

# Beurteilung von Wetterderivaten als Innovation im Risikomanagement landwirtschaftlicher Betriebe

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Grades

Doktor der Agrarwissenschaften

(Dr.agr.)

der

Landwirtschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

von

Matthias Schulte-Geers

aus

Ankum

1. Betreuer:	Prof. Dr. Ernst Berg
2. Gutachter:	Prof. Dr. Thomas Heckelei
Tag der mündlichen Prüfung:	14.03.2014
Erscheinungsjahr:	2014



## Beurteilung von Wetterderivaten als Innovation im Risikomanagement landwirtschaftlicher Betriebe

Wetterderivate sind relativ neue Instrumente im Risikomanagement. Sie bestimmen aus einem objektiv messbaren Wetterindex ihre Auszahlungssummen und überwinden somit einige Schwächen klassischer Versicherungslösungen, wie die Schadensfeststellung oder das moralische Risiko. Trotzdem wird ihnen in der deutschen landwirtschaftlichen Praxis relativ wenig Aufmerksamkeit gewidmet, obwohl das Risiko beispielsweise durch den Umbau der europäischen Agrarpolitik und den Einfluss von Extremwetterlagen steigt.

Ein Problem des Derivates liegt in der Anpassungsgüte der Auszahlungen an den entstandenen Schaden. Die Schwierigkeit, ein Wetterderivat effektiv zu gestalten und somit nicht einzig Diversifikationseffekte zu nutzen, liegt in der Auswahl des geeigneten Zeitraumes für die Indexbildung und in der Ausgestaltung des Indexes. So können einerseits Pflanzen ausbleibende Niederschläge in einem Zeitraum durch Niederschläge im Folgezeitraum kompensieren, wodurch es nicht zwangsläufig zu Ertragsdepressionen kommt. Andererseits ist der Niederschlag nicht die einzige ertragsbildende Größe, weshalb aus ihr der Ertrag nicht exakt abgeleitet werden kann. Hierfür wird eine Analyse des Zusammenhanges zwischen Erträgen und Wettergrößen durchgeführt, um das Derivat bestmöglich an seinen Standort anzupassen.

Aber selbst mit einem optimal angepassten Wetterderivat kann der Nutzen nicht einzig mit einer Burnanalyse bestimmt werden. Vergleicht man die Auszahlungsstruktur eines konkreten Derivates über die vergangenen Jahre und stellt so die risikoreduzierende Wirkung fest, so stehen zu wenige Jahre zur Verfügung um die Wirkung aussagekräftig beurteilen zu können. Züchterische Fortschritte und pflanzenbauliche Entwicklungen oder schleichende klimatische Änderungen sorgen dafür, dass in den Datenreihen Strukturbrüche vorkommen und so die Aussage verfälscht wird. Somit kann eine Beurteilung nur mit Hilfe von Modellen vorgenommen werden. Da diese Modelle nicht nur Wirkungstendenzen sondern die -stärke auswerten sollen, ist eine möglichst genaue Abbildung der Wirklichkeit notwendig. Aus diesem Grund wird eine Abschätzung anhand von Modellen vorgenommen, die auf Copulafunktionen beruhen. Diese können den Zusammenhang zwischen Wettergröße und Feldertrag besonders in den Rändern detailgetreu darstellen und erlauben das Kombinieren von nicht normalverteilten Funktionen. Aufbauend auf diesem Ansatz wird ein gesamtbetriebliches Modell für einen Standort untersucht und anschließend auf die Daten der einzelnen Landkreise Niedersachsens angepasst. Durch das Einzelmodell kann ein höheres Potential der Derivate aufgezeigt und durch die Modelle in den Kreisen überprüft werden. Durch die Anwendung auf die Kreise kann weiter der regionale Wettereinfluss auf die Eignung von Derivaten nachvollzogen werden.

## Assessment of weather derivatives as an innovation in the risk management of farms

Weather derivatives are relatively new risk management instruments, using an objectively detectable weather index to calculate payoff. This overcomes problems of classical insurance like claims assessment or moral hazards. Nevertheless these instruments are not in focus of German agriculture, although risk potential growth by reorganization of agricultural police or climate change.

One problem derivatives are faced with is the relationship between damage and payoff. An effective Derivative, which not just uses diversification, needs a well selected measurement period and an optimal designed index. On the one hand plants can compensate missing precipitation in one period by the next, without losing yield potential, on the other hand there are other yield generating factors not included in index influencing yield. For this reason correlation between yield and weather index is analyzed, to adapt the derivative best possible to a given place.

Analyzing the potential of an optimal designed weather derivative by burn analyses miss the goal to measure how useful a derivative is. Calculating the risk reduction given by the payoffs of an explicit derivative using the past years leads to problems, because breeder's progress, horticultural development and climate change leads to structural breaks. For this reason models are used. To analyze the strength of the risk reduction the model has to build up the behaviour between the variables exactly and not just the principle relationship. For this reason copula functions are used, because the dependencies of the variables could be reflected in detail, especial in the tails and non normal distributions could be implemented. Using this approach a farm model is build up for a special place and afterword transferred to the districts of lower Saxony. The simple farm model shows a higher potential of weather derivatives compared to correlation based models. The models for the different districts show that regional weather structures are reflected in the potential of derivatives.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>III</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>VI</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>IX</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Problemstellung und Zielsetzung . . . . .	3
1.2 Vorgehensweise . . . . .	4
<b>2 Risikomanagement</b>	<b>5</b>
2.1 Risikoidentifikation . . . . .	7
2.2 Risikoquantifizierung . . . . .	10
2.2.1 Entscheidungsmatrix . . . . .	13
2.2.2 Varianz-Kovarianz-Methode . . . . .	14
2.2.3 Historische Simulation . . . . .	16
2.2.4 Stochastische Simulation . . . . .	16
2.3 Risikosteuerung . . . . .	21
2.4 Risikokontrolle . . . . .	23
2.5 Risikomanagementinstrumente . . . . .	23
2.5.1 Innerbetriebliche Instrumente . . . . .	23
2.5.2 Außerbetriebliche Instrumente . . . . .	25
2.5.2.1 Derivate . . . . .	29
2.5.2.2 Wetterderivate . . . . .	49
2.6 Entscheidungsfindung bei Risiko und Unsicherheit . . . . .	58
2.6.1 Pragmatischer Ansatz . . . . .	59
2.6.2 Stochastische Dominanz . . . . .	60
2.6.3 Erwartungsnutzen . . . . .	62
2.6.4 Risiko-Wert-Modelle . . . . .	65
<b>3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten</b>	<b>77</b>
3.1 Pflanzenbauliche Ansprüche von Kartoffeln . . . . .	79
3.2 Bewertung von Wetterderivaten unter Verwendung der Korrelation . . . . .	82
3.2.1 Wirkungsanalyse für unterschiedliche Abschlusszeiträume . . . . .	84

## Inhaltsverzeichnis

3.2.2	Wirkungsvergleich unterschiedlicher Orte . . . . .	85
3.2.2.1	Vergleich von verschiedenen Orten . . . . .	87
3.2.2.2	Vergleich verschiedener Zeiträume . . . . .	88
3.2.3	Eignung von Modellen . . . . .	90
3.3	Copula als Alternative zur Korrelation . . . . .	94
3.3.1	Definition einer Copula . . . . .	94
3.3.2	Archimedische Copula Funktionen . . . . .	100
3.3.3	Hierarchische Copula . . . . .	107
3.3.4	Schätzen von Copulaparametern . . . . .	109
3.3.5	Anpassen von Copulafunktionen . . . . .	111
3.3.5.1	Graphische Methode . . . . .	111
3.3.5.2	Analytischer Ansatz mittels Kolmogorov-Smirnov Anpassungstest . . . . .	112
3.3.5.3	Analytischer Ansatz basierend auf der Cramer-von Mises Prozedur . . . . .	113
3.3.6	Simulieren von verteilten Zufallszahlen . . . . .	116
3.4	Wirkungsvergleich zwischen korrelations- und copulabasierten Modellen . . . . .	117
<b>4</b>	<b>Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen</b>	<b>123</b>
4.1	Einfache Grundmodelle . . . . .	124
4.1.1	Zwei Kulturen, eine Wettergröße . . . . .	124
4.1.2	Eine Kultur, ein Preis und eine Wettergröße . . . . .	125
4.2	Gesamtbetriebliches Copulamodell im Vergleich mit einem Korrelationsmodell . . . . .	127
4.3	Gesamtbetriebliches Modell mit angepassten Rändern und Funktionen . . . . .	135
4.3.1	Randverteilungen optimieren . . . . .	136
4.3.2	Auswahl der Copulafunktion . . . . .	139
4.3.3	Betriebsmodell mit angepasster Struktur . . . . .	145
4.4	Regionale Copulamodelle . . . . .	147
4.4.1	Datengrundlage und Parameter . . . . .	147
4.4.2	Modellaufbau mit Anpassung an die Kartoffelproduktion . . . . .	149
4.4.2.1	Kartoffelmodell – konstante Preise . . . . .	152
4.4.2.2	Kartoffelmodell – variable Preise . . . . .	153
4.4.3	Modellaufbau mit Anpassung an die Weizenproduktion . . . . .	157
4.4.3.1	Weizenmodell – konstante Preise . . . . .	157
4.4.3.2	Weizenmodell – variable Preise . . . . .	161
4.5	Fazit Copulamodelle . . . . .	162
<b>5</b>	<b>Pro und kontra Wetterderivate</b>	<b>163</b>
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>167</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>171</b>
	<b>Anhang</b>	<b>181</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.0.1	Merkmale dynamischer Systeme . . . . .	7
2.0.2	Risikomanagement als fortlaufender Prozess . . . . .	8
2.1.1	Systematik landwirtschaftlicher Risikokategorien . . . . .	9
2.2.1	„Risk-Box“ . . . . .	12
2.2.2	Gestufte kumulierte Preisfunktion . . . . .	16
2.2.3	Formen von Verteilungsfunktionen . . . . .	18
2.2.4	Inverse Transformationsmethode . . . . .	20
2.2.5	Vergleich zwischen Monte-Carlo-Simulation und Latin Hypercube Sampling	21
2.3.1	Systematik der Risikosteuerungsmöglichkeiten . . . . .	22
2.5.1	Kontinuum der Risikoarten . . . . .	26
2.5.2	Zahlungsströme eines Forwardkontraktes . . . . .	31
2.5.3	Auszahlungsstruktur von Call und Put Optionen . . . . .	36
2.5.4	Auszahlungsstrukturen für die Kombination Aktie und Option . . . . .	46
2.5.5	Zahlungsströme der verschiedenen Spreads . . . . .	47
2.5.6	Abbildungen für Varianten . . . . .	48
2.5.7	Erwartungswert der abgeschnittenen Normalverteilung . . . . .	54
2.5.8	Wahl des Strike Levels (K) bei einer Dreiecksverteilung . . . . .	55
2.5.9	Linear-limitationale Produktionsfunktion mit maximalem Strike Level . . . .	56
2.5.10	Einfluss vom Basisrisiko auf die Effektivität von Wetterderivaten . . . . .	58
2.6.1	Kumulierte Verteilungsfunktionen für drei Handlungsalternativen . . . . .	61
2.6.2	Grundtypen der Risikoeinstellungen . . . . .	63
2.6.3	Risikonutzenfunktion, Erwartungsnutzen und Sicherheitsäquivalent . . . . .	64
2.6.4	Abweichungen von der symmetrischen Glockenkurve (Normalverteilung) .	68
2.6.5	Vergleich des absoluten und relativen Value at Risk . . . . .	70
2.6.6	Nutzenfunktionen für E(x)-LPM-Modelle . . . . .	75
3.1.1	Bereich des Pflanzenwasserverbrauchs im Kartoffelanbau in Stuttgart - Ho-	
	henheim . . . . .	81
3.1.2	Beziehung zwischen Kartoffelertrag und durchschnittlicher Temperatursum-	
	me in der Zeit 1-20 Tage nach Beginn der Blüte . . . . .	82
3.2.1	Korrelationskoeffizienten für die Niederschläge aus Bremen . . . . .	84
3.2.2	Irrtumswahrscheinlichkeit der getesteten Korrelationskoeffizienten (Wetter-	
	station Bremen) . . . . .	86
3.2.3	Irrtumswahrscheinlichkeit für den Vergleich der Wetterstationen Bremen und	
	Hamburg . . . . .	88

## Abbildungsverzeichnis

3.2.4	Irrtumswahrscheinlichkeit bei einem Tag zusätzlicher Niederschlagskumulation (Bremen) . . . . .	89
3.2.5	Gemeinsame Verteilung von Niederschlagssumme und Feldertrag . . . . .	91
3.2.6	Unterstellte Abhängigkeiten . . . . .	93
3.2.7	Unterstellte Abhängigkeiten in den Randverteilungen . . . . .	93
3.3.1	Modellierung eines fiktiven Ertrages mit abnehmendem Zuwachs . . . . .	95
3.3.2	Volumen im zweidimensionalen Raum . . . . .	96
3.3.3	Graphen der Copulae $M, \Phi, W$ . . . . .	98
3.3.4	Konturendiagramme der Copulae $M, \Phi, W$ . . . . .	98
3.3.5	Streudiagramme und Dichten für die Clayton Copula . . . . .	104
3.3.6	Streudiagramme und Dichten für die Gumble Copula . . . . .	105
3.3.7	Streudiagramme und Dichten für die Frank Copula . . . . .	106
3.3.8	FNA und PNA Copulae . . . . .	107
3.3.9	Vergleich der Copulafunktionen im graphischen Anpassungstest . . . . .	112
3.4.1	Gemeinsame Verteilung von Niederschlagssumme und Feldertrag . . . . .	118
3.4.2	Kumulierte Verteilungen für das einfache Modell . . . . .	119
3.4.3	Erlösveränderung durch Wetterderivate . . . . .	120
3.4.4	Verteilungen der Erlöse mit und ohne Wetterderivat . . . . .	121
4.1.1	Unterschiedliche Abhängigkeitsstrukturen der Felderträge . . . . .	126
4.1.2	Gemeinsame Verteilung von Feldertrag und Preis . . . . .	127
4.1.3	kumulierte Verteilung bei variablem Preis und Ertrag . . . . .	128
4.2.1	kumulierte Verteilungen der Deckungsbeiträge der Anbauverfahren . . . . .	130
4.2.2	Optimales Produktionsprogramm bei gegebenem Ausfallerwartungswert . . . . .	132
4.2.3	Erwartungswert-Ausfallerwartungswert Diagramm für das Copula- und Korrelationsmodell . . . . .	132
4.2.4	Erwarteter Deckungsbeitrag-Ausfallerwartungswert-Diagramm mit und ohne Wetterderivate . . . . .	134
4.3.1	Dichtefunktion der Ausgangsdaten (Input) und der angepassten Funktion (Fit) . . . . .	137
4.3.2	kumulierte Verteilungen der Deckungsbeiträge bei angepassten Verteilungsfunktionen . . . . .	140
4.3.3	Graphische Methode zur Bestimmung der „optimalen“ Copulafunktion für WG-WRo . . . . .	141
4.3.4	Graphische Methode zur Bestimmung der „optimalen“ Copulafunktion für Mais . . . . .	142
4.3.5	Graphische Methode zur Bestimmung der „optimalen“ Copulafunktion für Ka-Nied . . . . .	144
4.3.6	Anbaufläche der Feldkulturen und Anzahl der Wetterderivate . . . . .	145
4.3.7	Erwartungswert-Ausfallerwartungswert-Diagramm bei angepassten Verteilungen . . . . .	146
4.4.1	Höhe der Copulaparameter . . . . .	149
4.4.2	Struktur Kartoffelmodell . . . . .	150
4.4.3	Veränderung des Erwartungswert-Standardabweichungs-Diagrammes mit und ohne Wetterderivat . . . . .	151

4.4.4	Anbaufläche Oldenburg . . . . .	153
4.4.5	Erwartungswert-Standardabweichungs-Diagramm Oldenburg . . . . .	154
4.4.6	Wirkung Wetterderivat Kartoffelmodell . . . . .	155
4.4.7	Historische Daten Oldenburg . . . . .	155
4.4.8	Anzahl gezeichneter Derivate in den Kreisen bei variablen Preisen . . . . .	156
4.4.9	Höhe der Korrelationskoeffizienten für Oldenburg . . . . .	158
4.4.10	Modellstruktur für das Weizenmodell . . . . .	158
4.4.11	Veränderung des Produktionsprogrammes Verden . . . . .	159
4.4.12	Erwartungswertveränderung Verden . . . . .	160
4.4.13	Indexwerte des Weizen-modelles nach Kreisen . . . . .	160
4.4.14	Anzahl Wetterderivate mit konstanten und variabel angenommenen Preisen .	161
5.0.1	Vergleich der Prämien für die Wetterstation Bremen . . . . .	164

# Tabellenverzeichnis

2.1	Ursachen/Wirkungstypologie von Risiken . . . . .	10
2.2	Verfahren zur Bestimmung der Verteilung einer aggregierten Zufallsvariablen	13
2.3	Entscheidungsmatrix . . . . .	14
2.4	Systematisierung von Instrumenten . . . . .	24
2.5	Vorteile (+) und Nachteile (-) verschiedener außerbetrieblicher Instrumente zum Management von Wetterrisiken . . . . .	28
2.6	Systematisierung von Agrarversicherungssystemen . . . . .	29
2.7	Wirkung einer Variablenerhöhung auf den Optionspreis . . . . .	37
2.8	Innerer Wert von Put und Call Option . . . . .	40
2.9	Veränderung des Preisrisikos einer Aktie durch Eingehen einer Optionsposition	45
2.10	Systematik spezieller zweiparametrischer Downside Risikomaße . . . . .	69
2.11	gebräuchliche Nutzenfunktionen . . . . .	73
3.1	ungefähre Distanzen zwischen den verschiedenen Orten . . . . .	83
3.2	benötigter Stichprobenumfang bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5% .	85
3.3	Simulierte Werte des Korrelationsmodelles für Kartoffeln . . . . .	91
3.4	bivariate Copulafunktionen . . . . .	101
3.5	Geschätzte Copulaparameter aus 200 generierten Wertepaaren einer Clayton-copula . . . . .	111
3.6	Kritische Werte des K-S-Tests bei Stichproben > 35 . . . . .	113
3.7	Kritische Werte des K-S-Tests bei Stichproben < 35 . . . . .	114
3.8	Ergebnisse der Auswertung des K-S-Tests für die Beispielrechnung . . . . .	114
3.9	Teststatistik des Goodness-of-fit Tests nach Cramer-von Mises . . . . .	116
3.10	Simulierte Werte der Modelle . . . . .	118
4.1	Modelle mit zwei Feldkulturen . . . . .	125
4.2	Basisdaten des zu optimierenden Betriebes . . . . .	129
4.3	Korrelationsmatrix der eingehenden Variablen . . . . .	129
4.4	Vergleich der Modelle . . . . .	131
4.5	Parameter der logistischen Verteilung . . . . .	138
4.6	Parameter der Extremwertverteilung . . . . .	138
4.7	Parameter der inversen Gaußverteilung . . . . .	139
4.8	geschätzte Copulaparameter für die verschiedenen Funktionen aus den trendbereinigten, historischen Daten . . . . .	140
4.9	Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest auf Gleichverteilung (WG-WRo) . .	142
4.10	Bootstrapverfahren für WG-WRo . . . . .	142

4.11	Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest auf Gleichverteilung (Mais) . . . . .	143
4.12	Bootstrapverfahren für Mais . . . . .	143
4.13	Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest auf Gleichverteilung (Ka-Nied) . . .	143
4.14	Bootstrapverfahren für Ka-Nied . . . . .	144
4.15	Vergleich der Copulamodelle . . . . .	146
5.1	Prämien für ein Wetterderivat an der Wetterstation Bremen . . . . .	164



# Abkürzungsverzeichnis

A-	Anhang
AE	Ausfallerwartung
Arithm	Arithmetisches Mittel
CDD	Cooling-Degree-Day
Dif	Differenz
DK	Durchschnittskosten
E()	Erwartungswert
Exp	Exponentialfunktion
FNA	Fully nested Archimedian (Copula)
GK	Grenzkosten
GM	Gross Margin = Deckungsbeitrag
HA	Handlungsalternative
HDD	Heating-Degree-Day
K	Strike Level
Ka	Kartoffeln
K-S	Kolmogorov-Smirnov
LIFFE	London International Financial Futures Exchange
Ln	Logarithmus Naturalis
LPM	Lower Partial Moment
Max	Maximum
Min	Minimum
Nied	Niederschlag
PNA	Partially nested Archimedian (Copula)
SÄ	Sicherheitsäquivalent
UPM	Upper Partial Moment
Var	Varianz
WD	Wetterderivat
WG	Wintergerste
WRo	Winterroggen
WTO	World Trade Organisation



# 1 Einleitung

Der Umgang mit Risiko ist in der Landwirtschaft so natürlich wie in allen anderen Unternehmen auch, da nichts ohne Risiko geschieht. Weil aber ohne Risiko auch nichts geschieht<sup>1</sup> gilt es abzuwägen, wie viel Risiko man bereit ist einzugehen, aber auch, wie viel einzugehen verantwortbar ist. So setzt schließlich „Nur ein verzweifelter Spieler [...] alles auf einen Wurf“ (Schiller, 2008, S.114). Die geeignete Mischung zwischen Sicherheit und Wagnis zu finden ermöglicht es, sowohl das Bestehen eines Unternehmens zu gewährleisten als auch die Weiterentwicklung zu ermöglichen.

In der Landwirtschaft hat sich das Risikopotential in den vergangenen Jahrzehnten stark verändert. Zu Beginn der gemeinsamen Agrarpolitik wurden für die Steigerung der landwirtschaftlichen Produktion bzw. für die verbesserte Versorgungssicherheit mengenbezogene Subventionen gezahlt und Preisstützungsinstrumente etabliert. Diese reduzierten das Risiko in der Landwirtschaft. Nachdem die Europäische Union vom Nettoimporteur zum Exporteur geworden war, stiegen die Kosten für diese Instrumente sowie die weltmarktverzerrende Wirkung an, weshalb über einen Umbau der Instrumente nachgedacht wurde. Durch die Neuausrichtung der Agrarpolitik – beginnend mit der Agrarreform von 1992 und der Agenda 2000 – hin zur Liberalisierung der Märkte mit WTO-konformen Instrumenten wird der europäischen Landwirtschaft ein ehemals durch die Politik aufgebauter Risikoschutz genommen. Somit muss der Landwirt zunehmend unter Weltmarktbedingungen wirtschaften.

Neben den preisbezogenen Risiken verursachen weitere Entwicklungen einen Anstieg des Gesamtrisikos im landwirtschaftlichen Betrieb. So nimmt durch den Strukturwandel in der Landwirtschaft das Risiko zu, da steigende Pacht- sowie sinkende Eigenkapitalanteile in der Finanzierung Belastungen verursachen, die auch in schlechten Wirtschaftsjahren getragen werden müssen. Eine zunehmende Spezialisierung und Technisierung führt dazu, dass immer weniger, immer höher qualifizierte Arbeitskräfte benötigt werden, die bei einem Ausfall zunehmend schwieriger zu ersetzen sind.

Die Landwirtschaft ist mit ihrer Produktion unter freiem Himmel durchgehend Wetter- und Klimaveränderungen ausgesetzt. Meteorologen sagen voraus, dass zunehmend häufiger sogenannte Extremwetterlagen wie „Jahrhundertsommer“ oder „Rekordwinter“ auftreten werden (vgl. Münchener Rückversicherungs-Gesellschaft, 2011). Gerade die landwirtschaftliche

---

<sup>1</sup>Vgl. Alt-Bundespräsidenten Walter Scheel: „Nichts geschieht ohne Risiko, aber ohne Risiko geschieht auch nichts.“

## 1 Einleitung

Pflanzenproduktion ist dabei in besonderem Maße von Witterungsverläufen abhängig, da diese zu Minderernten oder gar Ernteausfällen führen können. Eine langfristige Anpassung an diese veränderten Umweltbedingungen liegt im Aufgabenbereich der Pflanzenzucht und des Pflanzenbaues, die durch angepasste Kulturpflanzen und geeignete Anbauverfahren eine Ertragssicherung gewährleisten sollen. Kurzfristig liegt es aber im Interesse des Landwirtes, sein Einkommen zu stabilisieren. Um sich gegen die verschiedenen Risiken abzusichern, bieten sich unterschiedliche Instrumente an.

Eines der möglichen Instrumente zur Kompensation von Ertragsschwankungen stellt das Wetterderivat dar, das versucht, aus dem Zusammenhang zwischen der Witterung und den (pflanzenbaulichen) Erträgen eine mengenbezogene Absicherung zu gestalten. Führt ungünstiges Wetter zu einem schlechten Ertrag, so kann der Landwirt nur geringe Mengen am Markt absetzen. Günstige Wetterbedingungen hingegen führen zu einem höheren Ertrag und somit zu einer hohen Verkaufsmenge. Ähnlich einer Versicherung soll der Landwirt in guten Jahren Geld zahlen, um in schlechten Jahren seine Ausfälle kompensiert zu bekommen. Dieses einfache Prinzip des Wetterderivates zeigt allerdings in der Umsetzung einige Probleme. So muss zum einen das gute beziehungsweise schlechte Wetter, welches zu einem hohen oder niedrigen Ertrag führt, anhand von objektiv messbaren Wettergrößen beschrieben werden. Da allerdings viele verschiedene Größen auf den Ertrag Einfluss nehmen, stellt sich diese Beschreibung in vielen Fällen als äußerst schwierig heraus. Ebenso weisen verschiedene Kulturen unterschiedliche Ansprüche an die Witterung auf, sodass im diversifizierten Betrieb die Mindermengen einer Kultur durch Übermengen einer anderen kompensiert werden können. Ein weiteres Problem für die Effizienzanalyse von Wetterderivaten stellt der „Natural Hedge“ dar, der auf begrenzten Märkten bei niedrigen Mengen zu hohen Preisen und umgekehrt führt. Diese Zusammenhänge führen dazu, dass die Effizienz und Wirkungsweise des Wetterderivates als Risikomanagementinstrument in einem gesamtbetrieblichen Kontext beurteilt werden müssen. Da die Datenreihen, die zur Analyse dieses Instrumentes herangezogen werden können aufgrund von strukturellen Brüchen wie Zuchtfortschritt, Düngung oder Klimawandel in der Regel nur sehr kurz sind und jedes Anbaujahr nur einen unabhängigen Messwert liefern kann, kann keine Analyse über die Zeit oder verschiedene Orte vorgenommen werden. So ist zur Bewertung eine Modellbindung notwendig, die allerdings einen erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse ausüben kann. Deshalb ist es von besonderer Bedeutung, die Wirklichkeit bestmöglich in der Modellwelt zu reflektieren, um so eine möglichst genaue Auswertung der Wirkungsweise und Abschätzung der Effizienz vornehmen zu können.

Trotz der Empfehlungen aus Modellanalysen bleibt es aber die Aufgabe des Unternehmers, unter Abwägung von verschiedenen Aspekten sich für einen für ihn geeigneten Umgang mit dem Risiko zu entscheiden. Dabei bleibt festzuhalten, dass „Die Zukunft [. . .] unsicher [ist]! Man kann im Planungszeitpunkt nur versuchen, diejenige Entscheidung zu fällen, die im

Lichte der verfügbaren Informationen die beste ist“ (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.317).

## 1.1 Problemstellung und Zielsetzung

Das Risiko für landwirtschaftliche Betriebe steigt durch zunehmende Preisvolatilitäten und zunehmende Witterungsunsicherheit, was einen Anpassungsprozess der landwirtschaftlichen Unternehmer erfordert. In der Politik, Wissenschaft und im Berufsstand werden deshalb verschiedene Instrumente zur Anpassung der Betriebe an die veränderten Bedingungen diskutiert und es wird versucht, den Landwirten Hilfestellungen für die Analyse ihrer Situation zu geben (vgl. Frentrop, Heyder und Theuvsen, 2010). Trotzdem werden die Instrumente von den aktiven Landwirten in Deutschland noch relativ wenig eingesetzt. Dabei stellt sich die Frage, warum diese nicht eingesetzt werden, obwohl den Landwirten die veränderte Situation bewusst sein sollte. Geht man von einer positiven Wirkung dieser Instrumente aus, so kann dieses einerseits daran liegen, dass die Handhabung und Wirkungsweise dem Landwirt zu wenig vertraut sind, oder dass man sich bei der positiven Wirkung irrt bzw. dass die positive Wirkung nicht ausreichend stark ist, um den Aufwand zu rechtfertigen.

Diese Arbeit untersucht die risikoreduzierende Wirkung von Wetterderivaten, die zur Absicherung von pflanzenbaulichen Beständen eingesetzt werden. Dabei haben die Kumulationszeiträume der Wettervariablen einen hohen Einfluss auf das Ergebnis. Besteht ein starker Zusammenhang zwischen der Wettergröße und dem pflanzenbaulichen Bestand nur mathematisch und ist nicht pflanzenbaulich zu begründen, so wird die Wirkungsweise des Derivates in den Folgejahren nicht die prognostizierte Wirkung zeigen und unter Umständen nicht zu einer Absicherung beitragen. Ziel ist es deshalb, exemplarisch einen Pflanzenbestand auf seine Abhängigkeiten zu untersuchen und die Stabilität des pflanzenbaulich begründbaren Zusammenhanges über die Zeit und verschiedene Absicherungsorte zu überprüfen. So soll sichergestellt werden, dass die absichernde Wirkung nicht nur zufällig besteht.

Weiterhin spielt die Anpassung des Wetterderivates an den Gesamtbetrieb eine wesentliche Rolle, da dieses Instrument in Konkurrenz mit anderen Instrumenten, wie beispielsweise inner- und außerlandwirtschaftliche Diversifikation oder anderen Risikomanagementinstrumenten, steht. Diese Analyse kann für Wetterderivate in der Regel nur anhand von Modellen vorgenommen werden, da jedes Anbaujahr nur einen unabhängigen Beobachtungswert für Feldertrag und Niederschlagsmenge liefert. Um die Komplexität der Wirklichkeit in einem Modell fassen zu können, ist grundsätzlich eine Reduzierung der Zusammenhänge notwendig. Dabei stellt sich die Frage, inwieweit die Ergebnisse durch die Abstraktion von der Wirklichkeit beeinflusst werden. Gerade die häufig verwendeten korrelationsbasierten Modelle unterstellen, dass der Zusammenhang zwischen zwei Variablen grundsätzlich als linear angenommen wird und an allen Stellen gleichstark ausgeprägt ist. Möglicherweise ergeben

## 1 Einleitung

sich bei Verwendung anderer Modellkonstruktionen, die eine Einbeziehung weiterer Informationen über gegebene Zusammenhänge der Variablen erlauben, signifikant andere Ergebnisse, die eine andere Bewertung der Nützlichkeit von Wetterderivaten nach sich ziehen. Deshalb soll in dieser Arbeit eine Bewertung der Derivate unter Einsatz komplexerer Modelle vorgenommen werden, wodurch die Schlussfolgerungen unter Umständen von denen vorheriger Forschungen abweichen. Da die Ergebnisse von Studien häufig einzelfallbezogene Ergebnisse darstellen, wird abschließend das einzelbetriebliche Modell auf die Landkreise Niedersachsens ausgedehnt. Im Vergleich der einzelnen Kreise kann untersucht werden, ob sich die Ergebnisse des Einzelmodells unter Einbeziehung von Großwetterlagen in einer flächenbezogenen Analyse wiederfinden. Ziel dieser Arbeit ist es, den Nutzen der Wetterderivate als mengenbezogenes Risikomanagementinstrument im landwirtschaftlichen Betrieb zu hinterfragen. Es soll untersucht werden, ob eine detailliertere Abbildung der Realität einen relevanten Einfluss auf die Modellergebnisse nimmt, sodass der Nutzen von Wetterderivaten anders zu bewerten ist.

## 1.2 Vorgehensweise

Im zweiten Kapitel wird auf das Risikomanagement in der Landwirtschaft eingegangen, wozu einleitend der Prozess des Risikomanagements vorgestellt wird. Anschließend werden verschiedene innerbetriebliche und außerbetriebliche Risikomanagementinstrumente beschrieben, wobei speziell auf die Konstruktion von Derivaten und den Spezialfall ‚Wetterderivate‘ eingegangen wird. Abgeschlossen wird das Kapitel mit verschiedenen Modellen zur Risikobewertung und zur Entscheidungsfindung. Welcher Abschlusszeitraum für ein Wetterderivat attraktiv sein kann und wie stabil die absichernde Wirkung über die Zeit ist, wird anhand der Korrelationskoeffizienten im dritten Kapitel überprüft. Weiter wird das Konzept der Copulafunktionen vorgestellt, das eine Alternative zum Korrelationskonzept darstellt. Dieses wird im vierten Kapitel angewandt, um zwei Modelle zur Bestimmung der risikoreduzierenden Wirkung von Wetterderivaten zu vergleichen. Dabei wird im ersten Modell der Zusammenhang zwischen den Variablen anhand des Korrelationskonzeptes, im zweiten anhand des Copulakonzeptes hergestellt. Als weiterer Schritt werden sowohl die Funktionen als auch die Ränder des Copulamodells an historische Daten angepasst, um den Einfluss eines Wetterderivates auf die Diversifikation im Gesamtbetrieb bestmöglich beschreiben zu können. Als zweite Erweiterung des Grundmodells werden mit Daten aus den Landkreisen Niedersachsens regionale Modelle gebildet, um den Einfluss der Distanz auf das Basisrisiko und das Verhalten benachbarter Kreise zu analysieren. Das fünfte Kapitel stellt einige, in dieser Arbeit nicht mit einbezogene Vor- und Nachteile von Wetterderivaten heraus. Im sechsten Kapitel erfolgt die Zusammenfassung.

## 2 Risikomanagement

Der BROCKHAUS leitet den Begriff Risiko vom älteren italienischen „ris(i)co“ ab, was eine „Klippe, die zu umschiffen ist“, bedeutet. Im Gegensatz zur unmittelbaren, konkreten Bedrohung, die man mit der bildlichen Beschreibung assoziiert, bezieht sich Risiko auf die Möglichkeit, dass eine Handlung einen Schaden oder Verlust bedingt. Ein sicherer Verlust stellt kein Risiko dar (Brockhaus, 2005-06). Risiko wird bedingt durch die Zielsetzung des Entscheidungsträgers im Zusammenhang mit der unvollkommenen Information über zukünftige Zustände. Das Ziel kann dabei vielfältiger Natur sein, wobei in der Ökonomie häufig die Gewinnmaximierung unter Beachtung von Nebenbedingungen gewählt wird. Die Gefahr, dass der Entscheidungsträger sein Ziel verfehlt, entsteht durch die Ungewissheit über zukünftige Umweltzustände. Handlungen führen dabei nicht zwangsläufig zu einem eindeutig vorhersehbaren Ereignis, sondern zu einer Menge von Ereignisalternativen, die jeweils mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit eintreten (Starp, 2006, S.25f.; Berg, 1997, S.1). Dabei ist nicht zwangsläufig festgelegt, dass die Abweichung vom Plan zur Realisation negativ sein muss. So wird bei einigen Autoren die einseitige Abweichung nach unten als Risiko angesehen, andere hingegen setzen das Risiko aus dem Down-Side-Risiko und der Chance – der positiven Abweichung nach oben – zusammen (vgl. Laschewski und Pessier, 2008, S.94, Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.314). Nach KNIGHT zeichnet sich Risiko dadurch aus, dass die Verteilung der möglichen Ergebnisgrößen bekannt, nur die tatsächliche Realisation unbekannt ist, während sich Unsicherheit beim Fehlen von Verteilungsinformationen einstellt (Knight, 1971, S.233).

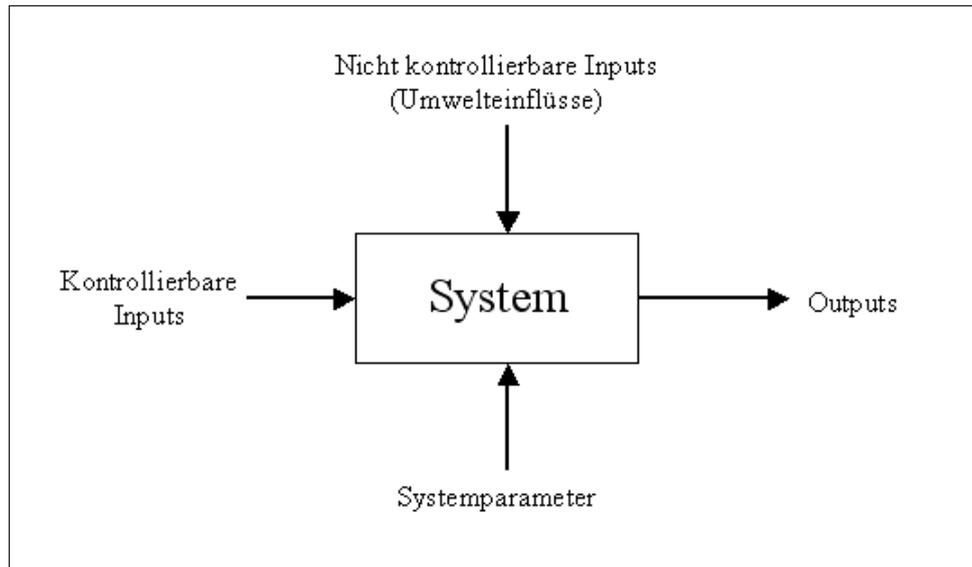
Auch der landwirtschaftliche Sektor unterliegt einem stetigen Wandel, der zu Risiko führt und immer neue Anpassungsprozesse verlangt. Einerseits müssen sich die Landwirte auf kurzfristige Marktänderungen einstellen, andererseits gibt es auch längerfristige Prozesse, wie biologischer und technischer Fortschritt, die politische und wirtschaftliche Entwicklung und die Änderungen der Produktionsbedingungen durch den Klimawandel (vgl. Anderson, 1997, S.2). Dabei können sich die einzelnen Bereiche gegenseitig stark beeinflussen. Im Bereich des Fortschritts stehen aktuell der Umgang mit genetisch veränderten Pflanzen und die Organisation der Tierhaltung besonders in der öffentlichen Diskussion (vgl. u.a. Balzter und Grossarth, 2011; Kafsack, 2011d; Hucklenbroich, 2011). Einige Aspekte der politischen Entwicklung sind die zunehmende Liberalisierung der Märkte (vgl. Hurine, Hardaker und Dijkhuizen, 1997, S.vii), verbunden mit der WTO-konformen Gestaltung von Instrumen-

## 2 Risikomanagement

ten und die Umorganisation der gemeinsamen Agrarpolitik (vgl. Kafsack, 2011a; Kafsack, 2011b; Kafsack, 2011c). In allen diesen Bereichen resultiert in Abhängigkeit von den gesetzten Zielen aus der fehlenden Sicherheit über die Zukunft das Risiko (Hurine, Hardaker und Dijkhuizen, 1997, S.vii).

ANDERSON ET AL. beschreiben das Risiko der landwirtschaftlichen Produktion folgendermaßen: „Agricultural firms typically are competitive, face known input prices but uncertain product prices, and face uncertainty in some of the factors that influence the quantity and quality of the output they produce“ (Anderson, Dillon und Hardaker, 1977, S.160). Dieses verdeutlicht, dass das Risiko in ein System durch nicht kontrollierbare Inputs eingeht und somit eine verteilte Zielgröße bedingt. Unter einem System verstehen BERG und KUHLMANN „[...] eine Anzahl von Objekten bzw. Elementen, zwischen denen bestimmte Beziehungen bestehen oder zumindest hergestellt werden können“ (Berg und Kuhlmann, 1993, S.2), wobei sich Systeme aus Beständen und Strömen von Materie, Energie und Informationen zusammensetzen. Ein „[...] offenes dynamisches System [beschreibt] den Prozeß der Transformation von Systeminputs in Systemoutputs bzw. Zustandsgrößen“ (Berg und Kuhlmann, 1993, S.4). Der Transformationsprozess ist dabei von den Systemparametern beeinflusst. Bei Inputs (Variablen) handelt es sich um Größen, die das System von außen beeinflussen, wobei diese weiter in kontrollierbare – der Entscheidungsträger hat einen direkten Einfluss auf die Ausprägung dieser Größe – und nicht kontrollierbare Inputs – beispielsweise Umwelteinflüsse, der Entscheidungsträger hat keinen Einfluss – unterteilt werden. Parameter sind Größen, die auf das System einwirken und über den betrachteten Zeitraum konstant bleiben. Der Unterschied zwischen Variablen und Parametern liegt in dem Zeithorizont, über den sie sich verändern. Das Ergebnis eines Systems stellen Outputs dar. Diese können entweder Zustandsgrößen – beispielsweise Bevölkerungszahlen – oder Veränderungsraten – z.B. Wachstumsrate einer Population – sein (vgl. Berg und Kuhlmann, 1993, S.2ff.). Das Prinzip eines Systems ist in Abbildung 2.0.1 dargestellt. Übertragen auf die Risikoproblematik führt die Ungewissheit über die Größen der nicht kontrollierbaren Inputvariablen je nach Ausprägung der Größen zu einer möglichen Variation der Outputs und somit zu einer Abweichung zwischen Plan- und Zielgrößen.

Da eine vollständige Erfassung aller für eine Entscheidung – beziehungsweise für die Abwägung zweier sich ausschließender Handlungsalternativen – relevanten Informationen nicht möglich ist, entsteht Risiko durch nicht erfasste Informationen. Somit sind ökonomische Entscheidungen in der Regel risikobehaftet, wobei häufig für den Entscheidungsträger die Teilziele Risikovermeidung und Gewinnmaximierung im Konflikt zueinander stehen. Eine besondere Bedeutung hat die Identifikation und Analyse des Risikos, die sich „Zusammen mit der Suche nach politischen Maßnahmen sowie ihrer Beurteilung und Entscheidung [...] zum Risk-Management zusammenfassen“ (Steffen und Born, 1987, S.231) lassen. Risikomanagement ist ein fortlaufender Prozess, der sich aus den Teilaufgaben Identifikation, Quanti-



**Abbildung 2.0.1: Merkmale dynamischer Systeme**

Quelle: Eigene Darstellung nach Berg und Kuhlmann, 1993, S.5

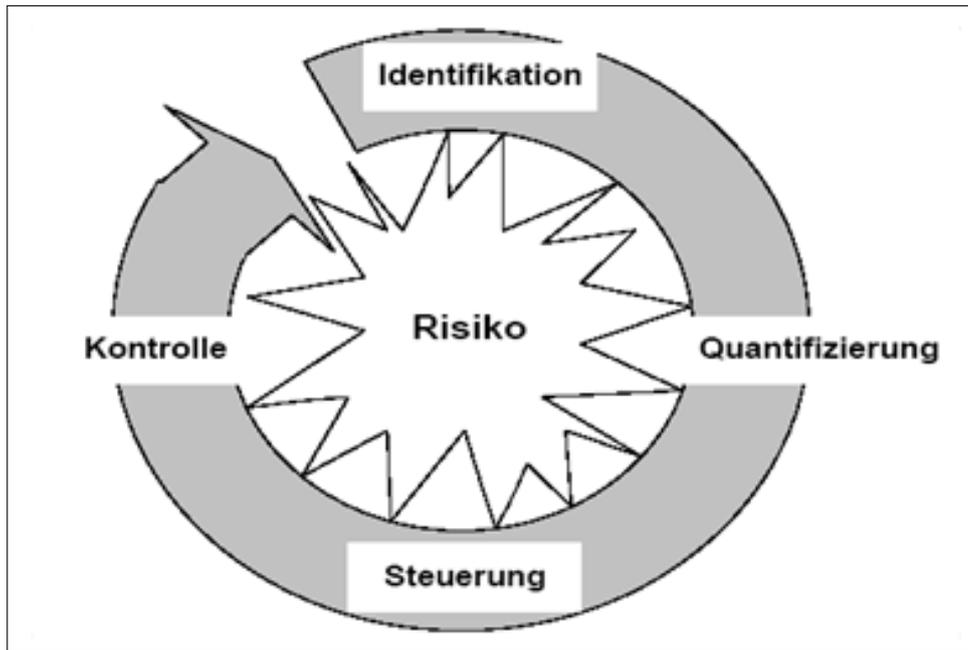
fizierung, Steuerung und Kontrolle des Risikos zusammensetzt (Abbildung 2.0.2).

Es ist vorteilhaft, ein gesamtbetriebliches Risikomanagement zu betreiben, da Einzelrisiken - solange die Korrelation zwischen den Risiken nicht Null beträgt – nicht einfach addiert werden können. Da das Gesamtrisiko durch Diversifikationseffekte immer kleiner ist als die Summe der Einzelrisiken, sollten gezielt diejenigen Einzelrisiken von Produktionszweigen oder innerhalb eines Produktionszweiges gemindert werden, die einen hohen Einfluss auf das Gesamt-(gewinn-)ziel im Verhältnis zum einzugehenden Risiko haben. „Es ist nicht Ziel des Risikomanagements, sich sämtlicher Risiken zu entledigen, sondern sich bewusst mit dem Eingehen von Risiken auseinanderzusetzen“ (Starp, 2006, S.27), denn zur Erwirtschaftung angemessener Gewinne müssen Risiken eingegangen werden (Starp, 2006, S.25ff.).

## 2.1 Risikoidentifikation

Um adäquat ein Risikomanagement betreiben zu können, ist als erster Schritt die Identifikation der Risiken notwendig. Um sicher zu stellen, dass möglichst keine bedeutenden Risiken übersehen werden, ist ein systematischer Ansatz vorteilhaft. Da es nicht möglich ist, alle potentiellen Risiken zu listen, kommt es darauf an, die wichtigsten mit ihren prognostizierten Wirkungen auf das Unternehmen zu erfassen (Hardaker, Huirne und Anderson, 1997, S.14).

Ein Ansatz zur Systematisierung der Unternehmensrisiken ist die Einteilung in Geschäfts- und Finanzierungsrisiken, wobei die Geschäftsrisiken, die unabhängig von der Finanzierung sind, weiter in Produktions-, Markt-, Politikrisiken und persönliche Risiken unterteilt werden. Die Finanzierungsrisiken sind abhängig von der Finanzierung und können in



**Abbildung 2.0.2: Risikomanagement als fortlaufender Prozess**

Quelle: Starp, 2006, S.28

Liquiditäts- und Zinsrisiko untergliedert werden (Abbildung 2.1.1). Dabei ist die Abgrenzung der Risiken nicht so trennscharf möglich, wie die Kategorien dargestellt sind (Starp, 2006, S.28ff.). In der landwirtschaftlichen Produktion ist die Entwicklung von Pflanzen- oder Tierbeständen nicht eindeutig vorhersehbar, da diese durch Krankheiten und andere unvorhersehbare Ereignisse – wie z.B. Unwetter – beeinflusst werden, wodurch das Produktionsrisiko entsteht. Das Marktrisiko resultiert zum einen daraus, dass die Input- und Output-Preise zum Zeitpunkt der Entscheidung für eine Produktionsalternative noch nicht feststehen. Andererseits besteht keine Sicherheit über absetzbare Mengen, weshalb es auch in das Preis- und Mengenrisiko weiter zerlegt werden kann. Eine weitere Quelle für Risiko besteht in der Gesetzgebung. Durch die Politik wird ein großer Teil der Rahmenbedingungen gesetzt, unter denen der Landwirt produziert und auf die er seine Produktion einstellt. Änderungen der Politik erfordern Anpassungsprozesse; daraus resultiert das Politikrisiko. Das persönliche Risiko beeinflusst ebenfalls den landwirtschaftlichen Betrieb. Sowohl eine sorglose als auch eine leichtsinnige Leitung des Betriebes, wie auch eine Krankheit oder der Tod des Betriebsleiters oder eines Mitarbeiters bedingen dieses Risiko. Es kann von minderer Bedeutung sein, wenn beispielsweise eine leichte Verletzung die Arbeitsfähigkeit einschränkt, kann aber auch existenzgefährdende Ausmaße annehmen. Das Liquiditätsrisiko birgt besondere Gefahr, wenn das Unternehmen mit einem hohen Fremdkapitalanteil finanziert ist. Dieser Anteil ermöglicht einerseits Leverage-Effekte, kann aber auf der anderen Seite Liquiditätsengpässe verursachen, wenn kein weiteres Fremdkapital von den Banken zur Verfügung gestellt werden sollte. Das Zinsrisiko entsteht durch die Schwankungen der



**Abbildung 2.1.1: Systematik landwirtschaftlicher Risikokategorien**

Quelle: Starp, 2006, S.29

Zinssätze. Kapital kann unter Umständen nur zu höheren Kosten aufgenommen werden, als es in der Planung vorgesehen war (Hardaker, Huirne und Anderson, 1997, S.5ff.; Berg und Krämer, 2008, S.143f.).

Eine weite Möglichkeit Risiken einzuteilen ergibt sich aus der Ursache-Wirkungsbeziehung der Risiken. Dabei werden den Risiken Eigenschaften bezüglich ihrer Ursache, ihres Verlaufes und ihrer Wirkung zugeordnet. Bei den Ursachen wird einerseits zwischen exogen und endogen induzierten, andererseits zwischen uni- und multikausalen Risiken unterschieden. Die verlaufsbezogenen Eigenschaften von Risiken setzen sich aus der Zeitspanne, über die sie andauern, aus potentiellen, latenten oder akuten Risiken, sowie aus ihrer endgültigen oder nur vorübergehenden Beherrschbarkeit zusammen. Die wirkungsbezogenen Typen teilen sich in überwiegend destruktive oder konstruktive Risiken sowie Risiken mit überwiegend interner oder externer Wirkung ein (Laschewski und Pessier, 2008, S.94ff.). Diese Kategorisierung ist in Tabelle 2.1 zusammengefasst.

Dabei liegt es in der Natur der Sache, dass nur vorstellbare Risiken erfasst werden können. Ist ein Risiko für einen Entscheidungsträger nicht vorstellbar, heißt das nicht, dass es nicht eintreten kann oder dass der Einfluss unbedeutend für das Unternehmen wäre. Für diese Risiken kann offensichtlich Weise kein Risikomanagement betrieben werden, weshalb Wert darauf gelegt werden sollte, möglichst alle bekannten und signifikanten Risiken zu erheben (Hardaker, Huirne und Anderson, 1997, S.14).

**Tabelle 2.1: Ursachen/Wirkungstypologie von Risiken**

Ursachenbezogene Elementartypen von Unternehmensrisiken	Nach der Lokalisierung der Risikoursachen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exogen induzierte Risiken</li> <li>• Endogen induzierte Risiken</li> </ul>
	Nach der Anzahl der Risiken	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Unikausal induzierte Risiken</li> <li>• Multikausal induzierte Risiken</li> </ul>
Verlaufsbezogene Elementartypen von Risiken	Nach der Prozessdauer	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kurz andauernde Risiken</li> <li>• Lang andauernde Risiken</li> </ul>
	Nach dem Aggregatzustand	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Potentielle Risiken</li> <li>• Latente Risiken</li> <li>• Akute Risiken</li> </ul>
	Nach der Beherrschbarkeit	<ul style="list-style-type: none"> <li>• (endgültig) beherrschbare Risiken</li> <li>• (vorübergehend) beherrschbare Risiken</li> </ul>
Wirkungsbezogene Elementartypen von Risiken	Nach der Art der Wirkungen	Risiken mit (überwiegend): <ul style="list-style-type: none"> <li>• destruktiven Wirkungen</li> <li>• konstruktiven Wirkungen</li> </ul>
	Nach der Lokalisierung der Wirkungen	Risiken mit (überwiegend): <ul style="list-style-type: none"> <li>• internen Wirkungen</li> <li>• externen Wirkungen</li> </ul>

Quelle: Eigene Darstellung nach Laschewski und Pessier, 2008, S.95f., basierend auf Form, 2005, S.23ff.

## 2.2 Risikoquantifizierung

Zur Quantifizierung des Risikos, das mit einem Ereignis verbunden ist, sind die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Ereignisse (Frequenz), der Zusammenhang zwischen verschiedenen Ereignissen (Korrelation) und die Transformation der Zielgröße (Intensity) zu betrachten. Dabei zeichnet sich ein Ereignis in der Regel durch eine bestimmte Ausprägung einer Inputvariablen aus.

Diesen Einfluss auf die Variablen bzw. den daraus resultierenden zu erwartenden Folgen können Eintrittswahrscheinlichkeiten zugeordnet werden anhand derer festgelegt ist, ob ein Ereignis als eher wahrscheinlich oder eher unwahrscheinlich einzustufen ist. Die Wahrscheinlichkeiten können auf objektiven oder subjektiven Annahmen beruhen. Objektive Wahrscheinlichkeiten ergeben sich zum Beispiel bei Würfelergebnissen, da die Eintrittswahrscheinlichkeit der Augenzahlen intersubjektiv nachvollziehbar ist. Ebenso werden statistische Wahrscheinlichkeiten, die sich aus einer Datengrundlage ableiten lassen, zu den objektiven Wahrscheinlichkeiten gezählt, auch wenn sich die Rahmenbedingungen, die zu den empirischen Daten geführt haben, ändern können und subjektive Einflüsse vom Statistiker mit einfließen. Subjektive Wahrscheinlichkeiten sind nicht intersubjektiv nachvollziehbar und beruhen auf den Erfahrungen von Entscheidungsträgern oder Befragten (z.B. Experten). Sie können beispielsweise durch eine Dreiecksverteilung dargestellt werden, für die erwartete absolute Minimalwerte, Maximalwerte und wahrscheinlichste Werte für die unterschiedlichen Inputvariablen erfragt werden. Objektive sind subjektiven Verteilungen vorzuziehen, da sie nicht auf persönlichen Einschätzungen – und deshalb auch nicht auf begrenzten Informationen – beruhen (Starp, 2006, S.33f.).

Als zweiter Teilaspekt ist die Korrelation zwischen den Inputvariablen zu betrachten. Einzelrisiken eines Betriebes können – solange sie nicht zusammenhangslos sind – nicht einfach zum Gesamtrisiko aufaddiert werden, da Diversifikationseffekte zu berücksichtigen sind. In

Abhängigkeit vom Zusammenhang der Variablen teilt sich das Gesamtrisiko in das systematische und das unsystematische Risiko auf. Betrachtet man beispielsweise den Überschuss eines Produktionsverfahrens zum Zeitpunkt  $t$  ( $e_{1,t}$ ) und unterstellt, dass andere Produktionsverfahren ( $e_{x,t}$ , mit  $x \neq 1$ ) positiv mit diesem korreliert sind, und alle Überschüsse einer Normalverteilung unterliegen, dann wirft Produktionsverfahren 1 immer dann hohe Überschüsse ab, wenn die anderen ebenfalls tendenziell hohe Überschüsse aufweisen und umgekehrt. Beschreibt man den Zusammenhang zwischen dem Gesamtüberschuss ( $R_t$ ) und dem Überschuss eines Produktionsverfahrens durch eine lineare Regressionsgerade, so ergibt sich:

$$e_t = \alpha_t + \beta_t \cdot R_t + \varepsilon_t \quad , \text{ mit } \left( R_t = \sum_{x=1}^n e_{x,t} \right) \quad (2.2.1)$$

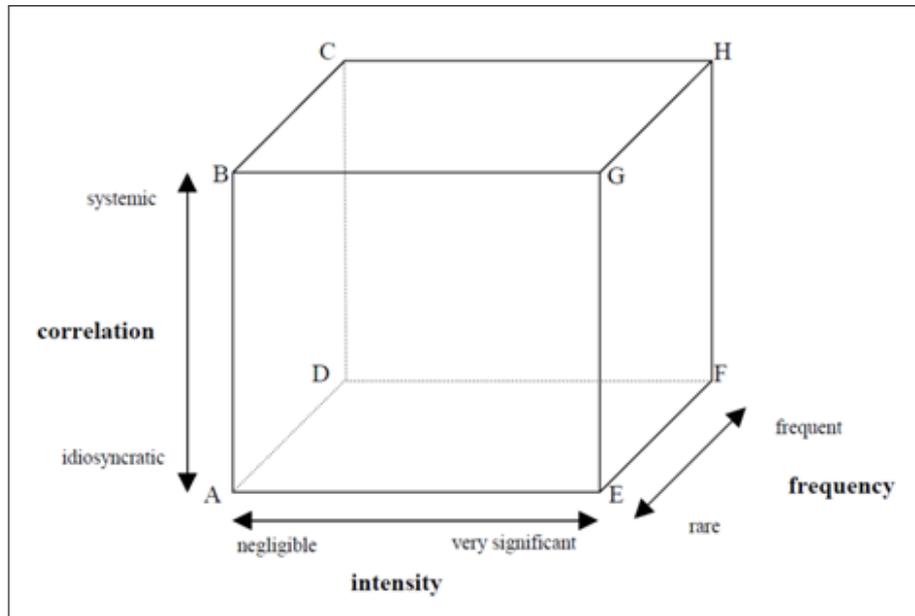
mit  $\alpha$  und  $\beta$  als Regressionskoeffizienten und  $\varepsilon$  als Störgröße/Residuum. Nutzt man die Varianz ( $\sigma^2(e_t)$ ) zur Beschreibung des Risikos eines Produktionsverfahrens, so besteht dieses aus der Summe des systematischen ( $\beta_t^2 \cdot \sigma^2(R_t)$ ) und des unsystematischen Risikos ( $\sigma^2(\varepsilon_t)$ ):

$$\sigma^2(e_t) = \beta_t^2 \cdot \sigma^2(R_t) + \sigma^2(\varepsilon_t) \quad (2.2.2)$$

Das systematische Risiko ist auf Faktoren zurückzuführen, die alle Produktionsverfahren gleichermaßen betreffen, aber nicht zwangsläufig in gleicher Weise beeinflussen. Es gibt an, inwieweit der Wert eines Produktionsverfahrens von dem Wert des Gesamtportfolios betrachteter oder realisierter Produktionsverfahren abhängt und ist damit von der allgemeinen wirtschaftlichen Lage beeinflusst. Das unsystematische Risiko stellt nur für das einzelne Produktionsverfahren ein Risiko dar. Dieses wird über die Störgröße der Regression definiert, welche einen Erwartungswert von Null hat und sich deshalb über die Zeit oder über die Produktionsverfahren weg diversifiziert. Somit spielt es in einem ausreichend großen Portfolio keine Rolle (Franke, 1989, S.69ff.). Das Verhältnis zwischen un- und systematischem Risiko eines Produktionsverfahrens ist sehr stark vom Portfolio und damit vom individuellen Entscheidungsträger abhängig. Für den Hausbesitzer stehen beispielsweise das Ausmaß eines Brandschadens und die entgangenen Mieteinnahmen in einem starken Verhältnis, weshalb der Brandschaden für ihn vorwiegend ein systematisches Risiko darstellt. Für die Versicherung stellt dieser Schaden allerdings weitestgehend ein unsystematisches Risiko dar, sofern die Versicherungsobjekte weit genug gestreut sind, da der Einzelschaden durch das Gesetz der großen Zahlen einen unwesentlichen Einfluss auf das Gesamtergebnis des Unternehmens nimmt.

