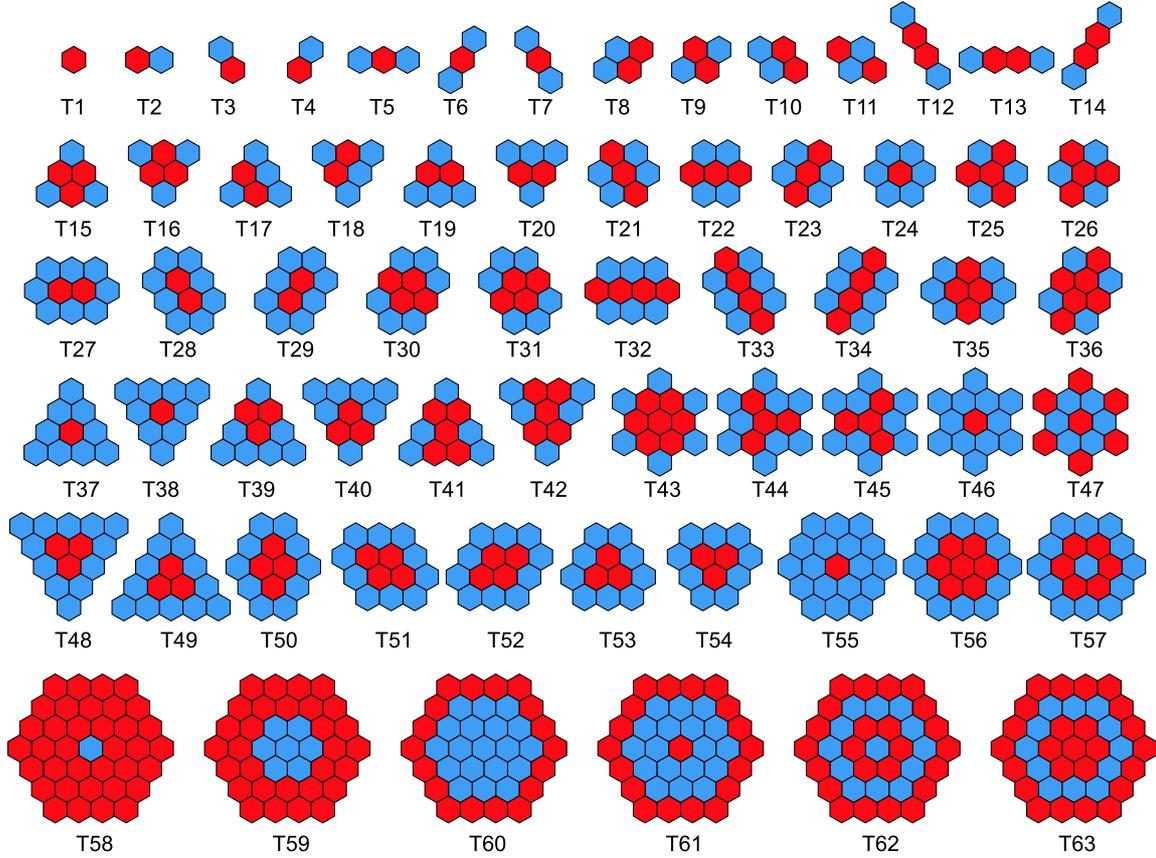


Abbildung 5.5: Zusammenstellung verschiedener RF-Topologien mit meist antagonistischer Struktur.

Wahl zur Konstruktion der ST-Filterklassen. Dazu kommen zusätzlich die zugehörigen Klassen mit vertauschten On- und Off-Bereichen. Für eine Darstellung der spatio-temporalen Filterklassen in höheren Stufen des zentralen Sehsystems hätte die Wahl der Filtertopologien eine Andere sein müssen. Es ist bekannt, dass im V1 Gabor- oder Waveletartige Strukturen zu finden sind. Die Wahl der Topologien hätte somit richtungsabhängige Anordnungen wie z.B. T32 und T33 beinhalten müssen (s. [Unterabschnitt 3.4.2](#)).

5.1.5 Konstruktion der ST-Filter Klassen

Um den Raum der spatio-temporalen Filterparameter retinaler Ganglienzellen grob mit unterschiedlichen ST-Filter Prototypen abzudecken, müssen neben der spatialen Komponente auch verschiedene temporale Filtereigenschaften simuliert werden. Ein ST-Filter-Typ wird deshalb außer durch die RF-Topologie und das On-Off-Verhalten auch durch das temporale Filterverhalten definiert.

Bei einer Beschränkung der FIR-Filter-Ordnung auf $K = 3$, stellen die beiden nachfolgenden FIR-Filterkerne h_P und h_M Zeitfilter dar, um das temporale Antwortverhalten retinaler P-Zellen bzw. M-Zellen zu simulieren (s. [Abbildung 5.6](#)).

$$\begin{aligned} h_P &= \begin{bmatrix} 0.45 & 0.43 & -0.23 & -0.15 \end{bmatrix} \\ h_M &= \begin{bmatrix} 0.32 & -0.32 & -0.32 & 0.32 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Das durch den Kern h_P definierte FIR-Filter hat Tiefpass-Charakter mit einem kleinen transienten

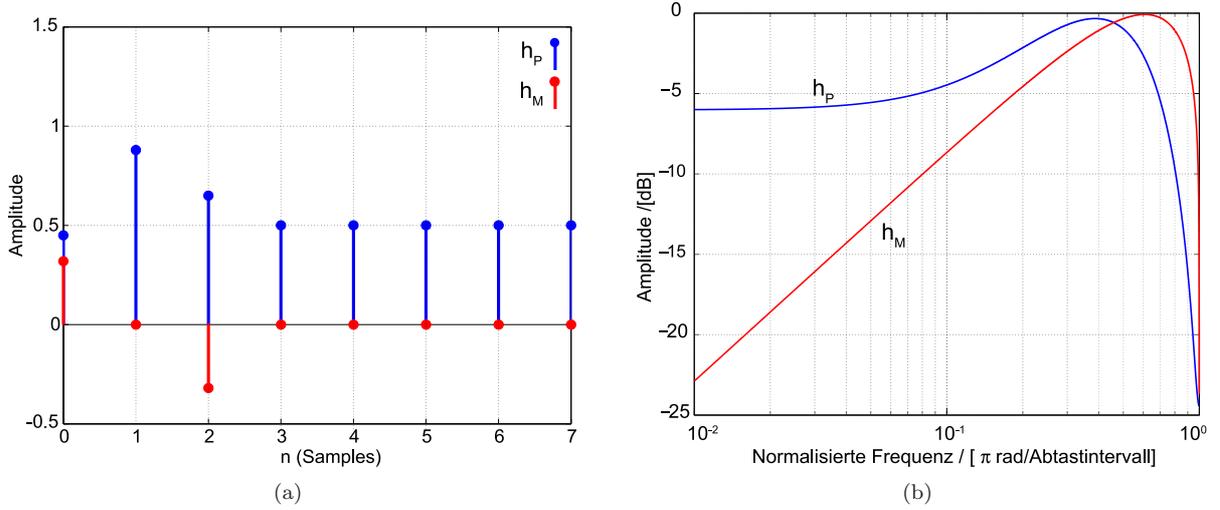


Abbildung 5.6: Amplitudenspektrum und Sprungantworten für die FIR Filterkerne h_P und h_M

Anteil, der ein leichtes Überschwingen der Sprungantwort bewirkt. Er zeigt also näherungsweise das tonische Antwortverhalten retinaler P-Ganglienzellen. Der Filterkern h_M hat Bandpass-Charakter. Bei einem statischen Stimulus ist dessen Antwort Null. Auf Reizänderungen antwortet er jedoch und zeigt näherungsweise das phasische Antwortverhalten von M-Zellen.

Die Beschränkung der FIR-Filterordnung hat die Ursache darin, dass die grundsätzlichen Inversionsmöglichkeiten der ST-Filter zunächst für niedrige Filterordnungen untersucht werden sollen. Eine hohe temporale Filterordnung führt zu einer essenziellen Zunahme der Dimension der Filtermatrizen. Für die Inversion mittels Entscheidungsbaum ist die Filterordnung nicht ausschlaggebend. Andererseits darf die Ordnung auch nicht zu gering gewählt werden, da sonst die verschiedenen temporalen Filtereigenschaften retinaler Ganglienzellen nicht nachgebildet werden können. Im Folgenden wird ein größerer Wert auf die mathematische Handhabbarkeit als auf die wirklichkeitsnahe biologische Modellierung gelegt und so eine niedrige Filterordnung gewählt. Mit der Filterordnung $K = 3$ ergibt sich für die temporale Filterung die Vorschrift:

$$res_i(n) = \sum_{k=0}^3 a_{ik}^C res_i^C(n-k) + \sum_{k=0}^3 a_{ik}^P res_i^P(n-k) \quad (5.5)$$

Die Länge T_K einer Impulsantwort $h(n)$ bei der Filterordnung $K = 3$ sind vier Zeitschritte.

$$h(n) = \sum_{k=0}^3 a_k \delta(n-k) = a_0 \delta(n) + a_1 \delta(n-1) + a_2 \delta(n-2) + a_3 \delta(n-3) \quad (5.6)$$

Aus diesen beiden temporalen Filterkernen und den oben definierten RF-Topologien können nun verschiedene ST-Filter-Prototypen erzeugt werden. Die Benennung der Filter wird folgendermaßen vorgenommen: **Cn Pm P/M On/OFF**.

Dabei steht

- **C** für Zentrum und n für die Anzahl der zugehörigen Hexagone,
- **P** für Peripherie und m für die Anzahl der zugehörigen Hexagone,
- **P** für Parvus bzw. **M** für Magnus und somit für die Klassifikation nach temporaler Filterung,
- **On** bzw. **Off** für die Zugehörigkeit des Zentrums zum jeweiligen RF-Bereich.

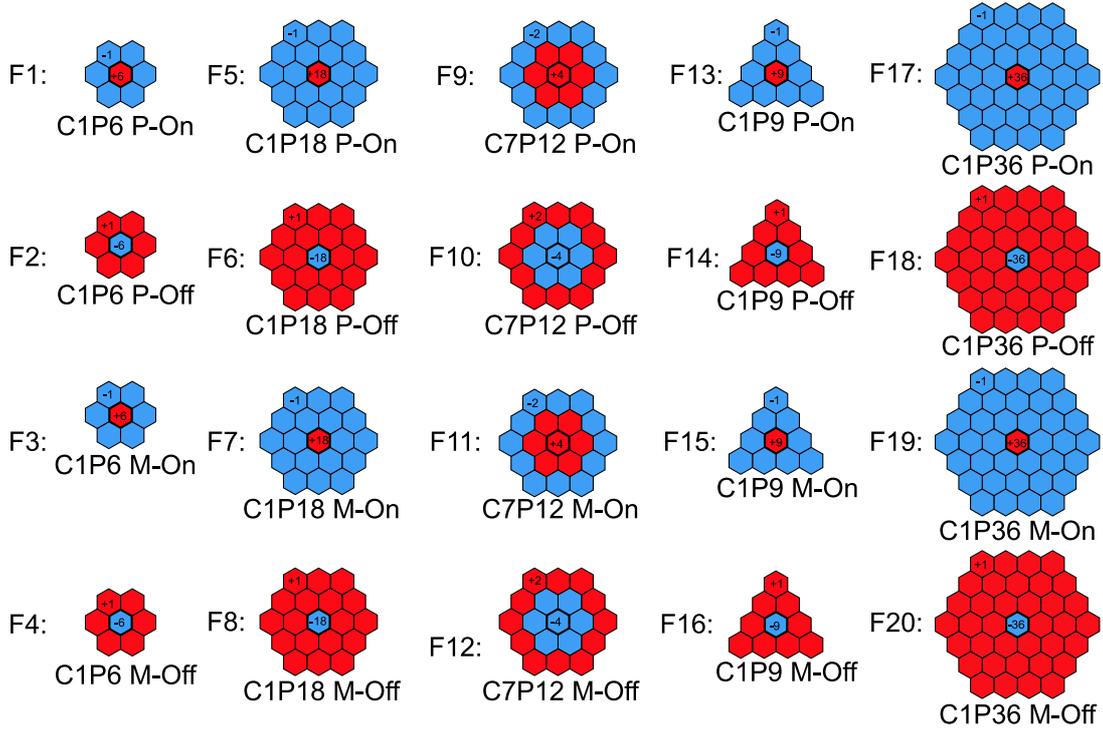


Abbildung 5.7: ST-Filter-Pool

In [Abbildung 5.7](#) ist der aus vier RF-Topologien und den beiden temporalen Filtern gebildete Filterpool mit der zugehörigen Benennung dargestellt. Das etwas stärkere schwarz umrandete Hexagon steht für den Referenzpunkt des Filters. Eine mögliche spatiale Gewichtung ist jeweils stellvertretend in ein Hexagon des Zentrums und eines der Peripherie eingetragen. Die Filterbezeichnung **C1P6 P-On** steht demnach für eine Topologie mit einem Zentrums- und sechs Peripheriehexagonen, wobei das Zentrum On-Charakter und die Peripherie Off-Charakter hat. Des Weiteren zeigt das Filter näherungsweise das zeitliche Antwortverhalten retinaler P-Zellen.

Um eine größere Variabilität der temporalen Filterantworten zu erhalten, wurden nicht alle ST-Filtertypen mit den beiden temporalen Filterkernen h_P und h_M ([Gleichung 5.4](#)) erzeugt. Stattdessen wurden die temporalen Gewichte so gewählt, dass eine gute Unterscheidbarkeit der Filterantworten gewährleistet war. Dies hatte im Rahmen der hier durchgeführten Untersuchungen Priorität gegenüber einer möglichst exakten Kopie des physiologischen Verhaltens (s. [Unterabschnitt 5.4.2](#)). Die für die Filterklassen verwendeten temporalen Gewichte sind im Anhang aufgeführt (s. [Anhang B](#)).

5.1.6 Anordnung der ST-Filter (Filter Tiling)

Die Positionierung der so erzeugten ST-Filter auf dem Hexagonraster ist als nächstes durchzuführen. Als Position für ein ST-Filter kommt im Grunde jedes Hexagon des Eingabebereichs in Frage. In [Abbildung 5.8](#) (links) ist ein Ausschnitt einer zufälligen Filteranordnung dargestellt. Ob eine Kombination aus einem Filterpool und einer definierten Filteranordnung ein invertierbares ST-Filterarray ergibt, ist nicht direkt ersichtlich. Bei einer zufälligen Anordnung kann man z.B. nicht davon ausgehen, dass alle Hexagone durch Rezeptive Felder überdeckt sind. Existieren Hexagone, die nicht durch Rezeptive Felder überdeckt sind, ist eine Rekonstruktion des Eingangsreizes nicht möglich. Ziel ist es, eine solche Kombinationen aus ST-Filter Typen und Anordnungen zu finden, die die retinale Physiologie hinreichend gut widerspiegeln (s. [Unterabschnitt 4.2.4](#)) und die gleichzeitig invertierbar sind.

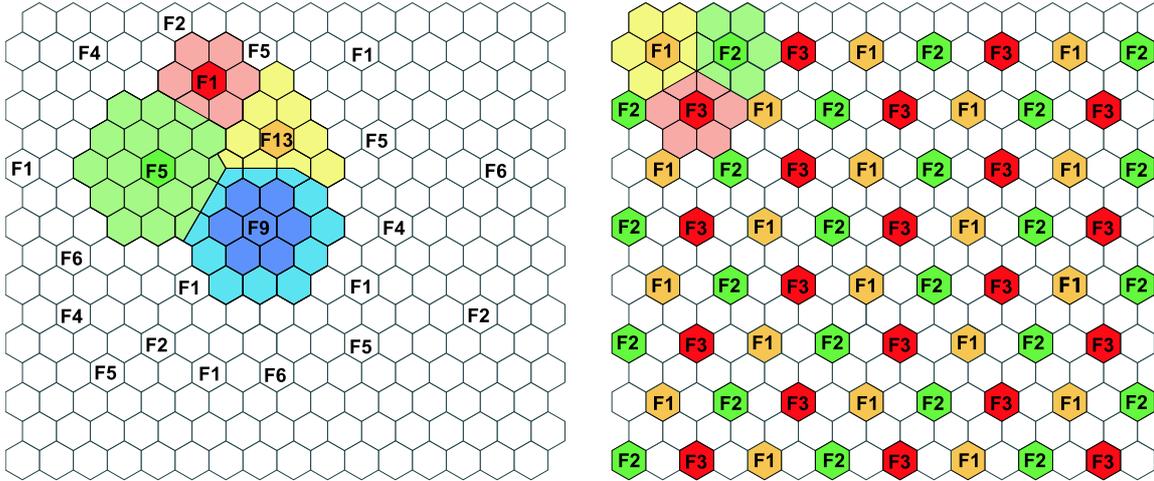


Abbildung 5.8: Dargestellt sind ein Ausschnitt eines zufälligen Tilings (links). Rechts ist das Basic-Tiling mit den Filterklassen F1, F2 und F3 veranschaulicht.

Es werden verschiedene Filteranordnungen auf Invertierbarkeit untersucht. Als eine Möglichkeit wird die Anordnung betrachtet, bei der zwischen benachbarten ST-Filter-Stützstellen jeweils ein unbesetztes Hexagonfeld liegt (**Basic-Tiling**). Dieses ist in [Abbildung 5.8](#) (rechts) mit drei Filterklassen **F1**, **F2** und **F3** dargestellt, die alle dieselbe Topologie besitzen⁴. Bei dieser Wahl ist jedes Hexagon, auf dem sich ein Filter befindet, durch genau ein RF abgedeckt. Alle anderen Hexagone werden von genau zwei RFs überlappt. Die zahlenmäßige Verteilung von $\frac{2}{3}$ P-Zellen und $\frac{1}{3}$ M-Zellen, sowie RF-Größe, Überlappung und gegenseitiger Abstand stehen in guter Übereinstimmung mit Daten der Primatenretina (s. [\[ENB05\]](#)). Eine weitere Möglichkeit besteht darin, an jeder Hexagonposition ein Filter zu positionieren. Ist dies für alle Positionen das gleiche Filter (z.B. F1), so erhält man ein **homogenes F1-Tiling** (s. [Abbildung 5.9](#) links). Eine derart dichte Positionierung unterschiedlicher Filtertypen ist ebenfalls möglich. Hier ist zunächst auf eine große Nähe zur Retinaphysiologie verzichtet worden. Diese Art der Filteranordnungen sind jedoch interessant für grundlegende Untersuchungen hinsichtlich der Invertierbarkeit von ST-Filteranordnungen mit der Matrix-Methode. Hier wird jedes Hexagon durch RFs von sieben ST-Filtern überlappt.

Eine weitere mögliche Anordnung, die im Folgenden Verwendung finden wird, basiert ebenfalls auf dem homogenen F1-Tiling. Bei diesem **homoF1-mod4 -Tiling** (s. [Abbildung 5.9](#), rechts) wurden allerdings einige Filterstützstellen entfernt, wodurch die Kondition der zugehörigen Abbildung im Vergleich zum homogenen F1-Tiling vergrößert wird.

Der Sichtbereich, dem 16×16 Hexagone zu Grunde liegen, beträgt etwa 8 Bogenminuten, wenn man von einem Photorezeptordurchmesser von 0.5 Bogenminuten in der Fovea ausgeht. Möchte man den ganzen Bereich der Fovea (Durchmesser ca. 1mm) mittels eines FM-Moduls simulieren, so würde dies einer Hexagongittergröße von etwa 500×500 entsprechen. Diese Anzahl würde bei einer 1:1-Verschaltung mit der Ganglienzellschicht auf 25 000 zu simulierende ST-Filter hinauslaufen.

5.1.7 Resultat der ST-Filterung

Das Ergebnis einer ST-Filterung des SW-Stimulus aus [Abbildung 5.2](#) ist in [Abbildung 5.10](#) dargestellt. Die eingesetzte ST-Filterstruktur wurde aus dem Basic-Tiling mit den Filtertypen F1, F2, und F3 gebildet. Daraus resultieren bei einer Auflösung von 16×16 Hexagonen 64 ST-Filter. Nur an den Stützstellen sind die Resultate der Filterung vorhanden. Die resultierende Impulsrate des ST-Filterausgangs ist dort jeweils als Grauwert dargestellt. Dabei war zu berücksichtigen, dass

⁴Im Folgenden wird die Filterbelegung des Basic-Tiling auch mit $[F_x, F_y, F_z]$ bezeichnet, wobei, F_x, F_y und F_z beliebige ST-Filterklassen sein können.



Abbildung 5.9: Dargestellt sind ein Ausschnitt eines homogenen Tilings mit dem Filtertyp F1 (links). Ein homogenes Tiling besitzt an jeder Hexagonposition eine Filterstützstelle des selben Typs. Rechts ist das homogene F1-Tiling dargestellt, wobei in diesem Fall allerdings an den Hexagonfeld-Positionen mit der Eigenschaft $(x+y) \bmod 4 = 0$ die Filterstützstelle entfernt wurde. Dieses Tiling wird im Folgenden mit **homo F1-mod4** bezeichnet.

der Grauwertebereich nur 256 Werte umfasst und so Filterresultate kleiner Null als schwarz und größer 255 als weiß dargestellt wurden.

An den Positionen mit blauen Hexagonen und weißen Kreuzen befinden sich keine ST-Filter. Somit existiert dort kein Filterresultat. Die Veränderung der Impulsrate mit der Zeit kann durch Betrachtung der verschiedenen Frames des Filterergebnisses untersucht werden. Die Anzahl der Frames der Filterantwort T_F ist durch die Zahl der Frames T_S des Stimulus und durch die Filterordnung K gegeben. Es gilt:

$$T_F = T_S + K \quad (5.7)$$

Die Grauwerte an den Filterpositionen kennzeichnen die momentane Impulsrate des dortigen ST-Filter. Das Ergebnis der ST-Filterung wird anschließend an das Inverter Modul weitergereicht.

5.2 Entwicklung des Inverter Moduls

Die Aufgabe des Inverter Moduls (IM) ist es, aus dem parallelen Datenstrom der ST-Filterung durch den Retina Encoder den ursprünglichen Stimulus P1 zu rekonstruieren. Dies bedeutet, dass IM die spatio-temporale Abbildung invertieren muss. Anschließend gibt IM das Inversionsergebnis P2 auf einem Bildschirm aus, wo es von einer normalsichtigen Versuchsperson bzgl. der Übereinstimmung mit dem Stimulus P1 bewertet werden kann. Alternativ lassen sich automatische Lerntests durchführen, indem durch ein psycho-physikalisch motiviertes, mathematisches Fehlermaß die Qualität der Übereinstimmung zwischen Stimulus und IM-Output berechnet wird und aufgrund dessen das automatische Lernsystem seine Entscheidungen trifft.

Die Vorgehensweise zur Erzeugung und der Einsatz des Inverter Moduls bei RE* im Zusammenspiel mit Filtermodul und Dialogsystem lässt sich folgendermaßen untergliedern:

1. Wahl einer ST-Filter-Einstellung für das Filter Modul, die invertierbar sein muss (Referenz-Abbildung $\mathbf{F1}_{\text{ref}}$).⁵
2. Generierung eines zugehörigen Inverter Moduls (zugehörige Referenz-Abbildung $\mathbf{F2}_{\text{ref}}$), z.B. durch Berechnung oder Training, so dass gilt: $\mathbf{F2}_{\text{ref}} \circ \mathbf{F1}_{\text{ref}} = \mathbf{Id}$

⁵Um besonders Nahe an der physiologischen Realität zu sein, wäre es notwendig, eine FM-Einstellung zu wählen, die der ST-Filterung der biologischen Retina entspricht.

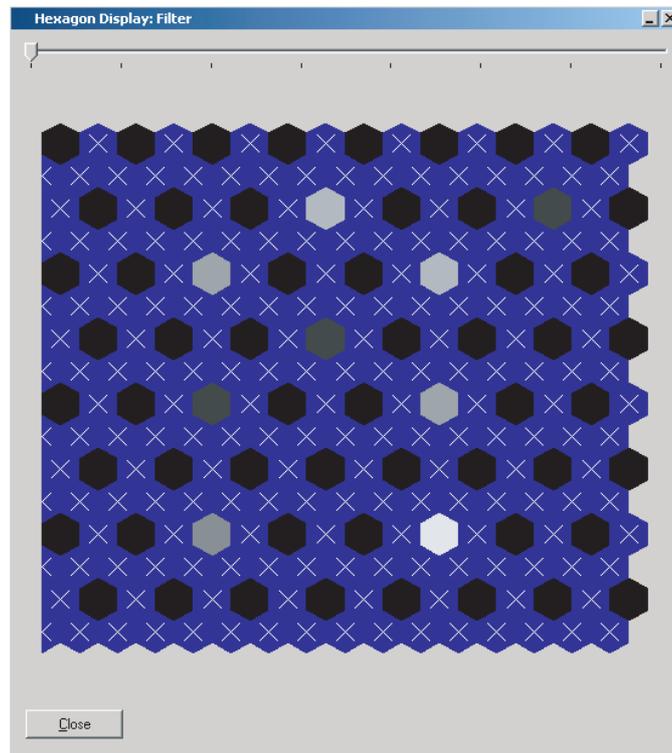


Abbildung 5.10: Ausgabefenster des Filter Moduls mit erstem Frame des Filterresultats für den π -Stimulus.

3. Verstellung des Filterparametersatzes des Inverter Moduls $\mathbf{F1} \neq \mathbf{F1}_{\text{ref}}$. Die Abbildung $\mathbf{F2}_{\text{ref}}$ wird dabei festgehalten.
4. Versuch der Wiederherstellung der Referenz-Abbildung $\mathbf{F1}_{\text{ref}}$ mit Hilfe des Dialogsystems durch Vergleich von Eingangsstimulus P1 mit dem IM-Output $\mathbf{P2} = \mathbf{F2}_{\text{ref}}(\mathbf{F1}(\mathbf{P1}))$.

Diese Vorgehensweise ist grundlegend für alle Inversionsverfahren.

5.2.1 Erzeugung von künstlichen Miniature Eye Movements

An dieser Stelle werden die in [Abschnitt 4.5](#) behandelten *Miniature Eyemovements during Fixation* als eine notwendige Funktionalität des Inverter Moduls eingeführt. Da es sich um eine technische Simulation eines biologischen Prozesses handelt, sollen sie im weiteren Verlauf als *Simulated Miniature Eyemovements* (SME) bezeichnet werden. Das Inverter Modul hat in diesem Fall, ähnlich wie das Zentrale Sehsystem beim Menschen, die Möglichkeit, über eine Rückkopplung hin zum Filter Modul bei Bedarf SMEs anzufordern (s. [Abbildung 5.11](#)). FM verschiebt daraufhin das Stimulationsmuster gegenüber dem fixen Filterarray um einen definierten Vektor \mathbf{v} . Dabei sind sechs grundlegende Richtungen möglich, die durch die Buchstaben A, B, C, D, E, F kodiert werden. Die Verschiebungslänge kann prinzipiell beliebig viele Hexagonlängen betragen (s. [Abbildung 5.12 a](#)). Der Verschiebungsvektor kann aus verschiedenen Einzelverschiebungen zusammengesetzt werden, z.B. $\mathbf{v} = 2A3B$.

Es ist dabei jedoch zu bedenken, dass an den Rändern des Stimulationsfeldes die Hexagone aus dem bisherigen Sichtbereich herauswandern und auf der gegenüberliegenden Seite neue Hexagone hereinwandern. Um diese neuen Hexagone handhaben zu können, wurde bei der Implementierung des Filtermoduls der Offset-Bereich konstruiert. Die Größe des Offset-Bereichs ist jeweils an die

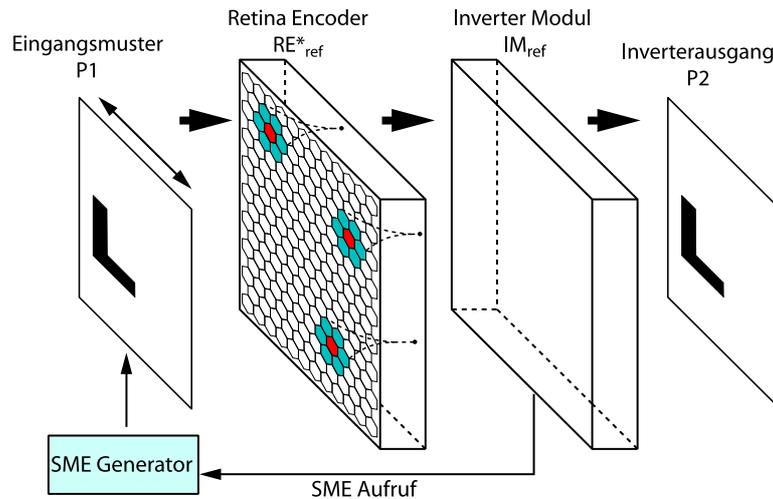


Abbildung 5.11: Inverter Modul mit Rückkopplung zum Mustereingang, um Simulierte Miniature Eye-movements (SME) aufzurufen.

verwendeten Augenbewegungsvektoren anzupassen. Bei einer Verrückung um ein Hexagondurchmesser in eine beliebigen Richtung reicht ein Offset von zwei Hexagonen aus.

Bisher blieb offen, wie die unbekanntes Hexagone des Offsets gesetzt sind. Hier gibt es prinzipiell mehrere Möglichkeiten. Im einfachsten Fall werden die Offset Hexagone alle auf schwarz gesetzt (d. h. es existiert ein schwarzer Rahmen von zwei Hexagonen Breite um das ursprüngliche Bild).

Prinzipiell konnte der SME-Verschiebungsvektor \mathbf{v} zufällig hinsichtlich seiner Zusammensetzung erzeugt werden. Es bestand aber auch die Möglichkeit eine feste Sequenz von SME-Vektoren \mathbf{v}_i mit $i = 1 \dots n$ vor Beginn der Inversion zu definieren (s. [Abbildung 5.12 b](#))). Hinsichtlich der Verschiebstrecke der SME wurde immer nur ein Hexagondurchmesser verwendet, da auf diese Weise immer benachbarte Bereiche durch dasselbe RF verarbeitet wurden. Aufgrund dieser Eigenschaft entsprechen die verwendeten SMEs am ehesten dem Tremortyp.

5.3 ST-Filter Inversion mit der Matrix-Methode

Die Entwicklung dieses Inverter Modells basiert auf den mathematischen Grundlagen, die in [Abschnitt 3.6](#) dargestellt wurden. Der Inversionsansatz geht ausschließlich von einer linearen Filter-Theorie der retinalen Signalverarbeitung aus. Nichtlineare Effekte, die z.B. durch minimale und maximale Feuerraten der retinalen Ganglienzellen zustande kommen, werden vernachlässigt. Weiterhin wird im linearen Modell kein additiver Offset verwendet.

Für die Umsetzung der Matrizenalgorithmen und insbesondere der SVD-Zerlegung wurde auf Routinen der *Numerical Recipes in C++* zurückgegriffen [[PTVF03](#)]. Die zu Beginn des Abschnitts erwähnten Schritte für den RE*-Betrieb haben bei Anwendung des Matrix-Formalismus die folgenden Ausprägungen:

- Erzeugung der Filtermatrix A aus Filter-Tiling sowie den Parametern der ST-Filtertypen (Dimension: $m \times n$, mit $m = [N \cdot N \cdot (T_S + K)]$ und $n = [N \cdot N \cdot T_S]$)
- Vergleich der Filtermatrix mit vorgegebenen gespeicherten Filtermatrizen. Wenn hier eine Übereinstimmung vorliegt, kann die zugehörige inverse Matrix geladen werden. Dadurch wird die zeitaufwendige Matrixinversion umgangen. Dieser Schritt ist nicht bei allen Regularisierungsmethoden möglich. Falls keine Übereinstimmung mit einer abgespeicherten Filtermatrix vorliegt, wird die generalisierte Inverse Matrix A^+ mittels einer SVD-Zerlegung berechnet.

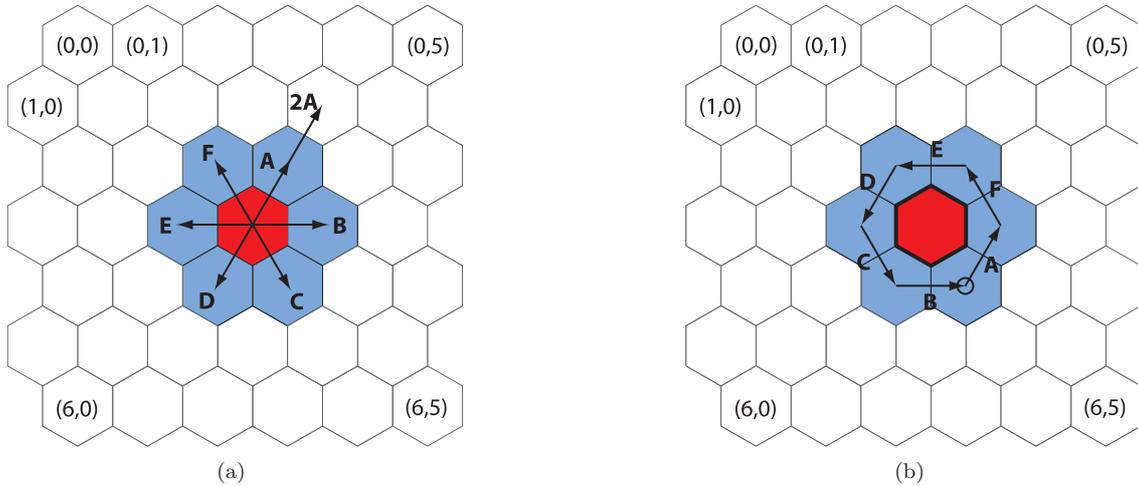


Abbildung 5.12: a) Darstellung der sechs grundlegenden Verschiebungsrichtungen A, B, C, D, E und F, die simulierten Miniature Eye Movements zur Verfügung stehen. Der SME-Verschiebungsvektor \mathbf{v} ergibt sich aus der Addition von Richtung und Strecke von Einzelverschiebungen. b) zeigt eine mögliche Sequenz von sechs SME Verschiebungen: $\mathbf{v}_1 = A$, $\mathbf{v}_2 = F$, ... Die SME-Sequenz bewirkt, dass der Fixationspunkt in etwa erhalten bleibt. Zusätzlich garantiert diese Sequenz, dass ein Hexagonfeld-Offset von 2 Hexagonen Breite bei der ST-Filterung ausreichend ist.

- Generierung des n -dimensionalen Eingangsvektors \mathbf{p}_{in} aus dem spatio-temporalen Reizmuster P1
- Erzeugung von einer oder mehreren Filtermatrizen gemäß den Vorgaben des Dialogsystems. Für den Fall, dass hier beispielsweise das 3-aus-6-Verfahren angewendet wird, generiert der Evolutionäre Algorithmus sechs ST-Filterparametersätze, aus denen in diesem Schritt die sechs zugehörigen Filtermatrizen A_i erzeugt werden. Anschließend findet die Berechnung der Filterergebnisse für die sechs Fälle statt: $\mathbf{out}_{RE}^i = A_i \mathbf{p}_{in}$.
- Umrechnung und Ausgabe des Filterergebnisses auf dem Schirm (Filteroutput-Display). Diese Operation entspricht der Anwendung der ersten Abbildung (**F1**) im hier verwendeten Modell der visuellen Wahrnehmung (s. [Abbildung 2.2](#)).
- Berechnung des rekonstruierten Inputs durch jeweilige Multiplikation der sechs Vektoren mit der Pseudoinversen $\mathbf{p}_{rekonstr}^i = A^+ \mathbf{out}_{RE}^i$, was zu den verschiedenen Inverteraussagen führt. Diese Abbildung entspricht der zweiten Abbildung (**F2_{ref}**).
- Umrechnung und Ausgabe des rekonstruierten Inputs P2ⁱ im Hexagonraster des Inverter Modul-Displays.

Im Falle der Anwendung eines Regularisierungsverfahrens müssen die Schritte evtl. abgewandelt werden, da sich der Regularisierungsoperator nicht immer geschlossen darstellen lässt.

An Rechenaufwand ergeben sich somit je Filterparametervorschlag zwei Matrix-Vektor-Multiplikationen, was selbst bei großen Matrizen gute Laufzeiteigenschaften hat.

In Abhängigkeit von der Hexagongittergröße $N \times N$, der Framezahl T_S sowie der festen Filterordnung $K = 3$ ergeben sich verschiedene Matrixdimensionen (s. [Tabelle 5.1](#))

Im Folgenden werden einige Untersuchungen des Matrixformalismus dargestellt, die mit einer festen Framezahl $T_S = 4$ und variablen Hexagongittergrößen (8×8 , 16×16 , 32×32) durchgeführt wurden. Dabei wurden verschiedene Filter-Tilings betrachtet. Um die Simulationen in angemessener Zeit durchführen zu können, wurde darauf geachtet, dass die Matrixdimension unter 5120×2048 blieb, da ansonsten die numerischen Berechnungen viel Zeit in Anspruch nehmen würden.

$N \times N / T_S$	2	3	4	5	6
4 × 4	80 × 32	96 × 48	112 × 64	128 × 80	144 × 96
8 × 8	328 × 128	384 × 192	448 × 256	512 × 320	576 × 384
16 × 16	1280 × 512	1536 × 768	1792 × 1024	2048 × 1280	2304 × 1536
32 × 32	5120 × 2048	6144 × 3072	7168 × 4096	8192 × 5120	9216 × 6144
64 × 64	20480 × 8192	24576 × 12288	28672 × 16384	32768 × 20480	36864 × 24576

Tabelle 5.1: Abhängigkeit der Matrixdimension von Hexagongittergröße, Framezahl und Filterordnung. Im Gegensatz zu den mathematischen Grundlagen werden hier nur Filteroperationen zugelassen, wenn die Stützstelle im Hexagonfeld liegt. Dadurch ist die Matrixdimension unabhängig von der Größe des RFs. Weiterhin besteht die Möglichkeit, leere Zeilen, die durch fehlende Stützstellen entstehen, aus der Matrix zu entfernen.

Die Abbildung des Filtermoduls ist sehr variabel. Es können sowohl Filter-Tiling als auch die RF-Topologie der Filtertypen und die spatialen und temporalen Gewichte verändert werden. Im Rahmen dieser Arbeit ist keine vollständige Analyse aller möglichen ST-Filter Konstellationen möglich. Zur Untersuchung einzelner Gesichtspunkte wird im weiteren Verlauf meist auf den Filtertyp F1 zurückgegriffen. Dieser führt bei einem homogenen Tiling auf eine gut konditionierte Abbildungsmatrix. Schlecht konditionierte Matrizen werden im Folgenden meist durch (strukturiertes) Entfernen von Filterstützstellen erzeugt. Alternativ zum homogenen F1 Tiling wird auch ein alternierendes F1, F5 Tiling eingesetzt, wobei der F5 Filtertyp ein größeres Rezeptives Feld besitzt (s. [Abbildung 5.7](#)).

5.3.1 Struktur einer Filtermatrix

Bevor näher auf die Abbildungseigenschaften der Filtermatrizen eingegangen wird, soll zunächst die grundsätzliche Struktur der Filtermatrizen deutlich gemacht werden. Diese sind sehr schwach besetzt (*sparse*). [Abbildung 5.13](#) zeigt die Filtermatrix A_{altF1F5} der Dimension 1792×1024 für eine ST-Filterung eines Stimulus mit einer Auflösung von 16×16 Hexagonen, $T_S = 4$ und einer Filterordnung $K = 3$. Die Filteranordnung ist gegeben durch eine alternierende Positionierung der Filtertypen F1 und F5 (s. [Abbildung 5.7](#))⁶. Dies bedeutet, dass alle Filterpositionen besetzt sind. Es existieren somit 256 ST-Filter.

Um die Filtermatrixeinträge ungleich Null besser erkennen zu können, wurden diese weiß gesetzt. Die Einträge, die gleich Null sind, wurden entsprechend schwarz gefärbt.

Man erkennt deutlich, dass sich die Einträge auf mehrere Parallelen zur Hauptdiagonalen beschränken. Nur 47 264 der 1 835 008 Einträge sind ungleich Null. Die Matrix hat den vollen Spaltenrang und die Kondition der Matrix ist 20.37. Das zugehörige Gleichungssystem ist überbestimmt, da die Zahl der Zeilen mit 1792 größer als die der Spalten ist (1024). Anhand dieser Filtermatrix soll im Folgenden die Rekonstruktion des Eingabemusters aus dem Filterergebnis untersucht werden.

5.3.2 Auswirkung der Matrixkondition auf die Rekonstruktion

Der Idealfall, bei dem das Filterergebnis unverändert für den Inversionsprozess zur Verfügung steht, tritt in der Realität im Grunde nie ein. Ob die Rekonstruktion bei verändertem Filterresultat ein vernünftiges Ergebnis liefert, hängt entscheidend von der Kondition der Abbildung ab. Die ST-Filtermatrix A_{altF1F5} hat beispielsweise eine relativ geringe Kondition von 20.71. Aus diesem Grund haben verrauschte Eingabedaten bzw. lokale Fehlzuordnungen der Filtertypen keine katastrophalen Auswirkungen. In [Abbildung 5.14 a](#)) ist der erste Frame des Inversionsergebnisses für

⁶F1 besitzt hier die C1P6 Topologie. Dabei ist die Zentrumsgewichtung +12 und die der Peripherie -1. Die temporalen Gewichte für den Zentrumspfad sind: [0.45, 0.43, -0.23, -0.15] und für die Peripherie [0.4, 0.3, -0.3, -0.1]. Der Filtertyp F5 hat die Topologie C1P18. Die Zentrumsgewichtung ist +30, die der Peripherie -1. Die temporalen Gewichtssätze für Zentrum bzw. Peripherie sind: [1,1,0.5,0.1] bzw. [1,-1,-1,0.5]. Die beiden Offsets sind Null und die Skalierungen jeweils 1.

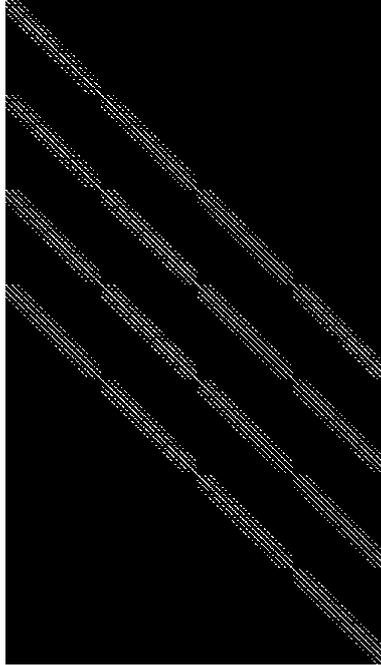


Abbildung 5.13: Filtermatrix einer FM-Konstellation bei der die Filtertypen F1 und F5 alternierend angeordnet sind. Die Filtermatrix hat die Dimension 1792×1024 in der allerdings nur 47264 Einträge ungleich Null sind.

den Fall dargestellt, bei dem zunächst die generalisierte Inverse A_{altF1F5}^+ berechnet wurde (d.h. die zweite Abbildung $\mathbf{F2}_{\text{ref}}$ des Inverter Moduls war festgelegt). Anschließend wurde A_{altF1F5}^+ auf ein Filterergebnis angewendet, dass durch eine an einer Filterposition (rote Markierung) veränderte Matrix A_{altF1F5} erzeugt wurde. Dies bedeutet, dass die Abbildung $\mathbf{F1}$ des Filter Moduls leicht verstellt wurde und nicht mehr $\mathbf{F1}_{\text{ref}}$ darstellt. Als Eingangsreiz diente ein SW-Schachbrettmuster.

Man erkennt, dass das Ergebnis der Inversion nur eine lokale Störung aufweist, die in der Umgebung des falsch zugeordneten Filters liegt.

Um die Auswirkungen einer hohen Kondition untersuchen zu können, musste zunächst eine Filtermatrix mit hoher Kondition erzeugt werden. Hier stehen mehrere Möglichkeiten zur Verfügung:

1. Einsatz von Filterkernen mit hoher Glättungswirkung
2. Reduktion der Stützstellen der ST-Filteroperation. Die Reduktion der Stützstellen kann dabei auf zufällige Weise oder durch ein regelmäßiges Raster erfolgen. Durch die Wegnahme der Stützstellen reduziert sich der Rang der Matrix.

Im Folgenden soll die Kondition der Abbildung auf die zweite Art und Weise verändert werden, da u.a. im Rahmen des Retina-Implantat-Projektes die Zahl der Stützstellen (Stimulationselektroden) deutlich unter der der Ganglienzellen liegt. Wenn man nun die Zahl der Filter-Stützstellen reduziert, so ist eine **perfekte** Inversion der ST-Filterung für alle Eingabemuster noch möglich, so lange die Filtermatrix den vollen reduzierten Spaltenrang besitzt (Injektivität der Abbildung) und das Filterresultat nicht gestört ist. Für leicht reduzierte Spaltenränge ist eine perfekte Inversion in den meisten Fällen auch möglich, da der Eingangsvektor noch in dem Vektorraum liegt, der von den Spaltenvektoren aufgespannt wird.

In **Abbildung 5.14 b)** ist die Situation für die Inversion einer ST-Filterung des Schachbrett-Stimulus dargestellt, bei der die ST-Filterung aus a) durch zufälliges Entfernen von 92 Filterstützstellen verändert wurde. Der Rang der sich ergebenden Matrix ist 1024. Die Berechnung

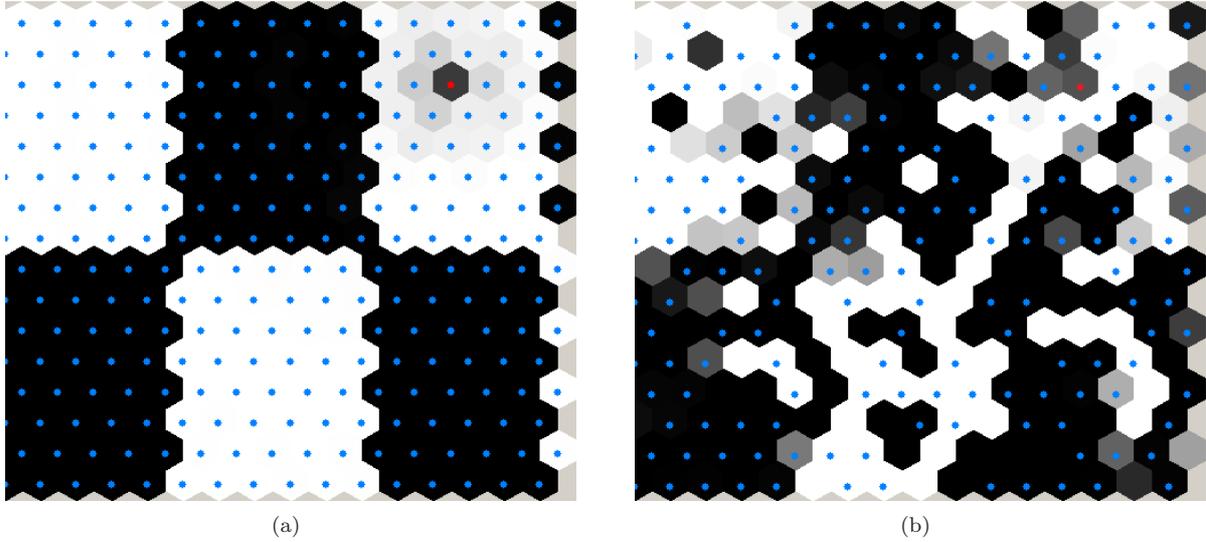


Abbildung 5.14: Dargestellt ist in a) der erste Frame des Inversionsergebnisses. Dieser wurde durch Multiplikation des Filterergebnisses mit der Pseudoinversen der Filtermatrix A_{altF1F5} berechnet. Das Filterergebnis ist zuvor durch Anwendung eines an einer Hexagonposition veränderten Filteroperators erzeugt worden. Die blauen Markierungen in den Hexagonen weisen auf dort korrekt positionierte Filter hin. Die Position des falschen Filters ist durch einen roten Punkt markiert. In b) wurde die alternierende Verteilung der Filtertypen F1 und F5 durch zufälliges Entfernen von 92 Filterpositionierungen verändert. Anschließend wurde die Inversion mit der zugehörigen pseudoinversen Matrix berechnet. Die blauen Punkte kennzeichnen wieder die Stützstellen mit richtig zugeordneten Filtertypen, der rote Punkt eine einzige falsch zugeordnete Filterbelegung (F2 statt F5). An den Hexagonpositionen ohne Punkt wurde eine Stützstelle entfernt.

der Kondition aus den Singulärwerten ergibt 6.44×10^5 . Die Matrix hat also den vollen Spaltenrang und eine perfekte Inversion der durch die Matrix erzeugten ST-Filterungen ist damit möglich.

Wegen der großen Kondition hat die Änderung eines einzelnen Filters der Abbildung nicht, wie im vorhergehenden, gut konditionierten Fall a), nur lokale Auswirkungen, sondern globale Veränderungen des Inversionsergebnisses zur Folge. Wie im Folgenden noch gezeigt wird, ist in diesem Fall kein erfolgreiches wahrnehmungsbasiertes RE-Training möglich, da es keinen signifikanten Unterschied zwischen einer guten Filterzuordnung (z.B. nur eine Position falsch besetzt) und einer schlechten Zuordnung (z.B. viele Positionen falsch besetzt) gibt. Für noch schlechter konditionierte Filtermatrizen nimmt dieser Rekonstruktionsfehler weiter zu.