Als dritter Teilaspekt muss die Transformation der stochastischen Inputvariablen zur Zielgröße betrachtet werden, um die Bedeutung für das Gesamtrisiko bestimmen zu können. Ist beispielsweise der Gewinn eines Produktes die Zielgröße und der Verkaufspreis die mit Un-

## 2 Risikomanagement



**Abbildung 2.2.1: „Risk-Box“**

Quelle: Cafiero et al., 2005, S.4

sicherheit belastete Variable, so findet die Transformation zur Zielgröße durch Multiplikation des Preises mit der „fixen“ Produktionsmenge und Subtraktion der Kosten statt. Stellt der Gewinn aus diesem Produkt allerdings nur einen Bruchteil des gesamtbetrieblichen Gewinnes dar, so wird diesem Produktpreis im Risikomanagement keine große Bedeutung zugemessen werden.

Verschiedene Risiken können als Punkte in einem Würfel dargestellt werden, dessen Dimensionen aus der Korrelation, der Intensität und der Frequenz bestehen (Abbildung 2.2.1). Risiken können in diesen eingeordnet werden, wobei je nach Bewertung unterschiedliche Instrumente zu ihrer Bewältigung zur Verfügung stehen (vgl. Abschnitt 2.5).

Die Quantifizierung von Risiko kann entweder über die Auswertung von historischen Daten oder – wenn diese nicht in ausreichendem Umfang zugänglich sind – über die Analyse von Modellergebnissen erfolgen. Grundlage für den zweiten Weg zur Entscheidungsfindung ist eine Modellbildung, die aus eingehenden Inputgrößen eine Outputgröße formt und somit das Risiko messbar macht. Ein einfacher Ansatz ist das Erstellen einer Entscheidungsmatrix, wo zu unterschiedlichen Umweltzuständen und Handlungsalternativen Ergebnisse ermittelt werden. Diese Methode ist besonders geeignet beim Vorliegen subjektiver Wahrscheinlichkeiten. Beschäftigt man sich hingegen mit einem großen Portfolio an Aktivitäten oder es liegen objektive Wahrscheinlichkeiten vor, so wird die Entscheidungsmatrix unüberschaubar. Es gibt die Möglichkeit, die zusätzlichen Informationen der Verteilungen mit einzubeziehen, weshalb in diesen Fällen alternative Ansätze zur Bestimmung der Verteilung der Outputgröße herangezogen werden. Diese Ansätze werden einerseits in nicht- bzw. parametrische Verfahren, andererseits in analytische bzw. numerische Verfahren unterteilt. Nicht-parametrische

**Tabelle 2.2: Verfahren zur Bestimmung der Verteilung einer aggregierten Zufallsvariablen**

	Nicht-parametrisch	Parametrisch
Analytisch		Varianz-Kovarianz-Methode
Numerisch	Historische Simulation	Stochastische Simulation

Quelle: Eigene Darstellung nach Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.358

Verfahren beruhen auf empirischen Verteilungen, die aus erhobenen Werten gebildet werden. Parametrische Verfahren basieren auf geschätzten Verteilungen, die eindeutig durch der Verteilung zugehörige Parameter beschrieben sind. Analytische Verfahren zur Bestimmung der Outputgröße nutzen geschlossene Formeln, wohingegen bei numerischen Verfahren durch Simulation mehrfach Zufallszahlen gezogen werden, die eine Verteilung der Outputgröße ergeben. Bei diesen Verfahren werden die Varianz-Kovarianz-Methode, die Historische Simulation und die Stochastische Simulation unterschieden, die in Tabelle 2.2 systematisiert sind (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.358f.).

Für diese drei Ansätze sind die Daten auf trendhafte Bewegungen zu untersuchen und gegebenenfalls vor der Analyse zu bereinigen. Im Folgenden werden die Verfahren genauer beschrieben.

### 2.2.1 Entscheidungsmatrix

Die vermutlich einfachste Methode, mit Unsicherheiten über zukünftige Ereignisse umzugehen, stellt die Entscheidungsmatrix dar. In ihr werden die Ergebnisse von Handlungen in Abhängigkeit von gewählten Maßnahmen und den eintretenden Umweltzuständen abgebildet. Dabei stellen die Umweltzustände die Menge der nicht kontrollierbaren Inputvariablen in einem Modell dar. Um eine Entscheidung fällen zu können, muss eine endliche Anzahl an Umweltzuständen ( $u_n$ ) angenommen werden. Weiter wird eine ebenfalls endliche Anzahl an Handlungsalternativen ( $a_m$ ) gesucht, die möglichst vollständig die Möglichkeiten des Entscheidungsträgers abdecken sollen. Beispielsweise kann eine Matrix aus den Umweltzuständen trockene und nasse Vegetationsperiode bestehen und die Handlungsmöglichkeiten aus dem Anbau von zwei verschiedenen Weizensorten, von denen eine eine höhere Anpassungsfähigkeit an trockene Bedingungen besitzt, dieses aber durch Ertragseinbußen gegenüber der anderen Sorte bei ausreichend Niederschlag bezahlen muss. Aus den Umweltzuständen und den Handlungsalternativen entstehen insgesamt  $m \cdot n$  Ergebnisse ( $e_{i,j}$ ). Der Ergebniswert ist in der zu optimierenden Größe zu messen, was in den meisten Fällen monetäre Erträge sein werden. So werden sich im Beispiel je nach Kombination von eintretenden Umweltzuständen und gewählten Handlungsalternativen unterschiedliche Erträge ergeben, die gewichtet mit einem (zunächst) konstant angenommenen Produktpreis zu einem jeweils zugehörigen Geldertrag führen werden. Der prinzipielle Aufbau der Entscheidungsmatrix ist in Tabelle 2.3 dargestellt. Zur Auswahl der individuell optimalen Handlungsalternative stehen unter-

**Tabelle 2.3: Entscheidungsmatrix**

Handlungsalternativen		$a_1$	$a_2$	...	$a_i$	...	$a_m$
Umweltzustände	Eintrittswahrscheinlichkeiten						
$u_1$	$p_1$	$e_{11}$	$e_{12}$	...	$e_{1i}$	...	$e_{1m}$
$u_2$	$p_2$	$e_{21}$	$e_{22}$	...	$e_{2i}$	...	$e_{2m}$
...	...	...	...		...		...
$u_j$	$p_j$	$e_{j1}$	$e_{j2}$	...	$e_{ji}$	...	$e_{jm}$
...	...	...	...		...		...
$u_n$	$p_n$	$e_{n1}$	$e_{n2}$	...	$e_{ni}$	...	$e_{nm}$

Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung an Kuhlmann, 2007, S.83

schiedliche Entscheidungsregeln zur Verfügung (vgl. Kuhlmann, 2007, S.87ff., Kehrberg und Reisch, 1969, S.127f.), wobei es für einige Entscheidungsregeln notwendig ist, dass die Umweltzustände mit Eintrittswahrscheinlichkeiten ( $p_n$ ) gewichtet sind. Für eine Entscheidungsmatrix ist es wichtig, dass nach Möglichkeit alle relevanten Handlungsalternativen erfasst werden, da ansonsten die Entscheidung zu einem suboptimalen Ergebnis führen kann. Des weiteren müssen sich die betrachteten Handlungsalternativen gegenseitig ausschließen. Ist dieses nicht der Fall, so stellen diese Handlungsalternativen nur eine gemeinsame dar, da sie nicht unabhängig von der anderen gewählt werden können (Kuhlmann, 2007, S.82ff.).

### 2.2.2 Varianz-Kovarianz-Methode

Mit der Varianz-Kovarianz-Methode (oder analytischen Methode) wird die Verteilung der Zielgrößen auf algebraischem Wege aus den zugrundeliegenden Verteilungen der Inputgrößen abgeleitet. Die Parameter der Inputvariablen (Erwartungswert, Varianz und Korrelation zu den übrigen Inputverteilungen) müssen dabei bekannt sein oder aus historischen Daten errechnet werden können. Als Vorteil dieser Methode wird der geringe Rechenaufwand genannt, nachteilig wirkt sich hingegen aus, dass sich diese Methode hauptsächlich für additiv verknüpfte Normalverteilungen eignet. Der gemeinsame Erwartungswert einer Zielgröße ( $Z$ ) ergibt sich bei additiv verknüpften Produktionsalternativen ( $K$ ) mit den Ausprägungen  $X_k$  und den Umfängen der einzelnen Produktionsverfahren von  $u_k$  durch:

$$E(Z) = \sum_{k=1}^K u_k \cdot E(X_k) \tag{2.2.3}$$

Die zugehörige Varianz von  $Z$  errechnet sich durch die Formel:

$$V(Z) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K u_k \cdot u_l \cdot \sigma_{k;l} = \sum_{k=1}^K u_k^2 \cdot \sigma_k^2 + 2 \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{l < k}^K u_k \cdot u_l \cdot \sigma_k \cdot \sigma_l \cdot \rho_{k;l} \tag{2.2.4}$$

Dabei stellt  $\sigma_{k;l}$  die Kovarianz,  $\sigma_k$  die Standardabweichung und  $\rho_{k;l}$  den Korrelationskoeffizienten dar, der sich aus  $\rho_{k;l} = \frac{\sigma_{k;l}}{\sigma_k \cdot \sigma_l}$  ergibt. Es zeigt sich, dass die Gesamtvarianz, je nachdem, welche Korrelationskoeffizienten zugrunde liegen, die Summe der Einzelvarianzen übersteigen bzw. unterschreiten kann (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.359ff.). Für multiplikativ verknüpfte Variablen, wie beispielsweise Verkaufspreis und Menge von Weizen, und einer unterstellten Normalverteilung ergibt sich der Erwartungswert des Produktes als (Bohrnstedt und Goldberger, 1969, S.1439f.):

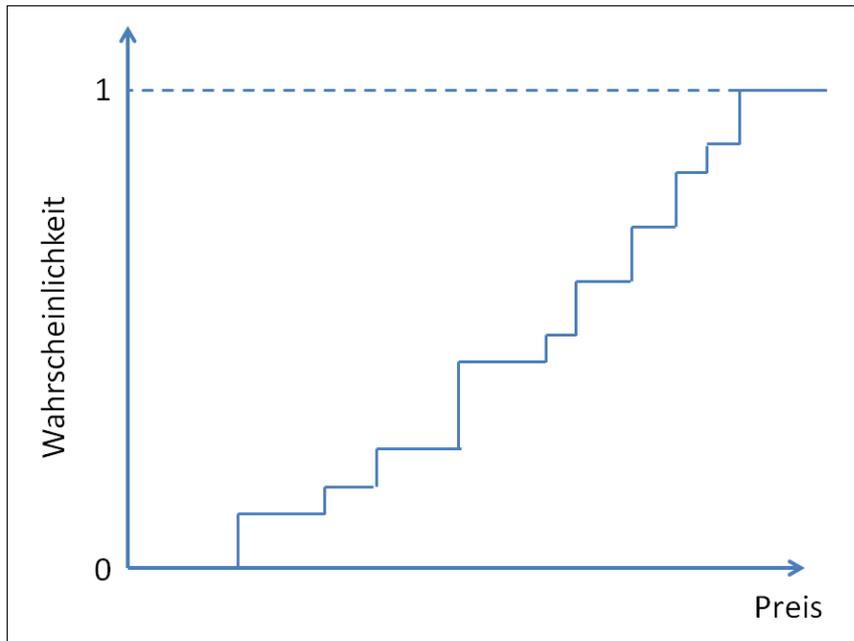
$$E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y) + Cov(X, Y) \quad (2.2.5)$$

Sowie die Varianz<sup>1</sup> als:

$$\begin{aligned} Var(XY) &= (E(X))^2 \cdot Var(Y) + (E(Y))^2 \cdot Var(X) \\ &+ 2 \cdot E(X) \cdot E(Y) \cdot Cov(X, Y) \\ &+ Var(X) \cdot Var(Y) + (Cov(X, Y))^2 \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

Sind die eingehenden Verteilungen nicht symmetrisch, so stellen die Ergebnisse eine Näherung dar. Die Formeln zur Varianz zeigen auf, dass die Gesamtvarianz von den Korrelationen der zugrundeliegenden Inputvariablen abhängig ist. Es können sich je nach Korrelation natürliche Hedges ergeben. Beispielsweise sind Ferkel- und Schweinepreise positiv miteinander korreliert. Da für einen Mäster die Ferkelpreise eine Kostenposition und die Schweinepreise eine Erlösposition bedeuten, verringert sich die Varianz seiner Gewinne, da er tendenziell immer dann teure Ferkel einkaufen muss, wenn er zuvor seine Schweine zu hohen Preisen verkaufen konnte und umgekehrt. Ein Beispiel für einen natürlichen Hedge bei multiplikativ verknüpften Variablen stellt in Teilen der Kartoffelmarkt dar. Die Preise von Kartoffeln sind auf dem regionalen Markt immer dann niedrig, wenn die Produktionsmenge hoch ist. So kann ein Landwirt eine geringe Kartoffelernte meist zu einem hohen Preis absetzen und eine gute Ernte zu einem schlechteren Preis, was ebenfalls zu einer Gewinnglättung führt (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.360). In diesem Zusammenhang ist darauf hinzuweisen, dass Variablen wie Felderträge keine negativen Werte annehmen können und somit Verteilungen mit einer unteren Grenze des Wertebereiches kleiner Null diese nicht ausreichend beschreiben können. STARP weist aber darauf hin, dass die Wahrscheinlichkeit für negative Werte häufig so gering ist, dass dieser Einwand zu vernachlässigen sein kann und die Normalverteilung eine gute Approximation darstellt (Starp, 2006, S.131).

<sup>1</sup>Die Formel stellt einen Spezialfall für normalverteilte Inputgrößen dar. Der allgemeine Beweis für abhängige Variablen findet sich in Goodman (1960) und Bohrnstedt und Goldberger (1969).



**Abbildung 2.2.2: Gestufte kumulierte Preisfunktion**

Quelle: Eigene Darstellung

### 2.2.3 Historische Simulation

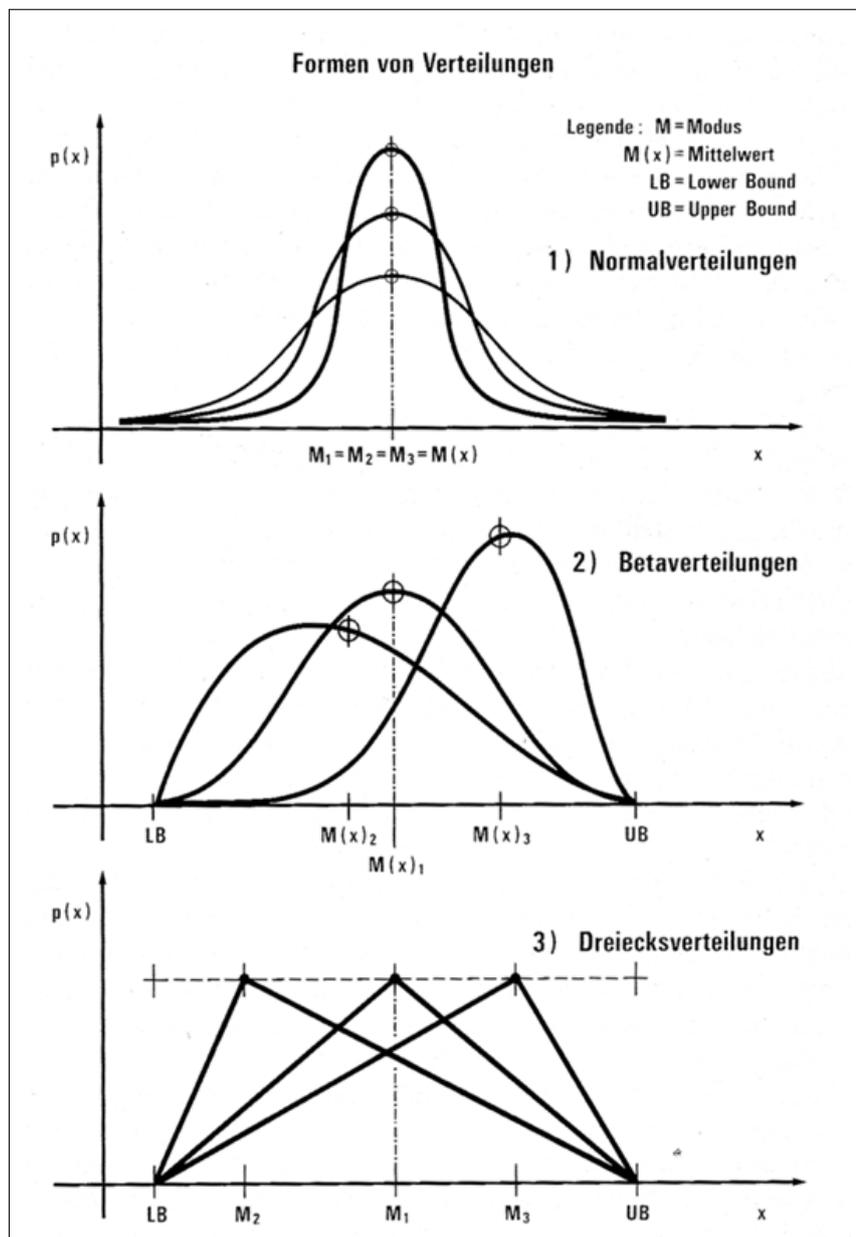
Die Grundidee der Historischen Simulation liegt darin, aus historischen Daten eine empirische Verteilung der Zielgrößen zu bestimmen. Voraussetzung hierfür ist das Vorliegen ausreichend langer und vollständiger Datenreihen der (disaggregierten) Variablen, um daraus die Zielgröße berechnen zu können. Hierbei wird die Vergangenheit zur Vorhersage der zukünftigen Verteilung der Zielgröße herangezogen, was ein besonderes Augenmerk auf trendhafte Bewegungen in den Daten verlangt. Betrachtet man die Ölpreise der vergangenen fünfzig Jahre, so wird man nicht davon ausgehen, dass diese die mögliche Verteilung der zukünftigen Jahre repräsentiert (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.363). Besitzt man eine (trendbereinigte) Datenreihe von Weizenpreisen, so werden diese aufsteigend geordnet und jedem Preis die gleiche Eintrittswahrscheinlichkeit zugeordnet, woraus sich eine kumulierte Verteilungsfunktion ergibt, wie sie beispielhaft in Abbildung 2.2.2 dargestellt ist.

### 2.2.4 Stochastische Simulation

Bei der stochastischen Simulation wird die Verteilung der Zielgröße durch einen numerisch-experimentellen Ansatz ermittelt. Hierzu wird ein Modell aufgebaut, das die Zusammenhänge, die zur Zielgröße führen, beschreibt. Dabei verlangt eine Modellbildung immer die Abstraktion von der Wirklichkeit, da es für einen Entscheidungsträger unmöglich ist, die Komplexität der Realität in einem Modell abzubilden. Der Abstraktionsgrad ist dabei in Abhängigkeit von der Zielsetzung des Modells zu wählen. Ein sehr stark vereinfachtes Modell – bis

hin zum klassischen Kausalschema, das nur einen einfachen Ursache-Wirkungszusammenhang kennt – ermöglicht eine einfache Erfassung der Zusammenhänge. Es beinhaltet aber die Gefahr, dass wesentliche Einflussgrößen unberücksichtigt bleiben. Bildet das Modell hingegen annähernd die Realität ab, so wurde der Einfluss vieler Größen beschrieben, die resultierende Komplexität des Modells lässt sich aber nicht mehr erfassen und der Einfluss von Größen u.U. nicht mehr interpretieren. „Je realitätsnäher und damit komplexer ein Modell wird, desto weniger hilft es oft, die reale Welt zu verstehen und zu kontrollieren“ (Berg und Kuhlmann, 1993, S.11). Die Schwierigkeit für den Modellentwickler liegt darin, den richtigen Grad zwischen Abstraktion und damit Überschaubarkeit der abgebildeten Zusammenhänge und Komplexität, die zur Wirklichkeitsnähe führt, zu finden. In das Modell werden anschließend Realisationen der Zufallszahlen für die eingehenden Inputgrößen eingesetzt und durch mehrfaches Wiederholen die Verteilung der Zielgröße bestimmt. Die Inputgrößen können dabei entweder ausschließlich Verteilungen unterliegen oder zusätzlich verschiedenen Prozessen folgen. Unterstellt man Verteilungen, so sind im Vorfeld Annahmen über Parameter der Verteilungen zu unterstellen oder aus Daten abzuleiten. Basierend auf diesen Verteilungsparametern werden anschließend immer neue Realisationen für die Inputvariablen aus der Verteilung generiert, wobei die realisierten Werte keinen Einfluss auf die Parameter der Verteilungen ausüben. Als besonders bedeutende Verteilungen sehen STEFFEN und BORN die Normal-, Beta- und Dreiecksverteilung an (vgl. Abbildung 2.2.3)(Steffen und Born, 1987, S.301ff.), wobei auch jede andere Verteilung in Erwägung gezogen werden sollte, um die Daten bestmöglich zu beschreiben. Bei der Anpassung der gewählten Verteilung kommt es darauf an, „[...] die Parameter [...] so zu schätzen, dass die beobachtete Stichprobe die größte Wahrscheinlichkeit der Realisation besitzt“ (Starp, 2006, S.96). Folgt die unsichere Inputgröße einem Prozess, so wird die weitere Entwicklung der Größe durch einen funktionalen Zusammenhang beschrieben. Dabei können – im Gegensatz zu einfachen Verteilungen – die Zeit und/oder vergangene Realisationen eingehender Größen Einfluss auf die weitere Entwicklung des Wertes nehmen. Dabei wird die neue Realisation der Inputgröße durch die vorherige Realisation zuzüglich der neu generierten Veränderung beschrieben. In der Regel wird jedem Prozess ein Fehlerterm aufaddiert, der nicht kontrollierbare Wertentwicklungen verursacht und dem meist eine Normalverteilung unterstellt wird. Zu diesen Prozessen zählen stochastische Prozesse wie der Wiener Prozess, Brownsche Bewegungen oder Mean-Reverting-Prozesse (vgl. Dixit und Pindyck, 1994, S.59ff.).

Zur Realisation der Zufallszahlen kann die Monte-Carlo-Simulation herangezogen werden. Hierfür werden computergeneriert Zufallszahlen im Intervall  $[0, 1]$  erzeugt und durch die Inverse der Verteilungsfunktion zu Realisationen der Inputgröße umgewandelt. Dieses funktioniert, da die Fläche unterhalb der zugehörigen Dichtefunktion ( $f(x)$ ) als Eins definiert ist und somit die Y-Achse den Wertebereich  $[0, 1]$  für die (kumulierte) Verteilungsfunktion ( $F(x)$ ) abbildet. Zufallszahlen, die durch Computerprogramme generiert werden, sind in der



**Abbildung 2.2.3: Formen von Verteilungsfunktionen**

Quelle: Steffen und Born, 1987, S.303

Regel gleichverteilte Zufallszahlen im Intervall  $[0, 1]$ . Unter Verwendung der Inverse der (kumulierten) Verteilungsfunktion können somit gleichverteilte Zufallszahlen in Zufallszahlen der unterstellten Verteilung überführt werden, was in Abbildung 2.2.4 dargestellt ist (Berg und Kuhlmann, 1993, S.241ff.).

Werden für das Modell nur wenige Werte simuliert, so ist die Simulation der verteilten Zufallszahlen anhand des Latin Hypercube Samplings vorzuziehen, da hierdurch die Ränder der Verteilung besser berücksichtigt werden. Sollen  $m$  Zahlen realisiert werden, so werden für die Monte-Carlo-Simulation  $m$  Realisationen einer Gleichverteilung durch die Inverse zu Ergebnissen umgewandelt. Bei dem Latin Hypercube Sampling wird die Ordinate im Bereich  $[0, 1]$  in  $m$  überschneidungsfreie, gleiche Intervalle eingeteilt und aus jedem Intervall eine Zufallszahl gezogen, die anhand der Inversen transformiert wird. Durch dieses Verfahren ist sichergestellt, dass die Ränder der Verteilungen auch bei wenigen Werten ausreichend berücksichtigt werden (vgl. Abbildung 2.2.5). Bei großen Simulationsumfängen sind die Ergebnisse der beiden Methoden identisch (Starp, 2006, S.102ff.).

Neben dem Verhalten der Inputgrößen selbst ist für die Simulation auch das Verhalten der Inputgrößen untereinander entscheidend. Der Zusammenhang kann dabei entweder durch Korrelationen hergestellt werden, oder wie in Kapitel 3.3 durch Copulae. Der Korrelationskoeffizient nach Pearson beschreibt die Stärke und Richtung eines linearen Zusammenhanges. Dieser wird aus der Kovarianz und den Standardabweichungen zweier betrachteter Variablen ( $X$  und  $Y$ ) gebildet. Die Kovarianz kann beschrieben werden als der Erwartungswert ( $E\{\}$ ) der multiplikativ verknüpften Abweichungen der Variablen vom jeweiligen Erwartungswert der Variable ( $(X - E(X))$  bzw.  $(Y - E(Y))$ ). Wird der Erwartungswert als Mittelwert ausgedrückt, ergibt sich der zweite Teil der Gleichung mit der Anzahl der Beobachtungswerte ( $n$ ) und den Mittelwerten  $\bar{X}$  und  $\bar{Y}$ :

$$\text{cov}(X, Y) = E\{[X - E(X)] \cdot [Y - E(Y)]\} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X}) \cdot (y_i - \bar{Y}) \quad (2.2.7)$$

Teilt man die Kovarianz durch die Standardabweichungen (gleich den Wurzeln der Varianzen), so erhält man den Korrelationskoeffizienten als normierte Kovarianz:

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X) \cdot \text{Var}(Y)}} \quad (2.2.8)$$

Dieser Korrelationskoeffizient ergibt Werte im Bereich von minus bis plus Eins. Ein Wert von  $|1|$  stellt einen perfekten Zusammenhang zwischen den beiden Variablen dar. Es lässt sich der Wert der einen Variable als Funktion der anderen Variablen beschreiben. Nimmt der Wert des Korrelationskoeffizienten ab, so treten Fehlergrößen in der Transformation auf, so dass der über die Funktion berechnete Wert nur noch annäherungsweise den tatsächlichen Wert

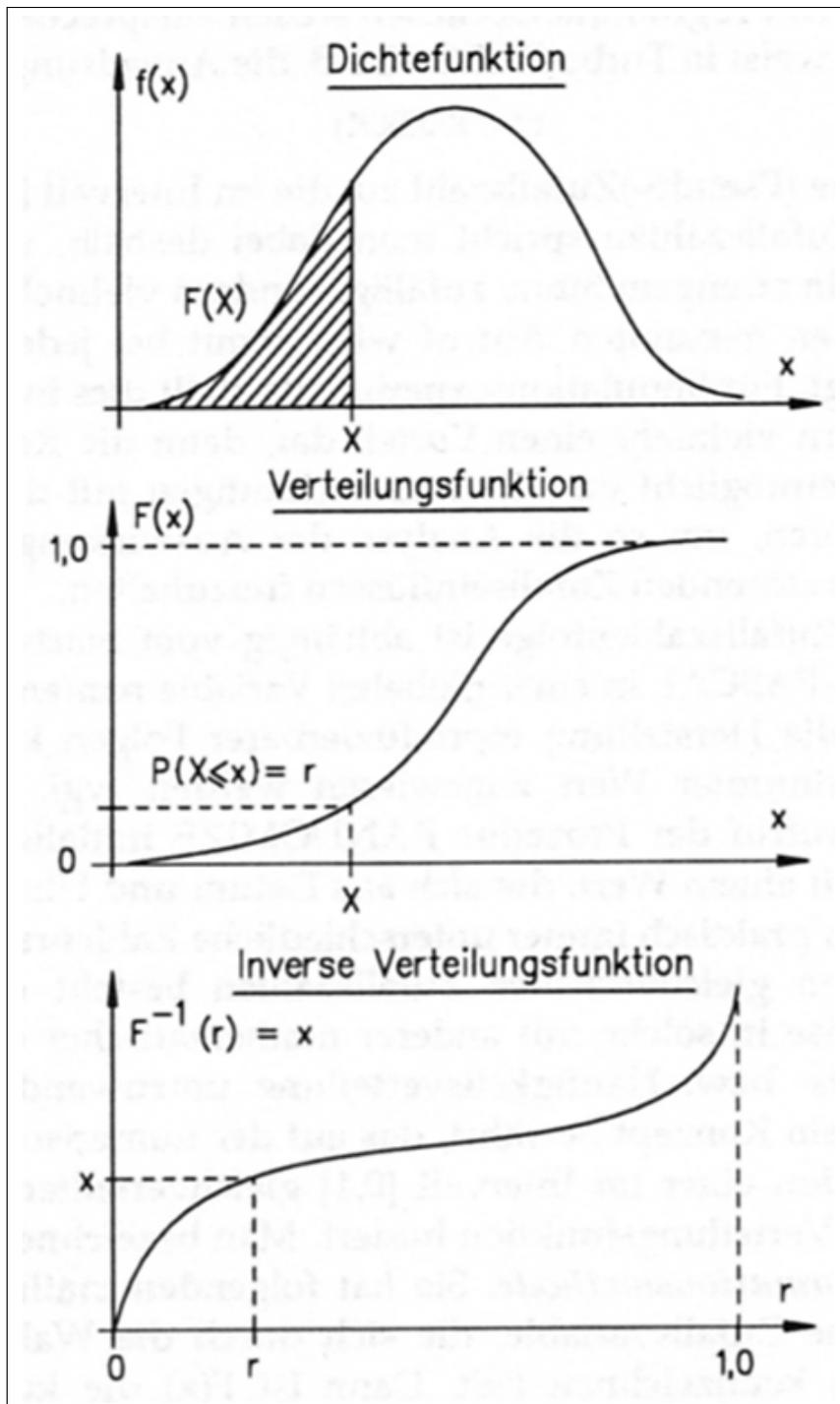
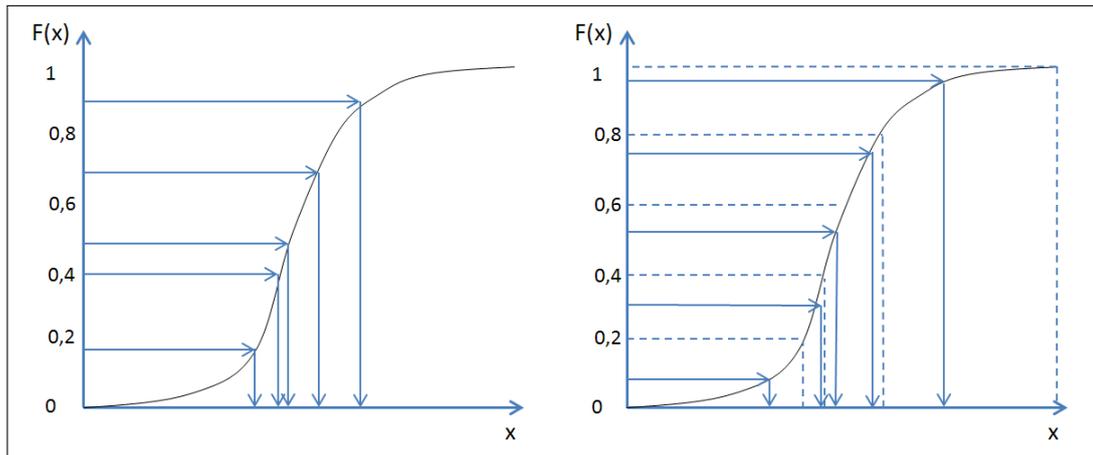


Abbildung 2.2.4: Inverse Transformationsmethode

Quelle: Berg und Kuhlmann, 1993, S.242



**Abbildung 2.2.5: Vergleich zwischen Monte-Carlo-Simulation und Latin Hypercube Sampling**

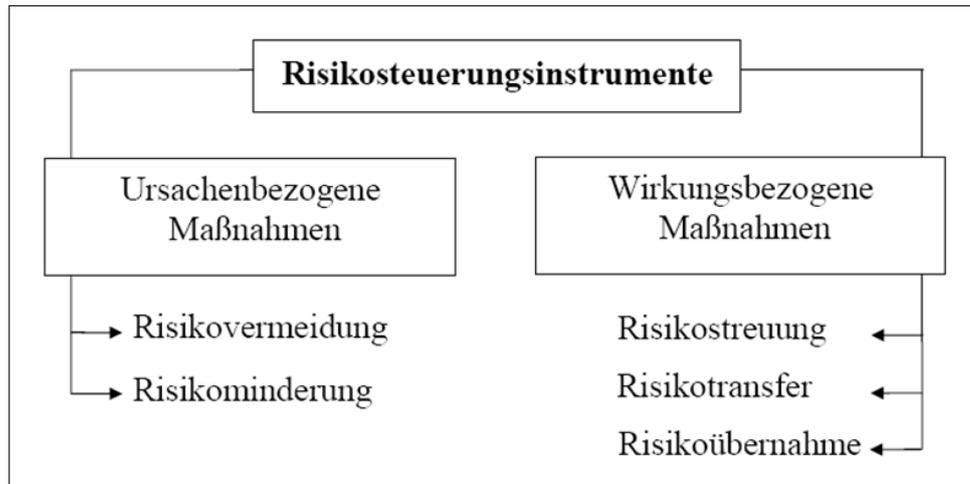
Quelle: Eigene Darstellung nach Starp, 2006, S.105

wiedergibt. Mit fallendem Korrelationskoeffizienten steigt dieser Fehler, bis letztendlich bei einem Wert von Null kein Zusammenhang mehr zwischen den beiden Variablen besteht. Zu beachten ist, dass der Korrelationskoeffizient nur einen statistischen Zusammenhang wiedergibt, weshalb aber kein kausaler Zusammenhang zwischen den Variablen bestehen muss. Grundsätzlich empfiehlt es sich, neben der Berechnung der Korrelation auch die Streuung und Form der Wertepaare  $(x_i, y_i)$  in einer Punktwolke zu beurteilen, da die Analyse nur auf einen linearen Zusammenhang gerichtet ist und so z.B. quadratische Zusammenhänge nicht erkannt werden können (Sachs, 1992, S.489ff.).

## 2.3 Risikosteuerung

Im Rahmen der Risikosteuerung wird versucht, die identifizierten und quantifizierten Risiken aktiv zu beeinflussen. „Die risikopolitischen Instrumente (Maßnahmen) zielen dabei auf eine gezielte Verringerung der Eintrittswahrscheinlichkeit (ursachenbezogene Instrumente) oder auf eine Begrenzung der Auswirkungen von Risiken (wirkungsbezogene Instrumente) ab“ (Starp, 2006, S.36). Ursachenbezogene Maßnahmen lassen sich in Risikovermeidung und Risikominderung unterteilen. Zur Risikovermeidung werden gezielt Risikoquellen ausgeschaltet, was durch eine Eintrittswahrscheinlichkeit oder eine Tragweite der Entscheidung von Null geschehen kann. Eine Möglichkeit, dieses zu realisieren, kann beispielsweise der Ausstieg aus einem riskanten Produktionsverfahren darstellen. Die Risikominderung stellt eine abgeschwächte Form der Risikovermeidung dar, weil sie nur auf eine Reduzierung der Eintrittswahrscheinlichkeit und/oder der Tragweite auf ein akzeptables Maß abzielt. Maßnahmen zur Risikominderung werden nach HÖLSCHER (Hölscher, 2000, S.328) unterschieden in:

## 2 Risikomanagement



**Abbildung 2.3.1: Systematik der Risikosteuerungsmöglichkeiten**

Quelle: Starp, 2006, S.23

- Personelle Maßnahmen (Schulung, Personalauswahl usw.),
- Technische Maßnahmen (konstruktive Verbesserung des Sicherheitsniveaus, technische Sicherheitseinrichtungen usw.) und
- Organisatorische Maßnahmen (Verbesserung von Arbeitsabläufen, Qualitätsmanagement usw.).

Wirkungsbezogene Maßnahmen zur Risikosteuerung sind Risikostreuung, Risikotransfer und Risikoübernahme. Eine Streuung erzielt man durch Diversifikation, die eine Minderung der Gesamtvarianz der Zielgröße (z.B. Unternehmensgewinn) verglichen mit den Einzelrisiken bewirkt. Beim Risikotransfer werden Risiken von einem Vertragspartner gegen Entgelt übernommen. Bei geringen Eintrittswahrscheinlichkeiten aber hohem Schadensausmaß bieten sich hierfür Versicherungen an. Risiken mit hohen Eintrittswahrscheinlichkeiten und meist relativ geringem Schadensausmaß werden in der Regel auf den Kapitalmarkt transferiert, wo sie in Futures oder Optionen gehandelt werden. Als weitere Möglichkeit können Risiken auch bewusst von einem Unternehmen getragen werden, indem es eine eigene Absicherung durch ausreichendes Eigenkapital und Liquiditätsreserven betreibt. Diese Form bietet sich unter anderem für Minimalrisiken oder Bagatellrisiken (vgl. Hölscher, 2000, S.305) an, die bei einer Absicherung höhere Transaktionskosten verursachen als die Schadenserwartung ist (Starp, 2006, S.36f.; Schmitz, 2007, S.15f.). Die unterschiedlichen Maßnahmenkategorien für Risikomanagementinstrumente werden in Abbildung 2.3.1 graphisch dargestellt, eine Systematisierung der Instrumente wird in Abschnitt 2.5 vorgenommen.

Die hier aufgezeigte Einteilung ist nicht als fix anzusehen und wird von anderen Autoren anderweitig vorgenommen (vgl. Berg, 2005, S.54ff.; Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.318ff.).

## 2.4 Risikokontrolle

In der Risikokontrolle findet die Überprüfung der gewählten Maßnahmen statt. Es wird kontrolliert, ob das gewählte Risikosteuerungsinstrument auch zu der geplanten risikominimierenden Wirkung führt, oder ob die Zielsetzung nicht realisiert wird. Gründe für eine Zielverfehlung können dabei in einer fehlerhaften oder ungenauen Identifikation oder Quantifizierung des Risikos oder in der Wahl eines falschen oder unzweckmäßigen Instrumentes liegen. Weiter können über die Zeit verschobene Rahmenbedingungen Ursache für die Zielverfehlung sein oder neue Informationen zu einem Umdenken führen, weshalb die Kontrolle von risikomindernden Maßnahmen einen fortlaufenden Prozess darstellt (Starp, 2006, S.37).

## 2.5 Risikomanagementinstrumente

Nachdem im Abschnitt 2.3 verschiedene Maßnahmen zur Steuerung von erkannten Risiken vorgestellt wurden, soll in diesem Abschnitt auf die zur Verfügung stehenden Instrumente eingegangen werden. Diese lassen sich je nach Zeitpunkt des Einsatzes in ex post und ex ante Maßnahmen einteilen. Mit ex post Maßnahmen reagiert man auf bereits eingetretene Schadensereignisse, die häufig teuer oder mit drastischen Einschnitten verbunden sind, da sie zu spät auf das Problem reagieren. Zu diesen Maßnahmen zählen die Anpassung des Lebensstandards, die Aufnahme von Notkrediten und die Realisation von Notverkäufen von Vermögensgegenständen. Ex ante Maßnahmen greifen einem Schadensereignis voraus, weshalb diese in der Regel nur mit dem Begriff „Risikomanagement“ assoziiert werden. Eine weitere Differenzierung der Instrumente wird in innerbetriebliche (oder betriebliche) Risikomanagementinstrumente, die innerhalb der eigenen Betriebsorganisation umgesetzt werden können, und außerbetriebliche (oder marktbasierende) Risikomanagementinstrumente, bei denen die Landwirte auf einen Vertragspartner angewiesen sind, vorgenommen. Einige relevante Instrumente sind in Tabelle 2.4 aufgeführt. Diese beziehen sich hauptsächlich auf persönliche Risiken, Produktions-, Markt- und Finanzrisiken. Politikrisiken lassen sich in ihren Auswirkungen nicht generell fassen, da diese von der Ausgestaltung der Politikänderung abhängig sind. Eine Anpassung hierauf muss individuell vorgenommen werden (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.325f.). Da ex post Maßnahmen die Folge eines schlechten Risikomanagements oder unvorhersehbarer Ereignisse sind, soll sich in der genaueren Beschreibung der Instrumente auf die ex ante Instrumente konzentriert werden.

### 2.5.1 Innerbetriebliche Instrumente

Innerbetriebliche Maßnahmen zur Risikobekämpfung können innerhalb der eigenen Betriebsorganisation umgesetzt werden, wobei dieses Feld dadurch abgegrenzt werden kann,

**Tabelle 2.4: Systematisierung von Instrumenten**

Ex-ante Maßnahmen		Ex-post Maßnahmen
Betriebliche Instrumente	Marktbasierte Instrumente	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verfahrensausgestaltung</li> <li>• Verfahrenswahl: risikoarme Produktionstätigkeiten</li> <li>• Diversifikation: Produkte, Absatzwege und –Zeitpunkt</li> <li>• Überkapazitäten, Lagerhaltung</li> <li>• Intertemporaler Risikoausgleich</li> <li>• Umweltsteuerung, z.B. Beregnung, (prophylaktischer) Pflanzenschutz</li> <li>• Liquiditätsreserven, ausreichender Eigenkapitalanteil</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bilaterale Forwardgeschäfte</li> <li>• Warenterminbörse</li> <li>• Schadensversicherungen</li> <li>• Indexversicherungen</li> <li>• Kapitalbeteiligungen</li> <li>• Langfristige Pachtverträge, Lieferverträge</li> <li>• Terminkontrakte, Futures, Optionen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anpassung des Lebensstandards (Unternehmensausgaben)</li> <li>• Notfall-Kreditaufnahme</li> <li>• Notverkäufe</li> </ul>

Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung an: Odening und Musshoff, 2010, S.270; Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.326

dass kein Vertragspartner benötigt wird (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.326). Diese umfassen unter anderem die Verfahrensausgestaltung, Verfahrenswahl, Diversifikation, Überkapazitäten, den intertemporalen Risikoausgleich und die Umweltsteuerung.

Die *Verfahrensausgestaltung* zielt auf eine risikoangepasste Produktionsweise ab. Dieses kann bedeuten, dass der Aussaatzeitpunkt vorsichtig gewählt wird, was beispielsweise bei Sommergetreide die Vegetationszeit verkürzt, aber vor Frostschäden schützen kann. Ebenso werden der prophylaktische Pflanzenschutz sowie die Tierseuchenprophylaxe zu diesen Maßnahmen gezählt, da ihre Durchführung einerseits Geld kostet, andererseits aber auch die Gefahr von großen Schäden minimiert. Die Nutzung weniger gefährdeter Fruchtarten oder Tierrassen zählt zur Vermeidung von Risiken durch die *Verfahrenswahl*. Baut man auf einem trockenheitsgefährdeten Standort Winterroggen statt Winterweizen an, so verzichtet man im Mittel der Jahre vielleicht auf den Vorteil des höheren Ertragspotentials beim Weizen, wird aber in ungünstigen Jahren unter weniger massiven Trockenheitsschäden leiden. Werden in Produktionsprogrammen diverse Aktivitäten berücksichtigt, so steht ein Ausgleich zwischen den Feldkulturen zur Verfügung. Erwirtschaftet man mit Weizen in einem Jahr nur niedrige Erträge, so führt dieses zu geringen Einnahmen. Werden in dem betrachteten Betrieb noch andere Kulturen angebaut, so können diese für einen Ausgleich sorgen. Eine *Diversifikation* ist aber nicht nur zwischen verschiedenen Kulturen möglich, sondern auch zwischen verschiedenen Standorten. So ist es denkbar, dass der eine Standort hohe Ertragsausfälle verzeichnet, während ein anderer Standort keinen Einbußen unterliegt. Neben der anbautechnischen Diversifikation ist es aber unter Umständen auch sinnvoll, in den Geschäftsbeziehungen und -zeitpunkten zu diversifizieren. Bindet man sich beispielsweise nur an einen Geschäftspartner, so kann dessen wirtschaftliche Krise das eigene Unternehmen mit in eine Insolvenz ziehen. Bei einer Splittung der Ein- und Verkaufszeitpunkte verhindert man, die gesamten Produktionsmittel oder produzierten Güter zu einem ungünstigen Kurs zu kaufen oder zu verkaufen. Ebenfalls weit verbreitet ist in der Landwirtschaft die Diversifikation mit außerlandwirtschaftlichen Wirtschaftszweigen. Landwirte nutzen zunehmend ihre Kapazi-

täten zur Produktion von Bioenergie oder legen Geld in Wohnimmobilien an und schaffen so außerlandwirtschaftliches Einkommen. Bei Schaffung von *Überkapazitäten* muss verhindert werden, dass Arbeiten nicht erledigt werden können, weil die zur Verfügung stehende Arbeitszeit bei Verwendung einer vorhandenen Mechanisierung nicht ausreicht. Würde beispielsweise in „normalen“ Jahren ein Schlepper ausreichen, um die Herbstbestellung durchzuführen, kann dieser in nassen Jahren nicht ausreichen. Die Fertigstellung kann nur durch das parallele Ausführen von Arbeiten mit einem zweiten Schlepper sichergestellt werden. Der *Intertemporale Risikoausgleich* verlangt, dass man Reserven als Sicherheit bildet, um diese später nutzen zu können. Dieses kann einerseits bedeuten, dass man in „guten“ Jahren ein Finanzvermögen aufbaut, aus dem man in „schlechten“ Jahren zehrt. Andererseits kann man durch Lagerhaltung von Getreide oder Dünger Werte halten, um sie nicht zeitgebunden kaufen oder verkaufen zu müssen, sondern einen aus Sicht des Landwirts günstigen Zeitpunkt wählen kann. Als letzte aufgeführte Möglichkeit steht die *Steuerung der Umwelt* zur Verfügung, die durch den Einsatz von Technologien die Produktionsumwelt beeinflusst. Eine Möglichkeit für die Landwirtschaft stellt die Beregnung von Flächen dar. Durch den Einsatz von Beregnungstechnologien entstehen auf der einen Seite Kosten, die durch einen Mehrertrag in niederschlagsarmen Jahren wiedergewonnen werden müssen (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.325f.).

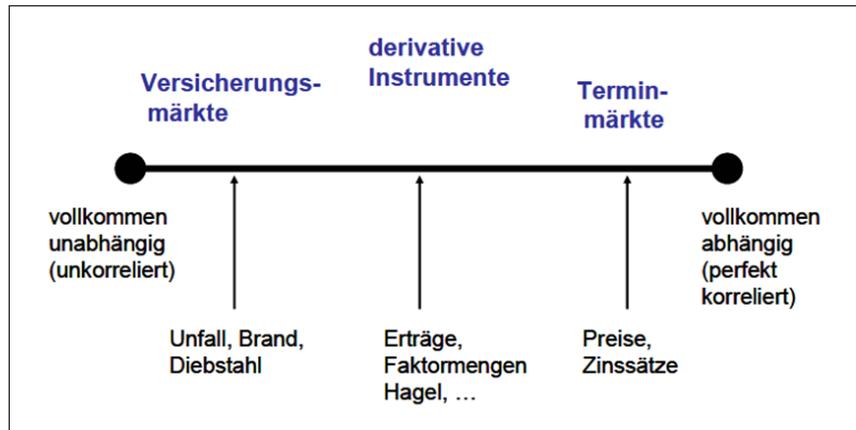
Innerbetriebliche Instrumente finden seit jeher auf landwirtschaftlichen Betrieben Anwendung. Durch die zunehmend freiere Gestaltung der europäischen Agrarmärkte und durch einen zunehmenden Druck, Spezialisierungsgewinne zu erzielen, rücken einige Maßnahmen immer weiter in den Hintergrund, weshalb marktbasierende Instrumente zunehmend in das Interesse von Entscheidungsträgern rücken (vgl. Agrar-Europe, 2010, S.4).

### 2.5.2 Außerbetriebliche Instrumente

Zur Einteilung der außerbetrieblichen Risikomanagementinstrumente ist eine Systematisierung nach der Abhängigkeit der Einzelrisiken dienlich. Das eine Extrem dieser Einteilung sind vollkommen unabhängige Risiken. Der Brand einer Scheune steht prinzipiell in keinerlei Zusammenhang mit dem Brand in einem Nachbardorf. Auf der anderen Seite stehen vollkommen abhängige Risiken. So werden beispielsweise alle Metzger in gleicher Weise von einem Preisanstieg für Fleisch getroffen. Zwischen diesen Extremen gibt es eine Reihe von unterschiedlichen Instrumenten, wie es exemplarisch in Abbildung 2.5.1 dargestellt ist.

Die klassische Versicherung entspricht dabei einer Option, wobei im Schadensfall entweder der Schaden geschätzt wird und somit eine Auszahlung anhand eines Schadensindexwertes erfolgt (z.B. Feuerversicherung), oder es wird eine feste Summe bei Schadenseintritt gezahlt, wie es beispielsweise bei einer Lebensversicherung der Fall sein kann. Damit ein Ereignis versicherbar ist, müssen im Idealfall folgende Bedingungen erfüllt sein (Rejda, 1995,

## 2 Risikomanagement



**Abbildung 2.5.1: Kontinuum der Risikoarten**

Quelle: Berg, 2005, S.58

S.23ff.):

- Es muss eine große Gruppe mit gleichem oder zumindest ähnlichem Gefahrenpotential geben, damit das Gesetz der Großen Zahlen gelten kann und ein Ausgleich der Versicherungskosten im Kollektiv erfolgt.
- Die Schadensereignisse müssen zufällig und unbeeinflussbar sein, damit ein versichertes Individuum keinen Einfluss auf das Schadensausmaß nimmt und bei unabhängigen Ereignissen das Gesetz der großen Zahlen gilt.
- Der Schadenseintritt muss bestimmbar und das Schadensausmaß messbar sein, damit möglichst objektiv klar ist, ob und in welcher Höhe ein Schaden zu regulieren ist.
- Die Schadensereignisse dürfen nicht positiv korreliert sein, da sonst der Schadenseintritt katastrophale Ausmaße für den Versicherer annimmt. Diesem Problem kann zum einen durch Rückversicherungen zum anderen durch Diversifikation der Versicherungsrisiken und deren geographischen Verteilung entgegengewirkt werden.
- Sowohl die Schadenshäufigkeit als auch die Höhe müssen von der Versicherung mit einer gewissen Genauigkeit geschätzt werden können, damit diese eine angemessene Prämie berechnen kann.
- Ökonomisch praktikable Prämien sind wichtig, damit die Versicherungen gezeichnet werden. Ist die Prämie nur geringfügig kleiner als die Auszahlung oder die Eintrittswahrscheinlichkeit zu hoch, so wird eine Versicherungslösung nicht attraktiv für einen Zeichner sein.

Auch wenn Versicherungen von ihrem Ansatz eine gewisse Ähnlichkeit mit dem Glücksspiel aufweisen, so unterscheiden sie sich doch in zwei wesentlichen Punkten voneinander. Zum einen kreiert Glücksspiel zusätzliche Risiken, die ohne das Eingehen des Spieles nicht vorhanden wären. Versicherungszahlungen stehen hingegen einem eingetretenen Schaden

des Versicherungsnehmers entgegen. Zum anderen bringt eine Versicherung einen sozialen Nutzen mit sich, da sowohl der Versicherer als auch der Versicherte an einer Schadensvermeidung interessiert sind, weil sie in diesem Fall optimalerweise beide besser gestellt sein sollten. Zu Spekulationen, beispielsweise am Warenterminmarkt, unterscheiden sich Versicherungen insoweit, als der Warenterminmarkt keinen Ausgleich im Kollektiv ermöglicht, sondern der Risikotransfer einen Gegenpart gebraucht, der ebenfalls ein Hedger, aber auch ein Spekulant sein kann. Des Weiteren sind die am Terminmarkt transferierten Risiken nicht unabhängig, da Preisbewegungen eine systematische Komponente aufweisen (Rejda, 1995, S.26f.).

Eine Absicherung von Risiken durch Versicherungen scheitert immer dann, wenn die oben genannten Bedingungen ganz oder in Teilen nicht erfüllt sind und somit ein Ausgleich im Kollektiv nicht funktioniert. Dieses ist häufig dann der Fall, wenn die Schäden nicht unabhängig sind oder aber der Versicherte kein Interesse an einer Schadensvermeidung besitzt (Moralisches Risiko). In diesen Fällen bietet sich eine Absicherung über Verträge, beispielsweise in Form von Derivaten an, da hier der Schaden nicht zwangsläufig direkt am Objekt ermittelt werden muss und der Schaden nicht durch das Kollektiv sondern durch zerlegen in keine Teile ausgeglichen wird. Dabei bieten sich für Preisunsicherheiten Warentermingeschäfte ebenso wie Festpreiskontrakte (bilaterale Forwards) an, wie es in Abschnitt 2.5.2.1 beschrieben wird. Für Mengengerisiken eignen sich hingegen die nachfolgend beschriebenen Instrumente, die nach HIRSCHAUER und MUSSHOF in schadensbezogene und indexbezogene Versicherungen eingeteilt sind (Hirschauer und Mußhoff, 2009, S.115).

Zu den schadensbezogenen Versicherungen gehören die Extremversicherungen, wie zum Beispiel die Hagel- oder Tierseuchenversicherung, und die Hoferlös- oder Hofertragsversicherungen. Extremversicherungen erbringen immer dann eine Leistung, wenn ein eindeutig nachweisbarer Schaden von katastrophalem Ausmaß eintritt, der durch das abgesicherte Ereignis verursacht wird. Dieses kann im ungünstigsten Fall dazu führen, dass der pflanzenbauliche Feldertrag durch einen extremen Schädlingsbefall zerstört wird, aber eben nicht durch den abgesicherten Hagel, weshalb bei ausbleibender Ernte keine Kompensation durch die Versicherung gezahlt würde. Die Hofertragsversicherung bietet dagegen eine gezieltere Absicherung der Erträge. Diese liefert dem Landwirt eine Kompensation, wenn ein vereinbarter Ertrag unterschritten wird. Dabei ist die Ermittlung des Durchschnittsertrages ebenfalls vertraglich geregelt. Bei der Auszahlung wird dabei in der Regel ein Selbstbehalt des Landwirtes gefordert, da die Auszahlung unabhängig von der Schadensursache erfolgt und ansonsten das moralische Risiko zu hoch würde. Die Hoferlösversicherung bezieht neben den geernteten Mengen auch noch die Preise der Güter mit in die Versicherung ein (Hirschauer und Mußhoff, 2009, S.114). Ein Beispiel für die Umsetzung einer Hofertragsversicherung bildet die „Multiple Peril Crop Insurance“ aus den USA (vgl. Weber et al., 2008, S.17f.; Berg, 2002).

Die indexbezogenen Versicherungen teilen sich in die Regionsertrags- oder Regionserlösver-

**Tabelle 2.5: Vorteile (+) und Nachteile (-) verschiedener außerbetrieblicher Instrumente zum Management von Wetterrisiken**

Schadensbezogene Versicherungen		Indexbezogene Versicherungen	
Extremversicherung	Hofversicherung	Regionsversicherung	Wetterderivat
+ im Schadensfall erfolgt mit Sicherheit eine Leistung	+ im Schadensfall erfolgt mit Sicherheit eine Leistung	-beim Versicherungsnehmer verbleibt ein Restrisiko	-beim Versicherungsnehmer verbleibt ein Restrisiko
-nur Absicherung von Extremwetterschäden	+ auch Absicherung von sonstigen Witterungsschäden	+ auch Absicherung von sonstigen Witterungsschäden	+ auch Absicherung von sonstigen Witterungsschäden
+/- mittlere Verwaltungs- und Regulierungskosten	-sehr hohe Verwaltungs- und Regulierungskosten	+ geringe Verwaltungs- und Regulierungskosten	+(sehr) geringe Verwaltungs- und Regulierungskosten
+/- geringe Moral-Hazard-Kosten	-sehr hohe Moral-Hazard-Kosten	+/- geringe Moral-Hazard-Kosten	+ keine Moral-Hazard-Kosten

Quelle: Hirschauer und Mußhoff, 2009, S.115

sicherung und die Wetterderivate auf. Da letztere in Abschnitt 2.5.2.2 beschrieben werden, sollen im Folgenden nur die Regionsversicherungen erläutert werden. Der Unterschied zwischen den schadensbezogenen und den indexbezogenen Versicherungen besteht darin, dass bei letzteren kein Nachweis über Schadenshöhe und -ausmaß geführt werden muss, sondern, dass die Auszahlung aus der Versicherung einzig an einen (objektiv) messbaren Index gebunden ist. Das kann in diesem Falle der regionale Durchschnittsertrag oder -erlös sein. Dabei ist die Bestimmung des Index im Vorfeld eindeutig festgelegt. Der regionale Index hat im Gegenteil zum betriebseigenen Ertrag/Erlös den Nachteil, dass er nicht zwangsweise mit den tatsächlichen Erträgen übereinstimmen muss, wodurch sowohl Auszahlungen entstehen können, die nicht zur Kompensation von Mindererträgen benötigt werden, als auch Zahlungen ausbleiben können, die benötigt würden (Basisrisiko). Der Vorteil dieser Versicherung liegt allerdings darin, dass der regionale Ertrag/Erlös, ausgenommen sehr kleine Regionen, nicht vom Einzelnen beeinflusst werden kann, wodurch die Moral-Hazard-Gefahr geringer ist (Hirschauer und Mußhoff, 2009, S.115). Die Vor- und Nachteile der schadens- und indexbezogenen Versicherungen sind in Tabelle 2.5 zusammengefasst.

Eine weitere Möglichkeit, betriebliche Risiken zu reduzieren, ist die Einbeziehung von Kapitalbeteiligungen in die Finanzierung des Betriebes. Diese können vertraglich in vielfältiger Weise ausgestaltet werden und stellen somit ein relativ flexibles Instrument dar. Weitere Untersuchungen hierzu finden sich bei DECKER (2013). Ebenso können zur Risikominde- rung langfristige Verträge herangezogen werden. Dieses können beispielsweise langjährige Pachtverträge sein, die die Produktionsfläche sichern und von schwankenden Pachtpreisen unabhängig machen. Andere Möglichkeiten ergeben sich durch die vertikale Integration des eigenen Unternehmens in eine Produktionskette. Diese Integration kann zwar einerseits eine innerbetriebliche Maßnahme darstellen wenn beispielsweise neben der Ferkelproduktion auch die Schweinemast betrieben wird, sie kann aber auch außerhalb des eigenen Betriebes vorgenommen werden, wenn Verträge mit einem Direktvermarkter geschlossen werden.