5.3.3 Zusammenhang zwischen Dichte der Stützstellen und Kondition

Der Zusammenhang zwischen der Reduktion der Filterstützstellen und dem damit verbundenen Rang der Matrix sowie der Kondition der linearen Abbildung wurde als Nächstes untersucht. In [Abbildung 5.15 a\)](#) ist die Abhängigkeit von Rang und Kondition von der Zahl der Stützstellen bei einem 16×16 Hexagon-Array dargestellt. Dazu wurden in einem gleichmäßig mit Filtertyp F1 belegten Eingabefeld zufällig Filterpositionen entfernt.

Man erkennt, dass der Rang der Filtermatrix bis etwa 75 Leerstellen bei 1024 verbleibt und ab da annähernd abnimmt⁷. Die Kondition der Filtermatrix beginnt bei etwa 5 (keine fehlen-

⁷Dies ist verständlich, wenn man zu Grunde legt, dass die Zahl der Matrixzeilen ungleich Null sich berechnet durch $m = [(N \cdot N - L) \cdot (T_S + K)]$, wobei L die Zahl der leeren Stützstellen ist. Für $N = 16$, $L = 75$, $T_S = 4$ und $K = 3$ ergibt sich für die Zeilenzahl $m = 1267$. Die zufällige Wahl garantiert nicht die Unabhängigkeit der überbleibenden Spaltenvektoren der Filtermatrix. Wenn man die Leerstellen derart geschickt wählt, dass die überbleibenden Spalten linear unabhängig sind, ist theoretisch eine Reduktion um etwa 110 Stützstellen möglich

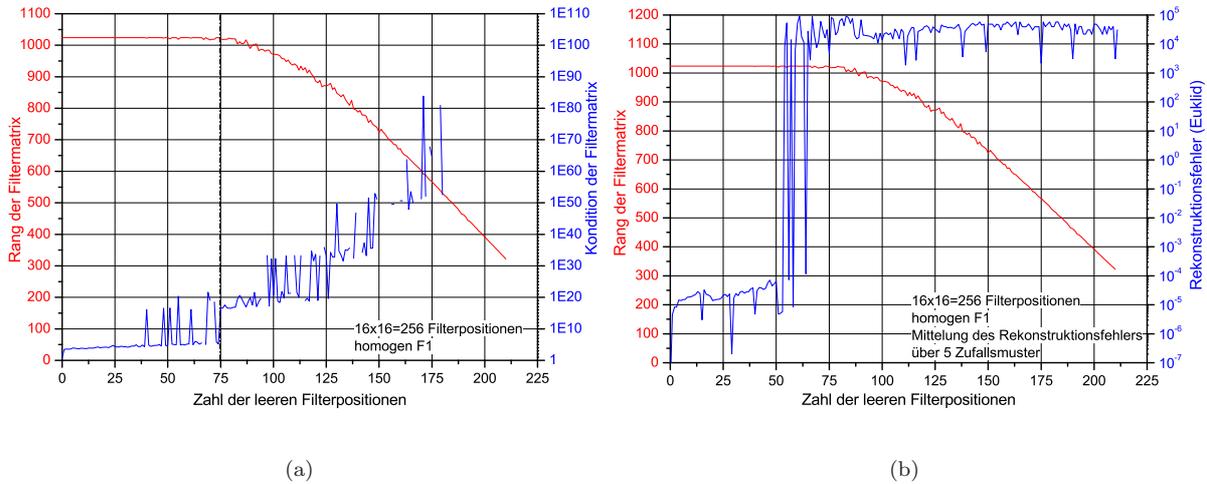


Abbildung 5.15: a) zeigt die Abhängigkeit des Rangs und der Kondition der Filtermatrix von der Zahl der leeren Filterpositionen. Das verwendete Hexagongitter hatte eine Auflösung von 16×16 . Das Filter-Tiling bestand aus einer homogenen Belegung mit dem Filtertyp F1. Die Positionen der leeren Filterstützstellen wurde zufällig bestimmt. Die Unterbrechungen im Verlauf der Konditionskurve sind auf singuläre Matrizen zurückzuführen. b) zeigt den Verlauf des Rekonstruktionsfehlers bei zufälligen Eingangsmustern. Man erkennt, dass der Rekonstruktionsfehler solange sehr klein ist, wie die Filtermatrix vollen Rang hat. Wird der Rang weiter reduziert, so springt Rekonstruktionsfehler sofort auf sehr große Werte.

de Stützstelle) und steigt anschließend, in logarithmischer Skalierung, linear bis etwa 10^6 bei 75 Leerstellen an. Ab dort ändert sich das Verhalten stark. Durch das zufällige Entfernen von Filterstützstellen entstehen oft singuläre oder sehr schlecht konditionierte Matrizen, sofern die numerische Simulation in diesem Bereich verlässliche Ergebnisse liefert, da ab Konditionswerten von 10^{12} die endliche Zahlendarstellung im Rechner zu Ungenauigkeiten führt (s. [PTVF03]).

In **Abbildung 5.15 b)** ist der Euklidische Abstand zwischen Eingangs- und Rekonstruktionsvektor dargestellt, der als Maß für den Rekonstruktionsfehler dienen soll. Dieser ist vernachlässigbar bis zu etwa 60 leeren Stützstellen. Ab dort steigt der Rekonstruktionsfehler sprunghaft auf über 10^4 an.

Von besonderem Interesse ist das Abbildungsverhalten von ST-Filtermatrizen, die gerade noch den vollen Rang besitzen oder auf leicht unterbestimmte Gleichungssysteme führen, so dass eine perfekte Inversion (fast) aller Stimuli möglich ist. Dies hat den folgenden Grund: eine Abtastung mit weniger Stützstellen als nach dem Abtasttheorem notwendig führt zu Rekonstruktionsfehlern. Andererseits ist die Abtastung eines bandbeschränkten Signals mit einer höheren Abtastrate als das Nyquist-Shannon-Theorem verlangt verschwenderisch. Eine Filterung mit einer derart reduzierten Zahl von Stützstellen, so dass die sich ergebende Filtermatrix noch den vollen Spaltenrang hat, ist hinsichtlich der reinen Inversionsfähigkeit ausreichend.

Eine Untersuchung verschiedener Basic-Tilings hinsichtlich der Kondition hatte zum Ergebnis, dass diese eine zu stark reduzierte Zahl von Filterstützstellen hatten und die zugehörigen Filtermatrizen nahezu singulär waren⁸. Basic-Tilings wurden aus diesem Grund nicht im Rahmen des Matrix-Formalismus untersucht.

⁸Die Kondition des Basic-Tilings (F1,F2,F3) bei einer Hexagonfeldauflösung von 16×16 beträgt 5.56×10^{52} . Der Wert hängt jedoch von der Maschinengenauigkeit und dem eingesetzten Berechnungsalgorithmus ab. Unbestritten ist, dass die Matrix sehr schlecht konditioniert und fast singulär ist.

5.3.4 Zusammenhang zwischen ST-Filtertyp und Kondition

Neben der Reduktion der Stützstellen kann die Kondition der spatio-temporalen Filterung auch durch Variation der Filtereigenschaften verändert werden. Diese spielen bei den Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit nicht die zentrale Rolle, da diese durch die physiologischen Eigenschaften der retinalen Ganglienzellen festgelegt sind und so im Grunde keine Wahlfreiheit besteht, wenn man im Bereich des physiologisch Plausiblen bleiben möchte. Um eine ungefähre Vorstellung der Einflüsse der Filterparameter zu bekommen, wurde ein Vergleich zwischen einigen unterschiedlichen ST-Filter-Konfigurationen durchgeführt.

Variation der RF-Topologie

Zunächst wurde nur die RF-Topologie verändert. Alle Hexagone des RFs wurden mit +1 gewichtet. Es wurde keine temporale Filterung vorgenommen. ST-Filter eines Typs wurden homogen über das Eingabefeld verteilt. Die temporale Filterung wird zunächst vernachlässigt, d.h. die FIR-Parametersätze für Zentrum und Peripherie sind $h_Z = [1, 0, 0, 0]$ bzw. $h_P = [1, 0, 0, 0]$. Die sich ergebenden Filtermatrixkonditionen sind in [Tabelle 5.2](#) dargestellt.

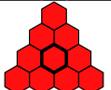
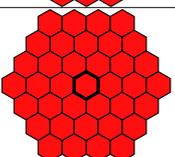
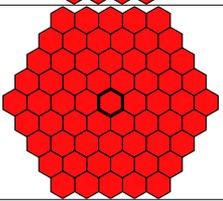
RF-Topologie	Topologiename	Kondition			
		Aufl. 12×12	Aufl. 16×16	Aufl. 20×20	Aufl. 24×24
	C2	15.80	20.92	26.03	31.13
	C3	7.46×10^3	1.22×10^5	1.98×10^6	3.19×10^7
	C6	3.51×10^7	3.91×10^{12}	4.76×10^{16}	1.01×10^{17}
	C7	1.80×10^3	358.8	820.64	1.39×10^3
	C10	3.93×10^3	6.25×10^4	4.09×10^4	2.72×10^5
	C19	230.59	10679	1.06×10^4	3.30×10^4
	C37	7.86×10^4	34278	1817.9	5.69×10^3
	C61	3.61×10^4	13730	27122	4.64×10^4

Tabelle 5.2: Abhängigkeit der Matrixkondition von der RF-Topologie bei verschiedenen Hexagongitterauflösungen. Es wird nur eine reine spatiale Filterung mit einer homogenen Verteilung der jeweiligen Filter betrachtet. Die einzelnen Hexagone des RFs wurden jeweils mit +1 gewichtet.

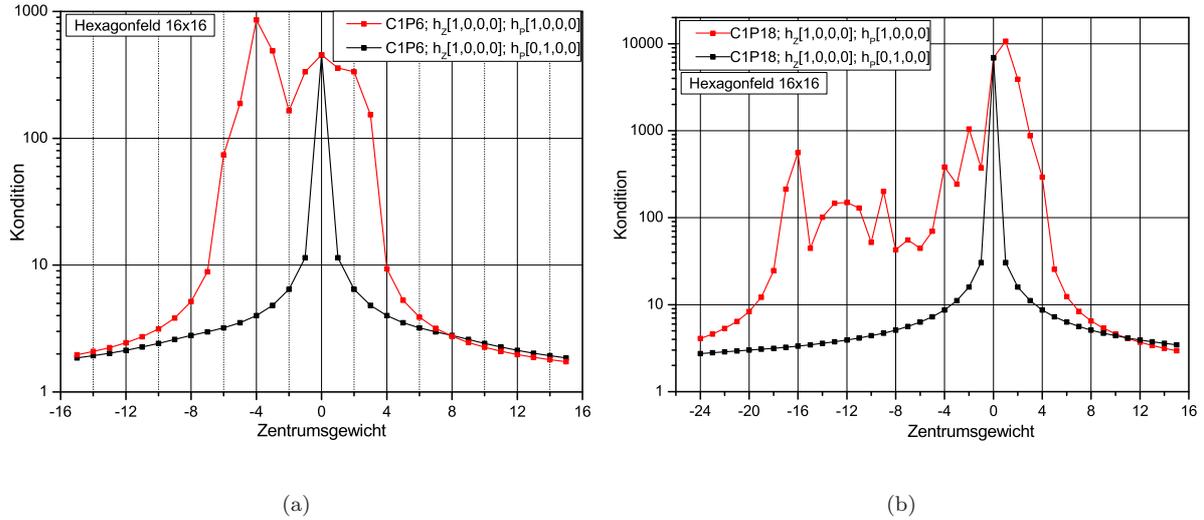


Abbildung 5.16: Die Abbildung a) zeigt die Kondition der Filtermatrix bei homogener Filterung mit einer C1P6 Filtertopologie und variiertem Zentrumsgewicht auf einem 16×16 Hexagonraster. Die Gewichte der Peripherie sind jeweils +1. Die Abhängigkeit ist für zwei Fälle dargestellt: Peripherie ohne Verzögerung und Peripherie mit Verzögerung. Die Abbildung b) zeigt die entsprechenden Untersuchungen für eine C1P18 Topologie.

Man erkennt, dass dreieckige RF-Topologien meist auf hohe Konditionen führen. Weiterhin verhält es sich vermutlich so, dass kleine, hexagonale RFs in der Regel zu kleineren Konditionszahlen führen. Diese Regel ist beispielweise bei der Hexagonauflösungen 16×16 und 20×20 weitestgehend erfüllt. Abweichungen davon könnten auf Randeffekte zurückzuführen sein. An den Rändern des Hexagonfeldes tritt eine Beschneidung der RF auf. Diese wird so vorgenommen, dass der das Hexagonfeld überlappende Teil keine Berücksichtigung in der Filtermatrix erhält. Diese Beschneidung könnte vermieden werden, wenn man Hexagonwerte außerhalb des Feldes definiert würde, so dass eine Filterung dort möglich wäre (z.B. zyklische Erweiterung, Zero-Padding). Dies führte jedoch einerseits zu einer starken Zunahme der Matrixdimension und andererseits wäre die Einführung so definierter Hexagonfeldränder aus physiologischer Sicht unplausibel.

Weiterhin wurde der Einfluss der spatialen Gewichte (Zentrums- und Peripheriegewicht) untersucht. Dazu wurde exemplarisch bei zwei festen Topologien (C1P6 und C1P18) bei konstantem Peripheriegewicht das Zentrumsgewicht innerhalb eines gewissen Bereichs variiert und die zugehörige Kondition der sich jeweils ergebenden Filtermatrix berechnet. Gleichzeitig wurde der Einfluss einer temporalen Verzögerung untersucht, indem der temporale FIR-Filterkern der Peripherie h_p einem Delay von einem Zeitschritt entspricht.

Die Ergebnisse sind in [Abbildung 5.16](#) dargestellt. Man erkennt, dass bei beiden Topologien im Falle der nicht-verzögerten Peripherie die Kondition in einem eingeschränkten Bereich des Zentrumsgewichts zu großen Werten tendiert. Wenn betragsmäßig große Zentrumsgewichte gewählt werden, ergeben sich in beiden Fällen die kleinsten Konditionen. Wenn die Peripherie verzögert wird, so ergeben sich deutlich besser konditionierte Filtermatrizen. Nur bei wegfallendem Zentrum (Gewichtswert Null) ergibt sich die gleich hohe Kondition wie im unverzögerten Fall.

Von Interesse war ebenfalls der Einfluss der temporalen Filterung. Der Einfluss verschiedener temporaler FIR-Parametersätze wurde anhand der C7 RF-Topologie untersucht. Um die Auswirkungen der Hexagonfeldränder auf die Matrixkondition ein wenig abschätzen zu können, wurden verschiedene Auflösungen betrachtet (s. [Tabelle 5.3](#)).

RF-Top.	FIR-Parameter	Kondition		
		Aufl. 12×12	Aufl. 16×16	Aufl. 20×20
	$h_Z = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$	1.80×10^3	358.8	820.64
	$h_Z = [1 \ 1 \ 0 \ 0]$	5.55×10^3	1.10×10^3	2.53×10^3
	$h_Z = [1 \ 1 \ 1 \ 0]$	6.31×10^3	1.25×10^3	2.87×10^3
	$h_Z = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$	7.85×10^3	1.56×10^3	3.57×10^3
	$h_Z = [1 \ -1 \ 0 \ 0]$	5.55×10^3	1.10×10^3	2.53×10^3
	$h_Z = [-1 \ 2 \ -1 \ 0]$	1.05×10^4	2.09×10^3	4.78×10^3
	$h_Z = [0.45 \ 0.43 \ -0.23 \ -0.15]$	4.51×10^3	8.98×10^2	2.05×10^3
	$h_Z = [0.32 \ -0.32 \ -0.32 \ 0.32]$	5.27×10^3	1.05×10^3	2.40×10^3

Tabelle 5.3: Abhängigkeit der Matrixkondition von FIR-Filter-Parametern bei verschiedenen Hexagongitterauflösungen und fester RF-Topologie. Es wird der Einfluss verschiedener temporaler Gewichtungen bei einer festen RF-Topologie mit einer homogenen Verteilung der jeweiligen Filter betrachtet. Die einzelnen Hexagone des RFs wurden jeweils mit +1 gewichtet. Die sich ergebenden Konditionszahlen liegen überwiegend im Bereich um 10^3 .

Die geringste Kondition ergibt sich bei allen Auflösungen im Fall ohne temporale Filterung ($h_Z = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$). Glättende als auch differenzierende temporale Filter führen hier in allen Fällen zu Konditionen im Bereich von etwa 10^3 .

Die Kondition der Filtermatrizen lässt sich durch Variation der Topologien sowie durch Variation der spatio-temporalen Filterparameter deutlich beeinflussen. Im Vergleich ist jedoch die Konditionsvergrößerung, die durch das Entfernen von Filterstellen entsteht, deutlich stärker.

5.3.5 Stabilität der Inversion gegenüber Veränderung der Filterung

Für die erfolgreiche Anwendung eines wahrnehmungsbasierten Trainingsverfahren ist es notwendig, dass eine positive Korrelation zwischen einer guten Filterparametereinstellung von FM und einem guten Inverterausgangsbild P2 besteht. Diese Voraussetzung ist bei schlecht konditionierten Filtermatrizen nicht mehr gegeben. In [Abbildung 5.17](#) sind zwei unterschiedlich konditionierte Fälle dargestellt, in denen die Inversionsabbildung festgehalten wurde und die ST-Filterung durch eine Abbildung geleistet wurde, bei der zufällig nacheinander Filterpositionen entfernt worden sind. Die Situation war somit ähnlich zu der des Encoder Trainings, wobei hier nur von einer perfekten Inversion ausgegangen wurde und nach und nach korrekt zugeordnete ST-Filter entfernt wurden. Die Zahl der RE ST-Filterkanäle verringerte sich somit, allerdings blieb die Zahl der ST-Empfangskanäle des IM konstant.

Man erkennt, dass eine schlechte Kondition der Filtermatrix (5.7×10^4) zu einem sehr starken Ansteigen des Rekonstruktionsfehlers führt, wenn auf einzelnen Sampling-Kanälen des Inverter Moduls das zugehörige Filterresultat fehlt. Wird auf diesen Kanälen ein falsches Filterresultat übermittelt oder ein Rauschen, so nimmt der Rekonstruktionsfehler noch weiter zu. Ist die Filtermatrix gut konditioniert, so sind die Auswirkungen deutlich moderater. Hier steigt der Rekonstruktionsfehler in beiden Fällen linear an.

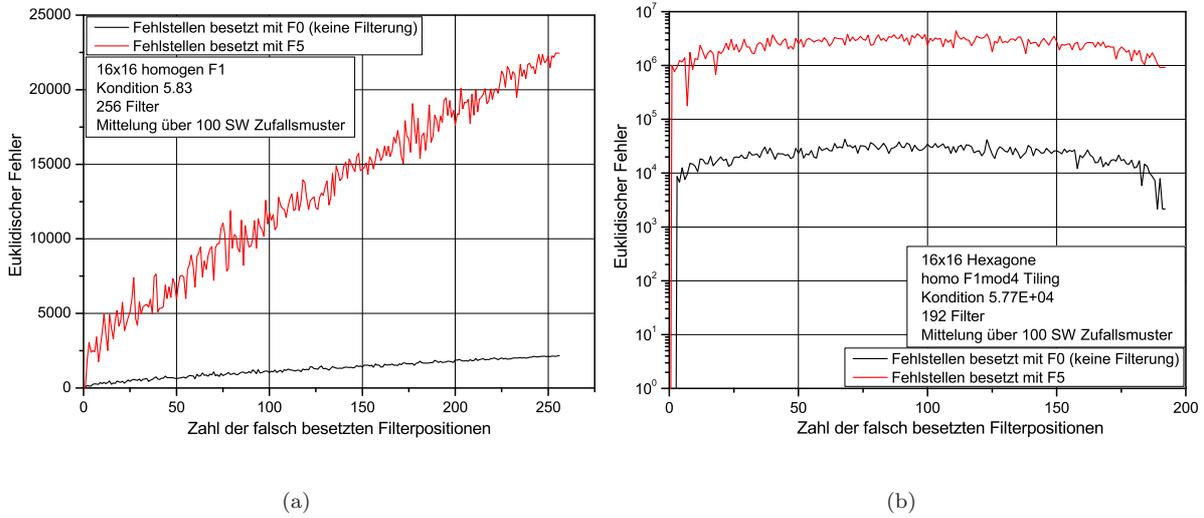


Abbildung 5.17: Aufgetragen ist der Verlauf des Euklidischen Fehlers $\text{Error}^{\text{Eukl}} = \|\mathbf{p}_{in} - \mathbf{p}_{rekonstr}\|_2$ gegen die Zahl der nicht bzw. falsch besetzten Filterstützstellen. Dabei wurde $\mathbf{p}_{rekonstr}$ erzeugt durch: $\mathbf{p}_{rekonstr} = A^+ \mathbf{p}_{RE,out} = A^+ A_t \mathbf{p}_{in}$. In a) wurde zunächst von einem 16×16 homogenen F1-Tiling ausgegangen und die Abbildung **F1** durch Entfernen bzw. Ersetzen (Filtertyp F1 wird durch F5 ersetzt) von Filterpositionen verändert. Im Fall b) wurden dieselben Untersuchungen für eine schlechter konditionierte Abbildung durchgeführt (16×16 F1-mod4-F0). Das F1-mod4-F0-Tiling besteht aus einer homogenen F1-Verteilung, wobei an Positionen $(x+y) \bmod 4 = 0$ die Filter-Stützstelle entfernt wurde.

5.3.6 RE-Training bei schlechter Kondition

An dieser Stelle soll ein kleiner Vorgriff auf das wahrnehmungsbasierte Dialogverfahren stattfinden, das an späterer Stelle noch ausführlicher beschrieben wird (s. [Abschnitt 5.6](#)). Hier sollen exemplarisch die Auswirkungen unterschiedlich konditionierter spatio-temporaler Abbildungen auf den Lernerfolg in einem wahrnehmungsbasierten Training dargestellt werden.

Zu diesem Zweck wurden mehrere Trainingsläufe des evolutionären 3-aus-6-Verfahrens mit einer mathematischen Antwortbewertung bei unterschiedlich konditionierten Filtermatrizen durchgeführt. Die Filtermatrizen wurden anhand eines 16×16 Hexagonfeldes mit alternierenden (F1,F5)-Filterbelegungen generiert. Anschließend wurden zufällig 0, 25, 50, 75 und 100 Filterstützstellen entfernt und die zugehörigen Generalisierten Inversen mittels SVD-Zerlegung berechnet. Es folgte das Verstellen der ersten Abbildung **F1** und der Versuch, in einem automatischen Lerntest mit dem 3-aus-6 Verfahren die richtige Filterkonfiguration für **F1** wiederzufinden. Die sich ergebenden Lernkurven für den Rekonstruktionsfehler und den Fehler sind in [Abbildung 5.18](#) dargestellt.

Man erkennt, dass nur im gut konditionierten Fall ohne fehlende Filterstützstellen (Kondition = 5.83) ein einigermaßen erfolgreiches Training durchgeführt werden konnte. In den schlechter konditionierten Fällen war dies nicht möglich. Wie man erkennt, ist das Lernverfahren sehr sensitiv gegenüber einer Veränderung von Filterstützstellen und damit auch gegenüber der Kondition der Abbildung. Die Lernverfahren wurden nach 4000 Iterationen abgebrochen. Der Lernalgorithmus erreichte nach dieser Zeit eine Übereinstimmung der Filterzuordnung von etwa 44% (112 von 256 Filtern korrekt). Die Zahl der Iterationen liegt schon deutlich über der Grenze von 200, die für Lernverfahren mit VPs noch als angemessen angesehen werden kann⁹. Der Inversionsalgorithmus eignet sich also nicht für das 3-aus-6-Lernverfahren mit einer normalsichtigen VP. Eine Reduktion

⁹Wenn man eine Betrachtungsdauer von 3s pro Vorschlag des Lernalgorithmus ansetzt, ergeben sich bei sechs Vorschlägen etwa 20s. 180 Iteration ergeben dann eine Trainingsdauer von etwa 1h.

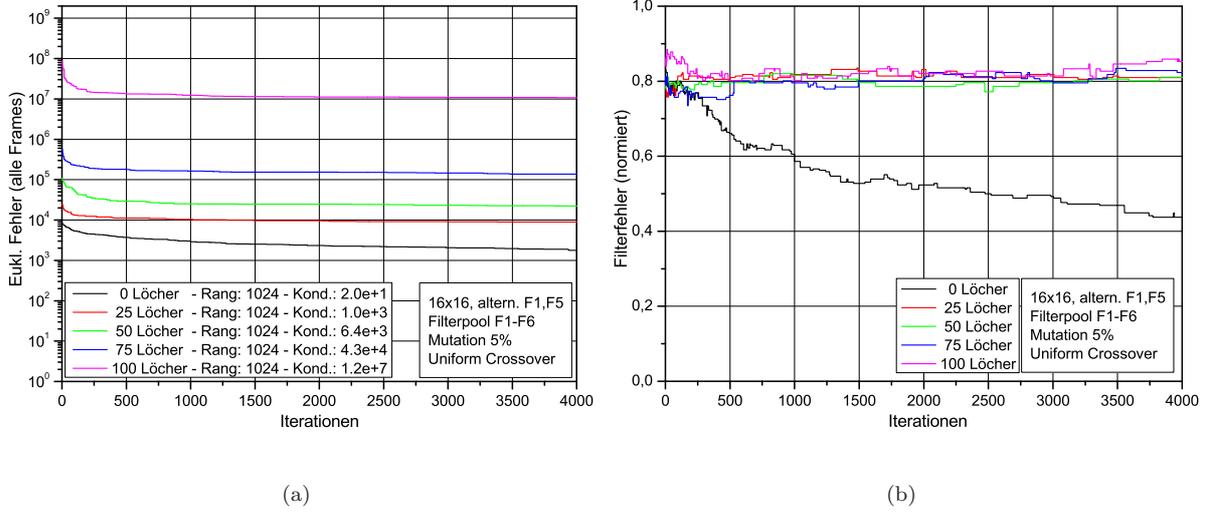


Abbildung 5.18: In a) ist der Verlauf des Rekonstruktionsfehlers für verschiedene Filterarray-Konfigurationen dargestellt. Das zugrundeliegende Tiling besteht aus den alternierend angeordneten Filtern F1 und F5. In diesem wurden 25, 50, 75 und 100 Filterstützstellen entfernt und anschließend die jeweils zugehörige Generalisierte Inverse berechnet. Daraufhin wurde, ausgehend von einem verstellten FM, in einem evolutionären Dialogverfahren versucht, die korrekte Filterbelegung wiederzufinden. Die zugehörige mathematische Antwortbewertung des automatischen Lernverfahrens benutzte als Fitnessbewertung den euklidischen Abstand zwischen dem Eingangsvektor und dem Rekonstruktionsvektor: $\text{Error}^{\text{Eukl}} = \|\mathbf{p}_{in} - \mathbf{p}_{rekonstr}^i\|_2$. Dabei wurden alle Frames des Stimulus berücksichtigt. Als Stimulus diente dabei ein SW-Zufallsrauschen. Um statistische Effekte ausgleichen zu können, wurde jeweils ein Mittel aus fünf Trainingsläufen verwendet.

der Filterstützstellen führt bei gleichbleibender Hexagongittergröße zu einer Zunahme der Kondition, was ebenfalls den Trainingserfolg beeinträchtigt. Allerdings erscheint eine Reduktion der Gittergröße nicht als angemessen, da dies für eine angemessene Darstellung visueller Stimuli eine zu starke Einschränkung hinsichtlich der Auflösung mit sich bringt.

5.3.7 Einsatz von Regularisierungsverfahren zur Stabilisierung des Lernvorgangs

Als möglicher Ausweg bietet sich, an den Einsatz von Regularisierungsmethoden zu testen (s. [Abschnitt 3.8](#)), um den Inversionsprozess bei gestörten Daten zu stabilisieren. Die zugehörigen Simulationsergebnisse sollen im Folgenden für einige Regularisierungsverfahren dargestellt werden. Für einige Regularisierungen musste allerdings zunächst der optimale Regularisierungsparameter λ bestimmt werden. Nach der Parameterbestimmung konnte ein automatischer Lernprozess des EA-Dialogverfahrens erfolgen, um die Eignung des Verfahrens für den Einsatz bei Normalsichtigen zu untersuchen. Der eingesetzte Evolutionäre Algorithmus ist das 3-aus-6 Verfahren mit einer Parametrisierung, die sich in [Abschnitt 5.6](#) als geeignet herausgestellt hat. Eine Optimierung der EA-Parameter hinsichtlich der Lerngeschwindigkeit wurde nicht durchgeführt. Desweiteren wurde dieselbe EA-Parametrisierung für alle Regularisierungsverfahren eingesetzt. Dies ist eine Vereinfachung, da wahrscheinlich unterschiedliche optimale EA-Parametersätze für die verschiedenen Regularisierungsverfahren existieren.

Als schlecht-konditionierte Test-Abbildung wurde überwiegend jene eingesetzt, die durch das 16×16 homo F1 mod4 Tiling erzeugt wird (s.a. [Abbildung 5.17](#)). Diese besitzt 192 Filterstellen und eine große, jedoch nicht zu hohe Kondition von 5.77×10^4 . Eine Abhängigkeit der Performan-

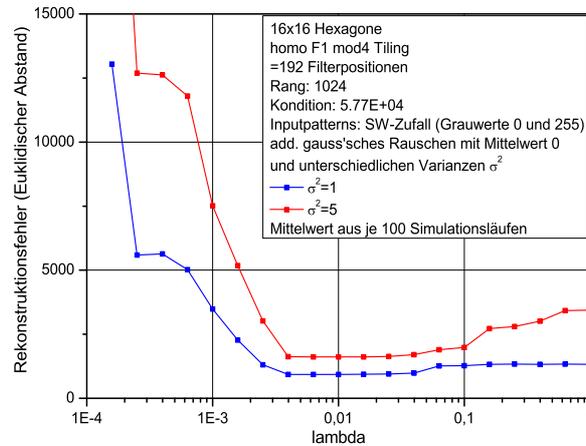


Abbildung 5.19: Die Abbildung zeigt den Verlauf des Rekonstruktionsfehlers ($\|\mathbf{P}_{\text{in}} - \mathbf{P}_{\text{rekonstr}}\|_2$) in Abhängigkeit vom Regularisierungsparameter λ . Als Regularisierungsverfahren wurde die Truncated SVD gewählt. Die Filter-Modul-Einstellung bestand aus einem 16×16 Hexagonarray mit dem F1-mod4-F0-Tiling. Als Stimulus wurde ein SW-Zufallspattern gewählt. Dem Filterresultat wurde additives Gauss'sches Rauschen mit dem Mittelwert 0 und der Varianz 1 bzw. 5 hinzugefügt. Es wurde je λ -Wert eine Mittelung über 100 Simulationen durchgeführt. Es ergibt sich ein minimaler Rekonstruktionsfehler bei etwa $\lambda = 0.01$.

ce des Regularisierungsverfahrens von der jeweiligen ST-Filterung ist ebenfalls wahrscheinlich. Im Rahmen der Arbeit kann keine allgemeine Untersuchung der Regularisierung unterschiedlich konditionierter ST-Abbildungen durchgeführt werden. Im Folgenden soll die durch das 16×16 homo F1 mod4 Tiling erzeugte Abbildung exemplarisch für schlecht konditionierte Abbildungen stehen.

Ein wichtiger Aspekt, der bei allen Regularisierungsverfahren berücksichtigt werden muss, ist, dass beim Einsatz des Regularisierungsverfahrens im Lerndialog mit einer normalsichtigen Versuchsperson die Berechnung des rekonstruierten Stimulus P2 nicht lange dauern darf. Der rekonstruierte Stimulus muss der Versuchsperson nach einem Wechsel der Filterparameter möglichst schnell (< 5 Sekunden) zur Verfügung stehen.

5.3.8 Regularisierungsverfahren: Truncated SVD

Zunächst soll die abgeschnittene Singulärwertzerlegung [Gleichung 3.111](#) auf ihre Eignung als Regularisierungsverfahren hin untersucht werden. Der Regularisierungsparameter ist in diesem Fall durch den Grenzwert gegeben, bis zu welchem die Singulärwerte der SVD-Zerlegung für die Erstellung der Generalisierten Inversen berücksichtigt werden. Für die Bestimmung wurde ein Parametersweep für λ durchgeführt und die zugehörigen Rekonstruktionsfehler von Zufallsbildern bei Vorhandensein eines kleinen additiven, normalverteilten Rauschanteils bestimmt. Es wurden dabei zwei unterschiedliche Rauschstärken untersucht ([Abbildung 5.19](#)). Der Rauschanteil wurde eingeführt, um eine Abweichung des zu invertierenden Filterresultats vom korrekten Filterresultat zu erreichen. Alternativ wäre eine Veränderung durch Änderung der ST-Filterkonfiguration der Abbildung **F1** möglich gewesen.

Nach Bestimmung des optimalen Regularisierungsparameters von $\lambda = 0.01$ für die verwendete ST-Filterkonfiguration, konnte das evolutionäre Trainingsverfahren zur Encoder Einstellung angewendet werden. Es wurde das automatische Lernverfahren (3-aus-6 EA) getestet, das eine Fitnesszuweisung auf Grundlage des Euklidischen Abstandes zwischen Eingangsbild P1 und Inverterergebnis P2 verwendet. Im Vergleich mit einem unregularisierten Verfahren war eine deutliche

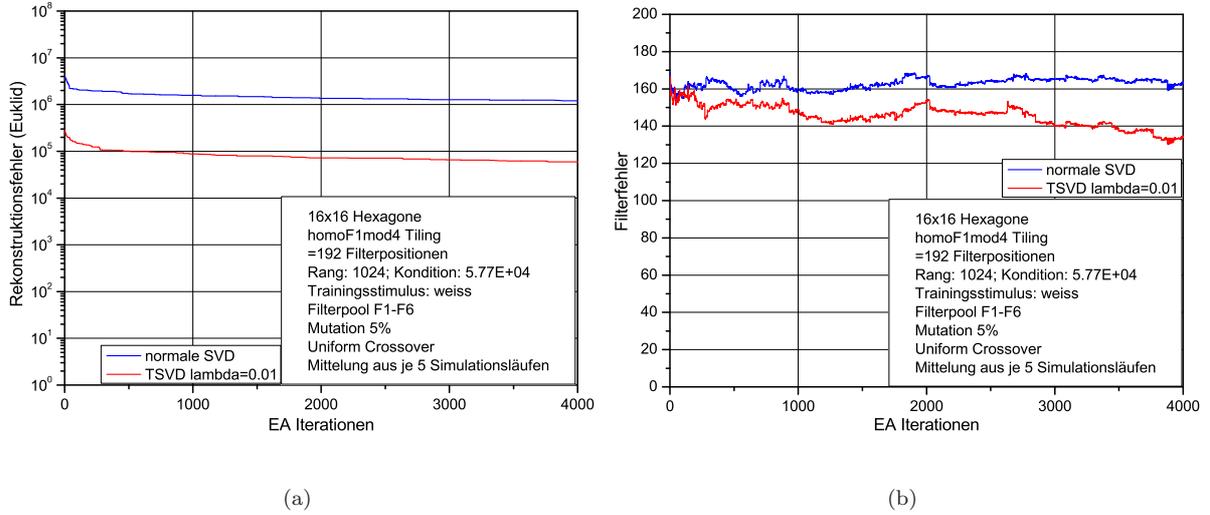


Abbildung 5.20: a) zeigt den Vergleich zweier evolutionärer Trainingsläufe zur Filter Modul Einstellung mit automatischer Antwortbewertung. Es wurde als Stimulus ein konstantes Muster (weiß) verwendet. In einem Fall ist wurde keine Regularisierung vorgenommen, im anderen Fall wurde eine Regularisierung mittels abgeschnittener Singulärwertzerlegung (TSVD) durchgeführt. Der Regularisierungsparameter war gegeben durch $\lambda = 0.01$. Es ergibt sich eine sichtbare Verbesserung des Lernverfahrens. Allerdings liegt der Rekonstruktionsfehler beim Abbruch nach 4000 Iterationen noch deutlich über dem Minimalwert von etwa 900, der bei dem verwendeten λ im besten Fall zu erwarten war. In b) sind die zugehörige Verläufe der Filterfehler gezeigt. Im regularisierten Fall erkennt man eine deutliche Verbesserung der Filterzuordnung (nur 130 von 192 Filterpositionen nach 4000 Iterationen falsch). Allerdings ist die benötigte Zahl von Generationen deutlich zu hoch für einen Einsatz bei normalsichtigen Versuchspersonen.

Verbesserung des Trainingsverlaufs zu erkennen (Abbildung 5.20), was aber für einen Einsatz bei normalsichtigen Versuchspersonen noch nicht ausreichend ist, da nach 4000 Iterationsschritten nur eine ungenügende Reduktion des Filterfehlers festzustellen ist.

5.3.9 Regularisierungsverfahren: Tikhonov

Die Regularisierung nach Tikhonov wurde für zwei verschiedene Strafterme untersucht:

1. $\Omega(\mathbf{f}) = \|\mathbf{Df}\|^2 = \|\mathbf{If}\|^2 = \|\mathbf{f}\|^2$ (s. Gleichung 3.115)
2. $\Omega(\mathbf{f}) = \|\mathbf{D}_2\mathbf{f}\|^2$ (s. Gleichung 3.116)

Diese beiden Strafterme haben den Vorteil, dass der Regularisierungsoperator schon im Vorfeld der Inversion berechnet werden kann und so nur eine einzige Matrix-Vektor Multiplikation während der Invertierung durchgeführt werden muss.

1. Strafterm $\Omega(\mathbf{f}) = \|\mathbf{f}\|^2$:

Zunächst erfolgte die Bestimmung des optimalen Regularisierungsparameters. Dies geschah analog zu der TSVD-Regularisierung. Als Filter-Tiling wurde ebenfalls das 16×16 homo F1mod4 Tiling verwendet. Der optimale Regularisierungsparameter konnte zu $\lambda = 10^{-7}$ bestimmt werden (s. Abbildung 5.21 a)). Eine Rekonstruktion des Stimulus war bei korrekter Filterzuordnung möglich. Unter Verwendung dieses Parameters wurde anschließend das RE-Training mit automatischer Antwortbewertung durchgeführt. Wie man in Abbildung 5.21 c) und d) erkennt, brachte der Einsatz

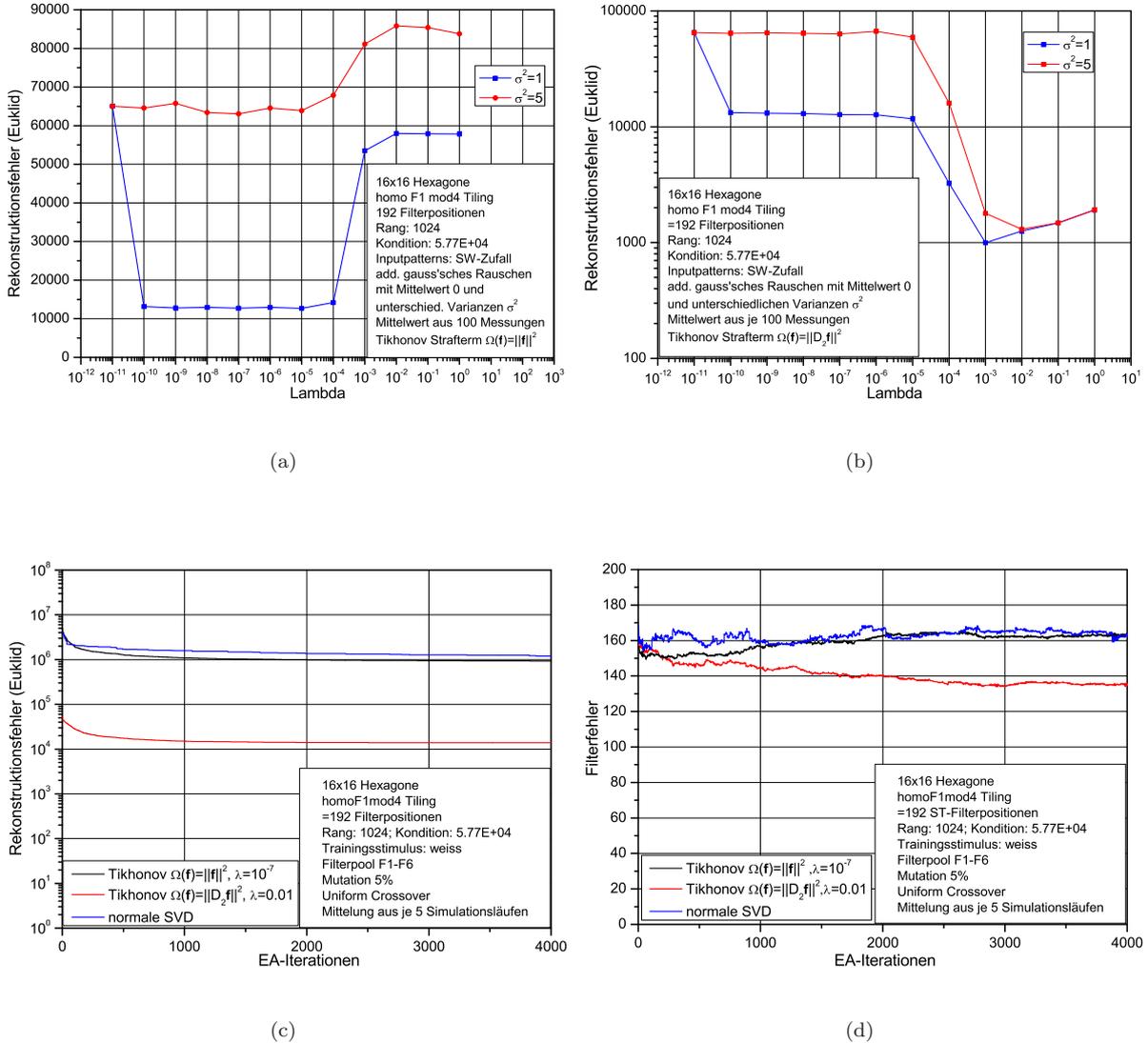


Abbildung 5.21: Die Abbildung a) zeigt den Verlauf des Rekonstruktionsfehlers ($\|\mathbf{p}_{\text{in}} - \mathbf{p}_{\text{rekonstr}}\|_2$) in Abhängigkeit vom Regularisierungsparameter λ . Als Regularisierungsverfahren wurde die Tikhonov-Regularisierung mit dem Strafterm $\Omega(\mathbf{f}) = \|\mathbf{f}\|^2$ gewählt. Die Filter-Modul-Einstellung bestand aus einem 16×16 Hexagonarray mit dem homo F1-mod4-Tiling. Als Stimulus wurde ein SW-Zufallspattern gewählt. Dem Filterresultat wurde additives Gauss'sches Rauschen mit dem Mittelwert 0 und der Varianz 1 bzw. 5 hinzugefügt. Es wurde je λ -Wert eine Mittelung über 100 Simulationen durchgeführt. Es ergibt sich ein minimaler Rekonstruktionsfehler bei etwa $\lambda = 10^{-7}$. In der Abbildung b) sind die Ergebnisse derselben Untersuchung mit dem Strafterm $\Omega(\mathbf{f}) = \|D_2\mathbf{f}\|^2$ dargestellt. Hier lag der optimale Regularisierungsparameter etwa bei $\lambda = 0.01$. In c) ist der Verlauf des Rekonstruktionsfehlers der beiden Regularisierungsverfahren im evolutionären RE-Training mit automatischer Antwortbewertung dargestellt. Zum Vergleich ist zusätzlich der Verlauf des unregularisierten Trainings (SVD) abgebildet. Es wurde als Stimulus ein konstantes Muster (weiss) verwendet. Als Regularisierungsparameter wurden dabei die zuvor Bestimmten verwendet. Abbildung d) zeigt den Verlauf des Filterfehlers für die drei Fälle. Nur im Fall der Tikhonov-Regularisierung mit dem Strafterm $\Omega(\mathbf{f}) = \|D_2\mathbf{f}\|^2$ ist ein deutlicher Lernerfolg zu erkennen. Nach 4000 Iterationen sind noch etwa 130 von 192 Filterpositionen falsch besetzt.

dieses Regularisierungsverfahrens keinerlei Verbesserung im Vergleich mit einer unregularisierten Inversionsmethode (normale SVD).

2. Strafterm $\Omega(\mathbf{f}) = \|D_2\mathbf{f}\|^2$:

Als diskreter Differentialoperator D_2 wurde eine homogene ST-Filterverteilung eines speziellen isotropen ST-Filterkerns eingesetzt. Die C7 Topologie und die zugehörige Gewichtung des spatialen Anteils ist in [Abbildung 5.22](#) dargestellt. Es handelte sich um den diskreten Laplace-Operator (spatiale Ableitung zweiter Ordnung) auf einem hexagonalen Gitter. Operatoren, die auf der ersten spatialen Ableitung basierten, wurden nicht eingesetzt, da diese zu Anisotropieeffekten geführt hätten. Der Filterkern des temporalen Operatoranteils ergab sich durch die zweite zeitliche Ableitung: $h_Z = [-1 \ 2 \ -1 \ 0]$. Die Bestimmung des optimalen Regularisierungsparameters ergab einen Wert von etwa $\lambda = 0.01$ (s. [Abbildung 5.21 b](#)). Die Rekonstruktion eines einzelnen Stimulus benötigt im Falle des 16×16 homo F1 Tilings auf einem AMD 64 X2 3800+ Prozessorsystem (2x 2GHz) etwa 80 ms. Die erstmalige Berechnung der regularisierenden Inversen benötigt allerdings etwa 300 s (bei einer Hexagonauflösung von 20×20 etwa 750 s).

Der RE-Trainingsverlauf zeigte mit dem Strafterm $\|D_2\mathbf{f}\|^2$ das beste Ergebnis. Der Rekonstruktionsfehler ([Abbildung 5.21 c](#)) lag erheblich unter dem der beiden anderen Verfahren. Der Filterfehler war nach 4000 Iteration ebenfalls deutlich kleiner ([Abbildung 5.21 d](#)). Für einen Einsatz dieses Tikhonov-Regularisierungsverfahrens beim RE-Training mit normalsichtigen Versuchspersonen reicht diese Verbesserung jedoch nicht aus.

5.3.10 Landweber-Verfahren

Die Anwendung iterativer Regularisierungsverfahren unterscheidet sich grundlegend von den bisher verwendeten Inversionsverfahren, da die Inversion der ST-Filterung iterativ durchgeführt wird und keine zuvor berechnete Matrix zum Einsatz kommt. Je nach benötigter Iterationstiefe hat dies u.U. viele Rechenoperationen für eine Inversion zur Folge und verursacht so eine deutliche Verlangsamung des RE-Trainingsverlaufs, was beim Einsatz normalsichtiger Versuchspersonen unerwünscht ist. Der rekonstruierte Stimulus berechnet sich nach [Gleichung 3.109](#) durch:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f} + \omega A^T(\mathbf{g} - A\mathbf{f}) \quad (5.8)$$

Dabei ist zu beachten, dass es sich bei der Matrix A in [Gleichung 5.8](#) um die korrekte ST-Filtermatrix handelt und nicht um die, die sich während des Lernvorgangs verändert. Deren Einfluss ist bereits in die Berechnung \mathbf{g} von eingegangen.

Zunächst wurde das reine Konvergenzverhalten des Landweber-Verfahrens im Fall einer gut konditionierten und im Fall einer schlecht konditionierten Filtermatrix betrachtet. Dabei wurden in der Hinabbildung **F1** unterschiedlich viele ST-Filter falsch gesetzt. Man erkennt (s. [Abbildung 5.23 a](#)) und [b](#)), dass nur im Fall der gut konditionierten Abbildung und korrekter Filterzuordnung (0 Filter falsch) eine perfekte Rekonstruktion des Stimulus möglich ist. Eine Vergrößerung der Filterfehler führt zu einem steigenden Rekonstruktionsfehler. Im Fall der schlecht konditionierten Matrix kommt es zusätzlich zur Divergenz, so dass der Iterationsprozess abgebrochen werden muss. Der Abbruch erfolgt im Folgenden, wenn der Rekonstruktionsfehler ansteigt.

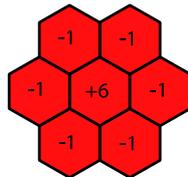


Abbildung 5.22: Topologie und Gewichtung des spatialen Anteils des diskreten Differentialoperators D_2 .

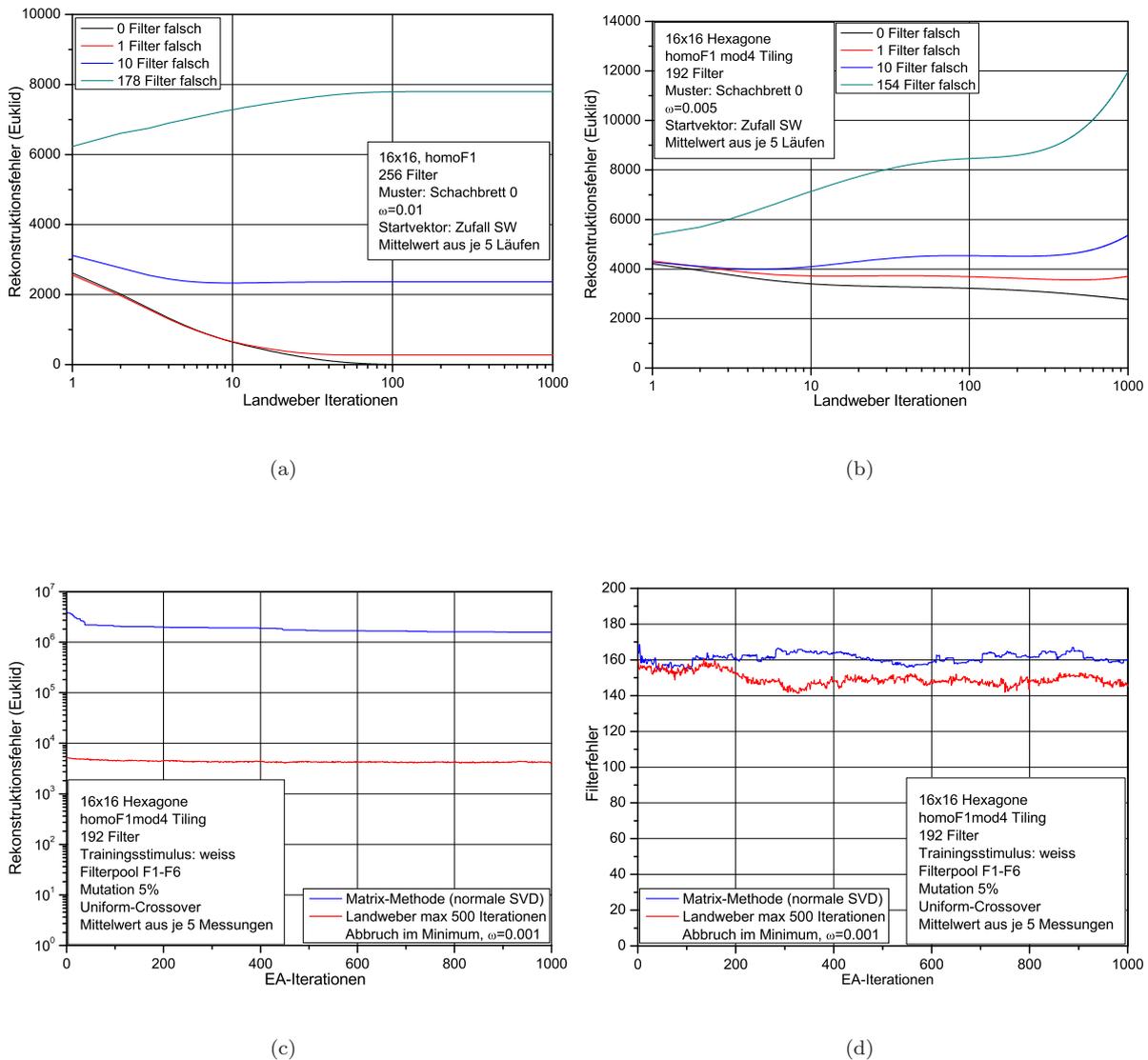


Abbildung 5.23: a) zeigt die Konvergenzeigenschaften des Landweberverfahrens für eine gut konditionierte Abbildung (16×26 homo F1) bei verschiedenen Anzahlen von falsch zugeordneten ST-Filtern in der RE-Abbildung **F1**. Man erkennt, dass eine Zunahme der falsch zugeordneten Filterpositionen negative Auswirkungen auf den resultierenden Rekonstruktionsfehler hat. In b) sind die Ergebnisse derselben Untersuchung für eine schlechter konditionierte Abbildung (16×16 homo F1 mod 4) dargestellt. Hier führen falsch zugeordnete Filter zur Divergenz. Die Iteration muss somit abgebrochen werden. Da der Stimulus bekannt ist, kann man die Iteration abbrechen, wenn es zu einem Anstieg des Rekonstruktionsfehlers kommt. In c) ist der Verlauf des Rekonstruktionsfehlers des Landweberverfahrens im evolutionären RE-Training mit automatischer Antwortbewertung dargestellt. Zum Vergleich ist zusätzlich der Verlauf des unregulierten Trainings (mit SVD) abgebildet. Es wurde als Stimulus ein konstantes Muster (weiß) verwendet. Die Filter-Modul-Einstellung bestand aus einem 16×16 Hexagonarray mit dem homo F1-mod4-Tiling. Der Abbruch der Iteration erfolgte jeweils bei Anstieg des Rekonstruktionsfehlers. In d) sind die zugehörigen Filterfehlerverläufe dargestellt. Man erkennt, dass das Landweber-Verfahren zu einem leicht abnehmenden Filterfehler führt (ca. 150 von 192 Filterzuordnungen nach 1000 Iterationen falsch).

In [Abbildung 5.23](#) c) und d) ist das Ergebnis des Einsatzes des Landweber-Verfahrens im RE-Training (3-aus-6 EA) mit automatischer Selektion dargestellt. Man erkennt, dass das Landweber-Verfahren im Vergleich mit einem unregularisierten Rekonstruktionsverfahren (SVD) zu einer leichten Verbesserung führt. Für einen Einsatz im RE-Training mit normalsichtigen VPs ist es jedoch nicht geeignet. Ein weiterer Nachteil ist die Rechenzeit. Eine Rekonstruktion des Beispiels aus [Abbildung 5.23](#) b) mit 1000 Iterationen benötigt beispielsweise auf einem AMD 64 X2 3800+ Prozessorsystem (2x 2GHz) etwa 14s. Der EA benötigte somit mindestens $6 \times 14 \text{ s} = 84 \text{ s}$ reine Rechenzeit für eine Generation.

5.3.11 CG-Verfahren

Als weiteres iteratives Regularisierungsverfahren wurde das Verfahren des konjugierten Gradienten (CG-Verfahren) untersucht. Zunächst wurden analog zum Landweber-Verfahren die Konvergenzeigenschaften des CG-Verfahrens für unterschiedlich konditionierte Abbildungen bei unterschiedlichen Filterfehlzuordnungen untersucht. Es ergab sich ein ähnliches Verhalten wie bei der Landweber-Iteration (s. [Abbildung 5.24](#) a) und b)). Der Abbruch des Verfahrens erfolgte, wenn der Betrag des Gradienten $\|d\| < 10^{-7}$ oder wenn 1000 Iteration erfolgt waren. Nur im gut konditionierten Fall ohne Filterfehler war eine perfekte Rekonstruktion des Stimulus möglich. Das Vorhandensein von Filterfehlern im gut konditionierten Fall führte zu Rekonstruktionsfehlern. Im schlecht konditionierten Fall konvergierte das Verfahren nur, wenn keine Filterfehlstelle vorlag. Dies bedeutet, dass bei Existenz von Filterfehlern in diesem Fall das CG-Verfahren abgebrochen werden muss.

Die Berechnungsvorschrift ([Gleichung 3.107](#)) erfordert einige Rechenoperation mehr als das Landweber-Verfahren. Dies sind jedoch überwiegend Vektoradditionen. Die Berechnungszeit für 1000 CG-Iterationen betrug beim 16×16 homo F1 -Tiling auf derselben Hardware etwa 15s. Dies ist für den Einsatz im RE-Training mit normalsichtigen VPs zu viel.

Die Untersuchung des RE-Trainings mit dem CG-Verfahren ergab eine leichte Verbesserung der Filterzuordnung (s. [Abbildung 5.24](#) c) und d)) als die unregularisierte Methode. Die Reduktion des Fehlers ist jedoch deutlich geringer als bei der Tikhonov-Regularisierung mit dem diskreten Differentialoperator D_2 . Aufgrund der nichtausreichenden Reduktion des Filterfehlers und der Inversionszeit wurde das CG-Verfahren als ungeeignet für den Einsatz mit normalsichtigen Versuchspersonen eingestuft.

Das vorkonditionierte CG-Verfahren [Gleichung 3.108](#) wurde nicht untersucht, da bei diesem zusätzliche Matrizenoperationen durchzuführen sind, die die Inversionszeit weiter ansteigen lassen würden.

5.3.12 Einsatz von künstlichen Augenbewegungen zur Konditionsverbesserung

Der von der Biologie inspirierten Unterstützung der visuellen Wahrnehmung durch *Miniature Eye Movements* folgend, wurde versucht, mit künstlichen Miniature Eye Movements zusätzliche Information zu generieren und diese dem Inverter Modul zur Verfügung zu stellen. Es ist das Ziel, im Fall einer schlecht-konditionierten Filterabbildung durch die Zusatzinformation die Kondition zu verbessern, so dass ein wahrnehmungsbasiertes Training möglich wird. Im Rahmen des Matrizenformalismus kann dies geschehen, indem man eine Verschiebungsmatrix $S_{\mathbf{v}}$ generiert und mit dieser einen verschobenen spatio-temporalen Stimulus erzeugt.

$$\mathbf{p}'_{in} = S_{\mathbf{v}} \mathbf{p}_{in} \quad (5.9)$$

Die Verschiebungsmatrix kann dabei in Abhängigkeit vom jeweiligen Augenbewegungsvektor \mathbf{v} erzeugt werden. Die Erzeugung kann selbst mit Hilfe des Filter-Konfigurators geschehen. Dazu muss dort ein Filtertyp $F_{\mathbf{v}}$ verwendet werden, der eine RF-Topologie besitzt, die nur aus einem Hexagon (z.B. dem Zentrum zugeordnet) besteht. Dieses Hexagon muss in Verschiebungsrichtung und um die Anzahl der gewünschten Verschiebungsschritte in Relation zum zentralen Hexagon platziert

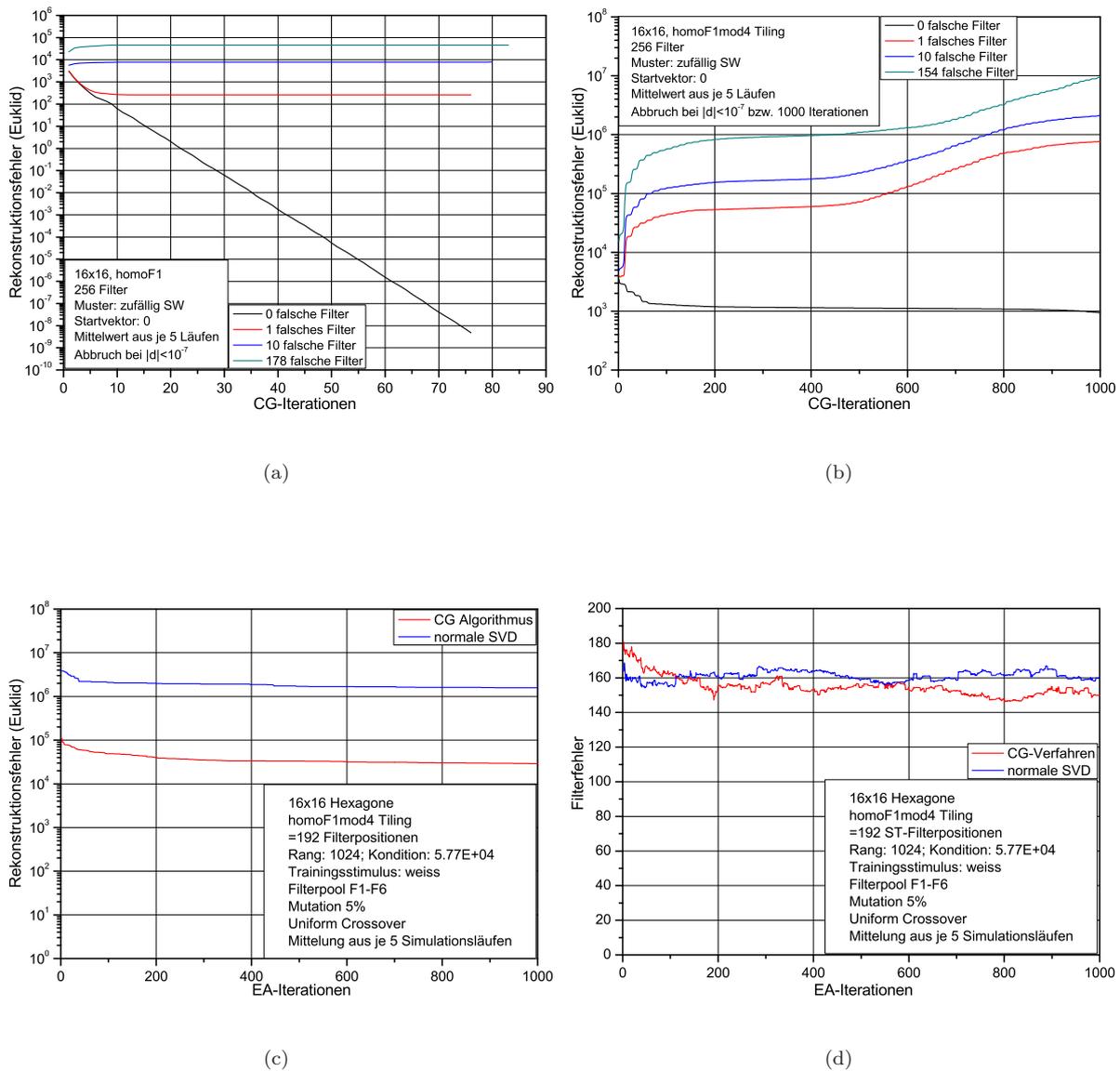


Abbildung 5.24: a) zeigt die Konvergenzeigenschaften des CG-Verfahrens für eine gut konditionierte Abbildung (16×26 homo F1) bei verschiedenen Anzahlen von falsch zugeordneten ST-Filtern in der RE-Abbildung **F1**. Man erkennt, dass eine Zunahme der falsch zugeordneten Filterpositionen zu Rekonstruktionsfehlern führt. In b) sind die Ergebnisse derselben Untersuchung für eine schlechter konditionierte Abbildung (16×16 homo F1 mod 4) dargestellt. Hier führen falsch zugeordnete Filter zur Divergenz. Die Iteration muss wie beim Landweber-Verfahren abgebrochen werden. In c) ist der Verlauf des Rekonstruktionsfehlers des CG-Verfahrens im evolutionären RE-Training mit automatischer Antwortbewertung dargestellt. Zum Vergleich ist zusätzlich der Verlauf des unregulierten Trainings (mit SVD) abgebildet. Es wurde als Stimulus ein konstantes Muster (weiß) verwendet. Die Filter-Modul-Einstellung bestand aus einem 16×16 Hexagonarray mit dem homo F1-mod4-Tiling. Der Abbruch der Iteration erfolgte jeweils nach je 500 Iterationen. In d) sind die zugehörigen Filterfehlerverläufe dargestellt. Man erkennt, dass das CG-Verfahren zu einer leichten Reduktion des Filterfehlers führt (ebenfalls etwa 150 von 192 ST-Filtern nach 1000 Iterationen falsch).

sein. Der zeitliche Filterbeitrag ist die Identität. Die Filtermatrix $S_{\mathbf{v}}$, die eine Verschiebung des Eingangsstimulus bewirkt, basiert auf einer homogenen Verteilung von $F_{\mathbf{v}}$.

Der resultierende Stimulus wird anschließend analog zu dem unverschobenen Stimulus der spatio-temporalen Filterung durch die Filtermatrix A unterworfen. Die beiden Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned}\mathbf{out}_{RE} &= A\mathbf{p}_{in} && \text{(unverschoben)} \\ \mathbf{out}'_{RE} &= A\mathbf{p}'_{in} = AS_{\mathbf{v}}\mathbf{p}_{in} && \text{(verschoben)}\end{aligned}\tag{5.10}$$

Durch eine geschickte Umordnung können die beiden Gleichungen durch eine Einzige mit einer größeren Filtermatrix B dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} \mathbf{out}_{RE} \\ \mathbf{out}'_{RE} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} A \\ AS_{\mathbf{v}} \end{pmatrix} \mathbf{p}_{in} \\ \mathbf{out}''_{RE} &= B\mathbf{p}_{in}\end{aligned}\tag{5.11}$$

Für die Berechnung der Inversion muss nun die Generalisierte Inverse B^+ der Filtermatrix B berechnet werden. Der Filterausgangsvektor \mathbf{out}''_{RE} besteht aus zwei Teilen, dem Filterergebnis der unverschobenen und dem des verschobenen Stimulus. Prinzipiell lässt sich auf diese Art und Weise Information von weiteren ST-Filterungen von durch SME erzeugten Stimuluszuständen einfügen.

Der Einsatz dieses Verfahrens ist für das wahrnehmungsbasierte RE-Training insofern von Nachteil, als dass bei jeder Generation einer neuen Filtermatrix durch den evolutionären Algorithmus eine Matrizenmultiplikation erforderlich ist. Der dazu nötige Zeitaufwand verlangsamt das Trainingsverfahren deutlich. Die Umgehung dieser Multiplikation ist grundsätzlich machbar, indem man den verschobenen Teil $AS_{\mathbf{v}}$ der Filtermatrix B auf andere Weise erzeugt, z.B. durch eine größere Zahl an Filtertypen.

Die unter Berücksichtigung der SME-Zusatzinformation generierte Filtermatrix B hat meist eine deutlich bessere Kondition, dafür verdoppelt sich die Zeilendimension. Das Prinzip wurde anhand einer Filterkonfiguration getestet, die aus einem 12×12 Hexagonraster bestand, wobei als Filter-Tiling ein homogenes F1-Tiling mit 9 entfernten Stützstellen verwendet wurde¹⁰. Die Kondition der zugehörigen Filtermatrix betrug $\text{cond}(A) = 7.41 \times 10^3$. Die Kondition der zusammengesetzten Filtermatrix B betrug $\text{cond}(B) = 4.03 \times 10^1$. Die Kondition konnte also durch die Verwendung der durch SME erzeugten Zusatzinformation um einen Faktor von etwa 200 verbessert werden.

Durch den Einbau des zusätzlichen Filterergebnisses lässt sich die Kondition der Abbildung enorm verringern. In einem evolutionären Training (3-aus-6 EA) mit automatischer Antwortbewertung wurde anschließend ein Vergleich der Invertierungsverfahren ohne und mit SME durchgeführt. Die Ergebnisse sind in [Abbildung 5.25](#) a) und b) dargestellt.

Man sieht, dass im Fall der hohen Kondition kein Trainingsfortschritt zu erkennen ist. Im Falle der Unterstützung durch eine Augenbewegung ($\mathbf{v} = A$) ist ein deutlicher Trainingsfortschritt auszumachen. Der Einsatz dieses Inversionsverfahrens für ein wahrnehmungsbasiertes Training mit normalsichtigen VP ist die Konvergenzgeschwindigkeit leider nicht ausreichend.

¹⁰Die entfernten Stützstellen hatten jeweils einen Abstand von 4 Hexagonen in x- und y-Richtung des Rasters.

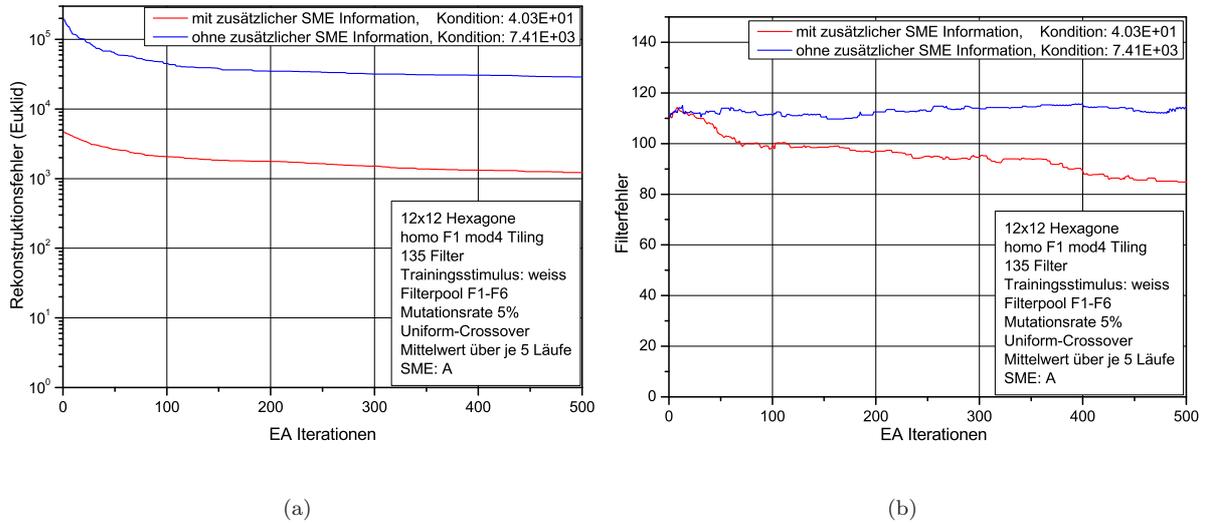


Abbildung 5.25: a) zeigt den Vergleich der Rekonstruktionsfehlerverläufe; b) zeigt die Verläufe der jeweiligen Filterfehler. Im Gegensatz zu den vorherigen Untersuchungen wurde hier ein 12×12 homo F1 mod4 Tiling eingesetzt, damit die Dimension der Matrix B nicht zu groß wurde. Da Man erkennt deutlich, dass der Einbau von durch SME erzeugten Zusatzinformationen zur Stabilisierung der Inversion beiträgt und damit ein besseres Training der Filterzuordnung ermöglicht wird (ca. 85 von 135 ST-Filtern nach 500 Iterationen noch falsch)

5.4 ST-Filter-Inversion mit Entscheidungsbäumen

5.4.1 Motivation

In diesem Abschnitt soll die Entwicklung eines neuen Inverter-Modul-Typs beschrieben werden, der bessere lokale Inversionseigenschaften besitzt und somit robuster gegen Störungen ist als die Matrixmethode. Dadurch kann man auch bei ST-Abbildungen, die aufgrund weniger Stützstellen eine hohe Kondition haben, gute Inversionseigenschaften erreichen. Dabei kann die Beschränkung auf reine schwarz-weiß Stimuluswerte als Vorwissen eingebaut werden.

Der Inversionsansatz entspringt der folgenden Idee (s. auch [ENB05]): Um eine Inversion der ST-Filterung zu erhalten, muss der Inverter die Mehrdeutigkeiten der ST-Filterantworten auflösen können ([Unterabschnitt 4.2.7](#)). Um dies zu ermöglichen, setzt man zwei Annahmen voraus, die plausibel im Rahmen der Erkenntnisse über die neuronale Informationsverarbeitung des Zentralen Sehsystems sind:

1. Jede Ganglienzelle hat eine bestimmte Anzahl von spezifischen Impulsmustern, die sie an nachgeordnete Teile des Sehsystems übermittelt. Diese Impulsmuster entsprechen bestimmten visuellen Reizen. Diese Impulsmuster können bei Reizung mit dem gleichen Stimulus für eine große Zahl verschiedener Stimuli äußerst exakt reproduziert werden, wie Untersuchungen von Berry und Meister an Retinae von Kaninchen und Tiger-Salamander ergaben [BWM97]. Das Zentrale Sehsystem hat in seiner Entwicklungszeit eine gewisse Erwartungshaltung bzgl. der ankommenden Impulsmuster (Melodien¹¹) entfaltet, die es auf bestimmten Eingangskanälen von retinalen Ganglienzellen erhält. Diese Erwartungshaltung sei als fest und nicht veränderbar angenommen [Wie82]. Das Zentrale Sehsystem "erkennt" bei den von einer Ganglienzelle ankommenden Signalen nur diejenigen, die aus dem Signalpool dieser

¹¹Als Melodie oder auch Filtermelodie wird im Folgenden die zeitliche Antwort eines ST-Filters auf einen spatio-temporalen Eingangsreiz bezeichnet. Aus der Sicht der Neurophysiologie entspricht dies dem Zeitverlauf der momentanen Impulsrate (s. auch [ENB05]).

Zelle stammen. Nur diese werden für den späteren Wahrnehmungsprozess benutzt. Unbekannte Melodiearten, die von einer Ganglienzelle zu kommen scheinen, werden vom Zentralen Sehsystem als fehlerhaft angesehen und verworfen. Auf diese Art entsteht eine gewisser *Gateway*-Charakter des ZVS.

2. Verschiedene visuelle Reize führen aufgrund der Symmetrie in der RF-Struktur bei der ST-Filterung zu denselben Zeitverläufen am Ausgang einer Ganglienzelle (Mehrdeutigkeit). Es ist sehr wahrscheinlich, dass das zentrale Sehsystem versucht, diese Mehrdeutigkeit durch Kombination der Information von verschiedenen Ganglienzellen zu begegnen. Dabei ist es sinnvoll, besonderes Augenmerk auf die Zusammenführung von Information zu legen, die von Ganglienzellen mit überlappenden Rezeptiven Feldern stammen. Zahlreiche diesbezügliche Untersuchungen [Mas83a, Mas83b, Mas89, AS81] belegen, dass die Zellaktivitäten benachbarter Ganglienzellen eine hohe Korrelation haben. Des Weiteren benutzt das Zentrale Sehsystem eine retinotopie Informationsverarbeitung in vielen visuellen Kortizes [VEAF92, EGW97, FMA⁺87, TSSDV82], welche die Möglichkeit bietet, Information aus benachbarten Filterbereichen optimal zu verarbeiten.

Der erste Aspekt kann durch einen Lernvorgang des Inverter Moduls erreicht werden, bei dem möglichst alle Reiz/ST-Filterantwort Zuordnungen für sämtliche im Filter-Modul vorkommenden ST-Filter in einem Initialisierungsvorgang gelernt werden. Die Speicherung kann beispielsweise mittels einer Lookup-Table geschehen. Im Betrieb vergleicht der Inverter alle auf einem Kanal ankommenden Filterantworten mit denen des bekannten Antwortsatzes. Ist eine Übereinstimmung vorhanden, so kann der Inverter die RF-Belegung des mit dem Kanal verbundenen ST-Filters zuordnen. Diese Zuordnung kann nur im Rahmen der Invarianz der ST-Filter durchgeführt werden. Unbekannte Filterausgangssequenzen, die auf einem bestimmten Kanal empfangen werden, werden ignoriert. Diese Situation tritt beispielsweise während des Lernvorgangs des Filter-Moduls auf.

Die Erkennung der Filterantworten kann fehlertolerant gestaltet werden, so dass ein Zeitreihenvergleich (zum Beispiel mittels *Dynamic time warping*, [MR81]) zwischen der ankommenden und allen auf dem Kanal erlaubten Antwortsequenzen durchgeführt wird und die ähnlichste Sequenz gewählt wird. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, während des Filtervorgangs die resultierende Filterantwort eindeutig zu benennen und dem Inverter diese Bezeichnung mitzuteilen. Diese umgeht den Vergleich und erleichtert es, die Inversionsschritte nachzuvollziehen. Bei dieser Art der Filterung stellt die Ordnung des FIR-Filters keine Einschränkung dar, da der genaue Verlauf der Zeitreihe keine Rolle spielt, sondern nur deren Eindeutigkeit bzgl. der RF-Belegungsinformation.

Die in Punkt 2 beschriebene Auflösung der Mehrdeutigkeit soll anhand eines C1P6-P-On ST-Filters für SW-Stimuli diskutiert werden. Dabei wird weiterhin vorausgesetzt, dass der visuelle Reiz nur im ersten Frame angelegt wird (siehe [Unterabschnitt 5.4.4](#)). Die Werte des Stimulus seien hier 0 für schwarz und 1 für weiß. Die Länge einer Filterantwort entspricht somit der Länge der Impulsantwort des temporalen Filters. Der Filtertyp $F1$ wird dabei aus der C1P6 Topologie erstellt, wobei dem Zentrum die Gewichtung $+12$ und den einzelnen Hexagonen der Peripherie die Gewichtung -1 zugeordnet werden soll. Der Skalierungsfaktor sei 7 und der Offset 20. Die zugehörigen temporalen FIR-Filter für Zentrums- und Peripherie-Pfad seien gleich gewählt¹² und definiert durch den temporalen Filterkern dritter Ordnung h_{P-On} , was zu einer Impulsantwortlänge $T_F = 4$ führt.

Da das rezeptive Feld der C1P6-Topologie aus sieben Hexagonen besteht und jedes zwei Reizzustände besitzen kann (SW-Reiz), ist die Anzahl der verschiedenen Reizzustände gegeben durch:

$$Z_{C1P6} = 2^7 = 128 \quad (5.12)$$

Viele von diesen verschiedenen Reizen führen allerdings zur selben Antwort des ST-Filters, da das RF invariantes Antwortverhalten bzgl. des Orts der Reizung in der Peripherie zeigt. Die Zahl der unterscheidbaren Filterantworten ist $\hat{Z}_{C1P6} = 14$, da für die Berechnung des Filterergebnisses nur die Gesamtzahl der beleuchteten Hexagone der Peripherie entscheidend ist. In [Abbildung 5.26](#) sind

¹²Die gleiche Wahl der temporalen Filterkerne für die beiden Pfade soll deutlich machen, dass diese schon ausreicht, um die Reizantworten bei verschiedenen Belegungen des RFs unterscheiden zu können.

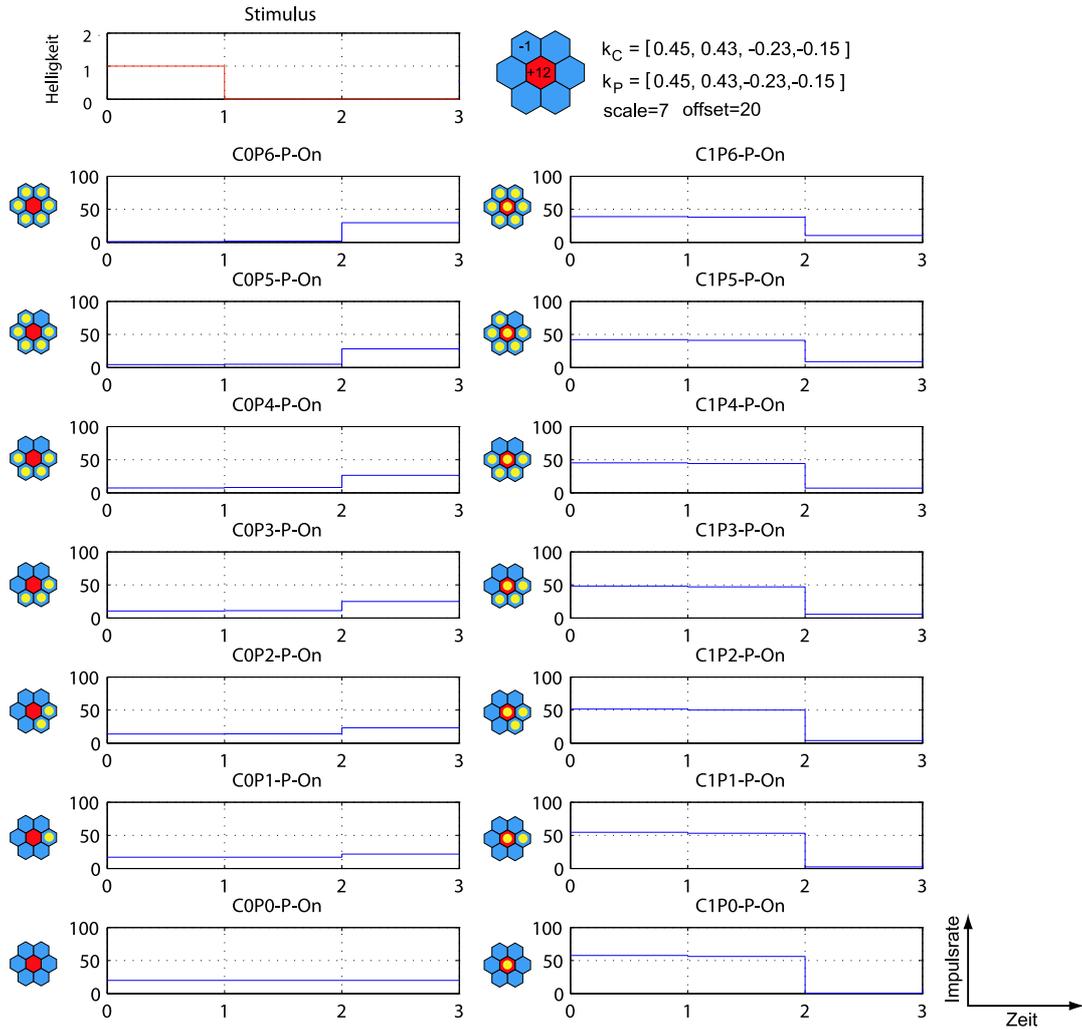


Abbildung 5.26: Darstellung aller 14 durch einen C1P6-P-On ST-Filter unterscheidbaren Reizmuster und dessen jeweilige Antwort auf die verschiedenen Stimulusformen.

diese 14 Fälle und die zugehörigen temporalen Filterantworten dargestellt. Allgemein ergibt sich für die Zahl der möglichen Reizzustände für ein rezeptives Feld mit m zum Zentrum und n zur Peripherie gehörenden Hexagonen:

$$Z_{CnPm} = 2^{m+n} \quad (5.13)$$

Anhand der temporalen Antwort des ST-Filters können davon unterschieden werden:

$$\hat{Z}_{CnPm} = (m+1)(n+1) \quad (5.14)$$

Die Anzahl der möglichen Reizmuster steigt demnach exponentiell; die Zahl der unterscheidbaren Filterantworten nur linear mit der Zahl der zum Zentrum oder zur Peripherie gehörenden Hexagone. Wenn nicht alle Gewichtswerte des Zentrums- oder der Peripheriehexagone des Filters denselben Wert besitzen, weil zum Beispiel eine Filterung mit einer Gauss-förmigen Gewichtungs-funktion erwünscht ist, so steigt die Zahl der möglichen Filterresultate.

5.4.2 Eigenschaften der Filtermelodien

Die 14 Filtermelodien, die bei der ST-Filterung mit dem C1P6 Filtertyp resultieren, können nach der Belegung der Zentrums- und Peripheriehexagone unterschieden und benannt werden. So deutet die Melodiebezeichnung C1P6-P-On-C1P4 auf das Filterresultat eines Filters mit der Topologie C1P6 und des Typ P-On hin, bei dem das Zentrum vollständig (C1) und 4 Hexagone der Peripherie (P4) stimuliert wurden¹³. Die Vorgehensweise lässt sich analog auf ST-Filter mit anderen Topologien, anderen On-Off Bereichen und anderem Zeitverhalten übertragen.

Für die Implementation einer Filterbank, die aus einem Satz von ST-Filtern besteht, die alle zu eindeutigen Filterantworten führen, muss bei der Auswahl der spatialen und temporalen Gewichte der Filter auf mehrere Punkte geachtet werden:

1. Bei der Stimulation eines ST-Filters muss aus dem Filterresultat jeweils eineindeutig auf die Gesamtzahl der belegten Zentrums- bzw. Peripherie Hexagone zu schließen sein. Die zum Zentrum des Filters F_i gehörenden Hexagone besitzen jeweils den Gewichtungsfaktor g_i^C und die zur Peripherie gehörenden Hexagone den Faktor g_i^P . Die Parametervektoren des Zentrums- und der Peripherie des FIR-Filters seien $\mathbf{a}_i^C = [a_{i0}^C, a_{i1}^C, \dots, a_{iK}^C]$ bzw. $\mathbf{a}_i^P = [a_{i0}^P, a_{i1}^P, \dots, a_{iK}^P]$. Es kann gezeigt werden [Pau07], dass die Unterscheidung immer möglich ist, wenn die beiden Vektoren \mathbf{a}_i^C und \mathbf{a}_i^P der zeitlichen Filterparameter linear unabhängig sind. Das heißt, die Forderung an die temporalen Filterparameter ist: $\mathbf{a}_i^C \neq \alpha \mathbf{a}_i^P, \forall \alpha \in \mathbb{R}$.
2. Die Melodien verschiedener Filtertypen müssen sich jeweils voneinander unterscheiden. Diese Unterscheidung ist immer möglich, wenn für je zwei unterschiedliche Filtertypen F_i, F_j folgender Zusammenhang erfüllt ist: $\alpha_i \mathbf{a}_i^C + \beta_i \mathbf{a}_i^P \neq \alpha_j \mathbf{a}_j^C + \beta_j \mathbf{a}_j^P$. Die Parameter $\alpha_i, \beta_i, \alpha_j, \beta_j$ ergeben sich dabei aus der spatialen Gewichtung g_i und der Zahl Z der stimulierten Hexagone im zugehörigen Bereich, wie z.B. $\beta_i = g_i^P Z^P$ im Fall der Peripherie. Diese Bedingung ist im Allgemeinen recht einfach zu erfüllen, da zwei linear unabhängige Vektoren einen zweidimensionalen Unterraum des $(K+1)$ -dimensionalen Raums aufspannen. Die möglichen Melodien bilden dabei ein Punktraster in diesem Raum. Zwei dieser Unterräume schneiden sich zwar immer, jedoch müssen die Punkte des Rasters dabei nicht aufeinander fallen (s. [Abbildung 5.27](#)). Hinsichtlich des Stimulus Null tritt hier eine Schwierigkeit auf, auf die im Folgenden noch einmal im Detail eingegangen wird.

Grundsätzlich ist die Erzeugung unterschiedlicher Filterresultate also recht einfach möglich. Wenn die Wahl der ST-Filterparameter auf diese Art und Weise im Vorfeld durchgeführt wurde, kann das Inverter Modul anschließend folgendes leisten:

1. Es ist eine eineindeutige Identifikation der Melodie-erzeugenden Filterklasse möglich.
2. Aus einer Filterantwort ist jeweils immer die Gesamtbelegung des Zentrums bzw. der Peripherie eineindeutig erkennbar.
3. Die korrekte örtliche Zuordnung von stimulierten und nicht-stimulierten Hexagonen ist jedoch im Allgemeinen nicht möglich (Invarianz), sondern nur bei bestimmten RF-Belegungen ist eine eineindeutige Zuordnung zwischen Melodie und Belegung möglich.

Der Filterparameter *Offset* spielt eine wichtige Rolle. Wenn der Offset bei dem in [Abbildung 5.26](#) dargestellten Filtertyp Null gesetzt würde, führte dies zu zweierlei Problemen:

- Es treten physiologisch unplausible negative Impulsraten auf. Dies kann behoben werden, indem ein positiver Offset mindestens vom Betrag des negativsten Werts des Filterresultats addiert wird.

¹³Im Folgenden wird die führende Filterbezeichnung wie z. B. C1P6 weggelassen, wenn die Filtertopologie aus dem Zusammenhang eindeutig hervorgeht.

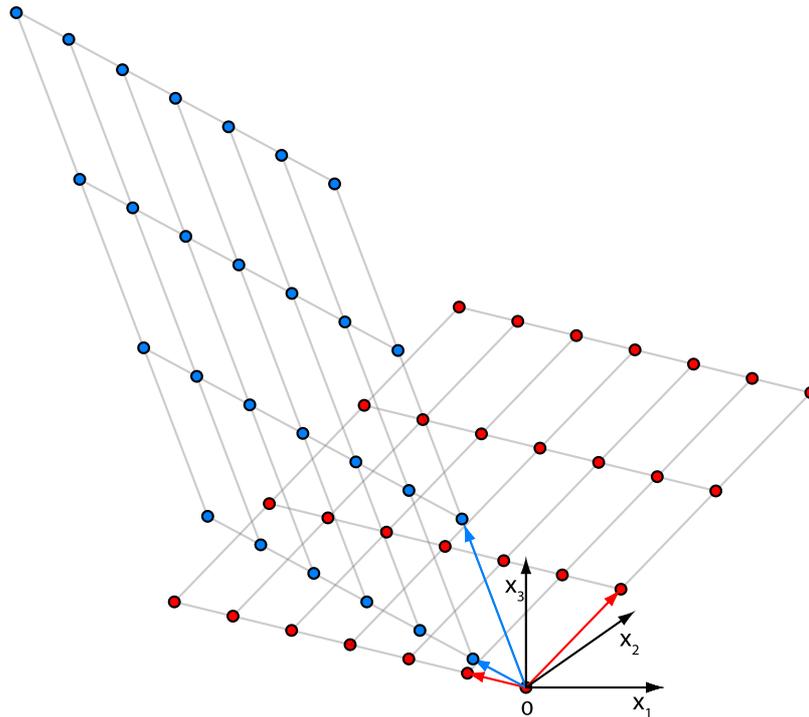


Abbildung 5.27: Die Abbildung zeigt die auf zwei zweidimensionalen Rastern angeordneten möglichen Melodien für zwei unterschiedliche ST-Filterkonfigurationen (ST_1 =rot, ST_2 =blau). In diesem Fall sind die FIR-Parameter-Vektoren der beiden temporalen Pfade eines ST-Filters nur dreidimensional und innerhalb einer Filterklasse linear unabhängig. Jeder der Punkte stellt eine mögliche Filtermelodie dar. Der Gitterabstand ergibt sich aus der spatialen Gewichtung und die Gitter-Koordinate aus der Zahl der belegten Hexagone in Peripherie oder Zentrum. Selbst in drei Dimensionen ist es recht einfach, die Filterparameter so zu wählen, dass sich keine zwei Gitterpunkte überlagern.

- Die Filterantwort auf den "Null"-Stimulus ist Null. Dies würde für alle Antworten von ST-Filtern mit Offset Null zutreffen. Diese Melodien könnten somit nicht mehr unterschieden werden. Der Ausweg ist, paarweise unterschiedliche Offsets für alle Filter der Filterbank zu definieren.

Im Vergleich zum Inversionsansatz mit dem Matrizenformalismus besteht hier die Möglichkeit, auf eine explizite Zuordnung von Filterparametern zu den einzelnen Klassen verzichten zu können. Dazu muss allerdings bei der ST-Filterung die sich ergebende Melodiebenennung an das Inverter-Modul weitergemeldet werden.

5.4.3 Wahl des Filter-Tilings

Im Gegensatz zur Matrixmethode konnten hier Filter-Tilings eingesetzt werden, die deutlich weniger Stützstellen als Hexagone aufwiesen. Die Wahl der Filteranordnung unterlag jedoch ansonsten den bekannten Einschränkungen, die notwendig waren, um eine Lösung des Inversionsproblems zu finden. Ein akzeptables Tiling sollte folgende Kriterien erfüllen:

1. Das Tiling ist nichttrivial¹⁴.
2. Das Tiling hat eine regelmäßige oder periodische Struktur.

¹⁴Trivial wäre beispielsweise eine homogene F1 Verteilung.

3. Das Tiling überdeckt alle Hexagone durch mindestens ein RF.

Die oben bereits eingeführten Basic-Tilings mit verschiedenen Filterbelegungen erfüllen diese Anforderungen. Allerdings musste vor dem Einsatz eines Tilings dieses zunächst auf seine Invertierbarkeit hin untersucht werden.

5.4.4 Zerlegung einer beliebigen Filterantwort in eine Überlagerung verschobener und gewichteter Impulsantworten

Die Vereinfachung, sich bei der Analyse auf die ST-Filterantworten des ersten Stimulusframes zu beschränken, ist für diesen Inversionsansatz von zentraler Bedeutung. Sie bedeutet aber keine allgemeine Einschränkung. Dies hat folgenden Grund: Die Antwort eines FIR-Zeitfilters auf ein Signal kann in sich überlagernde und um jeweils einen Zeitschritt verzögerte und gewichtete Impulsantworten zerlegt werden (Linearität und Verschiebungsinvarianz der Faltung). Der Gewichtungsfaktor entspricht dem zum aktuellen Zeitpunkt gehörenden Signalwert. Es gilt:

$$\begin{aligned} g(n) &= h(n) * f(n) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)h(n-k) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \left(\sum_{l=0}^{\infty} a_l \delta(n-k-l) \right) \\ &= f(0)a_0\delta(n) + f(0)a_1\delta(n-1) + f(0)a_2\delta(n-2) + \dots \\ &\quad + f(1)a_0\delta(n-1) + f(1)a_2\delta(n-2) + \dots \\ &\quad + f(2)a_2\delta(n-2) + \dots \\ &\quad \vdots \end{aligned} \quad (5.15)$$

Der zeitlich erste Term der kompletten Antwort auf ein zeitliches Signal der Länge N ist $f_0 a_0 \delta(n)$. Dieser ist aber identisch mit dem ersten Term der Systemantwort auf den ersten Zeitschritt des gleichen Signals $f'(n) = f(0)\delta(n)$, wie folgende kurze Rechnung zeigt:

$$\begin{aligned} g'(n) &= h(n) * f'(n) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k f'(n-k) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k f(0)\delta(n-k) \\ &= f(0) \sum_{k=0}^{\infty} a_k \delta(n-k) = f(0)h(n) \\ &= f(0)a_0\delta(n) + f(0)a_1\delta(n-1) + f(0)a_2\delta(n-2) + \dots \end{aligned} \quad (5.16)$$

Die bisher betrachteten Filtermelodien entsprechen der Systemantwort $g'(n)$. Durch die Kenntnis der möglichen Filtermelodien und dem Wissen des ersten Werts $f(0)a_0\delta(n)$ von $g'(n)$ kann der Inverteralgorithmus auf die restlichen Glieder der Filterantwort schließen. Daraufhin kann man die Systemantwort auf den ersten Wert $f(0)$ von der Antwort auf $f(n)$ abziehen. Es ergibt sich wieder eine Zeitreihe aus deren ersten Wert $f(1)a_0\delta(n-1)$ man eindeutig auf eine Filtermelodie schließen kann, die anschließend vom Rest subtrahiert wird. Dies kann iterativ fortgeführt werden. Aus jeder der einzelnen zeitlich versetzten Melodien kann der Inversionsalgorithmus so den zugehörigen Frame des Eingangsstimulus rekonstruieren.

Aufgrund der Möglichkeit die kompletten Filterantwort in einzelne, gewichtete Impulsantworten zu zerlegen, sollen im Folgenden immer nur Stimuli betrachtet werden, die einen Zeitschritt lang sind.

5.4.5 Inversionsschritte mit Entscheidungsbaum

Viele der Antworten des C1P6-P-On Filtertyps aus [Abbildung 5.26](#) lassen keine eindeutigen Rückschlüsse auf die Stimulusbelegung des zugehörigen RF-Bereichs zu. Bei genauerer Betrachtung der Filtermelodien kommt man zu der Schlussfolgerung, dass nur bei vier Filterantworten

eineindeutige Rückschlüsse bzgl. der vollständigen RF-Belegung möglich sind (**Full-Codes**). Dies sind die Melodien:

C1P6-P-On
C1P0-P-On
C0P6-P-On
C0P0-P-On

Beispielsweise würde die Melodie C0P6-P-On bedeuten, dass das Zentrum des zugehörigen RFs nicht, die Peripherie dafür vollständig von einem Stimulus gereizt wurde. Bei den restlichen Melodien ist immer ein Rückschluss auf die Belegung des Zentrum möglich, da dieses bei dem C1P6-Filter nur über ein Hexagon verfügt. Diese sind somit eindeutig bzgl. der Zentrumsbelegung (**Center-Code**). Die Melodie C0P4-P-On lässt keinen eindeutigen Rückschluss auf die Peripherie zu. Jedoch kann das Zentrum eindeutig als "nicht stimuliert" zugeordnet werden. So lassen die sieben Melodien der ersten Spalte den eindeutigen Schluss zu: "Zentrum nicht belegt". Für die sieben Melodien der zweiten Spalte lautet der Schluss: "Zentrum belegt". Bei RF-Topologien mit mehr als einem Hexagon im Zentrum ist diese einfache Vorgehensweise nicht mehr möglich. Eine Melodie, die mehrdeutig bzgl. des Zentrums und eindeutig bzgl. der Peripherie ist (**Periphery-Code**¹⁵), kommt bei der C1P6-Topologie nicht vor, kann aber bei anderen Filter-Topologien existieren. Prinzipiell ist aber die Unterteilung bzgl. eindeutiger und mehrdeutiger Filtermelodien bei allen möglichen RF-Topologien machbar.

Das Inversionsverfahren kann sich also diese ganz oder teilweise eindeutigen Zeitverläufe zu Nutze machen. Wie bereits dargelegt, soll der Empfangsbereich für die Signale im Inverter Modul nur auf Signale der zugehörigen Ganglienzelle reagieren. Des Weiteren hat der Empfangskanal des IM durch den Initialisierungsprozess Kenntnis über sämtliche Melodien, die dieses ST-Filter zu senden in der Lage ist.

Diese Analyse der Melodien auf volle oder teilweise Eindeutigkeit bilden den Anfang eines **Entscheidungsbaumes** (*Decision Tree*) zur Auflösung des Inversionsproblems. Die einzelnen Schritte sollen nun erläutert werden:

1. Suche nach eineindeutigen bzw. teilweise eindeutigen Melodien und Eintrag der aufgelösten Hexagone in einem dem Inverter-Modul zugeordneten Hexagonfeld.
2. Vergleich der nichteindeutigen ST-Filterantworten mit der aufgrund des ersten Schritts eingetragenen RF-Belegung. Dies führt in einigen Fällen zu einem neuen Informationsstand bzgl. der RF-Belegung. Neue Erkenntnisse über die RF Belegung sind möglich, wenn die Zahl der als "belegt" aufgelösten Hexagone der nach der Filtermelodie zu erwartenden Zahl entspricht. In diesem Fall muss der Rest der Hexagone "unbelegt" sein. Für den umgekehrten Fall, dass die Zahl der als "unbelegt" aufgelösten Hexagone der Filtermelodie schon entspricht, gilt die analoge Schlussfolgerung.
3. Gehe zu Schritt 2, bis eine Abbruchbedingung erfüllt ist (alle Hexagone aufgelöst oder maximale Iterationszahl erreicht).

Die Schritte sollen nun kurz anhand von **Abbildung 5.28** näher erläutert werden. Die zugrundeliegende ST-Filterung baut auf dem Basic-Tiling mit den drei ST-Filterklassen (F1,F2,F3) auf. Es sei vorausgesetzt, dass für die drei Filterklassen solche temporale Filterparameter gewählt worden sind, die eindeutige Filterantworten erlauben. Dies bedeutet, dass jede der drei Filterklassen 14 verschiedene Melodien erzeugt. Zunächst sind alle Hexagone als unbekannt (rot mit '?') gekennzeichnet. Der Schritt a) der Abbildung zeigt die Situation nach Auswertung der Center-Codes für einen kleinen Bereich der Inverterfläche. In Schritt b) wurden die Melodien auf eindeutige

¹⁵Ein Auswertung bzgl. der Full-Codes ist nicht notwendig, da diese bei Betrachtung der Center-und Periphery-Codes automatisch eingeschlossen sind.