Eine Systematisierung der Absicherungsinstrumente kann nach WEBER auch nach den in

**Tabelle 2.6: Systematisierung von Agrarversicherungssystemen**

<b>Anzahl der versicherten Risiken</b>	<b>Einzelne</b> Schäden eines spezifischen Risikos werden kompensiert	<b>Mehrere</b> Schäden mehrerer Risiken werden kompensiert
<b>Auszahlungsbasis</b>	<b>Subjektiv</b> eine Auszahlung beruht auf subjektiven Daten zu Verlusten oder Ertrag	<b>Objektiv</b> eine Auszahlung wird unabhängig vom Schaden durch einen objektiv messbaren Index ausgelöst
<b>Referenz für Schadensbemessung</b>	<b>Einzelbetrieblich</b> für die Schadensbemessung werden einzelbetriebliche Daten herangezogen	<b>Regional</b> für die Schadensbemessung werden regionale Daten herangezogen
<b>Art der Schadensbemessung</b>	<b>Kausal</b> Schäden werden auf ihre Ursache bezogen gemessen	<b>Final</b> Schäden werden unabhängig von ihrer Ursache am Output gemessen

Quelle: nach Weber et al., 2008, S.16

Tabelle 2.6 gelisteten Kriterien vorgenommen werden. Dabei werden die Maßnahmen zur Reduzierung der Risiken dadurch beschrieben, ob sie einzelne oder mehrere Risiken gleichzeitig absichern, ob eine Schadensfeststellung objektiv oder nur subjektiv erfolgen kann. Weitere Kriterien bestehen darin, ob die Schadensfeststellung tatsächlich auf dem Betrieb erfolgt oder ob ein regionaler Schadensindex erstellt wird und die Schäden abhängig oder unabhängig von ihrer Entstehung berücksichtigt werden.

### 2.5.2.1 Derivate

HICKS leitet den Nutzen von Vereinbarungen über zukünftige Preise aus dem Marktgleichgewicht ab. Da man die Vergangenheit nicht beeinflussen kann, sie aber das gegenwärtige Handeln beeinflusst, ist beispielsweise die Verkaufsmenge an einem Handelstag durch die Produktion in der Vergangenheit festgelegt. Das ökonomische Problem ergibt sich aus der Verteilung der Mengen. Jeder Akteur am Markt plant sein Angebot und seine Nachfrage nach Ressourcen anhand von aktuellen und erwarteten zukünftigen Preisen. Die aktuellen Preise sind selber aber durch das geplante Angebot und die geplante Nachfrage beeinflusst, so dass sich ein Anpassungsprozess durch Preisänderung und Planänderungen der Akteure ergibt, der zumindest theoretisch solange anhält, bis alle Preise und Gütermengen auf den verschiedenen Märkten im Gleichgewicht sind. Ist der Markt geschlossen, so werden mit den verteilten Mengen die Pläne ganz oder teilweise umgesetzt. Die verbleibenden Ressourcen beeinflussen die Pläne für den folgenden Markttag. An diesem neuen Markttag muss erneut ein System von Preisen ins Gleichgewicht gebracht werden. Vergleicht man die Gleichgewichtspreise der einzelnen Handelstage, so befindet man sich in einem stationären Zustand, falls diese über die Zeit keinen Schwankungen unterliegen. Befinden sich die Märkte allerdings in Bewegung, so ist es auch möglich, dass die Preise über die Zeit konstant bleiben, was aber eher unwahrscheinlich ist. Das System bleibt aber trotzdem im Gleichgewicht, wenn der tatsächliche Preis dem erwarteten Preis entspricht, und somit alle Vorhaben plangemäß umgesetzt werden können. Dieses Gleichgewicht gerät allerdings mit steigender Ungenauigkeit

## 2 Risikomanagement

der Preiserwartungen und damit verbunden mit zunehmenden Abweichungen von den Plänen zunehmend außer Balance. In der Realität wird kein ökonomisches System dauerhaft im Gleichgewicht bleiben und es ergeben sich Fehlallokationen von Ressourcen und Ineffizienzen. HICKS nennt dafür folgende vier Gründe (Hicks, 1968, S.133f.):

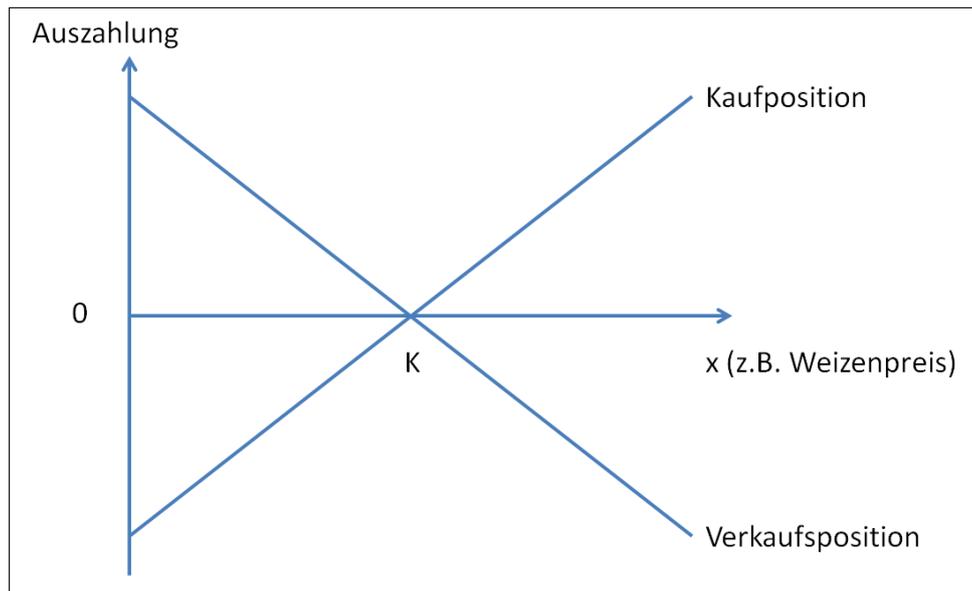
1. Marktakteure können unterschiedlich gerichtete Preiserwartungen haben, wobei nur einer von beiden Recht haben kann.
2. Auch wenn Preiserwartungen aller Marktteilnehmer übereinstimmen, können deren Pläne inkonsistent sein, wodurch es misslingt Angebot und Nachfrage in Einklang zu bringen. Dieses führt zu Preisanpassungen, die wiederum zu Planänderungen führen.
3. Auch wenn Preiserwartungen und Pläne konsistent sind, können sich in der Produktion Änderungen ergeben. Sie führen dazu, dass am Markttag Akteure unwillig oder unfähig sind, die geplanten Mengen abzunehmen bzw. zu liefern, was erneut zu einer Differenz zwischen erwartetem und tatsächlichem Preis führen wird.
4. Unwissenheit über die Zukunft führt dazu, dass unter Umständen Produzenten nicht die Mengen herstellen, die sie bei besseren Prognosen hergestellt hätten. Dadurch würde die Effizienz des Systems beschädigt, ohne dass die oberen drei Punkte Einfluss hätten.

Anhand dieser Punkte lassen sich verschiedene Systeme hinsichtlich ihrer Effizienz klassifizieren. In einem komplett zentralistisch organisierten Planungssystem, das in Gänze nur theoretisch existiert, da in der Realität immer Aufgaben delegiert werden müssen, können der erste und zweite Punkt überwunden werden. Der dritte und vierte Punkt sorgen aber auch hier für Fehlallokationen. In einem kapitalistischen System könnte man davon ausgehen, dass keine Koordination von Plänen stattfindet, was allerdings nicht komplett der Fall ist. Durch die Möglichkeit, Mengen vorab zu verkaufen oder zu kaufen, können Risiken aus Marktpositionen genommen werden, da Preise im Vorfeld abgesprochen werden. Dabei wird bevorzugt jener Marktakteur diese Absicherung wählen, der für den zukünftigen Termin einen Ver- oder Einkauf geplant hat und/oder wenn er zusätzlich Vereinbarungen eingegangen ist (z.B. Eingehen eines Liefervertrages), die es ihm erschweren, seine Pläne zu ändern (Hicks, 1968, S.130ff.).

Ein Derivat ist ein Finanzinstrument, dessen Wert von den Werten anderer zugrundeliegender Variablen abgeleitet wird. Bei vielen Derivaten ist dieser Wert der Variablen durch den Preis eines Produktes gegeben, auch wenn prinzipiell jeder andere Index ebenfalls geeignet ist. Die Grundelemente, aus denen verschiedene weitere Formen aufgebaut werden, sind Optionen, Futures- und Forwardkontrakte.

### **Forward**

Bei einem Forward(-kontrakt) handelt es sich um „[...]eine Vereinbarung, einen Vermögenswert zu einem bestimmten zukünftigen Zeitpunkt zu einem bestimmten Preis zu kaufen oder



**Abbildung 2.5.2: Zahlungsströme eines Forwardkontraktes**

Quelle: eigene Darstellung

zu verkaufen“ (Hull, 2001, S.1). Diese Vereinbarung findet außerhalb des Börsenhandels zwischen zwei Vertragsparteien statt. Die eine Partei erklärt sich dabei verbindlich bereit, einen Vermögenswert, beispielsweise eine Tonne Weizen, zu einem festgelegten Lieferpreis an einem bestimmten zukünftigen Termin zu kaufen (Kaufposition). Die andere Partei wird denselben Vermögenswert verkaufen (Verkaufsposition). Dabei wird der Lieferpreis so gewählt, dass der Kontrakt für beide Parteien einen Wert von Null hat, womit keine weiteren Zahlungen zwischen den Parteien stattfinden müssen. Da im Gegensatz zum Kassavertrag ein Zeitraum zwischen dem Vertragsabschluss und der Vertragserfüllung liegt, werden die Kassamarktpreise bis zur Fälligkeit weiter schwanken. Aus den Differenzen zwischen dem Kassamarktpreis ( $x$ ) zur Fälligkeit und dem Lieferpreis ( $K$ ) ergibt sich der Zahlungsstrom für die Parteien, wie in Abbildung 2.5.2 dargestellt (Hull, 2001, S.1ff.).

Grundsätzlich kann man bei den Vermögenswerten, die einem Forward unterliegen, zwischen Investment- und Konsum-Vermögenswerten unterscheiden. Investment-Vermögenswerte werden hauptsächlich zu Investmentzwecken gehalten. Zu ihnen zählen u.a. Aktien, Anleihen, Gold und Silber, auch wenn letztere zu Teilen auch für die Produktion einiger Güter benötigt werden. Konsum-Vermögenswerte sind Vermögenswerte, die ausschließlich zu Konsumzwecken gehalten werden. Zu diesen zählen Rohstoffe, wie Kupfer, Öl und Getreide. Da für die Preisbestimmung von Konsum-Vermögenswerten mehr als reine Arbitragebedingungen betrachtet werden müssen, wird zuerst die Preisbildung für Investment-Vermögenswerte betrachtet. Hierbei muss zwischen solchen ohne Einkommensabwurf, mit bekanntem Bareinkommensabwurf und bekanntem Dividendenrenditenabwurf unterschieden werden. Es sei vereinfachend angenommen, dass für die Marktteilnehmer durch die Geschäfte keine

## 2 Risikomanagement

Transaktionskosten oder Lagerkosten anfallen, sie Geld zum risikofreien Zins<sup>2</sup> aufnehmen können, Arbitrage-Möglichkeiten nutzen, wenn sie sich bieten, und Steuern nicht mit einbezogen werden. Dann ergibt sich für ein Investmentvermögen, das kein Einkommen abwirft, der Forwardpreis als:

$$F_0 = S_0 \cdot e^{rT} \quad (2.5.1)$$

wobei  $F_0$  für den Forwardpreis zum Zeitpunkt Null mit Liefertermin in  $T$  Jahren steht.  $S_0$  ist der heutige Preis für das Basisobjekt,  $r$  stellt den risikofreien Zinssatz und  $e$  die eulersche Zahl dar. Läge der Forwardpreis für einen zukünftigen Fälligkeitstermin unterhalb des heutigen Kassamarktpreises, aufgezinnt auf den Fälligkeitszeitpunkt, so würde ein Händler das Underlying, z.B. Aktien, aus seinem Portfolio verkaufen oder leerverkaufen und das Geld anlegen. Gleichzeitig würde er Kaufpositionen in Forwardkontrakten über die gleiche Zahl an Aktien übernehmen und so die Differenz, die sich aus Formel 2.5.1 ergäbe, als risikolosen Gewinn einstreichen. Läge das Preisverhältnis andersherum, so würde sich der Händler Geld leihen, um damit Aktien zu kaufen und Verkaufspositionen bei Forwardgeschäften eingehen. Hieraus würde er wiederum einen risikolosen Gewinn erwirtschaften. Da dieses Handeln die Nachfrage nach den betreffenden Positionen am Forwardmarkt ändern würde, ergäbe sich daraus eine Preisanpassung, bis der Forwardpreis und der aufgezinnte Kassamarktpreis identisch sind und sich keine Arbitragemöglichkeiten mehr ergeben.

Unterstellt man, dass die Aktie ein bekanntes Einkommen in Form von Geldausschüttungen abwirft, so müssen diese im aktuellen Forwardpreis berücksichtigt werden, indem der Gegenwartswert der Zahlungen ( $I$ ) von dem Kassamarktpreis abgezogen wird. Es ergibt sich:

$$F_0 = (S_0 - I) \cdot e^{rT} \quad (2.5.2)$$

Sollte  $F_0$  von diesem Wert abweichen, so können in gleicher Weise wie oben beschrieben, Arbitrage-Gewinne erzielt werden. Wird nicht ein fester Geldbetrag ausgeschüttet, sondern eine annahmegemäße kontinuierliche prozentuale Dividendenrendite, so muss der Prozentsatz des risikolosen Zinssatzes um die Rendite ( $q$ ) verringert werden. Die entsprechende Formel, die sicherstellt, dass keine Arbitrage-Gewinne realisiert werden können, lautet:

$$F_0 = S_0 \cdot e^{(r-q)T} \quad (2.5.3)$$

Wie oben aufgezeigt, hat ein Forwardkontrakt zum Abschlusszeitpunkt den Wert Null, da anderenfalls Arbitrage-Gewinne erzielt werden könnten. Nach Abschluss unterliegt der Kontrakt aber einer Wertentwicklung, die von dem Forwardpreis ( $F_0$ ) abhängig ist. Vergleicht

---

<sup>2</sup>Der risikofreie Zinssatz ist der Schatzzinssatz, zu dem sich Staaten Geld ihrer eigenen Währung leihen können (vgl. Hull, 2001, S.125).

man den Forwardpreis, zu dem man den Kontrakt in der Vergangenheit abgeschlossen hat ( $K$ ) mit dem aktuellen Forwardpreis ( $F_0$ ) und zinst diesen Wert über die Restlaufzeit des Vertrages ab, so hat man den aktuellen Wert des Kontraktes ( $f$ ) ermittelt. Dieser Wert beschreibt die Wertentwicklung, die nach dem Abschluss stattgefunden hat. Sie lässt sich für eine Kaufposition sowohl für Investment- als auch für Konsumvermögenswerte durch die Formel:

$$f = (F_0 - K) \cdot e^{-rT} \quad (2.5.4)$$

ausdrücken. Für die Verkaufsoption ist der Wert des Kontraktes durch  $(K - F_0) \cdot e^{-rT}$  beschrieben (Hull, 2001, S.70ff.).

### **Futures**

Futures funktionieren nach dem gleichen Prinzip wie Forwards, allerdings sind sie in der Regel standardisiert, um sie über die Börse handeln zu können. Die Vertragsparteien müssen sich nicht persönlich kennen, da die Abwicklung der Futures über Mechanismen der Börse sichergestellt wird. Schließt ein Händler einen Future an der Börse ab, so muss dieser eine Sicherheitsleistung (die sogenannte initial Margin) auf ein Marginkonto einzahlen. Dadurch wird gewährleistet, dass der Händler fähig ist, seinen Zahlungsverpflichtungen nachzukommen. Da sich über die Zeit die Kurse für das entsprechende Underlying ändern werden, gibt die Differenz zwischen dem vereinbarten und dem aktuellen Futurepreis je nach Position einen Gewinn oder Verlust aus dem Handel wieder, der tagesgenau mit dem Marginkonto verrechnet wird. Fällt dabei das Guthaben auf dem Marginkonto unter einen kritischen Wert, so wird der Händler aufgefordert, einen Nachschuss auf das Konto einzuzahlen. Kommt er dieser Aufforderung nicht nach, wird sein Kontrakt an der Börse glattgestellt, indem eine genau entgegengesetzte Position an der Börse eingegangen wird. Da im Gegensatz zum Forward kein bilateraler Vertrag abgeschlossen ist, können Informationen über die Qualität und die Menge nicht in diesem festgehalten werden. Deshalb legt die Börse einen Lieferzeitraum, eine standardisierte Menge und eine Qualität der Ware fest. Ist der Future über Aktien abgeschlossen, so gestaltet sich diese Beschreibung als unproblematisch. Wenn das Underlying allerdings ein Konsumgut ist, so kann es erhebliche Qualitätsunterschiede geben, so dass es für einige Waren Verrechnungspreise für unterschiedliche Qualitäten, für andere Waren mehrere Qualitätsspezifikationen gibt. Ist das Underlying ein Index, der nicht erworben werden kann, z.B. der Index eines Wetterderivates, oder sich wie bei einem Aktienindex aus vielen verschiedenen Underlyings zusammensetzt, so besteht in der Regel keine Lieferoption. Diese Kontrakte werden grundsätzlich im Fälligkeitszeitraum glattgestellt. Eine weitere Besonderheit ergibt sich bei Rohstoffen durch die Notwendigkeit, diese zu lagern. Der Gegenwartswert der Ausgaben für die Lagerung ( $U$ ) kann als negative Einnahme ( $i = -U$ ) verstanden werden und wird somit in Anlehnung an Formel 2.5.2 und Formel 2.5.3 für kon-

## 2 Risikomanagement

stante Lagerkosten beschrieben, als:

$$F_0 = (S_0 + U) \cdot e^{rT} \quad (2.5.5)$$

bzw. für proportionale Lagerkosten durch:

$$F_0 = S_0 \cdot e^{(r-u)T} \quad (2.5.6)$$

Dieses gilt aber nur für Investment-Rohstoffe. Bei Konsum-Rohstoffen kann sich ein zusätzlicher Nutzen durch die sofortige Verfügbarkeit der Ware ergeben, z.B. durch eine vorübergehende lokale Knappheit eines Gutes, oder durch die Möglichkeit, einen Produktionsprozess aufrechterhalten zu können. In diesem Fall stellen die Formel 2.5.5 bzw. Formel 2.5.6 nur eine Obergrenze für den Preis dar. Ist der Wert der sofortigen Verfügbarkeit definiert durch  $y$ , so kann der Futurepreis beschrieben werden durch:

$$F_0 \cdot e^{yT} = (S_0 + U) \cdot e^{rT} \quad (2.5.7)$$

beziehungsweise für proportionale Lagerkosten und aufgelöst zum Futurepreis:

$$F_0 = S_0 \cdot e^{(r+u-y)T} \quad (2.5.8)$$

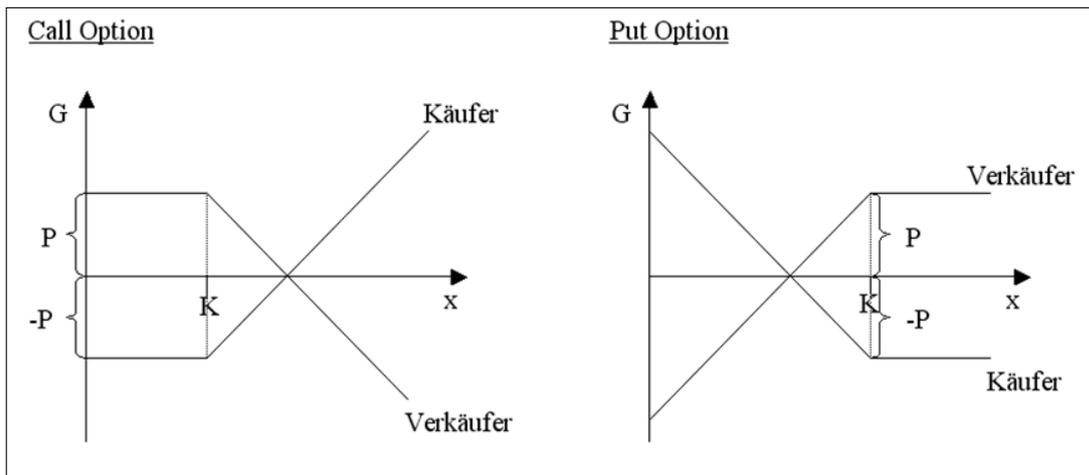
Fallen die Futurepreise mit steigender Laufzeit der Kontrakte, so geht aus der obigen Gleichung hervor, dass die Gewinnerzielung durch sofortige Verfügbarkeit der Ware größer ist als der Zins und die Lagerkosten. Steigende Futurepreise zeigen das Gegenteil. In gleicher Weise werden Erwartungen über eine zukünftige Marktentwicklung reflektiert. Wird in der Zukunft von einer Knappheit eines Rohstoffes ausgegangen, so besteht ein Vorteil durch den Besitz dieses Rohstoffes und ein hoher Wert der sofortigen Verfügbarkeit. Wird hingegen kein Mangel erwartet, so ergibt sich ein niedriger Wert durch die sofortige Verfügbarkeit. Für die Preisfindung des Futures gibt es Unterschiede zum Verfahren für Forwards. Besteht eine Korrelation zwischen dem Wert des Underlyings und dem Zinssatz, dann besteht ein systematisches Risiko, wodurch zusätzliche Gewinne bei einer Kaufposition realisiert werden können. Steigt der Wert des zugrundeliegenden Underlyings an, so erhöht sich der Geldbetrag auf dem Marginkonto, der zu einem höheren Zins verzinst wird. Sinkt hingegen der Wert des Underlyings, so entstehen aus dem Futuregeschäft Verluste, die allerdings auch aufgrund der positiven Korrelation zu einem geringeren Zinssatz finanziert werden müssen. Dieser theoretische Unterschied zwischen Future- und Forwardkontrakten ist bei kurzen Laufzeiten von wenigen Monaten relativ klein, sodass er vernachlässigt werden kann. Mit steigender Laufzeit wird dieser Unterschied tendenziell signifikanter. Trotzdem müssen sowohl für den

Forward, wie auch für den Future, der Preis zur Fälligkeit mit dem Kassamarktpreis übereinstimmen, da zu diesem Zeitpunkt jegliche Unsicherheit aus dem Markt genommen ist und durch einen Handel ansonsten Arbitrage-Gewinne erzielt werden könnten (Hull, 2001, S.70ff.).

Da ein risikoscheuer Mensch bereit ist, für die Minderung von Risiken etwas zu zahlen und bei vielen Produkten des Forward- oder Futurehandels die Marktteilnehmer, die ihr Risiko mindern wollen, gemeinsam auf einer Seite des Marktes stehen, wird der gehandelte Preis für die Zukunft nicht mit dem Preis übereinstimmen, den ein Marktkenner als zukünftigen Marktpreis erwarten würde. Würden also nur Absicherer am Markt agieren, wäre der gehandelte Preis für die Zukunft unterhalb des erwarteten Preises. Diese Differenz nutzen Spekulanten aus, die aus der Preisdifferenz einen Gewinn erzielen wollen. Durch die Spekulanten verringert sich die Preisdifferenz, allerdings nur bis zu einem bestimmten Grad, da sich die Spekulanten grundsätzlich auf einer riskanteren Position befinden und für die Übernahme von Risiken einen Ausgleich haben müssen. Diese Differenz wird von KEYNES als „normales Depot“ bezeichnet (Keynes, 1932, S.411–13) und führt dazu, dass der gehandelte zukünftige Preis unter dem erwarteten zukünftigen Preis liegen wird, wenn Absicherer tendenziell mehr Verkaufspositionen haben und Spekulanten mehr Kaufpositionen halten, und umgekehrt (Hicks, 1968, S.137f.).

### **Optionen**

Optionen können sowohl über die Börse als auch über einen Händler (over the counter – OTC) gehandelt werden. Grundsätzlich gibt es zwei Arten von Optionen. Die Kaufoption (Call-Option) gibt dem Erwerber das Recht, ein Gut an (europäische Option) oder bis zu (amerikanische Option) einem bestimmten Zeitpunkt zu einem festgelegten Preis zu kaufen. Dieses stellt eine Absicherung gegen einen steigenden Preis des Gutes dar. Analog bietet die Verkaufsoption (Put-Option) das Recht, das Gut zu verkaufen und sichert somit gegen fallende Preise ab (vgl. Perridon und Steiner, 1993, S.167). Vorteile für den Erwerber der Option ergeben sich also aus der Differenz zwischen dem vereinbarten Preis und dem tatsächlichen Marktpreis. Im Gegensatz zu Forwards und Futures, wo nach Ablauf ein Zahlungsverkehr zwischen den Parteien getätigt werden muss, besitzt der Erwerber einer Option die Möglichkeit, diese einzulösen. Er muss es aber nicht, wenn der Marktpreis abhängig von der Absicherungsrichtung eine negative Differenz ergibt. Da somit keine gegenseitige – sondern eine einseitige – Übernahme von Risiken geschieht, muss für die Option eine Prämie als Risikoausgleich gezahlt werden. Der Händler mit der Gegenposition zu den obigen Optionen bekommt die Risikoprämie, hat aber unter Umständen zukünftige Verbindlichkeiten, wenn er die Differenz zwischen den Preisen zahlen muss (Hull, 2001, S.7ff.). Bei einem Optionsgeschäft wird der Käufer des Ausübungsrechtes auch Long Position (*L*) genannt, der Verkäufer Short Position (*S*). Einigen Derivaten liegen als Basisvariable keine Preise sondern anderweitige Indizes zugrunde. Die Auszahlung aus einer so gestalteten Option errechnet sich



**Abbildung 2.5.3: Auszahlungsstruktur von Call und Put Optionen**

Quelle: Eigene Darstellung nach Berg et al., 2005, S.62

dann aus der Differenz zwischen dem zum Abschlusszeitpunkt vereinbarten Index, dem sogenannten Strike Level ( $K$ ), und dem zum Ausübungszeitpunkt realisierten Index ( $x$ ). Das Strike Level bezeichnet den Indexwert, ab dem (Call Option) oder unter dem (Put Option) eine Auszahlung erfolgt. Der pro Einheit Abweichung vom Index gezahlte Betrag wird Tick Size ( $V$ ) genannt. Somit ist eine Option, die sich auf den Preis des Underlyings bezieht, durch einen Tick Size von eins beschrieben. Es ergeben sich unter Berücksichtigung einer fairen Prämie ( $P$ ) als Kaufpreis der Option folgende vier mögliche Positionen und zugehörige Gewinne ( $G$ ) aus den Optionsgeschäften für die beteiligten Parteien (Berg et al., 2005, S.159f.):

In der Call Option – Auszahlung, wenn der Index höher ist als das Strike Level:

$$\text{Käufer (Long Call): } G_C^L(V, x, K) = V \cdot \text{Max}[0, (x - K)] - P_C$$

$$\text{Verkäufer (Short Call): } G_C^S(V, x, K) = -V \cdot \text{Max}[0, (x - K)] + P_C$$

In der Put Option – Auszahlung, wenn der Index niedriger ist als das Strike Level:

$$\text{Käufer (Long Put): } G_P^L(V, x, K) = V \cdot \text{Max}[0, (K - x)] - P_P$$

$$\text{Verkäufer (Short Put): } G_P^S(V, x, K) = -V \cdot \text{Max}[0, (K - x)] + P_P$$

Diese Auszahlungsstrukturen werden in der Abbildung 2.5.3 graphisch dargestellt.

Die Ermittlung des Preises einer Option gestaltet sich relativ schwierig, da erneut verschiedene Einzelfälle unterschieden werden müssen. Hier wird exemplarisch die Ermittlung der Grenzwerte für Ober- und Untergrenze des Optionspreises für Aktien dargestellt. In Abschnitt 2.5.2.2 wird auf die Ermittlung für nicht handelbare Wetterindizes eingegangen. Für weitere Informationen zu der Preisermittlung sei auf HULL (Hull, 2001) verwiesen.

Grundsätzlich beeinflussen sechs Faktoren den Preis einer Aktienoption. Dieses sind der Tageskurs der Aktie, der Basispreis, die Laufzeit, die Volatilität des Aktienkurses, der ri-

**Tabelle 2.7: Wirkung einer Variablenerhöhung auf den Optionspreis**

Variable	Europäische Kaufoption	Europäische Verkaufsoption	Amerikanische Kaufoption	Amerikanische Verkaufsoption
Aktienkurs	+	-	+	-
Basispreis	-	+	-	+
Laufzeit	?	?	+	+
Volatilität	+	+	+	+
Risikofreier Zins	+	-	+	-
Dividenden	-	+	-	+

Quelle: Hull, 2001, S.241; + = steigend, - = senkend, ? = unklar

sikofreie Zins und die für die Laufzeit der Option erwarteten Dividenden. Unterstellt man eine Kaufoption und dass bis auf den betrachteten Faktor alle anderen unverändert bleiben, dann erfolgt eine Auszahlung, wenn der Aktienkurs den Basispreis übersteigt. Je größer die Differenz durch steigende Aktienkurse oder niedriger gewählte Basispreise ist, desto teurer ist eine betreffende Option. Für eine Verkaufsoption verhält es sich entgegengesetzt. Die Laufzeit einer Option hat bei der amerikanischen Variante einen positiven Einfluss auf den Preis, da diese Optionen jederzeit ausgeübt werden können, und der Besitzer einer Option mit längerer Laufzeit somit länger über diese Möglichkeit verfügt. Im Vergleich zu europäischen Optionen haben beide nur einen Ausübungstermin, weshalb dieser Aspekt keine Vergleichsmöglichkeit für die Laufzeit bietet. Die Volatilität einer Aktie wird anhand der Schwankungen in einem kleinen Zeitintervall gemessen. Ist die Volatilität groß, so ist die Wahrscheinlichkeit für starke Kursanstiege und -fälle höher als bei geringer Volatilität. Für eine Aktie gleichen sich diese Schwankungen aus, für einen Optionsinhaber ist das Risiko allerdings auf den Verlust des Optionspreises begrenzt; die Chance unterliegt keiner Begrenzung. Somit ist eine Option auf eine Aktie mit hoher Volatilität teurer. Der risikofreie Zinssatz wirkt sich in unterschiedlicher Weise auf den Preis einer Option aus. Bei steigenden Zinsen in einer Volkswirtschaft erwartet man tendenziell auch höhere Wachstumsraten für Aktien. Der Gegenwartswert aller künftigen Cashflows, die ein Optionsinhaber bekommt, ist niedriger, da dieser mit einem höheren Zins abgezinst wird. Für eine Verkaufsoption wirken diese beiden Effekte in die gleiche Richtung, weshalb mit steigendem Zins der Preis für eine Option steigt. Bei einer Kaufoption wirken diese Effekte gegeneinander, wobei nach HULL der erste den zweiten Effekt dominiert (vgl. Hull, 2001, S.242), wodurch der Preis einer Verkaufsoption ebenfalls steigen würde. Diese Argumentation beruht auf ceteris paribus Annahmen. Da der Zins in verschiedener Weise auch die anderen Variablen beeinflussen kann, können die Reaktionen des Marktes auch entgegengesetzt ausfallen. Dividenden sorgen für ein Fallen des Aktienkurses am Folgetag, weshalb dieses eine schlechte Nachricht für den Wert einer Kaufoption und eine gute Nachricht für den Wert einer Verkaufsoption darstellt. Die verschiedenen Effekte sind in Tabelle 2.7 mit ihrer Wirkung zusammengefasst.

Die Obergrenze für den Preis einer europäischen ( $c$ ) wie einer amerikanischen Kaufoption ( $C$ ) stellt bei einer dividendenlosen Aktie der gegenwärtige Preis ( $S_0$ ) dar, da eine Option auf den Kauf einer Aktie nie teurer sein kann als der Kauf der Aktie selbst. Andernfalls wür-

## 2 Risikomanagement

de die Aktie gekauft und eine Kaufoption verkauft werden, und es ließen sich so risikofreie Gewinne erzielen. Eine amerikanische ( $P$ ) wie auch eine europäische Verkaufsoption ( $p$ ) kann niemals mehr wert sein, als der Basispreis ( $X$ ) der Option, da der Inhaber das Recht hat, die Aktie zum Preis  $X$  zu verkaufen, wenn der Aktienkurs zum Ausübungszeitpunkt unterhalb von  $X$  liegt. Da eine vorzeitige Ausübung der Option bei europäischen Aktien nicht möglich ist, kann diese nicht mehr wert sein, als der mit dem risikofreien Zins abgezinste Wert des Basispreises, da ansonsten der Verkauf der Option und das Anlegen des Geldes zu risikofreien Gewinnen führen würde. Die Untergrenze für eine europäische Kaufoption ist durch den aktuellen Aktienkurs abzüglich des risikofrei abgezinnten Basispreises gesetzt. Sollte der Optionspreis geringer sein, so könnte man eine Kaufoption kaufen und die Aktie leer verkaufen. Würde man den Überschuss des Leerverkaufes abzüglich des Prämienpreises anlegen, so übersteigt dieser den Basispreis, wodurch sich erneut risikolose Gewinne erzielen ließen. Das schlimmste, was einem Inhaber einer Option passieren kann, ist, dass sie ohne Wert ausläuft, weshalb der Wert der Option positiv sein muss. Es ergibt sich, dass die Untergrenze einer europäischen Kaufoption

$$c \geq \max(S_0 - Xe^{-rT}, 0) \quad (2.5.9)$$

nicht unterschritten wird. Die Untergrenze für eine europäische Verkaufsoption ist durch

$$p \geq \max(Xe^{-rT} - S_0, 0) \quad (2.5.10)$$

gegeben. Sollte der Preis unterhalb dieses Wertes liegen, so könnten Arbitrage-Gewinne dadurch erzielt werden, dass man für geliehenes Geld eine Aktie und eine Verkaufsoption erwirbt. Zum Fälligkeitszeitpunkt würde je nach Aktienkurs die Option ausgeübt, und der Gewinn ergäbe sich aus dem Basispreis abzüglich des Rückzahlungsbetrages für den Kredit. Würde die Option nicht ausgeübt, bestände der Gewinn aus dem Wert der Aktie abzüglich des Kredites.

Betrachtet man zwei Portfolios, eines bestehend aus einer europäischen Kaufoption und einem Bargeldbetrag in Höhe von  $Xe^{-rT}$ , das andere bestehend aus einer europäischen Verkaufsoption und einer Aktie. Wirft die Aktie keine Dividende über die betrachtete Laufzeit ab, so entspricht der Wert beider Portfolios bei Fälligkeit

$$\max(S_T, X) \quad (2.5.11)$$

Da der Wert zur Fälligkeit identisch ist, muss auch der heutige Wert der beiden Portfolios identisch sein, weshalb sich aus der Portfoliobeschreibung ergibt

$$c + Xe^{-rT} = p + S_0 \quad (2.5.12)$$

Diese Gleichung wird als Put-Call-Parität bezeichnet und veranschaulicht, dass die Preise für eine Put- und Call-Option in einem vordefinierten Verhältnis stehen müssen (Hull, 2001, S.248f.). Ist die Differenz zwischen dem Marktpreis von Call- und Put-Option kleiner der Differenz zwischen Barwert des Ausübungspreises und dem aktuellen Aktienkurs, so ist entweder die Call-Option unterbewertet oder die Put-Option überbewertet (Perridon und Steiner, 1993, S.179f.). Sollten hingegen Dividenden gezahlt werden, so muss der Gegenwartswert der Zahlungen ( $I$ ) in der Paritätsgleichung berücksichtigt werden. Für europäische Optionen ergibt sich die Formel

$$c + Xe^{-rT} = p + S_0 - I \quad (2.5.13)$$

Für den Fall einer kontinuierlichen prozentualen Dividendenrendite ( $d$ ) muss diese in die Gleichung eingebaut werden, indem der aktuelle Aktienkurs um die Rendite vermindert wird. Es ergibt sich:

$$c + Xe^{-rT} = p + S_0e^{-dT} - I \quad (2.5.14)$$

Im Falle einer amerikanischen Option können nur Intervalle angegeben werden, innerhalb derer sich die Preise befinden können, da diese jederzeit ausgeübt werden kann. Unterstellt man eine Aktie ohne Dividendenzahlung, so hat die Gleichung die Form

$$C + Xe^{-rT} \leq P + S_0 \leq C + X \quad (2.5.15)$$

Subtrahiert man von der oberen die untere Grenze, so bekommt man das Intervall für die möglichen Werte durch:  $(C + X) - (C + Xe^{-rT}) = X(1 - e^{-rT})$ . Sollte auf das Underlying einer amerikanischen Option im Betrachtungszeitraum eine Dividende gezahlt werden, so vergrößert diese das zuvor beschriebene Intervall. Die Formel lautet in diesem Fall

$$C + Xe^{-rT} \leq P + S_0 \leq C + X + I \quad (2.5.16)$$

Wobei  $I$  erneut die mit dem risikolosen Zins auf den Anfangszeitpunkt abgezinsten Dividendenzahlung ist. Bei einer kontinuierlich proportionalen Dividendenzahlung ist die Formel für die amerikanische Option beschrieben durch

$$C + Xe^{-rT} \leq P + S_0 \leq C + X + S_0(1 - e^{-dT}) \quad (2.5.17)$$

**Tabelle 2.8: Innerer Wert von Put und Call Option**

	<b>Call Kaufoption</b>	<b>Put Verkaufsoption</b>
<b>Basispreis über dem Wert des Underlyings</b>	out-of-the-money	in-the-money
<b>Basispreis gleich dem Wert des Underlyings</b>	at-the-money	at-the-money
<b>Basispreis unter dem Wert des Underlyings</b>	in-the-money	out-of-the-money

Quelle: Eigene Darstellung nach Perridon und Steiner, 1993, S.170

wobei sich das Intervall erneut gegenüber der Variante ohne Dividendenzahlung vergrößert (Guo und Su, 2006, S.225ff.).

Während der Laufzeit einer Option teilt sich ihr Wert in die Komponenten innerer Wert und Zeitprämie auf. Der innere Wert beschreibt die Differenz zwischen dem aktuellen Wert des Underlyings und dem Basispreis der Option. Je nach Relation der Werte wird die Situation als in-, at- oder out-of-the-money bezeichnet, wie in Tabelle 2.8 dargestellt ist.

Die Zeitprämie ist die Prämie im eigentlichen Sinne und wird vom Käufer für die Chance bezahlt, dass er von der Wertveränderung des Underlyings profitieren kann. Sie wird aus der Differenz zwischen dem Marktpreis der Option und ihrem inneren Wert berechnet (Perridon und Steiner, 1993, S.170).

### **Börsenteilnehmer**

Prinzipiell handeln an der Börse drei verschiedene Arten von Akteuren, die Hedger, die Spekulanten und die Arbitrageure.

Der *Hedger* ist nicht nur am Terminmarkt tätig, sondern ebenfalls am Kassamarkt. Durch seine Geschäfte am Terminmarkt nimmt er eine Absicherung für Warengeschäfte vor, die er auch beabsichtigt zu tätigen. Beabsichtigt ein Produzent einen Rohstoff in einigen Monaten zu kaufen, so kann er durch eine Kaufposition in einem Forwardkontrakt den Preis sichern. Übersteigt der spätere Kassamarktpreis den vereinbarten Basispreis, so wird ihm die Differenz ausgezahlt, oder er bekommt die Ware zum Basispreis geliefert. Unterschreitet der Kassamarktpreis hingegen den Basispreis, so zahlt er entweder die Differenz an den Vertragspartner oder er bekommt die Ware geliefert, dieses Mal allerdings zu einem höheren Preis als der, zu dem er die Ware am Markt hätte kaufen können. In beiden Fällen gilt für ihn der Basispreis, den er zuvor als Kaufpreis für die Ware vereinbart hatte. Die Derivate unterscheiden sich allerdings insoweit, dass Forward und Future eine Preisabsicherung ermöglichen, eine Option hingegen eine Absicherung gegen einen ungünstigen Werteverlauf des Underlyings darstellt. Für diese Absicherung ist eine Prämie zu zahlen, aber dem Produzenten verbleibt die Chance auf eine positive Wertentwicklung des Basisobjektes (Hull, 2001, S.16f.).

Ein *Spekulant* erwirbt ein Gut und hofft auf eine für ihn positive Wertentwicklung, um es zu einem späteren Zeitpunkt gewinnbringend zu verkaufen. Geht er von einem steigenden Preis für ein Underlying aus, so kann er es entweder selber kaufen, oder er erwirbt eine Kaufpositi-

on in einem Derivat. Unterstellt er hingegen einen fallenden Preis für die Zukunft, so kann er entweder das Underlying leer verkaufen oder er erwirbt eine Verkaufsposition. In beiden Fällen profitiert er von einer für ihn positiven Entwicklung. Allerdings ist der Hebeleffekt bei einem Derivat höher als beim Underlying selbst, da für den gleichen Geldbetrag über mehr Aktienvolumen spekuliert wird, wenn Derivative eingesetzt werden, und der Spekulant dementsprechend die gleiche Preisdifferenz häufiger ausgezahlt bekommt. Ebenso können bei Forward- und Futurekontrakten höhere Verluste entstehen als bei dem Erwerb des Underlyings, weil der gleiche Hebel auch im Negativen wirkt. Bei Optionen bleibt der maximale Verlust für den Spekulanten genauso wie für den Hedger auf die Prämie beschränkt (Hull, 2001, S.17ff.).

Der *Arbitrageur* nutzt Simultantransaktionen an zwei oder mehr Märkten, um aus Kursunterschieden eines Gutes Gewinne zu realisieren. Wird beispielsweise an einer Börse ein Gut teurer gehandelt als an einer anderen, so kann der Arbitrageur dieses Gut gleichzeitig an der zweiten Börse kaufen und an der ersten verkaufen und die Differenz zwischen den beiden Preisen als risikolosen Gewinn realisieren. Durch diese Geschäfte verändert sich die Angebots- und Nachfragestruktur an den beiden Börsen, so dass dieses Handeln zu einer Angleichung der Preise führt. Diese Vorgehensweise vernachlässigt zwar einerseits Transaktionskosten, andererseits ist aber davon auszugehen, dass es große Finanzinstitutionen gibt, bei denen die Transaktionskosten für ein solches Handeln minimal sind und deshalb diese Geschäfte getätigt werden (Hull, 2001, S.19f.).

### **Handelsstrategien**

Im Kontext der Risikominderung ist vor allem die Strategie des Hedgens interessant, da so Preisrisiken (und bei entsprechenden Indizes auch Mengenrisiken) reduziert werden können. Deshalb wird im Folgenden das optimale Hedgeverhältnis bei bestehendem Basisrisiko am Beispiel von Futures behandelt und es werden verschiedene Handelsstrategien für Optionen vorgestellt.

#### *Hedgeratio*

Obwohl in einem Future das Basisobjekt exakt spezifiziert ist, kann einer perfekten Absicherung das sogenannten Basisrisiko entgegenstehen, wenn beispielsweise der abzusichernde Vermögenswert nicht exakt mit dem Basisobjekt übereinstimmt oder das genaue Datum des Kassageschäftes nicht bekannt ist. Die Basis ist dabei definiert als der Kassakurs des zu *sichernden Vermögenswertes* abzüglich des Futurepreises des *verwendeten Kontraktes*. Der Wert der Basis ist dabei zum Absicherungszeitpunkt nicht bekannt und birgt somit ein verbleibendes Risiko. Bei Investment-Vermögenswerten ist das Basisrisiko tendenziell geringer als bei Konsum-Vermögenswerten, da neben den Hauptursachen für das Basisrisiko des Investmentvermögenswertes, der Unsicherheit über das künftige Niveau des risikofreien Zinssatzes und der Entwicklung der Rendite noch Ungleichgewichte zwischen Angebot und

## 2 Risikomanagement

Nachfrage, Schwierigkeiten bei der Lagerhaltung eines Rohstoffes hinzukommen können. Stimmt das Basisobjekt nicht mit dem abzusichernden Vermögenswert überein, da dieser nicht an der Börse gehandelt wird, dann ist eine genaue Marktanalyse vorzunehmen, um ein börsennotiertes Gut zu finden, das möglichst gleiche Wertentwicklungen aufweist. Verändert sich der Wert des abzusichernden Vermögenswertes nicht in die gleiche Richtung oder in die gleiche Richtung, aber nicht in der gleichen Stärke wie das Basisobjekt, so verändert sich die Basis. Diese Veränderung kann entweder zu einer zusätzlichen Verkleinerung aber auch zu einer weiteren Vergrößerung der Basis führen. Bei der Wahl des passenden Kontraktes spielt auch der Zeitpunkt der Lieferung eine wichtige Rolle. Einerseits vermeidet man, dass der Liefermonat des Kontraktes deckungsgleich mit der Warenabsicherung ist. Dieses liegt zum einen an der Gefahr, gegebenenfalls das Underlying liefern oder abholen zu müssen, was im Einzelfall teuer und unangenehm werden kann. Zum anderen kann im Liefermonat der Wert des Underlyings unter bestimmten Umständen an besonders hohen Schwankungen leiden. Andererseits steigt das Basisrisiko mit zunehmender zeitlicher Differenz zwischen dem Kassageschäft und dem Liefermonat des Kontraktes, da unter anderem die Preiserwartungen für einen weiter in der Zukunft liegenden Termin Grundlage für die Preisbildung sind. Somit sollte kein Liefertermin gewählt werden, der zu weit vom Absicherungsgeschäft entfernt liegt (Hull, 2001, S.47ff.).

Das zuvor beschriebene Basisrisiko führt dazu, dass nicht zwangsläufig die Wertentwicklung des Kassaobjektes mit der des Terminkontraktes übereinstimmen muss. Unterstellt wird, dass ein Hedger die physische Menge  $y$  von einem Gut besitzt, und er diese Menge mit einer Menge  $h$  an Marktposition eines anderen Gutes absichern möchte. In diesem Falle wird der Hedger einerseits eine Vorstellung über die mögliche Varianz der Preisveränderungen in der Zeit von bis für die beiden Güter haben, andererseits eine Vorstellung darüber, inwieweit die Preisbewegungen der beiden Güter gleich gerichtet sind. Beschreibt man die Gleichrichtung durch die Kovarianz und geht davon aus, dass die angegebenen Varianzen  $\sigma^2$  der Güter pro Einheit des Gutes berechnet sind, so lassen sich der Erwartungswert ( $E(R)$ ) und die Gesamtvarianz ( $V(R)$ ) des Portfolios aus der tatsächlichen Ware und der Position am Terminmarkt beschreiben durch:

$$E(R) = E(p_2) \cdot y + h \cdot (f_1 - E(f_2)) \quad (2.5.18)$$

$$V(R) = y^2 \sigma_p^2 + h^2 \sigma_{f_2}^2 + 2 \cdot y \cdot h \cdot cov_{p,f_2} \quad (2.5.19)$$

Dabei steht  $p$  für den Kassamarktpreis des Gutes  $y$  zum Verkaufszeitpunkt ( $t_2 = 2$ ) und  $f$  für den Futurepreis beim Erwerb ( $t_1 = 1$ ) und bei Fälligkeit ( $t_2 = 2$ ). Leitet man Formel 2.5.19 nach  $h$  ab und setzt die Gleichung gleich Null, so erhält man durch Auflösen den Umfang  $h^*$  an Terminkontrakten, der die Gesamtvarianz des Portfolios minimiert:

$$h^* = -\frac{y \cdot \text{cov}_{p,f_2}}{\sigma_{f_2}^2} \quad (2.5.20)$$

Sollte die Kovarianz negativ sein, so wird der Ausdruck in Formel 2.5.20 positiv, und der Hedger würde Positionen erwerben. Ist der Ausdruck hingegen durch eine positive Kovarianz negativ, so würde er dementsprechend  $h^*$  Positionen von zweitem Gut verkaufen. Setzt man Formel 2.5.20 in Formel 2.5.19 ein und berücksichtigt, dass die Kovarianz definiert ist als  $\text{cov}_{i,j} = \rho \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$  mit  $\rho$  dem Korrelationskoeffizienten, dann ergibt sich für die Gesamtvarianz die Formel:

$$V(R) = y^2 \sigma_p^2 (1 - \rho^2) \quad (2.5.21)$$

Die Effizienz ( $e$ ) eines Hedginginstrumentes wird durch die prozentuale Verringerung der Varianz gemessen. Somit beschreibt sich die Effizienz als:

$$e = \left( 1 - \frac{V(R)^*}{y^2 \sigma_p^2} \right) \text{ oder } e = \rho^2 \quad (2.5.22)$$

Betrachtet man einen Hedge ex-post, so kann ein perfekter Hedge dadurch beschrieben werden, dass die Veränderung des Preises eines Produktes von  $t_1$  bis  $t_2$  Null ist. Diese Veränderung kann im Nachhinein immer per Zufall auftreten. Analysiert man die Situation aber aus der ex-ante Position, so ergibt sich die minimal mögliche Varianz bei einem Umfang von  $h^*$  (Johnson, 1960, S.142ff.).

Unterstellt man, dass neben der Preisunsicherheit auch die Menge des Gutes  $y$  variieren kann und auf einem realen Markt Transaktionskosten ( $k$  – pro Mengeneinheit) für den Handel mit Futures entstehen, so müssen die Formeln 2.5.18 und 2.5.19 unter Einbeziehung der Formeln 2.2.5 und 2.2.6 erweitert werden. Unterstellt man vereinfachend Unabhängigkeit zwischen Preisen und Mengen, so entfallen die Terme, die die Kovarianz enthalten, in der Formel 2.2.6 und es ergibt sich für Erwartungswert und Gesamtvarianz:

$$E(R) = E(p_2) \cdot E(y) + h(f_1 - E(f_2)) - h \cdot k \quad (2.5.23)$$

$$\text{Var}(R) = E(y)^2 \cdot \sigma_{p_2}^2 + E(p_2)^2 \cdot \sigma_y^2 + \sigma_y^2 \cdot \sigma_{p_2}^2 + h^2 \cdot \sigma_{f_2}^2 - 2 \cdot h \cdot E(y) \cdot \rho_{p_2, f_2} \cdot \sigma_{p_2} \cdot \sigma_{f_1} \quad (2.5.24)$$

Würde eine Optimierung alleine auf die Minimierung der Varianz zielen, so würde die Ableitung der Formel 2.5.24 gleich Null gesetzt und zur Anzahl der Futures ( $h$ ) aufgelöst. Diese Minimierung muss aber nicht zwangsläufig im Interesse des Entscheiders liegen, da unter

## 2 Risikomanagement

Umständen kleine Varianz- durch hohe Erwartungswertreduktionen erkaufte würden. Insofern ist es sinnvoll, die beiden Größen zusammen zu optimieren. Greift man hierfür auf die in Abschnitt 2.6.4 erläuterte Approximation des Sicherheitsäquivalentes unter der Annahme einer konstanten absoluten Risikoaversion, abgebildet durch eine Risikonutzenfunktion der Form  $u(x) = 1 - e^{-\lambda x}$  zurück, so ergibt sich die Formel für das Sicherheitsäquivalent (SÄ) als:

$$S\ddot{A} = E(R) - \frac{\lambda}{2} \text{Var}(R) \quad (2.5.25)$$

Und durch Einsetzen der Formeln 2.5.23 und 2.5.24:

$$S\ddot{A} = E(p_2)E(y) + h(f_1 - E(f_2)) - h \cdot k - \frac{\lambda}{2} \left( E(y)^2 \sigma_{p_2}^2 + E(p_2)^2 \sigma_y^2 + \sigma_y^2 \sigma_{p_2}^2 + h^2 \sigma_{f_2}^2 - 2 \cdot h \cdot E(y) \rho_{p_2 f_2} \sigma_{p_2} \sigma_{f_2} \right) \quad (2.5.26)$$

Durch differenzieren, gleich Null setzen und anschließendes Auflösen ergibt sich die Sicherheitsäquivalent maximierende Anteil an Futures als:

$$h^* = \frac{f_1 - E(f_2) - k}{\lambda \sigma_{f_2}^2} + \frac{E(y) \rho_{p_2 f_2} \sigma_{p_2}}{\sigma_{f_2}} \quad (2.5.27)$$

Der zweite Term der Gleichung 2.5.27 repräsentiert dabei die Hedging Komponente. Wurde am Terminmarkt ein Produkt zum Absichern gewählt, welches eine ähnliche Varianz zur abgesicherten Preisvarianz aufweist, so wird die optimale Anzahl an Futures maßgeblich durch den Wert des Korrelationskoeffizienten beeinflusst. Für einen Spekulanten ist der Erwartungswert des Ertrages ( $E(y)$ ) gleich Null, da er das Produkt selber nicht besitzt und somit entfällt der zweite Term. In Abhängigkeit von seiner Risikoeinstellung wird der Spekulant nur Marktpositionen erwerben, wenn die zukünftige Preiserwartung zuzüglich der Transaktionskosten geringer ist als der heutige Futurepreis (Berg und Krämer 2008, S. 161ff.).

Warum es abseits der vorherigen Berechnungen für einen Crosshedge trotzdem sinnvoll sein kann, ein Hedgeverhältnis von 100% zu wählen, wird bei ANKIRCHNER ET AL. aufgezeigt (Ankirchner et al., 2011). Diese Problematik soll hier aber nicht weiter thematisiert werden.

### Handelsstrategien

„Price-risk manager can create alternative price profiles through adjustment of the level and type of commodity option positions“ (Hauser und Eales, 1987, S.123). Aus den vier verschiedenen Positionen der Optionen lassen sich somit viele unterschiedliche Absicherungsstrategien kombinieren. Gäbe es zu jedem möglichen Basispreis gehandelte Optionen, so ließe sich annäherungsweise jeder Verlauf konstruieren. Es soll jedoch nur eine Auswahl an

**Tabelle 2.9: Veränderung des Preisrisikos einer Aktie durch Eingehen einer Optionsposition**

	Call Option		Put Option	
	Kauf (Long)	Verkauf (Short)	Kauf (Long)	Verkauf (Short)
Kauf einer Aktie	+	-	-	+
Verkauf einer Aktie	-	+	+	-

+ vergrößert das Preisrisiko; - verkleinert das Preisrisiko

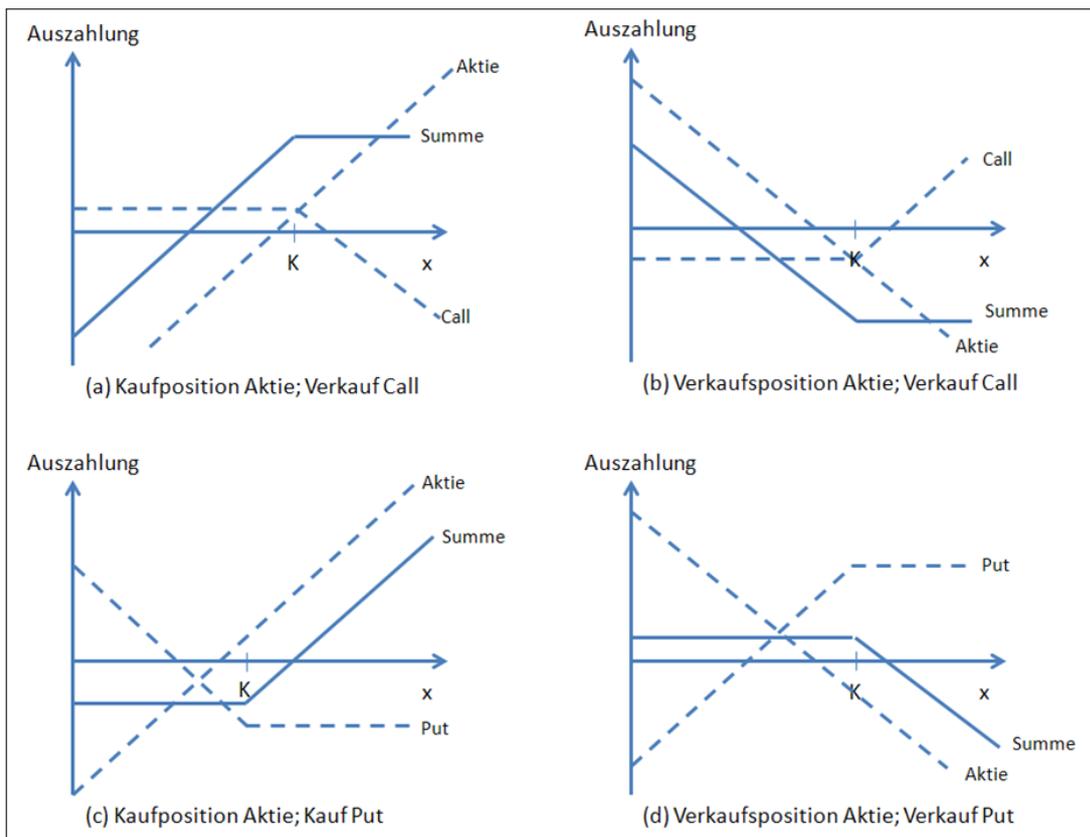
Quelle: Eigene Darstellung

Kombinationsmöglichkeiten vorgestellt werden. Weitere Möglichkeiten sind beispielsweise durch BECKER und DEGLER aufgezeigt (vgl. Becker und Degler, 1984, S.46ff.).

Eine Handelsstrategie besteht in der Kombination eines Underlyings mit der zugehörigen Option. Erwirbt man beispielsweise eine Aktie, so kann man diese durch den Kauf einer Put-Option absichern. Sie erbringt eine Auszahlung, wenn der Aktienkurs fällt und somit Kursverluste auffängt. Diese Absicherung bezahlt man durch die Prämie für die Option, die bei steigenden Aktienkursen den Gewinn aus dem Aktiengeschäft mindert. Alle risikomindernden Kombinationen sind in Tabelle 2.9 und Abbildung 2.5.4 a-d dargestellt. Die übrigen möglichen Kombinationen würden dazu führen, dass sowohl Verluste als auch Gewinne aus Aktiengeschäften durch die Option verstärkt würden (Hull, 2001, S.265ff.).