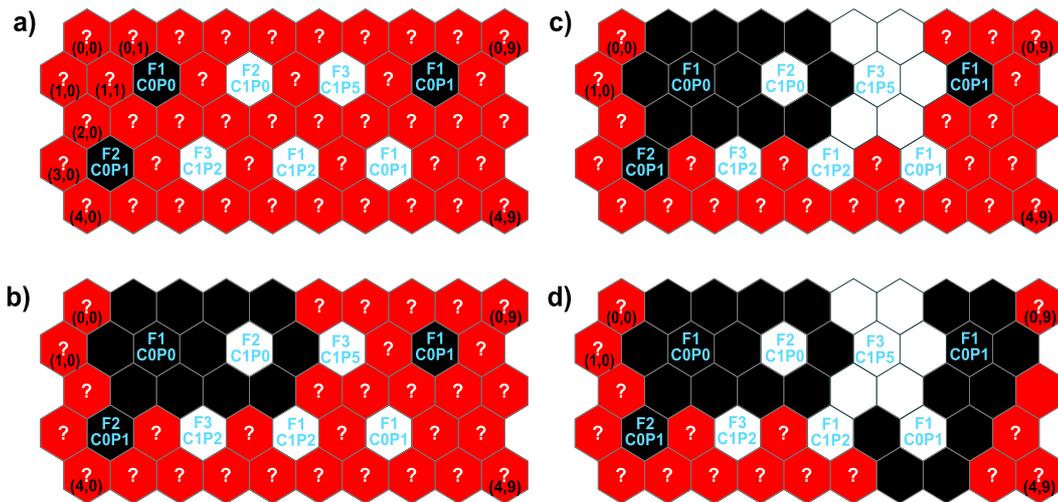


Abbildung 5.28: Darstellung der Inversionsschritte

Codes bzgl. Peripherie hin untersucht und die entsprechenden Hexagone im RF-Bereich der jeweiligen Filter als schwarz (für keinen Stimulus) und weiß (für Stimulus) gekennzeichnet¹⁶. In Schritt c) werden die nun bekannten Hexagone mit den Filtermelodien der ST-Filter mit noch nicht vollständig aufgelöstem RF-Bereich untersucht. Nur die Melodie des Filters F3 an der Position (1,6) kann zur weiteren Auflösung beitragen. In seiner Peripherie ist nur ein Hexagon (1,5) als 'nicht stimuliert' aufgelöst. Laut dem Filterresultat C1P5 sind 5 Hexagone der Peripherie stimuliert worden. Das nicht-stimulierte Hexagon ist aus dem Schritt zuvor jetzt bekannt. Daraus folgt, dass die restlichen fünf Peripherie-Hexagone als 'stimuliert' aufgelöst werden können. Die nun entstandene neue Situation muss wieder auf solche Fälle untersucht werden, bei denen aus bekannten Hexagonzuständen des RFs eines Filters und dessen Melodie Rückschlüsse auf den Zustand bisher unbekannter Hexagone gezogen werden können. In Schritt d) können die Peripherien der ST-Filter an den Positionen (1,8) und (3,7) vollständig aufgelöst werden. Dieser Entscheidungsbaum kann weiterlaufen bis entweder alle Hexagone bekannt sind oder der Entscheidungsprozess steckenbleibt, wie dies im Beispiel der Fall ist. Aus den bisher bekannten Hexagonen und den Filtermelodien der drei letzten Filter können keine neuen Erkenntnisse über die verbleibenden unbekanntes Hexagone gewonnen werden. An dieser Stelle gibt es zwei Möglichkeiten den Auflösungsprozess fortzuführen:

- Man trifft Annahmen über unaufgelöste Hexagone und testet diese auf Widersprüche.
- Man erzeugt eine künstliche Augenbewegung, bei der sich das Muster vor dem Filterarray um beispielsweise ein Hexagon verschiebt.

5.4.6 Lösungsansatz: Testen von Annahmen auf Widersprüche

Der Weg, die unbekanntes Hexagone durch das Treffen von Annahmen und das Testen dieser auf Widersprüche aufzulösen, wie es beispielsweise beim *Backtracking*-Verfahren angewandt wird [Sed83], erweist sich als nicht gangbar, da er zu falschen Ergebnissen führen kann. Dies soll an einem kleinen Beispiel deutlich gemacht werden. **Abbildung 5.29** soll einen Bereich des Inverter Hexagonfeldes zeigen, nachdem der Auflösungsprozess, so wie im vorhergehenden Beispiel, ins Stocken gekommen ist. Das verbleibende Problem lässt sich durch zwei verschiedene Hexagonkonfigurationen lösen, die beide nicht zu einem Widerspruch führen. Einerseits könnten die beiden mit '?1' gekennzeichneten Felder 'true' und die beiden mit '?2' markierten 'false' sein. Andererseits

¹⁶Im weiteren Verlauf werden statt schwarz und weiß auch die Bezeichnungen 'stimuliert' bzw. 'nicht stimuliert' sowie 'true' bzw. 'false' verwendet.

ist der umgekehrte Fall ebenfalls möglich. Da der Stimulus eindeutig ist, muss eine der beiden Lösungen falsch sein.

Anhand dieses einfachen Beispiels erkennt man, dass der Weg Annahmen zu treffen, zu falschen Ergebnisse führen kann und daher nicht gangbar ist.

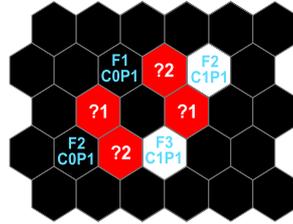


Abbildung 5.29: Nichtentscheidbarer Endzustand des Entscheidungsbaumes

5.4.7 Lösungsansatz: *Simulated Miniature Eye Movements* (SME)

Ein SME wird vom Inverter Modul aufgerufen, wenn es im Entscheidungsbaum steckenbleibt (s. [Abbildung 5.11](#)). Durch die zusätzliche ST-Filterung des verschobenen Stimulus kann eine Reduktion des Informationsdefizits im Falle der Decision-Tree-Methode erreicht werden.

Sei die ST-Filterung durch ein Basic-Tiling beliebiger Größe mit der Filterbelegung (F1, F2, F3) definiert. Für den Fall, dass um die Stimuluseingangsfläche ein Offset mit bekannten Hexagonzuständen (z.B. alle schwarz) existiert und eine Verrückung um eine Hexagonlänge in beliebiger Richtung vorliegt, kann bewiesen werden, dass mit Hilfe eindeutiger Zentrums- bzw. Peripheriemelodien und einem darauffolgendem Entscheidungsbaum das ursprüngliche Reizmuster rekonstruiert werden kann. Der Rekonstruktionsprozess, der bei der Beweisführung eingesetzt wird, fängt an einer Ecke des Inverterfensters mit der Rekonstruktion an und geht dann sukzessive zunächst die Hexagonreihe am Rand durch. Dabei benutzt er **gleichzeitig** die Filterantworten des ursprünglichen Stimulus als auch die des verschobenen. Nach der Rekonstruktion der ersten Reihe stellt diese einen neuen Rand dar, so dass dieser Zustand im Grunde dem des Ausgangszustands entspricht (vollständiger Beweis s. [\[Pau07\]](#)).

Nachteilig an dieser Rekonstruktion ist die direkte und damit unphysiologische Benutzung der beiden Filterantworten, sowie die Unflexibilität für andere Filter-Tilings und -Typen. Von Vorteil ist die definierte Laufzeit von der Größenordnung $O(N^2)$ (bei einem Hexagongitter der Größe $N \times N$).

Aufgrund dieser Einschränkungen wurde ein Algorithmus entwickelt, der sowohl flexibel bezüglich anderer Filter-Typen und -Tilings eingesetzt werden kann, als auch SMEs je nach Bedarf aufruft. Dies bedeutet, dass es vorkommen kann, dass bei einfachen Stimuli, bei denen viele eindeutige Filterantworten erzeugt wurden, die Rekonstruktion u. U. keine künstliche Augenbewegung benötigt. Andererseits kann es sein, dass bei komplexeren Filterstrukturen eine einzige Augenbewegung nicht zur Rekonstruktion ausreicht. In diesem Fall ruft das Inverter Modul immer neue Augenbewegungen auf, bis die Rekonstruktion vollständig ist oder eine Abbruchbedingung greift.

Wichtig ist, dass die Filterantworten des ursprünglichen und die des (durch das SME) verschobenen Stimulus getrennt werden können. Dies wird am einfachsten dadurch erreicht, indem beim Aufruf eines neuen SMEs darauf geachtet wird, dass eine so große Zeitdifferenz verstrichen sein muss, dass die Filterantwort des vorhergehenden Stimulus abgeklungen ist. Dies ist bei FIR-Filtern grundsätzlich möglich. Prinzipiell gilt aber auch hier die vorangegangene Überlegung (s. [Unterabschnitt 5.4.4](#)), dass auch bei einer Überlagerung der beiden Melodien eine Trennung möglich ist. Der verschobene Stimulus kann grundsätzlich auch als unverschobener Stimulus einer anderen Reizsequenz angesehen werden. Der Unterschied zwischen den beiden Situationen für den Inverter ergibt sich durch die zusätzliche Kenntnis des Aufrufs eines SMEs.

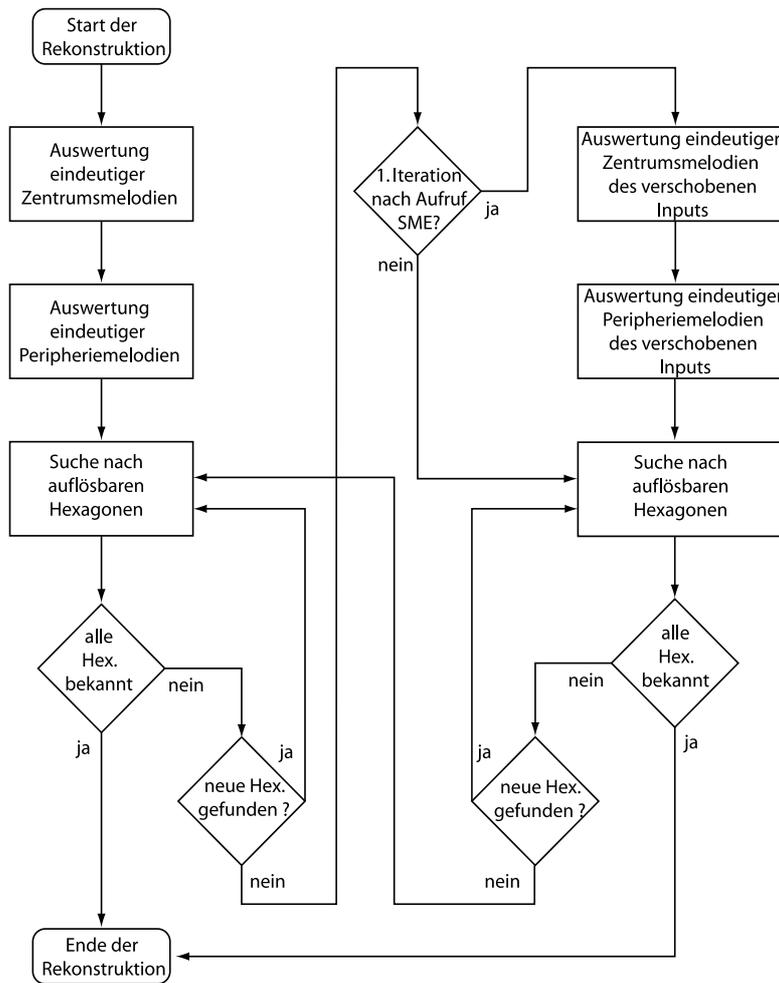


Abbildung 5.30: Flussdiagramm zum Ablauf des Rekonstruktionsprozesses mit Einbindung von SMEs

In [Abbildung 5.30](#) ist der Ablauf des Rekonstruktionsprozesses dargestellt. In diesem Fall wird nur eine zusätzliche, fest vorgegebene (bzgl. Richtung und Amplitude) Augenbewegung aufgerufen. Eine Abbruchbedingung für den Fall, dass der Algorithmus nicht terminiert, ist nicht explizit angegeben. Diese Rekonstruktionsmethode hat den Vorteil, dass die einzelnen Entscheidungsbäume für die verschiedenen verschobenen Stimuli prinzipiell parallel ablaufen können. Dem jeweils parallel laufenden Entscheidungsbaum sind jeweils Updates bzgl. neu aufgelöster Hexagone mitzuteilen. Aufgrund dessen ist es möglich, auch mehr als zwei Augenbewegungen auszuwerten. In [Abbildung 5.31](#) sind einige Schritte des Inversionsvorgangs mit SMEs bis zur perfekten Inversion anhand des Pi-Stimulus dargestellt.

Die Laufzeit des Algorithmus ist nur nach unten abschätzbar. Würde keine Augenbewegung aufgerufen und würde in einem Schleifendurchlauf nur jeweils ein Hexagon aufgelöst werden können, so wäre die Zahl der Schleifendurchläufe von der Größenordnung $O(N^2)$, da N^2 Hexagone aufgelöst werden müssen. Allerdings ist die Laufzeit eines Schleifendurchlaufs abhängig von der Zahl der ST-Filter und deren Art. Da diese beiden Parameter abhängig von der jeweiligen FM-Konfiguration sind, kann hier kein fester Laufzeitwert zugeordnet werden.

Nachteilig ist, dass der Algorithmus keine eindeutige Aussage über die Invertierbarkeit einer gewählten ST-Filterkonfiguration liefert. Aufgrund dessen wurde ein statistischer Test entwickelt, mit dem Aussagen über die Inversionsfähigkeit einer bestimmten Filterkonfiguration möglich

sind. Mathematisch korrekt wäre ein vollständiger Test aller möglichen Reizkonfigurationen. Bei üblichen Hexagongittergrößen von 16×16 entspricht dies einer unrealistischen Anzahl von 2^{256} Tests. Stattdessen wurden neue Filterkonfigurationen getestet, indem die Inversion von 1000 SW-Zufallsmustern versucht wurde. Diese Art zufälliger Muster garantiert viele uneindeutige Center- und Periphery-Codes und damit eine komplexe Inversion.

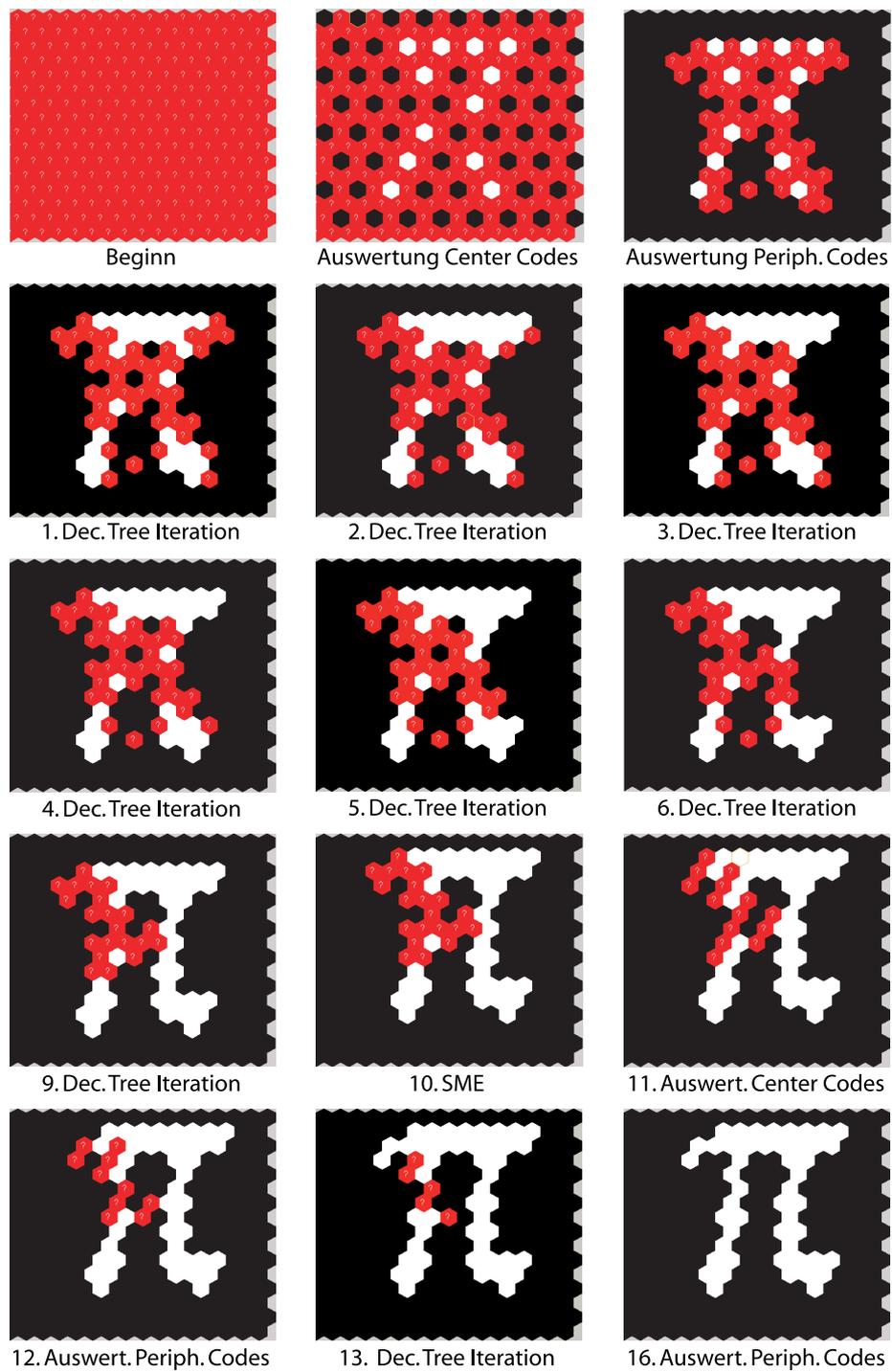
Die Sequenz der Augenbewegungsvektoren wird bei der Initialisierung festgelegt. Standardmäßig wird der erste Vektor $\mathbf{v}_A = A$ gesetzt. Grundsätzlich besteht eine Symmetrie bzgl. der sechs Richtungen auf dem Hexagonraster, so dass die willkürliche Wahl einer ausgezeichneten Richtung keinen Einfluss auf den Inversionsalgorithmus hat. Allerdings wird diese Symmetrie dadurch gebrochen, dass eine feste Hexagonausrichtung für den Schleifendurchlauf bei der Inversion gewählt wird, so dass leichte Laufzeitunterschiede des Inversionsalgorithmus für verschiedene Augenbewegungsvektoren zu erwarten sind.

Es zeigte sich, dass die Inversion einfacher Muster teilweise keine Augenbewegung benötigt. Dies ist leicht ersichtlich. Ein Stimulus, der den ganzen Sichtbereich weiß überdeckt, führt bei allen ST-Filtern zu eineindeutigen Zentrums- und Peripherie-Codes. Der Inversionsprozess benötigt somit keinen nachfolgenden Entscheidungsbaum.

Alle Stimuli, die die Rezeptiven Felder des Filter Moduls so reizen, dass nur eindeutige Zentrum- und Peripherie-Codes erzeugt werden, benötigen keinen Entscheidungsbaum und keine Augenbewegung.

Grundsätzlich verbessert sich die Inversionsfähigkeit des Inverter Moduls durch die Möglichkeit, simulierte Miniature Eye Movements aufzurufen und so Zusatzinformationen über das Eingangsmuster zu erlangen. Durch die Möglichkeit, mehrere SMEs nacheinander aufzurufen, kann das Inverter Modul viel Zusatzinformation sammeln und kann auf diese Weise auch komplexeste Filterkonfigurationen invertieren.

Auf die Bedingung, dass jedes Hexagon durch mindestens ein rezeptives Feld abgedeckt sein muss, kann verzichtet werden. Durch Verschiebung des Eingangsmusters können diese bisher un-abgetasteten Bereiche in die RF-Zone eines ST-Filters gelangen. Wenn man diese Ausdünnung der Filterüberdeckung des Eingangsbereichs weiter fortführt, gelangt man zu einer Konfiguration, bei der nur noch ein rezeptives Feld vorhanden ist. Zur Abtastung des Stimulusbereichs muss dieses dann auf einem Scanpfad das Bild überwandern ([Abbildung 5.32](#)). Die Erzeugung des Scanpfads muss gezielt gesteuert werden, damit eine Rekonstruktion des Stimulus möglich ist. Im Vergleich ist der Aufruf eines SMEs bei den hier zu untersuchenden Filterkonfigurationen relativ willkürlich, da die RFs viel dichter liegen. Somit existiert fast immer ein RF, das auf eine bisher unaufgelöste Stelle so verschoben wird, dass neue Information generiert wird, die den Auflösungsprozess fort-schreiten lässt.

Abbildung 5.31: Inversionsverlauf mit π -Stimulus

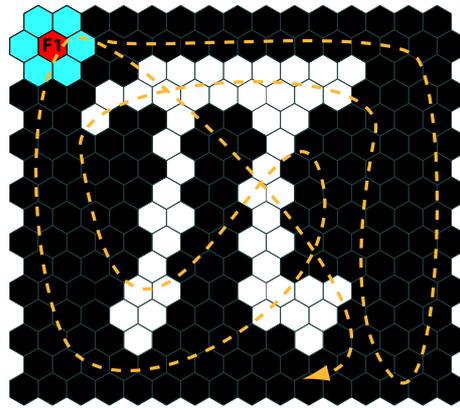


Abbildung 5.32: zeigt einen FM-Eingabebereich mit einem statischen π -Stimulus, der nur von einem ST-Filter abgetastet wird. Dazu muss dieses Filter auf einem Scanpfad geführt werden, der eine Invertierbarkeit der Operation gewährleistet. Dieser muss z.B. so verlaufen, dass alle Hexagone des Bereichs mindestens einmal überdeckt werden (siehe auch Patentanmeldungen [EBN04d] [EBN04b]).

5.5 Ergebnisse der Invertertests

Im Folgenden soll der Decision Tree Inversionsalgorithmus auf Abhängigkeit von verschiedenen Parametern getestet werden. Untersucht wird im Einzelnen die Abhängigkeit der Iterationen des Inverterprozesses von:

- den eingesetzten Filtertypen (im Basic-Tiling)
- der Größe des Hexagongitters
- der Komplexität der Eingangsbilder
- Stabilität der Inversion gegenüber Störungen

Dabei ist die Stabilität der Lösung bzgl. einer Veränderung der Filter mit Blick auf das RE-Training von besonderem Interesse. Für die Untersuchungen werden nur Filterkonstellationen eingesetzt, die sich als invertierbar unter Verwendung des SME \mathbf{v}_A erwiesen haben.

5.5.1 Abhängigkeit von der Filterauswahl

Zunächst soll die Abhängigkeit der benötigten Iterationen des Inversionsalgorithmus von den eingesetzten Filtertypen getestet werden. Als Iteration werden folgende Schritte angesehen:

1. Suche nach vollständigen Zentrums melodien
2. Suche nach vollständigen Peripheriemelodien
3. Jeweils ein Durchlauf der Schleife "Suche nach neuen Hexagonen" \rightarrow "neue Hexagone gefunden?" \rightarrow "Suche nach neuen Hexagonen" (**Abbildung 5.30**)

Die Dauer eines Iterationsschritts ist dabei nicht zeitlich gleichbleibend, da der Durchlauf der Schleife deutlich komplexere Berechnungen beinhaltet, als die relativ einfache Untersuchung auf eindeutige Zentrums- bzw. Peripheriemelodien. Des Weiteren hängt ein Iterationsschritt von der Zahl der Hexagone des aktuellen Gitters ab.

Zur Untersuchung werden verschiedene ST-Filterkombinationen auf dem Basic-Tiling angeordnet. Bei den ST-Filtern, die zusammen auf dem Hexagon-Array sitzen, handelt es sich um

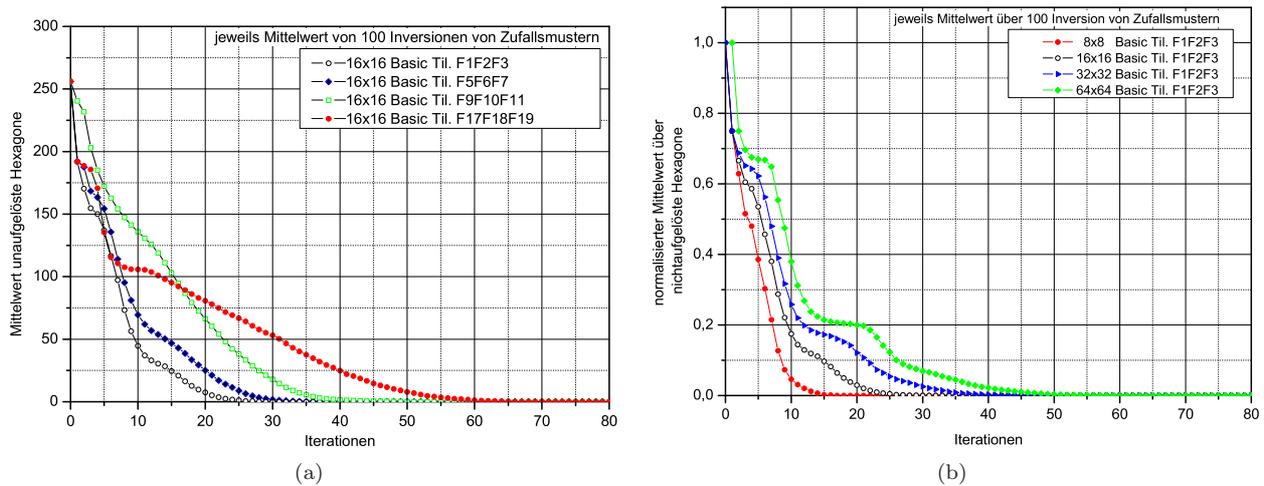


Abbildung 5.33: a) zeigt die Abhängigkeit der Inversionsiterationen von den eingesetzten Filtertypen und bei einer Hexagonauflösung von 16×16 (auf Basic-Tiling). In b) ist die Abhängigkeit der Iteration bei konstanten Filtertypen F1F2F3 (Basic-Tiling) und variablen Hexagonauflösungen dargestellt.

die Filterklassen (F1, F2, F3), (F5, F6, F7), (F9, F10, F11), (F17, F18, F19). Diese Filter unterscheiden sich nicht in ihrer Symmetrie. Unterschiedlich sind die Radien des Zentrums und der Peripherie. Hinsichtlich der Unterscheidung nach On-Off-Topologie und temporalen Eigenschaften sind jeweils ein P-On, ein P-Off und ein M-Typ vertreten.

Zur Untersuchung wurden jeweils 100 zufällig erzeugte SW-Muster als Stimulus verwendet und der Mittelwert der benötigten Inversionsschritte gebildet. Die zufälligen Eingangsmuster garantieren, dass bei der Filterung selten eineindeutige Zentrums- oder Peripherie-Codes entstehen. Die Hexagongittergröße betrug 16×16 . Der Offsetbereich wurde als bekannt vorausgesetzt. Die benutzten Filterkonfigurationen sind unter Zuhilfenahme einer Augenbewegung invertierbar. Das eingesetzte SME war 'A' (ein Schritt nach rechts oben). Es ergibt sich die in [Abbildung 5.33 a\)](#) gezeigte Abhängigkeit. Man erkennt, dass die Inversionsdauer mit der RF-Größe zunimmt.

5.5.2 Abhängigkeit von der Hexagongitterauflösung

Bei der Untersuchung der Abhängigkeit der Iterationen von der Größe des Hexagonfeldes bei konstanter Filterkonfiguration (Basic-Tiling mit (F1,F2,F3)) ergibt sich ein erwartetes Verhalten ([Abbildung 5.33 b\)](#)): Je größer die Zahl der Hexagone wird, desto mehr Iterationen werden benötigt. Für die Untersuchung wurden Auflösungen von 8×8 bis 64×64 Hexagone eingesetzt. Die Zahl der Hexagone nimmt also quadratisch mit der Kantenlänge zu. Die benötigte Zahl der Iterationen bis zur vollständigen Auflösung wächst dabei um jeweils ca. 10 Iterationen. Dabei ist zu beachten, dass die Zahl der mathematischen Operationen je Iteration ebenfalls ansteigt.

Interessant ist die Ausbildung von Stufen bei zunehmender Hexagonanzahl. An den Stufen wechselt der Inversionsalgorithmus zwischen Berechnungen auf dem unverschobenen und dem durch die SME verschobenen Filterergebnis. In [Abbildung 5.34 a\)](#) sind diese Stufen anhand eines einzelnen Inverterlaufs besser zu erkennen. Man sieht, dass bei etwa 10 Iterationen der Inversionsprozess auf dem Filterergebnis des unverschobenen Eingangsbildes steckenbleibt und daraufhin ein SME aufgerufen wird.

In [Abbildung 5.34 b\)](#) ist die Häufigkeitsverteilung der Iterationszahlen bis zur vollständigen Auflösung des Inverterbildes für zwei Filterkonfigurationen (Basic-Tiling mit (F1,F2,F3) und Basic-Tiling mit (F17,F18,F19)) dargestellt. Die Auflösung betrug 16×16 Hexagone. Es wurden 1000 Läufe mit je einem zufälligen SW-Stimulus durchgeführt.

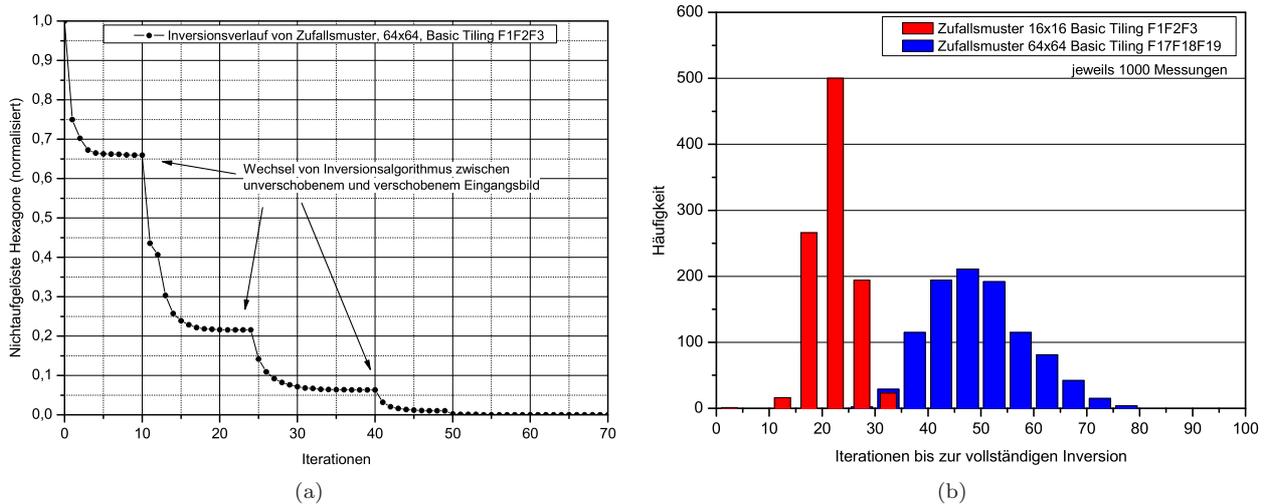


Abbildung 5.34: In a) erkennt man, dass im Verlauf des Auflösungsprozesses Sprünge in der Zahl der nicht aufgelösten Hexagone auftreten. Dies wurde hier am Beispiel eines Basic-Tilings (F1, F2, F3) auf einem 64×64 Hexagonraster mit Zufallsmuster durchgeführt. In b) ist die Häufigkeitsverteilung der nötigen Inversionsschritte bis zur völligen Auflösung bei Zufallsmustern dargestellt.

5.5.3 Abhängigkeit von der Musterkomplexität

Von Interesse ist auch, wie das Inversionsverhalten von der Komplexität eines Eingangsmusters abhängt. Ein Muster wird umso komplexer angesehen, je mehr es in kleinen Bereichen variiert. Ein vollständig weißes Reizmuster hat demnach die geringste Komplexität. Ein zufälliges SW-Muster wird hingegen als sehr komplex angesehen. Streifen- oder Schachbrettmuster sind im Zwischenbereich anzusiedeln. Mit steigender Ortsfrequenz nimmt dabei die Komplexität zu¹⁷. Muster, die auf kleinen Distanzen stark variieren, haben zur Folge, dass nur wenige rezeptive Felder vollständig durch allein schwarze oder allein weiße Hexagone belegt sind und so überwiegend nichteindeutige Filtermelodien generiert werden. Damit ist zu erwarten, dass der Inversionsprozess komplexer Muster mehr Iterationen für die Auflösung benötigt. In [Abbildung 5.35](#) sind die Ergebnisse der Inversionsprozesse für Muster verschiedener Komplexität dargestellt. Dabei wurde ein 32×32 Hexagonraster mit einem (F1, F2, F3)-Basic-Tiling eingesetzt.

5.5.4 Stabilität des Inversionsprozesses gegenüber Störungen

Von besonderem Interesse für das Training des Filter-Moduls ist die Stabilität des Inverters gegenüber Veränderungen des Filterergebnisses. Diese treten insbesondere dann auf, wenn durch die Versuchsperson im Lerndialog die ST-Filter des FM verändert werden. Veränderungen des Inputmusters führen immer nur zu bekannten Melodienformen auf den Empfangskanälen des Inverter Moduls. Dies ist bei Änderung der Filterparameter nicht mehr der Fall. Dies tritt ein, wenn ein ST-Filter an einer falschen Stelle positioniert ist, so dass das Inverter Modul auf dem zugehörigen Kanal keine bekannten Signalformen (bezogen nur auf diesen Kanal) empfängt. Somit trägt dieses ST-Filter keinerlei Information zum Inversionsprozess bei.

Wie man bei dem Matrixformalismus zur Inversion ([Abschnitt 5.3](#)) erfahren musste, kann eine kleine Änderung des Filterergebnisses zu dramatischen Änderungen des Inversionsprozesses führen. Aus diesem Grund wurde untersucht, inwiefern der Inverter mit Entscheidungsbaum ebenfalls dieses Verhalten zeigt. Dazu wurde zunächst von einer perfekten Kanal-Zuordnung zwischen

¹⁷Der hier benutzte Komplexitätsbegriff ist eher von einer qualitativen Art und soll deutlich von den in der Theoretischen Informatik verwendeten Komplexitätsmaßen unterschieden werden.

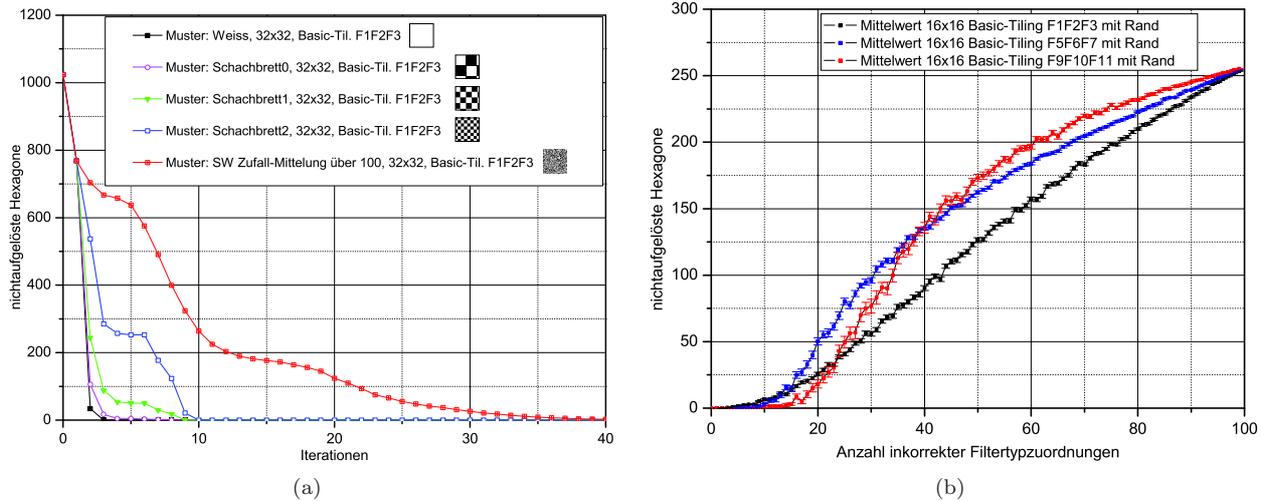


Abbildung 5.35: In a) ist der Verlauf des Inversionsprozesses für Eingangsmuster verschiedener Komplexität bei fester Filterkonfiguration (Basic-Tiling, F1, F2, F3) und einer Auflösung von 16×16 Hexagonen dargestellt. In b) ist die Stabilität des Inversionsprozesses gegenüber Störungen der RE-Filterkonfiguration dargestellt. Dazu wurden jeweils 100 Inversionen von SW-Zufallsmustern mit einer abnehmenden Zahl von korrekt zugeordneten ST-Filtertypen (64 bis 0) durchgeführt. Es wurden die Basic-Tiling-Filterkonstellationen (F1, F2, F3), (F5, F6, F7) und (F9, F10, F11) untersucht.

Filter Modul und Inverter Modul ausgegangen. Anschließend wurden nacheinander einige Kanalzuordnungen absichtlich verfälscht, indem im Filtermodul richtige ST-Filter-Positionierungen gegen Falsche ausgetauscht wurden. Die Inversionsqualität (wieviele der Hexagone korrekt aufgelöst sind) wurde für verschieden starke Veränderungen der Filterzuordnung überprüft.

Die Inversionsstabilität hing neben der Zahl der inkorrekten Filter auch von dem angelegten Muster ab. So zeigten sich bei Mustern geringerer Komplexität geringere Auswirkungen der Filterfehlzuordnungen auf den Inversionsprozess als bei SW-Zufallsmustern. Weiterhin wurden die Unterschiede in der Inversionsstabilität hinsichtlich verschiedener Filtertypen im FM untersucht. In **Abbildung 5.35 b)** ist das Ergebnis der Untersuchung für eine Hexagongittergröße von 16×16 dargestellt. Man erkennt, dass das Basic-Tiling mit den Filtertypen (F1, F2, F3) am empfindlichsten auf Filterfehlzuordnungen reagiert. Im weiteren Verlauf zeigt das Tiling aber einen fast linearen Zusammenhang zwischen falschen Filterzuordnungen und unaufgelösten Hexagonen. Im Falle der anderen untersuchten FM-Realisationen wurde eine stärkere Nichtlinearität festgestellt.

5.6 Entwicklung wahrnehmungsbasierter Dialogverfahren für RE*

Nach der Entwicklung geeigneter Invertermodule hinsichtlich der Inversionsfähigkeit und Stabilität, können diese jeweils in eine Trainingsumgebung zum Testen wahrnehmungsbasierter Lernverfahren eingebracht werden. Durch den Einsatz des Inverter Moduls ist eine möglichst realitätsnahe Validierung der wahrnehmungsbasierten Lernverfahren mit normalsichtigen Versuchspersonen möglich. Der Ablauf des Lerndialogs entspricht prinzipiell dem bereits in **Abbildung 2.9** (Seite 17) dargestellten Verfahren. Grundlegender Unterschied besteht allerdings in der Präsentation der Stimulationsmuster. Diese werden im Fall des RE*-Systems frameweise dargeboten und die zum jeweiligen Frame gehörenden ST-Filterantworten einzeln invertiert. Die Trainingsumgebung erlaubt es weiterhin, mathematische Antwortbewertungen durchzuführen, so dass die Performance verschiedener Parametersätze des Evolutionären Algorithmus ohne den Einsatz von Versuchspersonen getestet werden kann.

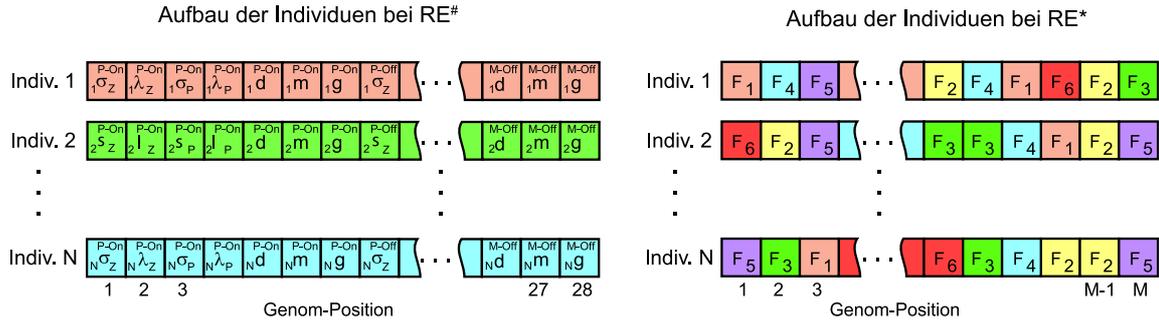


Abbildung 5.36: Vergleich der Kodierungen der Individuen des EA bei RE[#] und RE^{*}.

Das grundlegende Lernprinzip, das auf einer adaptiven Encoder-Struktur und einem feedback-generierenden, wahrnehmungsbasierten Lernvorgang beruht, lässt sich nicht nur im Umfeld eines Retina Implantats einsetzen, sondern allgemein auf die Optimierung sensorischer Neuroimplantate übertragen [E⁺94].

5.6.1 Einsatz Evolutionärer Algorithmen für RE^{*}

Aufbauend auf den guten Erfahrungen mit evolutionären RE-Trainingsverfahren [Bec99] wurde dieses Prinzip für die vorliegende Retina-Encoder-Architektur angepasst. Ein grundlegender Unterschied ist zunächst, dass in der vorhergehenden Retina-Encoder-Umgebung RE[#] ¹⁸ die zugehörigen ST-Filter in vier unterschiedliche Klassen aufgeteilt wurden. Diese Klassen entsprechen den vier hauptsächlich in der Primatenretina vorkommenden Ganglienzelltypen P-On-Off, P-Off-On, M-On-Off und M-Off-On (siehe auch [Unterabschnitt 4.2.4](#)). Diese Zuordnung der ST-Filter-Positionen zu den Ganglienzellklassen musste in einem dem wahrnehmungsbasierten Dialog vorrausgehenden Trainingsprozess mit dem Blinden gefunden werden. Im Fall des Trainings mit Inverter Modul und normalsichtiger VP wurde diese Zuordnung als Vorwissen in das Neuronale Netz des Inverters eingebaut. Im Evolutionsdialog wurden anschließend die spatialen und temporalen Filterparameter der vier ST-Filterklassen gelernt. Diese waren für jede der vier Ganglienzelltypen sieben Parameter. Der jeweils physiologisch sinnvolle Bereich der einzelnen Parameter wurde über eine Dreiecksfunktion in den Bereich [-1,1] abgebildet, so dass jedes Gen äquivalent behandelt werden konnte (s. [Bec99]).

Bei dem RE^{*}-System wird vor Trainingsbeginn ein Filterpool generiert, mit dem eine möglichst große Bandbreite der spatio-temporalen Eigenschaften retinaler Ganglienzellen abgedeckt wird. Jede dieser Filterklassen kann im Laufe des evolutionären Prozesses die verschiedenen Filter-Positionen im FM besetzen. Ein Genotyp ist somit eine Sequenz von M-Filtertypen, wobei die Position eines Filters auf dem Genom die Position auf dem Filterarray kodiert. ([Abbildung 5.36](#), rechts). Dabei werden nur Stützstellen des Filter-Tilings als zulässige Positionen zugelassen. Es besteht allerdings auch die Möglichkeit, sämtliche Hexagonpositionen als Filterstützstellen zu erlauben.

Es offenbart sich ein grundlegender Unterschied in den Individuen der RE[#] und der RE^{*} Populationen. Die einzelnen Gene eines RE[#]-Genoms bestehen aus reellwertigen Zahlen, so dass hier Evolutionäre Strategien (ES) als spezielle Form Evolutionärer Algorithmen (EA) eingesetzt werden konnten. Das Genom eines RE^{*}-Individuums hingegen besteht aus Integer-Zahlen, wobei die einzelnen Integerwerte den ST-Filterklassen entsprechen. Dies führt dazu, dass Genetische Algorithmen (GA) mit problemangepassten Mutations- und Rekombinationsoperatoren eingesetzt werden müssen.

¹⁸Zur besseren Unterscheidbarkeit wird das alte Retina Encoder System im folgenden mit RE[#] und das neue mit RE^{*} bezeichnet.

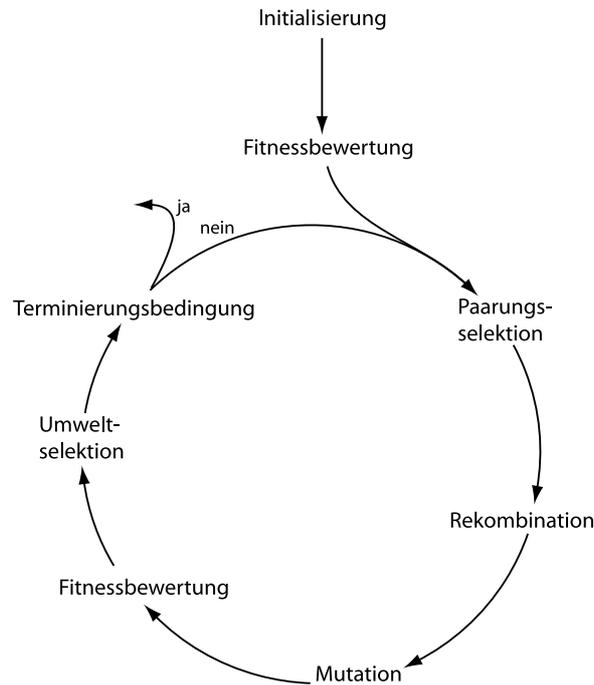


Abbildung 5.37: Schematische Darstellung des Zyklus eines Evolutionären Algorithmus mit Initialisierung, Fitnesszuweisung, Selektion, Rekombination und Mutation (verändert nach [Wei02]).

Für mehr Details zu Evolutionären Algorithmen sei auf die Monographien von Pohlheim [Poh99] und Weicker [Wei02] verwiesen. Einzelheiten über die von Becker im Rahmen des wahrnehmungsbasierten RE[#]-Trainings eingesetzten *Evolutionären Strategien* findet man bei Bäck und Schwefel [BS93].

5.6.2 Ablauf des Genetischen Algorithmus (GA)

Genetische Algorithmen haben bzgl. ihres grundsätzlichen Ablaufs große Übereinstimmung mit anderen evolutionären Verfahren, wie beispielsweise den bereits erwähnten Evolutionären Strategien. Nach dem Initialisierungsvorgang der Population und einer ersten Fitnesszuweisung werden sequentiell eine Selektions-, Rekombinations- und Mutationsoperation durchgeführt. Zu unterscheiden ist die Umwelt- und die Paarungsselektion. Bei der Umweltselektion wird die Gruppe der möglichen Eltern für die nächste Kind-Generation ausgewählt. Bei der Paarungsselektion werden anschließend für jedes zu erzeugende Kind die Eltern aus der Elterngruppe bestimmt.

Danach erfolgt eine erneute Fitnesszuweisung der neu in die Population aufgenommenen Kind-Individuen. Eine Abbruchbedingung überprüft, ob beispielsweise die maximale Iterationszahl erreicht wurde oder ein vorgegebener Fehlerwert unterschritten wurde. Ist dies nicht der Fall, beginnt der Zyklus von Selektion, Rekombination, Mutation und Fitnesszuweisung erneut (s. [Abbildung 5.37](#)).

Im Folgenden soll die Anpassung der einzelnen evolutionären Operatoren an das wahrnehmungsbasierte Lernproblem bei RE* detailliert behandelt werden. Außerdem soll auf die Fitnessberechnungen und das Selektionsverfahren für die mathematische Antwortbewertung eingegangen werden.

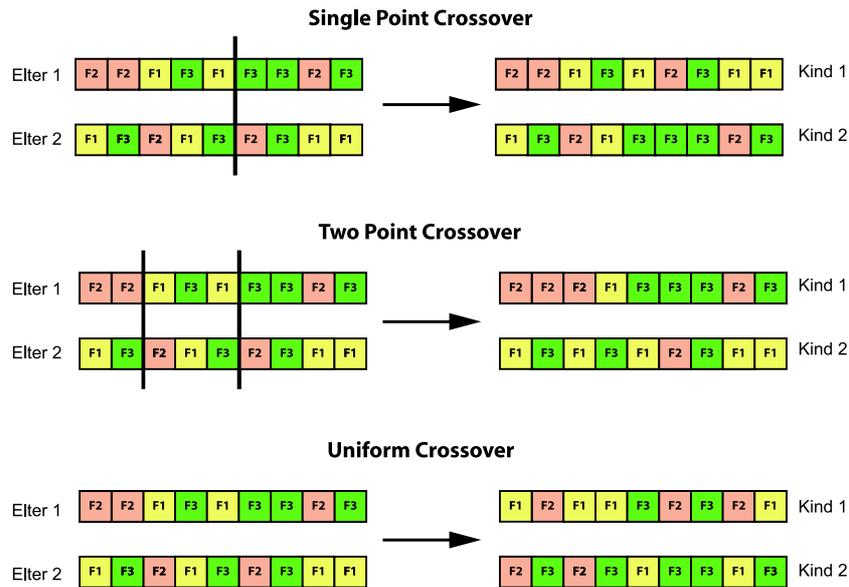


Abbildung 5.38: Rekombinationsoperatoren: One-Point-Crossover, Two-Point Crossover und Uniform Crossover

Rekombination

Für die Rekombination selektierter Individuen bieten sich bei diskreten Werten grundsätzlich verschiedene Möglichkeiten. Die diskreten Genwerte können hier als Kategorienbezeichnungen angesehen werden¹⁹. Einen Abstand $|n - m|$ zwischen zwei Kategorien n und m zu betrachten hat wenig Sinn, sofern diese völlig unabhängig voneinander sind. Dies ist hier der Fall, da jeder Kanal des Inverter Moduls nur für Melodien eines Filtertyps sensitiv ist. Aus diesem Grund sind intermediäre Rekombinationsverfahren nicht geeignet. Des Weiteren würde die Mittelwertbildung von geraden und ungeraden Genwerten zu einem halbzahligen Ergebnis führen, das allerdings nicht mehr innerhalb der Integerzahlen liegt. Als geeignete Rekombinationsverfahren bieten sich solche an, die bei der Behandlung binärer Variablen eingesetzt werden. Es handelt sich dabei um *Multi-Point-Crossover*-Verfahren.

Beim *Single-Point-Crossover* wird zufällig eine Position auf dem Genom zweier selektierter Individuen festgelegt, an der die beiden Stränge jeweils aufgebrochen werden und anschließend mit dem entsprechenden Reststrang des anderen Individuums wieder verkettet werden. Dieses Verfahren kann auch auf mehrere Rekombinationstellen (*N-Point-Crossover*) erweitert werden. Bei diesem Verfahren werden aus zwei Eltern durch Rekombination zwei Kind-Individuen erzeugt. Es ist auch möglich, mehr als zwei Eltern für die Rekombination einzusetzen.

Ein weiteres Rekombinationsverfahren ist das *Uniform-Crossover*-Verfahren. Bei diesem wird an jeder Position des Kind-Genoms zufällig entschieden (gleichverteilt), welches Elternteil für die momentane Genom-Position als Vorlage ausgewählt wird. Auch hier besteht die Möglichkeit mehr als zwei Eltern einzubeziehen. Sollen die Verhältnisse der einzelnen Filterklassen innerhalb eines Genoms konstant bleiben, so sind Rekombinationsverfahren aus dem Bereich der Permutationsprobleme (wie z. B. beim *Travelling Salesman Problem* [Poh99]) einzusetzen.

Im Rahmen des implementierten GA wurde jeweils nur ein Kind der beiden bei einer Rekombination entstehenden Individuen in die neue Population übernommen.

¹⁹Integer-Repräsentationen können kardinale oder ordinale Eigenschaften haben. Bei ordinalen Repräsentationen sind beispielweise die Werte 3 und 4 ähnlicher als die Werte 3 und 80. Bei kardinalen Repräsentationen ist dies nicht der Fall (s. [ES03]).

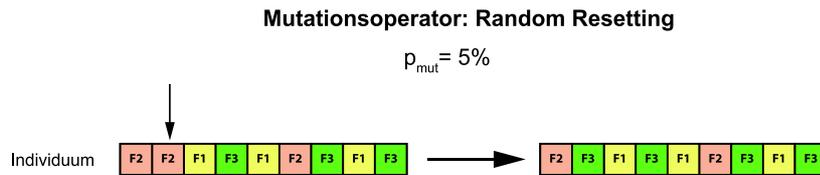


Abbildung 5.39: Dargestellt ist ein Individuum der Population, auf das der Mutationsoperator "Random Resetting" angewendet wurde. Der Random-Resetting-Operator durchläuft alle Gene des Individuums und mutiert jedes mit einer festgelegten Wahrscheinlichkeit (p_{Mut}). In dem hier dargestellten Fall ist nur der Filtertyp an der Position 2 des Genstrangs von der Mutation betroffen.

Mutation

Im Anschluss an die Rekombination werden die Kindindividuen einer Mutationsoperation unterzogen. Bei der Mutation von Genomen mit diskreten Werten bieten sich ebenfalls die Verfahren für binärwertige Gensequenzen aus dem Bereich der Genetischen Algorithmen an. Hier ist zu beachten, dass durch die Mutation keine Werte außerhalb der möglichen Filterklassen erzeugt werden dürfen.

Weiterhin kann berücksichtigt werden, ob die Verhältnisse der in einem Genom vorkommenden Filtertypen durch den Mutationsoperator verändert werden sollen oder nicht. Im zweiten Fall dürfen nur Mutationsoperatoren eingesetzt werden, die lediglich eine Umordnung innerhalb eines Genoms bewirken.

Der einfachste Mutationsoperator (*Random-Resetting*) ist dadurch gegeben, dass man das Genom von Anfang bis Ende durchläuft und an jeder Position mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit p eine Mutation durchführt (Abbildung 5.39). Dabei wird jeweils ein neuer Wert aus dem Satz der zugelassenen Integerwerte (d. h. der möglichen Filterklassen) gewählt.

Ein weiterer Operator ergibt sich aus der Möglichkeit, zufällig N Positionen auf dem Genom zu bestimmen und an diesen Positionen eine Mutation durchzuführen (*N-Point Mutation*), bei sich die Filtertypen an den gewählten Positionen mit 100%iger Wahrscheinlichkeit ändern. Bei Verwendung des Random-Resetting-Operators treten im Mittel $N_{Mut} = N_{Gene} \cdot p$ Mutationen auf. Dabei sei N_{Gene} die Zahl der einzelnen Gene im Genom und p die Mutationswahrscheinlichkeit. Im Unterschied dazu treten bei der N-Point-Mutation in jedem Fall N Mutationen auf.

Fitnesszuweisung und Selektion

Ziel der Entwicklung von wahrnehmungsbasierten Lerndialog-Verfahren ist der Einsatz bei Blinden mit Retina-Implantat-System. Für die Erprobung der EA-Verfahren mit dem Inverter Modul und normalsichtiger Versuchsperson muss der Ablauf des Selektionsprozesses dem Ablauf beim Blinden so gut wie möglich entsprechen. Implantatträger als auch normalsichtige VP nehmen eine Fitnesszuweisung der vom Lerndialogsystem generierten N_{Pop} RE*-Parametersätze (Individuen) vor. Dazu vergleichen sie die durch die verschiedenen RE*-Parametereinstellungen erzeugten Wahrnehmungen (Pattern P2) hinsichtlich ihrer Übereinstimmung mit dem Stimulus (Pattern P1) bzw. mit dessen Beschreibung (s. [Abbildung 2.7](#) bzw. [Abbildung 2.9](#)). Die VP selektiert daraufhin die μ RE*-Konfigurationen, die für sie zu den ähnlichsten Wahrnehmungen führen²⁰. Für diese Umweltselektion wird auch eine mathematische Bewertungsroutine eingesetzt. Es handelt sich um eine (duplikatfreie) deterministische Selektion [Wei02], da die besten Individuen der Population für die Fortpflanzung gewählt werden (*Elitist Selection*).

Als Stimulationsmuster wurden nur statische SW-Bilder verwendet. Diese bestanden meist aus einfachen geometrischen Figuren, die ein Blinder sich leicht vorstellen oder ertasten kann und die somit geeignet sind, einfach kommuniziert zu werden. Für den automatischen Lerntest existierte zusätzlich die Möglichkeit, schwarz-weiße Zufallsbilder zu erzeugen. Beim Dialogverfahren mit

²⁰Im Rahmen der Evolutionären Algorithmen wird mit μ die Zahl der Eltern und mit λ die der Kinder bezeichnet.

normalsichtigen VP besteht die Möglichkeit, das Sollmuster P1 auf einem Monitor zu präsentieren anstatt es verbal zu beschreiben. Hinsichtlich der Darstellung des IM-Outputs P2 ergibt sich die Frage, auf welche Art nichtaufgelöste Hexagone dargestellt werden sollten. Hier besteht einerseits die Möglichkeit, diese wie bisher rot zu markieren. Alternativ kann man sie auch durch zufällig gewählte SW-Werte belegen.

Bei der implementierten GA-Version ist die Populationsgröße gegeben durch $N_{Pop} = \mu + \lambda = 6$. Die Zahl der während der Umweltselektion selektierten Individuen, die die Eltern der nachfolgenden Generation darstellen, ist $\mu = 3$. Die Selektion ist überlappend, da Individuen verschiedener Generation zur Wahl stehen [Wei02].

Aus den drei selektierten Eltern werden anschließend durch Rekombination $\lambda = 3$ Kindindividuen erzeugt. Die dazu nötige Paarungsselektion wählt aus den drei möglichen Individuen der Elternpopulation zufällig zwei Elternteile aus. Die neu erzeugten Kindindividuen bilden zusammen mit den μ Eltern die Nachfolgepopulation. Bei dem $(\mu + \lambda)$ -Verfahren stehen die Eltern immer auch in den Nachfolgenerationen zur Selektion zur Verfügung²¹. Dies führt meist zu schlechter konvergierenden Lernvorgängen als bei (μ, λ) -Verfahren, bei dem die Eltern nach der Erzeugung der Kinder verworfen werden [BHS91].

Für den Einsatz bei Blinden und normalsichtigen VP ist die Mitnahme der Eltern im Evolutionsprozess für die Motivation während des Lernvorgangs jedoch wichtig, da diese einen monotonen Verlauf der Lernkurve garantieren [Bec99]. Beim (μ, λ) -Verfahren ist die Monotonie nicht gegeben, da nachfolgende Kindindividuen durchaus schlechtere Fitnesswerte besitzen können.

Für einen automatischen Test der EA muss vor der Selektion eine mathematische Fitnesszuweisung durch den Computer durchgeführt werden. Dies kann durch Vergleich des Eingangsmusters P1 und des Inverterergebnisses P2 mittels geeigneter Abstandsmaße erfolgen. Ein einfaches Maß ist die **Zahl der unaufgelösten Hexagone**. Dieses Qualitätsmaß setzt die Annahme voraus, dass auch eine blinde Versuchsperson nichtaufgelöste von aufgelösten Bereichen in ihrer Wahrnehmung unterscheiden kann. Als Individuen mit einer hohen Fitness werden solche angesehen, die eine möglichst hohe Übereinstimmung mit dem Eingangsmuster und damit ein kleines Abstandsmaß besitzen. Aus diesem Grund werden den Individuen der Population die jeweiligen negativen Abstandsmaße als Fitnesswerte zugeordnet. Es ergibt sich somit als Fitnesszuweisung für die einzelnen Individuen i :

$$fitness_i^{\text{unbHex}} = - \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N ub_{mn}^i \quad i = 1..6 \quad (5.17)$$

Dabei ist ub_{nm}^i ein Bool'scher Wert, der angibt, ob beim Inverteroutput zum RE-Filter-Individuum i das Hexagon an der Position m, n aufgelöst werden konnte ($ub_{nm}^i = 0$) oder noch unbekannt ($ub_{nm}^i = 1$) ist. Der beste Fitnesswert ist somit Null (vollständig aufgelöst) und der schlechteste Fitnesswert ergibt sich zu $-(N \times N)$, wobei $N \times N$ die Hexagonauflösung darstellt. Die temporale Dimension wird bei der Fitnessberechnung nicht berücksichtigt, da für die Qualität des Inversionsergebnisses nur jeweils der erste Frame einer Sequenz entscheidend ist.

Ein weiteres Abstandsmaß, das die Schwierigkeit der unaufgelösten Hexagone vermeidet, ist der euklidische Abstand, der sich bereits in früheren Arbeiten als ein geeignetes Maß herausgestellt hat ([AJ93] [Bec99]). Um den Euklidischen Abstand einsetzen zu können, müssen die nichtaufgelösten Hexagone mit einem Wert belegt werden. Dazu werden diese zufällig auf schwarz oder weiß gesetzt.

Da es bei dem eingesetzten Selektionsverfahren rein auf die Reihenfolge der Fitnesswerte ankommt, ist es unerheblich, ob der Fitnesswert proportional zum Euklidischen Abstand oder zu dessen Quadrat gewählt wird. Es ergibt sich somit:

$$fitness_i^{\text{Eukl}} = - \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N (P1_{mn} - P2_{mn}^i)^2 \quad i = 1..6 \quad (5.18)$$

²¹Im Rahmen dieser Arbeit wird die (μ, λ) Notation, die im Bereich der Evolutionären Strategien gebräuchlich ist, auch für die Beschreibung der hier verwendeten GA-Varianten benutzt.

$P1_{mn}$ bezeichnet dabei die Grauwerte der einzelnen Hexagone des ersten Frames des Eingangsbildes und $P2_{mn}^i$ die Grauwerte der einzelnen Hexagone des ersten Frames der zu den jeweiligen Filterindividuen i gehörenden Inverterresultate. Im Falle reiner SW-Bilder mit den Farbwerten 0 und 1 ergibt sich derselbe Bereich der möglichen Fitnesswerte wie im Falle der von den unaufgelösten Hexagonen abhängenden Fitnessfunktion²². Es ist zu erwarten, dass der Lernvorgang mit gekennzeichneten unaufgelösten Hexagonen deutliche Vorteile für eine normalsichtige VP bietet.

Bei der anschließenden Selektion werden die drei Individuen mit den maximalen Fitnesswerten selektiert (*Elitist Selection*). Diese Art der Selektion ist nicht optimal. Die *Rangbasierte Selektion* oder das *Universal Stochastic Sampling* werden aufgrund besserer Performance meist bevorzugt [Poh99]. Die Ursache dafür ist, dass Individuen mit den höchsten Fitnesswerten sich meist genetisch sehr ähnlich sind und somit die Diversität der Population abnimmt [SW05]. Die Elitist Selection wird gewählt, da das evolutionäre Training mit mathematischer Antwortbewertung sich hinsichtlich der Selektion nicht von der von blinden oder normalsichtigen Versuchspersonen unterscheiden soll. Es wird nicht angenommen, dass die VP einer größeren Diversität willen freiwillig schlechtere Individuen mitselektiert²³.

Einschränkung des Genpools

Die Dimension des Suchraums beträgt Z^M . Dabei ist M die Zahl der Filter-Stützstellen auf dem Hexagonraster und Z die Zahl der ST-Filtertypen. Bei einer Größe des Hexagonfeldes von 16×16 Hexagonen ergeben sich $M = 8 \times 8 = 64$ Filterpositionen. Dies führt selbst bei einer kleinen Zahl von ST-Filtertypen ($Z = 20$) zu einer sehr großen Dimension des Suchraums ($M^Z = 1.8 \times 10^{83}$).

Es besteht die Möglichkeit, diese Dimension zu reduzieren, indem man die Eindeutigkeit der ST-Filterantworten ausnutzt. Das kann in einem kleinen Dialogverfahren vor dem eigentlich evolutionären Lerndialog geschehen. Das Vorgehen ist dabei folgendermaßen:

Als Stimulus wird eine homogene weiße oder schwarze Fläche gewählt. Anschließend setzt man auf allen Filterpositionen dieselben Filtertypen ein. Durch die Homogenität des Stimulus werden nur eindeutige Filtermelodien generiert. Das Inverter Modul wird diese aber nur zu schwarzen oder weißen Hexagonen auflösen können, wenn der Filtertyp im gelernten RE*-Filtersatz vorgekommen ist. Durch sukzessives Testen aller ST-Filtertypen können diejenigen Filterklassen ermittelt werden, die im Referenz-FM beteiligt sind. Nur diese müssen im Genpool des anschließenden evolutionären Trainings berücksichtigt werden.

5.7 Ergebnisse von EA mit mathematischer Antwortbewertung

Bevor exemplarische Tests mit normalsichtigen Versuchspersonen durchgeführt werden, soll zunächst das Verhalten des EA bezüglich verschiedener Parameterkonstellationen untersucht werden. Lernvorgänge, die mit wenigen Iterationen eine gute Übereinstimmung des vorgegebenen Stimulus P1 mit dem Inverter Ausgang P2 erzielen, sind für den Einsatz bei Normalsichtigen und auch später bei Implantatträgern geeignet. Die Zahl von Lerniterationen, die als geeignet angesehen werden kann, hängt von der Dauer der einzelnen Iteration ab. Die gesamte Lernzeit soll nach Möglichkeit 60-90 Minuten nicht überschreiten, da Aufmerksamkeit und Motivation der Versuchspersonen mit der Zeit abnehmen [Bec99] [Wil07].

Im Folgenden sollen die Ergebnisse verschiedener Experimente mit mathematischer Antwortbewertung dargestellt werden. Um die verschiedenen Parameterkonstellationen untereinander ver-

²²Im Fall reiner SW-Muster mit den Farbwerten 0 und 1 entspricht der Fehler der Hamming-Distanz (Definition s. [Sch03]). Als ein weiteres Maß bietet sich die Kreuzkorrelation an, die bei Borbe [Bor07] untersucht wird.

²³Um trotzdem eine höhere Diversität zu gewährleisten, könnte man nach der Selektion durch die Versuchsperson eines der nichtselektierten Individuen nehmen (zufällig) und dieses zu den bereits gewählten Elternindividuen hinzufügen.

gleichen zu können, ist bei fast allen Experimenten ein Referenzparametersatz vorhanden, der sich folgendermaßen definiert:

Hexagonauflösung:	16×16
Filter-Tiling:	<i>Basic-Tiling</i>
Filtertypen auf Tiling:	$F1, F2, F3$
Filtertypen in Genpool:	$F1, F2, F3$
Crossover-Typ:	<i>Uniform Crossover</i>
Mutationsoperator:	<i>Random Resetting</i>
Mutationsrate:	$p_{Mut} = 5\%$
Eingangsmuster	<i>SW-Zufallsmuster</i>

Ein wichtiger Punkt bei der Durchführung der Versuche ist die Unterscheidung zwischen der Qualität einzelner invertierter Muster und der Korrektheit der RE-Filterkonstellation. So kann aus einem guten Inversionsergebnis einzelner Eingangsbilder nicht auf die Inversionsqualität bei anderen Eingangsbildern geschlossen werden. Aus diesem Grund wurden immer zwei Messreihen aufgenommen, die sowohl den Verlauf der Hexagonfehler als auch den Verlauf des Filterfehlers dokumentieren. Der Fehlerwert bei einer bestimmten Iteration entspricht jeweils dem des Individuums, das zu dem Zeitpunkt die größte Fitness in der Population besitzt.

5.7.1 Einfluss der Mutation

Der erste Parameter des Evolutionären Algorithmus, dessen Einfluss auf das Lernverhalten untersucht wurde, ist die Mutation. Dazu wurden verschiedene Wahrscheinlichkeitswerte des *Random Resetting*-Mutationsoperators miteinander verglichen. Der Vergleich beruht auf der Inversion von SW-Zufallsbildern für eine Hexagonfeldgröße von 16×16 . Der Rekombinationsoperator ist in allen Fällen *Uniform Crossover*. Die verwendete Filterverteilung war das Basic-Tiling mit den Filtertypen F1, F2, F3. Nur diese stehen als mögliche Resultate der Mutation zur Auswahl (Filterpool). Das führt zu einer Filterzahl von 64 Filtern im Sichtbereich²⁴.

Als mögliche Mutationswahrscheinlichkeiten p_{Mut} wurden 0%, 2%, 5%, 10%, 20% und 50% miteinander verglichen. Die automatische Antwortbewertung wählte jeweils die drei Inverterresultate mit den kleinsten Hexagonfehlern aus den sechs Möglichen aus. Für jeden neuen 3-aus-6-Durchlauf wurde ein neues SW-Zufallsbild generiert. Für die maximale Zahl der Durchläufe (Iterationen) wurde 500 gewählt. Da es sich bei EA um ein stochastisches Suchverfahren handelt, wurde jeweils der Mittelwert von fünf Durchläufen je Experiment bestimmt.

Abbildung 5.40 a) zeigt den Verlauf des Hexagonfehlers für verschiedene Werte der Mutationsrate. In **Abbildung 5.40** b) ist der Verlauf des Filterfehlers dargestellt. Der Hexagonfehler ist die Zahl der unaufgelösten Hexagone. Da vor Beginn des RE*-Lernverfahrens die Invertierbarkeit der verwendeten Filterkonfiguration untersucht wurde²⁵, ist der Fehler allein auf eine falsche Filterzuordnung zurückzuführen. Dieser Filterfehler steht für die Zahl der falsch zugeordneten Filterklassen. Der maximale Filterfehler ist bei der gegebenen RE*-Konstellation 64, der maximale Hexagonfehler $16 \times 16 = 256$. Da bei der zufälligen Initialisierung der Filterklassen etwa 1/3 der Filter richtig zugeordnet wurden, beträgt der Startwert der Filterfehlerkurve nicht 64, sondern nur etwa 40.

Als beste Mutationswahrscheinlichkeiten erweisen sich für diese RE*-Konstellation 2% und 5%. Diese erreichen einen minimalen Filterfehler von durchschnittlich 7 nach 500 Iterationen. Der Hexagonfehler ist in beiden Fällen kleiner 10. Die beiden Kurven zeigen eine hohe Ähnlichkeit zueinander und der Endzustand scheint bereits nach etwa 300 Iterationen erreicht worden zu sein. Die anderen Mutationsraten schneiden im Vergleich dazu deutlich schlechter ab. Die schlechteste Performance zeigen 0% (reine Rekombination) und 50% Mutationswahrscheinlichkeit. Es ist zu erwarten, dass die nicht untersuchten Mutationsraten im Bereich 2%-4% ein ähnliches Verhalten zeigen.

²⁴Die Filter und Hexagone im Offsetbereich des Eingangsfeldes wurden nicht berücksichtigt.

²⁵Wie bereits oben erwähnt ist ein Rand mit einer Breite von zwei Hexagonen mit bekannten Werten (z.B. schwarz) für eine perfekte Inversion dieser RE*-Konstellation vorzusetzen.

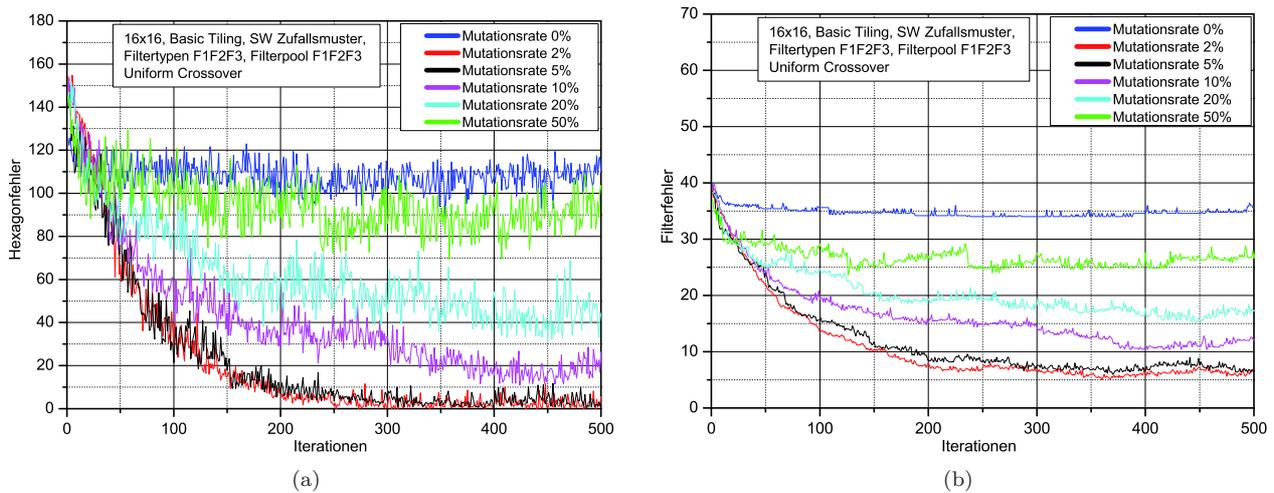


Abbildung 5.40: Verlauf des Hexagon- und Filterfehlers während eines automatischen EA-Trainings bei Variation der Mutationsrate.

5.7.2 Einfluss der Rekombination

Neben dem Einfluss der Mutationsrate auf den RE*-Lernvorgang wurden auch die Auswirkungen verschiedener Crossover-Varianten untersucht. Hier fand der Vergleich zwischen 0-Point- (keine Rekombination), 1-Point-, 12-Point- und Uniform-Crossover statt. Es wurde dieselbe Vorgehensweise verwendet wie bereits bei der Untersuchung der Mutationsparameter. Als feste Mutationsrate wurde hier $p_{\text{Mut}} = 5\%$ gewählt, da diese mit die besten Konvergenzeigenschaften zeigte. Wie in [Abbildung 5.41 a](#)) zu erkennen ist, zeigen die verschiedenen Crossover-Varianten ein sehr ähnliches Verhalten bei der Entwicklung des Hexagonfehlers. Anfangs scheint die reine Mutation als auch das Uniform-Crossover eine bessere Konvergenz zu zeigen, was aber nicht unbedingt signifikant ist. Ab etwa 300 Iterationen ändert sich die Zahl der nichtaufgelösten Hexagone kaum noch und bleibt bei etwa 10.

Der Vergleich der Entwicklung der Filterfehler ([Abbildung 5.41 b](#)) offenbart ebenfalls keine signifikanten Unterschiede der einzelnen Verfahren. Im Endzustand ist der Filterfehler im Bereich von 7 falsch zugeordneten Filtern. Der Einfluss der Rekombination ist für diese RE*-Konstellation von untergeordneter Rolle. Für weitere Untersuchungen wird das Uniform-Crossover verwendet.

5.7.3 Einfluss des Fehlermaßes (Hexagonfehler vs. Euklidischer Abstand)

Eine Fragestellung ergibt sich aus dem Bewertungsmaß, das der mathematischen Antwortbewertung zugrunde liegt. Die Untersuchung bzgl. des Fitnessmaßes soll eine quantitative Abschätzung ermöglichen, inwieweit die beiden Bewertungsmaße zu unterschiedlichen Konvergenzverhalten führen. Zu diesem Zweck wurden, wie in den beiden vorhergehenden Versuchen, SW-Zufallsmuster als Inputpatterns generiert. Die RE-Konstellation war wiederum durch 16×16 Hexagone mit dem (F1,F2,F3)-Basic-Filter-Tiling gegeben. Die Mutationsrate lag bei 5% und es wurde ein Uniform-Crossover eingesetzt. Der sich ergebende Verlauf des Hexagonfehlers als Mittelwert von je 5 Messungen ist in [Abbildung 5.42 a](#)) dargestellt. Der Fehlerverlauf des Euklidischen Abstands beginnt bei einem geringeren Fehlerwert als die Kurve der unaufgelösten Hexagone, da es bei der zufälligen SW-Belegung der unaufgelösten Felder teilweise zu richtigen Zuordnungen kommt (durchschnittlich in der Hälfte der Fälle). Beide Kurven konvergieren anschließend gegen einen Hexagonfehler von kleiner 10 nach etwa 500 EA-Iterationen. Dabei ist der Fehler des EA mit dem Euklidischen Abstandsmaß etwas schlechter. Die Ursache dafür erkennt man im Verlauf des Filterfehlers ([Abbildung 5.42 b](#)). Hier ist die Konvergenz des Verfahrens mit dem Hexagonfehler

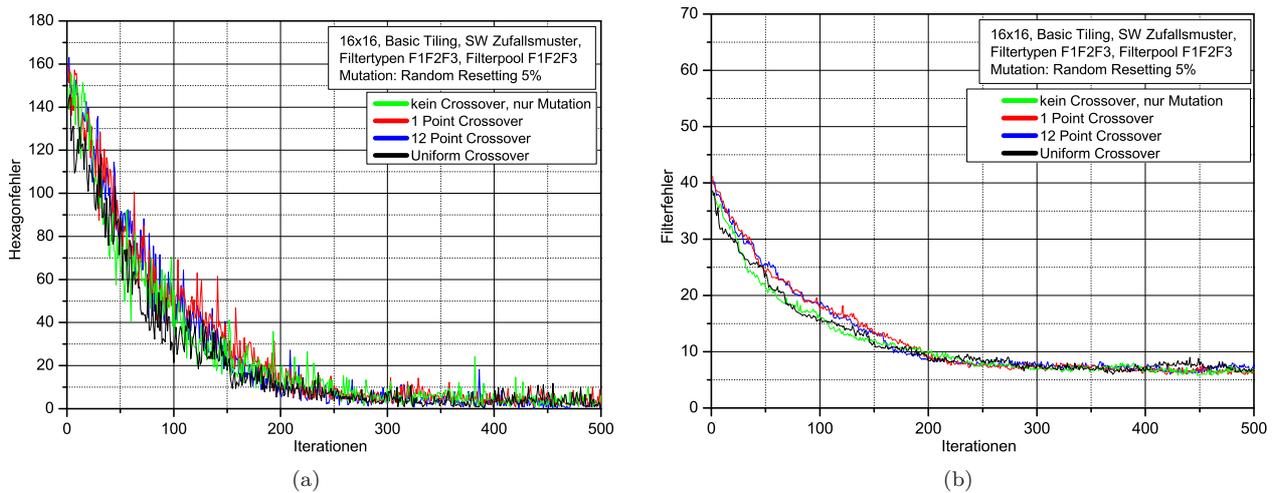


Abbildung 5.41: Verlauf des Hexagon- und Filterfehlers während eines automatischen EA-Trainings bei Änderung des Rekombinationsoperators.

als Abstandsmaß deutlich besser. Es erreicht nach 500 Schritten einen minimalen Filterfehler von etwa 7, wobei das andere Verfahren bei etwa 10 falschen Filterzuordnungen endet.

Abschließend lässt sich sagen, dass der Hexagonfehler ein deutlich unrealistischeres Maß als der euklidische Abstand im Sinne der visuellen Wahrnehmung darstellt. Allerdings ist er das Exakteste unter den zugänglichen Maßen. Die Zahl der korrekten Filter wäre ein besseres Maß, jedoch ist diese nicht zugänglich, da nur die wahrnehmungsbasierten Auswirkungen für die Versuchsperson erfahrbar sind.

5.7.4 Abhängigkeit von Musterauswahl

Von besonderem Interesse ist der Einfluss der Inputmuster auf den Trainingsverlauf. Für die mathematische Antwortbewertung ist es unerheblich, ob sie zwei SW-Zufallsmuster vergleicht oder zwei Bilder mit erkennbar strukturiertem Inhalt (z.B. Schachbrettmuster). Diese Aussage ist für normalsichtige Versuchspersonen nicht mehr zutreffend. Der Vergleich zweier Zufallsbilder ist für Versuchspersonen äußerst schwierig. Im Gegensatz dazu ist der Vergleich klar strukturierter Bilder einfach.

Hier entsteht ein Dilemma, wie man schon aus den Ergebnissen der mathematischen Antwortbewertung erkennen kann. Bei der Untersuchung wurden verschiedene Muster mit steigender Strukturierung (Komplexität) als Eingabe verwendet. Als einfachstes Muster diente eine horizontale Halbierung der Eingabefläche in einen schwarzen und einen weißen Bereich (halbhorizontal). Die weiteren Muster waren schachbrettähnlich (Schachbrett0, Schachbrett1, Schachbrett2), wobei die Kästchengröße und damit auch die Zahl der Kästchen variierte. Zum Vergleich wurde das SW-Zufallsmuster herangezogen.

Der Vergleich des Hexagonfehlerverlaufs (Abbildung 5.43 a) für die verschiedenen Mustertypen zeigt, dass die Konvergenz des Fehlers gegen Null umso schneller erfolgt, je einfacher die Struktur des Musters ist. Die Ursache dafür ist, dass bei großen, zusammenhängenden, einfarbigen Flächen viele rezep tive Felder homogen gereizt werden und somit eineindeutig auflösbare Zentrums- und Peripherie-Melodien erzeugen. Je mehr Kanten zwischen schwarzen und weißen Bereichen auftreten, umso weniger eineindeutige Filtermelodien werden erzeugt.

Durch die Überlappung der RFs benachbarter ST-Filter kommt es dabei manchmal zu der Situation, dass durch das Auftreten eindeutiger Melodien bei zwei zufällig richtig besetzten Filterplätzen ein relativ großer Hexagonfeldbereich aufgelöst wird. Dieser kann so groß sein, dass Hexagone im RF eines falsch besetzten Filters trotzdem aufgelöst werden. Ist dies der Fall, so gibt es keine Möglichkeit, diese Filterfehlbesetzung mit dem angelegten Muster zu korrigieren, da es kei-

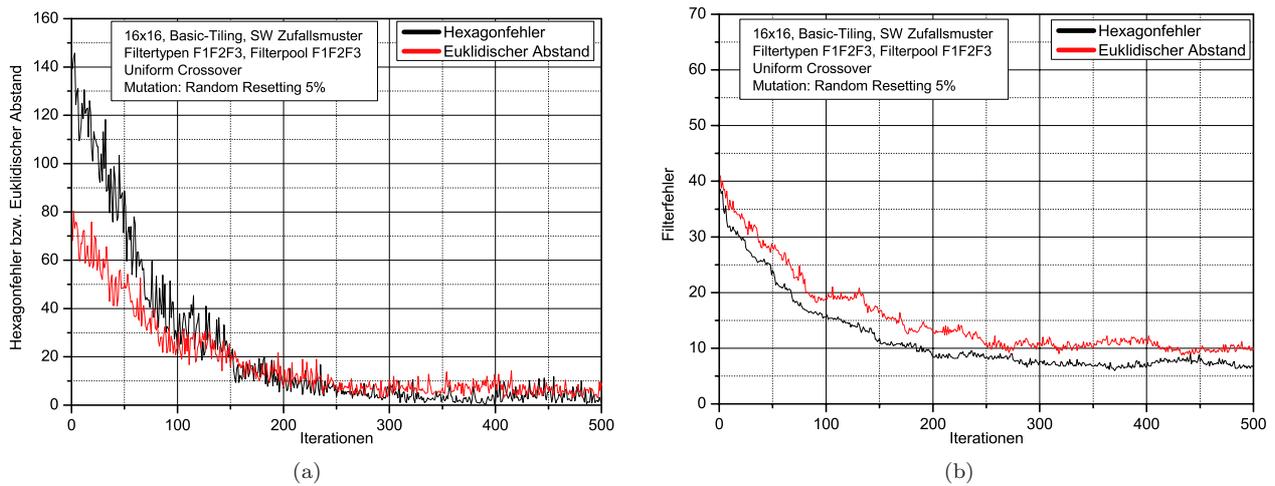


Abbildung 5.42: a) zeigt die Abhängigkeit des Hexagonfehlerverlaufs für zwei verschiedene Bewertungsmaße: im ersten Fall ist die Fitness der einzelnen Individuen nur von der Zahl der unaufgelösten Hexagone abhängig. Im zweiten Fall werden die unaufgelösten Felder zufällig schwarz oder weiß belegt und der Euklidische Abstand zwischen Eingangsbild und Inverterergebnis als Grundlage für die Berechnung der Fitnessfunktion gewählt. In b) ist der zugehörige Verlauf des Filterfehlers für die beiden Fälle dargestellt.

nen erkennbaren Unterschied der Inverterausgangsbilder von zwei RE-Konfigurationen gibt, wenn bei der einen ein solcher überdeckter Filter falsch und bei der anderen richtig besetzt ist.

Im Lichte dieser Problembeschreibung versteht man den Verlauf der zugehörigen Filterfehlerkurven, die in [Abbildung 5.43 b\)](#) dargestellt sind. Die einfach strukturierten Eingangsmuster lassen eine schnelle Konvergenz zu, bewirken aber eine Stagnation des Filterfehlers auf hohem Niveau. Je komplexer die Kantenverteilung (spatiale Frequenz) ist, umso besser ist das Konvergenzverhalten des Filterfehlers.

Da im Anfangsbereich die Konvergenz des Hexagonfehlers für einfache Muster deutlich besser als für Komplexe ist und der Verlauf des Filterfehlers aber gleichzeitig etwa identisch ist, bietet sich für normalsichtige Versuchspersonen die Möglichkeit an, im Laufe des Trainings die Ortsfrequenz der Trainingsbilder zu steigern. Der ideale Zeitpunkt zum Wechsel des Stimulus ist dabei dort gegeben, wo sich die Filterfehlerkurven zu den verschiedenen Stimuli schneiden. Beispielsweise fällt die rosa Kurve in [Abbildung 5.43 b\)](#) (Schachbrett2) anfangs deutlich schneller als die Filterfehlerkurve für Zufallsmuster (schwarze Kurve). Ab etwa 180 evolutionären Schritten zeigt die Filterfehlerkurve der Zufallsmuster eine bessere Konvergenz gegen Null. Es ist somit nicht sinnvoll, mit anderen Trainingsmustern als mit Zufallspatterns jenseits dieser Iterationszahl zu trainieren.

5.7.5 Abhängigkeit von Hexagongittergröße

Bisher wurde der Lernprozess nur für die Hexagongittergröße von 16×16 Feldern betrachtet. Da die Zahl der möglichen Filterkonstellationen exponentiell mit der Zahl der Stützstellen wächst, ist zu erwarten, dass die benötigten Lerniterationen für große Hexagon-Arrays deutlich zunimmt. Zur Untersuchung wurden die Trainingsläufe für vier verschiedene Hexagonarraygrößen verglichen. Die Parametereinstellungen des EA entsprechen dabei den bereits oben verwendeten. Die Ergebnisse sind in [Abbildung 5.44](#) dargestellt. Man erkennt, dass die relativ ermutigenden Ergebnisse im Falle einer 16×16 Hexagongittergröße nicht einfach auf größere Arrays übertragen werden können. Der Lernvorgang, so zeigen die Ergebnisse, konvergiert nicht nur schlechter, sondern es ist auch ein deutlich höherer Endfehler zu erwarten.

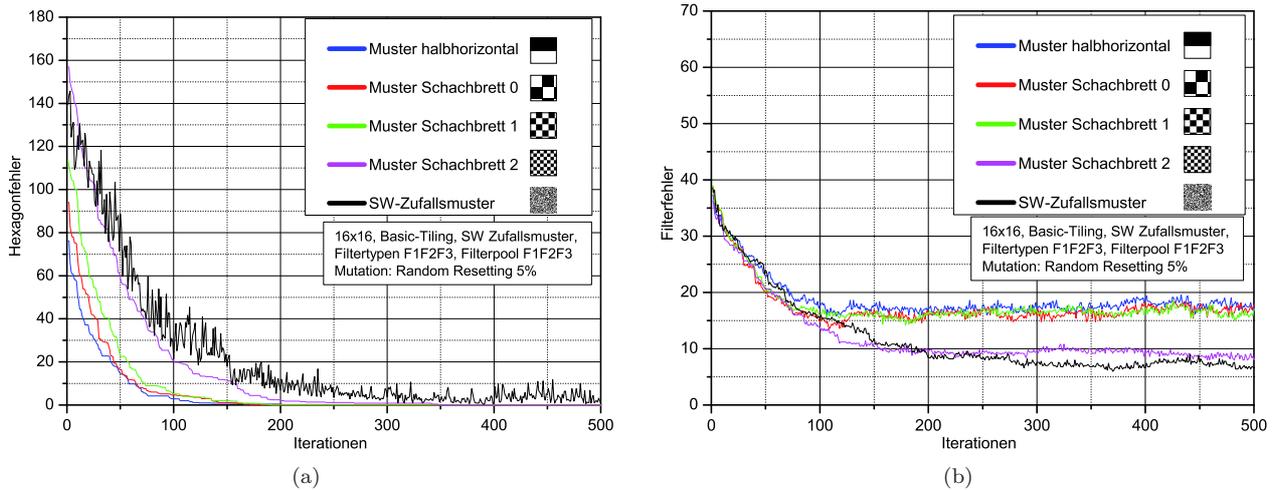


Abbildung 5.43: a) zeigt die Abhängigkeit des Hexagonfehlerverlaufs für unterschiedliche Eingangsbilder für ein festes 16×16 Hexagonraster mit dem (F1,F2,F3)-Basic Tiling. Man erkennt, dass der Hexagonfehler bei wenig komplexen Mustern am schnellsten gegen Null konvergiert. Schachbrettmuster2 und das SW-Zufallsmuster zeigen eine etwa gleich schlechte Konvergenz. In b) sind die zugehörigen Filterfehlerverläufe dargestellt. Hier laufen anfangs alle Kurven etwa gleich. Ab etwa 120 Iterationen reduziert sich der Filterfehler nur noch bei Schachbrettmuster2 und beim SW-Zufallsmuster.

5.7.6 Größe des Filterpools

Ein weiterer, den Lernprozess stark beeinflussender Faktor ist die Größe des Filterpools. Bei den bisherigen Untersuchungen wurde die Zahl der möglichen Filtertypen immer auf die im Filterarray tatsächlich Vorkommenden beschränkt. Des Weiteren waren dies immer drei derselben RF-Topologie.

In [Abbildung 5.45](#) sind die Simulationsergebnisse für verschiedene Filterpoolgrößen (3, 6, 9, 12, 18 Filtertypen) dargestellt. Ausgangslage war das 16×16 Basic-Tiling (F1, F2, F3) sowie dem üblichen EA-Parametersatz. Das Ähnlichkeitsmaß war der Hexagonfehler. Es wurde eine Mittelwertbildung über fünf Messungen durchgeführt. Es zeigte sich, dass der Verlauf der Hexagonfehlerkurven ([Abbildung 5.45 a](#)) im Falle größerer Filterpools bei höheren Werten startet. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der Initialisierung umso mehr richtige Filterzuordnungen vorkommen, je kleiner der Filterpool ist. Die Konvergenz ist für kleinere Filterpoolgrößen deutlich besser als für Große. Allerdings lässt der Kurvenverlauf hier im Gegensatz zu [Abbildung 5.44](#) vermuten, dass eine größere Iterationszahl zu einem besseren Resultat führen würde, da die Kurven für die Filterpoolgrößen 9, 12 und 18 sich zum Zeitpunkt des Abbruchs noch im absteigenden Bereich befanden. Die Verläufe des Hexagonfehlers in den fünf Fällen spiegeln sich in den Verläufen der jeweiligen Filterfehler recht gut wieder ([Abbildung 5.45 b](#)). Auch hier scheint der Konvergenzprozess nur im Falle der Filterpoolgröße 3 abgeschlossen zu sein.

5.8 Ergebnisse des EA-Dialgs mit normalsichtigen VP

Die Durchführung der RE*-Lernvorgänge unter Benutzung der mathematischen Antwortbewertung ermöglicht es, nun einen EA-Parametersatz zu wählen, der sehr gute Konvergenzeigenschaften besitzt, und die Wahl einer in ihrer Komplexität größer werdenden Sequenz von Eingabemustern. Dies ist notwendig, um die Trainingszeit zunächst mit normalsichtigen Versuchspersonen zu minimieren. Dabei ist zu berücksichtigen, dass man keinerlei Einfluss auf die Hexagongittergröße und die Zahl der Filtertypen hat. Für grundlegende Tests mit Normalsichtigen wurde das 16×16 Basic-Tiling mit den Filtern F1, F2, F3 verwendet. Um unter etwas realistischeren Konditionen

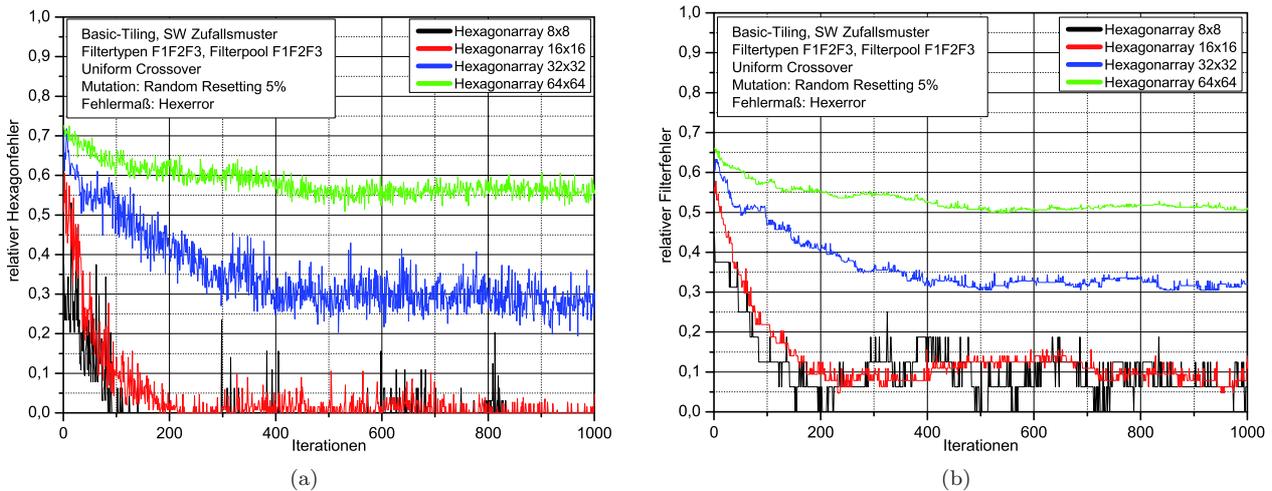


Abbildung 5.44: a) zeigt die Abhängigkeit des Hexagonfehlerverlaufs für vier verschiedene Hexagonfeldgittergrößen. Die Parameter des EA entsprechen denen in den vorherigen Versuchen. Das Bewertungsmaß ist der Hexagonfehler. Im Unterschied zu den bisherigen Versuchen wurde die Iterationszahl auf 1000 Generationen gesetzt. Aufgrund der langen Dauer der Inversionsprozesse in den Fällen 32×32 und 64×64 wurde auf eine mehrmalige Messung und eine anschließende Mittelwertbildung verzichtet. Man erkennt, dass in den Fällen 8×8 und 16×16 der Hexagonfehler bis nahe Null abfällt. In den beiden anderen Fällen stoppt der Lernprozess bei relativ hohen Hexagonfehlern. In b) ist der zugehörige Verlauf des Filterfehlers für die vier Fälle dargestellt. Auch hier erkennt man, dass in den Fällen 8×8 und 16×16 der Filterfehler nach etwa 200 Iterationen etwa auf unter 10% abgefallen ist. In den beiden anderen Fällen stagniert er auf hohem Niveau.

das Training durchzuführen, wurden 10 ST-Filtertypen im Filterpool zur Verfügung gestellt. In [Abbildung 5.46](#) sind exemplarisch zwei typische Lernkurven dargestellt. In einem Fall ([Abbildung a\)](#)) wurde während der ganzen Trainingsdauer (150 Iterationen, etwa 50 min) als Eingangsstimulus eine horizontal geteilte schwarz-weiße Fläche verwendet. Im Fall b) war es ein Schachbrettmuster. Man erkennt die aus den automatischen Trainingsläufen bekannten Phänomene. Im Falle des einfachen Musters sinkt der Hexagonfehler bis auf unter 60. Der Filterfehler sinkt bis etwa 32. Im Fall des etwas komplexeren Musters (Schachbrett1) erreicht der Hexagonfehler gerade 100, wo er stagniert. Der Filterfehler erreicht etwa den Wert 38.

In beiden Fällen war der Filterfehler über 30, was bei einer Gesamtfilterzahl von 64 deutlich zu hoch ist. In allen mit normalsichtigen Versuchspersonen durchgeführten Tests wurden ähnlich unbefriedigende Ergebnisse erzielt. Prinzipiell existieren mehrere Möglichkeiten, den Filterfehler zu verkleinern:

- größere Zahl von Individuen in der Population
- größere Iterationszahl
- gezielte Mutationen

Eine Verbesserung der Konvergenz ergibt sich beispielsweise durch eine Erhöhung des Selektionsdrucks. Dieser wird umso größer, je kleiner das Verhältnis $\frac{\lambda}{\mu}$ wird [[Wei02](#)]. Dies führt, genauso wie der zweite Punkt, zwangsläufig zu einer höheren Belastung für die VP. Für automatische Verfahren wären die ersten beiden Punkte durchaus einsetzbar. Es bietet sich somit an, ein Verfahren zu entwickeln, welches es ermöglicht, gezielte Mutationen in den FM-Genomen durchführen zu können. Ein Verfahren, das diese Mutationen erlaubt, soll im folgenden Kapitel erläutert werden.

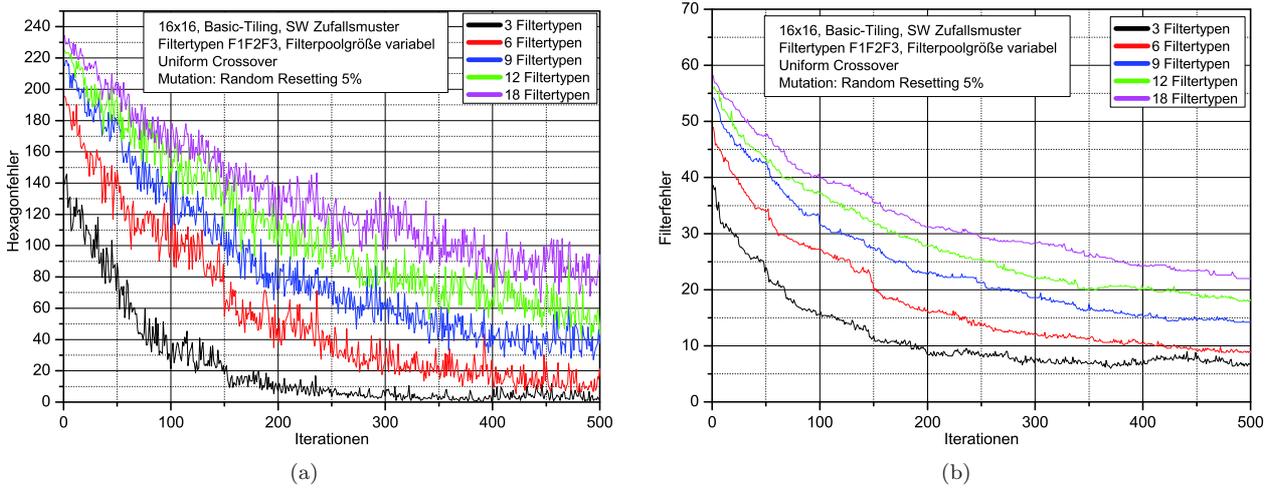


Abbildung 5.45: a) zeigt die Abhängigkeit des Hexagonfehlerverlaufs für fünf verschiedene Filterpoolgrößen (F1-F3, F1-F6, F1-F9, F1-F12, F1-F18). Die Parameter des EA entsprechen ansonsten denen aus den vorherigen Versuchen. Das Bewertungsmaß ist der Hexagonfehler. Man erkennt in allen Fällen eine recht gute Konvergenz des Hexagonfehlers. In b) ist der zugehörige Verlauf des Filterfehlers für die fünf Fälle dargestellt. Auch hier erkennt man eine recht gute Reduktion des Filterfehlers in allen Fällen. Auch hier wurde eine Mittelwertbildung über je fünf Läufe durchgeführt.