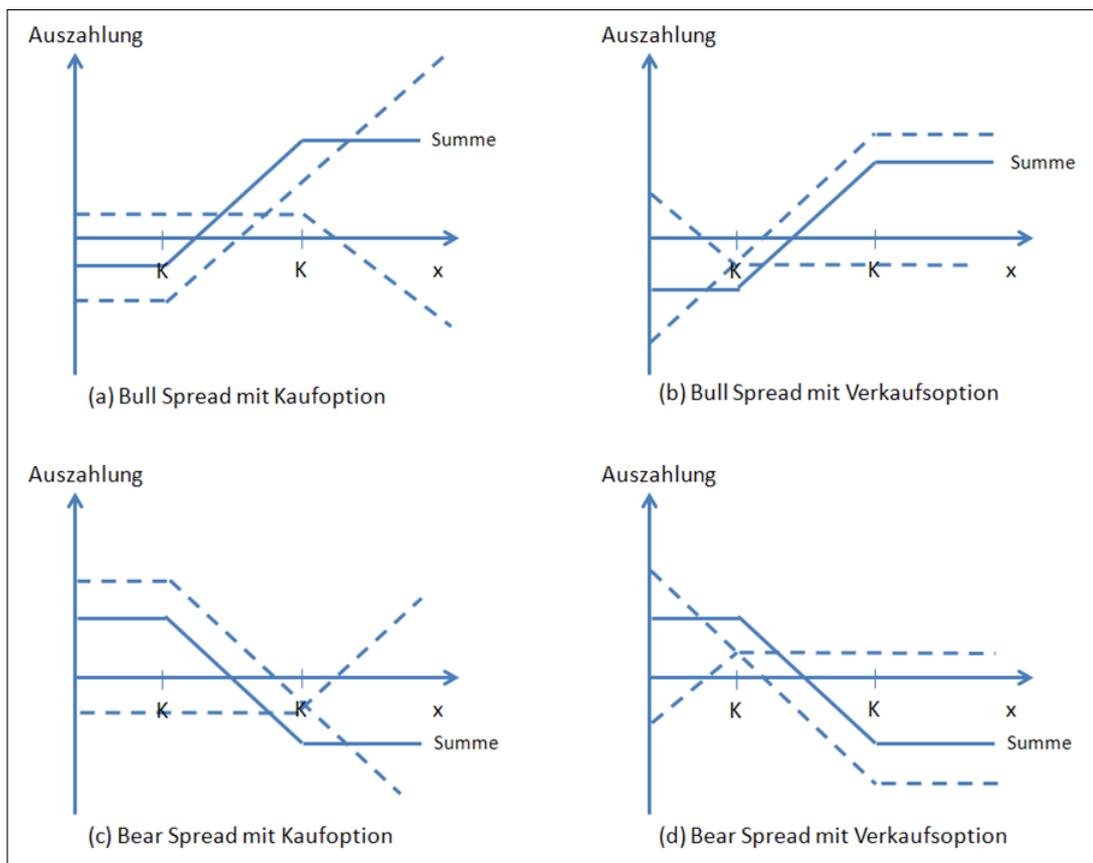
Bei einem Spread werden zwei oder mehr Optionen des gleichen Typs miteinander kombiniert. Die Handelsstrategie kann dabei sein, dass man sich durch den Kauf einer europäischen Kaufoption mit dem Basispreis  $X_1$  und dem Fälligkeitszeitpunkt  $T$  gegen steigende Preise abgesichert hat, ein übermäßiges Ansteigen für unwahrscheinlich hält und somit bereit ist, einen Teil seiner Gewinnchancen durch den Verkauf einer Kaufoption mit dem Basispreis  $X_2$  und Fälligkeit  $T$ , mit  $X_2 > X_1$ , zu Geld zu machen. Solange der  $X_2 > X_1$  ist, profitiert man von einem steigenden Aktienkurs, weshalb der Spread als Bullspread bezeichnet wird. Ist hingegen  $X_2 < X_1$ , so hat man sich zuvor gegen fallende Aktienkurse abgesichert und ist bereit, einen Teil seines möglichen Gewinnes bei fallenden Kursen gegen eine sichere Zahlung einzutauschen. Bei dieser Strategie profitiert man von fallenden Preisen, weshalb dieser Spread auch als Bearspread bezeichnet wird. Das gleiche Absicherungsmuster wie bei dem oben beschriebenen Bullspread erreicht man auch, wenn man eine Verkaufsoption mit niedrigem Basispreis  $X_1$  kauft und gleichzeitig eine Verkaufsoption mit höherem Basispreis  $X_2$  verkauft. Die beiden Möglichkeiten unterscheiden sich in ihrem Cashflow, da anders als bei den Kaufoptionen der Optionspreis der verkauften Verkaufsoption den der gekauften übersteigt. Ebenso wie bei der Kaufoption kann auch bei der Konstruktion mit Verkaufsoptionen durch das Verschieben der Basispreise zu  $X_2 < X_1$  ein Bearspread konstruiert werden. Die Zahlungsströme in Abhängigkeit von  $S_T$  und dem Preis des Underlyings zum Zeitpunkt  $T$  sind in Abbildung 2.5.5 dargestellt (Hull, 2001, S.268ff.).

## 2 Risikomanagement



**Abbildung 2.5.4: Auszahlungsstrukturen für die Kombination Aktie und Option**

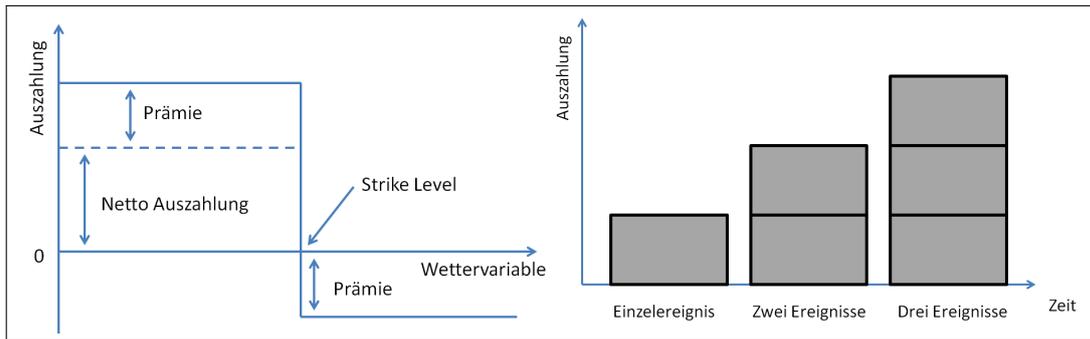
Quelle: Eigene Darstellung nach Hull, 2001, S.266



**Abbildung 2.5.5: Zahlungsströme der verschiedenen Spreads**

Quelle: Eigene Darstellung nach Hull, 2001, S.268ff.

## 2 Risikomanagement



**Abbildung 2.5.6: Abbildungen für Varianten**

Quelle: Eigene Darstellung nach Turvey, 2001, S.342

Die Kombination von einem Bull- und einem Bearsread, bei der der höhere Basispreis des einen mit dem niedrigeren Basispreis des anderen übereinstimmt, wird als Butterfly Spread bezeichnet. Je nach Konstruktionsweise profitiert der Erwerber von einem Aktienkurs, der möglichst nahe am deckungsgleichen (mittleren) Basispreis bleibt, oder von Unter- als auch Überschreitungen des mittleren Basispreises (Hull, 2001, S.273ff.).

Weitere Möglichkeiten ergeben sich durch die Kombinationen, bei denen für dasselbe Underlying sowohl Positionen in Kauf- als auch in Verkaufsoptionen kombiniert werden. Die so gestalteten Optionen werden in Straddle, Strip, Strap und Strangle eingeteilt (vgl. Hull, 2001, S.278ff.). Durch die Nutzung von amerikanischen Optionen beziehungsweise einer Differenz zwischen den Fälligkeiten der Optionen lassen sich viele weitere theoretische oder praktische Handelsstrategien bilden. Bei Optionen, die über einen Händler gehandelt werden, sind die Gestaltungsmöglichkeiten einfacher umzusetzen, da Limits als Ober- oder Untergrenzen für eine Auszahlung gesetzt werden können und diese nicht durch weitere Optionen „künstlich“ geschaffen werden müssen.

### *Modifikationen*

Eine mögliche Modifikation von Optionen besteht darin, einen „alles oder nichts“ Kontrakt zu schließen (Vedenov und Barnett, 2004, S.394.). Bei diesem wird je nach Absicherungsrichtung ein fester Betrag bei Über- bzw. Unterschreitung eines vereinbarten Strike Levels gezahlt, wobei die Zahlung unabhängig von der Größe der Differenz ist. Diese Variante kann so erweitert werden, dass bei Eintritt eines bestimmten Ereignisses jeweils eine feste Auszahlung generiert wird. So könnten beispielsweise für jede nicht überlappende Zeitperiode in einem vereinbarten Zeitraum, in der kein Niederschlag (als gewählter Index) fällt, ein fester Geldbetrag ausgezahlt werden. Die zugehörigen Zahlungsstrukturen für ein einzelnes dieser Instrumente und für den Multieventfall sind in Abbildung 2.5.6 abgebildet (Turvey, 2001, S.341f.).

Diese Modifikation ermöglicht es, sich gegen bestimmte Ereignisse abzusichern, wie es zum Beispiel bei einer Versicherung gemacht wird. Eine weit verbreitete Modifikation ist die

Nutzung eines Indexes zur Bestimmung der Auszahlung. Jedes Derivat auf eine Aktie basiert auf der Nutzung des Preises als Index, wobei für jede Einheit Abweichung des Indexes von der Basis eine Geldeinheit ausgezahlt wird. Möchte man die Steigung der Auszahlung verändern, so kann man entweder mehrere Derivate kaufen oder die Auszahlung pro abweichendem Indexpunkt – dem sogenannten Tick Size – verändern. Dieses Vorgehen ist weit verbreitet, da Indizes, die sich nicht auf Preise beziehen, z.B. abweichende Niederschlagssummen, nicht einfach ausgezahlt werden können.

### 2.5.2.2 Wetterderivate

Wetterderivate sind derivative Instrumente, deren Auszahlung durch den indizierte Wert einer Wettervariablen (Wetterindex), z.B. Niederschlagssummen oder Durchschnittstemperaturen, bestimmt wird. Dabei bietet sich eine Umsetzung als Option an, da es für Wettervariable schwierig sein kann, einen Profiteur der Gegenposition zu finden. Da Meteorologen immer häufiger sogenannte Extremwetterlagen voraussagen, die einen „Jahrhundertsommer“ oder „Rekordwinter“ bedingen (vgl. Münchener Rückversicherungs-Gesellschaft, 2011), erscheinen Absicherungen gegen witterungsbedingte Ertragseinbußen zunehmend interessanter. Gerade die landwirtschaftliche Pflanzenproduktion ist dabei in besonderem Maße von Witterungsverläufen abhängig, da diese zu Minderernten oder gar Ernteaufschlägen führen können. Eine langfristige Anpassung an diese veränderten Umweltbedingungen liegt im Aufgabenbereich der Pflanzenzucht und des Pflanzenbaues, die durch angepasste Kulturpflanzen und geeignete Anbauverfahren eine Ertragssicherung gewährleisten können. Kurzfristig liegt es aber im Interesse des Landwirtes, sein Einkommen zu stabilisieren. Aufgrund dieser Tatsache scheint es sinnvoll, über verschiedene einkommensstabilisierende Absicherungsformen nachzudenken. Möglichkeiten stellen dabei Indexversicherungen wie Ertrags- und Erlösversicherungen oder Wetterderivate dar, die den Käufer gegen ein Abweichen von einem Indexwert absichern. Wetterderivate sind Mitte der 90iger Jahre in den USA aufgekommen (Schmitz, 2007, S.1f.) und seither werden – wegen der starken Witterungsabhängigkeit der Landwirtschaft – Untersuchungen angestellt, inwieweit dieses Instrument zur Einkommensstabilisierung bei Landwirten herangezogen werden kann.

Im Folgenden soll auf verschiedene Aspekte der Ausgestaltung von Wetterderivaten eingegangen werden.

#### **Basisvariable**

Als Basisvariable für Wetterderivate können verschiedene objektiv messbare Wetterparameter wie Niederschlag in fester oder flüssiger Form, Temperatur, Strahlung oder Windgeschwindigkeit genutzt werden. Welcher dieser Parameter für den Entscheidungsträger in Frage kommt, hängt von den individuellen Gegebenheiten ab. So werden sich der Windkraft- und der Photovoltaikanlagenbetreiber für unterschiedliche Parameter entscheiden. Ebenso

## 2 Risikomanagement

wie die Wahl des geeigneten Parameters – ein Unternehmen kann auch durch mehrere Parameter gleichzeitig beeinflusst werden – ist auch die Messung der Indizes von Bedeutung. So werden in der Literatur vor allem Kumulations- und Defizitindizes verwandt (vgl. Schmitz, 2007, S.37f.; Mußhoff, Odening und Xu, 2007, S.384; Hee und Hofmann, 2006, S.26ff.).

Kumulierte Indizes ( $I^K$ ) ergeben sich aus den aufsummierten Messwerten ( $y_t$ ) einer Wettervariable wie zum Beispiel der Niederschlagssumme. Sie lassen sich mathematisch wie folgt darstellen:

$$I^K = \sum_{t=1}^n y_t \quad (2.5.28)$$

wobei  $n$  den für das Wetterderivat beobachteten Zeitraum und  $t$  die einzelnen Messintervalle (z.B. Tage) beschreiben. Anstelle des kumulierten Indexes wird häufig der Durchschnittsindex (Average Index) verwandt. Dieser führt zu identischen Ergebnissen mit dem kumulierten Index, da die aufsummierten Messwerte sowie das Strike Level durch den Beobachtungszeitraum ( $n$ ) geteilt werden, im Gegenzug der Tick Size aber mit  $n$  multipliziert wird. Der Durchschnittsindex ( $I^A$ ) lässt sich folgendermaßen beschreiben (Mußhoff, Odening und Xu, 2007, S.384):

$$I^A = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n y_t \quad (2.5.29)$$

Ein Beispiel für einen Durchschnittsindex stellt der mittlerweile wieder eingestellte London International Financial Futures Exchange (LIFFE) Index dar:

$$I^A = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n \frac{T_t^{max} + T_t^{min}}{2} + 100 \quad (2.5.30)$$

Über den Zeitraum ( $n$ ) wird der Durchschnitt für alle Tage ( $t$ ) aus dem Mittelwert zwischen der Tagesmaximal- ( $T_t^{max}$ ) und der Tagesminimaltemperatur ( $T_t^{min}$ ) gebildet. Der Indexwert des LIFFE Index wird anschließend um plus einhundert Punkte verschoben, was allerdings keine Auswirkung auf das Ergebnis hat, da die Differenz zu dem ebenfalls verschobenen Strike Level zur Auszahlung aus dem Derivat führt (vgl. Schmitz und Starp, 2005, S.457).

Bei einem Defizitindex ( $I^D$ ) wird die einseitige Abweichung von einem Wetterparameter ( $y_t$ ) zu einem Sollwert gemessen. Hierbei muss unterschieden werden, ob eine Abweichung nach oben oder nach unten einen Schaden ergibt. So lässt sich für eine Put-Option der Index berechnen als:

$$I^D = \sum_{\tau=1}^z \min \left( 0, \sum_{t=(\tau-1) \cdot s+1}^{\tau \cdot s} y_t - y_{\tau}^{min} \right) \quad (2.5.31)$$

$\tau$  stellt dabei die Anzahl der Beobachtungszeiträume dar, über die das Derivat abgeschlossen ist;  $s$  steht für die Länge der einzelnen Beobachtungszeiträume in Tagen,  $y_\tau^{min}$  für das Strike Level des  $\tau$  Beobachtungszeitraumes bzw. für den minimal zu erreichenden kumulierten Wert der Basisvariable in  $\tau$ , ab dem keine Auszahlung aus dem Derivat mehr erfolgt. In dieser Formulierung errechnet sich der Defizitindex als negativer Wert, er kann aber auch als positiver Wert beschrieben werden, indem die Summe über das Maximum von Null oder dem Strike Level abzüglich der Summe aus  $y_t$  gebildet wird (vgl. Formulierung Heating-Degree-Day).

Für eine Call-Option wird der Index gebildet durch:

$$I^D = \sum_{\tau=1}^z \max \left( 0, \sum_{t=(\tau-1) \cdot s+1}^{\tau \cdot s} y_t - y_\tau^{max} \right) \quad (2.5.32)$$

wobei  $y_\tau^{max}$  ebenfalls für das Strike Level steht, aber den Wert bezeichnet, ab dem eine Auszahlung erfolgt, wenn die kumulierten Werte eines Beobachtungszeitraumes diesen überschreiten. Im Gegensatz zum kumulierten Index, wo das Strike Level erst noch abgezogen werden muss, ergibt der Defizitindex unmittelbar die auszahlenden Indexpunkte (Müßhoff, Odening und Xu, 2007, S.384).

Ein Beispiel, in dem Defizitindizes Anwendung finden, sind die Heating- (HDD) und Cooling-Degree-Days (CDD). Es wurde festgestellt, dass in den USA ein Heizbedarf besteht, wenn die Temperatur unter 65°F fällt; Energie für Klimaanlage verbraucht wird, wenn die Temperatur über 65°F steigt. Nimmt man diese 65°F als Strike Level ( $K$ ) an, so müssen an allen Tagen die Häuser aufgeheizt werden, an denen die Temperatur unterhalb dieser Grenze liegt. Somit lässt sich der HDD Index – als positiver Indexwert – bemessen als:

$$HDD = \sum_{i=1}^n \max \left( 0, K - \frac{T_{max} - T_{min}}{2} \right) \quad (2.5.33)$$

An warmen Tagen werden in den USA die Klimaanlage eingeschaltet, um die Raumtemperatur auf 65°F herunterzukühlen; dementsprechend lässt sich der CDD-Index beschreiben durch:

$$CDD = \sum_{i=1}^n \max \left( 0, \frac{T_{max} - T_{min}}{2} - K \right) \quad (2.5.34)$$

Summiert man die HDD und die CDD auf, dann ergibt sich das Konzept der Energie-Degree-Days, das alle Abweichungen vom Strike Level über einen Zeitraum erfasst (vgl. Schmitz, 2007, S.37f.; Hee und Hofmann, 2006, S.26ff.).

Da der Index multipliziert mit dem Tick Size zur Auszahlung des Derivates führt (vgl. Abschnitt 2.5.2.1), sollte er möglichst gut die Defizite in der Produktion ausgleichen. Dabei

## 2 Risikomanagement

birgt aber jede Indexbildung zur Beschreibung von Wettereinflüssen auf ein Unternehmen Ungenauigkeiten, die in Abhängigkeit von der Indexerstellung nicht erfasst werden. Ein kumulierter Index führt bei einem zu trockenen Frühjahr, in dem das Auflaufen des Sommergetreides erschwert ist und bei einer zu nassen Witterung während der Ernte zu einem unter Umständen optimalen Niederschlagsindex, da sich anfängliche Defizite mit späteren Übermengen ausgleichen. Gerade gegen diese Jahre, wo nur ein sehr geringer Feldertrag zu erwarten ist, will sich der Landwirt absichern. Hier scheint eine zweiseitige Absicherung mit einem Defizitindex vorteilhaft. Wird aber ein Defizitindex beispielsweise mit einer Länge der Beobachtungszeiträume ( $s$ ) von einer Woche über die gesamte Anbauperiode des Sommergetreides abgeschlossen, so ist es möglich, dass es in einer Woche ausreichend regnet, hingegen in der zweiten Woche kein Regen fällt. Die Wasserspeicherfähigkeit des Bodens sorgt in diesem Fall dafür, dass keine negativen Auswirkungen auf den Bestand zu erwarten sind. Trotzdem werden in der zweiten Woche Auszahlungsansprüche aus dem Derivat generiert, die nicht dem Ausgleich eines Minderfeldertrages dienen. Dieses erhöht den Erwartungswert der Auszahlung, was zu einer höheren Prämie führt (vgl. Abschnitt ‚Faire Prämie‘) und somit – da auf dem realen Markt nicht die faire Prämie erhoben wird – das Wetterderivat zunehmend uninteressanter wird. Somit entstehen sowohl geringere als auch höhere Auszahlungen als benötigt.

### Faire Prämie

Für die Prämie, die für ein Wetterderivat erhoben wird, können unterschiedliche Annahmen getroffen werden. Hier soll von der fairen Prämie ausgegangen werden, bei der die abgezinsten Auszahlungen aus den Optionen über die Jahre der Summe der Prämien entsprechen, und somit keine Partei von der anderen eine Risikoprämie für die Übernahme des Risikos erhält. Die faire Prämie für ein Jahr entspricht dem Erwartungswert der Auszahlung, abgezinst auf den Abschlußzeitpunkt der Option. Ist die Differenz zwischen Strike Level ( $K$ ) und Indexwert ( $x$ ) positiv, so werden die abweichenden Indexpunkte<sup>3</sup> ( $K - x$ ) mit der Tick Size ( $V$ ) multipliziert und ergeben die Auszahlung. Sollte die Differenz negativ sein, so wird der Besitzer der Option diese verfallen lassen und erhält eine Auszahlung von Null. Somit lässt sich die faire Prämie mathematisch wie folgt beschreiben:

$$P_f = e^{-r \cdot h} \cdot E(A) = e^{-r \cdot h} \cdot V \cdot E(\text{Max}[0, (K - x)]) \quad (2.5.35)$$

wobei  $r$  den Zinssatz angibt und  $h$  den Zeitraum, über den abgezinst werden soll. Der Indexwert stellt nach Optionsabschluss in dieser Gleichung die einzige verbleibende Variable dar, weshalb dessen Verteilung von entscheidender Bedeutung für die Höhe der Prämie ist. Stehen genügend Beobachtungswerte zur Verfügung, so können für die einzelnen Jahre die

---

<sup>3</sup>Die Berechnungen sind anhand der Put-Option durchgeführt, sind analog aber auch für die Call-Option möglich.

Indizes berechnet, mit dem MS-Excel Add-In BEST FIT Verteilungen über diese Punkte generiert und im Anschluss mit statistischen Testverfahren auf ihre Genauigkeit überprüft werden (Mußhoff, Odening und Xu, 2007, S.387). Wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Wetterindex berücksichtigt, so kann der Erwartungswert wie folgt ausgedrückt werden:

$$E(\text{Max}[0, (K - x)]) = H(K) \cdot (K - E(x | x \leq K)) \quad (2.5.36)$$

Dabei kennzeichnet  $H(K)$  die Wahrscheinlichkeit, dass  $x$  kleiner ist als  $K$ . Wenn man von einer stetigen Zufallsvariablen ausgeht, dann entspricht  $H(K)$  der Fläche unter der Dichtefunktion des Indexwertes bis zu der Grenze  $K$ :

$$H(K) = \int_{-\infty}^K h(x) dx \quad (2.5.37)$$

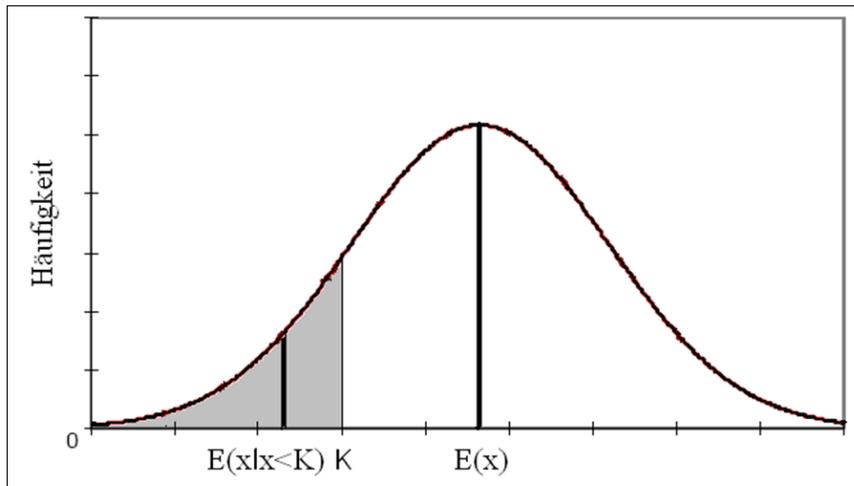
Weiter muss der Erwartungswert für  $x$  unter der Bedingung ermittelt werden, dass  $K$  unterschritten ist. Dieser entspricht dem Erwartungswert, der Verteilungsfunktion bis zum Punkt  $K$  und wird durch den Ausdruck  $E(x | x \leq K)$  symbolisiert. Für eine beliebige, aber definierte Verteilung kann dieser Erwartungswert durch Simulation<sup>4</sup> näherungsweise bestimmt werden und ergibt sich als Mittelwert der zu einer Auszahlung führenden Indexpunkte (vgl. Mußhoff, Odening und Xu, 2007, S.387). Wird hingegen eine Normalverteilung für den Indexwert unterstellt, so kann der Erwartungswert der abgeschnittenen Normalverteilung mit Hilfe der Momente Erzeugenden Funktion (Kortum, 2002, S.1ff.) berechnet werden:

$$E(x | x \leq K) = E(x) + \sigma \frac{\phi(z)}{\Phi(z)}, \text{ mit } z = \frac{K - E(x)}{\sigma} \quad (2.5.38)$$

wobei  $\phi(z)$  die Dichtefunktion und  $\Phi(z)$  die Standardnormalverteilung symbolisiert. ( $z$ ) gibt hierbei an, das wieviel Fache der Standardabweichung ( $\sigma$ ) zwischen dem Strike Level ( $K$ ) und dem Erwartungswert von  $x$  liegt (Berg und Schmitz, 2007, S.2f.). Der Erwartungswert der abgeschnittenen Normalverteilung wird in Abbildung 2.5.7 veranschaulicht.

Eine weitere Methode zur Festlegung der Prämie besteht in der Berechnung auf der Basis vergangenheitsbezogener Daten, wie sie beispielsweise der Deutsche Wetterdienst für verschiedene Wetterstationen über viele Jahrzehnte liefert. Berechnet man aus den Wetterdaten die Auszahlungen, die sich in den vergangenen Jahren ergeben hätten, so gibt der Durchschnitt dieser Auszahlungen eine Näherung für die faire Prämie. Eine andere Möglichkeit besteht darin, Simulationsmodelle für Wettergrößen zu erstellen (vgl. Schmitz, 2007, S.92ff.; Härdle und López Cabrera, 2009) und anhand derer die Preise für Derivate zu berechnen. Bei beiden Modellen sollten gegebenenfalls trendhafte Indexbewegungen mit eingebunden werden.

<sup>4</sup>Beispielsweise durch 10.000 Simulationen mit dem MS-Excel-Add-In @Risk



**Abbildung 2.5.7: Erwartungswert der abgeschnittenen Normalverteilung**

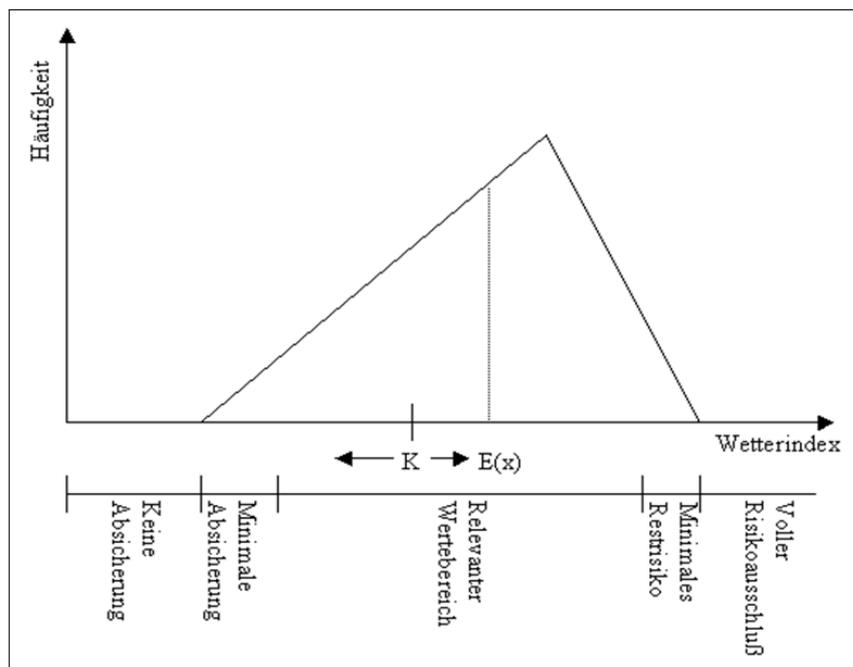
Quelle: Eigene Darstellung

### Strike Level

Das Strike Level ( $K$ ) wurde bislang als gegebener Wert hingenommen, ab dem (Call-Option) oder bis zu dem (Put Option) eine Auszahlung erfolgt. Dieses stimmt in soweit für eine börsennotierte Aktienoption, da hierfür Basispreise angeboten werden, die nach bestimmten Regeln aus dem aktuellen Preis abgeleitet werden (vgl. Hull, 2001, S.219f.). Bei einer Option, die Over The Counter gehandelt wird, kann der Wert des Strike Levels durch die Vertragsparteien vor Abschluss der Option frei festgelegt werden, wobei einige Grenzen beachtet werden sollten. Angenommen sei, dass ein Landwirt ein Wetterderivat zur Absicherung eines Pflanzenbestandes nutzt, für den Pflanzenbestand eine linear-limitationale Produktionsfunktion gilt und eine Korrelation zwischen dem indexierten Faktor und dem Feldertrag von plus eins bestehe. Dieses setzt voraus, dass der Wertebereich des Wetterindex zu Felderträgen auf dem aufsteigenden Ast der Produktionsfunktion führt. In diesem Fall ist der beobachtete Wetterfaktor alleine für Ertragsschwankungen verantwortlich. Weiter soll der Preis für das angebaute Produkt als fix betrachtet werden und die Höhe des Tick Size pro abweichendem Indexpunkt soll exakt die Mindererlöse der Feldfrucht kompensieren. So lassen sich folgende Aussagen zu der Wahl des Strike Levels einer Put-Option machen, die in Abbildung 2.5.8 anhand einer Dreiecksverteilung veranschaulicht sind.

*Keine Absicherung* ist gegeben, wenn die Wahl des Strike Levels unterhalb des Wertebereiches für den Index fällt. Der Erwartungswert der Auszahlung und somit auch die faire Prämie wären in diesem Fall Null, da die Differenz zwischen Strike Level und Indexwert niemals positiv wird.

Eine *minimale Absicherung* ist zu Beginn der möglichen Indexwerte gegeben. Dieser Bereich bietet einerseits nur eine geringe Eintrittswahrscheinlichkeit und somit auch nur eine geringe faire Prämie, mindert aber auch nur geringfügig das Risiko. Unter der Annahme der



**Abbildung 2.5.8: Wahl des Strike Levels (K) bei einer Dreiecksverteilung**

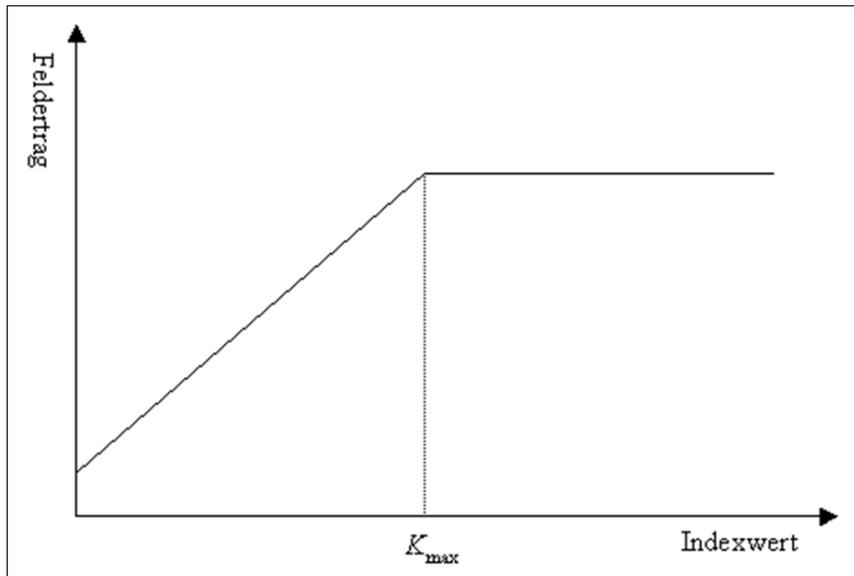
Quelle: Eigene Darstellung

fairen Prämie könnte hier ein Strike Level beispielsweise für eine Absicherung einer Unterschreitung der Gewinnschwelle gesetzt werden, wäre aber in der Realität aufgrund der Berücksichtigung von Transaktionskosten in der Gesamtprämienberechnung unsinnig.

Der *volle Risikoausschluss* führt zur maximal möglichen Prämie, da in jedem Fall eine Auszahlung erfolgt. Die Prämie ergibt sich aus der Differenz zwischen Strike Level und Erwartungswert der Indizes multipliziert mit dem Tick Size. Alle abgesicherten Indexpunkte oberhalb des maximal möglichen Indexes müssen auf jeden Fall ausgezahlt werden, womit diese Auszahlung abgezinst in der Prämie enthalten wäre. Somit ergibt sich als theoretischer Maximalwert für das Strike Level der maximal mögliche Wetterindex. Bei diesem werden alle Mindererträge durch das Derivat ausgeglichen, da eine Korrelation von plus eins sowie fixe Preise unterstellt sind. Dieses Strike Level führt zu einem konstanten Gesamterlös<sup>5</sup>, der durch eine sehr hohe Prämie bezahlt werden muss und dadurch nur für maximal risikoaverse Entscheider interessant ist. Bei der fairen Prämie wäre die Höhe der Prämie irrelevant, da sie dem Erwartungswert der Auszahlung entspricht. Dieses gilt hingegen nicht für die reale Prämie.

Bei einem Strike Level, das zu einem minimalen Restrisiko führt, ist die Prämie nur unwesentlich niedriger als bei dem vollen Risikoausschluss, allerdings wird eine minimale Varianz des Gesamterlöses zugelassen. Diese Variante ist für einen sehr stark risikoaversen Entscheider interessant. Solch ein Grad an Scheue ist für einen Unternehmer unwahrscheinlich, da

<sup>5</sup>Gesamterlös = Erlös aus Produktverkauf + Auszahlung aus Derivat - Prämie



**Abbildung 2.5.9: Linear-limitationale Produktionsfunktion mit maximalem Strike Level**

Quelle: Eigene Darstellung

dieses Verhalten nicht nur die Abweichungen des Erlöses minimiert, sondern auch die Möglichkeiten auf hohe Erlöse (über die Maßen) beschränkt.

Nach dem Ausschluss der Randbereiche der Verteilung verbleibt der relevante Wertebereich in dem sich ein „normal“ risikoaverser Entscheider bewegen wird.

Zu Beginn dieses Abschnittes wurde die Annahme getroffen, dass sich der Wertebereich des Wetterindex auf den aufsteigenden Ast der linear-limitationalen Produktionsfunktion beschränken soll. Nimmt man Abstand von dieser Annahme, so ergibt sich eine „natürliche“ Maximalgrenze für das Strike Level ( $K_{max}$ ), die in Abbildung 2.5.9 dargestellt wird. Links von der Grenze kann weiter davon ausgegangen werden, dass die Korrelation zwischen Indexwert und Ertrag plus eins ist, rechts von diesem Wert übt die Wettervariable aber keinen Einfluss mehr auf den Feldertrag aus, weshalb ab  $K_{max}$  Indexwert und Feldertrag unkorreliert sind.

### **Basisrisiko**

Das Basisrisiko ist das beim Landwirt verbleibende Risiko, da nicht davon auszugehen ist, dass der Ertrag mit der abgesicherten Einflussgröße immer perfekt korreliert. Beispielsweise ist der Ertrag eines Pflanzenbestandes nicht allein vom Niederschlag abhängig, sondern auch von anderen Einflussfaktoren, wie Temperatur oder Schädlingsbefall. Diese nicht durch den abgesicherten Faktor bedingten Risiken werden als Produktionsbasisrisiken bezeichnet. Das geographische Basisrisiko ist bedingt durch den räumlichen Abstand der Messstation zum abgesicherten Pflanzenbestand. Bei zunehmender Entfernung steigt die Wahrscheinlichkeit, dass die Witterungsparameter der beiden Orte nicht übereinstimmen. Beispielsweise fällt gerade Niederschlag sehr häufig geographisch begrenzt und wird durch Wettergrenzen, wie

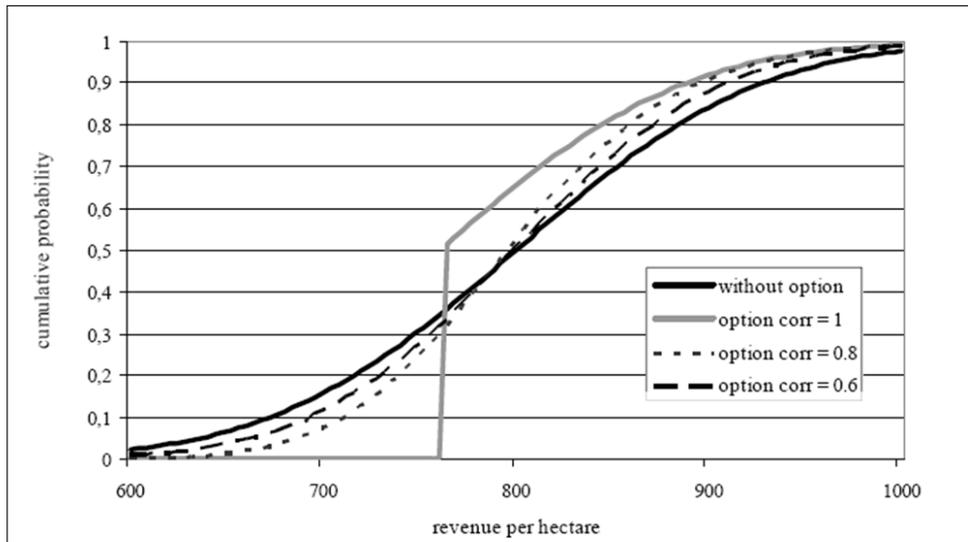
z.B. Gebirge beeinflusst. Als weitere Fehlergröße kann der gewählte Index betrachtet werden (vgl. „Basisvariable“), da gegebenenfalls bei kumulierten Indizes anfängliche Niederschlagsdefizite durch spätere Übermengen ausgeglichen werden können, aber der Ertrag niedriger ist als bei einem gleichmäßig verteilten Niederschlag (Hirschauer und Mußhoff, 2008, S.7f.).

Der Einfluss des Basisrisikos, das durch eine geringe Korrelation zwischen Einflussfaktor und Ertrag abgebildet wird, soll anhand eines Beispiels verdeutlicht werden. Unterstellt sei eine linear limitationale Produktionsfunktion mit einem Erwartungswert für den Niederschlag unterhalb der Regenmenge, die zum maximalen Ertrag führt. Das Strike Level soll auf den Erwartungswert festgelegt sein. Der Gesamterlös errechnet sich somit als:

$$W_P = y \cdot p_y + V \cdot \text{Max}[0, (E(x) - x)] - P_f \quad (2.5.39)$$

Es wird angenommen, dass zwischen der Erntemenge ( $y$ ) und dem Indexwert ( $x$ ) eine Korrelation von plus Eins besteht und der Preis für das Produkt ( $p_y$ ) als konstant betrachtet wird. Bei einer Korrelation von plus Eins sind alle Ertragseinbußen unterhalb des Strike Levels durch den abgesicherten Faktor bedingt und werden somit vom Wetterderivat aufgefangen. Der minimal mögliche Erlös ist der beim Erwartungswert (=Strike Level) vom Wetterindex anfallende Erntertrag multipliziert mit dem Preis, abzüglich der Prämie. Sinkt der Korrelationskoeffizient zwischen  $y$  und  $x$ , so ist es nicht mehr in jedem Fall gegeben, dass die Ertragseinbußen durch den Indexfaktor bedingt sind. Somit sind auch Gesamterlöse unterhalb des vorherigen Minimums möglich. Für ein Beispiel von BERG und SCHMITZ ist in Abbildung 2.5.10 der Einfluss verschiedener Korrelationen abgebildet. Es wurde für einen Weizenbestand erstellt, für den ein Erwartungswert von 80 dt/ha, eine Standardabweichung von 10 dt/ha, sowie ein Weizenpreis von 10 €/dt unterstellt wurden. Für den Niederschlagsindex wurde ein Erwartungswert von 100 mm für einen definierten Zeitraum und eine Standardabweichung von 12,5 mm Niederschlagsmenge angenommen. Das Strike Level ist nach obiger Schilderung auf 100 mm festgelegt.

Festzustellen ist, dass sich die Erlöserwartung bei nicht perfekter Korrelation zunehmend dem Verlauf ohne Absicherung annähert. Die Absicherung durch ein Wetterderivat verringert die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines schlechten Ergebnisses, dieses muss aber mit geringeren Eintrittswahrscheinlichkeiten für höhere Erlöse bezahlt werden. Dieses varianzminimierende Verhalten wird dabei von einem risikoscheuen Entscheider als positiv angesehen. Mit abnehmender Korrelation zwischen den Größen steigt die Varianz des Erlöses trotz Absicherung durch ein Wetterderivat wieder an. Hierbei bleibt offen, wie weit der Korrelationskoeffizient sinken darf, damit das Instrument noch erworben wird, da vom Erwerber der Nutzen durch die Absicherung höher geschätzt wird, als die Kosten des Abschlusses bzw. wie hoch der Korrelationskoeffizient sinnvollerweise wenigstens sein sollte, damit eine effiziente Absicherung vorgenommen werden kann (Berg und Schmitz, 2007, S.3f.).



**Abbildung 2.5.10: Einfluss vom Basisrisiko auf die Effektivität von Wetterderivaten**

Quelle: Berg und Schmitz, 2008, S.122

## 2.6 Entscheidungsfindung bei Risiko und Unsicherheit

Nach KNIGHT liegen Entscheidungen unter Risiko vor, wenn die Verteilung der Zielgröße entweder durch im Vorfeld angestellte Berechnungen oder durch statistische Verfahren aus vergangenheitsbezogenen Daten berechnet werden kann. Unsicherheit liegt hingegen vor, wenn diese Verteilung nicht bestimmt werden kann, was im besonderen Maße bei der Einführung neuer Technologien oder ähnlichen Einzel- und Sonderfällen der Fall sein kann (Knight, 1971, S.233). In Abhängigkeit der Situation und dem verfügbaren Datenniveau stehen verschiedene Ansätze zur Unterstützung der Entscheidungsfindung zur Verfügung. Pragmatische Ansätze bewerten Handlungsalternativen, ohne dabei Kenntnis über Eintrittswahrscheinlichkeiten oder Risikoeinstellung des Entscheiders zu haben. Die stochastische Dominanz ermöglicht in einigen Fällen Entscheidungen über die Vorzüglichkeit von Alternativen ohne die exakte Kenntnis der Risikoeinstellung des Entscheiders. Die dritte Möglichkeit der Bewertung basiert auf dem Erwartungsnutzenkonzept und bewertet das Risiko anhand von Kenngrößen, die mit Hilfe von Risiko-Wert Modellen Alternativen in Reihenfolgen bringen. Liegen hingegen keine Wahrscheinlichkeitsvorstellungen vor, so können „Nur andersartige Ansätze wie sie die Spieltheorie, die Verhaltenstheorie und die sog. dynamische Analyse enthalten, [...] gewisse Entscheidungshilfen liefern“ (Kehrberg und Reisch, 1969, S.127).

### 2.6.1 Pragmatischer Ansatz

Bei pragmatischen Ansätzen handelt es sich um deterministische Variationsrechnungen, die durch systematische Variation von eingehenden Größen versuchen, in der Planung das Risiko zu berücksichtigen. Durch die Variation wird dabei dem Umstand Rechnung getragen, dass die zukünftigen Umweltzustände nicht sicher sind. Andererseits wird durch das Fehlen von Eintrittswahrscheinlichkeiten eine Einstufung der Relevanz der Umweltzustände vernachlässigt. Somit kann durch diesen Ansatz einem Entscheider modellendogen keine Handlungsempfehlung gegeben werden (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.368).

In der *Sensitivitätsanalyse* werden verschiedene Werte des Planungsmodells (z.B. Preise oder Erträge) unter *ceteris paribus* Annahmen systematisch variiert, um die Stärke der Veränderung der Zielgröße (häufig Gesamtdeckungsbeitrag oder Kapitalwert) zu analysieren. Ein Spezialfall stellt dabei das Konzept der kritischen Werte (auch Break-Even-Analyse) dar. Hier wird eine mit Unsicherheit behaftete Inputvariable so variiert, dass unter sonst gleichen Bedingungen die Zielgröße gerade die Rentabilitätsschwelle trifft. Beispielsweise stellt der Interne Zinsfuß den Zinssatz dar, bei dem der Kapitalwert einer Investitionsalternative exakt Null wird. Dieses Kriterium zeigt eine Möglichkeit, verschiedene Alternativen ordnen zu können. Die Sensitivitätsanalyse bzw. das Konzept der kritischen Werte geben Aufschluss darüber, wie stark sich eine Zielgröße bei einer definierten Änderung einer Inputgröße ändert. Dieses muss aber vorsichtig interpretiert werden, da keine Wahrscheinlichkeiten für die Änderungen vorliegen, und je nach betrachteter Variable eine große Wertänderung der einen wahrscheinlicher sein kann, als eine kleine Wertänderung einer anderen Inputvariablen (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.369).

Die *Szenarienanalyse* stellt ebenfalls eine Form der Variantenrechnung dar; mit ihr werden mehrere Variablen gleichzeitig variiert. Es kommt dabei darauf an, die Variablen in einer passenden Weise zu verändern, was Kenntnisse über das gemeinsame Verhalten voraussetzt. So legt das Angebot-Nachfrage-Modell nahe, dass fallende Erträge mit steigenden Preisen einhergehen. Häufig werden die Werte so geändert, dass sowohl ein sogenanntes Best-Case-, Worst-Case- und Trend-Szenario entstehen. Dieses ermöglicht eine Begutachtung der vermuteten Risiken, die hinter den einzelnen Szenarien stehen (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.369).

Als weitere Möglichkeit, einen pragmatischen Ansatz umzusetzen, stehen die *subjektiven Risikoaufschläge* oder *-abschläge* zur Verfügung. Dabei werden in der Planrechnung etwas schlechtere Annahmen als erwartet bezüglich der Inputvariablen getroffen. Es werden Kosten erhöht und Erlöse vermindert, wobei die Höhe der Veränderung einerseits durch die subjektive Risikoeinstellung, andererseits durch die Information über mögliche zukünftige Einflüsse bedingt wird. Im Idealfall würde der Entscheider alle Zu- und Abschläge vollkommen konsistent wählen, wodurch die zweidimensionale Zielsetzung – eine Handlungsalternative

mit hohem Erwartungswert und geringem Risiko – in eine eindimensionale überführt würde (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.370).

### 2.6.2 Stochastische Dominanz

Die stochastische Dominanz beschreibt ein Entscheidungsprinzip, durch das effiziente von ineffizienten Alternativen getrennt werden können. Vorteile dieses Verfahrens liegen darin, dass die Effizienz häufig schon graphisch anhand der kumulierten Verteilungsfunktionen abgelesen werden kann und keine Risikonutzenfunktionen spezifiziert werden müssen. Nachteile liegen hingegen in der geringen diskriminierenden Kraft, die dazu führt, dass nicht unbedingt eine einzelne Handlungsalternative am Ende der Analyse als vorteilhaft benannt werden kann.

Unter der Voraussetzung, dass ein Mehr von einer Größe  $x$  als besser angesehen wird, besteht eine absolute stochastische Dominanz einer Handlungsalternative  $F$  über  $G$ , wenn für das schlechteste Ergebnis von  $F$  gilt, dass es besser als das beste Ergebnis von  $G$  ist (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.371).

Die stochastische Dominanz 1. Grades bezieht neben den Ergebnissen der Handlungsalternativen auch die Eintrittswahrscheinlichkeiten mit ein. Geht man von einer Verteilungsfunktion  $F(x)$  aus, die diskret:

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i) \quad (2.6.1)$$

oder kontinuierlich:

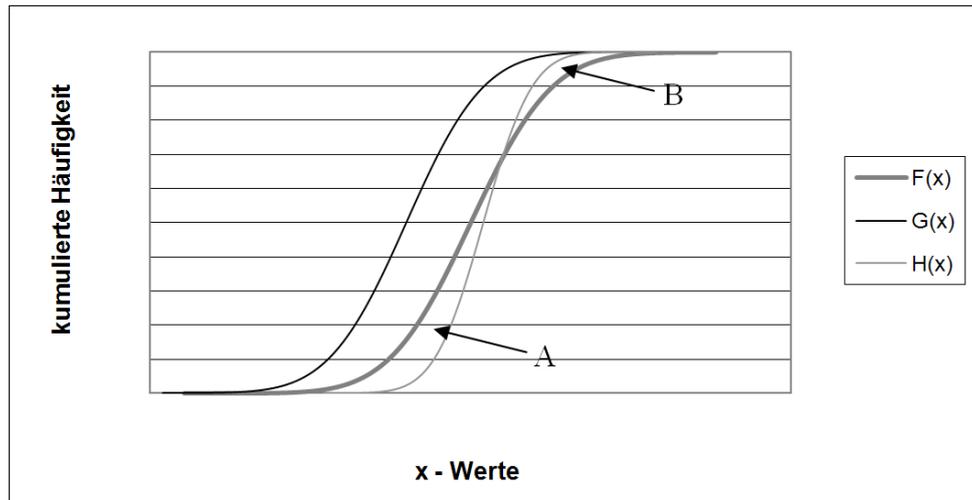
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (2.6.2)$$

definiert ist und sei eine zweite zu vergleichende Handlungsalternative  $G(x)$  analog definiert, so ist stochastische Dominanz 1. Grades von  $F(x)$  über  $G(x)$  gegeben, wenn für den gesamten Wertebereich gilt:

$$G(x) \leq F(x) \quad (2.6.3)$$

und an mindestens einer Stelle:

$$G(x) < F(x) \quad (2.6.4)$$



**Abbildung 2.6.1: Kumulierte Verteilungsfunktionen für drei Handlungsalternativen**

Quelle: Eigene Darstellung

Graphisch ist diese Bedingung erfüllt, wenn die kumulierte Verteilungsfunktion  $F(x)$  rechts von  $G(x)$  liegt (Abbildung 2.6.1). Sollten sich die Verläufe der kumulierten Wahrscheinlichkeiten schneiden, so ist keine Aussage über eine Vorteilhaftigkeit mit Hilfe der stochastischen Dominanz 1. Grades mehr möglich, da bis zum Schnittpunkt  $H(x)$  nach der stochastischen Dominanz 1. Grades vorteilhaft ist, ab dem Schnittpunkt aber  $F(x)$ . In diesem Fall muss die stochastische Dominanz 2. Grades herangezogen werden.

Die Beurteilung der stochastischen Dominanz 2. Grades geschieht durch den Vergleich des zweiten Integrals über die Verteilungsfunktion und setzt als zusätzliche Annahme zur stochastischen Dominanz 1. Grades eine risikoaverse Einstellung des Entscheiders voraus. Formal beschrieben wird sie durch:

$$F_2(x) = \int_{-\infty}^x F(t) dt \quad (2.6.5)$$

sowie analog auch für  $H(x)$ . Stochastische Dominanz 2. Grades von  $H(x)$  über  $F(x)$  liegt vor, wenn für alle  $x$  gilt:

$$H_2(x) \leq F_2(x) \quad (2.6.6)$$

sowie für mindestens ein  $x$ :

$$H_2(x) < F_2(x) \quad (2.6.7)$$

Graphisch lässt sich dieses ablesen, indem man die Flächen A und B vergleicht. Solange die Fläche A größer oder gleich B ist, liegt stochastische Dominanz 2. Grades von  $H(x)$  über

$F(x)$  vor, da ein risikoaverser Entscheider Vorteile im unteren Bereich der Funktion stärker gewichten wird als solche im oberen Bereich. Sollte die Fläche B hingegen größer sein als die Fläche A, so ist anhand der stochastischen Dominanz 2. Grades keine Aussage über eine Vorteilhaftigkeit mehr möglich, da Annahmen über den Grad der Risikoaversion getroffen werden müssten (Brandes und Odening, 1992, S.205ff.).

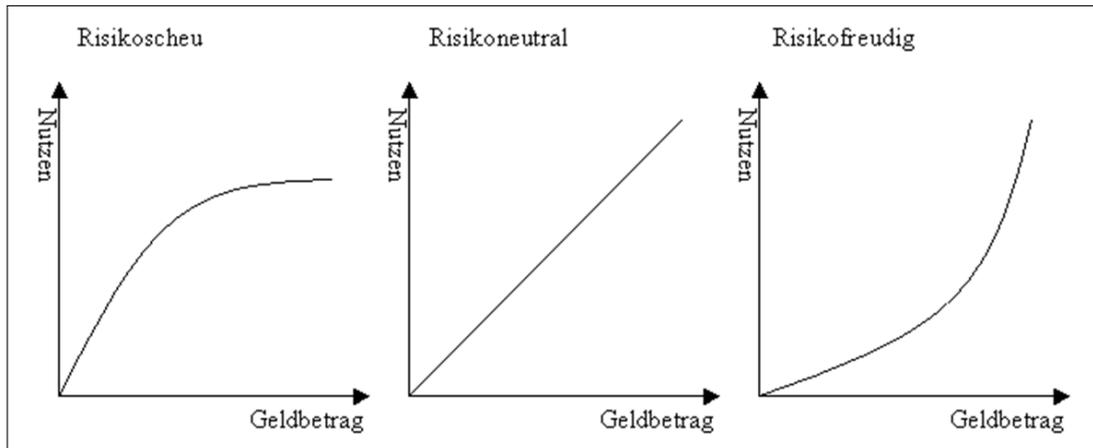
### 2.6.3 Erwartungsnutzen

Die Basis für den Erwartungsnutzen bilden die Rationalitätsaxiome, die als Grundlage rational handelnder Entscheidungsträger empfunden werden. Diese Axiome sind die Vollständigkeit, Transitivität, Unabhängigkeit und Kontinuität. Die *Vollständigkeit* verlangt von einem Entscheider, dass er Handlungsalternativen ordinal ordnen kann. Dieses bedeutet, dass er für zwei Handlungsalternativen eindeutig sagen kann, ob er eine präferiert ( $HA_1 \succ HA_2$  oder  $HA_1 \prec HA_2$ ) oder ob er indifferent zwischen ihnen ist ( $HA_1 \sim HA_2$ ). Die *Transitivität* verlangt, dass die Handlungsalternativen widerspruchsfrei in eine Ordnung gebracht werden. Wenn für die Handlungsalternativen gilt:  $HA_1 \prec HA_2$  und  $HA_2 \prec HA_3$ , dann muss daraus  $HA_1 \prec HA_3$  folgen. Wird die Reihenfolge zwischen den Alternativen nicht verändert, auch wenn sie mit einer dritten Alternative vermischt werden, so ist die *Unabhängigkeit* der Handlungsalternativen gegeben. Trifft dieses zu, so ist  $w \cdot HA_1 + (1 - w) \cdot HA_3 \succ w \cdot HA_2 + (1 - w) \cdot HA_3$  mit dem Gewichtungsfaktor  $w$  ( $0 \leq w \leq 1$ ), solange  $HA_1 \succ HA_2$  zuvor galt. Das Axiom der Kontinuität besagt, dass es eine *Kombination* aus der schlechtesten und der besten Alternative gibt, die dazu führt, dass sie der Entscheider als gleichwertig mit der mittleren Alternative ansieht. Wenn  $HA_1 \prec HA_2$  und  $HA_2 \prec HA_3$  gilt, so gibt es eine Kombination, sodass  $w \cdot HA_1 + (1 - w) \cdot HA_3 \sim HA_2$  indifferent ist (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.375). SCHNEEWEISS weist darauf hin, dass die Rationalität der vorgenannten Axiome unmittelbar einleuchtet, dass aber empirisch beobachtetes Verhalten Zweifel an diesen hervorrufen kann. Als Beleg führt er konstruierte Wahlexperimente an, in denen vermehrt Teilnehmer gegen die Axiome verstoßen (Schneeweiß, 1966, S.79f.). Zudem verweist er auf die Schwierigkeit der (richtigen) Beurteilung von komplexen Wahrscheinlichkeitsverteilungen oder die Existenz von minimalen Unterschiedsschwellen, die erst in der Summe über mehrere Alternativen zu einer für den Entscheider wahrnehmbaren Nutzendifferenz führt<sup>6</sup> (Schneeweiß, 1966, S.35f.). Dieses führt dazu, dass „[...] Rationalität als Verhaltenshypothese vermutlich nur mehr oder weniger approximativ die wirklichen Handlungen beschreiben und erklären kann [...]“ (Schneeweiß, 1966, S.81).

Möchte man nun verschiedene Handlungsalternativen in eine Reihenfolge bringen, so be-

<sup>6</sup>Angenommen für die Handlungsalternativen  $HA_n$  gelte:  $HA_1 \sim HA_2, HA_2 \sim HA_3, \dots, HA_{n-1} \sim HA_n$ , so ist es trotzdem möglich, dass  $HA_1 \succ HA_n$ , wenn zwischen den Handlungsalternativen minimale Nutzenunterschiede bestehen, die erst in der Summe über die  $n$  Handlungsalternativen zu einem merklichen Unterschied in der Wahrnehmung des Entscheiders führen (Schneeweiß, 1966, S.35f.).

## 2.6 Entscheidungsfindung bei Risiko und Unsicherheit



**Abbildung 2.6.2: Grundtypen der Risikoeinstellungen**

Quelle: Eigene Darstellung

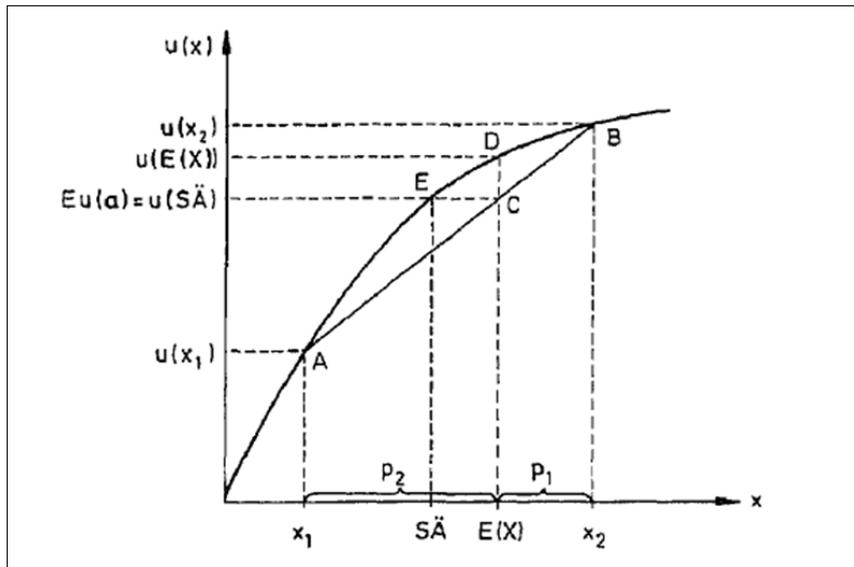
nötigt man ein Maß für die Güte einer Alternative. Dass der Erwartungswert einer verteilten Zielgröße nicht in jedem Fall zu einer rationalen Auswahl einer Handlungsoption führt, zeigte DANIEL BERNOULLI anhand des sogenannten St. Petersburger Paradoxons. In diesem wird ein Geldstück bis zum ersten Auftreten von „Kopf“ wiederholt geworfen und anschließend als Gewinn zwei Geldeinheiten mit der Anzahl der zuvor realisierten „Zahl“ Ergebnisse potenziert. BERNOULLI kam zu der Schlussfolgerung, dass ein Entscheider, der alleine den Erwartungswert einer Auszahlung als Entscheidungskriterium nutzt, sein komplettes Vermögen auf dieses Spiel setzen müsse, da der Erwartungswert unendlich groß ist (Brandes und Odening, 1992, S.196).

Da niemand für dieses Glücksspiel sein komplettes Vermögen einsetzen würde, wurde das Erwartungsnutzenprinzip entwickelt, das ebenfalls auf BERNOULLI zurückgeht, aber erst unter VON NEUMANN und MORGENSTERN an zentraler Bedeutung gewann. Es wird deshalb auch synonym Bernoulli-Nutzen oder von-Neumann-Morgenstern-Nutzen genannt (Brandes und Odening, 1992, S.197).

Ausgegangen wird von drei verschiedenen Risikotypen, wobei der Nutzen einer zusätzlichen Geldeinheit für einen risikoscheuen (oder risikoaversen) Entscheider abnimmt, einen risikoneutralen Entscheider konstant bleibt und für einen risikofreudigen Entscheider zunimmt. Dieser Zusammenhang zwischen Geldeinheiten und Nutzen wird in Abbildung 2.6.2 dargestellt.

Anhand dieser Funktionen, deren exakter Verlauf bei jedem Entscheider unterschiedlich ist, kann eine Transformation der Ergebnisse vorgenommen und so jedem Geldwert ein individueller Nutzen zugeordnet werden. Die Skalierung der Nutzenskala ist dabei frei wählbar.

In Abbildung 2.6.3 ist das Erwartungsnutzen-Prinzip graphisch abgebildet. Die zwei Ausgänge – beispielsweise eines Spieles –  $x_1$  und  $x_2$ , sowie der Erwartungswert  $E(x)$  wurden über die risikoscheue Nutzenfunktion zu den Nutzenwerten  $u(x_1)$ ,  $u(x_2)$  und zum Nutzen



**Abbildung 2.6.3: Risikonutzenfunktion, Erwartungsnutzen und Sicherheitsäquivalent**

Quelle: Brandes und Odening, 1992, S.198

des Erwartungswertes  $u(E(x))$  umgewandelt. Der Erwartungswert für  $x$  ergibt sich aus der Gewichtung der Einzelergebnisse mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten (hier  $p_1$  und  $p_2$ ). Analog ergibt sich der Erwartungsnutzen durch die mit den gleichen Wahrscheinlichkeiten gewichteten Nutzenwerte:

$$Eu(a_i) = \sum_{j=1}^n p_j \cdot u(x_{ij}) \quad (2.6.8)$$

Für einen risikoaversen Entscheider ist der Nutzen des Erwartungswertes – also der Nutzen, den ihm der nicht eintretende Erwartungswert erbringen würde – immer höher als der erwartete Nutzen, da die Möglichkeit des Falles auf den niedrigeren Geldbetrag „Nutzen“ kostet. Für die Bewertung dieses Spieles wird nach einem sicheren Geldbetrag gesucht, der dem Entscheider den selben Nutzen bringt wie die unsicheren Geldbeträge mit gewissen Eintrittswahrscheinlichkeiten. Dieser sichere Geldbetrag – auch Sicherheitsäquivalent ( $S\ddot{A}$ ) genannt – ergibt sich, indem man parallel zur X-Achse vom Erwartungsnutzen zur Risikonutzenfunktion geht (Punkt E) und von da aus das Lot senkrecht auf die X-Achse fällt. Der Betrag zwischen dem Erwartungswert und dem Sicherheitsäquivalent wird Risikoprämie genannt und gibt den Betrag an, den der Entscheider bereit wäre zu zahlen, um das Risiko des unsicheren Ausganges nicht übernehmen zu müssen. Hat man eine Risikonutzenfunktion für eine Person festgelegt, so kann man die Vorteilhaftigkeit verschiedener Spiele anhand der Erwartungsnutzen, beziehungsweise wegen der einfacheren intuitiven Erfassbarkeit, anhand der Sicherheitsäquivalente vergleichen (Brandes und Odening, 1992, S.197ff.).

Das Risiko-Nutzen-Prinzip erklärt eine Vorgehensweise zum Vergleich verschiedener risi-

kobehafteter Szenarien, findet in der Realität aber häufig keine Anwendung, da „[...] die empirische Ermittlung von Risikonutzenfunktionen mit einem unvermeidbar hohem Aufwand verbunden oder gar unmöglich ist“ (Brandes und Odening, 1992, S.202). Ein weiteres Argument gegen das Erwartungsnutzenprinzip besteht darin, dass in der Praxis nicht grundsätzlich die Axiome eingehalten werden. So ist beispielsweise eine Verlustaversion in realen Entscheidungssituationen zu beobachten. Diese besagt, dass ein Entscheider in der Regel eine Einkommensänderung nicht nur nach der Höhe beurteilt, sondern auch nach ihrem Zustandekommen. Dabei ist der Ausgangswert einer Situation als Referenzpunkt zu sehen, und Entscheidungen sind in Abhängigkeit von dieser Referenz zu bewerten (Mußhoff und Hirschauer, 2010, S.382). Diesem Kritikpunkt versuchen die Risiko-Wert-Modelle nachzukommen, die im weiteren beschrieben werden.

## 2.6.4 Risiko-Wert-Modelle

In Risikowertmodellen wird die Präferenz für eine Ereignisverteilung  $F(x)$  von statistischen Maßen der Verteilungsfunktion – wie beispielsweise Erwartungswert und Varianz – abhängig gemacht. Das Konzept besteht darin, dass zwischen einem Risikomaß  $R(F(x))$  und einem Wertmaß  $W(F(x))$  für die zugrundeliegende Verteilungsfunktion unterschieden wird. Das Wertmaß bestimmt dabei das Ziel der Vermögensmehrung und wird somit mit der „positiven“ Seite der unsicheren Situation verbunden, wohingegen mit dem Risikomaß die „negativen“ Auswirkungen assoziiert werden. Dementsprechend sind – bei ansonsten ceteris paribus Annahmen – ein hoher Wert im Wertmaß (z.B. Erwartungswert) und ein niedriger Wert im Risikomaß (z.B. Varianz) vorteilhaft. Das bedeutet, dass eine Ereignisverteilung  $F_i(x)$  einer Verteilung  $F_j(x)$  vorzuziehen ist, wenn gilt:

$$W(F_i(x)) \geq W(F_j(x)) \text{ und } R(F_i(x)) \leq R(F_j(x)) \quad (2.6.9)$$

Sollte keine Dominanz einer Alternative vorliegen, dann muss über eine weitere Funktion  $H(W[F(x)], R[F(x)])$  der Zusammenhang zwischen den Maßen hergestellt werden, sodass der Entscheider seine Präferenz ausdrücken kann als:

$$H(W[F_i(x)], R[F_i(x)]) \geq H(W[F_j(x)], R[F_j(x)]) \quad (2.6.10)$$

Anhand dieser Funktion wird durch einen gewählten Zusammenhang eine Reihenfolge zwischen den verschiedenen Verteilungen erstellt, wobei im obigen Fall die Alternative  $i$  besser oder gleich der Alternative  $j$  ist (Starp, 2006, S.56f.). Im nachfolgenden werden verschiedene gebräuchliche Risiko- und Wertmaße vorgestellt, um anschließend auf verschiedene Modelle zur Verknüpfung einzugehen und deren Interpretation zu erläutern. Eines der bekanntesten

## 2 Risikomanagement

Modelle stellt dabei das Erwartungswert-Varianz-Kriterium unter Einbeziehung der Approximation nach PRATT und ARROW dar. Es beschreibt die Gesamtfunktion ( $H$ ) in Form des Sicherheitsäquivalentes aus dem Erwartungswert abzüglich der gewichteten Varianz.

### Risikomaße

Ein Risikomaß muss den Verlauf einer Ereignisverteilung in den wesentlichen Zügen zu erfassen versuchen. Dazu bieten sich zum einen die Momente der Verteilungsfunktionen an zum anderen aber auch die Momente der abgeschnittenen Verteilungen. Da in der Regel die Zielgrößen so definiert werden, dass hohe Werte positiv sind und niedrige Werte ein unerwünschtes Risiko darstellen, werden bei den abgeschnittenen Verteilungen in der Regel Verteilungsmomente unterhalb der Grenzwerte gemessen. Da für eine Nutzenfunktion mit Hilfe der Taylorreihenentwicklung gezeigt werden kann, dass nur die ersten Momente einen signifikanten Beitrag zur Erklärung der Funktion leisten (Anderson, Dillon und Hardaker, 1977, S.96ff.), wird sich hier auf diese beschränkt.

Der *Erwartungswert* stellt das erste Moment der Verteilung dar. Da der Erwartungswert aber nur eine Information über den durchschnittlichen Zielwert beinhaltet und keine Information über die Verteilung der einzelnen Relationen erbringt, ist das erste Moment der Verteilung als Risikomaß ungeeignet (vgl. St. Petersburger Paradoxon – Abschnitt 2.6.3) und wird deshalb gewöhnlich nur als Wertmaß verwandt. Zeichnet sich die Entscheidungssituation allerdings dadurch aus, dass es ein Glücksspiel ist, das sehr häufig wiederholt wird (Schneeweiß, 1966, S.4), oder besitzen die Handlungsalternativen nur eine sehr geringe Varianz (Schneeweiß, 1966, S.129), so eignet sich der Erwartungswert auch als approximative Näherung als Risikomaß.

Die *Varianz* ist definiert als die mittlere quadratische Abweichung einer Zufallsgröße von ihrem Erwartungswert und stellt das zweite Moment der Verteilung dar. Sie ist beschrieben, durch:

$$\text{Var}(X) = M_2 = E(X - E(X))^2 \quad (2.6.11)$$

und kann für den diskreten Fall berechnet werden als:

$$\text{Var}(X) = \sum (x - E(X))^2 \cdot P(X = x) \quad (2.6.12)$$

sowie für den stetigen Fall als:

$$\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 \cdot f(x) dx \quad (2.6.13)$$

Die Varianz eignet sich als Risikomaß, da die Streuung der Realisationen um den Mittelwert gemessen wird. Sie trägt dem Risiko zusätzlich Rechnung, da durch das Quadrieren der Ab-

## 2.6 Entscheidungsfindung bei Risiko und Unsicherheit

stände große Abweichungen wesentlich stärker gewichtet werden als kleine Abweichungen. Als Nachteil der Varianz als Risikomaß wird angeführt, dass sie keinen Unterschied zwischen positiven und negativen Abweichungen macht. Wenn man Risiko nur als Abweichung nach unten versteht, werden die Möglichkeiten für Chancen ebenfalls negativ gewertet. Ein zweiter Nachteil besteht darin, dass die Varianz besonders gut für die Beschreibung symmetrischer Verteilungen geeignet ist, aber zunehmend schlechte Ergebnisse liefert, wenn hohe Wahrscheinlichkeiten einseitig an den Rändern der Verteilung auftreten. Trotz der Nachteile wird die Varianz aber gerne als Risikomaß verwandt, da sie unter anderem bei mehreren unsicheren Größen unter Einbeziehung der Kovarianzen und Produktionsumfänge zur Gesamtvarianz verrechnet werden kann (vgl. Abschnitt 2.2.2.). Da durch das Quadrieren der Abweichungen die Dimension der Varianz nicht mehr mit der der Zufallsgröße übereinstimmt, wird anstelle der Varianz häufig die Standardabweichung  $\sigma(X)$  verwandt, die als Wurzel der Varianz definiert ist:

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (2.6.14)$$

Da in der Landwirtschaft häufiger von nicht symmetrischen Verteilungen auszugehen ist, liegt es nahe, diesem Kritikpunkt durch das Einbeziehen weiterer Verteilungsmomente in die Nutzenfunktion nachzukommen (Starp, 2006, S.58ff.).

Die *Schiefe* ist ein Maß für die Asymmetrie einer Verteilung und kann aus dem dritten Moment der Verteilung  $M_3 = E(X - E(X))^3$  geschätzt werden. Ihr Koeffizient ergibt sich als (Sachs, 1992, S.169):

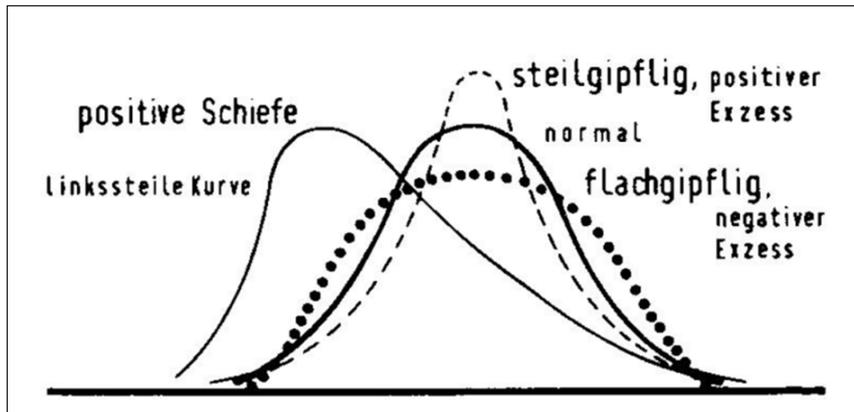
$$\gamma(X) = \frac{M_3}{(\sigma(X))^3} \quad (2.6.15)$$

Das Schiefemaß nimmt positive Werte an, wenn die Verteilung rechtsschief bzw. linkssteil ist und negative Werte bei linksschiefen bzw. rechtssteilen Verteilungen. Weisen zwei Verteilungen den gleichen Erwartungswert und die gleiche Standardabweichung auf, so wird eine linksschiefe Verteilung im Vergleich zu einer rechtsschiefen als risikoreicher angesehen, da die Wahrscheinlichkeit für negative Extreme und damit das Downsiderisiko höher ist.

Auf dem vierten Moment  $M_4 = E(X - E(X))^4$  der Verteilung baut das Maß der Kurtosis bzw. Wölbung auf. Es wird geschätzt durch die Formel:

$$\text{Kurtosis}(X) = \frac{M_4}{(\sigma(X))^4} \quad (2.6.16)$$

Dieser Schätzwert ergibt für eine Normalverteilung den Wert 3, weshalb von einigen Autoren dieser Wert abgezogen wird, um die Kurtosis auf Null zu normieren (vgl. Sachs, 1992,



**Abbildung 2.6.4: Abweichungen von der symmetrischen Glockenkurve (Normalverteilung)**

Quelle: Sachs, 1992, S.167

S.169). Eine Wölbung kleiner 3 sorgt für eine gedrungenere Verteilung im Vergleich zur Normalverteilung, ein Wert größer 3 zeichnet sich durch eine Hochgipflichkeit im Vergleich zur Normalverteilung aus. Die hochgipfligen Verteilungen werden aufgrund der gleichzeitig auftretenden höheren Wahrscheinlichkeiten für extreme Werte bei sonst gleichen Verteilungsmomenten als risikoreicher angesehen (Sachs, 1992, S.167ff.; Starp, 2006, S.60f.). Verschiedene Ausprägungen der Verteilungsmomente werden in Abbildung 2.6.4 dargestellt.

FISHBURN zieht als Risikomaß zur Bewertung der Unterschreitung eines Zielwertes ein  $\alpha - t$  Modell heran. Dabei steht das  $t$  für einen gesetzten Zielwert und das  $\alpha$  für den relativen Einfluss einer großen beziehungsweise kleinen Abweichung (Fishburn, 1977, S.116f.). Die Formel lautet:

$$F_{\alpha}(t) = \int_{-\infty}^t (t-x)^{\alpha} dF(x) \text{ mit } \alpha \geq 0 \quad (2.6.17)$$

Einige Werte für  $\alpha$  und  $t$  haben dabei besondere Bedeutung für die Risikobewertung gewonnen. Für  $\alpha$  sind dieses die Lower Partial Moments 0., 1. und 2. Ordnung, wobei  $\alpha$  nicht unbedingt ganzzahlig gewählt werden müsste. Für die Zielwerte ( $t$ ) wird zwischen lageabhängigen und lageunabhängigen Maßen unterschieden. Ein lageunabhängiges Risikomaß verändert sich nicht, wenn zu der verteilten Ergebnisgröße ein fester Wert hinzuaddiert wird. Das bedeutet, dass das Risikomaß von  $X$  gleich dem von  $X + c$  ist ( $R(X) = R(X + c)$ ). Anders ist es bei lageabhängigen Risikomaßen. Diese verändern ihren Wert, wenn ein fester Betrag  $c$  hinzuaddiert wird, in diesem Fall gilt  $R(X) > R(X + c)$ . Eine Systematisierung dieser Maße ist in Tabelle 2.10 dargestellt.

Durch die *Ausfallwahrscheinlichkeit* wird beschrieben, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein bestimmter exogen vorgegebener Zielwert unterschritten wird. Unterstellt man eine Verteilungsfunktion  $F(x)$ , so ist das Risikomaß gegeben durch  $LPM_0(t) = F(t)$ . Wählt man den

**Tabelle 2.10: Systematik spezieller zweiparametrischer Downside Risikomaße**

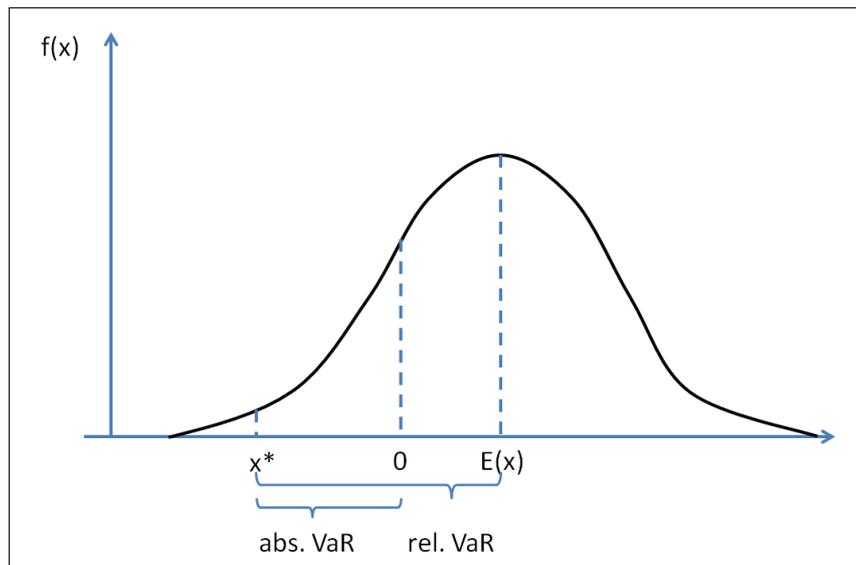
Ordnung $\alpha$	Zielwert	
	Lageabhängig	Lageunabhängig
0	Ausfallwahrscheinlichkeit Quantile Value at Risk (absolut)	Value at Risk (relativ)
1	Ausfallerwartung	Mittlere Unterschreitung des Erwartungswertes
2	Ausfallvarianz	Semivarianz

Quelle: Eigene Darstellung nach: Starp, 2006, S.64

Zielwert Null, so ist bei einer Gewinnverteilung die Wahrscheinlichkeit durch das  $LPM_0(0)$  gegeben, mit der ein Verlust durch die Aktivität entsteht. Im Gegensatz zum Ausfallerwartungswert gibt das *Quantil* an, welcher Wert mit einer bestimmten exogen bestimmten Wahrscheinlichkeit nicht überschritten wird. Es wird somit durch die Umkehrfunktion  $F^{-1}(X)$  beschrieben. Wäre die obige Verlustwahrscheinlichkeit zehn Prozent ( $LPM_0(0) = 0,1$ ), so hätte das 10% Quantil einen Wert von 0 €. Der Nachteil dieser beiden Messmethoden liegt darin, dass nur ein Punkt der Verteilung bewertet wird. Ist für zwei Verteilungen das  $LPM_0(0) = 0,1$  berechnet, so wird das Risiko beider Verteilungen als gleich groß bewertet, auch wenn bei der einen Verteilung ein doppelt so großer Verlust möglich wäre, wie bei der anderen (Starp, 2006, S.64f.).

Der *Value at Risk* ist die maximal erwartete Unterschreitung eines exogen festgelegten Wertes bei einem gegebenen Planungshorizont zu einem gegebenen Konfidenzniveau. Wird der Value at Risk in Abhängigkeit vom Erwartungswert gemessen, so spricht man vom relativen Value at Risk. Dieser Wert ist unabhängig von einer Verschiebung der Verteilung um einen festen Betrag, da sich sowohl der Erwartungswert als auch der Wert des gewählten Quantils in gleicher Weise verschieben. Ist der Bezugspunkt für den Value at Risk der Nullpunkt, so beschreibt dieser bei einer Gewinnverteilung die Höhe des maximal erwarteten Verlustes unter Berücksichtigung einer gewissen Irrtumswahrscheinlichkeit. In diesem Fall wird vom absoluten Value at Risk gesprochen. Dieser Wert ist, anders als der relative Value at Risk, abhängig von einer Verschiebung der Verteilung, da bei einem Aufaddieren eines festen, sicheren Betrages die Wahrscheinlichkeit einer Unterschreitung des Nullpunktes kleiner wird. Die Ermittlung des Value at Risk ist beispielhaft in der Abbildung 2.6.5 dargestellt.

Der *Ausfallerwartungswert* gibt den Erwartungswert für die Unterschreitung des Zielwertes an, indem alle Werte der Verteilung, die kleiner als  $t$  sind, mit ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit gewichtet werden. Die Formel ergibt sich durch  $LPM_1(0) = F_1(0)$  (vgl. Formel 2.6.17) mit  $\alpha = 1$ . Setzt man den Zielwert  $t$  auf einen beliebigen Wert, so ergibt sich der bedingte Erwartungswert für die Unterschreitung des Zielwertes. Wählt man für den Zielwert den Erwartungswert der Verteilung, so bekommt man ein lageunabhängiges Maß, das als *mittlere Unterschreitung des Mittelwertes* bezeichnet wird. Der Zusammenhang zwischen  $LPM_1$  und



**Abbildung 2.6.5: Vergleich des absoluten und relativen Value at Risk**

Quelle: Eigene Darstellung nach Starp, 2006, S.65

dem Erwartungswert der abgeschnittenen Verteilung  $E(X | X \leq t)$  kann durch den formalen Zusammenhang beschrieben werden:

$$LPM_1(t) = (t - E(X | X \leq t)) \cdot F(t) \quad (2.6.18)$$

Bei der *Ausfallvarianz* wird die quadrierte Abweichung vom Zielwert berechnet, wobei die Wurzel der Ausfallvarianz die Ausfallstandardabweichung bildet. Die Ausfallvarianz wird berechnet als  $LPM_2(t) = F_2(t)$  mit  $\alpha = 2$  (vgl. Formel 2.6.17). Ein Spezialfall des  $LPM_2(t)$  ist gegeben, wenn der Zielwert der Funktion gleich dem Erwartungswert ist. Diese *Semivarianz* ist bei symmetrischen Verteilungen gleich der Hälfte der Gesamtvarianz und erbringt somit nur dann einen Vorteil gegenüber der Varianz, wenn eine asymmetrische Verteilung der Zielgröße zugrunde liegt (Starp, 2006, S.66f.).

### Wertmaße

Als Wertmaße nennt STARP (2006, S.67f.) den Erwartungswert und die Upper Partial Moments, wobei in der Regel der Erwartungswert als Wertmaß in Risiko-Wert Modellen herangezogen wird.

Der *Erwartungswert* ( $E(x)$ ) ist die Summe der mit ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit gewichteten Einzelergebnisse und stellt das erste Moment ( $M_1$ ) einer Verteilung dar. Liegt eine diskret verteilte Zufallsvariable vor, so wird der Erwartungswert als:

$$E(X) = M_1 = \sum x \cdot P(X = x) \quad (2.6.19)$$

beschrieben. Dabei stellt  $P(X = x)$  die Eintrittswahrscheinlichkeit für eine Ergebnisgröße

dar. Für eine stetige Variable mit der Dichtefunktion  $f(x)$  ist der Erwartungswert gegeben durch:

$$E(X) = M_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx \quad (2.6.20)$$

Die *Upper Partial Moments* werden analog zu den Lower Partial Moments berechnet, nur dass in diesem Fall die Werte oberhalb einer Zielgröße herangezogen werden. Es ergeben sich bei  $\alpha$  gleich null bis zwei die Exzesswahrscheinlichkeit, der Exzesserwartungswert und die Exzessvarianz aus der Formel:

$$F_\alpha(t) = UPM_\alpha(t) = \int_t^{\infty} (x-t)^\alpha \cdot f(x) dx \quad (2.6.21)$$

### Umsetzungen von Risiko-Wert-Modellen

Eine Möglichkeit, das Risikomaß mit dem Wertmaß zu verknüpfen, stellt die *Safety-First-Regel* dar. Sie bezieht neben dem Erwartungswert als Entscheidungskriterium und Wertmaß auch die Eintrittswahrscheinlichkeit für ein minimal gefordertes Ergebnis als Risikomaß mit in die Entscheidungsfindung ein. Um die optimale Handlungsalternative auszuwählen, werden in einem ersten Schritt alle Handlungsalternativen ausgeschlossen, die zu einer bestimmten festgelegten Wahrscheinlichkeit ein Minimalergebnis nicht erreichen (vgl. Quantile). Anschließend wird aus den verbleibenden Handlungsalternativen diejenige ausgewählt, die den höchsten Erwartungswert aufweist. Vorteile dieses Auswahlverfahrens liegen in der einfachen Handhabung, da lediglich ein Minimalergebnis und eine Eintrittswahrscheinlichkeit festgelegt werden müssen. Nachteile liegen in der Nichtberücksichtigung der gesamten Verteilungsfunktion, da die Auswahl der entscheidungsrelevanten Ergebnisse nur anhand eines Quantils getroffen wird (Kuhlmann, 2007, S.103ff.).

Das *Erwartungswert-Varianz-Kriterium* stellt eine weitere Möglichkeit dar, eine Risikokomponente mit einer Wertkomponente zu verbinden und ist eine Alternative, um den Problemen in der Umsetzung des Erwartungsnutzen-Prinzips zu begegnen. Beim Erwartungswert-Varianz-Kriterium wird neben dem Erwartungswert einer Handlungsalternative als Wertmaß auch die zugehörige Varianz der möglichen Ergebnisse als Risikomaß mit berücksichtigt. Risikoscheue Entscheidungsträger werden dabei eine Alternative vorziehen, die eine niedrigere Varianz aufweist auch, wenn sie dieses mit einem geringeren Erwartungswert bezahlen müssen. Der Zusammenhang zwischen Erwartungswert und Varianz kann wie folgt dargestellt werden:

$$S\ddot{A} = E(x) - \pi, \text{ mit } \pi = \tau \cdot \sigma^2 \quad (2.6.22)$$

In der Formel wird das Sicherheitsäquivalent ( $S\ddot{A}$ ) beschrieben als Erwartungswert von  $x$

## 2 Risikomanagement

( $E(x)$ ) abzüglich der Risikoprämie ( $\pi$ ), die durch  $\tau$  mal der Varianz ( $\sigma^2$ ) errechnet wird.  $\tau$  stellt dabei ein Maß für die Risikoaversion dar und kann einen konstanten Wert oder eine abhängige Größe darstellen. Nimmt  $\tau$  einen höheren Wert an, so wird das Sicherheitsäquivalent weiter gesenkt, was eine stärkere Risikoaversion des Entscheidungsträgers bedeutet. Ist  $\tau$  gleich Null, so wird die Varianz nicht in die Entscheidung mit einbezogen, wodurch als einziges Entscheidungskriterium der Erwartungswert verbleibt. Dieses Verhalten wird einem risikoneutralen Entscheider zugeordnet. Wird ein  $\tau$  gewählt, das negativ ist, so wird eine zunehmende Varianz als attraktiv bewertet, was dem Verhalten eines risikofreudigen Entscheiders entspricht (Kuhlmann, 2007, S.106f.).

Um den Grad der Risikoaversion beschreiben zu können, führten PRATT und ARROW das Maß der absoluten Risikoaversion ein, das sich aus der Risikonutzenfunktion des Entscheidungsträgers ableitet und sich wie folgt beschreiben lässt:

$$\tau = R_a(x) = \frac{-u''(x)}{u'(x)} \quad (2.6.23)$$

Hierbei stellen  $u'(x)$  und  $u''(x)$  die erste und zweite Ableitung der Risikonutzenfunktion dar. Einige gebräuchliche Funktionen sind in Tabelle 2.11 aufgeführt. Aufbauend auf diesem Maß entwickelte PRATT einen approximativen Ausdruck zur Beschreibung der Risikoprämie, der für symmetrische Verteilungen exakt ist und mit zunehmender Schiefe der Verteilung ungenauer wird:

$$\pi = \frac{1}{2} \cdot R_a[E(x)] \cdot \sigma^2 \quad (2.6.24)$$

Durch diese Approximation wird die Risikoprämie beschrieben als die Hälfte der absoluten Risikoaversion an der Stelle des Erwartungswertes multipliziert mit der Varianz des geldlichen Ertrages. Somit ergibt sich für das Sicherheitsäquivalent die Formel:

$$S\ddot{A} = E(x) - \frac{1}{2} \cdot R_a[E(x)] \cdot \sigma^2 \quad (2.6.25)$$

Anhand dieser Formel lassen sich nach Festlegung einer Risikonutzenfunktion unterschiedliche Handlungsalternativen eines Entscheiders einfach vergleichen. Das Maß der absoluten Risikoaversion ist konstant über das Einkommen. Es wird aber für wahrscheinlicher gehalten, dass die Risikoaversion mit steigendem Einkommen sinkt. Dem wird in der Regel Rechnung getragen durch das Maß der relativen Risikoaversion ( $R_r$ ), welches durch Parametrisierung der absoluten Risikoaversion ( $R_a$ ) entsteht:

$$R_r(x) = R_a(x) \cdot x = \frac{-u''(x) \cdot x}{u'(x)} \quad (2.6.26)$$

**Tabelle 2.11: gebräuchliche Nutzenfunktionen**

	$u(x)$	$R_a(x)$	ARA	$R_r(x)$	RRA
Exponentialfunktion	$1 - e^{-\lambda x}$	$\lambda$	C	$\lambda x$	I
Logarithmische Funktion (für $x > 0$ )	$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	D	1	C
Potenzfunktion (für $x > 0$ )	$\frac{1}{1-\gamma} x^{1-\gamma}$	$\frac{\gamma}{x}$	D	$\gamma$	C
Quadratische Funktion	$x^2$	$-x$	I	-1	C

$u(x)$  – Nutzenfunktion;  $R_a(x)$  – absolute Risikonutzenfunktion;  $R_r(x)$  – relative Risikonutzenfunktion;

ARA – Absolut Risk Aversion; RRA – Relativ Risk Aversion; C – Constant; D – Decreasing; I – Increasing

Quelle: Eigene Darstellung

Der Vorteil der relativen Risikoaversion liegt in der Einkommens- bzw. Wohlstandsabhängigkeit (Berg, 1997, S.2f.).

Kritik am Erwartungswert-Varianz-Kriterium wird vor allem bezüglich der Eignung angewendeter Nutzenfunktionen und der Verwendung der Varianz geübt. Da die Nutzenfunktionen durch den Risikoaversionskoeffizienten in dem Erwartungswert-Varianz-Modell berücksichtigt werden, sollten diese bestmöglichst das Verhalten des Entscheiders beschreiben. Dabei ist die vorherrschende Meinung, dass die Risikoaversion eines Entscheiders absolut sinken sollte, was beispielsweise eine quadratische Nutzenfunktion nicht erfüllt. Die Varianz eignet sich nur zur Risikobewertung, wenn der Zielgröße eine symmetrische Verteilung unterstellt werden kann. Ist dieses nicht der Fall, so kann durch die Einbeziehung der Schiefe und Kurtosis das Risikomaß erweitert werden. Diese Einbeziehung ist beispielsweise möglich durch eine summarische Verknüpfung der zentralen Momente ( $R[F(X)] = \alpha_1 Var + \alpha_2 M_3 + \alpha_3 M_4$ ). Schwierigkeiten ergeben sich allerdings bei der Bestimmung der Gewichtungskoeffizienten ( $\alpha_n$ ) für das Risikomaß, sowie bei der zeitgleichen Bestimmung des Risikoaversionskoeffizientens ( $\tau$ ). Dabei gilt grundsätzlich, dass durch jede weitere einbezogene Größe die Komplexität des Risiko-Wert-Modelles zunimmt und die Interpretierbarkeit abnimmt (Starp, 2006, S.68f.). Ist beispielsweise eine Präferenzfunktion gegeben durch die Erweiterung der Formel 2.6.22 um die Schiefe:

$$S\ddot{A} = H(E(X), \sigma^2, \gamma) = E(X) - \tau_1 \cdot \sigma^2 + \tau_2 \cdot \gamma, \text{ mit } \tau_1 \geq 0, \tau_2 \geq 0 \quad (2.6.27)$$

so wird bei gleichem Erwartungswert und gleicher Varianz eine Handlungsalternative vorgezogen, die eine höhere positive Schiefe ( $\gamma$ ) aufweist. Lag zuvor aufgrund des Erwartungswert-Varianz-Kriteriums eine Präferenz einer ersten über einer zweiten Handlungsalternative vor, so kann sich diese Präferenz durch die Einbeziehung des zusätzlichen Kriteriums umdrehen (Schneeweiß, 1966, S.57). Für die Bewertung von Handlungsalternativen ist aber in den meisten Fällen eine Funktion aus Erwartungswert und Variationskoeffizienten ausreichend (Marschak, 1938, S.320), wobei diese nicht zwangsläufig aus einer additiven Verknüpfung zwischen Erwartungswert und Varianz besehen müssen (Schneeweiß 1966, S.53). ROY be-

## 2 Risikomanagement

wertet beispielsweise Handlungsalternativen mit der Formel:

$$H(E(X), \sigma) = \frac{E(X) - d}{\sigma} \quad (2.6.28)$$

wobei  $d$  einen gewünschten zu erreichenden Zielwert beschreibt und somit die Anzahl der Standardabweichungen, die zwischen dem Erwartungswert und dem Zielwert liegen, als Bewertungskriterium heranzieht (Roy, 1952, S.433f.).

Ein weiteres Feld der Risiko-Wert-Modelle besteht in den *Erwartungswert-LPM Modellen*. Eine Präferenzfunktion zur Entscheidungsunterstützung kann dabei für das  $LPM_0$  mit dem Gewichtungparameter  $c \geq 0$  formuliert werden als:

$$\Phi(F(X)) = E(X) - c \cdot LPM_0(z) \quad (2.6.29)$$

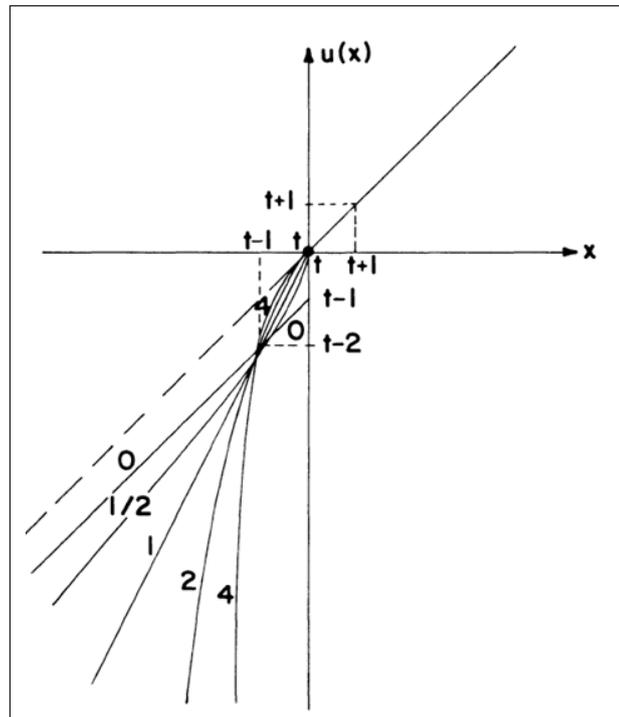
wobei der Erwartungswert als Wert- und das  $LPM_0$  – das die Ausfallwahrscheinlichkeit für einen Zielwert  $z$  beschreibt – als Risikomaß herangezogen werden. Die zugehörige Nutzenfunktion hat die Form:

$$U(x) = \begin{cases} x & , \text{für } x > z \\ x - c(z - x)^0 & , \text{für } x \leq z \end{cases} \quad (2.6.30)$$

Für eine Realisation von  $x > z$  ist der Nutzen des Ergebnisses gleich sich selbst, für eine Realisation kleiner der Zielgröße ist ein Schaden durch die Zielverfehlung eingetreten, der durch Subtraktion von  $c$  bewertet wird. Diese Nutzenfunktion ist zusammen mit den Funktionen der höheren  $LPM$ 's in Abbildung 2.6.6 dargestellt.

Eine generelle Aussage über die Nutzenfunktion bezüglich der Risikoeinstellung des Entscheiders lässt sich anhand dieser Nutzenfunktionen nicht treffen. Liegt allerdings der Zielwert oberhalb oder unterhalb sämtlicher Realisationen, so ist die Eintrittswahrscheinlichkeit für eine Zielwertunterschreitung entweder mit 1 oder mit 0 zu bewerten, weshalb die Entscheidung über die zu wählende Handlungsalternative einzig anhand des Erwartungswertes vorgenommen würde. Dieses Verhalten entspricht dem eines risikoneutralen Entscheiders. Liegt allerdings die Verteilung nur einer Handlungsalternative beidseitig des Zielwertes, so ist keine generelle Aussage über die Risikoeinstellung mehr möglich.

Der Einfluss des Zielwertes soll an folgendem Beispiel verdeutlicht werden. Ausgegangen wird von zwei Normalverteilungen ( $i$  und  $j$ ), wobei  $i$  einen minimal höheren Erwartungswert und eine wesentlich geringere Varianz im Vergleich zu  $j$  aufweist. Dieses führt dazu, dass  $i$  gegenüber  $j$  nach dem Kriterium der Stochastischen Dominanz zweiten Grades bevorzugt würde. Wird nun ein Zielwert unterhalb des Schnittpunktes der beiden kumulierten Verteilungsfunktionen gewählt, so würde korrekterweise die Verteilung  $i$  der Verteilung  $j$



**Abbildung 2.6.6: Nutzenfunktionen für  $E(x)$ -LPM-Modelle**

Quelle: Fishburn, 1977, S.121

nach dem Erwartungswert- $LPM_0$ -Kriterium vorgezogen. Läge hingegen der Zielwert oberhalb des Schnittpunktes, wäre das  $LPM_0$  der Verteilung  $j$  kleiner als das der Verteilung  $i$ . In diesem Fall würde die Verteilung  $j$  nach dem Erwartungswert- $LPM_0$ -Kriterium als weniger riskant angesehen, was der Einschätzung der Stochastischen Dominanz widerspricht. Liegt der Zielwert genau auf dem Schnittpunkt der beiden Funktionen, so hat das  $LPM_0$  der beiden Verteilungen den selben Wert. Abstrahiert man von der minimalen Differenz der Erwartungswerte, so wird die Entscheidung zwischen  $i$  und  $j$  als indifferent eingestuft. Kritik am  $LPM_0$  als Risikomaß wird dahingehend geübt, dass in die Entscheidung nur die Wahrscheinlichkeit der Zielwertunterschreitung, nicht aber die Höhe eingeht (diese Kritik gilt ebenfalls für das Kriterium des Value at Risk). Ein so gestaltetes Entscheidungskriterium ist lediglich dann sinnvoll, wenn der Entscheider bei einer Unterschreitung des Zielwertes – unabhängig von dessen Höhe – mit drastischen Sanktionen rechnen muss (Starp, 2006, S.70f.). SCHNEEWEISS gibt in diesem Zusammenhang ein Beispiel für einen unstetigen Verlauf der Nutzenfunktion an: eine Person sei in der Lage, durch geeignete Bestechung mit einem Betrag  $x$  ihr Leben retten zu können. Dieses würde dazu führen, dass einzig die Wahrscheinlichkeit, einen Betrag größer  $x$  zu realisieren, ausschlaggebend für die Wahl einer Handlungsalternative wäre (Schneeweiß, 1966, S.44).

Soll der obigen Kritik entgegengewirkt werden, kann der Ausfallerwartungswert ( $LPM_1(z)$ ) in Verbindung mit dem Erwartungswert eingesetzt werden. Die Präferenzfunktion lautet in diesem Fall:

$$\Phi(F(X)) = E(X) - c \cdot LPM_1(z) \quad (2.6.31)$$

Für die Nutzenfunktion gilt, dass ein Wert oberhalb des Zielwertes einen Nutzenwert in eigener Höhe besitzt; für einen Wert unterhalb des Zielwertes wird die Unterschreitung gewichtet mit dem Faktor  $c$ , von der Realisation abgezogen, und ergibt so den Nutzenwert:

$$U(x) = \begin{cases} x & , \text{für } x > z \\ x - c(z-x)^1 & , \text{für } x \leq z \end{cases} \quad (2.6.32)$$

Auch hier liegt Risikoneutralität vor, wenn alle Realisationen unterhalb oder oberhalb des Zielwertes liegen, da in diesem Falle alle Alternativen durch die Nutzenfunktion in die Reihenfolge der Höhe ihrer Erwartungswerte gebracht werden. Durch die Präferenzfunktion des  $E(X)$ - $LPM_1$ -Modelles wird im Risikomaß die Höhe der durchschnittlichen Zielwertunterschreitung einbezogen, was dem Entscheider leicht zu verdeutlichen ist. Durch die Division des  $LPM_1(z)$  durch das  $LPM_0(z)$  ist ein Sicherheitswert festlegbar, der im Schnitt der Jahre zurückgelegt werden sollte, um diese Unterschreitung kompensieren zu können. Andererseits bleibt unberücksichtigt, ob sich diese Unterschreitung durch wenige große oder durch viele kleine Unterschreitungen zusammensetzt. Dieser Kritik kann beispielsweise durch die Nutzung des  $LPM_2(z)$  als Risikomaß begegnet werden, da durch die Quadrierung des Abstandes zum Zielwert weit entfernte Realisationen wesentlich stärker in die Bewertung mit einfließen, als es für geringe Abweichungen der Fall ist. Die zugehörige Formel lautet:

$$\Phi(F(X)) = E(X) - c \cdot LPM_2(z) \quad (2.6.33)$$

Die Nutzenfunktion ist äquivalent zu den vorherigen oberhalb des Zielwertes gleich dem realisierten Wert. Unterhalb geht mit dem Faktor  $c$  gewichtet die quadrierte Abweichung zum Zielwert ein:

$$U(x) = \begin{cases} x & , \text{für } x > z \\ x - c(z-x)^2 & , \text{für } x \leq z \end{cases} \quad (2.6.34)$$

Ein Risiko-Wert-Modell ist gerade dann besonders für die Praxis geeignet, wenn es besonders anschaulich und nicht zu kompliziert konstruiert ist. Aus diesem Grund wird als Wertmaß häufig der Erwartungswert gegenüber dem  $UPM$  bevorzugt (Starp, 2006, S.70ff.). Welches Risikomaß letztendlich zur Erstellung des Risiko-Wert-Modelles herangezogen wird, ist in der jeweiligen zugrundeliegenden Situation zu entscheiden.

# 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten

Risikomanagementinstrumente<sup>1</sup> werden zunehmend in der Politik diskutiert, um eine Stabilisierung der landwirtschaftlichen Einkommen zu erzielen (vgl. Agrar-Europe, 2010, S.4 EU-Nachrichten). Diese Instrumente sind besonders deshalb wichtig, da lokale Missernten (von transportwürdigen Gütern) großen Einfluss auf den Einzelbetrieb haben, die globale Preisbildung von diesen allerdings nur marginal beeinflusst wird. Somit erbringt der Natural Hedge zwischen Produktionsmengen und Preisen keinen Ausgleich für den Einzelbetrieb.

Ein Risikomanagementinstrument, das witterungsbedingte Ertragsschwankungen ausgleichen soll, ist das Wetterderivat. Dieses nutzt den pflanzenbaulichen Zusammenhang zwischen einer Wettergröße, z.B. dem Niederschlag und dem Feldertrag, um eine mengenmäßige Absicherung der (landwirtschaftlichen) Produktion vorzunehmen. Man geht im Ackerbau prinzipiell davon aus, dass bei ausbleibenden Niederschlägen der Feldertrag geringer ausfällt als bei optimaler Wasserversorgung. Ein niederschlagsbezogenes Wetterderivat liefert genau dann eine Auszahlung, wenn eine vereinbarte Niederschlagsmenge in einem festgelegten Zeitraum unterschritten ist, um ausgefallene Erntemengen zu kompensieren (vgl. Abschnitt 2.5.2.2).

Da sich Wettergrößen objektiver messen lassen als beispielsweise Ertragsausfälle geschätzt werden können, erscheint dieses Instrument attraktiv, da die Ermittlung einer Auszahlung geringe Transaktionskosten verursacht und kein moralisches Risiko oder adverse Selektion entstehen (Chen, Roberts und Thraen, 2006, S.654).

Für den Landwirt ist die Effektivität eines Wetterderivates hingegen von dem tatsächlichen Zusammenhang zwischen der Wettergröße und dem Feldertrag abhängig. Dieser Zusammenhang wird zum einen durch das Produktionsbasisrisiko und zum anderen durch das geographische Basisrisiko beeinflusst. Das Produktionsbasisrisiko entsteht dadurch, dass der Feldertrag nicht einzig von einer beobachteten Wettergröße abhängig ist, sondern andere ertragsbildende Faktoren diesen ebenfalls beeinflussen. Diese Faktoren sind allerdings nicht

---

<sup>1</sup>Teile dieses Kapitels wurden in Schulte-Geers und Trenkel (2011) veröffentlicht.

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten

zwangsläufig Bestandteil des Derivates. Das geographische Basisrisiko entsteht dadurch, dass sich die tatsächlichen Witterungsverhältnisse mit zunehmender Distanz zwischen der Wetterstation und dem abgesicherten Feld unterscheiden können.

Um den Zusammenhang zwischen der Wettergröße und dem Feldertrag bzw. den zugehörigen Deckungsbeiträgen darzustellen, greifen viele Autoren für ihre Modelle auf Korrelationskoeffizienten zurück (vgl. Hirschauer und Mußhoff, 2009; Turvey, 2001). Auch wenn HIRSCHAUER und MUSSHOFF darauf hinweisen, dass ein ineffektives Instrument trotzdem ökonomisch effizient sein kann wenn der Hedgingeffekt im Portfolio groß genug ist (Hirschauer und Mußhoff, 2008, S.8), so steigt dennoch die absichernde Wirkung des Instrumentes, wenn der Zusammenhang zwischen Wettergröße und Feldertrag möglichst hoch ausfällt (vgl. Berg und Schmitz, 2007, S.4). Nach SCHMITZ ist eine „Entscheidende Voraussetzung für einen sinnvollen Einsatz von Wetterderivaten in der Landwirtschaft [...] eine hohe Korrelation zwischen dem Ertrag und dem Wetterindex“ (Schmitz, 2007, S.54) zu realisieren, was er an einem Beispiel verdeutlicht (Berg und Schmitz, 2007, S.3f.; vgl. Abschnitt 2.5.2.2). Deshalb soll der Zusammenhang zwischen Feldertrag und Niederschlag - repräsentiert durch den Korrelationskoeffizienten - in den folgenden Abschnitten genauer untersucht werden, um die grundlegenden Zusammenhänge aufzuzeigen. Dabei wird exemplarisch auf einen Kartoffelbestand in Bremervörde und die Niederschlagssummen verschiedener Zeiträume und Orte in verschiedenen Entfernungen zurückgegriffen.

Einer möglichst genauen Berechnung des Zusammenhanges zwischen dem Ertrag und den Witterungsgrößen steht in der Regel eine sehr kleine Stichprobe auf der Feldertragsseite entgegen, wobei selbst bei diesen pflanzenbaulichen und züchterischen Weiterentwicklungen und somit kleinere oder größere Strukturbrüche nicht auszuschließen sind. Deshalb ist es vorteilhaft, wenn die statistische Auswertung der Datenreihen durch pflanzenbauliches Wissen ergänzt werden kann. Analysiert man den Zusammenhang zwischen Witterungsgrößen und den Pflanzenertrag, so können besonders die Linearität des Korrelationskoeffizienten und eine fehlende untere Randabhängigkeit als Manko dieses Ansatzes zur Beschreibung der Beziehung zwischen den beiden Größen gesehen werden. Dabei ist gerade die genaue Wiedergabe im unteren Ertragsbereich besonders wichtig, da gerade hier ein gut angepasstes ertragsbezogenes Risikomanagementinstrument seine Wirkung entfalten soll. Aus diesem Grund wird im Anschluss an die Analysen mit Hilfe der Korrelationskoeffizienten ein alternativer Ansatz dargestellt, in dem der einfache Koeffizient durch eine Funktion ersetzt wird. Da dieser Copulaansatz relativ unbekannt ist, wird er durch die zugehörigen mathematischen Grundlagen ergänzt.

In den folgenden Abschnitten soll deshalb der Einfluss der Ausgestaltung von Wetterderivaten und die daraus resultierende Wirkung, flankiert durch ein Beispiel für den Kartoffelanbau, genauer untersucht werden. Dazu wird zuerst die prinzipielle Witterungsabhängigkeit der Kartoffelpflanze beschrieben, um die pflanzenbaulichen Ansprüche aufzuzeigen.

Anschließend wird auf die Ausgestaltung des Wetterderivates mit Hilfe von Korrelationskoeffizienten genauer eingegangen. Nach der Beschreibung der mathematischen Grundlagen wird beispielhaft ein Copulamodell zur Kartoffelbestandsabsicherung aufgebaut, das mit einem korrelationsbasierten Modell in seiner Wirkung auf die Effizienz des Wetterderivates verglichen wird.

## 3.1 Pflanzenbauliche Ansprüche von Kartoffeln

Da der Korrelationskoeffizient nur die Stärke des mathematischen Zusammenhanges beschreibt, aber keinen sachlichen Zusammenhang wiedergibt, muss die Abhängigkeit des Kartoffelertrags von Witterungsgrößen belegt werden. Ebenso sind für den optimalen Abschluss eines Wetterderivates über eine Kultur der zeitliche Einfluss, den eine Wettergröße auf den Feldertrag hat, sowie die Stärke und Richtung der Wirkung, zu untersuchen.

Die Kartoffel stammt ursprünglich aus Mittel- und Südamerika, wo sie von den Indios der Anden seit mindestens 5.000 Jahren kultiviert wird. Nach Europa kam sie ursprünglich Mitte des 16. Jahrhunderts als Gartenpflanze, seit Ende des 18. Jahrhunderts wird sie verstärkt ackerbaulich kultiviert. Durch ihre hohen Erträge pro Flächeneinheit und das zunehmende Bevölkerungswachstum im 19. Jahrhundert wurde die Kartoffel zur Ernährungsgrundlage breiter Bevölkerungsschichten. Bei starker Ausbreitung und einem ursprünglich geringen europäischen Sortenpool konnten sich Krankheiten, wie die Kraut- und Knollenfäule schlagartig ausbreiten und so zu Hungersnöten und -katastrophen führen, wie beispielsweise 1845/46 in Irland. Als Gegenmaßnahme wurden ab 1830 neue Sorten eingeführt und mit der planmäßigen Züchtung begonnen (Fischbeck, Heyland und Knauer, 1982, S.144; Klapp, 1967, S.471f.).

### **Anbau**

Die Vegetationszeit von Kartoffeln ist sortenbedingt sehr unterschiedlich, wobei die Reifedauer von wenigen Wochen bis zu sieben Monaten dauern kann. Diese unterschiedlichen Reifezeiten im Zusammenhang mit der Notwendigkeit einer weitgehend frostfreien Vegetationsperiode sorgen dafür, dass sich die Kartoffel von Skandinavien bis hin nach Nordafrika ausbreiten konnte (Klapp, 1967, S.471f.). Die Hauptanbaugebiete befinden sich allerdings um die 20°C-Juli-Isotherme der Tagesdurchschnittstemperatur (Fischbeck, Heyland und Knauer, 1982, S.144). Weiter hat die Reifedauer auch bei den verschiedenen Verwertungsarten ihre Bedeutung. So werden beispielsweise im Speisekartoffelbereich unterschiedliche Sorten für Früh- und Lagerkartoffeln gewählt.

Stärkekartoffeln werden in der Regel Mitte April gepflanzt und im September bis Mitte Oktober geerntet (Benker und Leivermann, 2008, S.396). Während dieser Zeit durchläuft die Kartoffel die Entwicklungsstadien Keimung, Blattentwicklung, Entwicklung der Seitensprosse,

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten

Längenwachstum des Hauptsprosses, Knollenentwicklung, Entwicklung der Blütenanlagen, Blüte, Fruchtentwicklung, Frucht- und Samenreife und das Absterben<sup>2</sup>. Zu den jeweiligen Stadien hat die Kartoffel unterschiedliche Ansprüche an ertragsbildenden Faktoren. Negativ für den Abschluss von Wetterderivaten zeichnet sich aus, dass die Entwicklungsstadien, bedingt durch viele Faktoreinflüsse im jeweiligen Anbaujahr unterschiedlich schnell durchlaufen werden und somit eine termingenaue Festlegung von Ansprüchen zum Wasser- oder Temperaturbedarf nicht möglich ist (Produktionsbasisrisiko).

#### **Witterungsabhängigkeit der Kartoffel**

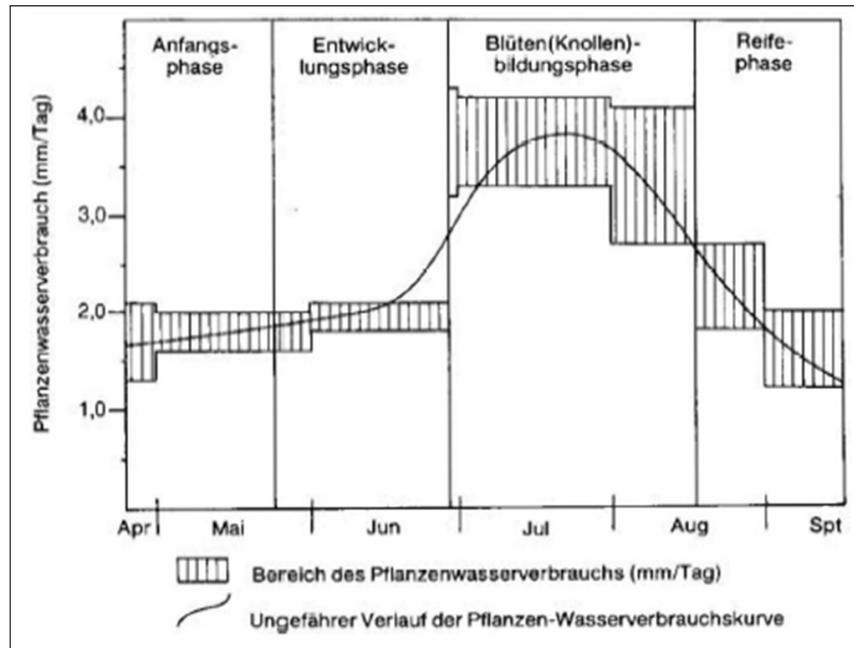
Die Kartoffel ist eine Pflanze, die eher kühles, luftfeuchtes und sonnenreiches Klima bevorzugt. Bei einer nicht sehr hohen, aber gleichmäßigen Wasserversorgung sind die Grenzen des Anbaues durch die Temperaturempfindlichkeit gegeben, da ab  $-1,5^{\circ}\text{C}$  das Kartoffelkraut abstirbt sowie bei über  $32^{\circ}\text{C}$  das Knollenwachstum eingestellt wird. Für die Keimung benötigt die Kartoffel eine Bodentemperatur von mindestens  $8^{\circ}\text{C}$ , wobei ein zu feuchter Boden die Krankheitsgefahr erhöht. Ein externer Wasserbedarf der Pflanze besteht erst ab der Wurzelbildung, da die Kartoffelknolle selbst im Gegensatz zum Getreidekorn über ausreichend Wasser verfügt. In der Folgezeit ist eine optimale Wasserversorgung zum Austrieb der Stolone – viele Stolone können mehr Knollen ansetzen – und während des Knollenansatzes wichtig, da Knollen bei zu trockenem oder zu nassem Wetter resorbiert werden. Den höchsten Wasserbedarf hat die Kartoffel ab der Blüte. Hier beeinflusst eine ausreichende Wasserversorgung das Knollengewicht und damit den Ertrag positiv. Ein zu hohes Wasserangebot, gerade in Verbindung mit hohen Temperaturen fördert das Krankheitsrisiko und wirkt sich ungünstig auf den Ertrag aus. In der Phase des Absterbens der Pflanze bis zur Ernte ist ein hohes Wasserangebot ungünstig, da es vor allem die Erntetechnik stärker beansprucht. Der Wasserbedarf über die einzelnen Wachstumsphasen ist in Abbildung 3.1.1 dargestellt, wobei die Monatsskala einer Annahme über die Anbauzeit für Stuttgart-Hohenheim entspricht.

Obwohl die Kartoffelpflanze sortenbedingt sehr anpassungsfähig ist, sind Spätfröste nach dem Pflanzen schädlich für den Ertrag und zu niedrige Temperaturen während der Ernte ungünstig für die Knollenqualität. Die Temperatur zur Zeit der Keimung sollte bei minimal  $8-10^{\circ}\text{C}$  liegen. Bei der Ernte führt eine Knollentemperatur unter  $10^{\circ}\text{C}$  zu verstärkten Beschädigungen an der Knolle und damit zu Qualitätseinbußen. Die Frostempfindlichkeit der Kartoffel macht sich der Landwirt zunutze, um auf dem Feld verbleibende Kartoffeln über Winter erfrieren zu lassen, da im Folgebestand eine Bekämpfung schwierig ist und sich Krankheiten auf benachbarte Kartoffelbestände übertragen. Weiter haben Wärme und Sonnenscheindauer vor und während der Blüte einen hohen Einfluß auf den Ertrag. Hohe Differenzen zwischen Tages- und Nachttemperatur wirken sich besonders ungünstig aus. Der Zusammenhang zwischen Temperatursumme und Ertrag wird in Abbildung 3.1.2 dargestellt (Fischbeck, Heyland und Knauer, 1982, S.155; Klapp, 1967, S.480f. und Brouwer

---

<sup>2</sup>vgl. BBCH Stadien

### 3.1 Pflanzenbauliche Ansprüche von Kartoffeln



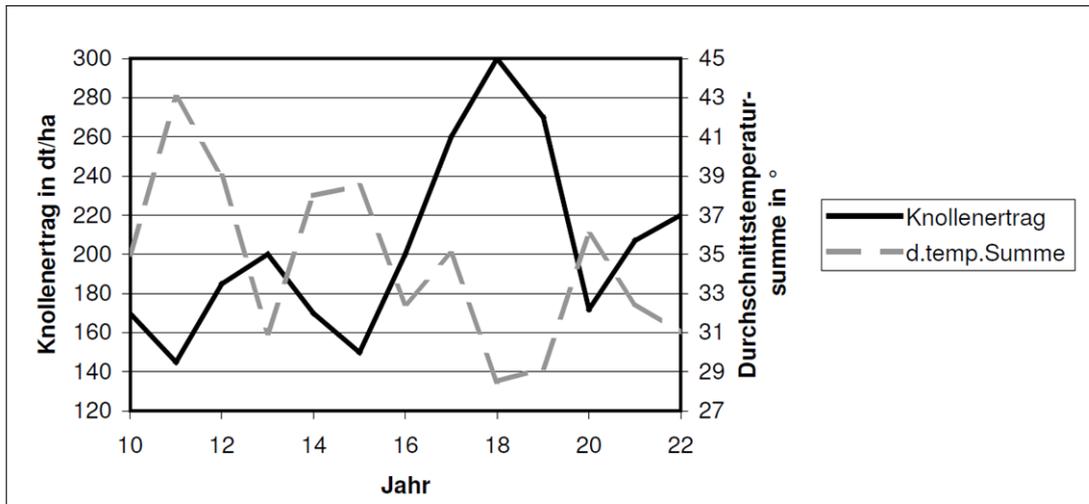
**Abbildung 3.1.1: Bereich des Pflanzenwasserverbrauchs im Kartoffelanbau in Stuttgart - Hohenheim**

Quelle: Achtnich, 1980, S.186

1976, S.54ff.).