5.9 Position Sensitive Tuning (PST)

Bei komplexeren RE*-Problemstellungen werden die Trainingszeiten zu lang oder das Lernverfahren konvergiert nicht erfolgreich. Ein Grund dafür ist in der Mutation zu sehen. Eine zentrale Schwierigkeit ist, dass es gegen Ende eines Trainingsvorgangs immer unwahrscheinlicher wird, falsch zugeordnete Filtertypen durch Mutationen zu korrigieren. Seien von M Filterpositionen $M - 1$ richtig besetzt. Die Zahl der Filtertypen sei Z . Der Mutationsoperator sei derart, dass zufällig genau eine Filterposition gewählt und dort zufällig eines der Z möglichen Filter gesetzt wird. Die Wahrscheinlichkeit für die richtige Mutation beträgt in diesem Fall:

$$p_{\text{correct}} = \frac{1}{MZ}$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine falsche Mutation beträgt hingegen²⁶:

$$p_{\text{false}} = 1 - \frac{1}{ZF}$$

Ein weiterer wichtiger Punkt ergibt sich, wenn man die vorhergehenden Experimente näher betrachtet. Wie in [Abbildung 5.43](#) zu erkennen ist, können manche Eingangsmuster trotz einer großen Anzahl falsch zugeordneter Filtertypen recht gut invertiert werden. Dies kommt daher, dass richtig zugeordnete Filter existieren, deren rezeptive Felder den Bereich der falsch zugeordneten Filter mit überdecken und die dortigen Hexagone auflösen. Ein Individuum kann somit eine recht schlechte Übereinstimmung der Filter haben, trotzdem aber ein so perfekt aufgelöstes Inversionsergebnis vorweisen wie ein anderes Individuum, das an den Fehlstellen die korrekten Filtertypen besitzt. Im Selektionsschritt des EA kann somit ein schlechteres Individuum gewählt werden, ohne dass dies auffällt. Diese ungewollten Individuen entstehen leicht durch Mutationen an Filterpositionen, die schon korrekt besetzt waren.

²⁶Unter falschen Mutationen sind solche zu verstehen, die zu keiner Veränderung oder einer Verschlechterung führen.

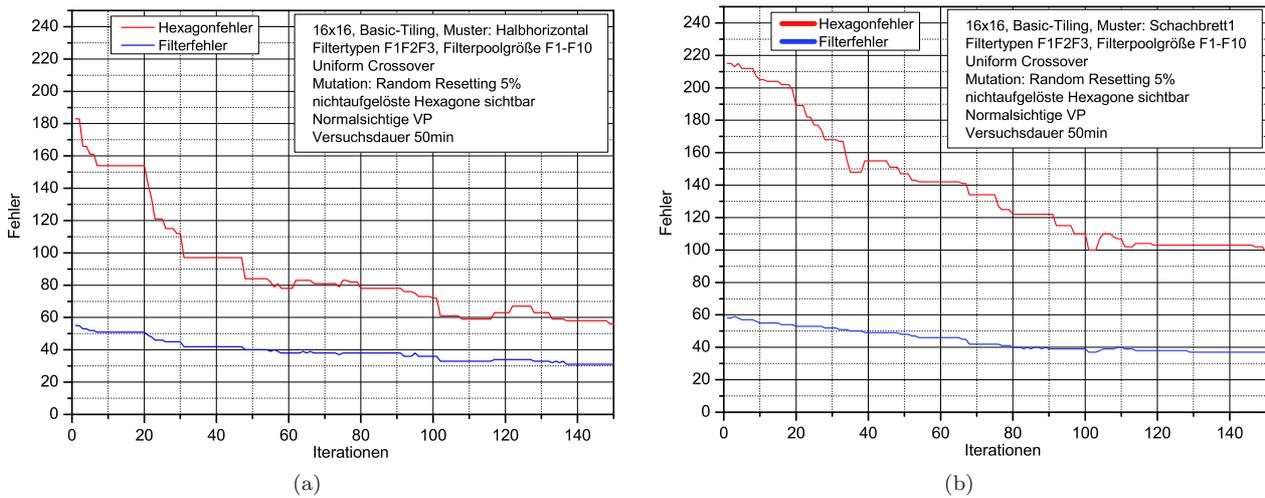


Abbildung 5.46: a) zeigt das Resultat eines typischen RE*-Lernvorgangs mit dem Standard 3-aus-6-Verfahren einer normalsichtigen Versuchsperson. Dargestellt sind Hexagon- und Filterfehler für das Training mit einem festen Stimulus (Halbhorizontal). In b) ist der entsprechende Trainingsvorgang für den Stimulus Schachbrett1 dokumentiert.

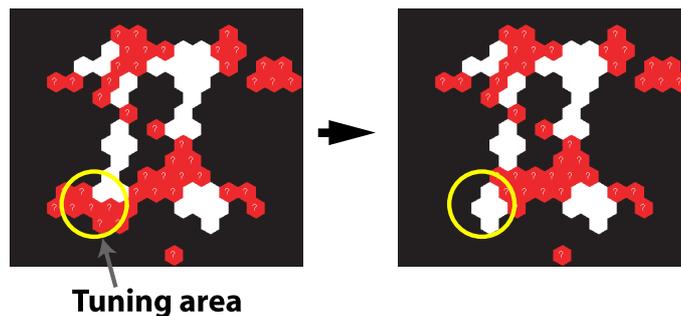


Abbildung 5.47: Position Sensitive Tuning: Dargestellt ist das nicht vollständig aufgelöste Inverterergebnis des π -Stimulus. Das PST-Verfahren bewirkt nur Mutationen an den Positionen der innerhalb des gelben Kreises liegenden Filter. In diesem Fall führt eine der Mutationen zu einer Verbesserung des Inversionsergebnisses.

Es wäre somit in beiden Fällen von Vorteil, wenn die Versuchsperson gezielt Mutationen nur an solchen Stellen des Filterarrays hervorrufen könnte, die eine hohe Fehlbesetzungswahrscheinlichkeit besitzen. Diese Idee wurde realisiert indem der *Position Sensitive Tuning* (PST)-Algorithmus als zusätzliches Trainingsverfahren implementiert wurde [BEN05, EBN05]. Beim normalen EA-Dialogverfahren kann die Versuchsperson nur zwei Inverterausgangsbilder bzgl. ihrer globalen Qualität beurteilen. Eine Aussage wie „*Pattern 1 entspricht dem Vorgabemuster im linken unteren Bereich sehr gut. Pattern 2 eher rechts oben*“ kann nicht in das evolutionäre Verfahren einfließen.

Beim PST-Dialogverfahren kann die normalsichtige Versuchsperson Bereiche auf dem Inverterbild wählen, die ihrer Meinung nach noch keine gute Übereinstimmung mit dem Eingangsmuster haben. Der PST-Algorithmus berechnet aus der gewählten Position auf dem Hexagonraster und einem vorgebbaren Radius die zugehörigen Abschnitte auf dem Genom, auf denen anschließend eine Mutation durchgeführt wird (s. [Abbildung 5.47](#))²⁷. Alle anderen Genompositionen bleiben bei dieser Mutation unverändert (s. [Abbildung 5.48](#)).

²⁷Wenn der Mutationsradius so klein ist, dass nur ein einzelner ST-Filter mutiert wird, besteht auch die Möglichkeit, statt einer Mutation eine sequenzielle Präsentation aller möglichen Filterbelegungen durchzuführen.



Abbildung 5.48: Darstellung der PST-Mutation aus Genom-Sicht: Die grau gefärbten Genomabschnitte liegen außerhalb des Mutationsradius und sind nicht veränderbar. Die innerhalb des Radius liegenden Filtertypen sind farbig markiert und werden mutiert. Es ist zu beachten, dass die Nachbarschaft der Filter auf dem Hexagonfeld nicht zu einer Nachbarschaft auf dem Genom führen muss.

Als besonders einfach hat sich dieses Verfahren in Kombination mit einem (1,1)-EA herausgestellt. Dies hat in etwa den gleichen Selektionsdruck wie die (3,3)-Variante. Die VP vergleicht das Ergebnis der PST-Mutation (als Kind-Individuum) direkt mit dem vorhergehenden Ergebnis (als Elter-Individuum) und selektiert aus beiden das subjektiv Bessere. Dieses wird dann das Ausgangsindividuum für die nächste Generation.

In der RE*-Implementation kann die VP die Auswahl der Mutations-Position mit Hilfe der Computermaus durchführen. Die Selektion zwischen den beiden Individuen des PST-Algorithmus wird mit Hilfe des Mausrades durchgeführt.

Im Vergleich zum Standard EA-Verfahren unterscheidet sich das PST darin, dass keine Rekombination existiert. Dies ist kein unbedingter Nachteil, da die Mutationen deutlich zielgerichteter sind und somit die Konvergenzgeschwindigkeit größer ist. Des Weiteren sind die einzelnen PST-Iterationen deutlich schneller von der VP durchführbar, da die Selektion aus zwei Individuen einfacher ist als die Wahl von drei aus sechs Möglichen.

Der PST-Algorithmus lässt sich mit dem ursprünglichen 3-aus-6-Verfahren kombinieren. Dazu kann jede der sechs Möglichkeiten eine gewisse Zahl von PST-Iterationen durchlaufen ([Abbildung 5.49](#)). Die Versuchsperson wählt anschließend aus den so vermutierten Individuen die drei Besten, wie beim reinen EA. Im weiteren EA-Verlauf wird dann auch auf den Mutationsoperator verzichtet. Der Vorteil dieser Vorgehensweise ist, dass die genetische Vielfalt der Individuen in der recht kleinen Population vergrößert wird.

Das PST-Verfahren lässt sich prinzipiell mit allen Inverter-Modul-Varianten koppeln. Für den Einsatz des Verfahrens ist es nicht notwendig, dass wie in [Abbildung 5.47](#) unaufgelöste Hexagone durch den Inverter dargestellt werden. Diese können durchaus auch zufällig belegt sein.

5.9.1 Ergebnisse des PST-Verfahrens

Um die Tauglichkeit des Position Sensitive Tunings mit normalsichtigen Versuchspersonen zu testen, wurden mehrere Versuchsreihen mit unterschiedlich gesetzten Schwerpunkten durchgeführt. Zum einen wurden die Konvergenzeigenschaften des PST-Verfahrens bzgl. verschiedener Eingabestimuli bestimmt. Zum anderen wurde die Konvergenz bei festem Stimulus aber unterschiedlichen Filterkonstellationen untersucht. In beiden Fällen wurde ein 16×16 Hexagonfeld benutzt. Unbekannte Hexagone wurden markiert. Der PST-Radius betrug ein Hexagon und der Filterpool umfasste 10 ST-Filterklassen (F1-F10). Es wurde ein reines PST-Verfahren angewendet ((1,1)-EA).

Im Falle des PST-Trainings mit verschiedenen Eingangsreizformen ergab sich das in [Abbildung 5.50](#) a) und b) dargestellte Verhalten für den Verlauf des Hexagonfehlers bzw. Filterfehlers. Beim PST-Verfahren ist der Selektionsprozess deutlich schneller als beim herkömmlichen 3-aus-6-Verfahren. Die Trainingsdauer entspricht trotz der deutlich größeren Iterationszahl in etwa der des EA-Verfahrens.

Anhand der Trainingskurven erkennt man, dass in allen Fällen ein Hexagonfehler von Null erreicht wurde. Die zugehörige Zahl an PST-Iterationen war dabei abhängig vom dargebotenen Stimulus. Je komplexer der Stimulus war, umso höher war die Zahl der notwendigen PST-Iterationen. Wie man im Vergleich der beiden Diagramme erkennt, bedeutet auch beim PST-Verfahren ein Hexagonfehler von Null nicht zwangsläufig einen Filterfehler von Null. Im Falle des horizontalen

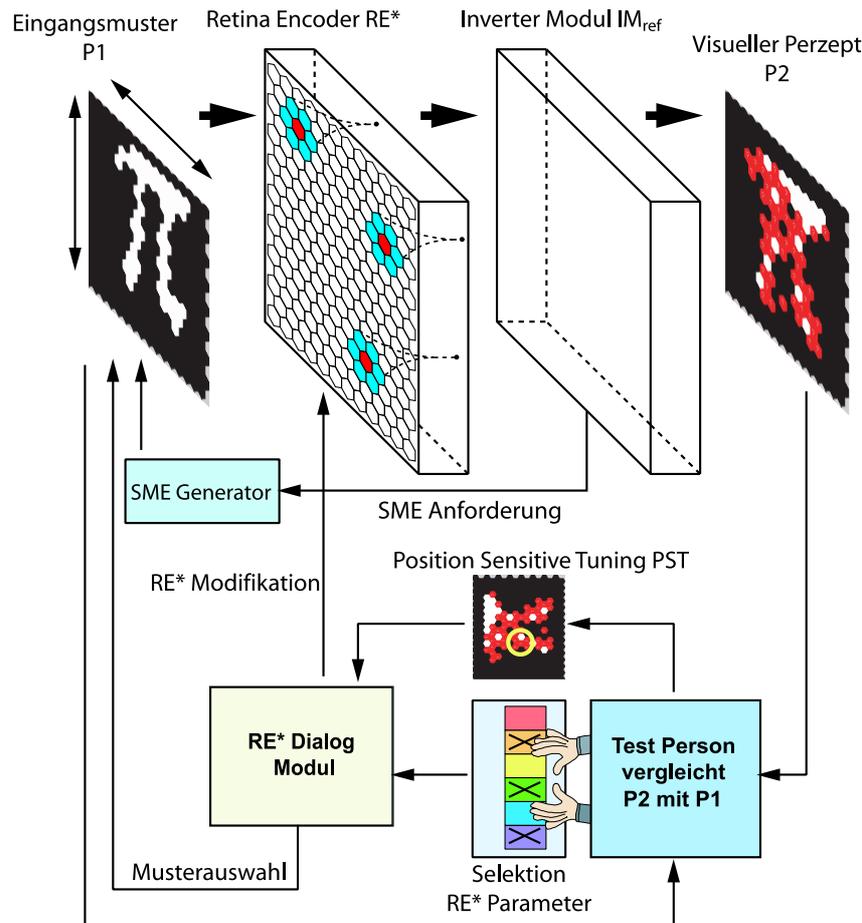


Abbildung 5.49: RE*-Trainingsumgebung mit Position-Sensitive-Tuning-Modul

Streifenmusters beträgt der Filterfehler trotz perfekter Inversion noch ca. 17, im Fall des Musters "Schachbrett0" noch 10 und beim Muster "Schachbrett2" nur 3. Um einen kleinen Filterfehler zu garantieren, ist man somit gezwungen, komplexe Trainingsmuster einzusetzen. Weiterhin erkennt man, dass die Konvergenz hin zu wenigen Filterfehlern bei einfachen Mustern höher zu sein scheint. Dies bedeutet für das Trainingsverfahren mit einer normalsichtigen Versuchsperson, dass man mit einfachen Stimuli beginnen und die Komplexität der Muster im Laufe des Lernvorgangs steigern sollte. So würde es sich anbieten, auf ein komplexeres Muster zu wechseln, wenn das momentane Muster perfekt invertiert werden kann. Im Falle der in [Abbildung 5.50](#) dargestellten Lernkurven würde dies bedeuten, dass man nach 350 PST-Iterationen vom Muster "horizontale Streifen" zu dem Muster "Schachbrett0" wechselt.

In [Abbildung 5.51](#) a) und b) sind PST-Lernkurven für ein festes Muster und unterschiedliche ST-Filter-Konfigurationen dargestellt. Verwendet wurden drei verschiedene 16×16 Filterkonfigurationen: (F1,F2,F3), (F9,F9,F9), (rand F1-F10)²⁸. Deren Inversionsfähigkeit wurde zuvor unter Verwendung eines SMEs mit dem in [Unterabschnitt 5.5.1](#) dargestellten Verfahren überprüft. Als Stimulus wurde nur "Schachbrett2" verwendet. In allen drei Fällen konnte eine perfekte Inversion des Eingangsmusters erreicht werden. Die Trainingszeiten waren jedoch für die komplexeren Filterkonfigurationen deutlich höher. Die jeweils erzielten Filterfehler waren im Fall der Tilings (F1,F2,F3) und (F9,F9,F9) etwa bei 5%. Beim zufälligen Tiling (rand F1-F10) lag der Filterfehler bei 25%. Dieser Wert könnte durch Variation des Eingangsmusters weiter verbessert werden.

²⁸(rand F1-F10) bezeichnet eine zufällige Verteilung der Filter F1-F10 auf dem Basic-Tiling.

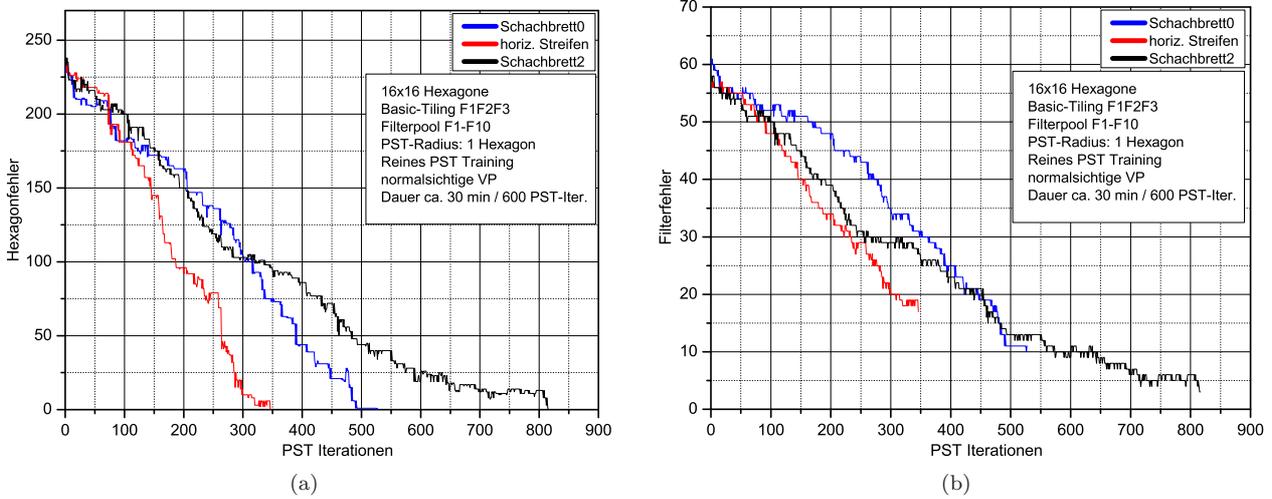


Abbildung 5.50: In a) sind die Verläufe des Hexagonfehlers für das Training mit einer normalsichtigen VP bei einer festen ST-Filterkonfiguration (Basic-Tiling F1F2F3) und verschiedenen Stimuli dargestellt. Als Muster wurden ein horizontales Streifenmuster sowie zwei Schachbrettmuster mit unterschiedlichen Auflösungen verwendet. In b) sind die entsprechenden Filterfehlerkurven gezeigt.

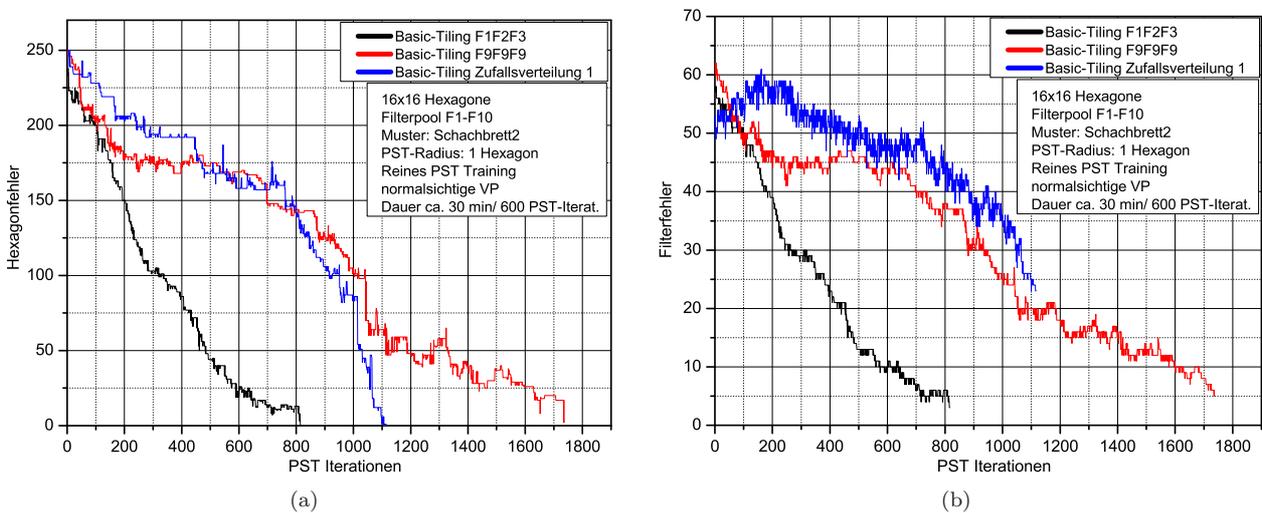


Abbildung 5.51: In a) sind die Verläufe des Hexagonfehlers für das Training mit einer normalsichtigen VP bei einem festen Stimulus (Schachbrett2) und verschiedenen Tiling-Konfigurationen dargestellt. Im ersten Fall wurde das Basic-Tiling mit den Filtertypen (F1,F2,F3), im zweiten Fall mit den Filtertypen (F9,F9,F9) und im dritten Fall mit einer zufälligen Filterkonfiguration (rand F1-F10) verwendet. In b) sind die entsprechenden Filterfehlerkurven gezeigt.

Kapitel 6

Diskussion

Die Entwicklung von Sehprothesen stellt eine große Herausforderung für verschiedenste Disziplinen der heutigen Wissenschaft und Technik dar. Neben den vielen noch ungelösten Problemen hinsichtlich Biokompatibilität, Mikrominiaturisierung, Implantationstechnik und Elektrodenentwicklung sind viele Fragen hinsichtlich einer angemessenen Informationsverarbeitung für eine erfolgversprechende Stimulation der Retina offen. Momentane *straight-forward* Stimulationsansätze erzielen nicht die gewünschten Wahrnehmungsergebnisse bei den Implantatträgern, sondern führen, wenn überhaupt, nur zu einer unbefriedigenden *Phosphene Vision*.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden verschiedene Aspekte der Konzeption und des Aufbaus eines lernfähigen Retina-Implantat-Systems herausgearbeitet, die bei bisherigen Systemen nicht oder nur unvollständig Beachtung fanden. Sie können, wenn sie bei der Entwicklung zukünftiger Retina-Implantat-Systeme berücksichtigt werden, zu einer Verbesserung der visuellen Wahrnehmung bei den Retina-Implantat-Trägern führen.

Die Herausforderung bestand darin, ausgehend von einer unkonventionellen Sichtweise der visuellen Informationsverarbeitung als eine Sequenz zweier Abbildungen, ein neuartiges Retina-Encoder-Simulations- und -Lernsystem RE^* zu entwickeln, das die Möglichkeit bietet, die verschiedenen systemtheoretischen und physiologischen Aspekte dieser beiden Abbildungen zu untersuchen. Ein Ziel war es, ein Inverter Modul zu entwickeln, mit dem eine perfekte Inversion einer durch ein Filter Modul geleisteten spatio-temporalen Abbildung möglich ist. Der Fehler zwischen Eingangsstimulus $P1$ und Inverterresultat $P2$ sollte auf diese Art und Weise vollständig auf mangelnde Übereinstimmung zwischen dem gesuchten RE -Filterparametersatz RE_{ref} und dem aktuell eingestellten Parametersatz RE zurückzuführen sein. Eine Beschränkung durch eine nicht-perfekte Inversion, wie sie bei früheren Inverter-Modul-Versionen unter Verwendung Neuronaler Netze auftrat, sollte so verhindert werden. Durch ein Inverter-Modul, das eine perfekte Inversion erlaubt, sollte schließlich eine Verbesserung der wahrnehmungsbasierten Lernverfahren ermöglicht werden.

Entwickelt wurden zwei verschiedene Inverter Module, die aus dem RE^* -Ausgangsdatenstrom den Stimulus $P1$ bei korrekter Filterzuordnung im Filter Modul perfekt rekonstruieren konnten **Abbildung 6.1**.

Ziel der Arbeit war es ebenfalls durch die Entwicklung des Inverter Moduls und eines zugehörigen Dialog Systems Folgerungen machen zu können, die einerseits für intelligente, die Physiologie des Sehsystems und die Theorien der visuellen Wahrnehmung einbeziehende Stimulationsmethoden relevant sind und andererseits für die Verbesserung der bisherigen wahrnehmungsbasierten Lernverfahren. Im Rahmen der Dissertation wurden dazu folgende Punkte erarbeitet:

- Modellerstellung der Visuellen Informationsverarbeitung als Sequenz zweier zueinander inverser Abbildungen.
- Entwicklung eines Konzepts zur mathematischen Behandlung der spatio-temporalen Filterung sowie deren Umkehrung durch Vergleich mit anderen Gebieten aus der Angewandten Mathematik mit ähnlichen Aufgabenstellungen. Im Speziellen wurde dabei auf schlecht-gestellte Inverse Probleme und deren Lösungsverfahren eingegangen.

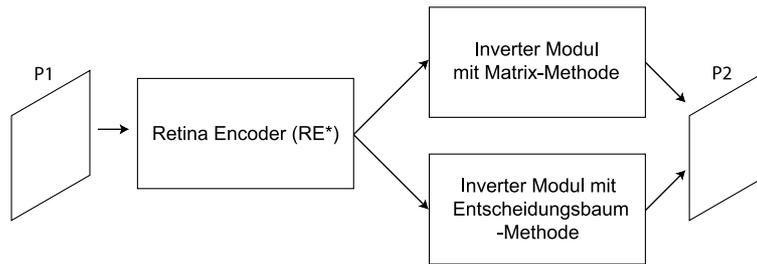


Abbildung 6.1: Schema der Informationsverarbeitung beim RE*-System mit den zwei Inverter Modul Ansätzen.

- Entwicklung eines weiteren Konzepts zur Inversion der retinalen Filterung, wobei in diesem Fall der Schwerpunkt auf physiologische Erkenntnisse hinsichtlich der Informationsverarbeitung des Zentralen Sehsystems, Miniature Eye Movements sowie Invarianzeigenschaften der Rezeptiven Felder retinaler Ganglienzellen gelegt wurde.
- Konzeptentwicklung eines auf evolutionären Algorithmen beruhenden, wahrnehmungsbasierten Dialogverfahrens für das Training des adaptiven Filter Moduls.
- Entwicklung einer Software-Simulationsumgebung RE*, in welcher die entwickelten Konzepte realisiert wurden.
- Durchführung von Tests hinsichtlich der einzelnen Inverter Konzepte mit verschiedenen Filter- und Stimulus-Konfigurationen.
- Durchführung automatischer Lerntests zur Ermittlung geeigneter Parameter des Lernverfahrens sowie anschließende, exemplarische Tests des Lernsystems durch normalsichtige Versuchspersonen.

6.1 Filter Modul

Zunächst wurde eine unkonventionelle Sichtweise für die Betrachtung der visuellen Informationsverarbeitung eingeführt. Die Hypothese besteht darin, dass das visuelle System des Menschen aus zwei aufeinanderfolgenden Abbildungen (**F1** und **F2**) besteht, die zueinander invers sind. Die erste Abbildung **F1** wird durch die intraretinale Verarbeitung geleistet und stellt eine Transformation aus der physikalischen Welt in die Neuronale Domäne dar. **F2** wurde als Abbildung aus der Neuronalen Domäne in die Wahrnehmungsdomäne aufgefasst.

Ausgehend von neuro-physiologischen Erkenntnissen zur Informationsverarbeitung retinaler Ganglienzellen wurde ein adaptives Filter-Modul als Teil eines neuen Retina-Encoder-Systems (RE*) entwickelt und implementiert. Um eine Darstellung der retinalen Informationsverarbeitung als Ensemble von spatio-temporalen Filtern zu ermöglichen, wurde eine Linearisierung des Systemverhaltens retinaler Ganglienzellen durchgeführt. Durch die Möglichkeit der Wahl der spatialen und temporalen Parameter innerhalb eines sehr großen Spektrums konnten die Eigenschaften retinaler P- und M-Ganglienzellen erfolgreich modelliert werden.

Die Berechnung der ST-Filterung kann über zwei unterschiedliche Wege vorgenommen werden: Zum einen wird das Filterresultat durch Berechnung des Faltungsergebnisses jedes einzelnen Filters bestimmt. Zum anderen kann dieses durch Erzeugung einer ST-Filtermatrix und deren anschließender Multiplikation mit dem spatio-temporalen Reizvektor geschehen.

Visuelle Eingangsreize können mit Hilfe eines Mustergenerators erzeugt oder eingeladen werden. Das Ergebnis der Filterung entspricht der momentanen Impulsrate, welche als Grauwert in einem Display des Filter Moduls dargestellt wird. Wahlweise kann durch eine statische Nichtlinearität die momentane Impulsrate beschränkt und so Nichtnegativität und Sättigung berücksichtigt werden. Eine nachfolgende Kodierung in asynchrone Pulsfolgen findet nicht statt.

Im Vergleich zu früheren Retina-Encoder-Versionen [Bec99, Hün00] besitzt das Filter Modul des RE*-Systems die Möglichkeit, eine große Zahl von ST-Filter-Typen vorzudefinieren und diese anschließend auf einem Hexagonfeld variabler Größe zu platzieren. Dabei ist es möglich, an jede Hexagon-Position einen individuellen ST-Filter zu setzen. Zusätzlich konnten mit Hilfe eines Filter-Tiling-Managers verschiedene Filterverteilungen generiert und verwaltet werden.

Die von Becker in der *Patsim*-Umgebung eingesetzte RE-Version besaß beispielsweise 256 Ganglienzellen, die in vier ST-Filterklassen unterteilt werden konnten. Diese Filterklassen entsprachen den vier hauptsächlich in der Retina vorkommenden Ganglienzelltypen P-On, P-Off, M-On und M-Off. Jede der Filterklassen besaß sieben Parameter, über die die spatio-temporalen Eigenschaften der ST-Filter eingestellt werden konnten. Die Positionierung der Rezeptiven Felder und Festlegung der Klassenzugehörigkeit der 256 Ganglienzellen im Eingabefeld musste in einem vorhergehenden interaktiven Messverfahren mit dem Blinden durchgeführt werden.

Der implementierte Filter-Konfigurator bietet auch die Möglichkeit, unregelmäßige RF-Topologien zu generieren und einzusetzen. Durch das Zusammenspiel von Filter-Tiling-Manager und Filter-Konfigurator erhält man eine Toolbox zur Erzeugung unregelmäßiger Abtastoperatoren für den spatio-temporalen Eingangsreiz.

Ein weiterer Unterschied zu den vorhergehenden Versionen ist, dass die temporale Filterung durch FIR-Filter geleistet wird. Dies war einerseits notwendig, um eine Beschreibung der spatio-temporalen Filterung durch Matrizen zu ermöglichen. Andererseits ist durch die Wahl eines FIR-anstatt eines IIR-Filters die Stabilität der temporalen Filterung für alle Parameterkonstellationen gewährleistet.

In der hier dargestellten Implementierung wurde der Echtzeitfähigkeit des Systems nicht die höchste Priorität eingeräumt. Stattdessen ist nur eine frameweise Betrachtung des Stimulus, der Filterresultate und des Inversionsergebnisses vorgesehen. Dies basierte auf der Notwendigkeit, dass für die Entwicklung neuartiger Inversionsalgorithmen die Analyse endlicher ST-Filterantworten von zentraler Bedeutung war.

Für zukünftige Verbesserungen des Filter Moduls sind folgende Punkte zu berücksichtigen:

- die Ermöglichung eines Echtzeitbetriebs. Für diesen Fall muss der Mustergenerator ebenfalls angepasst werden.
- Implementation eines wahrnehmungsbasierten Dialog-Moduls, mit dem eine retinotopie Positionierung der RF-Bereiche der einzelnen ST-Filter im Sichtbereich vorgenommen werden kann (Elektrodentest, s. [Wal98]).
- Erhöhung der FIR-Filterordnung für eine bessere Modellierung der temporalen Filtereigenschaften retinaler Ganglienzellen. Die Einstellung der Filterparameter sollte außerdem über die kontinuierlichen Filterparameter (Grenzfrequenzen) möglich sein. Die höhere Filterordnung hat hinsichtlich der Matrix-Methode zur Konsequenz, dass deutlich größere Dimensionen auftreten. Um diese noch handhaben zu können, besteht die Möglichkeit, spezielle Routinen für dünn besetzte Matrizen zu verwenden, wie sie zum Beispiel das LAPACK++-Package von Pozo bietet [Poz96].
- Durchführung von Untersuchungen, welche Auswirkungen die Berücksichtigung der Gauss'schen Gewichtung bei der spatialen Filterung hat.
- Genauere physiologische Untersuchungen, wieviele, hinsichtlich ihrer RF-Topologien und ihrer spatio-temporalen Filtereigenschaften, klar trennbare retinale Ganglienzellklassen zu realisieren sind. Dies hängt u.a. von der retinalen Platzierung des Implantats ab.
- Berücksichtigung der Farbverarbeitung

6.2 Inverter Modul

Das Inverter Modul hat die Aufgabe, aus einem parallelen neuronalen Ausgangsdatenstrom des Filter Moduls wieder das ursprüngliche Reizmuster zu rekonstruieren. Dies ist ein Sonderfall des

allgemeinen Problems der Dekodierung der neuronalen Sprache. In diesem Umfeld gab es bisher unterschiedliche Ansätze. Warland *et al.* [WRM97] benutzten ein Neuronales Netz, um aus Spike-Trains einer Population retinaler Ganglienzellen des Tigersalamanders den aktuellen Stimuluswert zu rekonstruieren. Das verwendete Multi-Layer-Perzeptron (MLP) wurde dabei mit Hilfe des Backpropagation-of-Error-Verfahrens trainiert. Jedoch fand hier keine Rekonstruktion eines komplexen spatio-temporalen Stimulismusters statt, sondern nur die der eindimensionalen Helligkeits-Zeitfunktion (zufälliger Flickerreiz) einer großflächigen Stimulusfläche.

Ferrández *et al.* [FBQ⁺00] analysierten Ausgangszeitfunktionen eines Ensembles von etwa 70 Ganglienzellen einer isolierten Schildkrötenretina mit Hilfe der Shannon'schen Informationstheorie. Es fand allerdings auch hier keine Rekonstruktion des spatio-temporalen Stimulus statt.

Im Rahmen der Entwicklung lernfähiger Retina Encoder an der Universität Bonn untersuchten Walther [Wal98] und Becker [Bec99] die Rekonstruktion des spatio-temporalen Eingangsreizes aus dem Ensemble der ST-Filter-Ausgangszeitfunktionen eines Retina Encoders mit verschiedenen Neuronalen Netztopologien und unterschiedlichen, überwachten Lernverfahren. Die Rekonstruktionen waren hier teilweise erfolgreich. Allerdings konnte nie eine perfekte Rekonstruktion des Eingangsstimulus erreicht werden.

6.2.1 Matrix-Methode

Im Rahmen dieser Arbeit wurden andere, nicht auf Neuronalen Netzen aufbauende Inversionsverfahren untersucht, die eine perfekte Rekonstruktion des Eingangsmusters erlaubten. Ausgangspunkt der Inversion war hier, wie auch bei den Ansätzen von Walther und Becker, die momentane Impulsrate als Resultat der ST-Filterung.

Es wurden zunächst mathematische Verfahren aus benachbarten Forschungsbereichen, wie beispielsweise der Geophysik oder der Computer-Tomographie, mit ähnlichen Problemstellungen analysiert. Die Inversion der spatio-temporalen Filterung eines visuellen Stimulus durch einen Retina Encoder konnte im Rahmen dieser Betrachtung in den Bereich der linearen Inversen Probleme eingeordnet werden. Dazu war es notwendig, dass mit Hilfe des Retina Encoders der lineare Arbeitsbereich der retinalen Ganglienzellen simuliert werden konnte. Anschließend wurde eine Matrix-Methode entwickelt, mit der die ST-Filteroperation des Retina Encoders dargestellt werden konnte und in deren Kontext einerseits quantitative Aussagen zur Invertierbarkeit der ST-Filterung durch RE gemacht werden konnten und andererseits die Moore-Penrose-Pseudoinverse als zugehörige Umkehrabbildung berechnet werden konnte.

Weiterhin wurde die Matrix-Methode als quantitatives Maß für die Schlechtgestellttheit bzw. schlechte Konditionierung der ST-Filterung eingeführt. Mit Hilfe der Kondition konnte bereits im Vorfeld eines Trainings des Filter Moduls erkannt werden, welchen Einfluss Störungen (z.B. durch Veränderung der ST-Filterparameter) auf den Inversionsprozess haben und somit auf den Verlauf des Trainingsvorgangs.

Die Sichtweise, die Rekonstruktion visueller Wahrnehmungsinhalte aus den von den Augen gelieferten sensorischen Daten als schlecht-gestelltes Inverses Problem anzusehen, für dessen Lösung Regularisierungsverfahren benötigt werden, wurde bereits von Poggio und Torre [PT84] eingeführt. Allerdings rekonstruierten diese nicht den visuellen Stimulus aus einem Ensemble von ST-Filterantworten.

Mit Hilfe der Matrix-Methode konnte erfolgreich die perfekte Inversion der ST-Filterung verschiedener Filter-Modul-Konfigurationen durchgeführt werden. Der Stimulus P1 unterlag dabei keinerlei Einschränkungen hinsichtlich seiner Auflösung, Struktur und Grauwerten. Der Vorteil der Matrix-Methode ist, dass die Berechnung der Inversen (zeitunkritisch) vor dem Trainingsvorgang durchgeführt werden kann und während des Trainings nur eine einzige Matrix-Vektor Multiplikation pro EA-Vorschlag durchgeführt werden muss.

Die Rekonstruktion des Eingangsstimulus misslang, wenn:

- die sich ergebende ST-Filtermatrix singulär war
- die Kondition der ST-Filtermatrix groß war und gleichzeitig eine Störung des Filterresultats vorlag

So zeigte sich, dass bereits die Änderung eines einzigen ST-Filters bei einer schlecht konditionierten Filtermatrix zu gravierenden Rekonstruktionsfehlern führt.

Weiterhin wurde festgestellt, dass die Kondition der Filtermatrix sowohl starke Abhängigkeiten von der Filtertopologie und Filtergewichten als auch von der Anzahl der Filterstützstellen zeigt. Ebenfalls konnte gezeigt werden, dass homogene Verteilungen von ST-Filtern mit antagonistischen RF-Topologien und einem Delay der inhibitorischen temporalen Filterung zu vergleichsweise gut konditionierten Filtermatrizen führen.

Automatische Lerntests mit Matrix-Methode

Unter Verwendung der Matrix-Methode wurden anschließend automatische Lerntests der Filterzuordnung des Filter Moduls mit dem 3-aus-6-EA-Verfahren durchgeführt. Dazu wurde die Lernkurve einer gut-konditionierten FM-Konfiguration mit den Verläufen schlecht-konditionierter ST-Filtermatrizen verglichen, wobei diese durch Entfernen einer unterschiedlichen Anzahl von Stützstellen aus der ursprünglichen FM-Konfiguration erstellt wurden. Der Vergleich zeigte, dass die Entfernung weniger Stützstellen schon das erfolgreiche Lernen der Filterzuordnung unmöglich macht.

Um den Retina-Encoder-Lernvorgang bei schlecht-konditionierten Filtermatrizen zu ermöglichen, wurden verschiedene Regularisierungsverfahren, die beispielsweise in der Geophysik Anwendung finden, auf die Retina-Encoder-Problematik angepasst und implementiert. Die Eignung der verschiedenen Regularisierungsverfahren wurde exemplarisch an schlecht konditionierten ST-Filtermatrizen, die durch Entfernen von Stützstellen erzeugt wurden, untersucht. Dazu wurden unter Verwendung der verschiedenen Regularisierungsmethoden evolutionäre Trainingsläufe mit mathematischer Antwortbewertung durchgeführt und miteinander verglichen.

Truncated SVD - Beim Einsatz der abgeschnittenen Singulärwertzerlegung konnte eine Verbesserung des Trainingsverlaufs gegenüber der unregularisierten Methode beobachtet werden. Nachteilig an dem Verfahren ist jedoch, dass für jede ST-Filterkonfiguration zunächst der optimale Regularisierungsparameter bestimmt werden muss. Von Vorteil ist, dass die regularisierende Matrix jeweils vor dem Training berechnet werden kann, was während des Trainings zu einem schnellen Inversionsverlauf führt.

Tikhonov Regularisierung - Die Tikhonov-Regularisierung wurde erfolgreich implementiert. Für zwei Strafterme wurde das Verhalten der Tikhonov-Regularisierung im RE-Training mit automatischer Antwortbewertung untersucht. Der Strafterm $\Omega(\mathbf{f}) = \|D_2 \mathbf{f}\|^2$ zeigte dabei ein deutlich besseres Verhalten im Lernvorgang als der Strafterm $\Omega(\mathbf{f}) = \|\mathbf{f}\|^2$. Für einen Einsatz des Verfahrens im RE-Training mit normalsichtigen Versuchspersonen war die Trainingsgeschwindigkeit jedoch zu klein.

Landweber-Verfahren - Das Landweber-Verfahren konnte ebenfalls erfolgreich implementiert werden. Ein Nachteil für den Einsatz mit Normalsichtigen ist dabei die lange Berechnungsdauer (etwa 14 s) der Inversen bei einer Auflösung von 16×16 Hexagonen. Im schlecht-konditionierten Fall brachte das Verfahren eine leichte Verbesserung des Trainingsverlaufs im Vergleich zum unregularisierten Ansatz (normale SVD). Ein Problem ist dabei die Bestimmung des optimalen Abbruchzeitpunkts der Iteration, da das Verfahren bei schlecht konditionierten Abbildungen und falschen Filterzuordnungen divergiert. Ein Abbruch bei Anstieg des Filterfehlers durchzuführen ist nur bei bekanntem Stimulus möglich. Eine realistischere Verfahren wäre der Einsatz des Morozov'sche Diskrepanzprinzips oder des L-Kurven Verfahrens. Dies wurde nicht untersucht, da das Landweber-Verfahren im Trainingseinsatz zu langsam war und deutlich schlechter als andere Regularisierungsverfahren abschneidet.

CG-Verfahren - Das CG-Verfahren zeigte in etwa dasselbe Verhalten im RE-Training mit automatischer Antwortbewertung wie das Landweber-Verfahren. Auch hier ist die Rekonstruktionszeit

für einen Einsatz bei normalsichtigen Versuchspersonen zu hoch. Schwierig ist auch die Bestimmung des optimalen Abbruchzeitpunktes der Iteration, da das Verfahren ebenfalls für schlecht konditionierte Abbildung und der Existenz von Filterfehlern divergiert. Hier gelten die gleichen Überlegungen wie beim Landweber-Verfahren. Das vorkonditionierte CG-Verfahren wurde nicht untersucht, da dies eine weitere Zunahme der Rekonstruktionszeit bedeutet hätte.

Konditionsverbesserung durch SME Einsatz - Die Verwendung von Zusatzinformation, die durch den Einsatz künstlicher Augenbewegungen generiert wurde, konnte den Lernvorgang erfolgreich stabilisieren. Die Kondition der Filtermatrix konnte um den Faktor 200 erniedrigt werden. Im Unterschied zum unregularisierten Verfahren erkennt man eine deutliche Verbesserung der Filterübereinstimmung.

Das Verfahren ist prinzipiell auch auf mehr als zwei SME erweiterbar. Der Einbau der Zusatzinformation bewirkt eine Reduktion der Filtermatrixkondition. Um allerdings ein stabiles evolutionäres Trainingsverfahren durchführen zu können, muss die Reduktion aber derart groß sein, dass die Kondition auf einen niedrigen Wert (<100) reduziert wird. Dies ist eine recht große Einschränkung des Problemraums in dem das Verfahren Vorteile bringt.

Fazit der Matrix-Methode

Die Matrix-Methode bietet die Möglichkeit, eine perfekte Inversion eines Filterresultats bei bekannter FM-Konfiguration durchzuführen. Weiterhin lassen sich direkt aus der Betrachtung der Filtermatrix Rückschlüsse über Nullräume und die Kondition der Abbildung ableiten. Für die Inversion gestörter Filterausgangswerte versagt die reine Matrix-Methode, wenn die Kondition schon vergleichsweise kleine Werte von 1000 aufweist.

Es konnte erfolgreich gezeigt werden, dass verschiedene Regularisierungsverfahren die Inversion unter Störungen stabilisieren können und so zu einer Verbesserung des evolutionären Lernvorgangs beitragen können. Die Stabilisierung muss allerdings bei manchen Verfahren, wie z.B. bei der TSVD dadurch erkauft werden, dass eine perfekte Inversion im ungestörten Fall nicht mehr gegeben ist. Dieser Restfehler ist somit dem Restfehler ähnlich, der beim Einsatz neuronaler Netze für die Inversion auftritt.

Die minimalen Filterfehler, die mit den verschiedenen Regularisierungsverfahren im GA-Einsatz mit automatischer Antwortbewertung erreicht werden konnten, lagen nach 500 Generationen noch sehr hoch, so dass ein Einsatz bei normalsichtigen Versuchspersonen als nicht sinnvoll erachtet wurde. Hier wären weitere Untersuchungen nötig, ob beispielsweise das PST-Verfahren weitere Fortschritte bringen würde.

Eine Vereinfachung des Lernvorgangs durch Reduktion des Suchraums ist nicht ohne Weiteres möglich. Denn eine Verkleinerung der Filterzahl bei konstant gehaltener Hexagongittergröße führt zu einer starken Zunahme der Kondition. Eine Verkleinerung der Filterzahl bei gleichzeitiger Verkleinerung des Hexagongitters ist nicht erwünscht, da sonst der Stimulusaufnahmebereich (Sichtbereich) abnimmt. Hinsichtlich des Einsatzes bei großen Hexagon-Arrays eignet sich die Matrix-Methode nur bedingt, da sie zu extrem großen Filtermatrizen führt. Die Berücksichtigung nichtlinearer Effekte bei der ST-Filterung (statische Nichtlinearität) ist im Rahmen der Matrix-Methode nicht einfach umsetzbar.

Im Vergleich mit einem Neuronalen-Netz-(NN)-basierten Inversionsverfahren von Walther [Wal98] und Becker [Bec99] bietet die Matrix-Methode die Möglichkeit der perfekten Inversion der ST-Filterung.

Ein weiterer Unterschied ist, dass sie ein rein analytisches Verfahren, die Matrizenarithmetik, verwendet. Ob das Zentrale Sehsystem derart mechanistisch arbeitet ist unwahrscheinlich. Allerdings gibt es Forschungsergebnisse, die belegen, dass beispielsweise die neuronale Informationsverarbeitung im Rahmen des Vestibulo-Ocularen-Reflexes durch Matrizen- bzw. Tensoroperationen dargestellt werden kann [Rob82, Pel85].

Des Weiteren wird kein Lernen benötigt. Der Lernphase entspricht die Berechnung der Pseudoinversen. Die Matrix-Methode ist ein globales Inversionsverfahren, dass die retinotopie Informationsverarbeitung in großen Teilen des visuellen Systems unberücksichtigt lässt. Der NN-Inverter

von Becker nutzt diesen Umstand hingegen aus und berücksichtigt für die Inversion eines Bereichs nur die Filterresultate der Umgebung, wodurch er eher lokale Inversionseigenschaften besitzt.

6.2.2 Entscheidungsbaum-Methode

Im Gegensatz zur Matrix-Methode setzt die Entscheidungsbaum-Methode Erkenntnisse über die Informationsverarbeitung im Sehsystem für die Inversion der ST-Filterung ein. Zur Initialisierung ist eine Lernphase notwendig, in der jeder Eingangskanal des Inverter Moduls die Melodievielfalt des mit diesem Kanal verbundenen ST-Filters und die zugehörigen RF-Belegungen lernt. Den Ausgangspunkt für das Verfahren bildet die Erkenntnis, dass die Inversion des gesamten Filterergebnisses durch lokale Betrachtungen der einzelnen Filtermelodien erfolgen kann. Dazu werden diese auf Ein- und Mehrdeutigkeiten hin untersucht und daraus Schlüsse hinsichtlich der RF-Belegung der einzelnen ST-Filter gezogen. In einem iterativ arbeitenden Entscheidungsbaum führt die Auswertung der Filtermelodien zur kompletten Inversion.

Es konnte gezeigt werden, dass das Verfahren für verschiedene Basic-Tiling-Konfigurationen, Hexagongittergrößen und unterschiedliche Muster eine perfekte Inversion der ST-Filterung liefert.

Die Entscheidungsbaum-Methode hat mehrere Einschränkungen:

- Sie arbeitet nur mit schwarz-weißen Mustern.
- Für Kenntlichmachung nichtaufgelöster Hexagone existiert keine wahrnehmungspsychologisch sinnvolle Methode.
- Es ist von vorne herein nicht ersichtlich, ob ein Filter-Tiling invertierbar ist.
- Da SMEs aufgerufen werden können, ist die Laufzeit des Verfahrens abhängig von Filter-Tiling und Eingabemuster.
- Für die Invertierbarkeit des Basic-Tilings (F1,F2,F3) wird beispielsweise ein Rand mit bekannten Hexagonen um das Eingabefeld benötigt, was physiologisch unrealistisch ist.
- Die Entscheidungsbaumregeln müssen vorgegeben werden.