In der Stärkekartoffelproduktion spielt der Stärkegehalt der Kartoffel eine entscheidende Rolle hinsichtlich der Qualität. Der Stärkegehalt wird anhand des Unterwassergewichtes der Knollen gemessen und sollte größer 17% Stärke sein (Benker und Leivermann, 2008, S.396).

BROUWER stellt keinen Zusammenhang von Temperatur und Niederschlag bis zur Blüte zum Stärkegehalt und Knollenertrag fest. In der Zeit nach der Blüte bis zur Ernte besteht seiner Aussage nach ein positiver Zusammenhang zwischen Temperatur und Stärkegehalt, sowie ein negativer zum Knollenertrag. Bei steigenden Niederschlägen sinkt der Stärkegehalt, der Knollenertrag steigt aber bis zu einer Grenze von 130-160 mm Regenmenge (Brouwer, 1976, S.56). Bis zur Blüte sind nur ca. 20 Prozent der Knollenentwicklung abgeschlossen (vgl. Radtke, Rieckmann und Brendler, 2000, S.15), was dafür spricht, dass dieser Zeitraum nur einen geringen Einfluss auf die Qualitätsparameter hat. Nach der Blüte findet die restliche Knollenentwicklung statt, weshalb der Witterungsverlauf in diesem Zeitraum in einem stärkeren Zusammenhang zu Stärkegehalt und Feldertrag steht. Die Analyse zeigt, dass neben der reinen Niederschlagsmenge in einem Zeitraum viele weitere Faktoren den Ertrag beeinflussen, sodass der optimale Zeitraum für ein Wetterderivat schwierig zu bestimmen ist.



**Abbildung 3.1.2: Beziehung zwischen Kartoffelertrag und durchschnittlicher Temperatursumme in der Zeit 1-20 Tage nach Beginn der Blüte**

Quelle: Eigene Darstellung nach: Brouwer, 1925, aus Brouwer, 1976, S.55

### 3.2 Bewertung von Wetterderivaten unter Verwendung der Korrelation

Wetterderivate sollen den Einfluss der Witterung auf den Feldertrag nutzen, um eine Stabilisierung des landwirtschaftlichen Einkommens zu bewirken. Im Gegensatz zur Effizienzanalyse beispielsweise eines Mastfuttermittels, bei der jedes getestete Tier eine Beobachtung darstellt, kann für die Analyse von Wetterderivaten jedes Jahr nur eine Ernte ausgewertet werden. Somit basiert die Bewertung in der Regel auf Modellen, in denen der Zusammenhang zwischen Wettergröße und Kultur einen entscheidenden Einfluss auf das Ergebnis ausübt. Durch den Korrelationskoeffizienten kann der Zusammenhang zwischen zwei Variablen beschrieben werden, wobei in Abhängigkeit vom Skalenniveau der Variablen unterschiedliche Koeffizienten zur Verfügung stehen. Am bekanntesten ist der Koeffizient nach Pearson, der ein Maß für die Stärke und Richtung eines linearen Zusammenhanges darstellt und anhand einer Stichprobe zweier gleichwertiger Zufallsvariablen berechnet wird. Voraussetzung für die Berechnung ist, dass ein linearer Zusammenhang vorliegt (1), die Variablen stetig sind (2) und einer bivariaten Normalverteilung unterliegen (3), sowie das unabhängige Beobachtungspaare vorliegen (4), wobei die Bedingungen (1) und (4) besonders wichtig sind. Die Stärke des linearen Zusammenhanges wird anhand des Korrelationskoeffizienten gemessen, der sich für eine Stichprobe errechnet als:

$$\hat{\rho}_r(X;Y) = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^J (X_j - \bar{X}) \cdot (Y_j - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^J (X_j - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^J (Y_j - \bar{Y})^2}} \quad (3.2.1)$$

### 3.2 Bewertung von Wetterderivaten unter Verwendung der Korrelation

**Tabelle 3.1: ungefähre Distanzen zwischen den verschiedenen Orten**

	Bremervörde	Bremen	Hamburg
Bremen	55 km		
Hamburg	65 km	100 km	
Hannover	140 km	110 km	140 km

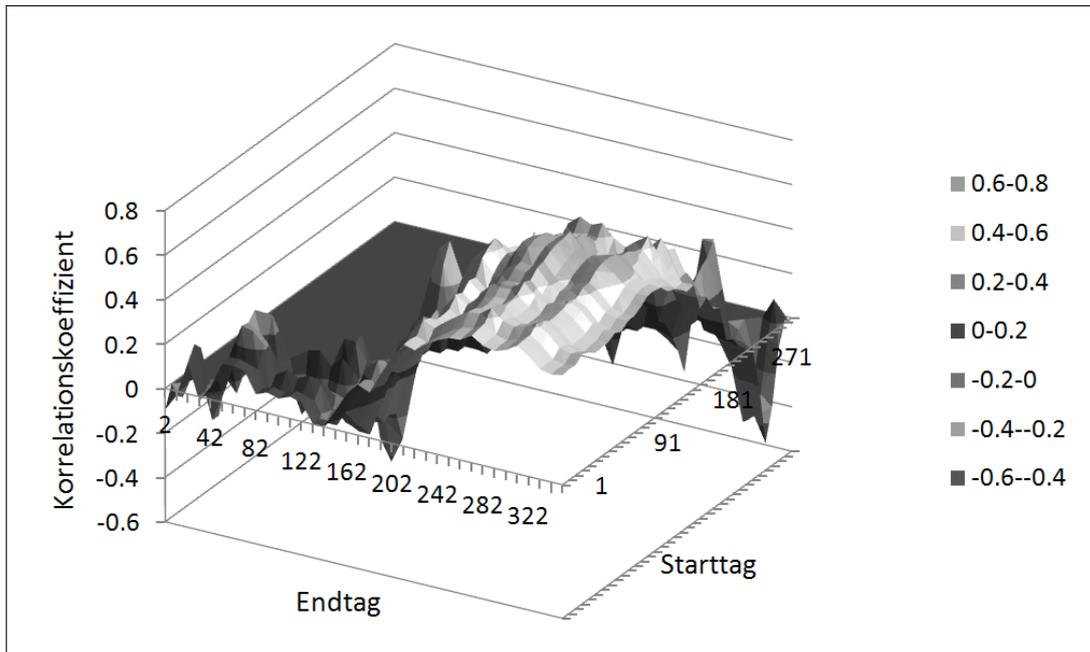
Quelle: Eigene Darstellung

Dabei ist  $n$  der Umfang der Stichprobe,  $X_j$  und  $Y_j$  sind die jeweiligen paarweise gezogenen Stichprobenwerte der eingehenden Variablen und  $\bar{X}$  und  $\bar{Y}$  sind die Mittelwerte der Stichproben. Für den Korrelationskoeffizienten gelten dabei folgende Eigenschaften (Sachs, 1992, S.489ff.):

- $-1 \leq \rho(X;Y) \leq 1$
- $X$  und  $Y$  sind stochastisch unabhängig, wenn  $\rho(X;Y) = 0$
- Es besteht ein funktionaler Zusammenhang mit positiver (negativer) Steigung, wenn  $\rho(X;Y) = 1$  (bzw.  $\rho(X;Y) = -1$ )

Im Folgenden werden die Korrelationskoeffizienten zwischen der Niederschlagssumme an einer Wetterstation in Bremen (Hamburg und Hannover) und dem (Stärke-)Kartoffelertrag in Bremervörde mit den Daten von 1980-2002 untersucht. Die Entfernung der einzelnen Orte, die für das geographische Basisrisiko verantwortlich ist, wird in Tabelle 3.1 aufgeführt. Die Korrelationskoeffizienten werden tagesgenau für jeden möglichen Zeitraum im Anbaujahr errechnet, angefangen mit dem Zeitraum vom 1. bis zum 2. Januar, endend mit dem 30. bis 31. Dezember. Die Abbildung 3.2.1 und A1 (im Anhang) zeigen die berechneten Korrelationskoeffizienten für die unterschiedlichen Standorte der Wetterstationen und dem Feldertrag in Bremervörde. Dabei sind auf der z-Achse der jeweilige Starttag der Niederschlagskumulation und auf der x-Achse der Endtag abgetragen.

Der maximale Korrelationskoeffizient zwischen dem Niederschlag in Bremen und dem Feldertrag in Bremervörde ergibt sich für den Kumulationszeitraum des Niederschlages vom 139. Tag (18.5.) bis zum 275. Tag (1.10.) mit einem Wert von 0,73. Geht man davon aus, dass die Kartoffeln Ende September bis Anfang Oktober gerodet werden, so haben die Niederschläge der letzten 4,5 Monaten vor der Ernte den höchsten Einfluss auf den Ertrag. In der Abbildung ist ebenfalls zu erkennen, dass die Korrelationskoeffizienten, die nahe an der Diagonalen liegen, sehr stark schwanken. Dieses ist damit zu erklären, dass an dieser Linie die kurzen Kumulationszeiträume von wenigen Tagen liegen und somit ein weiterer Tag die Niederschlagsmengen und somit die Korrelationskoeffizienten noch sehr stark beeinflussen kann. Im vorderen Bereich der Abbildung sind die langen Kumulationszeiträume abgebildet. Hier hat ein weiterer Tag keinen großen Einfluss auf die gesamte Niederschlagsmenge über den beobachteten Zeitraum, weshalb die resultierenden Veränderungen der Korrelationskoeffizienten gering sind.



**Abbildung 3.2.1: Korrelationskoeffizienten für die Niederschläge aus Bremen**

Quelle: Eigene Darstellung

### 3.2.1 Wirkungsanalyse für unterschiedliche Abschlusszeiträume

Aufbauend auf dem errechneten Korrelationskoeffizienten zwischen der Wettergröße und dem Feldertrag soll untersucht werden, ob dieser sich signifikant von Null unterscheidet. Unter der Annahme unkorrelierter Preise wird in diesem Fall eine Reduzierung der Varianz des Erlöses eines Portfolios aus Wetterderivat und Feldkultur erreicht. Die Signifikanz eines Korrelationskoeffizienten ( $\hat{\rho}$ ) lässt sich nach R.A. FISCHER anhand der t-Verteilung mit n-2 Freiheitsgraden prüfen mit:

$$\hat{t} = |\hat{\rho}| \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-\hat{\rho}^2}} \quad (3.2.2)$$

Dabei gilt für den zweiseitigen Test, dass  $H_0 : \rho = 0$  bei  $|\hat{t}| \geq t_{n-2;\alpha}$  abgelehnt wird (vgl. Sachs, 1992, S.537). Der geschätzte Korrelationskoeffizient ( $\hat{\rho}$ ) ist annähernd normalverteilt, wenn die eingehenden Variablen ( $X;Y$ ) zumindest annähernd normalverteilt sind, der Schätzwert  $|\hat{\rho}|$  genügend weit von 1 entfernt und der Stichprobenumfang ( $n$ ) hinreichend groß ist. Die Normalverteilung von  $X$  und  $Y$  soll für diese Berechnungen angenommen werden. Der benötigte Stichprobenumfang ist von drei Größen abhängig. Diese sind das Signifikanzniveau  $\alpha$ , zu dem eine Aussage gefällt werden soll, die Entfernung des geschätzten Korrelationskoeffizienten von Null, sowie die Power (Teststärke), die der Test haben soll, die sich als 1 abzüglich des Betafehlers berechnet (Sachs, 1992, S.537ff. und 196). Stichprobenumfänge für eine 5%ige Irrtumswahrscheinlichkeit gibt die Tabelle 3.2 nach GATSONIS

### 3.2 Bewertung von Wetterderivaten unter Verwendung der Korrelation

**Tabelle 3.2: benötigter Stichprobenumfang bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%**

$\rho$	Power										
	0,25	0,5	0,6	0,67	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,99
0,1	165	382	487	569	614	690	780	892	1044	1291	1826
0,15	73	169	215	251	271	304	344	394	460	569	805
0,2	41	94	120	140	151	169	191	219	256	317	448
0,25	26	60	76	88	95	107	121	138	162	200	282
0,3	18	41	52	60	65	73	82	94	110	136	193
0,35	13	29	37	43	47	52	59	68	79	98	138
0,4	10	22	28	32	35	39	44	51	59	73	103
0,45	8	17	21	25	27	30	34	39	45	56	79
0,5	7	13	17	20	21	24	27	30	35	44	62
0,55	5	11	13	16	17	19	21	24	28	35	49
0,6	5	9	11	13	13	15	17	19	22	28	39
0,65	4	7	9	10	11	12	14	16	18	22	31
0,7	3	6	7	8	9	10	11	13	15	18	25
0,75	3	5	6	7	7	8	9	10	12	14	20
0,8	2	4	5	5	6	6	7	8	9	11	16
0,85	2	3	4	4	5	5	6	6	7	9	12
0,9	2	3	3	3	4	4	4	5	6	7	9

Quelle: Gatsonis und Sampson, 1989, S.520

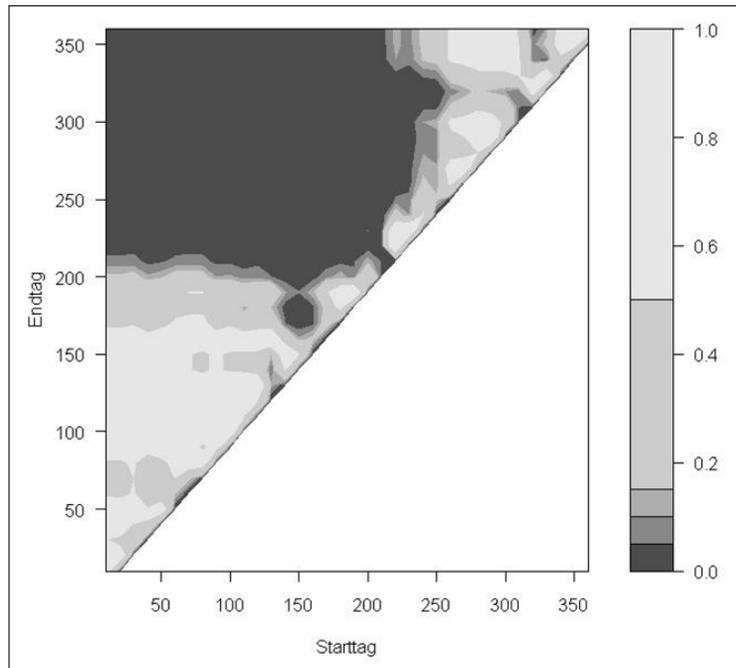
und SAMPSON wieder (Gatsonis und Sampson, 1989, S.520).

Aus der Tabelle 3.2 wird ersichtlich, dass die zugrundeliegende Power des Tests in Abhängigkeit von  $\hat{\rho}$  schwankt, da  $n$  mit 23 Jahren fest gegeben ist. Die Abbildung 3.2.2 und A-2 zeigen die unterschiedlichen Signifikanzniveaus in Abhängigkeit von dem zur Niederschlagskumulation herangezogenen Zeitraumes. Für Bremen ergeben sich zu 5% Irrtumswahrscheinlichkeit signifikante Korrelationskoeffizienten für die Kumulationszeiträume, deren Starttage zwischen dem Anfang des Jahres und circa Ende Juli (207. Tag) und deren Endtage zwischen Anfang September (245. Tag) und dem Ende des Jahres liegen. Somit weisen Wetterderivate, die über diese Zeiträume in Bremen abgeschlossen werden, mit geringer Irrtumswahrscheinlichkeit ein Diversifikationspotential auf. Die hellen Flächen in Abbildung 3.2.2 stellen die Zeiträume dar, in denen kein signifikanter Zusammenhang zwischen den Niederschlagssummen und dem Feldertrag besteht. Diese Bereiche stellen zum einen das Frühjahr, zum anderen den Winter dar. Dadurch erscheint dieser Zusammenhang logisch, da in diesen Zeiträumen die Kartoffeln noch nicht gepflanzt bzw. schon geerntet sind, und somit der Niederschlag keinen Einfluss auf den Feldertrag haben sollte. Wichtig ist dabei, dass natürlich auch in diesen Bereichen ein mathematisch signifikanter Zusammenhang bestehen kann, dieser aber sachlogisch nicht zu erklären wäre.

#### 3.2.2 Wirkungsvergleich unterschiedlicher Orte

Der optische Vergleich der Abbildung 3.2.1 und A-1 lässt Ähnlichkeiten zwischen den Graphen erahnen, auch wenn die absolute Höhe der Koeffizienten mit der Entfernung abzuneh-

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten



**Abbildung 3.2.2: Irrtumswahrscheinlichkeit der getesteten Korrelationskoeffizienten (Wetterstation Bremen)**

Quelle: Eigene Darstellung

men scheint. Um dieses zu überprüfen soll nachfolgend untersucht werden, inwieweit sich die Korrelationskoeffizienten zwischen den verschiedenen Standorten der Wetterstationen signifikant unterscheiden. Sollten sie sich nicht signifikant unterscheiden, dann ist es von geringerer Bedeutung, an welchem Ort ein Wetterderivat abgeschlossen wird.

Ein zweiter Aspekt, der mit dem nachfolgenden Test untersucht werden soll, betrachtet die Gleichheit der Korrelationskoeffizienten für zwei unterschiedliche Kumulationsperioden. Dabei wird angenommen, dass bei einem genügend langen Kumulationszeitraum die Niederschlagsmenge eines weiteren Tages keinen großen Einfluss auf die Korrelation zwischen den Niederschlagssummen und dem Feldertrag haben sollte. Trifft dieses zu, so ist eine witterungsbedingte Verschiebung der Vegetationsperiode wenig relevant für das abgeschlossene Derivat.

Um zu testen, ob zwei Korrelationskoeffizienten gleich sind, kann die Z-Transformation nach FISCHER herangezogen werden. Diese ergibt sich durch:

$$z = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{1 + \hat{\rho}}{1 - \hat{\rho}} \quad (3.2.3)$$

mit der Standardabweichung:

$$s_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}} \quad (3.2.4)$$

### 3.2 Bewertung von Wetterderivaten unter Verwendung der Korrelation

Die Verteilung von  $\dot{z}$  ist approximativ normalisiert (Sachs, 1992, S.545) und kann ab einem  $n > 10$  eingesetzt werden (Sachs, 1992, S.541). Für  $n < 50$  verweist SACHS allerdings auf HOTELLING, der für kleine Stichprobengrößen die folgende Transformation mit der zugehörigen Standardabweichung vorschlägt (Hotelling, 1953, S.224):

$$z^* = \dot{z} - \frac{3\dot{z} + \hat{\rho}}{4(n-1)} - \frac{23\dot{z} + 33\hat{\rho} - 5\hat{\rho}^3}{96(n-1)^2} \quad (3.2.5)$$

$$s^* = \frac{1}{\sqrt{n-1}}$$

Mit Hilfe dieser Formeln lässt sich die Signifikanz eines Korrelationskoeffizienten prüfen durch:

$$\hat{z} = \frac{\dot{z}}{s_{\dot{z}}} \text{ bzw. } \hat{z} = \frac{z^*}{s^*} \quad (3.2.6)$$

Zum Vergleich zweier geschätzter Korrelationskoeffizienten mit der Null-Hypothese  $H_0 : \rho_1 = \rho_2$  wird die Formel:

$$\hat{z} = \frac{|z_1 - z_2|}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}} \quad (3.2.7)$$

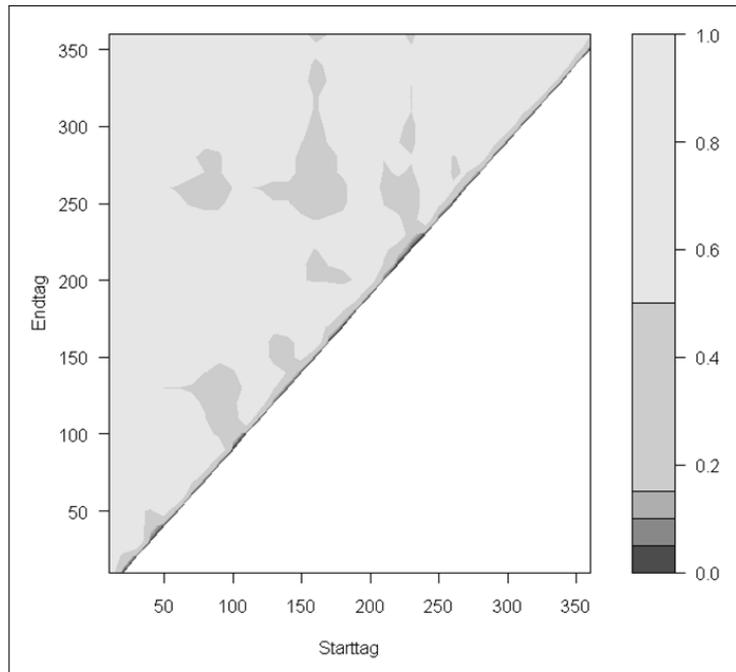
verwandt, wobei  $\hat{z}$  asymptotisch normalverteilt ist (Sachs, 1992, S.541ff.).

#### 3.2.2.1 Vergleich von verschiedenen Orten

Unterscheiden sich zwei Orte, an denen eine Wettergröße gemessen wird, bei einem ausreichend langen Beobachtungszeitraum nicht signifikant in ihrer Korrelation zu einem Feldbestand eines dritten Ortes, so liegt die Annahme nahe, dass die beiden Wetterstationen in gleicher Weise geeignet sind, den Feldertrag mit Hilfe eines Wetterderivates abzusichern. Die Differenz zwischen den beiden Korrelationskoeffizienten ist somit ein Indikator für die Änderung des geographischen Basisrisikos. Unterscheiden sich die Korrelationskoeffizienten stark, so ist es relevant, an welcher Station das Wetterderivat abgeschlossen wird. Diese Unsicherheit bezieht sich allerdings nur auf die Stärke des mathematischen Zusammenhanges und somit auf die Effektivität des Instrumentes. Eine Absicherung kann gegebenenfalls in beiden Fällen durch ein Wetterderivat erfolgen, da ein signifikant von Null verschiedener Korrelationskoeffizient vorliegen kann.

Abbildung 3.2.3 zeigt den Vergleich der Korrelationskoeffizienten zwischen den Wetterstationen Bremen und Hamburg mit dem Feldertrag in Bremervörde. Es fällt auf, dass in den

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten



**Abbildung 3.2.3: Irrtumswahrscheinlichkeit für den Vergleich der Wetterstationen Bremen und Hamburg**

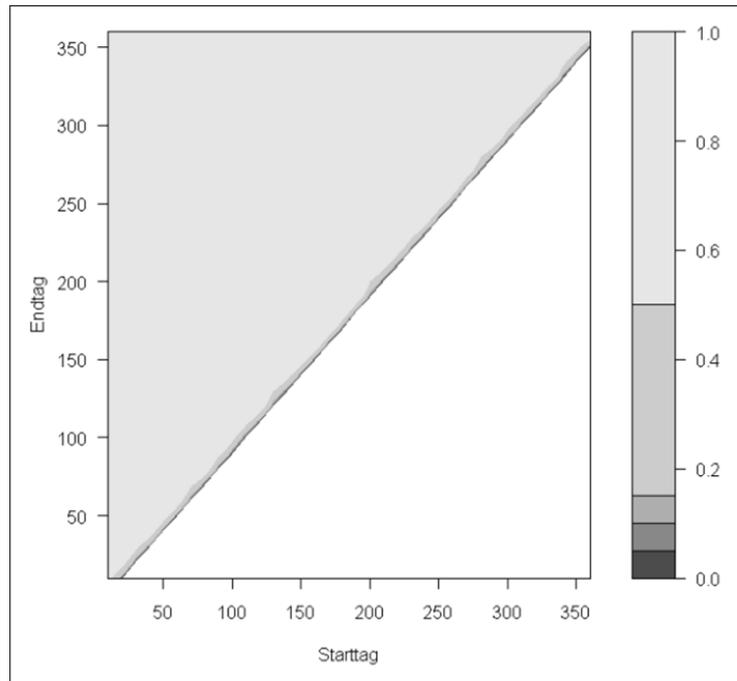
Quelle: Eigene Darstellung

meisten Fällen erst bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von über 50% die Nullhypothese abzulehnen ist, die Gleichheit der Korrelationskoeffizienten also nicht verworfen wird. Das spricht dafür, dass es relativ unerheblich ist, ob man in Hamburg oder in Bremen das Wetterderivat für den Feldbestand in Bremervörde abschließt. Deutlich anders sieht dieses Ergebnis für die in Abbildung A-3 dargestellten Signifikanzniveaus im Vergleich zwischen Bremen und Hannover aus. Hier ist eine große Fläche vorhanden, in der die Nullhypothese bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 15% abgelehnt wird.

#### 3.2.2.2 Vergleich verschiedener Zeiträume

Wird die Niederschlagssumme über einen Zeitraum von mehreren Monaten berechnet und daraus der Korrelationskoeffizient zum Feldertrag bestimmt, dann sollte sich dieser nicht wesentlich von dem unterscheiden, der über den gleichen Zeitraum zuzüglich eines Tages berechnet wurde (für den Beweis siehe Anhang A-4). Vergrößert man kontinuierlich den zusätzlich aufaddierten Zeitraum, so werden irgendwann die Korrelationskoeffizienten nicht mehr signifikant gleich sein. Dieses kann zwei Ursachen haben. Entweder ist das Verhältnis zwischen dem zur Korrelationsbildung herangezogenen Zeitraum und des zuaddierten Zeitraumes zu klein geworden, sodass die zusätzlich aufaddierte Niederschlagssumme einen signifikanten Einfluss auf die Korrelation hat. Dieser zusätzlich aufaddierte Zeitraum ist interessant, da er Aufschluss darüber gibt, inwieweit eine witterungsbedingte Verschiebung

### 3.2 Bewertung von Wetterderivaten unter Verwendung der Korrelation



**Abbildung 3.2.4: Irrtumswahrscheinlichkeit bei einem Tag zusätzlicher Niederschlagskumulation (Bremen)**

Quelle: Eigene Darstellung

des Vegetationszeitraumes das Wetterderivat beeinflusst. Die zweite Möglichkeit für einen signifikanten Unterschied zwischen den Korrelationskoeffizienten besteht darin, dass sich der Einfluss der Niederschlagssumme auf den Feldertrag tatsächlich ändert. In beiden Fällen unterliegt der Korrelationskoeffizient einer gewissen Trägheit aufgrund der „Basissumme“ der Niederschläge.

Auch wenn in Deutschland die erwarteten Niederschlagsmengen in den Jahreszeiten variieren (vgl. Schmitz, 2007, S.103ff.), so sind extreme Niederschlagsereignisse als sehr unwahrscheinlich anzusehen, bei denen beispielsweise in wenigen Tagen die Niederschläge eines ganzen Jahres fallen. Aus diesem Grund wird davon ausgegangen, dass der Niederschlag eines weiteren Tages die Gesamtsumme der Niederschläge nicht ausschlaggebend beeinflusst.

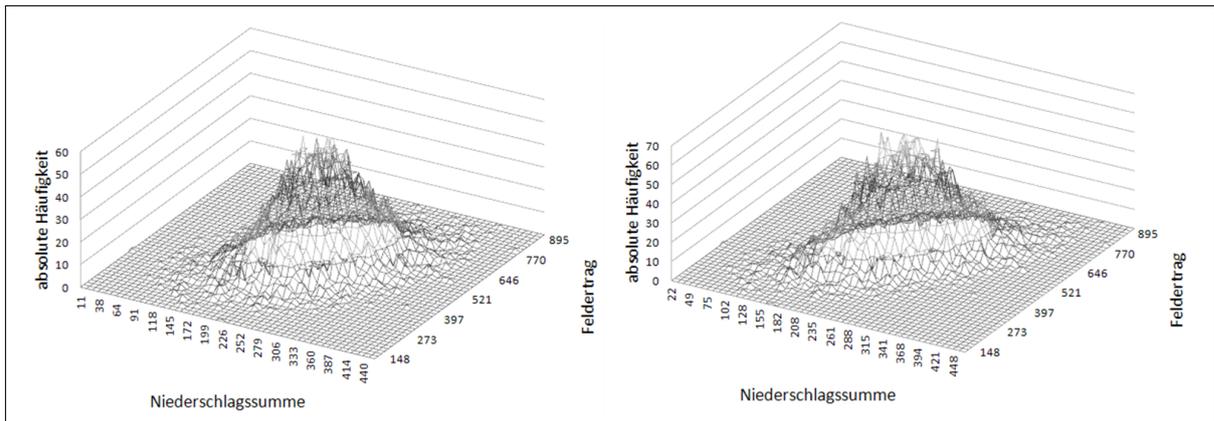
In Abbildung 3.2.4 ist zu erkennen, dass eine zusätzliche Verlängerung der Kumulationszeit um einen Tag nur in den Randbereichen bei kurzen Basiszeiten eine geringe Minderung der Irrtumswahrscheinlichkeit auf 60-80% zu beobachten ist. Somit ist die Verschiebung des Abschlusszeitraumes eines Wetterderivates um einen Tag irrelevant für die Wirkung des Derivates. Die Abbildungen in A-5 zeigen die Diagramme für 14 bzw. 28 zusätzlich aufaddierte Tage. Dabei ist deutlich zu erkennen, wie in einigen Bereichen zunehmend weniger davon ausgegangen werden kann, dass die Koeffizienten gleich sind. Dieses führt dazu, dass es nicht mehr irrelevant ist, ob ein Monat mehr oder weniger in die Kumulationsperiode des Niederschlages mit einbezogen wird.

#### 3.2.3 Eignung von Modellen

Wetterderivate sind von ihrer Grundkonstruktion im einfachen Fall Instrumente mit einer linearen Auszahlungsstruktur, weshalb es naheliegt, nach linearen Zusammenhängen in den Daten zu suchen. Korrelationskoeffizienten bestimmen den Grad und die Stärke des linearen Zusammenhanges zwischen zwei Variablen, weshalb hochkorrelierte Wetter- und Ertragsvariable besonders gut für die Absicherung durch ein Derivat geeignet sind. Die Analyse des Zusammenhanges der Kartoffelerträge und den Niederschlagsdaten zeigt auf, dass es über weite Strecken des Jahres signifikant von Null verschiedene Korrelationskoeffizienten gibt und somit eine Absicherung durch ein Wetterderivat zur Diversifikation des Anbauportfolios beitragen kann. Der Vergleich der herangezogenen Wetterstationen in Bremen und Hamburg macht deutlich, dass es relativ unerheblich erscheint, an welchem der beiden Orte das Wetterderivat für den mittig dazwischenliegenden Anbauort abgeschlossen wird. Hannover weist, verglichen mit den anderen Orten, über weite Strecken wesentlich geringere Korrelationskoeffizienten auf, auch wenn diese noch bei einer relativ hohen Irrtumswahrscheinlichkeit als gleich angesehen werden. Der Vergleich der Korrelationskoeffizienten von Bremen mit den zusätzlichen Niederschlägen weiterer Tage zeigt, dass die Wahl des Zeitraumes, über den das Wetterderivat abgeschlossen wird, relativ stabil ist. Bei einem zusätzlich aufaddierten Zeitraum von einem Monat sollte nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die Korrelationskoeffizienten signifikant gleich sind. Somit können Wetterderivate, deren Preis die faire Prämie nicht wesentlich übersteigt, als sinnvolles Risikomanagementinstrument in der Landwirtschaft eingesetzt werden, da sie zur Diversifikation des Gesamtportfolios beitragen. Der geringe Stichprobenumfang der Untersuchung und die Analyse nur eines Anbauortes schränkt die Aussagekraft ein. Sollte aber beispielsweise ein nicht linearer Zusammenhang den Feldertrag mit den Niederschlägen verbinden, so stellt die Annahme der Linearität weiterhin eine Approximation der wahren Umstände dar. Kritisch zu hinterfragen ist natürlich ein unkorrelierter Preis, da letztendlich natürlich eine Stabilisierung des Deckungsbeitrages im Interesse des Landwirts liegt. Dem stehen zwei Punkte entgegen. Preise für Kartoffeln können über den Warenterminmarkt abgesichert werden und somit das Preisrisiko ausgeschlossen werden. Des Weiteren werden Kartoffeln häufig über Lieferverträge abgesetzt. Dadurch ist eine Vertragsmenge festgelegt, die ggf. über den Markt eingekauft werden muss. Somit kann eine reine Mengenabsicherung durchaus interessant sein.

Um den Einfluss unterschiedlich hoher Korrelationskoeffizienten auf den absichernden Effekt eines Wetterderivates aufzuzeigen, soll ein einfaches Modell aufgebaut und anschließend ausgewertet werden. In diesem wird ein fiktiver kumulierter Niederschlag für einen nicht näher spezifizierten Zeitraum mit einem ebenfalls fiktiven Feldertrag verbunden. Anschließend ist der Grad der Abhängigkeit zu variieren, um die Veränderungen aufzuzeigen. Ausgegangen wird von einem normalverteilten Niederschlag mit einem Erwartungswert von 250 mm zusammen mit einer Standardabweichung von 50 mm Niederschlag. Für den Fel-

### 3.2 Bewertung von Wetterderivaten unter Verwendung der Korrelation



**Abbildung 3.2.5: Gemeinsame Verteilung von Niederschlagssumme und Feldertrag**

Quelle: Eigene Darstellung; links mit Koeffizienten von 0,42, rechts mit Koeffizienten von 0,61

**Tabelle 3.3: Simulierte Werte des Korrelationsmodelles für Kartoffeln**

Koeffizient (Alpha/Korrel)		Ohne Derivat	Korrel 0,61	Korrel 0,42	Korrel 0,19
Erlös mit WD	Mittelwert (€)	2200	2200	2200	2200
	Standardabw. (€)	402	342	373	395
Anzahl Derivate			7,15	4,93	2,15
Prämie (€)			142,78	98,34	42,91

Quelle: Eigene Berechnungen

dertrag wird bei gleicher Verteilungsannahme ein Mittelwert von 550 dt und eine Standardabweichung von 100 dt angesetzt, was in etwa einem Kartoffelertrag entsprechen könnte. Als Preis für die Feldkultur werden vier Euro angesetzt. Der Vergleich findet auf Basis der Erlöse statt, sodass keine Kosten abseits der Prämie für die Wetterderivate berücksichtigt werden. Wetterderivate können in diesem Modell mit einem Strike Level von 250 mm (Mittelwert) zur fairen Prämie erworben werden. Die Verteilungen werden mit Hilfe der Korrelation verbunden und anschließend wird die Höhe des Koeffizienten variiert. Ausgewertet werden jeweils 10.000 Paarungen zwischen Niederschlag und Feldertrag, wobei die Verteilung der Realisationen für zwei verschiedene Korrelationskoeffizienten in Abbildung 3.2.5 dargestellt sind.

Aus Gründen der einfacheren Umsetzung soll eine Optimierung der eingesetzten Wetterderivate durch die Minimierung der Varianz erfolgen. Da es sich um ein fiktives Modell handelt wird weiter davon ausgegangen, dass alle Zahlungen am selben Tag erfolgen, sodass Zinseffekte vernachlässigt werden können. Die Ergebnisse der Modelle sind in Tabelle 3.3 (oberer Teil) zusammengefasst. Da die Wetterderivate zur fairen Prämie angeboten werden, ist der Erwartungswert in allen Simulationen mit 2.200 € identisch. Wird ein Korrelationskoeffizient von 0,61 unterstellt, so kann die Standardabweichung im Beispiel um sechzig Euro reduziert werden. Mit sinkendem Korrelationskoeffizienten nähert sich die Standardabwei-

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten

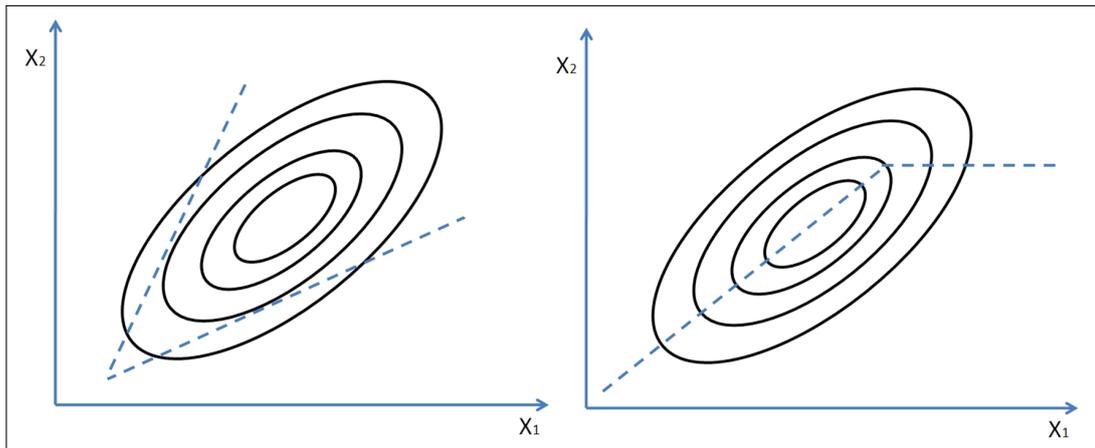
chung zunehmend der ohne Absicherung an.

Die Analyse der Korrelationskoeffizienten in den vorherigen Abschnitten zeigt auf, dass es einen Zusammenhang zwischen den Niederschlägen und dem Feldertrag zu geben scheint, weshalb dieser auch in verschiedenen Modellen unterstellt wird. Dieses verwundert auch nicht weiter, da Wasser zu den essenziellen Produktionsfaktoren in der Landwirtschaft gehört, weshalb eine Scheinkorrelation auszuschließen ist. Allerdings ist darüber nachzudenken, ob der unterstellte lineare Zusammenhang geeignet ist, das gemeinsame Verhalten der Variablen darzustellen. Zwar unterstellt MAYER – aufbauend auf dem VON LIEBIG „Gesetz des Minimums“ – einen linearen Zusammenhang (Schilling und Kerschberger, 2000, S.227ff.). Diesem Ergebnis widerspricht ein von MITSCHERLICH durchgeführter Gefäß- und Feldversuch, der das „Gesetz vom abnehmenden Ertragszuwachs“ aufzeigt (Schilling und Kerschberger, 2000, S.227ff.). Ebenso führen jahreszeitlich unterschiedliche Niederschlags-erwartungen (Schmitz, 2007, S.103) zusammen mit einem vegetationsabhängigen Wasserbedarf (vgl. Abschnitt 3.1) zu unterschiedlichen Einflüssen der Niederschläge auf die optimale Pflanzenentwicklung.

Des Weiteren stellt sich die Frage, ob sich ein nicht signifikanter Korrelationskoeffizient eines bestimmten gewählten Zeitraumes, durch das zusätzliche Addieren der Niederschläge eines einzigen Tages zu einem signifikanten Korrelationskoeffizienten führen kann. Da die rein schematische Analyse der Korrelationskoeffizienten auch nur den mathematischen Zusammenhang zwischen den Variablen darstellt und nicht auf den sachlogischen Zusammenhang eingeht, sollte die Auswahl des „optimalen“ Abschlusszeitraumes auch auf theoretischen Überlegungen beruhen. Da die Kartoffel nach dem Pflanzen auf eingelagertes Wasser zurückgreifen kann und vor der Ernte abstirbt (vgl. Abschnitt 3.1), sollen sich die weiteren Analysen auf den Zeitraum von Mai bis August erstrecken. Für eine praktische Umsetzung ist zu vermuten, dass standardisierte Produkte, die die Transaktionskosten senken, vermutlich nur über ganze Monate abgeschlossen werden. Deshalb sollen nur volle Monate zur Auswertung herangezogen werden.

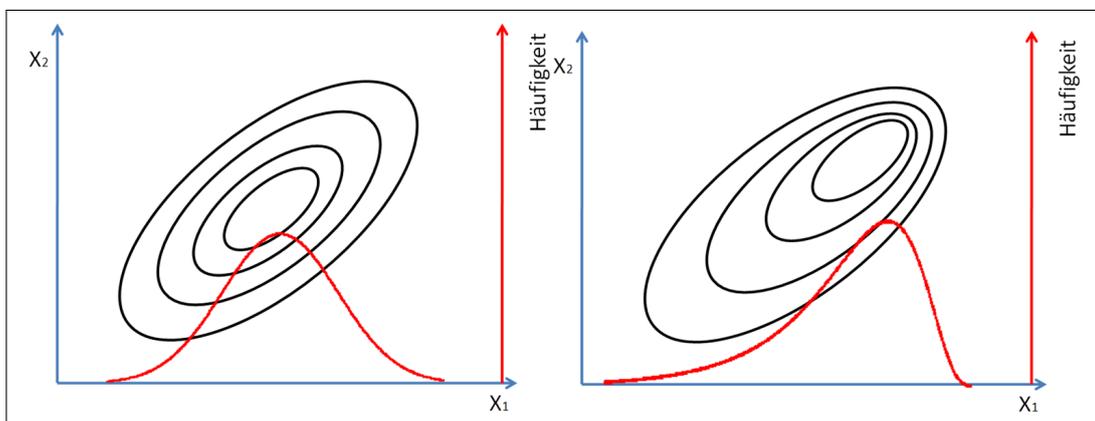
Basiert das Modell zur Bewertung von Wetterderivaten auf Korrelationskoeffizienten, so ist dieses mit einigen Beschränkungen verbunden. So unterstellt das Korrelationskonzept einen linearen Zusammenhang zwischen den Variablen, benötigt normalverteilte Ränder für exakte Ergebnisse und führt zu einer elliptisch verteilten Punktwolke der Wertepaare (vgl. Abbildung 3.2.6 und Abbildung 3.2.7). Dass der Zusammenhang zwischen den Niederschlägen und dem Feldertrag nicht zwangsläufig linear sein muss, zeigen die Versuche von MITSCHERLICH (vgl. oben). Sowohl Erträge als auch Niederschläge können streng genommen auch keiner Normalverteilung entstammen, da diese die Realisation von negativen Werten zulässt, aber sowohl Niederschläge als auch Erträge nicht negativ werden können. STARP rechnet hierfür allerdings anhand eines Beispiels vor, dass die Wahrscheinlichkeit negativer Realisationen bei Erträgen gering genug sei, um sie vernachlässigen zu können (Starp, 2006,

### 3.2 Bewertung von Wetterderivaten unter Verwendung der Korrelation



**Abbildung 3.2.6: Unterstellte Abhängigkeiten**

Quelle: Eigene Darstellung; Durch Korrelation (links) keine untere Randabhängigkeit, (rechts) keine nicht linearen Verläufe darstellbar



**Abbildung 3.2.7: Unterstellte Abhängigkeiten in den Randverteilungen**

Quelle: Eigene Darstellung; links normalverteilte Ränder, rechts nicht normalverteilte Ränder

S.131). Trotzdem erscheinen hohe Abweichungen des Feldertrages vom Mittelwert nach unten wahrscheinlicher als die gleichen Abweichungen nach oben, weshalb auch schiefe Verteilungen in Betracht gezogen werden sollten. Die elliptische Verteilung der simulierten Werte ist ebenfalls problematisch. Leidet beispielsweise der Weizen unter Trockenheitsstress und erbringt somit einen geringen Feldertrag, so ist davon auszugehen, dass die Gerste in gleicher Weise leidet. Dieses ist eine Abhängigkeit im unteren Bereich der gemeinsamen Verteilungsfunktion, die mit einer elliptischen Werteverteilung nicht darstellbar ist. Somit stellt sich die Frage, inwieweit die Aussage eines korrelationsbasierten Modelles durch die Abweichungen zur realen Welt beeinflusst ist, und ob eine genauere Abbildung dieser zu relevanten Unterschieden in der Bewertung des Wetterderivates als risikoreduzierendes Instrument führt.

Eine mögliche Alternative neben linearen, quadratischen oder höherdimensionalen Funktionen bzw. gestuften Modellen (vgl. Berg, Schmitz und, Starp 2006; Vedenov und Barnett, 2004; Xu, Odening und Musshoff, 2008; Fuhrer et al., 2007) für die Richtung des Zusam-

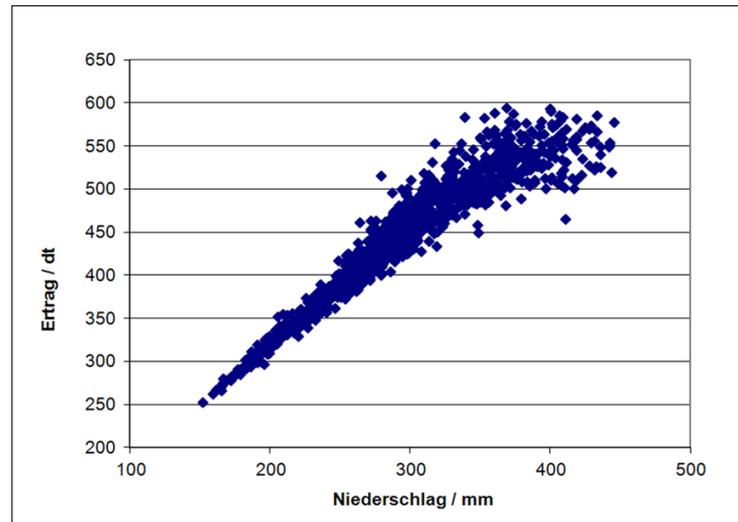
menhanges, zusammen mit einem aufaddierten Fehlerterm für die Stärke des Zusammenhanges können Copulafunktionen darstellen. Der Nachteil der kleinen Datensätze und somit geringen Freiheitsgrade für Parameterschätzungen bzw. Anpassungstests bleibt auch bei diesen Funktionen in gleicher Weise bestehen, weshalb gerade das Einbringen zusätzlicher theoriebasierter Informationen in die Abhängigkeitsstruktur besonders wichtig ist. Gerade dieses kann ein copulabasiertes Modell gegenüber einem korrelationsbasierten Modell leisten, da Copulae den Vorteil haben, dass die Randverteilungen unabhängig von der Abhängigkeitsstruktur zwischen den Variablen dargestellt, und über die Wahl des funktionalen Zusammenhanges weitere datenunabhängige Informationen eingebracht werden können.

## 3.3 Copula als Alternative zur Korrelation

Die Art und Weise, wie Variablen in einem Modell verbunden werden, hat einen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse. Ist von Extremereignissen auszugehen, wie beispielsweise simultane Verluste von Aktien in Wirtschaftskrisen, so sind starke Abhängigkeiten in den Rändern vorhanden, die nicht mit Hilfe der Korrelationskoeffizienten abgebildet werden können. SAVU und TREDE sehen in dem Copulakonzept ein „[...] powerful tool to create more flexible and more realistic multivariate distributions[...]“ (Savu und Trede, 2006, S.1) z.B. im Vergleich zur multivariaten Normal- oder t-Verteilung. Dieses Konzept erlaubt es, die Abhängigkeitsstruktur zwischen den Variablen unabhängig von den Randverteilungen zu beschreiben, wodurch einige der Nachteile der Korrelation überwunden werden können (Härdle, 2009, S.6). Dabei stehen viele verschiedene Copulafamilien zur Verfügung, um die Abhängigkeiten zwischen den Variablen zu beschreiben, wodurch die Copula auf annähernd jede Situation angepasst werden kann (vgl. Abbildung 3.3.1).

### 3.3.1 Definition einer Copula

Angenommen es liegen zwei Zufallsvariablen  $X_1$  und  $X_2$  vor, deren Verteilungsfunktionen ( $G(x_1) = \mathbb{P}[X_1 \leq x_1]$  und  $H(x_2) = \mathbb{P}[X_2 \leq x_2]$ ) die Wahrscheinlichkeit beschreiben, dass ein Wert kleiner oder gleich einem Grenzwert ist. Weiter gäbe es eine gemeinsame Verteilungsfunktion ( $F(x_1, x_2) = \mathbb{P}[X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2]$ ). In diesem Fall können jeder Wertekombination  $(x_1, x_2)$  drei Werte zugeordnet werden ( $F(x_1, x_2); G(x_1); H(x_2)$ ), die alle im Intervall  $[0, 1]$  liegen. Jedes Wertepaar  $(x_1, x_2)$  führt zu einem Punkt in der quadratischen Ebene  $[0, 1] \times [0, 1]$  mit den Koordinaten  $(G(x_1), H(x_2))$ , dem ein Wert in der dritten Dimension ( $F(x_1, x_2)$ ) zugeordnet werden kann. Die Funktion, die den Zusammenhang zwischen dem Wert einer gemeinsamen Verteilungsfunktion und denen der individuellen Funktionen herstellt, wird als Copula bezeichnet (Nelsen, 1999, S.4).



**Abbildung 3.3.1: Modellierung eines fiktiven Ertrages mit abnehmendem Zuwachs**

Quelle: Eigene Darstellung; Verwendung einer Clayton Copula mit dreiecksverteilten Rändern

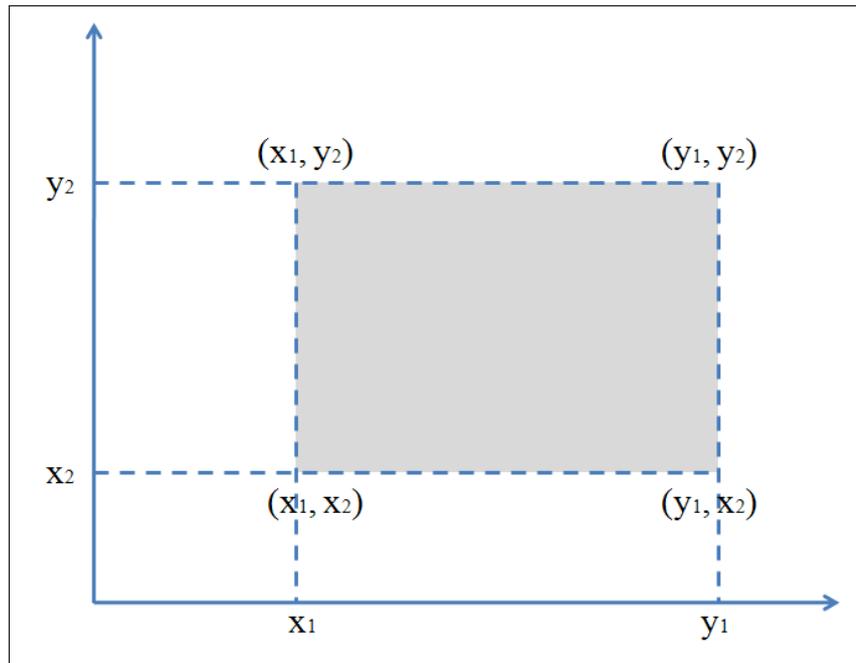
Im Folgenden werden einige mathematischen Grundlagen aufgeführt, die zur Definition einer Copulafunktion benötigt werden. Sei  $\mathbf{R}$  das Intervall  $[-\infty; \infty]$  und  $\mathbf{R}^n$  mit  $n \in \mathbb{N}$  ein  $n$ -dimensionaler Raum  $(R \times R \times \dots \times R)$ , dann können mit dem Vektor  $\vec{x}^i = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  Punkte in diesem beschrieben werden. Ist ein zweiter Vektor  $y^i$  in gleicher Weise definiert, so beschreibt jedes Element des Vektors einen zweiten Punkt auf jeder Achse des Vektorraumes. Wenn für alle  $k \in \{1, \dots, n\}$   $x_k \leq y_k$  gilt, dann ist  $\vec{x} \leq \vec{y}$ . Aus diesen Punkten ergibt sich ein Volumen, das für den zweidimensionalen Fall und eine Funktion des Flächeninhaltes in Abbildung 3.3.2 dargestellt ist. Die Eckpunkte sind durch das kartesische Produkt ( $B$ ) gegeben mit  $B = [\vec{x}; \vec{y}] = [x_1; y_1] \times [x_2; y_2]$ . Das Volumen ( $V_F(B)$ ) berechnet sich im bivariaten Fall für den funktionalen Zusammenhang  $F$  als:

$$V_F(B) = F(y_1; y_2) - F(y_1; x_2) - F(x_1; y_2) + F(x_1; x_2) \quad (3.3.1)$$

Dabei kann  $F$  eine beliebige Funktion sein. Allgemein gilt, dass eine  $n$ -wertige reelle Funktion  $F^n = F(x_1, \dots, x_n)$  als  $n$ -wertig steigend bezeichnet wird, wenn für alle  $B$ , mit den Kanten aus dem Definitionsbereich ( $\mathbf{R}^n$ ),  $V_{F^n}(B) \geq 0$  gilt. Eine  $n$ -wertig steigende Funktion ist dabei allerdings nicht gleichzusetzen mit einer in jedem Element nicht fallenden Funktion. Beispielsweise fällt die Funktion  $F(x, y) = \max(x, y)$  weder mit steigendem  $x$  noch  $y$ , hat aber für  $I = [0, 1]$  das Volumen von  $V_F(I^2) = -1$ . Eine  $n$ -dimensionale Copulafunktion  $C^n$ , die den Definitionsbereich  $I^n$  und den Wertebereich  $I$  hat, muss  $n$ -wertig steigend sein und somit die Bedingung  $V_{C^n}([u; v]) \geq 0$  erfüllen, wobei die Vektoren  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  aus  $I^n$  stammen und  $\vec{u} \leq \vec{v}$  gelte (Schulz, 2008, S.226ff.; Nelsen, 1999, S.5ff.).

Eine weitere Bedingung an die Copulafunktion besteht darin, dass sie geerdet (oder grounded) sein muss. Es sei  $a_1$  der kleinste Wert in  $S_1$ , analog  $a_2$  in  $S_2$  sowie die bivariate Funktion

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten



**Abbildung 3.3.2: Volumen im zweidimensionalen Raum**

Quelle: Eigene Darstellung

$F(x_1, x_2)$  gegeben. Der Definitionsbereich von  $F$  sei  $S_1 \times S_2$  und der Wertebereich  $\mathbf{R}$ , dann wird die Funktion als geerdet bezeichnet, wenn sie für alle  $(x_1, x_2)$  in  $S_1 \times S_2$  die Form  $F(x_1, a_2) = 0 = F(a_1, x_2)$  annimmt. Da eine Copulafunktion in  $I^n = [0, 1]^n$  definiert ist und somit 0 die kleinste mögliche Realisation von  $u_i$  aus  $\vec{u}$  sein kann, muss die Funktion  $C^n(\vec{u}) = 0$  sein, falls mindestens ein  $u_i$  gleich 0 ist. Ist hingegen  $b_1$  die größte Realisation in  $S_1$  und analog  $b_2$  in  $S_2$ , dann hat die Funktion  $F(x_1, x_2)$  Ränder, die den Funktionen  $G(x_1)$ ,  $H(x_2)$  entsprechen. Es gilt dann für alle  $x_1$  in  $S_1$ , dass  $F(x_1, b_2) = G(x_1)$  und für alle  $x_2$  in  $S_2$ , dass  $F(b_1, x_2) = H(x_2)$ . Für die Copulafunktion bedeutet dieses, wenn alle  $\vec{u}$  ausgenommen  $u_i$  gleich 1 sind, dann ist der Funktionswert der Copulafunktion  $C^n(\vec{u}) = u_i$ . Diese beiden Bedingungen sind intuitiv anhand der Wahrscheinlichkeitsfunktionen nachzuvollziehen. Wenn ein Ereignis  $x_i$  eine Eintrittswahrscheinlichkeit von Null hat, dann können mehrere verschiedene Ereignisse, von denen  $x_i$  eines ist, gleichzeitig auch nur mit einer Wahrscheinlichkeit von Null eintreten. Auf der anderen Seite, wenn alle Ereignisse außer einem mit Sicherheit eintreten, dann bestimmt die Wahrscheinlichkeit, mit der dieses eine eintritt, die Wahrscheinlichkeit für ein gemeinsames Eintreten aller Ereignisse (Schulz, 2008, S.226ff.; Nelsen, 1999, S.5ff.).