Die Vorteile der Entscheidungsbaum-Methode sind:

- Der Inversionsprozess benötigt nur die Unterscheidbarkeit der ST-Filterantworten, was bedeutet, dass auch große FIR-Filterordnungen oder nicht-lineare Filteroperationen zulässig sind.
- Es ist eine parallele Berechnung möglich.
- Sie benötigt im Vergleich zur Matrix-Methode deutlich weniger Filterstützstellen und zeigt eine höhere Stabilität beim Entfernen von Filterstützstellen.
- Es besteht eine einfache Möglichkeit, *Simulated Miniature Eye Movements* aufzurufen und die generierte Information in den Auflösungsprozess einzubauen.

Es ist zu vermuten, dass durch die Möglichkeit ohne Beschränkung SMEs aufzurufen, die Inversion jeder ST-Filterung möglich ist und außerdem auch auf den Rand mit bekannten Hexagonen verzichtet werden kann.

Diese Vermutung wäre in zukünftigen Entwicklungen zu überprüfen. Weiterhin wäre zu untersuchen, inwieweit mehr Graustufen im Verfahren berücksichtigt werden können. Die Hinzunahme zusätzlicher Graustufen erhöht die Zahl der von einem ST-Filter generierbaren Melodien enorm (z.B. $Z_{C_n P_m} = 3^{m+n}$ bei 3 Graustufen).

Weitere offene Entwicklungspunkte sind der Einbau der Entscheidungsbaum-Methode sowie der Simulated-Miniature-Eye-Movement-Funktionalität in ein echtzeitfähiges Retina-Encoder-System. Zu untersuchen wäre auch, inwiefern es möglich ist, die Entscheidungsregeln des Decision Trees als

auch die auf einem Kanal möglichen Filtermelodie z.B. mit Hilfe von Neuronalen Netzen vollständig lernen zu lassen. In der Arbeit von Sachs [Sac07] wurden erste Schritte eines Inverters auf Basis Neuronaler Netze gemacht. Diese bekamen als Eingangswerte nicht die temporalen Ausgangsdaten des FM, sondern kodierte Melodienummern einer Zahl von ST-Filtern einer *Inverterfliese*. Dies reduzierte die Zahl der notwendigen Eingangsneurone. Eine weitere Vereinfachung konnte dadurch erzielt werden, dass nur eine feste Zahl orientierter Stimuli als Reize zur Verfügung standen, so dass das Netz recht erfolgreich die Inversion für einige feste Filter-Tilings durchführen konnte.

Die Zahl der nötigen Inversionsschritte bei der Entscheidungsbaum-Methode waren gering, wenn die Muster geringe Komplexität aufwiesen. Der Grund dafür lag im Vorhandensein vieler eineindeutiger Full-Codes, die eine direkte Auflösung der RF-Belegung ermöglichten. In diesen Fällen war es meistens nicht nötig *Simulated Miniature Eye Movements* aufzurufen, um einen ins Stocken geratenen Auflösungsprozess zu unterstützen.

Fazit Entscheidungsbaum-Methode

Die Entscheidungsbaum-Methode ermöglicht die perfekte Inversion der spatio-temporalen Filterung für zuvor auf Inversionsfähigkeit getestete FM-Konfigurationen. Sie geht dabei von physiologisch plausiblen Voraussetzungen aus. Sie erweist sich im Vergleich mit der Matrix-Methode als deutlich stabiler gegen Störungen. Mit der Entscheidungsbaum-Methode war es möglich sehr schlecht konditionierte ST-Abbildungen (wie z.B. die durch das Basic-Tiling F1F2F3 erzeugte Abbildung) zu invertieren. Weiterhin konnte dieser Inversionsprozess auch beim automatischen RE-Lernen erfolgreich eingesetzt werden. Aus diesem Grunde konnte ein Inverter Modul auf Grundlage der Entscheidungsbaum-Methode für Tests des wahrnehmungsbasierten Dialogverfahrens mit normalsichtigen Versuchspersonen eingesetzt werden.

Ein offener Punkt dabei ist, wie unaufgelöste Hexagone dargestellt werden sollten. Die Fragestellung „Was sehen Blinde?“ ist eng damit verknüpft. David Hubel beschreibt in seiner Monographie *Eye, Brain, and Vision* [Hub88] den Verlust von Gesichtsfeldbereichen während seiner hin und wieder auftretenden Migräneattacken, „*dass man nicht weiße, graue oder schwarze Flächen sieht, sondern dass man einfach nichts sieht*“. Man kann Skotome im Gesichtsfeld, wie z.B. den Blinden Fleck, nicht wahrnehmen, es sei denn, man führt einen diesbezüglichen Test aus. Das Zentrale Sehsystem hat die Fähigkeit, fehlende Gesichtsfeldbereiche sinnvoll zu ergänzen. Auf den Inversionsprozess mit Entscheidungsbaum übertragen würde dies bedeuten, dass der Wert unbekannter Hexagone evtl. durch Mittelwertbildung der Umgebung bestimmt werden könnte.

6.2.3 Simulated Miniature Eye Movements

Ausgehend von physiologischen Erkenntnissen über Miniaturaugenbewegungen während der Fixationsphase wurde in der RE*-Umgebung erfolgreich ein Mechanismus implementiert, der es ermöglicht, künstliche *Miniature Eye Movements* zu generieren, die eine Relativbewegung zwischen Stimulus und Filterarray verursachen. Auf diese Weise war es möglich, zusätzliche ST-Filterausgangsinformation zu erzeugen, welche die verschiedenen Invertersysteme in ihrer Inversionsaufgabe unterstützen konnte. Die Möglichkeit der Erzeugung und Ausnutzung von SMEs ist im Vergleich zu früheren Retina-Encoder-Entwicklungen eine Neuerung.

Im Rahmen der Arbeit wurde nur mit fest vorgegebenen Augenbewegungsvektoren gearbeitet. Diese konnten vor Beginn des Inverterbetriebs festgelegt werden. Dem Inversionsprozess wurde außerdem, ähnlich einer Efferenzkopie, der Zeitpunkt und die Art des SMEs mitgeteilt. Für weitere Entwicklungen könnte man beispielsweise zufällige Augenbewegungen erzeugen und die Detektion von Zeitpunkt, Richtung und Amplitude dem Inverter überlassen, analog der von Murakami vorgeschlagen Theorie [MC01b]. Algorithmen zur Erkennung derartiger Zitterbewegungen existieren und werden bereits in Massenprodukten (Stabilisierung von Kamerabildern) eingesetzt (s. z.B. [ED00]).

Eine weitere Möglichkeit wäre es Stimulus-spezifische Augenbewegungen zu erzeugen, die beispielsweise hinsichtlich der schnellen Inversion eines Filterergebnisses optimiert sind. Diese Stimulus-spezifische SME-Erzeugung wäre nicht nur im Rahmen des RE*-Systems, sondern auch

für zukünftige Retina Implantate wichtig. In der Technik existieren bereits Systeme, bei denen Miniaturbewegungen der Kamera zur Auflösungsverbesserung eingesetzt werden (s. [HMBJ03]).

6.3 RE*-Lerndialog

Das im Rahmen des RE*-Systems eingesetzte Lerndialog-Verfahren setzt im Unterschied zu früheren Verfahren keine Evolutionären Strategien ein, sondern Genetische Algorithmen. Dies hat den Grund darin, dass bei RE* die Zuordnung vordefinierter Filterklassen zu den gegebenen Filterstützstellen gelernt werden muss, was im Prinzip ein kombinatorisches Problem ist. Das Genom der einzelnen Individuen der Population besteht aus den Nummern der Filterklassen der M ST-Filterstützstellen. Geht man von $Z = 10$ Filterklassen und einem 16×16 Hexagonraster mit Basic-Tiling aus ($M = 64$ Stützstellen), so ergibt sich die Dimension des Suchraums zu $Z^M = 10^{64}$.

Im Gegensatz dazu waren beim RE[#]-System vier Filterklassen sowie deren spatiale Zuordnung vorgegeben [Bec99]. Ein RE[#]-Genom bestand aus den 28 spatio-temporalen Filterparametern der 4 Ganglienzellklassen. Bei 28 Filterparametern und 40 Abstufungen pro Parameter ergibt sich die Dimension des Suchraums im RE[#]-Fall zu $40^{28} \approx 10^{45}$, was deutlich kleiner ist.

Das 3-aus-6 Lernverfahren konnte für das RE*-System erfolgreich implementiert werden. Außerdem wurden zwei mathematische Bewertungsmaße erstellt, die ein automatisches RE*-Training ermöglichen. Mit Hilfe der mathematischen Antwortbewertung wurden verschiedene Filterszenarien und Parametersätze des Genetischen Algorithmus untersucht.

Es stellte sich heraus, dass der Rekombinationsoperator wenig Einfluss auf die Konvergenzgeschwindigkeit hatte. Weiterhin hat eine geringe Mutationsrate (2%-5%) die besten Ergebnisse erzielt. Außerdem ergab sich, dass das Lernverfahren auch bei großen Hexagongittern und großen Filterpools eingesetzt werden kann. Eine Untersuchung mit verschiedenen Eingangsmustern ergab, dass einfache Muster im Training schnell zu guten Ergebnissen hinsichtlich des Hexagonfehlers führten. Allerdings verblieb der Filterfehler nach kurzer Zeit auf hohem Niveau. Anders war es hingegen bei komplexeren Mustern. Hier war ein deutlich besserer Lernfortschritt erkennbar.

Hinsichtlich des Einsatzes in einem wahrnehmungsbasierten Training mit einer normalsichtigen Versuchsperson konnte das Lernverfahren allerdings nicht überzeugen, da die Lerngeschwindigkeit zu gering war. Hier bestand die Überlegung, den psycho-physikalischen Vergleich von Eingangsmuster P1 und Inverterresultat P2 durch ein verbessertes automatisches Verfahren durchführen zu lassen. Zu diesem Zweck muss beispielweise ein Neuronales Netz (*Fitness-Orakel*) die Bewertungsmaßstäbe der Versuchsperson einige Zeit lang lernen. Anschließend kann es die Versuchsperson in der Trainingsschleife ersetzen, so dass hier eine Entlastung der VP vorgenommen werden könnte¹. Auf diese Weise ließen sich auch schlechter konvergierende Verfahren durch Erhöhung der Iterationszahl erfolgreich anwenden. Allerdings könnte dieses Verfahren zunächst nur für normalsichtige Versuchspersonen entwickelt werden, da keine Patienten mit Implantat zur Verfügung stehen. Außerdem ist eine einfache Übertragung des Ansatzes nicht möglich².

Aus diesem Grund wurde ein anderes Verfahren entwickelt, welches ermöglichte, Mutationen an vorgegebenen Stellen gezielt vornehmen zu können und so eine Beschleunigung des Encoder-Trainings erlaubte.

6.3.1 Position Sensitive Tuning

Das PST-Verfahren bietet die Möglichkeit, dass die normalsichtige Versuchsperson ortsspezifische Fehler im Inversionsergebnis für lokale Genom-Mutationen verwenden kann. Bei dieser Art der

¹Dieses Verfahren konnte von Wilks erfolgreich bei der Entwicklung eines Verfahrens zur Optimierung eines wahrnehmungsbasierten Lernalgorithmus für ein taktiles Kommunikationssystem eingesetzt werden [Wil07].

²Für eine normalsichtige VP würde das Inverter Modul mit einer anschließenden mathematischen Antwortbewertung in etwa diesem Fitnessorakel entsprechen. Für einen Implantatträger ist allerdings das Invertermodul nicht notwendig. Damit unterscheiden sich die beiden Szenarien grundlegend: Die Eingaben für ein Fitness-Orakel im Fall eines Implantatträgers wäre durch den RE-Ausgangsdatenstrom gegeben. Bei einer normalsichtigen Versuchsperson kann dies ebenfalls der Fall sein. Jedoch wird hier unbedingt ein Inverter Modul benötigt, so dass die Bewertung des Fitnessorakels von der RE-Einstellung als auch von den Eigenschaften des Inverter Moduls abhängen würden.

Mutation werden alle nicht im Mutationsradius liegenden Filterzuordnungen unverändert gelassen. Für den Einsatz des Verfahrens ist es nicht notwendig, dass wie in [Abbildung 5.47](#) unaufgelöste Hexagone durch den Inverter dargestellt werden. Diese können durchaus auch zufällig belegt sein.

Das Verfahren wurde mit mehreren normalsichtigen Versuchspersonen erfolgreich getestet und konnte den Lernprozess deutlich beschleunigen. In den verschiedenen Szenarien, die untersucht wurden, konnte in allen Fällen eine perfekte Rekonstruktion des Stimulus in angemessener Zeit erreicht werden. Der Filterfehler konnte ebenfalls deutlich reduziert werden. Er lag in zwei Fällen sogar im niedrigen Prozentbereich. Weiterhin ergab sich, dass für ein erfolgreiches PST-Verfahren komplexe Stimulismuster eingesetzt werden müssen.

Das Verfahren lässt sich prinzipiell mit allen Inverter-Modul-Varianten und auch mit dem Genetischen Algorithmus koppeln. Es ist auch möglich, den auf der Matrix-Methode basierenden Inverter zusammen mit dem PST-Verfahren zu verwenden. Dabei tritt das Problem auf, dass bei der Matrix-Methode Stimulus und Inverter-Resultat alle Frames verglichen werden sollten. Dies ist jedoch bei RE* ein recht umständliches Verfahren. Ein Echtzeitsystem würde hier von Vorteil sein.

Das PST-Verfahren stellt im Vergleich zu vorherigen Retina-Encoder-Trainingsumgebungen eine Neuerung dar. Diese boten bisher nicht die für PST nötige Voraussetzung, dass die Filterparameter an jeder Filterposition unabhängig von allen anderen geändert werden konnten.

In der momentanen Implementation stellt die VP den Mutationsradius nach ihrem Belieben ein. Eine Möglichkeit, das PST-Verfahren zu verbessern, bestünde darin, die zu mutierenden ST-Filter nicht mittels des Radius zu bestimmen, sondern indem untersucht wird, ob der Feedbackpunkt in ihrem RF-Bereich liegt.

Das Position Sensitive Tuning kann nur mit Hilfe eines ortsspezifischen Feedback-Signals der Versuchsperson durchgeführt werden. Im Falle der normalsichtigen VP kann dieses Signal mit der Maus gegeben werden. Mauszeiger und Inverterbild sind gleichzeitig auf einem Bildschirm sichtbar. Die Übertragung des Verfahrens auf ein Retina-Encoder-Trainingsystem mit blinden Implantatträgern ist in diesem Fall nicht ohne Weiteres machbar. Im Folgenden sollen kurz zwei Möglichkeiten diskutiert werden, die ein lokales Feedback und so eine gerichtete Mutation erlauben.

Einsatzmöglichkeiten des PST-Verfahrens bei Blinden

Die erste Möglichkeit, eine Rückmeldung bzgl. der ortsspezifischen Inverterbildqualität zu geben, ist, dafür ein Touchpad oder ein anderes geeignetes haptisches System zu verwenden. Dafür muss die Fläche des Touchpads dem möglichen Sichtbereich entsprechen und der Blinde sich der topologischen Zuordnung zwischen seinem Wahrnehmungsraum und der Touchpadfläche bewusst sein. Falls nur eine grobe Positionierung im Sichtbereich gewünscht ist, genügen Angaben wie "rechts oben", "links Mitte", usw..

Für eine genauere Positionierung ist es unter Umständen nötig, den Feedbackpunkt visuell wahrnehmen zu können. Dies kann dadurch realisiert werden, dass mit der der Feedbackposition am nächsten gelegenen Elektrode ein Ganglienzell-unspezifischer Reiz appliziert wird. Durch einen solchen Reiz können die temporalen Eigenschaften der retinalen Ganglienzellen ausgeblendet werden, so dass nur der Ort des Reizes wahrgenommen werden kann. Eine sinnvolle Wahl ist beispielsweise ein visueller Reiz mit einer temporalen Frequenz im Bereich von 5 – 10 Hz. Nach physiologischen Untersuchungen [[LPSK94](#)] von retinalen Ganglienzellen ist in diesem Bereich mit Reizantworten von allen Zelltypen zu rechnen (s. auch [[Wal98](#)]).

Im Rahmen des RE*-Melodienformalismus wäre eine Entsprechung darin zu sehen, dass man an der spezifischen ST-Filter-Position sequentiell mit allen Melodien stimuliert, wobei beispielsweise das Zentrum als belegt und die Peripherie als unbelegt (C1P0) zu kodieren ist. Da diese Melodien von allen Filtertypen stammen, muss die vom visuellen System erwartete Melodie eingeschlossen gewesen sein. Aufgrund der Eindeutigkeit sollte sie somit auch in einen Perzept umgesetzt werden können.

6.3.2 Fazit

Es konnte erfolgreich gezeigt werden, dass die im Rahmen des RE*-Systems entwickelten wahrnehmungsbasierten Dialogverfahren im Einsatz mit normalsichtigen Versuchspersonen zur Einstellung der ST-Filterparameter des adaptiven Retina Encoders geeignet sind. In zukünftigen Entwicklungen wäre zu untersuchen, inwieweit das PST-Verfahren in einem echtzeitfähigen Retina-Encoder-System eingesetzt werden könnte.

Ein anderer Schritt wäre ein Verzicht auf vordefinierte Filterklassen. Dazu müssten alle ST-Filter durch einen Satz aus Filter-Parametern (z.B. 7 Parameter pro ST-Filter, mit je 40 möglichen Werten) beschrieben werden. Dies würde auf der einen Seite zwar den Suchraum deutlich vergrößern. Allerdings würde das PST-Verfahren auf der anderen Seite ebenfalls zu einem lokalen Training eingesetzt werden können, so dass evtl. eine erfolgreiche Konvergenz möglich ist. Für diese Änderung der Filterparametrisierung müsste auch das auf dem Entscheidungsbaum basierende Inverter Modul entsprechend angepasst werden.

Die durchgeführten Tests mit Versuchspersonen sind eher als exemplarisch anzusehen und dienen als Hinweis auf die Ergebnisse, die von zukünftigen und nach psycho-physikalischen Standards durchgeführten Untersuchungen zu erwarten wären.

6.4 Ausblick

6.4.1 Konsequenzen für die Entwicklung zukünftiger Retina-Implantat-Systeme

Aus den Ergebnissen der Entwicklung des RE*-Systems und der exemplarischen Tests der wahrnehmungsbasierten Dialogverfahren mit normalsichtigen Versuchspersonen lassen sich Schlussfolgerungen für die Entwicklung zukünftiger Retina Implantatsysteme ziehen.

Das menschliche Zentrale Sehsystem ist in seiner Komplexität noch überwiegend unverstanden. Dies ist für die Entwicklung von Sehprothesen eine große Hürde. Viele Forschungsergebnisse deuten darauf hin, dass das Sehsystem nach abgeschlossener Entwicklungsphase keine hohe Flexibilität mehr aufweist. Für ein Retina Implantat ist es daher notwendig, so flexibel und adaptiv wie möglich zu sein.

Im Rahmen der in dieser Arbeit durchgeführten Überlegungen zur Inversion mit einem Entscheidungsbaum erwartet das Sehsystem auf seinen Eingangskanälen die Reiztypen, die in seiner gemeinsamen Entwicklungsphase mit der Netzhaut festgelegt wurden. Im Falle des Einsatzes epiretinaler Sehprothesen ist es von grundlegender Wichtigkeit, dem Gehirn durch Stimulation der Ganglienzellen einen neuronalen Datenstrom zu liefern, der drei Voraussetzungen erfüllt:

- Ganglienzellen müssen zellspezifisch stimuliert werden, d.h. es dürfen nur Stimulationsmuster verwendet werden, die im Signalpool dieser Zelle vorkommen
- die gewünschte visuelle Perzeption muss eindeutig aus dem übermittelten Signal rekonstruierbar sein, d.h. es müssen genügend Ganglienzellen in die Stimulation einbezogen werden
- es dürfen keine Widersprüche in den über die einzelnen Kanäle übermittelten Informationen vorliegen

Es zeigte sich, dass der Auflösungsprozess im Entscheidungsbaumalgorithmus besonders schnell war, wenn Full-Codes vorlagen. Aus diesem Grund könnte es eine, das Sehsystem unterstützende Stimulationsart sein, wenn man versucht, überwiegend Full-Codes zur Stimulation zu verwenden.

Eine weitere Konsequenz des Entscheidungsbaummodells ist, dass dieser unbekannte Melodietypen eines Kanals ignoriert und nicht für den Inversionsprozess verwendet. Aus dieser Sichtweise wurde die Idee einer Multi-Ganglienzell-Stimulation entwickelt [NEB04, ENB04]. Dabei stimuliert eine großflächige Elektrode nacheinander die Ganglienzellen ihrer Umgebung sequentiell mit

für unterschiedliche Zellen spezifischen Impulsfolgen. Das Sehsystem ignoriert anschließend die falschen Signale auf den Ganglienzellenkanälen.

Ein weiterer wichtiger Punkt für zukünftige Retina-Implantat-Entwicklungen ist die Notwendigkeit der Erzeugung von künstlichen Miniature Eye Movements, die das Sehsystem bei der Erzeugung von Wahrnehmung unterstützen. Retina-Implantat-Systeme sollten diesen Umstand nutzen.

Es kann auch notwendig sein, andere Augenbewegungstypen mit einzubeziehen. Dies kann einerseits dadurch geschehen, dass man die Kamera beispielsweise in die Augenlinse einbaut und andererseits dadurch, dass ein Augenbewegungsmesssystem integriert wird, wie es vereinzelt schon durchgeführt wird [PVHB05]. So kann es auch nötig sein, bei bewegten Objekten eine Figur-Hintergrund-Trennung durch das Retina Implantat durchführen zu lassen und dem Implantat-Träger auf Wunsch das stabilisierte Objekt oder den Hintergrund zu präsentieren [BEN06, EBN04a]. Der Grund dafür ist, dass dem Zentralen Sehsystem durch ein Implantat mit wenigen Elektroden evtl. nicht genügend Information vorliegt, um diese Aufgabe allein durchführen zu können, wie es bei normalsichtigen Personen der Fall ist.

Im Hinblick auf die Ergebnisse des wahrnehmungsbasierten Dialogverfahrens ist zu vermerken, dass es nicht sinnvoll ist, ein Retina-Encoder-Training nur mit Muster niedriger Ortsfrequenzen durchzuführen, da diese mit Hilfe weniger Ganglienzellen rekonstruiert werden können. Falsch eingestellte ST-Filterparametersätze bleiben auf diese Art unverändert. Sinnvoller ist es, mit einfachen Mustern zu beginnen und die Komplexität der Stimuli im Laufe des Trainings zu erhöhen.

Anhang A

Mathematische Zusammenhänge

A.1 Lineare Abbildungen

Eine Abbildung zwischen zwei Vektorräumen $f : V \rightarrow W$ heißt linear, wenn gilt:

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) \quad \text{für bel. } x_1, x_2 \in V \quad (\text{A.1})$$

und

$$f(\lambda x) = \lambda f(x) \quad \text{für } x \in V \text{ und } \lambda \in \mathbb{R}$$

Dieses Prinzip lässt sich analog auf Operatoren eines Hilbertraums verallgemeinern.

Seien $f(x, y)$ und $g(x, y)$ beliebige Elemente eines Hilbertraumes \mathbb{H} . Ein Hilbertraumoperator \widehat{K} heißt linear, wenn gilt:

$$\widehat{K}(\alpha f, \beta g) = \alpha K(f) + \beta K(g) \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

A.2 Matrixnormen

Eine Norm auf $\mathbb{R}^{M \times N}$ ist eine Abbildung $\|\cdot\| : \mathbb{R}^{M \times N} \rightarrow \mathbb{R}$, die folgenden Bedingungen genügt:

1. $\|A\| \geq 0$ für $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ und es gilt $\|A\| = 0 \Leftrightarrow A = \mathbf{0}$ (Definitheit)
2. $\|A+B\| \leq \|A\| + \|B\|$ für $A, B \in \mathbb{R}^{M \times N}$ (Dreiecksungleichung)
3. $\|\alpha A\| = |\alpha| \cdot \|A\|$ für $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ und $\alpha \in \mathbb{R}$ (Homogenität)

Matrixnormen können durch Vektornormen induziert werden. Sei $\|\cdot\|_p$ eine Vektornorm mit $\|\cdot\|_p : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{n=1}^N |x_n|^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad \text{für } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$$

Dabei führen einige Werte für p auf bekannte Vektornormen (nach [Mey00]):

$$\begin{aligned}
p = 1 : \quad \|\mathbf{x}\|_1 &= \sum_{n=1}^N |x_n| && \text{(Betragssummennorm)} \\
p = 2 : \quad \|\mathbf{x}\|_2 &= \sqrt{\sum_{n=1}^N |x_n|^2} && \text{(Euklidische Norm)} \\
p = \infty : \quad \|\mathbf{x}\|_\infty &= \max_{1 \leq n \leq N} |x_n| && \text{(Maximumsnorm)}
\end{aligned}$$

Jede der p -Vektornormen $\|\cdot\|_p$ erzeugt eine Matrixnorm (induzierte Matrixnorm). Sei $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ eine Matrix, die folgende lineare Abbildung vermittelt: $A : X \rightarrow Y$ mit $X = \mathbb{R}^N$ und $Y = \mathbb{R}^M$. Die induzierte p -Matrixnorm ist dann gegeben durch:

$$\|A\|_p = \sup_{\mathbf{x} \in X/\{0\}} \frac{\|A\mathbf{x}\|_{Y,p}}{\|\mathbf{x}\|_{X,p}} = \sup_{\|\mathbf{x}\|_{X,p}=1} \|A\mathbf{x}\|_{Y,p}$$

Für $p=1$ ergibt sich die *Spaltensummennorm*:

$$\|A\|_1 = \max_n \sum_{m=1}^M |A_{nm}|$$

Für $p=2$ ergibt sich die bekannte *Spektralnorm*:

$$\|A\|_2 = \sup_{\|\mathbf{x}\|_2=1} \|A\mathbf{x}\|_2$$

Diese lässt sich berechnen mit Hilfe der Eigenwertzerlegung von $A^T A$. Es gilt:

$$\|A\|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}}$$

wobei λ_{\max} der betragsmäßig größte Eigenwert des Produkts $A^T A$ ist.

Für $p=\infty$ ergibt sich die *Zeilensummennorm*:

$$\|A\|_\infty = \max_m \sum_{n=1}^N |A_{nm}|$$

Eine nicht durch eine Vektornorm induzierte Matrixnorm ist beispielsweise die *Frobeniusnorm*:

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{m,n=1}^{M,N} |A_{nm}|^2} = \sqrt{\text{spur}(A^T A)}$$

Anhang B

Auflistung der temporalen Filterkoeffizienten

Filter-Nr.	a_0^C	a_1^C	a_2^C	a_3^C	a_0^P	a_1^P	a_2^P	a_3^P
F1	0.45	0.43	-0.23	-0.15	0.4	0.3	-0.3	-0.1
F2	0.45	0.43	-0.8	-1.8	1.0	2.0	-0.5	-0.5
F3	0.32	-0.32	-0.32	0.32	0.32	-0.32	-0.32	0.32
F4	0.2	-0.2	-0.2	-0.6	0.0	0.3	0.6	0.9
F5	1.0	1.0	0.5	0.1	1.0	-1.0	-1.0	0.5
F6	0.0	0.4	0.4	-0.4	1.0	0.33	0.33	0.33
F7	0.45	0.43	-0.23	-0.15	0.4	0.3	-0.3	-0.1
F8	2.0	1.0	0.0	1.0	1.0	0.0	-2.0	-2.0
F9	1.0	2.0	-2.0	-1.0	1.0	0.0	0.5	0.5
F10	-2.0	-1.0	-0.5	-0.5	-1.0	-0.1	-0.1	-0.4
F11	2.0	1.0	0.0	1.1	1.0	0.1	0.2	0.3
F12	2.0	2.0	1.0	-1.0	1.0	0.1	-0.1	-0.1
F13	0.5	-0.3	-0.3	0.1	0.0	0.4	-0.2	-0.1
F14	0.7	-0.6	0.5	-0.4	0.1	0.2	0.2	0.1
F15	0.2	0.4	-0.4	0.2	1.0	1.2	1.2	0.0
F16	1.0	1.0	0.5	0.5	0.5	0.6	0.7	-0.5
F17	0.25	0.5	0.75	1.0	0.2	0.2	0.4	-0.2
F18	0.4	0.8	-0.4	-0.2	-1.0	0.5	-0.25	1.5
F19	0.2	0.1	-0.1	-0.2	1.0	1.0	-0.5	-0.25
F20	0.3	0.3	0.3	1.0	1.0	0.5	-0.5	0.5

Für die Zuordnung der Filter-Nummern zur Filter-Topologie siehe [Abbildung 5.7](#).

Symbolverzeichnis

$\delta(x)$	Dirac'sche Delta-Distribution
δ_{ij}	Kronecker-Delta
$\eta(t)$	Rauschen
\hat{f}, \hat{g}	Fourier-Transformierte
\hat{Z}_{F1}	Zahl der unterscheidbaren Reizantworten des Filters F1
$\kappa(A), \text{cond}(A)$	Kondition der Matrix A
λ	Regularisierungsparameter
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
\mathbb{Z}	Menge der ganzen Zahlen
$\mathcal{D}(A)$	Definitionsbereich von A
$\mathcal{F}\{f(t)\}$	Fouriertransformation von $f(t)$
$\mathcal{F}^{-1}\{\hat{f}(\omega)\}$	Fourierrücktransformation von $\hat{f}(\omega)$
μ, λ	Zahl der Eltern bzw. Kinder bei EA
ω	Kreisfrequenz bzw. Parameter beim Landweber-Verfahren
Φ_f, Φ_n	Kovarianzmatrizen
σ_i	Singulärwerte
$A \otimes B$	Kroneckerprodukt der Matrizen A und B
A	Abbildungsmatrix
A^+	pseudoinverse Abbildungsmatrix
A^T	transponierte Abbildungsmatrix
A^{-1}	inverse Abbildungsmatrix
a_{ik}^C	temporale Gewichtung des Zentrums bei Filter i zum Zeitpunkt k
a_{ik}^P	temporale Gewichtung der Peripherie bei Filter i zum Zeitpunkt k
$D1, D2$	diskrete Differentialoperatoren
$f(t), g(t)$	kontinuierliche (Zeit-)Funktionen
g_i^C	spatiale Gewichtung des Zentrums bei Filter i

g_i^P	spatiale Gewichtung der Peripherie bei Filter i
$h(x, y)$	kontinuierlicher Filterkern
$h_{i,j}$	diskreter Filterkern
I	Einheitsmatrix
$J(\mathbf{f}), \Omega(\mathbf{f})$	Funktionale
K	FIR-Filterordnung
M, N, K, n, m	Dimensionszahlen
$P1$	spatio-temporaler Stimulus
$P2$	rekonstruierter Stimulus - Ausgang Inverter Modul
$rank(A)$	Rang der Matrix A
$S_{\mathbf{v}}$	Verschiebungsmatrix bei SME Einsatz
$sinc(x)$	Sinus cardinalis $\frac{\sin(x)}{x}$
T	Abtastintervall
t	Zeit
T_S	Zahl der Stimulusframes
U, Σ, V	Matrizen der Singulärwertzerlegung
X, Y	Mengen
Z_{Fi}	Zahl möglicher Reizzustände des ST-Filters F_i
F1	Abbildung durch Retina oder Retina Encoder
F2	Abbildung durch Zentrales Sehsystem
\mathbf{f}	Vektor des Stimulus
\mathbf{g}	Vektor des Filterresultats
out_{RE}	Resultatsvektor der RE-Abbildung
p_{in}	Eingangsvektor der RE-Abbildung
\mathbf{v}	SME-Verschiebungsvektor
A, B, \dots, F	SME-Verschiebungsrichtungen
$F1, F2, \dots$	ST-Filternummern

Tabellenverzeichnis

3.1	Einordnung von Problemstellungen in der Systemtheorie	26
3.2	Beispiele für Signale von unterschiedlicher Art und aus verschiedenen wissenschaftlichen Disziplinen	27
4.1	Eigenschaften der P-Zellen und M-Zellen	73
5.1	Abhängigkeit der Matrixdimension von Hexagongittergröße, Framezahl und Filterordnung	101
5.2	Abhängigkeit der Matrixkondition von der RF-Topologie bei verschiedenen Hexagongitterauflösungen	105
5.3	Abhängigkeit der Matrixkondition von FIR-Filter-Parametern bei verschiedenen Hexagongitterauflösungen und fester RF-Topologie	107

Abbildungsverzeichnis

2.1	Iglu Modell	5
2.2	Modell des visuellen Systems als Sequenz zweier Abbildungen	7
2.3	Informationverarbeitung einer retinalen Ganglienzelle	8
2.4	Aufbau des zentralen Sehsystems	9
2.5	Retina Implantat Gesamtsystem	11
2.6	Modell der visuellen Wahrnehmung bei Einsatz eines Retina Implantats	12
2.7	Retina Encoder System mit wahrnehmungsbasiertem RE Training durch einen Blinden	15
2.8	Fehlerkurve für den Inverter-Lernvorgang mit einem Evolutionären Algorithmus	16
2.9	Retina-Encoder-System mit wahrnehmungsbasiertem RE-Training durch eine normalsichtige Versuchsperson	17
2.10	Lernkurve des Retina-Encoder-Trainings mit normalsichtiger Versuchsperson	18
3.1	Darstellung einer Abbildung A von einer Struktur X auf eine Struktur Y	21
3.2	Bild und Kern einer Abbildung A	22
3.3	Auswirkungen stetiger und unstetigen Inverser Abbildungen	23
3.4	System A mit Eingangsfunktion $f(t)$ und Ausgangsfunktion $g(t)$	25
3.5	Prinzip der Echoortung in der Geophysik	28
3.6	Prinzip der Parallelstrahl Tomographie	29
3.7	Prinzipieller Aufbau für eine Ultraschall-Tomographie-Aufnahme	30
3.8	Beispiel einer diskreten, zweidimensionalen Faltung, sowie deren Umkehrung für die Fälle mit und ohne Rauschen.	31
3.9	Apertur-Problem und Herrmann-Gitter	33
3.10	Kanizsa Dreieck und Necker Würfel	34
3.11	Eindimensionales Abstasttheorem	37
3.12	Gaborfunktion	38
3.13	Kachelung der zweidimensionalen Ortsfrequenzebene mit Bandpassfiltern.	40
3.14	Tiefpass 1. Ordnung	42
3.15	Beispiel zum Nullraum	46
3.16	Gesamtfehler einer Rekonstruktion als Summe aus Datenfehler und Approximationsfehler	58
3.17	Retina Encoder Lernumgebung mit einem Neuronalen Netz als Inverter Modul.	64
3.18	Eingangsdaten des Neuronalen Netzes im Inverter Modul	64
4.1	Das menschliche Auge im Querschnitt	66
4.2	Aufbau der menschlichen Retina mit Reizantworten der verschiedenen Zelltypen	67
4.3	Dichte von Stäbchen, Zapfen und Ganglien-Zellen in der menschlichen Retina als eine Funktion der Exzentrizität entlang des horizontalen Meridians	68
4.4	Mosaik der Zapfenrezeptoren im Bereich der Fovea	69
4.5	Rezeptives Feld einer On-Zentrum-Ganglienzelle sowie ihr zeitliches Antwortverhalten für verschiedene Reize	70
4.6	<i>Difference-of-Gaussians</i> Funktion	70

4.7	RF-Modell einer fovealen P-On-Zelle, deren Zentrum nur mit einem Photorezeptor und deren Peripherie mit sechs Photorezeptoren verbunden ist	71
4.8	Abhängigkeit des Dendritenbaumdurchmessers retinaler P-Ganglienzellen von der Exzentrizität beim Menschen	72
4.9	Spatiale und temporale Filter-Eigenschaften retinaler P- und M-Zellen	73
4.10	Zur Mehrdeutigkeit der Antworten retinaler Ganglienzellen auf bestimmte visuelle Reiztypen	74
4.11	Fälle mit eindeutiger Zellantwort	74
4.12	Schema der Sehbahn	75
4.13	Schema des Primären Visuellen Kortex	76
4.14	Erzeugung eines orientierungssensitiven RFs einer Simple Cell	77
4.15	'Wo' und 'Was'-Pfade der visuellen Verarbeitung	78
4.16	Typen von Fixationsaugenbewegungen	81
4.17	Vergleich des Inversionsverhaltens bei verschiedenen Eingangsmustern als auch bei fehlerhaften Filterzuordnungen.	82
4.18	Modell der visuellen Wahrnehmung mit Miniature Eye Movements.	83
4.19	Darstellung der ST-Filter-internen Informationsverarbeitung	84
4.20	IIR-Filterstruktur	85
4.21	Struktur eines FIR-Filters	86
5.1	RE*-Programmarchitektur	88
5.2	Eingabefeld von RE*	89
5.3	RE* ST-Filter-Konfigurator	90
5.4	ST-Filter-interne Informationsverarbeitung am Beispiel eines C1P6-P-On-Filters.	91
5.5	Zusammenstellung verschiedener RF-Topologien mit meist antagonistischer Struktur.	93
5.6	Amplitudenspektrum und Sprungantworten für die FIR Filterkerne h_P und h_M	94
5.7	ST-Filter-Pool	95
5.8	Zufälliges Filter-Tiling und Basic-Tiling	96
5.9	Homogenes F1 Tiling und homo F1-mod4 Tiling.	97
5.10	Ausgabefenster des Filter Moduls mit erstem Frame des Filterresultats für den π -Stimulus.	98
5.11	Inverter Modul mit Rückkopplung zum Mustereingang, um Simulierte Miniature Eyemovements (SME) aufzurufen.	99
5.12	Vergleich des Inversionsverhaltens bei verschiedenen Eingangsmustern als auch bei fehlerhaften Filterzuordnungen.	100
5.13	Filtermatrix einer FM-Konstellation	102
5.14	Vergleich des Inversionsverhaltens bei verschiedenen Eingangsmustern als auch bei fehlerhaften Filterzuordnungen.	103
5.15	Vergleich des Inversionsverhaltens bei verschiedenen Eingangsmustern als auch bei fehlerhaften Filterzuordnungen.	104
5.16	Abhängigkeit der Kondition von Zentrumsgewicht und Verzögerung der Peripherie	106
5.17	Stabilitätstest der Inversion bei Veränderung der Abbildung F1	108
5.18	Vergleich des Inversionsverhaltens bei verschiedenen Eingangsmustern als auch bei fehlerhaften Filterzuordnungen.	109
5.19	Verlauf des Rekonstruktionsfehlers in Abhängigkeit vom Regularisierungsparameter λ	110
5.20	Vergleich des Inversionsverhaltens bei verschiedenen Eingangsmustern als auch bei fehlerhaften Filterzuordnungen.	111
5.21	RE-Training mit Tikhonov Regularisierung	112
5.22	Topologie und Gewichtung des spatialen Anteils des diskreten Differentialoperators D_2	113
5.23	Resultate Landweber-Verfahren	114
5.24	Resultate CG-Verfahren	116

5.25	Vergleich von Rekonstruktions- und Filterfehlerverlauf im Evolutionären Training mit und ohne Verwendung von SMEs.	118
5.26	Darstellung aller 14 durch einen C1P6-P-On ST-Filter unterscheidbaren Reizmuster und dessen jeweilige Antwort auf die verschiedenen Stimulusformen.	120
5.27	Gittermodel der Filter-Melodien	122
5.28	Darstellung der Inversionsschritte	125
5.29	Nichtentscheidbarer Endzustand des Entscheidungsbaumes	126
5.30	Flussdiagramm zum Ablauf des Rekonstruktionsprozesses mit Einbindung von SMEs	127
5.31	Inversionsverlauf mit π -Stimulus	129
5.32	ST-Filterung mit einem RF entlang eines Scanpfads	130
5.33	Abhängigkeit der Inversionsiteration von eingesetzten Filtertypen und von unterschiedlichen Hexagonauflösungen.	131
5.34	a) Sprünge im Auflösungsprozess; b) Verteilung der Iterationen bis zur vollständigen Auflösung	132
5.35	Vergleich des Inversionsverhaltens bei verschiedenen Eingangsmustern als auch bei fehlerhaften Filterzuordnungen.	133
5.36	Vergleich der Kodierungen der Individuen des EA bei RE [#] und RE*.	134
5.37	Schematische Darstellung des Zyklus eines Evolutionären Algorithmus	135
5.38	Rekombinationsoperatoren: One-Point-Crossover, Two-Point Crossover und Uniform Crossover	136
5.39	<i>Random Resetting</i> Mutationsoperator	137
5.40	Verlauf des Hexagon-und Filterfehlers während eines automatischen EA-Trainings bei Änderung der Mutationrate.	141
5.41	Verlauf des Hexagon-und Filterfehlers während eines automatischen EA-Trainings bei Änderung des Rekombinationsoperators.	142
5.42	Abhängigkeit des evolutinären Trainingsverlaufs vom Bewertungsmaß	143
5.43	Verlauf des Hexagon-und Filterfehlers während eines automatischen EA-Trainings für verschiedene Eingangsreize.	144
5.44	Vergleich des Einflusses der Hexagongittergröße auf den Lernvorgang bei mathematischer Antwortbewertung	145
5.45	Vergleich des Einflusses der Filterpoolgröße auf den Lernvorgang bei mathematischer Antwortbewertung	146
5.46	Typische RE*-Trainingskurven beim Einsatz einer normalsichtigen Versuchsperson	147
5.47	Position Sensitive Tuning	147
5.48	PST-Mutation aus Genom-Sicht	148
5.49	RE*-Trainingsumgebung mit Position-Sensitive-Tuning-Modul	149
5.50	Verlauf von Hexagon-und Filterfehler beim PST-Training mit normalsichtigen VP bei verschiedenen Eingangsmustern.	150
5.51	Verlauf von Hexagon-und Filterfehler bei PST-Training mit normalsichtigen VP bei verschiedenen Filter Tilings.	150
6.1	Schema der Informationsverarbeitung beim RE*-System mit den zwei Inverter Modul Ansätzen.	152

Literaturverzeichnis

- [AA01] AHISSAR, E. ; ARIELI, A.: Figuring Space by Time. In: *Neuron* 32 (2001), Nr. 2, S. 185–201 [81](#)
- [AH77] ANDREWS, H.C. ; HUNT, B.R.: *Digital Image Restoration (Prentice-Hall Signal Processing Series)*. Prentice Hall, 1977 [30](#), [50](#), [51](#), [62](#)
- [AJ93] AHUMADA JR, A.J.: Computational Image Quality Metrics: A Review. In: *Society for Information Display International Symposium, Digest of Technical Papers* 24 (1993), S. 305–308 [138](#)
- [AJT95] AHUMADA JR, A.J. ; TURANO, K.: Calibration of a visual system with receptor drop-out. In: *Exploratory Vision: The Active Eye, Springer-Verlag, New York* (1995), S. 157–168 [36](#)
- [AKP87] AHNELT, P.K. ; KOLB, H. ; PFLUG, R.: Identification of a subtype of cone photoreceptor, likely to be blue sensitive, in the human retina. In: *The Journal of Comparative Neurology* 255 (1987), Nr. 1, S. 18–34 [69](#)
- [AS81] ARNETT, D. ; SPRAKER, T.: Cross-correlation analysis of the maintained discharge of rabbit retinal ganglion cells. In: *J. Physiol.* 317 (1981), S. 29–47 [119](#)
- [Bar79] BARLOW, H.B.: Reconstructing the visual image in space and time. In: *Nature* 279 (1979), Nr. 5710, S. 189–90 [78](#)
- [Bar01] BARLOW, H.: Redundancy Reduction Revisited. In: *Network: Computation in Neural Systems* 12 (2001), Nr. 3, S. 241–253 [10](#)
- [BB48] BARDEEN, J. ; BRATTAIN, W.H.: The Transistor, A Semi-Conductor Triode. In: *Physical Review* 74 (1948), Nr. 2, S. 230–231 [1](#)
- [BB98] BERTERO, M. ; BOCCACCI, P.: *Introduction to Inverse Problems in Imaging*. Taylor and Francis, 1998 [46](#), [58](#)
- [BBE98a] BECKER, M. ; BRAUN, M. ; ECKMILLER, R.: Retina Encoder Inversion for Retina Implant Simulation. In: NIKLASSON, L. (Hrsg.) u. a.: *Proc. ICANN'98*. Springer, 1998, S. 791–796 [14](#), [16](#), [64](#)
- [BBE98b] BECKER, M. ; BRAUN, M. ; ECKMILLER, R.: Retina implant adjustment with reinforcement learning. In: *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP'98* 2 (1998) [14](#)
- [BC01] BRISCOE, A.D. ; CHITTKA, L.: The evolution of color vision in insects. In: *Annual Review of Entomology* 46 (2001), Nr. 1, S. 471–510 [6](#)
- [Bec99] BECKER, M.: *Lernverfahren für die wahrnehmungsbasierte Optimierung sensorischer Neuroimplantate*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Dissertation, 1999 [14](#), [16](#), [20](#), [134](#), [138](#), [139](#), [153](#), [154](#), [156](#), [159](#)

- [BEH99] BECKER, M. ; ECKMILLER, R. ; HÜNERMANN, R.: Psychophysical test of a tunable retina encoder for retina implants. In: *IJCNN '99, International Joint Conference on Neural Networks 1* (1999), S. 192–195 [14](#)
- [BEN03] BARUTH, O. ; ECKMILLER, R. ; NEUMANN, D.: Retina encoder tuning and data encryption for learning retina implants. In: *Proceedings of the Int. Joint Conf. on Neural Networks, IJCNN'03 2* (2003) [10](#), [14](#)
- [BEN05] BARUTH, O. ; ECKMILLER, R. ; NEUMANN, D.: Learning Retina Encoder RE*: Computer Implementation and Visual System Simulation. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2005), Nr. 46. – Abstr. 1512 [147](#)
- [BEN06] BARUTH, O. ; ECKMILLER, R. ; NEUMANN, D.: Implementation of figure-background separation in a learning retina implant. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2006), Nr. 47. – Abstr. 3199 [162](#)
- [BHE97] BECKER, M. ; HÜNERMANN, R. ; ECKMILLER, E.: System identification of a learning retina encoder for a retina implant. In: *Invest Ophthalmol & Vis Sci (Suppl.)* 38 (1997), S. 41 [35](#)
- [BHS91] BÄCK, T. ; HOFFMEISTER, F. ; SCHWEFEL, H.P.: A Survey of Evolutionary Strategies. In: *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms* (1991), S. 2–9 [138](#)
- [BK97] BENARDETE, E.A. ; KAPLAN, E.: The receptive field of the primate P retinal ganglion cell, I: Linear dynamics. In: *Visual Neurosci* 14 (1997), Nr. 1, S. 169–85 [6](#), [72](#)
- [BK99] BENARDETE, E.A. ; KAPLAN, E.: The dynamics of primate M retinal ganglion cells. In: *Visual Neuroscience* 16 (1999), Nr. 02, S. 355–368 [6](#), [72](#)
- [BN04] BAYERL, P. ; NEUMANN, H.: Disambiguating Visual Motion Through Contextual Feedback Modulation. In: *Neural Computation* 16 (2004), S. 2041–2066 [32](#)
- [BNE03] BARUTH, O. ; NEUMANN, D. ; ECKMILLER, R.: Pattern Encoding and Data Encryption in Learning Retina Implants. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2003), Nr. 44. – Abstr. 4195 [10](#), [14](#)
- [Bor07] BORBE, S.: *Entwicklung und Test einer wahrnehmungsbasierten Dialog-Umgebung zum Tuning eines Retina Encoders (RE-2)*, Institut für Informatik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007 [139](#)
- [BPT88] BERTERO, M. ; POGGIO, TA ; TORRE, V.: Ill-posed problems in early vision. In: *Proceedings of the IEEE* 76 (1988), Nr. 8, S. 869–889 [34](#)
- [Bra01] BRADLEY, D.: MT signals: better with time. In: *Nature Neuroscience* 4 (2001), S. 346–348 [32](#)
- [Bri95] BRIDGEMAN, B.: A review of the role of efference copy in sensory and oculomotor control systems. In: *Ann Biomed Eng* 23 (1995), Nr. 4, S. 409–22 [81](#)
- [BS93] BÄCK, T. ; SCHWEFEL, H.P.: An overview of evolutionary algorithms for parameter optimization. In: *Evolutionary Computation* 1 (1993), Nr. 1, S. 1–23 [135](#)
- [BWM97] BERRY, M.J. ; WARLAND, D.K. ; MEISTER, M.: The Structure and Precision of Retinal Spike Trains. In: *Proceedings of the National Academy of Science* 94 (1997), S. 5411–5416 [118](#)
- [CA90] CURCIO, C.A. ; ALLEN, K.A.: Topography of ganglion cells in human retina. In: *J. Comp. Neurol.* 300 (1990), S. 5–25 [68](#)