Zusammengefasst ist eine (n-dimensionale) Copula Funktion definiert als eine Funktion  $C^n : I^n \rightarrow I$  mit den Eigenschaften:

1. Für jedes  $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  aus  $I^n$  gilt:
  - $C^n(\vec{u}) = 0$ , falls mindestens ein Element aus  $\vec{u}$  gleich 0 ist ( $C^n$  ist geerdet)

- $C^n(\vec{u}) = u_i$ , falls alle Elemente außer dem i-ten gleich 1 sind ( $C^n$  hat Ränder)

2. Für jedes  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  aus  $I^n$  mit  $\vec{u} \leq \vec{v}$  gilt:  $V_{C^n}([u; v]) \geq 0$

**Eigenschaften:**

Eine Copula kann als eine n-dimensionale Verteilungsfunktion verschiedener  $[0, 1]$  - gleichverteilter Ränder interpretiert werden (Schulz, 2008, S.229f.), wobei es diese Funktion nach dem Theorem von SKLAR für jede n-dimensionale gemeinsame Verteilungsfunktion  $F^n$  mit den eindimensionalen Rändern  $F_1, \dots, F_n$  – mit  $F_i(x_i) = \mathbb{P}(X_i \leq x_i) = \mathbb{P}(X_1 \leq \infty, \dots, X_i \leq x_i, \dots, X_n \leq \infty)$  – gibt (Sklar, 1973, S.449):

$$F^n(x) = C^n(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) = C^n(u_1, \dots, u_n) \tag{3.3.2}$$

Ein Vorteil dieser Funktion liegt darin, dass die Copulafunktion von streng monotonen Transformationen der Randverteilungen unbeeinflusst bleibt. Sind beispielsweise  $\zeta_1, \dots, \zeta_n$  streng monoton steigende Funktionen, dann sind die Funktionen  $C^n_{\zeta_1(X_1)\zeta_2(X_2)\dots\zeta_n(X_n)} = C^n_{X_1X_2\dots X_n}$  identisch (Schulz, 2008, S.233). Weiterhin ist die Copulafunktion auf die sogenannten Fréchet-Hoeffding-Grenzen beschränkt, die aus der oberen und unteren Grenze bestehen. Da für jede Copula die Bedingung  $C(u, v) \leq C(u, 1) = u$  sowie  $C(u, v) \leq C(1, v) = v$  gilt, folgt daraus als obere Grenze  $C(u, v) \leq \min(u, v)$ . Die untere Grenze lässt sich aus der Volumenbedingung ableiten. Dabei geht aus  $0 \leq V_C([u, 1] \times [v, 1]) = C(1, 1) - C(u, 1) - C(1, v) + C(u, v) = 1 - u - v + C(u, v)$  die Bedingung  $C(u, v) \geq u + v - 1$  hervor, was zusammen mit  $C(u, v) \geq 0$  zu der Untergrenze von  $C(u, v) \geq \max(u + v - 1, 0)$  führt (Nelsen, 1999, S.8f.). Für den n-dimensionalen Fall sind die Grenzen beschrieben, als:

$$\text{obere Grenze: } M^n(u) = \min(u_1, \dots, u_n)$$

$$\text{untere Grenze: } W^n(u) = \max(u_1 + \dots + u_n - n + 1, 0)$$

Aus den Grenzen resultiert die Fréchet-Hoeffding-Ungleichung, wonach jede Copulafunktion zwischen diesen Grenzen liegt:

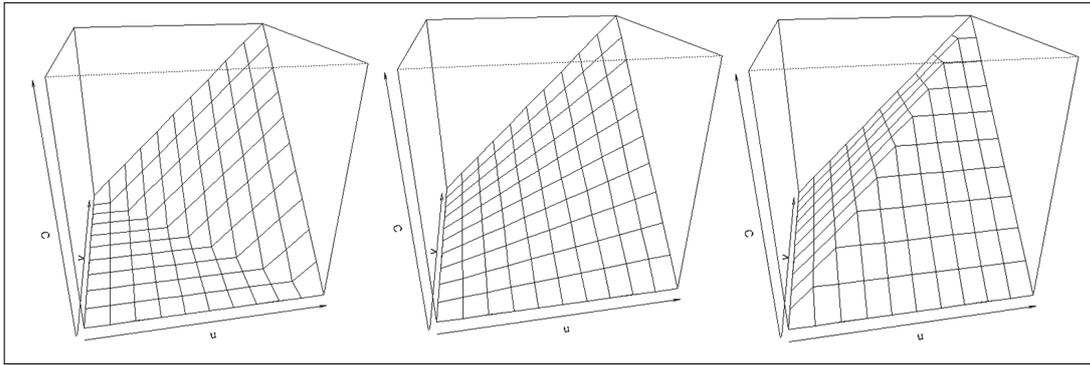
$$W^n(u) \leq C^n(u) \leq M^n(u) \tag{3.3.3}$$

Als eine weitere wichtige Copula ist die Produktcopula anzuführen, die unabhängige Ränder miteinander verbindet. Es gilt:

$$\text{Sind } X_1, \dots, X_n \text{ unabhängig} \Leftrightarrow C^n_{X_1, \dots, X_n} = \Pi^n \text{ bzw. im bivariaten Fall: } \Pi(u, v) = uv$$

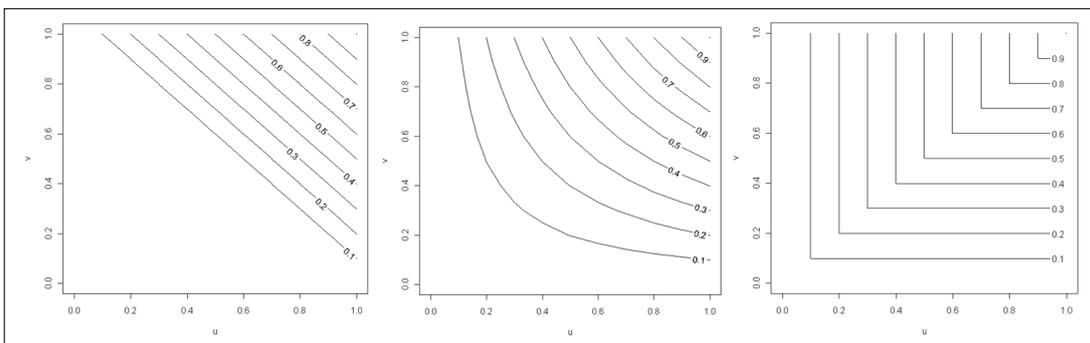
Anzumerken ist, dass die Produktcopula und die obere Fréchet-Hoeffding-Grenze für alle n Copulafunktionen darstellen, die Untergrenze allerdings nur für  $n = 2$  selber eine Copula

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten



**Abbildung 3.3.3: Graphen der Copulae M,Phi,W**

Quelle: Eigene Darstellung; von links nach rechts: M, Phi, W



**Abbildung 3.3.4: Konturendiagramme der Copulae M,Phi,W**

Quelle: Eigene Darstellung; von links nach rechts: M, Phi, W

ist (vgl. Schulz, 2008, S.233). Die Graphen dieser drei Funktionen – auch Simple Copulae genannt (Härdle, 2009, S.6) – werden häufig für den zweidimensionalen Fall<sup>3</sup> dargestellt, um die prinzipielle Struktur aufzuzeigen. Diese befinden sich in einem Eine-Einheit-Würfel mit  $I^3$  (Abbildung 3.3.3).

Konturendiagramme bilden einen weiteren einfachen Weg Copulafunktionen darzustellen. Auf den Achsen ist jeweils ein Rand abgetragen, und die Linien geben den Verlauf eines konstanten Copulawertes wieder (Abbildung 3.3.4).

#### Abhängigkeitsmaße:

Zur Beschreibung des Zusammenhanges, der zwischen Variablen besteht und der durch eine Copulafunktion abgebildet werden soll, gibt es unter anderem die Abhängigkeitsmaße Kendall's Tau und die Tail Dependence. Auf diese Abhängigkeitsmaße überträgt sich die Eigenschaft der monotonen Transformation von Copulafunktionen, weshalb auch diese unabhängig von den Rändern der Copula sind (Schulz, 2008, S.245).

*Kendall's Tau* ist ein Maß für die Stärke des monotonen Zusammenhanges zwischen zwei Variablen. Seien  $\vec{X}^1 = (X_1, \dots, X_n)$  und  $\vec{Y}^1 = (Y_1, \dots, Y_n)$  zwei Zufallsvektoren, dann ergeben

<sup>3</sup>Der zweidimensionale Fall besteht aus den zwei Elementen u und v. Die dritte Dimension in der Darstellung resultiert aus dem zugehörigen Copulawert.

sich für  $1 \leq i, j \leq n$  mit  $i \neq j$  insgesamt  $n(n-1)/2$  unterschiedliche Paarungen von  $(x_i, y_i)$  und  $(x_j, y_j)$ . Eine Paarung von  $(x_i, y_i)$  und  $(x_j, y_j)$  wird dabei als konkordant bezeichnet, wenn entweder gleichzeitig  $x_i < x_j$  und  $y_i < y_j$  oder wenn  $x_i > x_j$  und  $y_i > y_j$  gilt. Stehen die Paare hingegen mit  $x_i < x_j$  und  $y_i > y_j$  oder  $x_i > x_j$  und  $y_i < y_j$  im Verhältnis, gehen also hohe Werte der einen Variablen mit niedrigen der anderen einher, dann werden diese Paarungen als diskordant bezeichnet. Kendall's Tau ist dabei definiert durch die Anzahl der konkordanten ( $c_\tau$ ) und ( $d_\tau$ ) diskordanten Paare, als:

$$\tau = \frac{c_\tau - d_\tau}{c_\tau + d_\tau} = \frac{2(c_\tau - d_\tau)}{n(n-1)} \quad (3.3.4)$$

Dieses lässt sich auch als die Wahrscheinlichkeit für konkordante und diskordante Paare ausdrücken:

$$\tau = \mathbb{P}[(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) > 0] - \mathbb{P}[(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) < 0] \quad (3.3.5)$$

Tau nimmt dabei – identisch zur linearen Korrelation – Werte zwischen -1 und 1 an, wobei diese Werte für zugrunde gelegte Zufallszahlen mit gegenmonotonem und komonotonem Zusammenhang stehen. Nimmt Tau hingegen den Wert Null an, so lässt sich auf unabhängige Variablen schließen. Im Gegensatz zur linearen Korrelation, in die der Abstand zum Erwartungswert eingeht (vgl. Abschnitt 2.2.4), basiert Kendall's Tau nur auf der relativen Beziehung zwischen den Variablen und kann somit auch unabhängig von den Randverteilungen aus der Copulafunktion wie folgt berechnet werden (Nelsen, 1999, S.127):

$$\tau = Q(C_1, C_2) = 4 \int \int_{I^2} C_2(u, v) dC_1(u, v) - 1 \quad (3.3.6)$$

Dabei stellen  $C_1$  und  $C_2$  Copulafunktionen der Form  $F_1(x, y) = C_1(G(x), H(y))$  sowie  $F_2(x, y) = C_2(G(x), H(y))$  dar. Für den Beweis der Funktion sei auf NELSEN (Nelsen, 1999, S.126ff.) verwiesen.

Copulafunktionen ermöglichen es, Abhängigkeitsstrukturen zwischen den Variablen herzustellen, die nicht wie bei der bivariaten Normalverteilung in elliptisch geformten Streudiagrammen resultieren. Hierbei können, je nach Anforderung durch die reelle Situation, zusammenfallende (*Tail Dependence*) oder auseinanderfallende Werte (Fat-Tails) an den Rändern der gemeinsamen Verteilung generiert werden. Um die Stärke des Zusammenfallens von Werten an den Rändern zu messen, gibt es die sogenannten Tail Indizes ( $\lambda$ ) für den oberen sowie unteren Rand. Diese beschreiben die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in der einen Randverteilung ein Wert ( $U_1$ ) unterschritten (überschritten) wird, gegeben einen maximalen (minimalen) Wert ( $U_2$ ) in der anderen Randverteilung. Diese Bedingung ist formal für die unteren (lower) Ränder gegeben, durch:

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten

$$\lambda_L = \lim_{u \rightarrow 0^+} \mathbb{P}(U_1 \leq u \mid U_2 \leq u) = \lim_{u \rightarrow 0^+} \frac{\mathbb{P}(U_1 \leq u, U_2 \leq u)}{\mathbb{P}(U_2 \leq u)} = \lim_{u \rightarrow 0^+} \frac{C(u, u)}{u} \quad (3.3.7)$$

Diese Funktion nimmt im Falle perfekter Randabhängigkeiten, z.B. bei der Maximumcopula, den Wert 1 an, wohingegen bei perfekter Unabhängigkeit in den Rändern, wie sie die Produktcopula darstellt, die Funktion den Wert Null annimmt. Analog ist die Funktion für die oberen (upper) Ränder definiert als (Cherubini, Luciano und Vecchiato, 2004, S.42f.):

$$\lambda_U = \lim_{u \rightarrow 1^-} \mathbb{P}(U_1 > u \mid U_2 > u) = \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{\mathbb{P}(U_1 > u, U_2 > u)}{\mathbb{P}(U_2 > u)} = \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{1 - 2u + C(u, u)}{1 - u} \quad (3.3.8)$$

Da gerade die Möglichkeit der Variation der gemeinsamen Ränder einen wesentlichen Vorteil der Copulafunktionen beschreibt, stellen diese Funktionen ein bedeutendes Merkmal zur Charakterisierung der verschiedenen Copulafunktionen dar, von denen die gebräuchlichsten im Weiteren beschrieben werden sollen.

#### 3.3.2 Archimedische Copula Funktionen

Die Bedingungen für eine Copula Funktion (vgl. Abschnitt 3.3.1) können durch eine unüberschaubare Anzahl verschiedener Funktionen erfüllt werden, weshalb eine Einteilung der Funktionen in verschiedene Klassen sinnvoll erscheint. Diese wird mit den Klassen der simplest-, elliptischen- und archimedischen Copula Familien vorgenommen (Härdle, 2009, S.6), wobei im Folgenden die letzte wegen ihrer Relevanz für die weitere Arbeit ausführlich behandelt werden soll.

Archimedische Copulae zeichnen sich durch ihre einfache Konstruierbarkeit, ihre große Vielfalt an zugehörigen Familien und durch ihre vielen nützlichen Eigenschaften aus (Nelsen, 1999, S.89), weshalb sie in der Praxis zunehmend beliebter werden (Schulz, 2008, S.255). Der Einfachheit halber sollen die Funktionen anhand von einparametrischen bivariaten archimedischen Copula Funktionen dargestellt werden, bevor eine weitere Verallgemeinerung erfolgt.

Es sei  $\rho$  eine stetige und streng monoton abnehmende Funktion  $\rho : I \rightarrow [0; \infty]$  mit  $\rho(1) = 0$ , die sogenannte Pseudo-Inverse – oder Inverse, wenn  $\rho(0) = \infty$  – gegeben durch:

$$\rho^{[-1]}(x) = \begin{cases} \rho^{-1}(x) & \text{falls } 0 \leq x \leq \rho(0) \\ 0 & \text{falls } \rho(0) < x \leq \infty \end{cases} \quad (3.3.9)$$

Sei  $C^2$  eine bivariate Funktion von  $I^2$  nach  $I$  der Form:

**Tabelle 3.4: bivariate Copulafunktionen**

Name	$C_{\alpha}^2(u, v)$	$\rho_{\alpha}(u)$	$\alpha \in$
Clayton	$\max\left([u^{-\alpha} + v^{-\alpha} - 1]^{\frac{-1}{\alpha}}, 0\right)$	$\frac{1}{\alpha}(u^{-\alpha} - 1)$	$[-1; \infty) \setminus \{0\}$
Gumble	$\exp\left(-\left[(-\ln(u))^{\alpha} + (-\ln(v))^{\alpha}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right)$	$(-\ln(u))^{\alpha}$	$[1; \infty)$
Frank	$-\frac{1}{\alpha} \ln\left(1 + \frac{(e^{-\alpha u} - 1)(e^{-\alpha v} - 1)}{e^{-\alpha} - 1}\right)$	$-\ln\left(\frac{e^{-\alpha u} - 1}{e^{-\alpha} - 1}\right)$	$(-\infty; \infty) \setminus \{0\}$

Quelle: Schulz, 2008, S.258

$$C^2(u, v) = \rho^{[-1]}(\rho(u) + \rho(v)) \quad (3.3.10)$$

dann erfüllt diese Funktion die Bedingungen der Erdung und der Ränder für eine Copulafunktion (vgl. Abschnitt 3.3.1). Da diese Funktion, sofern sie konvex ist, ebenfalls die Volumenbedingung erfüllt und somit zweiwertig steigend ist, lässt sich darauf schließen, dass die Formel 3.3.10 eine Copulafunktion darstellt. Die Funktion  $\rho$  wird dabei als Generatorfunktion bezeichnet (Schulz, 2008, S.256f.). Als Beispiel kann die Funktion  $\rho(x) = -\ln(x)$  mit der Inversen  $\rho^{-1}(x) = \exp(-x)$  angeführt werden. Nutzt man die Generatorfunktionen, um die Copulafunktion zu beschreiben, so resultiert daraus die Produktcopula (Nelsen, 1999, S.92):

$$C^2(u, v) = \exp(-[(-\ln(u)) + (-\ln(v))]) = uv = \prod(u, v) \quad (3.3.11)$$

Die geläufigsten einparametrischen bivariaten Copulae sind die Clayton, Gumble und Frank Copula, deren Formen in Tabelle 3.4 aufgezeigt sind. Dabei stellt  $\alpha$  den Copulaparameter dar, durch den sich verschiedene Abhängigkeiten der Zufallsvariablen modellieren lassen. Damit die Funktionen der Definition einer Copula entsprechen kann es notwendig sein, den Definitionsbereich für  $\alpha$  einzuschränken. Weitere mögliche Funktionen sind beispielsweise bei NELSON (Nelsen, 1999, S.94ff.) gelistet, wobei auch diese Listung nicht alle möglichen Copulae erfasst.

Archimedischen Copulafunktionen erfüllen Eigenschaften bezüglich funktionaler Symmetrie und Assoziation. Sei  $C$  ein Repräsentant einer Archimedischen Copulafamilie mit dem Generator  $\rho$ , dann ist (Nelsen, 1999, S.93):

- $C$  symmetrisch, d.h.  $C(u, v) = C(v, u)$  für alle  $u, v \in [0; 1]$
- $C$  assoziativ, d.h.  $C(C(u, v), w) = C(u, C(v, w))$  für alle  $u, v, w \in [0; 1]$ .

Ein weiterer großer Vorteil der archimedischen Copulafunktionen liegt darin begründet, dass sich sowohl Kendall's Tau als auch die Tail Indizes aus den Generatorfunktionen direkt berechnen lassen. Sei dabei  $C_{\alpha}^2$  eine archimedische Copulafunktion und  $\psi$  die Menge aller

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten

stetigen, streng monoton fallenden und konvexen Funktion  $\rho$  von  $I$  nach  $[0; \infty]$  mit  $\rho(1) = 0$ . Dann reduziert sich die Berechnung von Kendall's Tau auf:

$$\tau = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\rho(u)}{\rho'(u)} du \quad (3.3.12)$$

Diese Formel ergibt für einige Copulafunktionen sogar geschlossene Lösungen, wie im Folgenden gezeigt werden wird, allerdings sorgt der Definitionsbereich des Copulaparameters  $\alpha$  dafür, dass zwangsläufig der Wertebereich von  $\tau$  eingeschränkt ist und somit nicht alle Copulafunktionen für beliebige Ausgangsdaten in Betracht kommen. Die Funktionen sind immer nur dann zur Modellierung einer Abhängigkeitsstruktur geeignet, wenn sich  $\tau$  in einem gegebenen Bereich befindet (Schulz, 2008, S.261).

Ebenso lassen sich die Tail Indizes, die zur Bestimmung der Stärke der Tail Dependence herangezogen werden, mit Hilfe der Generatorfunktionen vereinfachen. Es sei erneut  $C_\alpha^2$  eine bivariate, strikte archimedische Copulafunktion mit dem Generator  $\rho$  aus  $\psi$ , dann errechnen sich die obere ( $\lambda_u$ ) und untere Tail Dependence ( $\lambda_l$ ) als:

$$\lambda_u = 2 - 2 \lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{\rho^{-1}(2x)}{\rho^{-1}(x)} \right] \quad (3.3.13)$$

$$\lambda_l = 2 \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{\rho^{-1}(2x)}{\rho^{-1}(x)} \right] \quad (3.3.14)$$

Dabei stellt  $\rho^{-1}$  die Ableitung der inversen Generatorfunktion dar (Schulz, 2008, S.261).

Da die Graphen der Copulafunktionen zwischen der oberen und unteren Fréchet-Hoeffding-Grenze liegen<sup>4</sup>, lässt sich optisch kein großer Unterschied aus den Graphen der Copulafunktionen erkennen<sup>5</sup>. Mehr Aufschluss über die Eigenschaften bieten zum einen die obigen Koeffizienten, zum anderen die Streudiagramme und die Dichtefunktionen der Copulafunktionen.

Im Folgenden wird auf die Funktionen in Tabelle 3.4 detailliert eingegangen, wobei zur Beschreibung der Funktionen die Werte Kendall's Tau und die Tail Dependence herangezogen werden. Zur weiteren Veranschaulichung werden zudem die Streudiagramme und Dichtefunktionen herangezogen. In den Abbildungen sind deshalb jeweils zuerst die durch die Copulafunktion verbundenen Zufallszahlen  $U_1$  und  $U_2$  dargestellt. Die zweite Abbildung

<sup>4</sup>Mit Ausnahme der Clayton Copula für  $\alpha < 0$ . Da die Clayton Generatorfunktion für  $\alpha < 0$  nicht strikt ist, erklärt sich die positive Nullmenge für  $\alpha = -0,5$ . Eine Funktion gilt als strikt, wenn  $\rho(0) = \infty$  ist (Schulz, 2008, S.257; 260).

<sup>5</sup>Der Vergleich der Produktcopula (vgl. Abbildung 3.3.3, S.98) mit den Copulae im Anhang A-6 verdeutlicht die Problematik.

veranschaulicht den Zusammenhang für standardnormalverteilte Ränder und in der dritten und vierten Abbildung sind die zugehörigen Dichtefunktionen abgetragen, um einen besseren Eindruck über die Häufung der Werte zu erhalten. Dabei berechnet sich die Dichte unter der Voraussetzung, dass Copula  $C^n$  n-mal differenzierbar ist, als:

$$c^n(u_1, \dots, u_n) = \frac{\delta^n C^n(u_1, \dots, u_n)}{\delta u_1, \dots, u_n} \quad (3.3.15)$$

Für eine bivariate archimedische Copulafunktion lässt sich diese Gleichung mit Hilfe der Generatorfunktionen vereinfachen zu:

$$c_\alpha^2(u, v) = \frac{\delta^2 C_\alpha^2(u, v)}{\delta u \delta v} = -\frac{\rho''(C_\alpha^2(u, v)) \rho'(u) \rho'(v)}{(\rho'(C_\alpha^2(u, v)))^3} \quad (3.3.16)$$

Im Vergleich zur ersten Gleichung ist es mit der zweiten Gleichung möglich, die Dichtefunktion einer archimedischen Copula ohne eine partielle Ableitung der Gesamtfunktion zu errechnen, was in vielen Fällen zu deutlich geringerem Rechenaufwand führt (Schulz, 2008, S.262).

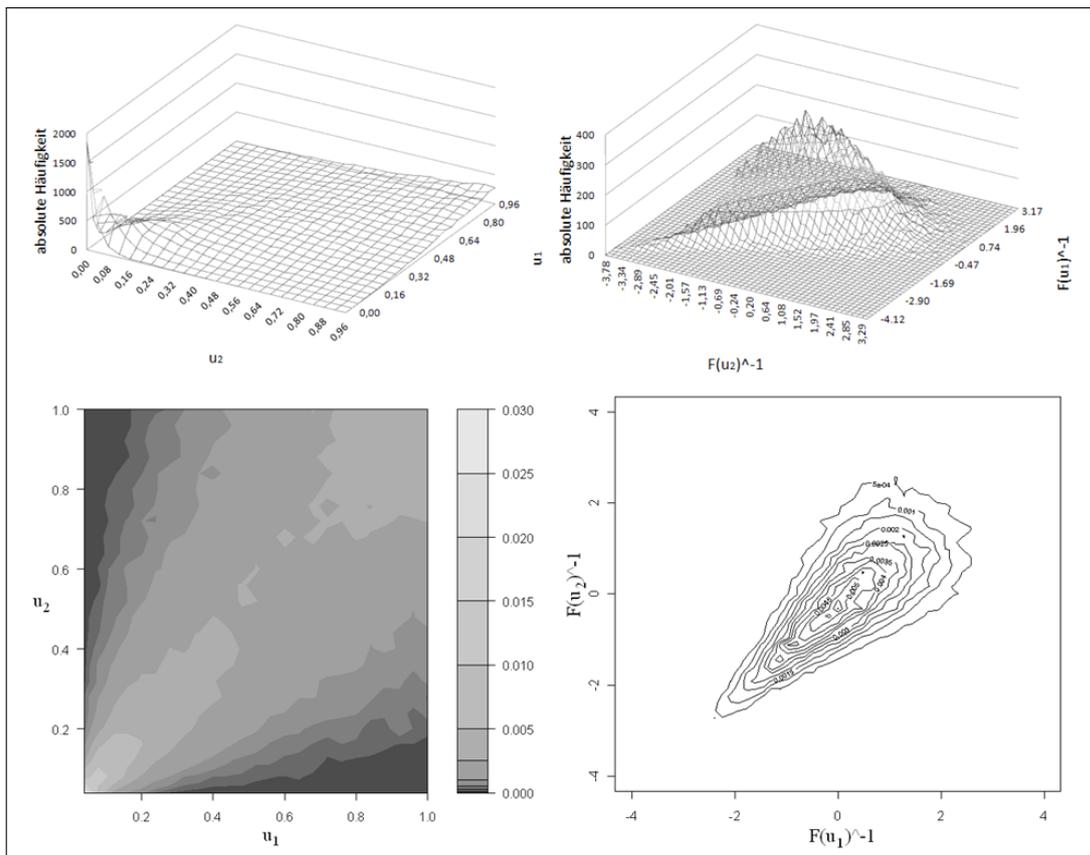
#### Clayton Copula:

Wie aus Tabelle 3.4 zu entnehmen ist, wird die Clayton Copula mit der Generatorfunktion  $\rho(u) = \frac{1}{\alpha}(u^{-\alpha} - 1)$  gebildet und ist für alle  $\alpha \in [-1; \infty) \setminus \{0\}$  definiert. Sie entspricht für  $\alpha \rightarrow \infty$  der Minimum-, für  $\alpha = -1$  der Maximum- und für  $\alpha \rightarrow 0$  der Produktcopula. Kendall's Tau errechnet sich als  $\tau = \frac{\alpha}{\alpha+2}$  und stellt somit in Abhängigkeit vom Copulaparameter eine stärkere oder schwächere Abhängigkeitsstruktur dar. Dabei ist Tau auf  $\tau \in [-1; 1] \setminus \{0\}$  beschränkt. Der Koeffizient der unteren Tail Dependence gibt sich als  $\lambda_l = 2^{-\frac{1}{\alpha}}$ , weshalb die Clayton Copula für  $\alpha > 0$  eine asymptotische Abhängigkeit im unteren Rand aufweist. Aus diesem Grund eignet sie sich besonders für die Darstellung von gemeinsam eintretenden Extremereignissen am unteren Ende der Verteilungen (Schulz, 2008, S.272). Die Abbildung 3.3.5 zeigt das Verhalten der Clayton Copula exemplarisch für ein  $\alpha = 2$  auf.

#### Gumble Copula:

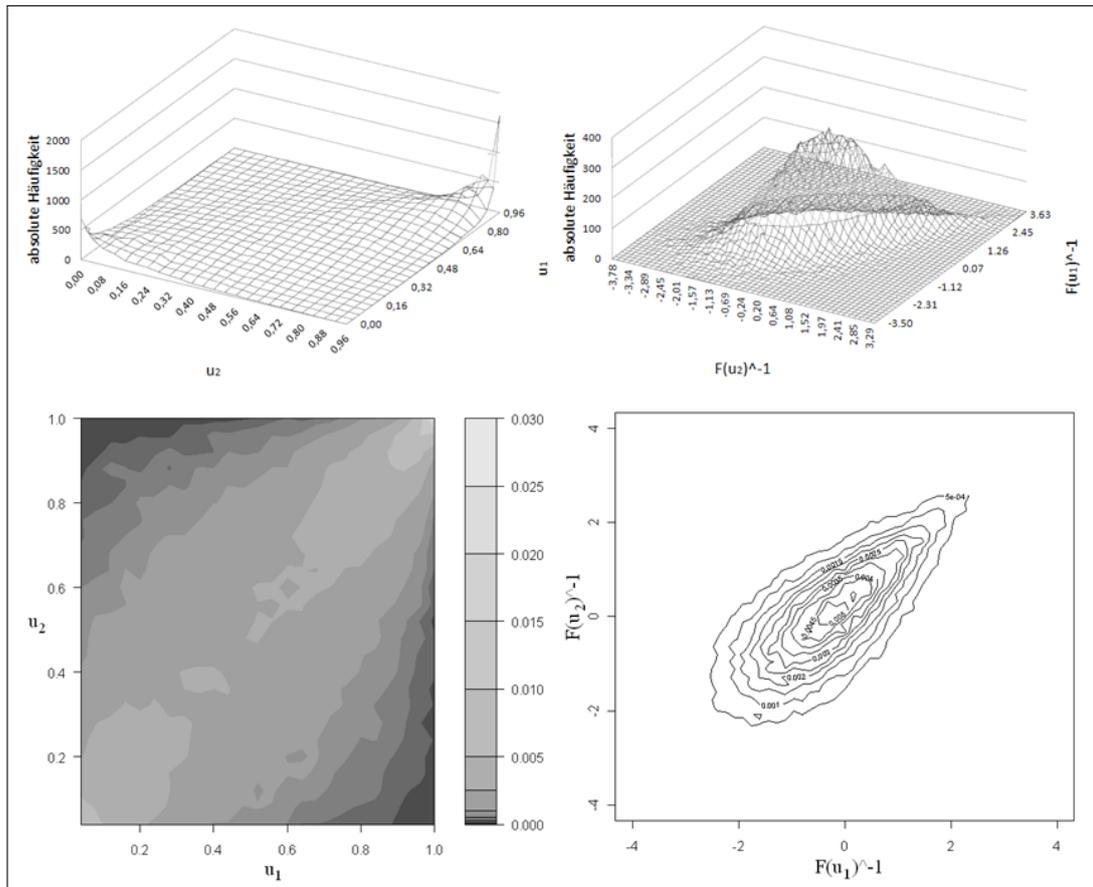
Die Gumble Copula wird mit dem Generator  $\rho(u) = (-\ln(u))^\alpha$  erzeugt und ist für ein  $\alpha \geq 1$  definiert. Dabei entspricht sie für  $\alpha = 1$  der Produktcopula und für  $\alpha \rightarrow \infty$  der Minimumcopula. Kendall's Tau errechnet sich für die Gumble Copula als  $\tau = 1 - \frac{1}{\alpha}$  und ist für  $\tau \in [0; 1]$  definiert. Der Koeffizient der oberen Tail Dependence errechnet sich als  $\lambda_u = 2 - 2^{\frac{1}{\alpha}}$ , der der unteren als  $\lambda_l = 0$ . Dieses zeigt auf, dass durch die Gumble Copula im oberen Bereich extreme Ereignisse simultan eintreten, hingegen die Variablen im unteren Bereich unabhängig voneinander sind (Schulz, 2008, S.274). Die Gumble Copula ergibt damit genau das gegenteilige Verhalten zur Clayton Copula. Wenn allerdings die Ränder beider Copulafunktionen gespiegelt werden, also eine Punktspiegelung der Scatterplots vorgenommen wird,

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten



**Abbildung 3.3.5: Streudiagramme und Dichten für die Clayton Copula**

Quelle: Eigene Darstellung; Simulierte Werte: 10.000; Konturendiagramme mit relativer Häufigkeit;  $F = N(0, 1)$



**Abbildung 3.3.6: Streudiagramme und Dichten für die Gumble Copula**

Quelle: Eigene Darstellung; Simulierte Werte: 10.000; Konturendiagramme mit relativer Häufigkeit;  $F = N(0;1)$

dann zeigen beide Funktionen grundsätzlich die gleichen Abhängigkeiten auf. Zur Veranschaulichung der Gumble Copula sind die Scatterplots und die Dichtegraphen in Abbildung 3.3.6 mit einem  $\alpha = 2$  exemplarisch dargestellt.

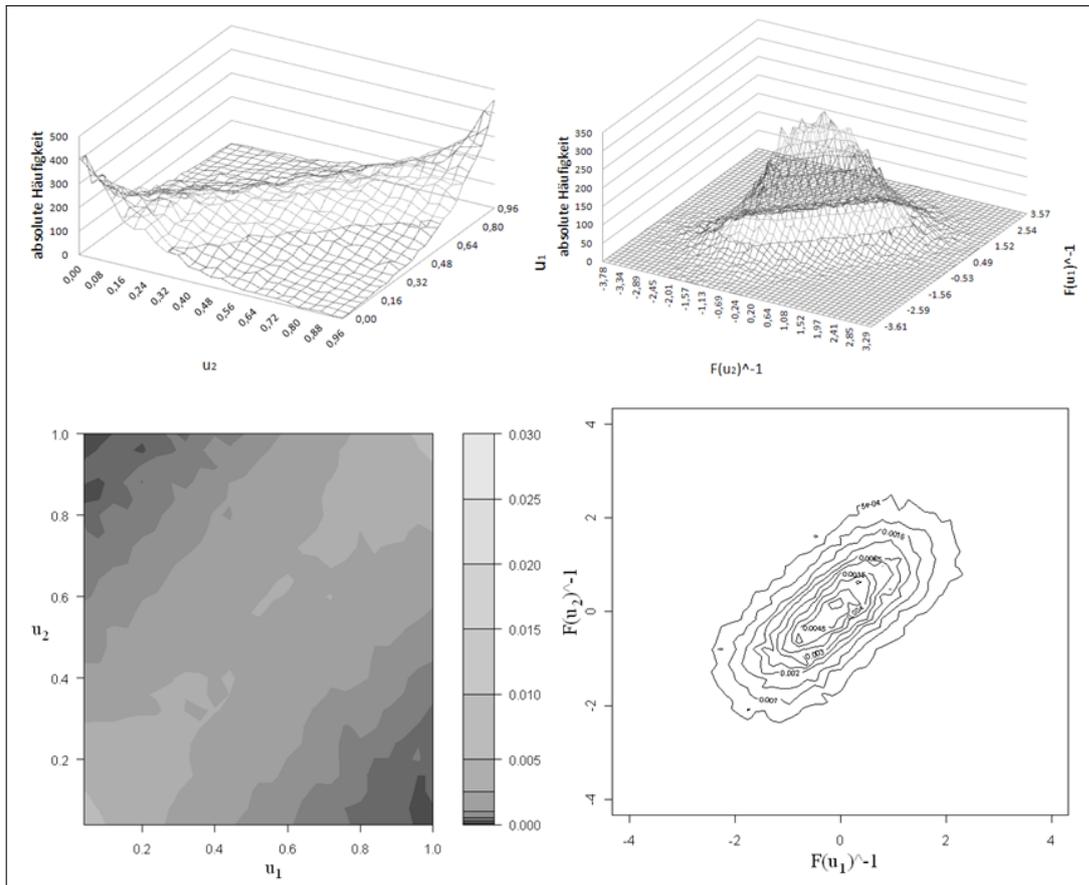
#### Frank Copula:

Den Generator für die Frank Copula bildet die Funktion  $\rho(u) = -\ln\left(\frac{e^{-\alpha u} - 1}{e^{-\alpha} - 1}\right)$ , die für ein  $\alpha \in (-\infty; \infty) \setminus \{0\}$  definiert ist. Da die Koeffizienten für beide Tails null sind (vgl. Schulz, 2008, S.506f.), sind beide Seiten der gemeinsamen Funktion unabhängig. Für  $\alpha = 0$  ergibt diese Funktion die Produktcopula, für  $\alpha \rightarrow -\infty$  bzw. für  $\alpha \rightarrow \infty$  die untere bzw. obere Fréchet-Hoeffding-Grenze. Für die Berechnung von Kendall's Tau wird für die Frank Copula die sogenannte Debye Funktion benötigt, die wie folgt definiert ist:

$$D_k(\alpha) = \frac{k}{\alpha^k} \int_0^\alpha \frac{t^k}{\exp(t) - 1} dt, \quad k = 1, 2 \quad (3.3.17)$$

Mit Hilfe dieser Funktion ergibt sich Tau als (Cherubini, Luciano und Vecchiato, 2004,

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten



**Abbildung 3.3.7: Streudiagramme und Dichten für die Frank Copula**

Quelle: Eigene Darstellung; Simulierte Werte: 10.000; Konturendiagramm mit relativer Häufigkeit;  $F = N(0; 1)$

S.124ff.):

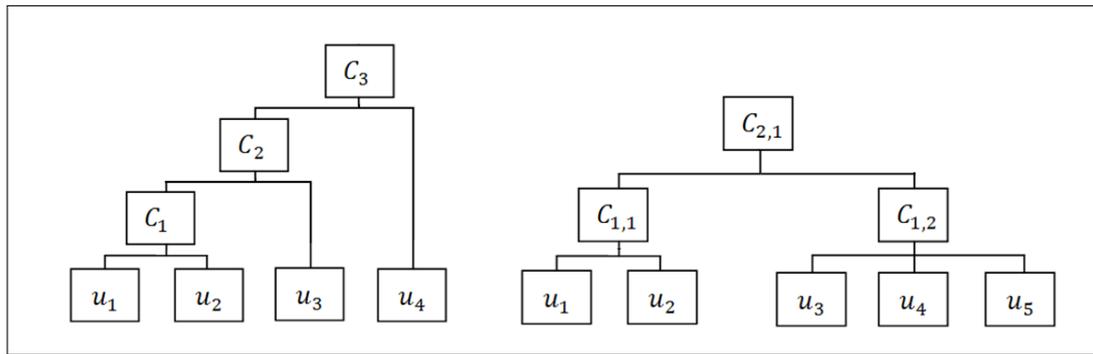
$$\tau = 1 + 4 \frac{D_1(\alpha) - 1}{\alpha} \quad (3.3.18)$$

Zur graphischen Veranschaulichung sind in der Abbildung 3.3.7 die Dichtefunktionen und Streudiagramme analog zu den vorherigen Beispielen dargestellt. Zur besseren Veranschaulichung ist das  $\alpha = 5$  gesetzt.

Die Ausweitung der Copulafunktion zu einer multivariaten Archimedischen Copulafunktion kann ebenfalls mit Hilfe der Generatorfunktionen erfolgen. Es sei mit  $\rho$  eine stetige und streng monoton abnehmende Generatorfunktion gegeben, die von  $I$  nach  $[0; \infty]$ , mit  $\rho(1) = 0$  und der Pseudoinversen  $\rho^{[-1]}$  beschrieben ist. Dann ist die  $C_\alpha^n$  in  $I^n \rightarrow I$  gegeben durch:

$$C_\alpha^n(\vec{u}) = \rho^{[-1]}(\rho(u_1) + \rho(u_2) + \dots + \rho(u_n)) \quad (3.3.19)$$

Diese Funktion ist genau dann eine multivariate Archimedische Copula, wenn  $\rho^{[-1]}$  für alle



**Abbildung 3.3.8: FNA und PNA Copulae**

Quelle: Eigene Darstellung nach: Köck, 2008, S.68–69; links FNA; rechts PNA

$n > 2$  auf dem Intervall  $[0; \infty]$  komplett monoton ist. Dieses ist der Fall, wenn eine allgemeine Funktion  $f$  auf einem Intervall  $[a; b]$  die Eigenschaft erfüllt (Schulz, 2008, S.265):

$$(-1)^k \frac{d^k f(x)}{dx^k} \geq 0, \quad x \in (a; b), \quad k \in \mathbb{N}_0 \quad (3.3.20)$$

Neben der Erweiterung der Copulafunktion zu einer multivariaten Copula ist es auch möglich, eine Erweiterung zu zwei-parametrischen Funktionen vorzunehmen. Einige dieser Funktionen sind bei SCHULZ aufgeführt (Schulz, 2008, S.523), sollen hier aber nicht weiter betrachtet werden.

### 3.3.3 Hierarchische Copula

Da eine Copulafunktion assoziativ und symmetrisch ist (vgl. Abschnitt 3.3.2), kann mit einer einfachen Funktion nur eine Abhängigkeitsstruktur zwischen den Variablen aufgezeigt werden. Gerade im multivariaten Fall ist eine einheitliche Struktur aller Variablen aber unwahrscheinlich. Eine Möglichkeit, diesem Problem beizukommen, stellt das Konzept der Hierarchischen Archimedischen Copulae dar, welches in vollständig (FNA, „fully nested Archimedean“) und in partiell geschachtelte Archimedische (PNA, „partially nested Archimedean“) Copulae unterteilt wird. Beide Konzepte beinhalten, dass die eingehenden Verteilungen ( $u_i$ ) auf verschiedenen Ebenen miteinander verbunden werden, und dass für jede Ebene neu eine Copulafamilie gewählt und ein Copulaparameter bestimmt werden können. Der Vorteil dieser Konzepte liegt in der höheren Flexibilität und der Nichtaustauschbarkeit sämtlicher Abhängigkeitsstrukturen (Köck, 2008, S.67ff.).

Für die FNA Copulae werden die ersten zwei Variablen auf der untersten Ebene mit einer bivariaten Copula verbunden und anschließend alle weiteren Variablen einzeln mit einer neuen Copula an die vorherige angefügt. Auf diese Weise sind bei  $d$  Variablen mit  $d - 1$  Copulae insgesamt  $d(d - 1)/2$  eindeutige bivariate Ränder geschaffen. Formal kann dieser Zusam-

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten

menhang mit den Generatorfunktionen  $\rho_i$  beschrieben werden als (Savu und Trede, 2006, S.4):

$$C(u_1, \dots, u_d) = \rho_{d-1}^{-1} \left( \rho_{d-1} \left( \rho_{d-2}^{-1} \left[ \dots \left( \rho_2 \left( \rho_1^{-1} \left( \rho_1(u_1) + \rho_1(u_2) \right) \right) \rho_2(u_3) \right) + \dots + \rho_{d-2}(u_{d-1}) \right] + \rho_{d-1}(u_d) \right) \right) \quad (3.3.21)$$

Die Formel ist exemplarisch für eine vierdimensionale FNA Copula in Abbildung 3.3.8 (links) dargestellt.

Die PNA Copulae sind eine Mischung aus einfachen Copulae und Verschachtelungen. Es sei  $C_{l,j}$  eine Copula mit  $l = 1, \dots, L$  als Anzahl der Ebenen, auf denen die Variablen zusammengefügt werden, und  $j = 1, \dots, n_l$  als Anzahl der Copulae pro Ebene. Dann werden die Variablen ( $u_i$ ) der untersten Ebene ( $l = 1$ ) in  $n_l$  Copulae mit je  $d_{l,j}$  Variablen und den Copulaparametern ( $\alpha_{l,j}$ ) zusammengefasst:

$$C_{l,j} = \left( u_{1,j,l}, \dots, u_{1,j,d_{l,j}} \right) = \rho_{l,j}^{-1} \left( \sum_{m=1}^{d_{l,j}} \rho_{l,j}(u_{l,m}) \right) \quad (3.3.22)$$

Dementsprechend werden über die verschiedenen Ebenen ( $l$ ) Copulae der darunter liegenden Ebene ( $l - 1$ ) zusammengefasst, bis dieses in einer Copula der obersten Ebene ( $L$ ) endet:

$$C_{L,1} (C_{L-1,1}, \dots, C_{L-1,d_{L,j}}) = \rho_{L,1}^{-1} \left( \sum_{m=1}^{d_{L,j}} \rho_{L,1}(C_{L-1,m}) \right) \quad (3.3.23)$$

Abbildung 3.3.8 (rechts) stellt beispielhaft eine PNA Copula dar. Der einfachste Fall einer PNA Copula kann mit vier Variablen gebildet werden, wobei die jeweiligen Variablen, die in einer bivariaten Copula gepaart sind, in ihrer Position ausgetauscht werden können, die Variablen zwischen den Copulae allerdings nicht. Trotzdem sind in diesem Fall die gemeinsamen Verteilungen jeglicher Kombinationen von Variablen, die nicht in einer Copula der unteren Ebene vereint sind, identisch (Savu und Trede, 2006, S.5). Damit eine solche Konstruktion auch tatsächlich eine hierarchische Copula darstellt, müssen einige Bedingungen erfüllt sein. So muss die Anzahl der verwendeten Copulae pro Ebene abnehmen ( $n_l > n_{l-1}$ ) für alle  $l = 2, \dots, L$ , sodass in der obersten Ebene  $L$  nur noch eine Copula sämtliche Verteilungen vereint. Weiter muss die Anzahl der Dimensionen der Copulae einer Ebene gleich der Anzahl der Variablen ( $d$ ) sein. EMBRECHTS ET AL. zeigen für verschiedene FNA Copulae auf, dass diese nur eine n-Copula darstellen, wenn für den Copulaparameter die Bedingung  $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_{d-1}$  erfüllt ist (Embrechts, Lindskog und Mc Neil, 2001, S.39). Dieses

bedeutet, dass die Abhängigkeit zwischen den Variablen, ausgedrückt durch den Copulaparameter, auf der untersten Ebene am stärksten sein muss und mit steigender Ebene nicht ansteigen darf. Für die PNA Copulae muss entsprechend die Bedingung erfüllt sein, dass die Copulaparameter einer höheren Ebene immer kleiner sind als die Parameter der darunterliegenden Ebene. Formal ausgedrückt bedeutet dieses, dass für alle  $l = 1, \dots, L$  und  $j = 1, \dots, n_l$ ,  $i = 1, \dots, n_{l+1}$  gelten muss, dass  $\alpha_{l+1,i} < \alpha_{l,j}$  (Köck, 2008, S.71).

Für eine optimale Paarung der Variablen in den unterschiedlichen Ebenen einer hierarchischen Copula sehen es SAVU und TREDE als eine nützliche Eigenschaft an, wenn die verschiedenen Ebenen eine natürliche Interpretation ermöglichen (vgl. Savu und Trede, 2006, S.2). Beispielsweise könnte der Zusammenhang zwischen Aktien eines Sektors relativ hoch sein, weshalb diese auf der untersten Ebene gepaart werden könnten. Auf der nächsten Ebene könnten verwandte Sektoren zusammengeführt werden. Dieses kann solange weitergeführt werden, bis die oberste Copula erreicht ist. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird diese Möglichkeit genutzt, um beispielsweise die Getreideerträge in einer, die Preise in einer anderen Copula zu vereinen. Diese Funktionen werden auf einer höheren Ebene zusammengeführt, um so Abhängigkeitsstrukturen zwischen allen Variablen für die gemeinsame Simulation herzustellen.

#### 3.3.4 Schätzen von Copulaparametern

Zum Schätzen der Copulaparameter gibt es verschiedene Verfahren, die sich je nach vorliegendem Datensatz besser oder schlechter zur Bestimmung des Parameters eignen. Grundsätzlich sind die Verfahren in einstufige und zweistufige Ansätze unterteilt. Im einstufigen Ansatz werden die Randverteilungen der eingehenden Variablen und die Stärke ihres Zusammenhanges, gemessen durch den Copulaparameter, zusammen bestimmt. Der zweistufige Ansatz zeichnet sich dadurch aus, dass zuerst die Randverteilungen aus den Ausgangsdaten geschätzt werden, um anschließend den Copulaparameter zu bestimmen. Als Vorteil des zweistufigen Verfahrens gilt eine größere Übersichtlichkeit durch die zwei Schritte des Schätzens; als Nachteil gegenüber dem einstufigen Verfahren, dass ein möglicher Schätzfehler des ersten Schrittes sich auf den zweiten übertragen kann und diesen somit unter Umständen verstärkt (Schulz, 2008, S.284f.). Im Folgenden werden der nichtparametrische Ansatz nach GENEST und RIVEST als Vertreter der einstufigen Ansätze, sowie der Canonical Maximum Likelihood Ansatz aus der Gruppe der zweistufigen Ansätze vorgestellt.

Im nichtparametrischen Ansatz nach GENEST und RIVEST wird der Copulaparameter mit Hilfe von Kendall's Tau bestimmt. Dabei wird das empirisch ermittelte Tau mit dem aus der Copulafunktion berechneten gleich gesetzt. Ein Vorteil dieses Verfahrens liegt darin begründet, dass die Schätzung des Parameters unabhängig von den Randverteilungen ist, da sich Tau aus den Generatorfunktionen (vgl. Formel 3.3.12) berechnen lässt (Schulz, 2008,

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten

S.285). Dementsprechend gilt, dass der empirische Wert

$$\tau_e = \mathbb{P}[(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) > 0] - \mathbb{P}[(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) < 0] \quad (3.3.24)$$

gleich dem aus der Copulafunktion berechneten sein muss, welches beispielhaft für die Clayton Copula die folgende Formel wiedergibt:

$$\tau = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\rho(u)}{\rho'(u)} du = \frac{\alpha}{\alpha + 2} \quad (3.3.25)$$

Hieraus errechnet sich  $\alpha$  durch gleichsetzen von  $\tau_e = \tau$  als:

$$\alpha = \frac{2\tau_e}{1 - \tau_e} \quad (3.3.26)$$

Wichtig dabei ist, dass aufgrund des eingeschränkten Definitionsbereiches von  $\alpha$  auch der Wertebereich für  $\tau$  eingeschränkt ist (vgl. Abschnitt 3.3.2). Der Ansatz von GENEST und RIVEST ist besonders dann zum Schätzen des Copulaparameters geeignet, wenn kleine Datensätze vorliegen und somit die Gefahr, dass ein Datenausreißer die Schätzung verfälscht, groß ist. Dieser Vorteil liegt in der Unabhängigkeit des Schätzverfahrens von der Kenntnis der Randverteilungen. Sind hingegen genügend große Datensätze vorhanden, so empfiehlt es sich, einen Ansatz auf Basis der Maximum Likelihood Schätzung zu verwenden. Als Beispiel hierfür wird im Folgenden der Canonical Maximum Likelihood Schätzer vorgestellt.

Bevor der Copulaparameter durch die *Canonical Maximum Likelihood Methode* geschätzt werden kann, werden die Parameter der Ränder bestimmt. Diese Schätzung kann ebenfalls mit der Maximum Likelihood Methode erfolgen. Basierend auf den ermittelten Funktionen ( $\hat{F}_i$ ) für die Randverteilungen werden die Ausgangsdaten ( $x_{i,t}$ ) der verschiedenen Variablen ( $i$ ) mit ihren unterschiedlichen Realisationen ( $t$ ) zu gleichverteilten kumulierten Größen umgerechnet:

$$\hat{F}_i(x_{i,t}) = u_{i,t} \quad \forall t = 1, \dots, T \text{ und } i = 1, \dots, n \quad (3.3.27)$$

Zur Ermittlung des Copulaparameters wird nun die logarithmierte Dichtefunktion der Copula gebildet und über die einzelnen Realisationen der Variablen aufaddiert. Das  $\alpha$  wird so gewählt, dass die Summe maximiert wird:

$$\hat{\alpha} = \arg \max \sum_{t=1}^T \ln c^n(u_1^t, \dots, u_n^t | \alpha) \quad (3.3.28)$$

Dabei berechnet sich die Dichtefunktion wie in Gleichung 3.3.15 dargestellt (Schulz, 2008, S.291ff.).

**Tabelle 3.5: Geschätzte Copulaparameter aus 200 generierten Wertepaaren einer Claytoncopula**

Clayton	Gumble	Frank
2,873829	1,945629	8,2152

Eigene Berechnungen basierend auf dem R-Paket „Copula“

### 3.3.5 Anpassen von Copulafunktionen

Die Auswahl der am besten angepassten Copulafunktion kann auf vielen verschiedenen Wegen vorgenommen werden. Im Folgenden werden deshalb die in dieser Arbeit angewandten Methoden vorgestellt, die sich in graphische und analytische Methoden gliedern. Grundsätzlich wird dabei vergleichend überprüft, welche Copulafunktion die zugrundeliegenden Daten bei einem zuvor geschätzten Parameter (vgl. Abschnitt 3.3.4) am besten wiedergibt.

#### 3.3.5.1 Graphische Methode

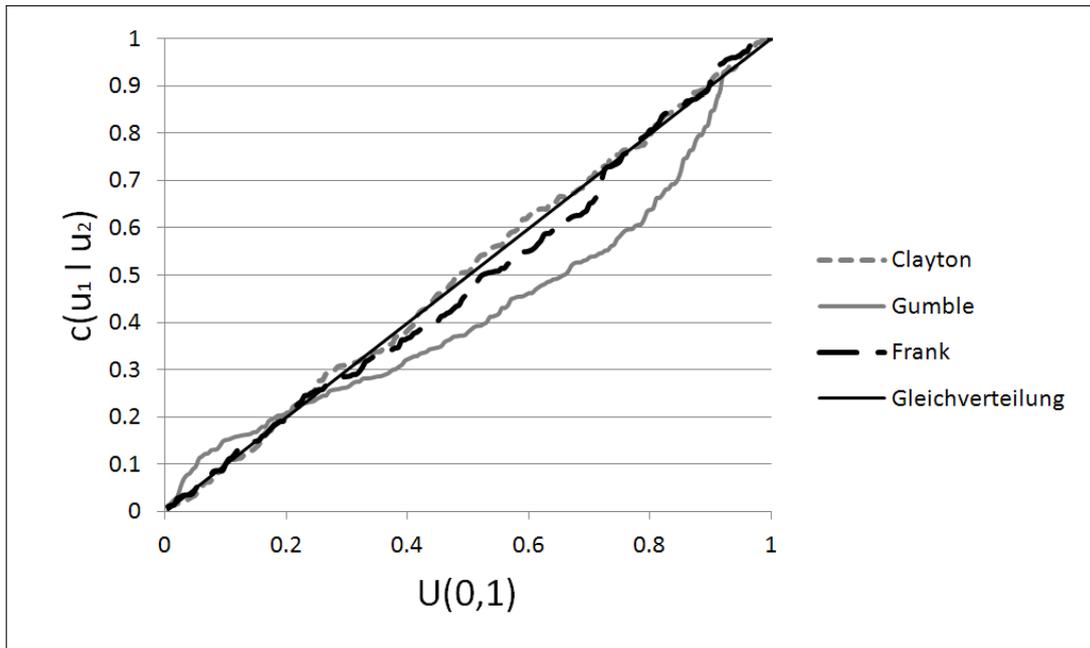
Eine Möglichkeit, bivariate Copulafunktionen auf ihre Anpassungsgüte zu überprüfen, ergibt sich mit Hilfe der bedingten Verteilungsfunktion. Dabei nutzt man die Eigenschaft, dass die zwei Zufallsvariablen  $U_1 = F_1(X_1)$  und  $U_2 = F_{2|1}(X_2 | X_1)$  unabhängig und im Intervall  $[0, 1]$  gleichverteilt sind (Quesenberry, 1986, 239f.). Somit kann für eine Variable die beste Verteilungsfunktion geschätzt werden, um anschließend für die andere Variable die bedingte Verteilung zu berechnen (vgl. Formel 3.3.33). Werden nun die empirischen Daten mit Hilfe dieser Funktion transformiert, so ergibt sich ein Vektor von bedingten Verteilungsfunktionswerten. Werden diese Werte aufsteigend sortiert und gegen die Gleichverteilung in einem Diagramm dargestellt, so ist diejenige Copulafunktion zu bevorzugen, die den geringsten Abstand zur Gleichverteilung aufweist (Klugman und Parsa, 1999, S.146f.; Schulz, 2008, S.294f.).

Dazu wird folgendes Beispiel angeführt:

Aus einer bivariaten Claytoncopula mit dem frei gewählten Copulaparameter 3 werden zweihundert zufällige Wertepaare generiert<sup>6</sup>, aus denen mit Hilfe des Maximum Likelihood Ansatzes die Copulaparameter für die Clayton-, Gumble- und Frankcopula geschätzt werden (vgl. Tabelle 3.5). Dabei ist die Höhe der Werte zwischen den Parametern der einzelnen Copulafunktionen nicht vergleichbar.

Mit Hilfe der geschätzten Copulaparameter und den bedingten Verteilungsfunktionen werden alle zweihundert Wertepaare zu den bedingten Copulafunktionswerten (vgl. Abschnitt

<sup>6</sup>Für das Generieren der Wertepaare und das Schätzen der Copulaparameter wurde das Paket „Copula“ der Software R eingesetzt (Yan und Kojadinovic, 2010). Diese ist weiter beschrieben in Yan (2007), Kojadinovic und Yan (2010)



**Abbildung 3.3.9: Vergleich der Copulafunktionen im graphischen Anpassungstest**

Quelle: Eigene Darstellung

3.3.6) umgewandelt, aufsteigend sortiert und gegen die Gleichverteilung abgetragen (Abbildung 3.3.9).

Wie zu erwarten war, weist die Claytoncopula mit einem Parameter von 2,87 den geringsten Abstand zur Gleichverteilung auf und beschreibt somit die 200 (aus der Claytoncopula mit einem Parameter von 3) simulierten Werte am besten. Die Gumblecopula hat eindeutig den größten Abstand zur Gleichverteilung und ist somit am schlechtesten geeignet.

#### 3.3.5.2 Analytischer Ansatz mittels Kolmogorov-Smirnov Anpassungstest

Da die graphische Auswahl der Copulafunktion nicht immer so eindeutige Ergebnisse liefert, wie es in der Abbildung 3.3.9 der Fall ist, kann auf statistische Anpassungstests zurückgegriffen werden. Da die bedingte Verteilungsfunktion einer Gleichverteilung unterliegt (vgl. Quesenberry, 1986, S.239f.), kann mit Hilfe des Kolmogorov-Smirnov-Tests (K-S-Test) die Eignung der Copulafunktion zur Beschreibung der empirischen Daten überprüft werden (Schulz, 2008, S.301). Dieser Test „[...] prüft die Anpassung einer beobachteten an eine theoretisch erwartete Verteilung“ (Sachs, 1992, S.427) und ist besonders bei kleinen Stichproben geeignet, wie sie beispielsweise im Kapitel 4 zugrunde liegen. Nach SACHS setzt dieser Test streng genommen stetige Verteilungsfunktionen voraus, er sei jedoch auch bei diskreten Verteilungen anwendbar (Sachs, 1992, S.427). Getestet wird die Nullhypothese, dass die Stichprobe einer bekannten Verteilung  $F_0(X)$  entstammt:

**Tabelle 3.6: Kritische Werte des K-S-Tests bei Stichproben > 35**

Schranken für D	Signifikanzniveau $\alpha$
1,073/(n <sup>0,5</sup> )	0,20
1,138/(n <sup>0,5</sup> )	0,15
1,224/(n <sup>0,5</sup> )	0,10
1,358/(n <sup>0,5</sup> )	0,05
1,628/(n <sup>0,5</sup> )	0,01
1,731/(n <sup>0,5</sup> )	0,005
1,949/(n <sup>0,5</sup> )	0,001

Quelle: Sachs, 1992, S.427

$$H_0 : F = F_0 \quad (3.3.29)$$

Hierfür werden die absoluten Häufigkeiten der erwarteten Verteilungsfunktion ( $E$ ) gebildet und daraus anschließend die Summenhäufigkeiten ( $F_E$ ) berechnet. Für die beobachteten Häufigkeiten ( $B$ ) wird ebenfalls die Summenhäufigkeit ( $F_B$ ) gebildet und anschließend aus der maximalen absoluten Differenz die Prüfgröße ( $D$ ) durch Division mit dem Stichprobenumfang errechnet (Sachs, 1992, S.427):

$$D = \frac{\max |F_B - F_E|}{n} \quad (3.3.30)$$

Für Stichprobengrößen größer 35 sind die kritischen Werte in Tabelle 3.6 gegeben. Die Zähler der Schranken werden berechnet durch  $\sqrt{-0,5 \cdot \ln(\alpha/2)}$ . Für Stichproben kleiner 35 sind die kritischen Werte in Tabelle 3.7 dargestellt.