- [Cap04] CAPUTI, A.A.: Contributions of electric fish to the understanding of sensory processing by reafferent systems. In: *J. Physiol. Paris* 98 (2004), Nr. 1-3, S. 81–97 **27**
- [Car77] CARPENTER, R.H.S.: *Movements of the Eyes*. Pion, 1977 **80**
- [CC02] CHRETIEN, S. ; CORSET, F.: Least Squares Reconstruction of Binary Signals Using Eigenvalue Optimization. In: HÄRDLE, Wolfgang (Hrsg.) ; RÖNZ, Bernd (Hrsg.): *COMPSTAT 2002 - Proc. 15th Conf. in Computational Statistics*. Heidelberg : Physika Verlag, 2002, S. 419–424 **63**
- [Cha00] CHALMERS, D.J.: What is a neural correlate of consciousness? In: *Neural correlates of consciousness* (2000) **5**
- [CHM97] CARANDINI, M. ; HEEGER, D.J. ; MOVSHON, J.A.: Linearity and Normalization in Simple Cells of the Macaque Primary Visual Cortex. In: *Journal of Neuroscience* 17 (1997), Nr. 21, S. 8621–8644 **91**
- [CK03] CRICK, F. ; KOCH, C.: A framework for consciousness. In: *Nature Neuroscience* 6 (2003), Nr. 2, S. 119–126 **5**
- [CP96] COPPOLA, D. ; PURVES, D.: The extraordinarily rapid disappearance of entopic images. In: *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 93 (1996), Nr. 15, S. 8001–8004 **20, 80**
- [CP98] CHOW, A.Y. ; PEACHEY, N.S.: The Subretinal Microphotodiode Array Retinal Prosthesis. In: *Ophthalmic Research* 30 (1998), Nr. 3, S. 195–196 **11**
- [CSKH90] CURCIO, C.A. ; SLOAN, K.R. ; KALINA, R.E. ; HENDRICKSON, A.E.: Human photoreceptor topography. In: *J. Comp. Neurol.* 292 (1990), S. 497–523 **68**
- [Dac93] DACEY, D.M.: The mosaic of midget ganglion cells in the human retina. In: *J. Neurosci.* 13 (1993), Nr. 12, S. 5334–5355 **72**
- [Dau80] DAUGMAN, JG: Two-dimensional spectral analysis of cortical receptive field profiles. In: *Vision Res* 20 (1980), Nr. 10, S. 847–56 **37**
- [Dau92] DAUBECHIES, I.: *Ten lectures on wavelets*. Philadelphia, PA, USA : Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992 **36**
- [DB95] DRYJA, T.P. ; BERSON, E.L.: Retinitis Pigmentosa and allied diseases. In: *Invest. Ophthalm. and Vis. Sci.* 36 (1995), S. 1197–1200 **1**
- [Den91] DENNETT, D.: *Conscious Explained*. Penguin, 1991 **79**
- [DG52] DITCHBURN, R.W. ; GINSBORG, B.L.: Vision with a stabilized retinal image. In: *Nature* 170 (1952), Nr. 4314, S. 36–37 **20, 80**
- [DGOF99] DEANGELIS, G.C. ; GHOSE, G.M. ; OHZAWA, I. ; FREEMAN, R.D.: Functional Micro-Organization of Primary Visual Cortex: Receptive Field Analysis of Nearby Neurons. In: *Journal of Neuroscience* 19 (1999), Nr. 10, S. 4046–4064 **36**
- [DH02] DEUFLHARD, P. ; HOHMANN, A.: *Deufthard, Peter: Numerische Mathematik I, Eine algorithmisch orientierte Einführung*. de Gruyter, 2002 **56**
- [DM84] DUDGEON, D.E. ; MERSEREAU, R.M.: *Multidimensional Signal Processing*. 1984 **36**
- [DP92] DACEY, D.M. ; PETERSON, M.R.: Dendritic field size and morphology of midget and parasol ganglion cells of the human retina. In: *Proc. Natl. Acad. Sci.* 89 (1992), S. 9666–9670 **6**

- [DS52] DUFFIN, R.J. ; SCHAEFFER, A.C.: A Class of Nonharmonic Fourier Series. In: *Transactions of the American Mathematical Society* 72 (1952), Nr. 2, S. 341–366 **38**
- [E⁺94] ECKMILLER, R. u. a.: *Neurotechnologiereport Teil 1 - Machbarkeitsstudie und Leitprojektvorschläge: Retina Implant und Greif-Implantat*. Im Auftrag des Bundesministeriums für Forschung und Technologie, Bonn, 1994. – Universität Bonn **134**
- [EBH97] ECKMILLER, R. ; BECKER, M. ; HÜNERMANN, R.: Dialog concepts for learning retina encoders. In: *International Conference on Neural Networks, ICNN'97* 4 (1997) **14**
- [EBN04a] ECKMILLER, R. ; BARUTH, O. ; NEUMANN, D.: Figure-background separation during fixation and smooth pursuit with a learning retina implant. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2004), Nr. 47. – Abstr. 3196 **162**
- [EBN04b] ECKMILLER, R. ; BARUTH, O. ; NEUMANN, D.: *Method and device for decryption-secure transfer of data. (PCT WO 2004/021694), Patentanmeldung. 2004* **130**
- [EBN04c] ECKMILLER, R. ; BARUTH, O. ; NEUMANN, D.: Neural information processing efforts to restore vision in the blind. In: *Neural Information Processing* (2004), S. 10–18 **6**
- [EBN04d] ECKMILLER, R. ; BARUTH, O. ; NEUMANN, D.: *Verfahren und Vorrichtung zur dekryptions-sicheren Übertragung von Daten. (EP 1395040), Patentanmeldung. 2004* **130**
- [EBN05] ECKMILLER, R. ; BARUTH, O. ; NEUMANN, D.: Learning Retina Encoder RE*: Results From Dialog-Based Tuning in Humans With Normal Vision. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2005), Nr. 46. – Abstr. 5266 **147**
- [EBN06] ECKMILLER, R. ; BARUTH, O. ; NEUMANN, D.: On Human Factors for Interactive Man-Machine Vision: Requirements of the Neural Visual System to transform Objects into Percepts. In: *Neural Networks, 2006. IJCNN'06. International Joint Conference on* (2006), S. 307–311 **83**
- [Eck97] ECKMILLER, R.: Learning retina implants with epiretinal contacts. In: *Ophthalmic Res.* 29 (1997), Nr. 5, S. 281–9 **2**
- [Eck98] ECKMILLER, R.: Das EPI-RET Projekt: Retina Implants als lernfähige Sehprothese für Blinde mit Netzhautdegeneration. In: *Klinisches Monatsblatt Augenheilkunde* 212 (1998), Nr. 3, S. 1 **2, 11**
- [ECRSTW83] ENROTH-CUGELL, C. ; ROBSON, J.G. ; SCHWEITZER-TONG, D.E. ; WATSON, A.B.: Spatio-temporal interactions in cat retinal ganglion cells showing linear spatial summation. In: *J. Physiol.* 341 (1983), Nr. 1, S. 279–307 **6, 70**
- [ED00] ERTURK, S. ; DENNIS, TJ: Image sequence stabilisation based on DFT filtering. In: *Vision, Image and Signal Processing, IEE Proceedings-* 147 (2000), Nr. 2, S. 95–102 **158**
- [Ede02] EDELMAN, S.: Constraining the neural representation of the visual world. In: *Trends Cogn Sci* 6 (2002), Nr. 3, S. 125–131 **78**
- [Ede06] EDELMAN, S.: Mostly Harmless: Action in Perception by Alva Noë. In: *Artificial Life* 12 (2006), Nr. 1, S. 183–186 **78**
- [EGW97] ENGEL, S.A. ; GLOVER, G.H. ; WANDELL, B.A.: Retinotopic organization in human visual cortex and the spatial precision of functional MRI. In: *Cerebral Cortex* 7 (1997), S. 181–192 **119**

- [EHB99] ECKMILLER, R. ; HÜNERMANN, R. ; BECKER, M.: Exploration of a Dialog-Based Tunable Retina Encoder for Retina Implants. In: *Neurocomputing* 26-27 (1999), S. 1005–1011 [6](#), [11](#), [14](#)
- [ENB04] ECKMILLER, R. ; NEUMANN, D. ; BARUTH, O.: Specification of Single Ganglion Cell Stimulation Codes for Retina Implants. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2004), Nr. 45. – Abstr. 3401 [12](#), [161](#)
- [ENB05] ECKMILLER, R. ; NEUMANN, D. ; BARUTH, O.: Tunable retina encoders for retina implants: why and how. In: *J. Neural Eng. - Special Issue: The Eye and the Chip* 2 (2005), Nr. 1, S. 91–104 [2](#), [6](#), [7](#), [10](#), [12](#), [74](#), [96](#), [118](#)
- [ES03] EIBEN, A.E. ; SMITH, J.E.: *Introduction to Evolutionary Computing*. Springer, 2003 [136](#)
- [ESB07] ECKMILLER, R. ; SCHATTEN, R. ; BARUTH, O.: Portable Learning Retina Encoder RE-2 with Image Segment Tuning and Head Movement Control. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2007), Nr. 48. – E-Abstract 654 [14](#)
- [FBQ⁺00] FERRÁNDEZ, J.M. ; BONGARD, M. ; QUIRÓS, F. García de ; BOLEA, J.A. ; AMMERMÜLLER, J. ; NORMAN, R.A. ; FERNÁNDEZ, E.: Decoding the population responses of retinal ganglion cells using information theory. In: *Lecture Notes in Computer Science* (2000) [154](#)
- [Fie99] FIELD, D.J.: Wavelets, vision and the statistics of natural scenes. In: *Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 357 (1999), Nr. 1760, S. 2527–2542 [37](#)
- [Fis05] FISCHER, G.: *Lineare Algebra*. Vieweg, 2005 [21](#), [22](#)
- [FMA⁺87] FOX, P.T. ; MIEZIN, F.M. ; ALLMAN, J.M. ; VAN ESSEN, D.C. ; RAICHLÉ, M.E.: Retinotopic organization of human visual cortex mapped with positron-emission tomography. In: *Journal of Neuroscience* 7 (1987), Nr. 3, S. 913–922 [119](#)
- [FP81a] FAHLE, M. ; POGGIO, T.: Visual Hyperacuity: Spatiotemporal Interpolation in Human Vision. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences* 213 (1981), Nr. 1193, S. 451–477 [35](#)
- [FP81b] FODOR, J.A. ; PYLYSHYN, Z.W.: How direct is visual perception?: some reflections on Gibson's 'Ecological Approach'. In: *Cognition* 9 (1981), Nr. 2, S. 139–96 [83](#)
- [FPR⁺05] FERNANDEZ, E. ; PELAYO, F. ; ROMERO, S. ; BONGARD, M. ; MARIN, C. ; ALFARO, A. ; MERABET, L.: Development of a cortical visual neuroprosthesis for the blind: the relevance of neuroplasticity. In: *J Neural Eng* 2 (2005), Nr. 4, S. 1–12 [1](#), [11](#)
- [FVE91] FELLEMAN, D.J. ; VAN ESSEN, D.C.: Distributed Hierarchical Processing in the Primate Cerebral Cortex. In: *Cerebral Cortex* 1 (1991), Nr. 1, S. 1 [9](#)
- [Gab46] GABOR, D.: Theory of communication. J. Inst. In: *Electr. Eng* 93 (1946), S. 429–457 [36](#)
- [GBRA02] GRESCHNER, M. ; BONGARD, M. ; RUJAN, P. ; AMMERMÜLLER, J.: Retinal ganglion cell synchronization by fixational eye movements improves feature estimation. In: *Nature Neuroscience* 5 (2002), S. 341–347 [81](#)
- [Gei84] GEISLER, W.S.: Physical limits of acuity and hyperacuity. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 1 (1984), S. 775–782 [35](#)
- [Gib79] GIBSON, J.J.: The Ecological Approach to Vision. In: *Boston: The Houghton Mifflin Company* (1979) [83](#)

- [GJP95] GIROSI, F. ; JONES, M. ; POGGIO, T.: Regularization theory and neural networks architectures. In: *Neural Computation* 7 (1995), Nr. 2, S. 219–269 **64**
- [GL96] GOLUB, G.H. ; LOAN, C.F. V.: *Matrix Computations (Johns Hopkins Studies in Mathematical Sciences)(3rd Edition)*. The Johns Hopkins University Press, 1996 **53, 54, 55, 56, 60**
- [Gri96] GRIMES, J.: On the failure to detect changes in scenes across saccades. In: *Perception* 5 (1996), S. 89–110 **79**
- [Gro02] GROSS, C.G.: Genealogy of the „Grandmother Cell “. In: *The Neuroscientist* 8 (2002), Nr. 5, S. 512 **77**
- [Har38] HARTLINE, H.K.: The response of single optic nerve fibres of the vertebrate eye to illumination of the retina. In: *The Am. Journal of Physiology* 121(2) (1938), S. 400–415 **6, 68**
- [Hat03] HATFIELD, G.: Representation and constraints: the inverse problem and the structure of visual space. In: *Acta Psychologica* 114 (2003), Nr. 3, S. 355–378 **32**
- [Hau94] HAUSKE, G.: *Systemtheorie der visuellen Wahrnehmung*. Teubner, 1994 **6**
- [Hay96] HAYKIN, S.: *Adaptive filter theory*. Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, NJ, USA, 1996 **31**
- [Hay98] HAYKIN, S.: *Neural Networks: A Comprehensive Foundation (2nd Edition)*. Prentice Hall PTR Upper Saddle River, NJ, USA, 1998 **63, 64**
- [Hel52] HELMHOLTZ, H.L.F. von: Über die Theorie der zusammengesetzten Farben. In: *Ann. Phys. Leipzig* 887 (1852), S. 45–66 **66**
- [Hem02] HEMMEN, J.L. van: The Map in Your Head: How Does the Brain Represent the Outside World? In: *ChemPhysChem* 3 (2002), Nr. 3, S. 291–298 **5, 78**
- [Her70] HERMANN, L.: Eine Erscheinung simultanen Contrastes. In: *Pflügers Archiv European Journal of Physiology* 3 (1870), Nr. 1, S. 13–15 **33**
- [Hes93] HESS, W.: *Digitale Filter*. Teubner, 1993 **85, 86**
- [HJD⁺96] HUMAYUN, M.S. ; JUAN, E. de ; DAGNELIE, G. ; GREENBERG, R.J. ; PROPST, R.H. ; PHILLIPS, D.H.: Visual perception elicited by electrical stimulation of retina in blind humans. In: *Archives of Ophthalmology* 114 (1996), Nr. 1, S. 40–46 **2**
- [HKFW02] HENNIG, M.H. ; KERSCHER, N.J. ; FUNKE, K. ; WÖRGÖTTER, F.: Stochastic resonance in visual cortical neurons: does the eye-tremor actually improve visual acuity? In: *Neurocomputing* 44 (2002), Nr. 46, S. 115–121 **81**
- [HMBJ03] HONGLER, M.O. ; MENESES, Y.L. de ; BEYELER, A. ; JACOT, J.: The resonant retina: Exploiting vibration noise to optimally detect edges in an image. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 25 (2003), Nr. 9, S. 1051–1062 **81, 159**
- [HO93] HANSEN, P.C. ; OLEARY, D.P.: The Use of the L-Curve in the Regularization of Discrete Ill-Posed Problems. In: *SIAM Journal on Scientific Computing* 14 (1993), S. 1487 **62**
- [Hol02] HOLLIGER, K.: *Inversion von Messdaten*. http://e-collection.ethbib.ethz.ch/ecol-pool/lehr/lehr_24.pdf, 2002. – Skript zur Vorlesung: Modellierung und Inversionsverfahren in der Umweltp Physik und der Geophysik, Institut für Geophysik, ETH-Hönggerberg, Zürich, Schweiz **61**

- [Hor02] HORNIG, R.: *Theorie, Simulation und Mikroelektronische Realisierung zur selektiven Nervenzellstimulation für Retina-Implantate*. VDI-Verlag, 2002 [12](#), [13](#)
- [HP87] HAWKEN, MJ ; PARKER, AJ: Spatial Properties of Neurons in the Monkey Striate Cortex. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences* 231 (1987), Nr. 1263, S. 251–288 [36](#)
- [HPJ+94] HUMAYUN, M. ; PROPST, R. ; JUAN, E.Jr. de ; MCCORMICK, K. ; HICKINGBOTHAM, D.: Bipolar surface electrical stimulation of the vertebrate retina. In: *Arch. Ophthalmol.* 112 (1994), S. 110–116 [2](#)
- [Hub88] HUBEL, D.H.: *Eye, brain, and vision*. Scientific American Library, New York, 1988 [158](#)
- [Hün00] HÜNERMANN, R.: *Echtzeitfähiger Retina-Encoder mit individuell, in verschiedenen Parameterräumen einstellbaren spatiotemporalen Filtern*. VDI-Verlag, 2000 [11](#), [35](#), [84](#), [85](#), [86](#), [91](#), [153](#)
- [HW59] HUBEL, D.H. ; WIESEL, T.N.: Receptive fields of single neurons in the cat's striate Cortex. In: *J. Physiol.* 148 (1959), S. 574–591 [76](#)
- [HW62] HUBEL, D.H. ; WIESEL, T.N.: Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in the cat's visual cortex. In: *J. Physiol.* 160 (1962), S. 106–54 [36](#)
- [HW04] HENNIG, M.H. ; WÖRGÖTTER, F.: Eye micro-movements improve stimulus detection beyond the Nyquist limit in the peripheral retina. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* 16 (2004) [81](#)
- [IKN+98] ITTI, L. ; KOCH, C. ; NIEBUR, E. u. a.: A model of saliency-based visual attention for rapid scene analysis. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 20 (1998), Nr. 11, S. 1254–1259 [79](#)
- [Jän05] JÄNICH, K.: *Topologie*. Springer, 2005 [22](#)
- [JWF+03] JONES, B.W. ; WATT, C.B. ; FREDERICK, J.M. ; BAEHR, W. ; CHEN, C.K. ; LEVINE, E.M. ; MILAM, A.H. ; LAVAIL, M.M. ; MARC, R.E.: Retinal remodeling triggered by photoreceptor degenerations. In: *J. Comp. Neurol.* 464 (2003), Sep., S. 1–16 [13](#)
- [Kan79] KANIZSA, G.: *Organization in Vision: Essays on Gestalt Perception*. Praeger New York, 1979 [33](#)
- [Kat91] KATSAGGELOS, A.K.: Digital image restoration. In: *Springer Series in Information Science, Berlin: Springer, 1991, edited by Katsaggelos, Aggelos K.* (1991) [30](#)
- [KB01] KAPLAN, E. ; BENARDETE, E.: The dynamics of primate retinal ganglion cells. In: *Progress in Brain Research* 134 (2001), S. 17–34 [6](#), [72](#), [84](#)
- [KD90] KOENDERINK, J.J. ; DOORN, A.J. van: Receptive field families. In: *Biological Cybernetics* 63 (1990), Nr. 4, S. 291–297 [36](#)
- [KFK02] KREIMAN, G. ; FRIED, I. ; KOCH, C.: Single-neuron correlates of subjective vision in the human medial temporal lobe. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 99 (2002), Nr. 12, S. 8378 [78](#)
- [KMB82] KULIKOWSKI, J.J. ; MARČELJA, S. ; BISHOP, P.O.: Theory of spatial position and spatial frequency relations in the receptive fields of simple cells in the visual cortex. In: *Biological Cybernetics* 43 (1982), Nr. 3, S. 187–198 [36](#)
- [Koc04] KOCH, C.: *The Quest for Consciousness: A Neurobiological Approach*. Roberts & Co, 2004 [1](#), [5](#), [8](#), [75](#), [78](#)

- [KSJ00] KANDEL, E.R. ; SCHWARTZ, J.H. ; JESSELL, T.M.: *Principles of Neural Science*. 4. Auflage. McGraw Hill, 2000 68, 71, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 92
- [Kuf53] KUFFLER, S.W.: Discharge Patterns and Functional Organization of Mammalian Retina. In: *J. Neurophysiol.* 16 (1953), Nr. 1, S. 37–68 69
- [KV92] KOVACEVIC, J. ; VETTERLI, M.: Nonseparable multidimensional perfect reconstruction filter banks and wavelet bases for \mathbb{R}^N . In: *IEEE transactions on information theory* 38 (1992), Nr. 2, S. 533–555 36
- [LHC⁺06] LOVELL, N.H. ; HALLUM, L.E. ; CHEN, S.C. ; DOKOS, S. ; BYRNES-PRESTON, P. ; GREEN, R. ; POOLE-WARREN, L.A. ; LEHMANN, T. ; SUANING, G.J. ; AKAY, M. (Hrsg.): *Advances in retinal neuroprosthetics*. Wiley Press, 2006 1
- [LL98] LEOPOLD, D.A. ; LOGOTHETIS, N.K.: Microsaccades differentially modulate neural activity in the striate and extrastriate visual cortex. In: *Experimental Brain Research* 123 (1998), Nr. 3, S. 341–345 81
- [Lou01] LOUIS, A.K.: *Inverse und schlecht gestellte Probleme*. Stuttgart : Teubner Verlag, 2001 24, 57, 60, 61
- [LPSK94] LEE, B.B. ; POKORNY, J. ; SMITH, V.C. ; KREMERS, J.: Responses to pulses and sinusoids in macaque ganglion cells. In: *Vision Res* 34 (1994), Nr. 23, S. 3081–96 160
- [LWML02] LEOPOLD, D.A. ; WILKE, M. ; MAIER, A. ; LOGOTHETIS, N.K.: Stable perception of visually ambiguous patterns. In: *Nature Neuroscience* 5 (2002), Nr. 6, S. 605–609 34
- [Mac03] MACKAY, D.J.C.: *Information Theory, Inference and Learning Algorithms*. Cambridge University Pr., 2003 35, 81
- [Mal99a] MALLAT, S.G.: *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, 1999 36, 38, 39, 40
- [Mal99b] MALSBURG, C. von d.: The What and Why of Binding: The Modeler's Perspective. In: *Neuron* 24 (1999), Nr. 1, S. 95–104 78
- [Mar82] MARR, D.: *Vision*. Freeman New York, 1982 78
- [Mas83a] MASTRONARDE, D.N.: Correlated firing of cat retinal ganglion cells. I. Spontaneously active inputs to X-and Y-cells. In: *Journal of Neurophysiology* 49 (1983), Nr. 2, S. 303–324 119
- [Mas83b] MASTRONARDE, D.N.: Correlated firing of cat retinal ganglion cells. II. Responses of X-and Y-cells to single quantal events. In: *Journal of Neurophysiology* 49 (1983), Nr. 2, S. 325–349 119
- [Mas89] MASTRONARDE, D.N.: Correlated firing of retinal ganglion cells. In: *Trends Neuroscience* 12 (1989), Nr. 2, S. 75–80 119
- [Mas01] MASLAND, R.H.: The fundamental plan of the retina. In: *Nat Neurosci* 4 (2001), Nr. 9, S. 877–86 66
- [Mat74] MATIN, E.: Saccadic suppression: a review and an analysis. In: *Psychol Bull* 81 (1974), Nr. 12, S. 899–917 80
- [May01] MAYNARD, E.M.: Visual Prostheses. In: *Annual Review of Biomedical Engineering* 3 (2001), Nr. 1, S. 145–168 1

- [MC98] MURAKAMI, I. ; CAVANAGH, P.: A jitter after-effect reveals motion-based stabilization of vision. In: *Nature* 395 (1998), Nr. 6704, S. 798–801 **81**
- [MC01a] MEDEIROS, N.E. ; CURCIO, C.A.: Preservation of Ganglion Cell Layer Neurons in Age-Related Macular Degeneration. In: *Investigative Ophthalmology & Visual Science* 42 (2001), Nr. 3, S. 795–803 **2**
- [MC01b] MURAKAMI, I. ; CAVANAGH, P.: Visual jitter: evidence for visual-motion-based compensation of retinal slip due to small eye movements. In: *Vision Research* 41 (2001), Nr. 2 **81, 158**
- [MCMH04] MARTINEZ-CONDE, S. ; MACKNIK, S.L. ; HUBEL, D.H.: The role of fixational eye movements in visual perception. In: *Nature Reviews Neuroscience* 5 (2004), Nr. 3, S. 229–240 **80**
- [MCMTD06] MARTINEZ-CONDE, S. ; MACKNIK, S.L. ; TRONCOSO, X.G. ; DYAR, T.A.: Microsaccades Counteract Visual Fading during Fixation. In: *Neuron* 49 (2006), Nr. 2, S. 297–305 **20, 80**
- [Mey00] MEYER, C.D.: *Matrix analysis and applied linear algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, PA, USA, 2000 **163**
- [Mic] MICROSOFT: *MS Visual Studio 6*. <http://www.microsoft.com>, **87**
- [Mil89] MILDENBERGER, O.: *System-und Signaltheorie*. Vieweg, 1989 **85**
- [Mil03] MILLER, E.L.: *Fundamentals of Inverse Problems*. <http://www.ece.neu.edu/faculty/elmiller/eceg398f03/notes.pdf>, 2003. – Vorlesungsskript, Northeastern University, Boston, USA **29, 50**
- [MMW⁺02] MARGALIT, E. ; MAIA, M. ; WEILAND, J.D. ; GREENBERG, R.J. ; FUJI, G. G.Y.and T. G.Y.and Torres ; PIYATHAISERE, D.V. ; O’HEARN, T.M. ; LIU, W. ; LAZZI, G. ; DAGNELIE, G. ; SCRIBNER, D.A. ; DE JUAN, E., JR ; HUMAYUN, M.S.: Retinal Prosthesis for the Blind. In: *Surv. Ophthalmol.* 47 (2002), July-August, Nr. 4, S. 335–356 **1**
- [Mor68] MOROZOV, VA: The error principle in the solution of operational equations by the regularization method. In: *USSR Comput. Math. Math. Phys* 8 (1968), S. 63–87 **62**
- [MR81] MYERS, C.S. ; RABINER, L.R.: A comparative study of several dynamic time-warping algorithms for connected word recognition. In: *The Bell System Technical Journal* 60 (1981), Nr. 7, S. 1389–1409 **119**
- [MRA⁺05] MERABET, L.B. ; RIZZO, J.F. ; AMEDI, A. ; SOMERS, D.C. ; PASCUAL-LEONE, A.: What blindness can tell us about seeing again: merging neuroplasticity and neuroprostheses. In: *Nat. Rev. Neurosci.* 6 (2005), Nr. 1, S. 71–7 **13**
- [MS03] MOSS, C.F. ; SINHA, S.R.: Neurobiology of echolocation in bats. In: *Curr Opin Neurobiol* 13 (2003), Nr. 6, S. 751–8 **5, 27**
- [Nas87] NASHED, M.Z.: A new approach to classification and regularization of ill-posed operator equations. In: *Inverse and Ill-posed Problems* (1987), S. 53–75 **47**
- [Nat99] NATTERER, F.: Numerical Methods in Tomography. In: *Acta Numerica* 8 (1999), S. 107–141 **27**
- [NEB04] NEUMANN, D. ; ECKMILLER, R. ; BARUTH, O.: Specification of Multiple Ganglion Cell Stimulation Codes for Retina Implants. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2004), Nr. 45. – Abstr. 4195 **12, 161**

- [Noë06] NOË, A.: *Action in Perception*. MIT Press, 2006 77
- [Nor03] NORMAN, J.: Two visual systems and two theories of perception: An attempt to reconcile the constructivist and ecological approaches. In: *Behavioral and Brain Sciences* 25 (2003), Nr. 01, S. 73–96 83
- [NT04] NOË, A. ; THOMPSON, E.: Are there neural correlates of consciousness? In: *Journal of Consciousness Studies* 11 (2004), Nr. 1, S. 3–28 5
- [O+96] OLSHAUSEN, B.A. u. a.: Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images. In: *Nature* 381 (1996), Nr. 6583, S. 607–609 37
- [OF97] OLSHAUSEN, B.A. ; FIELD, D.J.: Sparse coding with an overcomplete basis set: A strategy employed by V1. In: *Vision Research* 37 (1997), Nr. 23, S. 3311–3325 10, 37, 78
- [OR92] OREGAN, J.K.: Solving the real mysteries of visual perception: The world as an outside memory. In: *Canadian Journal of Psychology* 46 (1992), Nr. 3, S. 461–488 33, 78, 79
- [OWSHN96] OPPENHEIM, Alan V. ; WILLSKY, Alan S. ; S. HAMID with ; NAWAB, S. H.: *Signals and Systems (2nd Edition)*. Prentice Hall, 1996 36
- [Oys99] OYSTER, C.W.: *The Human Eye: Structure and Function*. Sinauer, 1999 71
- [Pal99] PALMER, S.E.: *Vision Science: Photons to Phenomenology*. MIT Press, 1999 79
- [Pau07] PAUKEN, K.: *Entwicklung und Erprobung eines portablen Systems zur Verschlüsselten Datenübertragung durch spatiotemporale Filter mit biometrischem Zugangsschutz*, Institut für Informatik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007 121, 126
- [Pel85] PELLIONISZ, A.: Tensorial aspects of the multidimensional approach to the vestibulo-oculomotor reflex and gaze. In: *Rev Oculomot Res* 1 (1985), S. 281–96 156
- [Phi62] PHILLIPS, D. L.: A Technique for the Numerical Solution of Certain Integral Equations of the First Kind. In: *Journal of the ACM (JACM)* 9 (1962), Nr. 1, S. 84–97 25, 60
- [Piz01] PIZLO, Z.: Perception viewed as an inverse problem. In: *Vision Res* 41 (2001), Nr. 24, S. 3145–61 5, 33
- [Poh99] POHLHEIM, H.: *Evolutionäre Algorithmen*. Springer, 1999 135, 136, 139
- [Poz96] POZO, R.: *LAPACK++ v 1.1: High Performance Linear Algebra Users Guide*. <http://math.nist.gov/lapack++/>, 1996 153
- [PR83] POLLEN, D.A. ; RONNER, S.F.: Visual cortical neurons as localized spatial frequency filters. In: *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics* 13 (1983), S. 907–916 36
- [Pri61] PRITCHARD, R.M.: Stabilized images on the retina. In: *Sci Am* 204 (1961), S. 72–8 81
- [PT84] POGGIO, T. ; TORRE, V.: Ill-Posed Problems and Regularization Analysis in Early Vision. (1984) 34, 154

- [PTVF03] PRESS, W.H. ; TEUKOLSKY, S.A. ; VETTERLING, W.T. ; FLANNERY, B.P.: Numerical Recipes in C++: The Art of Scientific Computing. In: *Cambridge University Press*, 4 (2003), Nr. 9, S. 57 **99**, **104**
- [Pur01] PURVES, D.: Why we see things the way we do: evidence for a wholly empirical strategy of vision. In: *Philosophical Transactions: Biological Sciences* 356 (2001), Nr. 1407, S. 285–297 **33**
- [PVHB05] PALANKER, D. ; VANKOV, A. ; HUIE, P. ; BACCUS, S.: Design of a high-resolution optoelectronic retinal prosthesis. In: *J Neural Eng* 2 (2005), Nr. 1, S. S105–20 **162**
- [Rei02] REINHARDT, H.-J.: *Schlecht gestellte Probleme: Einführung und numerische Methoden*. <http://www.math.uni-siegen.de/numerik/notes/Skripte/scriptv02.pdf>, 2002. – Vorlesungsskript, Fachbereich Mathematik, Universität-Gesamthochschule Siegen **25**, **47**
- [Ren00] RENSINK, R.A.: On the Failure to Detect Changes in Scenes Across Brief Interruptions. In: *Visual Cognition* 7 (2000), Nr. 1, S. 127–145 **79**
- [RFB+05] RICHARD, G. ; FEUCHT, M. ; BORNFELD, N. ; LAUBE, T. ; RÖSSLER, G. ; VELIKAY-PAREL, M. ; HORNIG, R.: *Multicenter Study on Acute Electrical Stimulation of the Human Retina With an Epiretinal Implant: Clinical Results in 20 Patients*. 2005. – E-Abstract 1143 **2**
- [Rie03] RIEDER, A.: *Keine Probleme mit inversen Problemen. Eine Einführung in ihre stabile Lösung*. Vieweg, 2003 **24**, **27**, **28**, **30**, **41**, **47**, **57**, **58**, **59**, **62**
- [RIPS07] RUCCI, Michele ; IOVIN, Ramon ; POLETTI, Martina ; SANTINI, Fabrizio: Miniature eye movements enhance fine spatial detail. In: *Nature* 447 (2007), Nr. 7146, S. 852–855 **81**
- [RMGB01] ROSS, J. ; MORRONE, M. C. ; GOLDBERG, M. E. ; BURR, D. C.: Changes in visual perception at the time of saccades. In: *Trends Neurosci* 24 (2001), Nr. 2, S. 113–121 **35**
- [Rob82] ROBINSON, D.A.: The use of matrices in analyzing the three-dimensional behavior of the vestibulo-ocular reflex. In: *Biological Cybernetics* 46 (1982), Nr. 1, S. 53–66 **156**
- [Rod65] RODIECK, R.W.: Quantitative analysis of cat retinal ganglion cell response to visual stimuli. In: *Vision Res* 5 (1965), Nr. 11, S. 583–601 **70**
- [Rot96] ROTH, G.: *Das Gehirn und seine Wirklichkeit*. Suhrkamp, 1996 **1**
- [RR52] RIGGS, L.A. ; RATLIFF, F.: The effects of counteracting the normal movements of the eye. In: *J. Opt. Soc. Am.* 42 (1952), S. 872873 **20**
- [RS65] RODIECK, RW ; STONE, J.: Analysis of Receptive Fields in Cat Retinal Ganglion Cells. In: *Journal of Neurophysiology* 28 (1965), Nr. 5, S. 833–849 **70**
- [RT94] ROTH, G. ; TARANTOLA, A.: Neural networks and inversion of seismic data. In: *Journal of Geophysical Research* 99 (1994), Nr. B4, S. 6753–6768 **63**
- [Ruc06] RUCCI, Michele: Visual Encoding with Jittering Eyes. In: WEISS, Y. (Hrsg.) ; SCHÖLKOPF, B. (Hrsg.) ; PLATT, J. (Hrsg.): *Advances in Neural Information Processing Systems 18*. Cambridge, MA : MIT Press, 2006, S. 1137–1144 **81**

- [RWL⁺03] RIZZO, J.F. ; WYATT, J. ; LOEWENSTEIN, J. ; KELLY, S. ; SHIRE, D.: Perceptual Efficacy of Electrical Stimulation of Human Retina with a Microelectrode Array during Short-Term Surgical Trials. In: *Investigative Ophthalmology & Visual Science* 44 (2003), Nr. 12, S. 5362–5369 **2**
- [Sac07] SACHS, S.: *Entwicklung und Test eines Simulators des zentralen Sehsystems (Inverter Modul, IM) zur Abbildungs-Invertierung der Filterausgangssignale eines Retina Encoders (RE-2) für eine lernfähige Sehprothese*, Institut für Informatik, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 2007 **158**
- [Sal04] SALOMON, D.: *Data Compression: The Complete Reference*. Springer, 2004 **10**
- [SBH⁺92] STONE, J.L. ; BARLOW, W.E. ; HUMAYUN, M.S. ; DE JUAN, E., JR ; MILAM, A.H.: Morphometric analysis of macular photoreceptors and ganglion cells in retinas with retinitis pigmentosa. In: *Arch. Ophthalmol.* 110 (1992), Nov, Nr. 11, S. 1634–1639 **2**
- [SC99] SIMONS, D.J. ; CHABRIS, C.F.: Gorillas in our midst: Sustained inattentive blindness for dynamic events. In: *Perception* 28 (1999), Nr. 9, S. 1059–74 **79**
- [Sch03] SCHULZ, R.H.: *Codierungstheorie: Eine Einführung*. Vieweg, 2003 **139**
- [Sed83] SEDGEWICK, R.: *Algorithms*. Addison-Wesley Reading, Mass, 1983 **125**
- [SF05] SANTAMARINA, J.C. ; FRATTA, D.: *Discrete Signals and Inverse Problems: An Introduction for Engineers and Scientists*. John Wiley and Sons Ltd, 2005 **26, 27, 28**
- [Sha49] SHANNON, C.E.: Communication in the presence of noise: Proc. In: *IRE* 37 (1949), S. 10–21 **36**
- [SHJ⁺97] SANTOS, A. ; HUMAYUN, M.S. ; JUAN, E. de ; GREENBURG, R.J. ; MARSH, M.J. ; KLOCK, I.B. ; MILAM, A.H.: Preservation of the inner retina in retinitis pigmentosa. A morphometric analysis. In: *Archives of Ophthalmology* 115 (1997), Nr. 4, S. 511–515 **2**
- [Sin01] SINGER, W.: Consciousness and the Binding Problem. In: *Annals of the New York Academy of Sciences* 929 (2001), Nr. 1, S. 123–146 **78**
- [SKG01] SNODDERLY, D.M.A.X. ; KAGAN, I. ; GUR, M.: Selective activation of visual cortex neurons by fixational eye movements: Implications for neural coding. In: *Visual Neuroscience* 18 (2001), Nr. 02, S. 259–277 **81**
- [SN97] STRANG, G. ; NGUYEN, T.: *Wavelets and filter banks*. Wellesley, MA : Wellesley-Cambridge Press, 1997 **10**
- [SS07] SCHRATER, Paul ; SUNDARESWARA, Rashmi: Theory and Dynamics of Perceptual Bistability. In: SCHÖLKOPF, B. (Hrsg.) ; PLATT, J. (Hrsg.) ; HOFFMAN, T. (Hrsg.): *Advances in Neural Information Processing Systems 19*. Cambridge, MA : MIT Press, 2007, S. 1217–1224 **34**
- [SSS01] SCLABASSI, R.J. ; SONMEZ, M. ; SUN, M.: EEG source localization: A neural network approach. In: *Neurological Research* 23 (2001), Nr. 5, S. 457–464 **63**
- [ST95] SCHMIDT, R.F. ; THEWS, G.: *Physiologie des Menschen*. 26. Auflage. Springer, 1995 **66, 67, 70, 75**
- [Str00] STROHMER, T.: Numerical analysis of the non-uniform sampling problem. In: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 122 (2000), Nr. 1-2, S. 297–316 **39**

- [Sun00] SUN, Y.: Hopfield neural network based algorithms for image restoration and reconstruction. I. Algorithms and simulations. In: *Signal Processing, IEEE Transactions on* 48 (2000), Nr. 7, S. 2105–2118 **63**
- [SW05] SOKOLOV, A. ; WHITLEY, D.: Unbiased tournament selection. In: *Proceedings of the 2005 conference on Genetic and evolutionary computation* (2005), S. 1131–1138 **139**
- [TA95] THIBOS, L. N. ; A., Bradley: Modeling off-axis vision - II: the effect of spatial filtering and sampling by retinal neurons. In: PELI, E. (Hrsg.): *Vision Models for Target Detection and Resolution*. Singapore : World Scientific Press, 1995, S. 338–379 **7**
- [Tik63] TIKHONOV, A.N.: Solution of incorrectly formulated problems and the regularization. In: *Sov. Math., Dokl.* 5 (1963), S. 1035–1038 **25, 60**
- [TOM96] TANSLEY, J.E. ; OLDFIELD, M.J. ; MACKAY, D.: Neural Network Image Deconvolution. In: *FUNDAMENTAL THEORIES OF PHYSICS* 62 (1996), S. 319–326 **63**
- [Tre99] TREISMAN, A.: Solutions to the Binding Problem: Review Progress through Controversy Summary and Convergence. In: *Neuron* 24 (1999), S. 105–110 **78**
- [Tro] TROLLTECH: *QT Framework*. <http://www.trolltech.com>, **87**
- [Tro04] TROXLER, D.: Ueber das Verschwinden gegebener Gegenstände innerhalb unseres Gesichtskreises. In: *Ophthalmologische Bibliothek* 2 (1804), S. 1–119 **82**
- [TSSDV82] TOOTELL, R.B. ; SILVERMAN, M.S. ; SWITKES, E. ; DE VALOIS, R.L.: Deoxyglucose analysis of retinotopic organization in primate striate cortex. In: *Science* 218 (1982), Nr. 4575, S. 902 **119**
- [TTF00] TANTER, M. ; THOMAS, J.L. ; FINK, M.: Time reversal and the inverse filter. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 108 (2000), S. 223 **28**
- [UM+82] UNGERLEIDER, L.G. ; MISHKIN, M. u. a.: Two cortical visual systems. In: *Analysis of visual behavior* (1982), S. 549–586 **77**
- [VEAF92] VAN ESSEN, D.C. ; ANDERSON, C.H. ; FELLEMAN, D.J.: Information processing in the primate visual system: an integrated systems perspective. In: *Science* 255 (1992), Nr. 5043, S. 419 **119**
- [Ver61] VERHEIJEN, F.J.: A Simple after Image Method Demonstrating the Involuntary Multidirectional Eye Movements during Fixation. In: *Journal of Modern Optics* 8 (1961), Nr. 4, S. 309–312 **82**
- [VRM80] VOLKMANN, F.C. ; RIGGS, L.A. ; MOORE, R.K.: Eyeblinks and visual suppression. In: *Science* 207 (1980), Nr. 4433, S. 900 **35**
- [VRWM78] VOLKMANN, F.C. ; RIGGS, L.A. ; WHITE, K.D. ; MOORE, R.K.: Contrast sensitivity during saccadic eye movements. In: *Vision Res* 18 (1978), Nr. 9, S. 1193–9 **35**
- [VWDG+03] VERAART, C. ; WANET-DEFALQUE, M.C. ; GERARD, B. ; VANLIERDE, A. ; DELBEKE, J.: Pattern Recognition with the Optic Nerve Visual Prosthesis. In: *Artificial Organs* 27 (2003), Nr. 11, S. 996–1004 **11**
- [Wal98] WALTHER, R.: *Simulationssystem zur wahrnehmungsbezogenen, neuronalen Optimierung eines lernfähigen Retina Encoders für Retina Implants*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diplomarbeit, 1998 **13, 14, 16, 20, 64, 153, 154, 156, 160**

- [Wei02] WEICKER, K.: *Evolutionäre Algorithmen*. Teubner Verlag, 2002 **135, 137, 138, 145**
- [Wes79] WESTHEIMER, G.: The spatial sense of the eye. Proctor lecture. In: *Investigative Ophthalmology & Visual Science* 18 (1979), Nr. 9, S. 893–912 **35**
- [Whi35] WHITTAKER, J.M.: Interpolatory Function Theory. In: *Cambridge Tracts in Math. and Math. Physics* 33 (1935) **36**
- [Wic06] WICKELGREN, I.: Biomedical Engineering: A vision for the blind. In: *Science(Washington, D. C.)* 312 (2006), Nr. 5777, S. 1124–1126 **1**
- [Wie82] WIESEL, T.N.: The postnatal development of the visual cortex and the influence of environment. In: *Bioscience Reports* 2 (1982), Nr. 6, S. 351–377 **10, 13, 118**
- [Wil07] WILKS, C.: *Entwicklung eines Verfahrens zur Optimierung eines wahrnehmungsbasierten Lernalgorithmus für ein taktiles Kommunikationssystem*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Dissertation, 2007 **139, 159**
- [WKR⁺04] WALTER, P. ; KISVÁRDAY, Z.F. ; ROESSLER, G.F. ; ALTEHELD, N.M. ; GOERTZ, M. ; STIEGLITZ, T. ; EYSEL, U.T.: Optical imaging of the visual cortex in the cat demonstrating local cortical activation after epiretinal stimulation with a completely implanted wireless epiretinal prosthesis. In: *ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci* (2004), Nr. 45. – E-Abstract 4225 **2**
- [WLH05] WEILAND, J.D. ; LIU, W. ; HUMAYUN, M.S.: Retinal Prosthesis. In: *Annu. Rev. Biomed. Eng.* 7 (2005), S. 361–401 **1**
- [WR89] WATANABE, M. ; RODIECK, R.W.: Parasol and Midget Ganglion Cells of the Primate Retina. In: *J. Comp. Neurol.* 289 (1989), S. 434–454 **6**
- [WRM97] WARLAND, D.K. ; REINAGEL, P. ; MEISTER, M.: Decoding Visual Information From a Population of Retinal Ganglion Cells. In: *Journal of Neurophysiology* 78 (1997), Nr. 5, S. 2336–2350 **154**
- [WUK99] WANG, Z. ; ULANOWSKI, Z. ; KAYE, PH: On Solving the Inverse Scattering Problem with RBF Neural Networks: Noise-Free Case. In: *Neural Computing & Applications* 8 (1999), Nr. 2, S. 177–186 **63**
- [You02] YOUNG, T.: The bakerian lecture: on the theory of light and colours. In: *Phil. Trans. R. Soc. London* 92 (1802), S. 12–48 **66**
- [ZCVJ88] ZHOU, Y.T. ; CHELLAPPA, R. ; VAID, A. ; JENKINS, BK: Image restoration using a neural network. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing [see also IEEE Transactions on Signal Processing], IEEE Transactions on* 36 (1988), Nr. 7, S. 1141–1151 **63**
- [Zel94] ZELL, A.: *Simulation neuronaler Netze*. Addison-Wesley, 1994 **63**
- [ZGB05] ZHANG, Y. ; GHODRATI, A. ; BROOKS, D.H.: An analytical comparison of three spatio-temporal regularization methods for dynamic linear inverse problems in a common statistical framework. In: *Inverse Problems* 21 (2005), Nr. 1, S. 357–382 **62**
- [Zre02] ZRENNER, E.: Will retinal implants restore vision? In: *Science* 295 (2002), Nr. 5557, S. 1022–1025 **1**
- [ZSW⁺99] ZRENNER, E. ; STETT, A. ; WEISS, S. ; ARAMANT, RB ; GUENTHER, E. ; KOHLER, K. ; MILICZEK, KD ; SEILER, MJ ; HAEMMERLE, H.: Can subretinal microphotodiodes successfully replace degenerated photoreceptors? In: *Vision Res* 39 (1999), Nr. 15, S. 2555–67 **11**

Zusammenfassung

Für die Entwicklung wahrnehmungsbasierter Dialogverfahren für das Training lernfähiger Retina Encoder (RE) wird ein Inverter Modul benötigt, welches die spatio-temporale Abbildung, die durch den RE geleistet wird, umkehrt. In der vorliegenden Arbeit wird, ausgehend von einem speziellen Modell der visuellen Informationsverarbeitung beim Menschen, der Sehvorgang als Sequenz zweier Abbildungen betrachtet, die auf zueinander invers sein müssen. Mit der mathematischen Beschreibung dieser spatio-temporalen Filterung war es möglich, zwei unterschiedliche Inversionsverfahren, die *Matrix-Methode* und die *Entscheidungsbaum-Methode*, zu entwickeln, die einen Eingangsreiz perfekt aus dem RE-Filterergebnis rekonstruieren können. Die *Matrix-Methode* wurde durch Übertragung geeigneter Inversionsverfahren aus anderen Wissenschaftsdisziplinen auf die Retina Encoder Problemstellung realisiert. Die Entwicklung der *Entscheidungsbaum-Methode* basierte auf Erkenntnissen und Annahmen über die visuelle Informationsverarbeitung im Zentralen Sehsystem des Menschen sowie auf künstlich generierten Augenbewegung. Es stellte sich dabei heraus, dass die Invertierung der ST-Filterung typischerweise auf ein schlecht gestelltes Problem (*ill-posed problem*) bzw. schlecht konditioniertes Problem (*ill-conditioned problem*) führt. Aus diesem Grund musste die *Matrix Methode* durch Regularisierungsverfahren erweitert werden. Die Eignung der Inversionsverfahren für das wahrnehmungsbasierte RE-Training mit normalsichtigen Versuchspersonen wurde in Dialogverfahren unter Einsatz evolutionärer Algorithmen mit automatischer Selektion untersucht. Es stellte sich heraus, dass die *Entscheidungsbaum-Methode* der *Matrix-Methode* im Falle schlecht konditionierter RE-Abbildungen bei der Rekonstruktion reiner schwarz-weißer Reizmuster überlegen ist. Der Einsatz der *Entscheidungsbaum-Methode* im Inverter Modul zusammen mit einem ebenfalls neu entwickelten Lerndialogverfahren mit ortsspezifischem Feedback (*Position Sensitive Tuning*) ermöglichte normalsichtigen Versuchspersonen ein schnelles und erfolgreiches RE-Training.

Wissenschaftliche Veröffentlichungen 2000-2007

- Baruth, O. ; Eckmiller, R. ; Neumann, D.: *Retina Encoder tuning and data encryption for learning retina implants*. In: Proceedings of the Int. Joint Conf. on Neural Networks, IJCNN'03, Vol. 2 (2003)
- Baruth, O. ; Neumann, D. ; Eckmiller, R.: *Pattern Encoding and Data Encryption in Learning Retina Implants*. In: ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci (2003), Nr. 44. – Abstr. #4195
- Eckmiller, R. ; Baruth, O. ; Neumann, D.: *Neural information processing efforts to restore vision in the blind*. In: Neural Information Processing (2004), S. 10–18
- Eckmiller, R. ; Baruth, O. ; Neumann, D.: *Learning Retina Encoder RE*: Results From Dialog-Based Tuning in Humans With Normal Vision*. In: ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci (2005), Nr. 46. – Abstr. #5266
- Baruth, O. ; Eckmiller, R. ; Neumann, D.: *Learning Retina Encoder RE*: Computer Implementation and Visual System Simulation*. In: ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci (2005), Nr. 46. – Abstr. #1512
- Eckmiller, R. ; Neumann, D. ; Baruth, O.: *Tunable retina encoders for retina implants: why and how*. In: J. Neural Eng. - Special Issue: The Eye and the Chip 2 (2005), Nr. 1, S. 91–104
- Baruth, O. ; Eckmiller, R. ; Neumann, D.: *Implementation of figure-background separation in a learning retina implant*. In: ARVO Abstracts Invest Ophthalmol & Vis Sci (2006), Nr. 47. – Abstr. #3199
- Eckmiller, R. ; Baruth, O. ; Neumann, D.: *On Human Factors for Interactive Man-Machine Vision: Requirements of the Neural Visual System to transform Objects into Percepts*. In: Neural Networks, 2006. IJCNN'06. International Joint Conference on (2006), S. 307–311