Tabelle 3.8 stellt die Ergebnisse des Anpassungstestes zusammen. Die Nullhypothese wird dabei für die Gumble Copula abgelehnt, während sie für die Frank und Clayton Copula nicht abgelehnt wird. Der Signifikanzwert von 0,991 für die Clayton Copula zeigt aber, dass diese Funktion besonders gut die Ausgangsdaten wiedergibt bzw. die bedingte Verteilungsfunktion einer Gleichverteilung besonders nahe kommt.

### 3.3.5.3 Analytischer Ansatz basierend auf der Cramer-von Mises Prozedur

Eine weitere Möglichkeit, einen Goodness-of-fit Test durchzuführen, ergibt sich mit Hilfe des Bootstrap Ansatzes. GOOD erklärt dieses Verfahren anhand der Körpergröße einer Gruppe von 22 Jugendlichen. Dabei berechnet er das Konfidenzintervall für die mittlere Körpergröße aus den gegebenen Messwerten, indem er wiederholt durch Ziehen mit Zurücklegen aus den Ausgangsdaten neue Gruppen der gleichen Gruppengröße ( $N = 22$ ) zusammensetzt und für diese Resamples jeweils den Mittelwert berechnet. Wird dieses Resampling  $k$ -Mal wiederholt, so entsteht eine Verteilung der Mittelwerte, aus der bestimmt werden kann,

**Tabelle 3.7: Kritische Werte des K-S-Tests bei Stichproben < 35**

n	Prob.=0,8	Prob.=0,9	Prob.=0,95	Prob.=0,98	Prob.=0,99
1	0,9000	0,9500	0,9750	0,9900	0,9950
2	0,6838	0,7764	0,8419	0,9000	0,9293
3	0,5648	0,6360	0,7076	0,7846	0,8290
4	0,4927	0,5652	0,6239	0,6889	0,7342
5	0,4470	0,5095	0,5633	0,6272	0,6685
			...		
10	0,3226	0,3687	0,4093	0,4566	0,4889
			...		
15	0,2659	0,3040	0,3376	0,3771	0,4042
			...		
20	0,2316	0,2647	0,2941	0,3287	0,3524
21	0,2262	0,2586	0,2872	0,3210	0,3443
22	0,2212	0,2528	0,2809	0,3139	0,3367
23	0,2165	0,2475	0,2749	0,3073	0,3295
24	0,2121	0,2424	0,2693	0,3010	0,3229
25	0,2079	0,2377	0,2640	0,2952	0,3166
30	0,1903	0,2176	0,2417	0,2702	0,2899

Quelle: Ausschnitte aus Miller, 1956, S.113

**Tabelle 3.8: Ergebnisse der Auswertung des K-S-Tests für die Beispielrechnung**

Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest		Clayton	Gumble	Frank
N		200	200	200
Parameter der Gleichverteilung	Minimum	0,01	0,01	0,01
	Maximum	1,00	1,00	1,00
Extremste Differenz	Absolut	0,031	0,201	0,062
	Positiv	0,025	0,201	0,062
	Negativ	-0,031	-0,054	-0,034
Kolmogorov-Smirnov-Z		0,438	2,744	0,872
<b>Asymptotische Signifikanz (2-seitig)</b>		<b>0,991</b>	<b>0,000</b>	<b>0,433</b>

Quelle: Eigene Auswertung mit SPSS 19

ob der ursprüngliche Gruppenmittelwert im Konfidenzintervall liegt. Ist die Verteilung der Grundgesamtheit bekannt, so kann diese alternativ genutzt werden, um die Resamples zu berechnen. Unterstellt man eine Normalverteilung, so können die Parameter (Mittelwert und Standardabweichung) aus den Ausgangsdaten geschätzt und hieraus anschließend wiederholt (22) Werte zur Berechnung der Zielgröße (Mittelwert) gezogen werden, die die mögliche Verteilung der Zielgröße bei einem gegebenen Stichprobenumfang wiedergibt. Basiert die Ermittlung des Konfidenzintervalls auf einer Verteilungsfunktion, so wird dieser Ansatz parametrisches Bootstrapverfahren genannt (Good, 2005, S.43–46).

Für den Test der Nullhypothese, dass die einer Stichprobe entstammende kumulierte Verteilungsfunktion ( $F$ ) aus einer bestimmten parametrischen Verteilungsfunktion ( $F_0$ ) entstammt ( $H_0 : F \in F_0$ ), kann die CRAMER-VON MISES Goodness-of-fit Prozedur herangezogen werden. Diese errechnet die Differenz zwischen einer empirisch und einer parametrisch geschätzten Verteilungsfunktion. Die empirische Verteilungsfunktion gibt den Prozentsatz der Anzahl der Werte unterhalb einer gegebenen Grenze ( $x$ ) wieder und berechnet sich für  $n$ -Werte als:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1(X_i \leq x) \quad (3.3.31)$$

Dabei werden für die Bestimmung der Testgröße folgende Schritte  $K$ -Mal für jedes  $k \in \{1, \dots, K\}$  wiederholt:

- mit Hilfe der aus den Ausgangsdaten ( $X_{1,k}, \dots, X_{N,k}$ ) geschätzten Verteilungsparametern ( $\theta_n$ ) und der gewählten Verteilungsfunktion ( $F_{\theta_n}$ ) werden  $N$  unabhängige Beobachtungswerte ( $X_{1,k}^*, \dots, X_{N,k}^*$ ) generiert;
- aus diesen Beobachtungswerten werden die Verteilungsparameter und die empirische Verteilung der  $k$ -ten generierten Werte geschätzt

$$F_{n,k}^*(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1(X_i \leq x)$$

- berechnen der Testgröße:  $S_n = \int G_n(x)^2 dF_n(x)$  mit  $G_n = \sqrt{n} (F_n - F_{n,k}^*)$ .

Dabei führen große Werte von  $S_n$  zu einem Ablehnen der Nullhypothese. Angepasst auf das Testen von Copulafunktionen ergibt sich die assoziierte empirische  $d$ -dimensionale Copulafunktion als:

$$C_n(\vec{u}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N 1(U_{i,1} \leq u_1, \dots, U_{i,d} \leq u_d), \text{ mit } \vec{u} = (u_1, \dots, u_d) \in [0; 1]^d \quad (3.3.32)$$

**Tabelle 3.9: Teststatistik des Goodness-of-fit Tests nach Cramer-von Mises**

Copula-funktion	Schätz-methode	Parameter	Cramer-von Mises Statistik	p-value
Clayton	mpl	3,28	0,016	0,47403
	itau	3,53	0,011	0,82468
Gumble	mpl	2,21	0,166	0,00050
	itau	2,77	0,085	0,00050
Frank	mpl	8,88	0,047	0,00150
	itau	9,06	0,045	0,00150

mpl=Maximum-pseudo-likelihood; itau=inverion of Kendall's

Quelle: Eigene Berechnungen mit R und dem Packet „Copula“ (Yan und Kojadinovic, 2010, S.28ff.)

(Stute, Manteiga und Quindimil, 1993, S.243f.; Genest, Rémillard und Beaudoin, 2009, S.200f.; Genest und Remillard, 2008, S.1097f.).

Für die Berechnung der Anpassungsgüte der Copulafunktionen für das Beispiel der vorherigen Abschnitte wird das R Packet „Copula“ verwandt (Yan und Kojadinovic, 2010, S.28ff.). Hierfür werden  $K = 1000$  wiederholte Berechnungen für die  $N = 200$  Wertepaare der Stichprobe der einparametrischen zweidimensionalen Copulafunktion vorgenommen, wobei die Parameter der Copulafunktionen zum einen mit der „Maximum-Pseudo-Likelihood“ und zum anderen mit Hilfe von Kendall's Tau berechnet werden. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Tabelle 3.9 zusammengefasst. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Clayton Copula die Werte der Stichprobe wiedergibt, am höchsten.

### 3.3.6 Simulieren von verteilten Zufallszahlen

In der Literatur werden unterschiedliche Ansätze genannt, mit deren Hilfe aus einer gegebenen Copulafunktion Realisationen für die verbundenen Variablen generiert werden können. Häufig werden dabei die Conditional Inverse Method und die Marshal-Olkin Methode genannt (vgl. Härdle, 2009, S.22; Cherubini, Luciano und Vecchiato, 2004, S.181). Da die Conditional Inverse Method in dieser Arbeit verwendet wird, soll sie nachfolgend vorgestellt werden.

Die ‘Conditional Inversion Method‘ ermöglicht es, die Werte für die  $n$  Variablen einer gegebenen (Archimedischen) Copula ( $C = C^n(u_1, \dots, u_n)$ ) zu simulieren. Es sei  $C^k(u_1, \dots, u_k) = C^k(u_1, \dots, u_k, 1, \dots, 1)$ , mit  $k = 1, \dots, n$ , wobei für  $k = 1$  die Copula  $C^1(u_1) = u_1$  und für  $k = n$  die Copula  $C^n(u_1, \dots, u_n)$  den Zusammenhang beschreiben. Dann ist die bedingte Verteilungsfunktion von  $U_k$  – bei gegebenen Werten für  $U_1$  bis  $U_{k-1}$  – beschrieben durch:

### 3.4 Wirkungsvergleich zwischen korrelations- und copulabasierten Modellen

$$\begin{aligned}
 C_{\alpha,k}^n(u_k | u_1, \dots, u_{k-1}) &= \mathbb{P}(U_k \leq u_k | U_1 = u_1, \dots, U_{k-1} = u_{k-1}) \\
 &= \frac{\frac{\delta^{k-1} C_{\alpha,k}^n(u_1, \dots, u_k)}{\delta u_1 \dots \delta u_{k-1}}}{\frac{\delta^{k-1} C_{\alpha,k-1}^n(u_1, \dots, u_{k-1})}{\delta u_1 \dots \delta u_{k-1}}} \tag{3.3.33}
 \end{aligned}$$

Der Simulationsalgorithmus beinhaltet dabei folgende Schritte:

- generieren von  $n$  unabhängigen, gleichverteilten Zufallszahlen ( $v$ )
- $u_1$  gleich  $v_1$  setzen
- Berechnen der bedingten Verteilungsfunktionen (s.o.) für  $k = 2, \dots, n$  und Lösen der Gleichung  $u_k = C_k^{-1}(v_k | u_1, \dots, u_{k-1})$

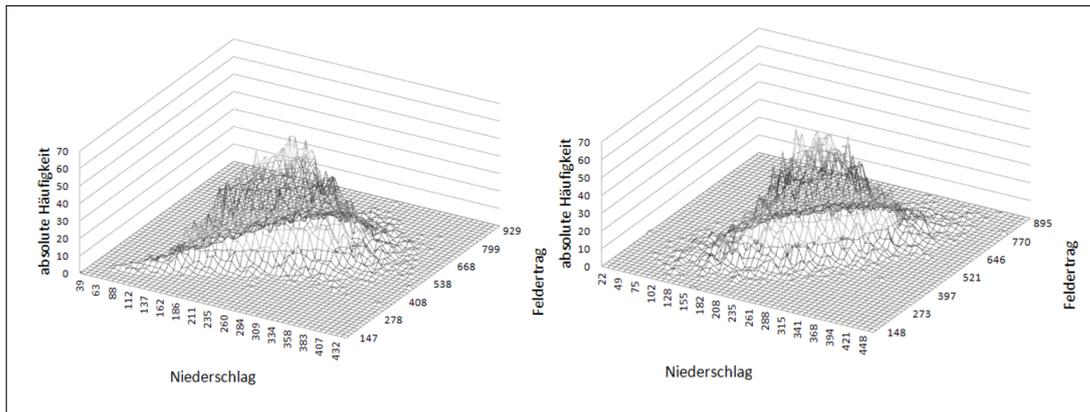
Die Inverse der bedingten Verteilungsfunktion kann dabei entweder analytisch oder numerisch gelöst werden (Savu und Trede, 2006, S.10f.).

## 3.4 Wirkungsvergleich zwischen korrelations- und copulabasierten Modellen

Für den Vergleich zwischen korrelations- und copulabasierten Modellen soll auf das Beispiel aus Abschnitt 3.2.3 zurückgegriffen werden, in dem der fiktive kumulierte Niederschlag eines Zeitraumes mit dem fiktiven Feldertrag einer Kultur verbunden wurde. Dabei werden jetzt die Verteilungen in einem weiteren Modell mit einer bivariaten Clayton Copula verbunden. Um eine Vergleichbarkeit zwischen den Modellen zu schaffen, sind die in Abschnitt 3.2.3 verwandten Korrelationskoeffizienten aus 10.000 simulierten Werten einer Copulafunktion bestimmt, der ein extern gesetzter Copulaparameter unterstellt ist. Bei einem Copulaparameter von 1,5 errechnet sich beispielsweise ein Korrelationskoeffizient von 0,61. Die gemeinsamen Verteilungen für diese beiden Funktionen sind in Abbildung 3.4.1 dargestellt.

Für die Optimierung der Anzahl der Wetterderivate und den folgenden ersten Vergleich der Ansätze wird wiederum die Varianz als Kriterium herangezogen, auch wenn diese die Wirkung des Derivates im unteren Bereich der Ertragsverteilung nicht optimal beschreibt. Die Ergebnisse der Modelle sind in Tabelle 3.10 (oberer Teil) zusammengefasst. Dabei sind stets die zusammengehörigen Modelle nebeneinander gesetzt. Auch hier ist der Erwartungswert in allen Simulationen mit 2.200 € identisch. Der Vergleich zeigt, dass das Wetterderivat in

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten



**Abbildung 3.4.1: Gemeinsame Verteilung von Niederschlagssumme und Feldertrag**

Quelle: Eigene Darstellung; links Copula-, rechts Korrelationsmodell

**Tabelle 3.10: Simulierte Werte der Modelle**

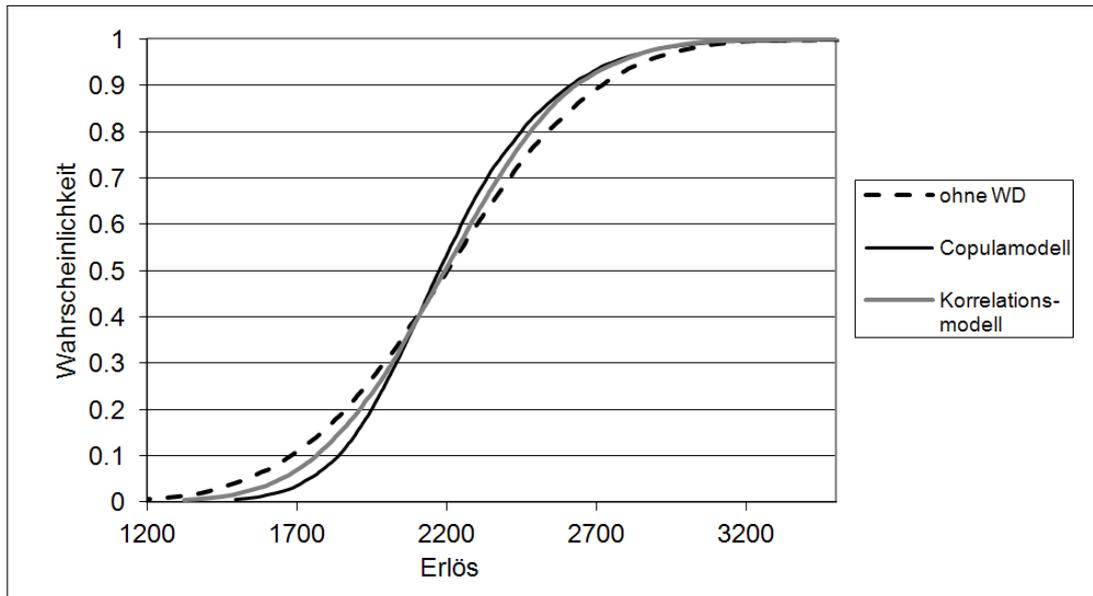
Koeffizient (Alpha/Korrel)		Ohne Derivat	Copula	Korrel	Copula	Korrel	Copula	Korrel
Erlös mit WD	Mittelwert (€)	2200	2200	2200	2200	2200	2200	2200
	Standardabw. (€)	402	308	342	356	373	392	395
Anzahl Derivate			8,87	7,15	6,38	4,93	2,87	2,15
Prämie (€)			176,87	142,78	127,32	98,34	57,29	42,91
Unterkompensation	Auszahlung < Prämie		9,5 %	10,6 %	8,6 %	9,5 %	8,0 %	8,5 %
	Auszahlung > Prämie		19,3 %	17,6 %	18,2 %	17,7 %	17,4 %	17,5 %
Überkompensation	Auszahlung > Prämie		15,3 %	16,5 %	16,4 %	16,5 %	17,3 %	17,1 %
	Auszahlung < Prämie		5,9 %	5,6 %	6,8 %	6,2 %	7,4 %	6,9 %
keine Auszahlung	ohne Wirkung		24,9 %	22,2 %	25,3 %	23,0 %	25,2 %	24,2 %
	gewollte Wirkung		25,1 %	27,6 %	24,7 %	27,1 %	24,8 %	25,9 %

Quelle: Eigene Berechnungen

allen gepaarten Fällen im Copulamodell eine stärkere Varianzreduktion bewirkt, was maßgeblich auf den Effekt der unteren Randabhängigkeit zurückzuführen ist. Unterstellt man, dass in zuvor aufgebauten Modellen durch die Anwendung von Korrelationskoeffizienten dieser Effekt vernachlässigt wurde, so ist bislang die Wirkung von Wetterderivaten systematisch unterschätzt worden.

Da der Vorteil der Varianz, die Unterschiede der beiden Modelle in einer Kennzahl zu fassen, für den detaillierten Vergleich ungeeignet ist, sollen zur besseren Darstellung der Unterschiede zwei weitere Methoden herangezogen werden. Abbildung 3.4.2 zeigt den Vergleich der Erlöse für das Copulamodell und das Korrelationsmodell anhand der kumulierten Verteilungen. Die Verteilung der Erlöse ohne den Einsatz von Wetterderivaten ist in beiden Fällen identisch, da diese alleine auf der Verteilung der Felderträge beruhen. Es ist zu erkennen, dass das copulabasierte Modell im unteren Bereich der Verteilungsfunktion einen stärkeren risikoreduzierenden Effekt aufweist als das Korrelationsmodell. Dieses liegt an der Abbildung der unteren Randabhängigkeit im Copulamodell, wodurch im Vergleich zu den elliptisch verteilten Werten des Korrelationsmodelles zusätzliche Informationen eingearbeitet sind (vgl. Abbildung 3.4.1). Die Nutzung der zusätzlichen Information hat Einfluss auf die Anzahl der optimal eingesetzten Wetterderivate, wodurch unter anderem die stärkere

### 3.4 Wirkungsvergleich zwischen korrelations- und copulabasierten Modellen



**Abbildung 3.4.2: Kumulierte Verteilungen für das einfache Modell**

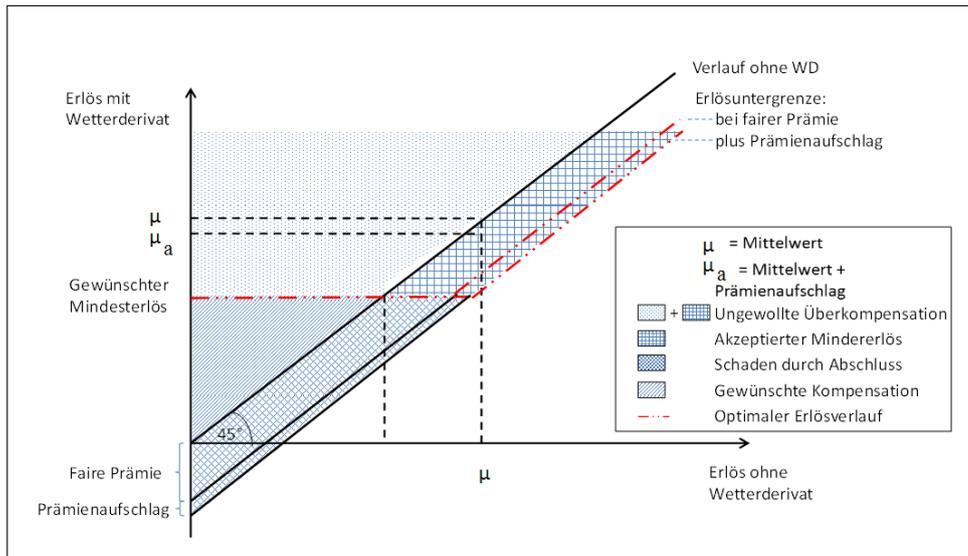
Quelle: Eigene Darstellung; Copulaparameter 1,5, Korrelationskoeffizient 0,61

Varianzreduktion im Copulamodell bewirkt wird. Bei einer zunehmenden Verringerung der Koeffizienten (vgl. Tabelle 3.10) nähern sich die Verläufe der kumulierten Verteilungen mit Wetterderivat dem Verlauf ohne Wetterderivat zunehmend an, sodass der Einsatz von Wetterderivaten unattraktiver wird. Dieses gilt vor allem dann, wenn neben der fairen Prämie noch ein Prämienaufschlag erhoben wird.

Als weitere Bewertungsmethode zur Wirkungsweise der Derivate soll ein Vergleich anhand der Erlösveränderungen vorgenommen werden.

Abbildung 3.4.3 verdeutlicht die folgende Analyse. Es werden die Erlöse mit und ohne Wetterderivat im Diagramm gegeneinander abgetragen. Würde kein Wetterderivat gezeichnet, so ergäbe sich die Ursprungsgerade, die in einem Winkel von  $45^\circ$  ansteigt. Werden hingegen Wetterderivate als Option abgeschlossen, so wird diese Gerade um die Prämie (entweder die faire Prämie oder zuzüglich des Aufschlages) parallel nach unten verschoben, wobei alle möglichen Realisationen des Erlöses mit Wetterderivat oberhalb oder auf dieser Linie liegen müssen. Bestände ein linearer funktionaler Zusammenhang zwischen der Wettergröße und dem Feldertrag bzw. eine Korrelation von plus eins, dann ergäbe sich eine Absicherung durch das Wetterderivat, die dem Erlösverlauf der punktgestrichelten Linie entspricht. Dabei verzichtet der Unternehmer auf Erlöse im aufsteigenden Bereich der Linie zugunsten der zusätzlichen Erlöse im waagerechten Bereich. Besteht hingegen kein linearer Zusammenhang zwischen den Größen, so weichen die realisierten Erlöse mit Wetterderivat von der Idealinie ab. Dabei werden in der Graphik vier Bereiche unterschieden. Zwei Bereiche liegen unterhalb der gewünschten Mindestergösgrenze, was bedeutet, dass weniger als der optimale Geldbedarf durch das Wetterderivat kompensiert wird. Dieser Bereich ist allerdings

### 3 Ausgestaltung und Wirkungsanalyse von Wetterderivaten



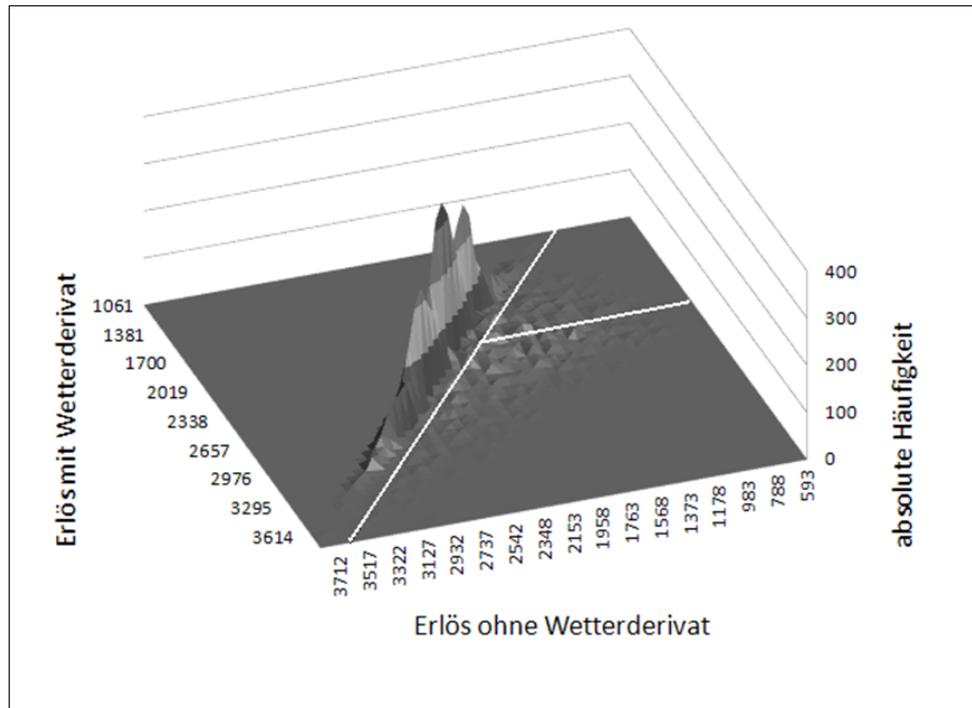
**Abbildung 3.4.3: Erlösveränderung durch Wetterderivate**

Quelle: Eigene Darstellung

noch zu untergliedern in den Bereich, in dem nicht einmal die Prämie durch die Auszahlung wiedergewonnen wird, somit durch das Derivat ein geringerer Erlös erwirtschaftet wird, als ohne Derivat. Im Extremfall ist das Derivat vollkommen wirkungslos und es erfolgt keine Auszahlung. Im zweiten Bereich findet zwar keine ausreichende Kompensation statt, aber immerhin wird eine Verbesserung gegenüber der Situation ohne Derivat erreicht. Oberhalb des gewünschten Mindeste Erlöses ist jede Abweichung von der punktgestrichelten Linie eine unerwünschte Überkompensation. Sie ist dabei insofern unerwünscht, als durch die finanzielle Neutralität des fairen Versicherungsproduktes jede Überkompensation des gewünschten Absicherungsstatusses durch eine Unterkompensation in einem Bedarfsfall ausgeglichen werden muss. Der Bereich oberhalb des gewünschten Mindeste Erlöses wird ebenfalls in verschiedene Bereiche aufgeteilt. In einem werden die Prämienzahlungen überstiegen und der erzielte Erlös ist höher als derjenige ohne Wetterderivat. Im anderen Bereich ist der Erlös niedriger als ohne Derivat und man zahlt noch einen Teil der akzeptierten Prämie für die Absicherung. Im dritten Bereich wird genau die Prämie bezahlt und es erfolgt keine Auszahlung. Tabelle 3.10 gibt dabei die prozentualen Werte an, wie viele der jeweils 10.000 simulierten Werte in die einzelnen Bereiche fallen. Dabei verfehlt das Wetterderivat nur in 22,2 bis 25,3% der Fälle vollends seine Wirkung (keine Auszahlung, ohne Wirkung); in 8 bis 10,6% der Fälle ist die Kompensation nicht ausreichend, um eine Verbesserung der Situation ohne Wetterderivat zu erreichen (Unterkompensation, Auszahlung < Prämie). Dieses führt dazu, dass in 65,6 bis 67,5% der Fälle eine gewollte Wirkung durch das Derivat eintritt auch, wenn dadurch nicht exakt der Verlauf der „Ideallinie“ getroffen wird. In Abbildung 3.4.4 ist die Verteilung der Erlöse mit und ohne Wetterderivate exemplarisch aufgetragen.

Im folgenden Kapitel sollen die beiden verschiedenen Ausgestaltungen und die daraus resul-

### 3.4 Wirkungsvergleich zwischen korrelations- und copulabasierten Modellen



**Abbildung 3.4.4: Verteilungen der Erlöse mit und ohne Wetterderivat**

Quelle: Eigene Darstellung; Copulamodell, Parameter 1,5

tierenden Wirkungen in einem gesamtbetrieblichen Kontext verglichen werden. Dazu werden zuerst Möglichkeiten der Erweiterung des copulabasierten Modelles aufgezeigt, um diese anschließend für einen konstruierten Betrieb in Bremervörde und für ein regionales Modell auf Landkreisebene in Niedersachsen anzuwenden.



# 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

Im Finanzsektor ist das Copulakonzept weit verbreitet, um die Abhängigkeit zwischen Variablen zu beschreiben. So wenden beispielsweise SAVU und TREDE dieses Konzept zur Modellierung des Zusammenhanges zwischen verschiedenen Aktien des Euro-Stoxx-50 an (Savu und Trede, 2006). KOZIOL analysiert die Eignung verschiedener Copulae zur Darstellung von Basket-Kredit-Risiken (Koziol, 2006). In den Agrarwissenschaften nutzen XU ET. AL. Copulae zur Beschreibung des Zusammenhanges zwischen den Daten verschiedener Wetterstationen (Xu et al., 2010) und LIU ET. AL. zur Diversifikation von Ertragsrisiken im globalen Bereich (Liu, Xu und Odening, 2010). BUKUŠEVA hat untersucht, inwieweit Copulafunktionen geeignet sind, um Wetterindizes mit Felderträgen aus Kasachstan zu verbinden (Bokuševa, 2011).

Im Folgenden soll ein gesamtbetriebliches Modell für einen landwirtschaftlichen Betrieb gebildet und in unterschiedlichen Variationen verglichen werden. Dazu wurde in Abschnitt 3.1 der allgemeine Zusammenhang zwischen Wettergrößen und dem Feldertrag aufgezeigt, um nun, auf diesen Zusammenhang aufbauend, das Copulakonzept (vgl. Abschnitt 3.3) anzuwenden. Ausgehend von dem zuvor beschriebenen einfachen Modell, in dem nur eine Wettergröße mit einem Feldertrag verbunden wurde und so einen spezialisierten Betrieb abbildet, wird das Modell zunehmend erweitert, sodass ein mit einem Portfolio an Anbaukulturen ausgestatteter Betrieb entsteht. Dieses gesamtbetriebliche copulabasierte Modell wird anschließend mit einem auf Korrelationskoeffizienten beruhenden Ansatz verglichen, wobei sich die Modelle einzig in der Art der Generierung der Inputgrößen unterscheiden. Die Auswertung der Modelle erfolgt auf der Basis von 10.000 simulierten Realisationen für jede Variable, sodass sich für jede Realisation ein Vektor an Ausprägungen ergibt und die Unterschiede zwischen den Verteilungen der Zielgrößen der Modelle herausgestellt werden können. Um das Copulamodell noch besser an die reale Welt anzupassen werden anschließend angepasste Randverteilungen eingebaut und die Eignung verschiedener Copulafunktionen untersucht. Ziel ist es, die risikoreduzierende Wirkung von Wetterderivaten bestmöglich abzubilden, um so eine realistische Aussage über die Eignung fällen zu können. In regionalen Modellen wird

## 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

abschließend der Einfluss des Basisrisikos auf die Eignung von Wetterderivaten analysiert. Durch die Modellierung von identischen Betrieben in den unterschiedlichen Landkreisen Niedersachsens wird überprüft, inwieweit sich die Wetterlage, wie sie vom Deutschen Wetterdienst beschrieben wird, in den Ergebnissen der Modelle wiederfindet. Hierdurch soll untersucht werden, ob das vorher beschriebene Absicherungspotential im Einzelbetrieb eine Optimierung des Wetterderivates auf die vorhandenen Daten darstellt, oder ob sich die Effekte in regionalen Strukturen wiederfinden lassen.

### 4.1 Einfache Grundmodelle

Das einfachste mögliche copulabasierte Modell, das zur Analyse eines Wetterderivates herangezogen werden kann, ist die Verbindung eines Feldertrages mit einer Wettergröße anhand einer bivariaten Copula (vgl. Abschnitt 3.4) und stellt einen spezialisierten Eine-Kultur-Betrieb dar. Da landwirtschaftliche Betriebe aber in der Regel mehrere Kulturen anbauen, verschiedenen Markteinflüssen unterliegen und von verschiedenen Wetterereignissen oder -zeiträumen beeinflusst werden, sollte dieses Modell ausgeweitet werden. Hierfür ergeben sich verschiedene technische und thematische Möglichkeiten. Technisch kann eine weitere Variable entweder als dritte Variable in die Funktion mit eingebunden oder sie kann durch eine genestete Copulafunktion (vgl. Abschnitt 3.3.3) mit der bivariaten verbunden werden. Der erste Weg stellt dabei technisch einen geringeren Aufwand dar, lässt aber unter Umständen keine adäquate Abbildung der Wirklichkeit zu, da die Abhängigkeitsstruktur aller Variablen untereinander dieselbe ist (vgl. Abschnitt 3.3.2). Thematisch kann das Modell bei einer dritten Variablen entweder in der Anzahl der Wettergrößen, der Felderträge verschiedener Kulturen oder um die Produktpreise für die Feldkultur erweitert werden. Da die Einfachheit des Wetterderivates erhalten bleiben soll, wird im Folgenden aber nur die Erweiterung um Feldkulturen und um einen Produktpreis vorgenommen. Diese Modelle werden jeweils mit einem korrelationsbasierten Modell verglichen.

#### 4.1.1 Zwei Kulturen, eine Wettergröße

Als Erweiterung des Ausgangsmodelles wird ein Anbauportfolio aus zwei Kulturen abgesichert. Die zweite Kultur (B) hat die gleichen Verteilungsparameter ( $N\{\mu = 550; \sigma = 100\}$ ) wie die erste (A), einzig die Verknüpfung der neuen Variablen zum obigen Ausgangsmodell (Copulaparameter 1,5) wird variiert. In einer ersten Variation werden die Variablen in einer trivariaten Copulafunktion verbunden. Dadurch ist die Abhängigkeitsstruktur aller Variablen untereinander identisch. So könnten beispielsweise Weizen und Gerste, deren Abhängigkeit von Niederschlägen und deren jährlichen Erntepotentiale ähnlich sind, in dieser Weise verbunden werden. Der Zusammenhang zwischen den Erträgen ist in Abbildung 4.1.1 (oben)

**Tabelle 4.1: Modelle mit zwei Feldkulturen**

			Copula Parameter 1,5	nested Copula Parameter 0,1 gespiegelte Verteilung	Copula Parameter 1,5 gespiegelte Verteilung
Erlös	Mittelwert		4400	4400	4400
	Standardabw.	ohne WD	723	550	352
	Standardabw.	mit WD	505	500	352
	Anzahl Derivate		17,74	7,81	0,00
	Prämie		353,81	155,83	0,00

Quelle: Eigene Berechnungen

dargestellt. Bei dieser Verknüpfung treten aufgrund der unteren Tail Dependence niedrige Felderträge der einen Kultur verstärkt mit niedrigen Erträgen der anderen Kultur auf, wohingegen im oberen Ertragsbereich nur geringe Zusammenhänge bestehen.

Die Standardabweichung des Erlöses kann dabei von 723 € auf 505 € durch den Einsatz von 17,74 Derivaten reduziert werden (vgl. Tabelle 4.1).

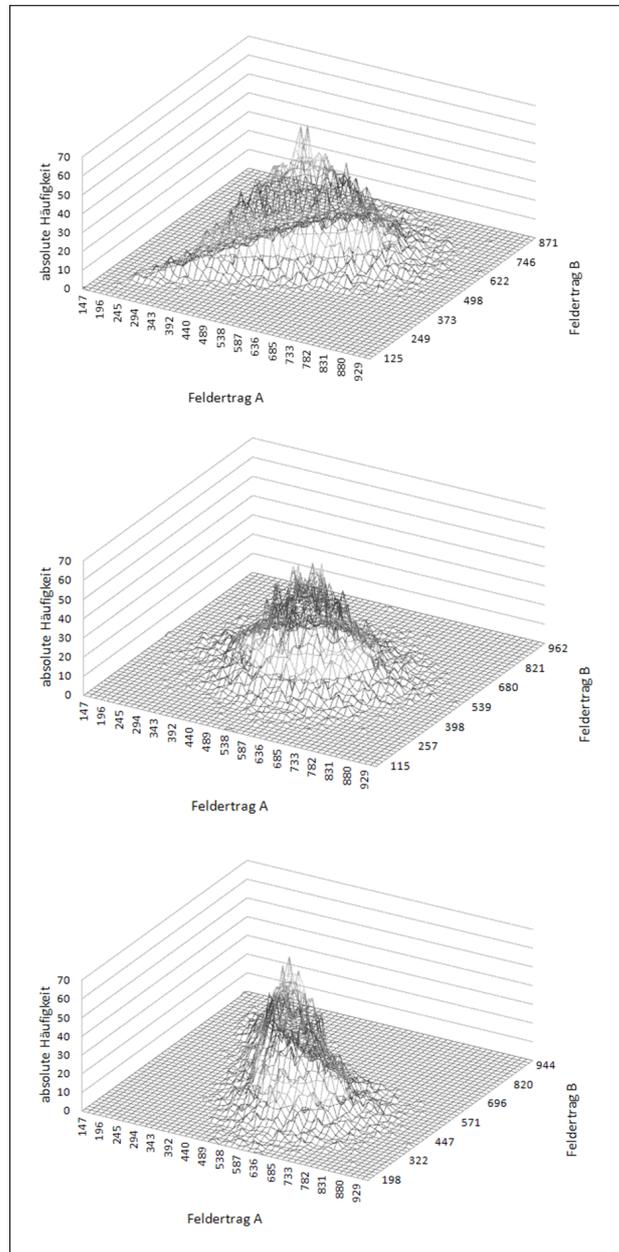
In einer zweiten Variante ist ebenfalls eine trivariate Copulafunktion gewählt, allerdings wird die Verteilungsfunktion für den Feldertrag B gespiegelt ( $x = F^{-1}(1 - u)$ ). Dieses führt zu den in Abbildung 4.1.1 (unten) dargestellten Abhängigkeitsstrukturen zwischen den Felderträgen. In diesem Fall treten niedrige Erträge der Feldkultur A verstärkt mit hohen Erträgen aus der Kultur B auf. Andersherum müssen allerdings hohe Erträge der Kultur A nicht mit niedrigen der Kultur B zusammenhängen. Diese Konstellation führt zu starken Diversifikationseffekten, da im Mittel niedrige Erlöse der einen Kultur durch hohe der anderen ausgeglichen werden können. So entsteht kein Nutzen durch den Einsatz von Wetterderivaten, und die Standardabweichung verbleibt bei 352€. Die Kultur B könnte dabei ein gutes Risikomanagementinstrument darstellen, da die Schwächen der Kultur A gut ausgeglichen werden. Die schlechtere Anpassung von guten Ertragsjahren der Kultur A ist dabei zu verschmerzen.

Für das letzte aufgeführte Modell mit zwei Felderträgen sind die Variablen mit einer geneteten Copula verbunden, wobei der Copulaparameter, der die bivariate Copula aus Niederschlag und Feldkultur A mit der Kultur B verbindet, mit 0,1 gewählt wurde. Wie zuvor wurde die Verteilung der Kultur B gespiegelt ( $x = 1 - F^{-1}(u)$ ). Die gemeinsame Verteilung der Feldkulturen ist in Abbildung 4.1.1 (Mitte) dargestellt. Die simulierten Erträge haben dabei fast keine Abhängigkeitsstruktur („fast unkorreliert“), weshalb die Optimierung nahezu zur gleichen Anzahl an Derivaten wie im einfachen bivariaten Modell (vgl. Abschnitt 3.3) führt. Diese könnte den Zusammenhang zwischen Hackfrüchten und Getreide widerspiegeln.

#### 4.1.2 Eine Kultur, ein Preis und eine Wettergröße

Bevor ein gesamtbetriebliches Modell gebildet wird, soll noch beispielhaft die Einbindung eines Preises in das Modell betrachtet werden. Dieses unterscheidet sich insofern von den

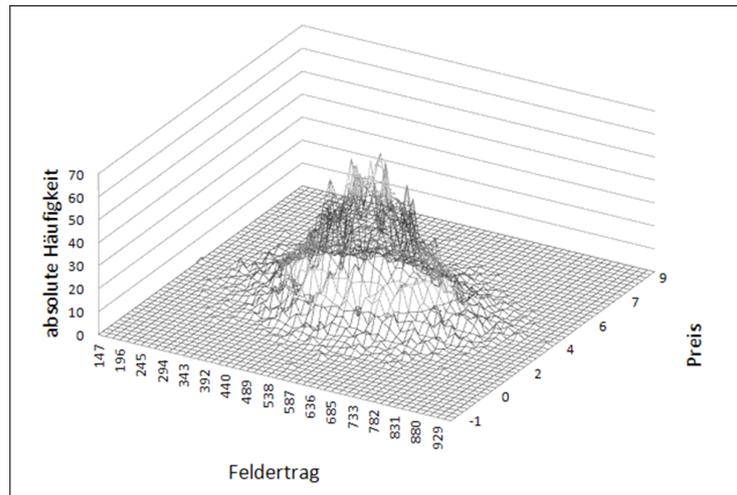
#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



**Abbildung 4.1.1: Unterschiedliche Abhängigkeitsstrukturen der Felderträge**

Quelle: Eigene Darstellung; (oben) Copulaparameter 1,5, (Mitte) genested, Parameter 0,1, gespiegelte Verteilung; (unten) Copulaparameter 1,5, gespiegelte Verteilung

## 4.2 Gesamtbetriebliches Copulamodell im Vergleich mit einem Korrelationsmodell



**Abbildung 4.1.2: Gemeinsame Verteilung von Feldertrag und Preis**

Quelle: Eigene Darstellung

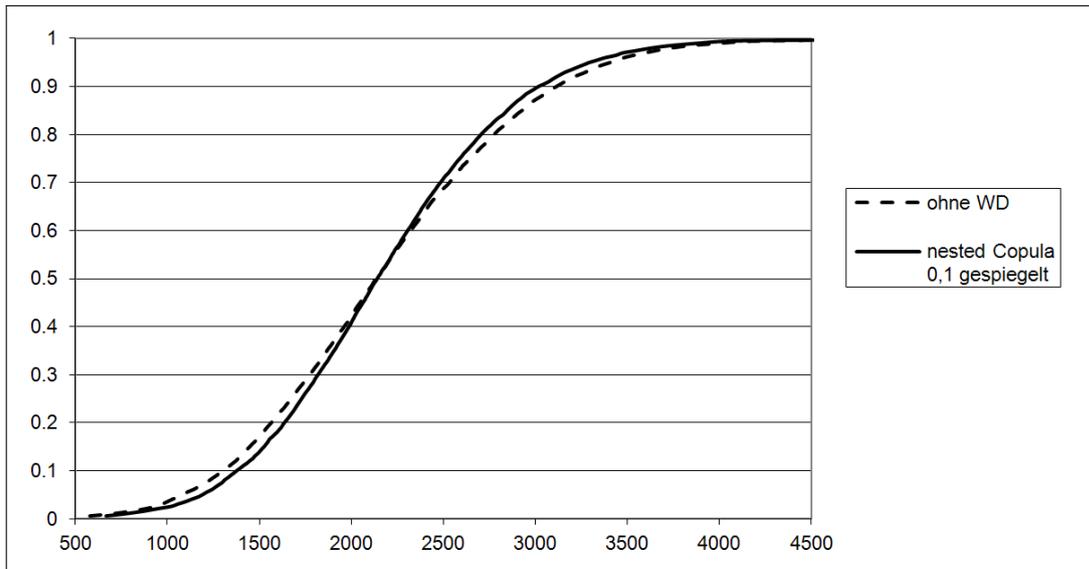
vorherigen Modellen, als hier erstmalig zwei Variablen miteinander multipliziert werden. Der Niederschlag und der Feldertrag sind dabei erneut in einer bivariaten Copula miteinander verbunden, und der Preis wird mit einer genesteten Copula eingebunden. Der Copulaparameter für die bivariate Copula wird weiterhin mit 1,5, sowie der für die genestete mit 0,1 angenommen. Für die Verteilung des Preises ist eine Normalverteilung mit einem Erwartungswert von 4 € und einer Standardabweichung von 1 € angenommen. Die gemeinsame Verteilung von Erträgen und Preisen ist in Abbildung 4.1.2 dargestellt. Aus der relativ kreisförmigen Verteilung der Werte lässt sich schließen, dass keine ausgeprägte Abhängigkeit zwischen den Werten besteht. Eine Abhängigkeit ließe sich durch Erhöhung des Copulaparameters erreichen bzw. durch die gleichzeitige Spiegelung der Verteilung zu einer negativen Abhängigkeitsstruktur. In dem hier aufgezeigten Beispiel lässt sich durch den Einsatz des Wetterderivates die Standardabweichung von 707 € auf 645 € reduzieren. Die kumulierte Verteilung ist in Abbildung 4.1.3 dargestellt. Dabei ist deutlich der Unterschied zum bivariaten Modell in Abschnitt 3.4 zu erkennen.

## 4.2 Gesamtbetriebliches Copulamodell im Vergleich mit einem Korrelationsmodell

Nachdem<sup>1</sup> das prinzipielle Verhalten von copulabasierten Modellen in den vorherigen Abschnitten aufgezeigt wurde, soll jetzt ein gesamtbetriebliches Modell aufgebaut werden, in dem zum einen der Zusammenhang auf der Basis von Copulae zum anderen auf Korrelationskoeffizienten erstellt wird. Als Datenbasis dienen die Niederschlagsdaten einer Wetterstation

<sup>1</sup>Inhalte dieses Abschnittes wurde in Schulte-Geers und Berg (2011) veröffentlicht.

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



**Abbildung 4.1.3: kumulierte Verteilung bei variablem Preis und Ertrag**

Quelle: Eigene Darstellung

in Bremen sowie die Feldertragsdaten eines Betriebes in der Nähe von Bremervörde. Letztere bestehen aus Kartoffel-, Silomais-, Körnermais-, Wintergerste- und Roggenerträgen. Für die Verteilung der Niederschläge über den Zeitraum Mai bis August und der Felderträge sollen vorerst aus historischen Daten Normalverteilungen geschätzt werden (vgl. Tabelle 4.2), damit sich der Vergleich mit dem Korrelationsmodell ausschließlich auf die Verknüpfung der Variablen bezieht. Die Verwendung von normalverteilten Rändern ist dabei für das copulabasierte Modell nicht notwendig, im Gegenteil vernachlässigt es die Möglichkeiten der Copula, nicht-normalverteilte Ränder zu verbinden. Dabei bedeuten normalverteilte Ränder im Falle der Copula nicht, dass die verbundenen Daten aus einer multivariaten Normalverteilung stammen.

Grundlage für die Modelle bildet ein hypothetischer 100 Hektar Ackerbaubetrieb, der die zuvor genannten Kulturen anbauen kann. Anbaurestriktionen sind bei einem Flächenanteil von 25% Kartoffeln sowie 60% Getreide gesetzt. Die für die Feldarbeit ( $ly_n$ ) zur Verfügung stehende Arbeitszeit ist auf 1.500 Stunden sowie auf die monatlichen Feldarbeitstage begrenzt (vgl. KTBL, 2006). Die verwendeten Produktpreise ( $p$ ) in Tabelle 4.2 sind exogen bestimmt, die nicht gelisteten monatlichen Arbeitsstunden ( $l_{m,n}$ ) für die Kulturen und Fläche entstammen dem „KTBL Betriebsplanung Landwirtschaft“ (KTBL, 2006). Die Flächenprämie für Niedersachsen ( $PL$ ) betrug im optimierten Jahr 2010 266 €/ha Ackerfläche.

Die Optimierung der Modelle beruht auf 1000 ( $k$ ) Realisationen für die Felderträge ( $y_{i,j}$ ) beziehungsweise Niederschlagssummen. Dabei wird zum einen das gemeinsame Verhalten der Variablen durch das Konzept der Copulafunktionen hergestellt, zum anderen durch eine Korrelationsmatrix (vgl. Tabelle 4.3) gegeben. Im Copulamodell wird der Zusammenhang durch eine PNA Copula dargestellt, deren Form in Gleichung 4.2.1 beschrieben ist.

## 4.2 Gesamtbetriebliches Copulamodell im Vergleich mit einem Korrelationsmodell

**Tabelle 4.2: Basisdaten des zu optimierenden Betriebes**

		Niederschlags- summe (Mai-Aug)	St. Kart.	Silomais	Kö. Mais	WG	WRo
		$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$
Verteilung	Mittelwert	279 mm	517 dt/ha	453 dt/ha	98 dt/ha	74 dt/ha	84 dt/ha
	Standardabw.	66 mm	73 dt/ha	80 dt/ha	17 dt/ha	15 dt/ha	9 dt/ha
Produktion	Preis / dt		7,00 €	2,80 €	13,50 €	11,00 €	9,00 €
	Variable Kosten / ha		1.175,79 €	715,20 €	725,18 €	457,17 €	457,17 €
	Arbeitszeitbedarf / ha		24,7 h	16,1 h	7,6 h	6,4 h	6,4 h

Quelle: Eigene Darstellung

**Table 4.3: Korrelationsmatrix der eingehenden Variablen**

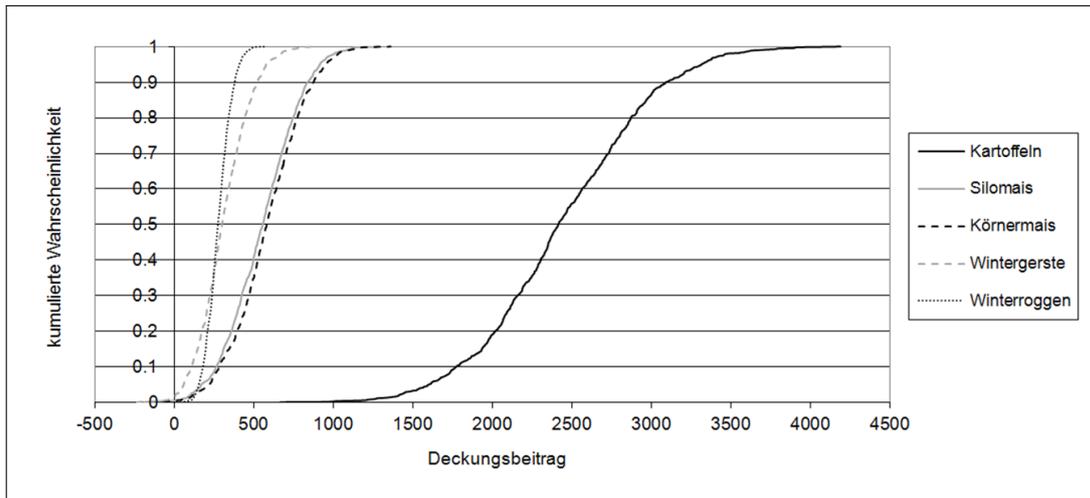
	Niederschlag Mai - Aug	St. Kart.	Silomais	Kö. Mais	WG	WRo
Niederschlag Mai - Aug	1,00	0,65	0,50	-0,22	0,16	-0,09
St. Kart.		1,00	0,57	-0,01	0,31	0,09
Silomais			1,00	0,64	0,12	0,08
Kö. Mais				1,00	0,08	0,22
WG					1,00	0,68
WRo						1,00

Quelle: Eigene Darstellung

$$C_{2,1} = \left( \left[ \left( u_1^{-\alpha_{1,1}} + u_2^{-\alpha_{1,1}} - 1 \right)^{\frac{-1}{\alpha_{1,1}}} \right]^{-\alpha_{2,1}} + \left[ \left( u_3^{-\alpha_{1,2}} + u_4^{-\alpha_{1,2}} - 1 \right)^{\frac{-1}{\alpha_{1,2}}} \right]^{-\alpha_{2,1}} \right. \\ \left. + \left[ \left( u_5^{-\alpha_{1,3}} + u_6^{-\alpha_{1,3}} - 1 \right)^{\frac{-1}{\alpha_{1,3}}} \right]^{-\alpha_{2,1}} - 2 \right)^{\frac{-1}{\alpha_{2,1}}} \quad (4.2.1)$$

Diese Abhängigkeitsstruktur der Copulafunktion hat die nützliche Eigenschaft, dass es eine natürliche Interpretation der zusammengeführten Variablen gibt (vgl. Savu und Trede, 2006, S.2). Die Copulaparameter errechnen sich gemäß Abschnitt 3.3.4 als  $\alpha_{1,1} = 2,2$ ,  $\alpha_{1,2} = 2,9$ ,  $\alpha_{1,3} = 1,2$  und  $\alpha_{2,1} = 1,1$ . In der untersten Ebene sind die Kartoffeln mit den Niederschlägen verbunden ( $\alpha_{1,1}$ ). Für die Niederschläge wurde der (ganzmonatliche) Zeitraum so gewählt, dass er basierend auf den Korrelationskoeffizienten optimal auf die Kartoffeln abgestimmt sind. Des weiteren werden die beiden Maiserträge ( $\alpha_{1,2}$ ) und die Getreideerträge ( $\alpha_{1,3}$ ) verbunden. Aus den 1000 Realisationen werden anschließend die Deckungsbeiträge mit Hilfe der Parameter aus Tabelle 4.2 errechnet. Vergleicht man die kumulierten Verteilungen der Deckungsbeiträge, so lassen sich erste Aussagen über die Vorteilhaftigkeit der verschiedenen Anbauverfahren mit Hilfe der stochastischen Dominanz fällen. Es ist eindeutig zu erkennen, dass der Kartoffelanbau die anderen Produktionsverfahren dominiert (vgl. Abbildung 4.2.1). Die Deckungsbeitragsverteilungen zwischen den Maiskulturen liegen sehr nahe beieinander, sodass sie vermutlich in einer realen Entscheidungssituation anhand dieser Daten als gleichwertig angesehen würden. Zwischen den beiden Getreidearten ist mit Hilfe der stochastischen Dominanz 1. und 2. Grades keine Aussage über die Vorteilhaftigkeit zu fällen. Die Maiskulturen dominieren ebenfalls die Wintergerste, können aber aufgrund des Schnittpunktes mit der Verteilungsfunktion des Roggens diesen nicht dominieren. Die-

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



**Abbildung 4.2.1: kumulierte Verteilungen der Deckungsbeiträge der Anbauverfahren**

Quelle: Eigene Darstellung

se Betrachtung vernachlässigt allerdings die Knappheit der Produktionsfaktoren, sodass ein vorerst weniger attraktiv erscheinendes Produktionsverfahren im Gesamtportfolio vorteilhafter sein kann. Ebenso werden Diversifikationseffekte vernachlässigt, die sich positiv in der Optimierung auswirken können.

Zur Optimierung des Anbauprogrammes wird das Lower Partial Moment 1 ( $LPM_1$ ) herangezogen, das den Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages bei einem gegebenen Ausfallerwartungswert maximiert. Dieser Ansatz ist besonders geeignet, da er auf den unteren Bereich der Verteilung besonderen Wert legt und gerade hier das Wetterderivat seine Wirkung entfalten soll (vgl. Abschnitt 2.6.4). Das Optimierungsmodell lässt sich mit seinen Nebenbedingungen wie folgt beschreiben:

$$\begin{aligned}
 E(GM_{opt}) &= \frac{1}{k} \cdot \arg \max \sum_{i=1}^k GM_i \\
 &= \frac{1}{k} \cdot \arg \max \sum_{i=1}^k \left[ \sum_{n=2}^6 (y_{i,n} \cdot p_n - c_n^{var} + PL) \cdot u_n \right. \\
 &\quad \left. + (\max(SL - pr_i, 0) - P) \cdot u_{WD} \right]
 \end{aligned} \tag{4.2.2}$$

Gegeben:

## 4.2 Gesamtbetriebliches Copulamodell im Vergleich mit einem Korrelationsmodell

**Tabelle 4.4: Vergleich der Modelle**

		für beide max	Ohne Wetterderivat		Mit Wetterderivat	
			min	Dif. zu max	min	Dif. zu max
Korrelation	$AE/\text{€}$	2.341	1.738	603	1.715	626
	$E(GM_{opt})/\text{€}$	115.507	112.167	3.339	111.637	3.870
Copula	$AE/\text{€}$	4.168	3.515	654	2.426	1.742
	$E(GM_{opt})/\text{€}$	113.624	110.837	2.786	107.365	6.259

Quelle: Eigene Darstellung

$$LPM_1(T_{GM}) = \sum_{i=1}^k \varphi_i(T_{GM} - GM_i) \cdot a \quad , \text{mit } a \begin{cases} 1, \text{ if } GM_i \leq T_{GM} \\ 0, \text{ if } GM_i > T_{GM} \end{cases}$$

$$u_n \geq 0 \quad , \text{ für jedes } n \in \{2, \dots, 6\} \quad u_{WD} = 0$$

$$\sum_{n=2}^6 u_n \leq 100; \quad \sum_{n=2}^6 l_{y_n} \cdot u_n \leq 1.500$$

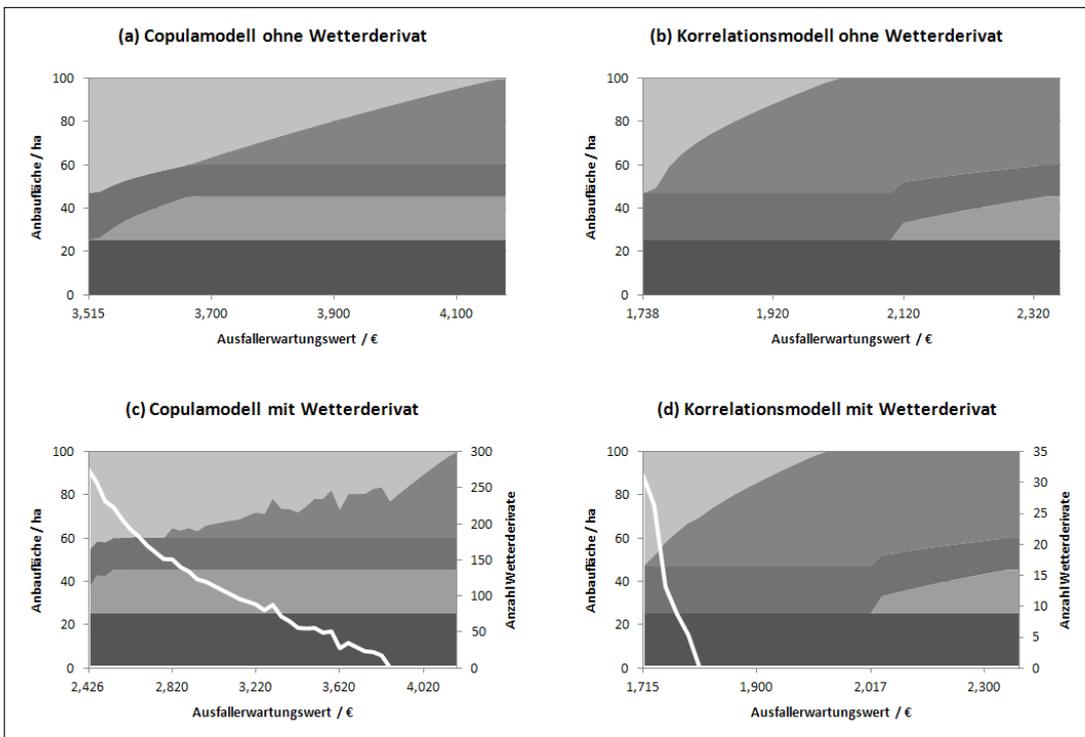
$$\sum_{n=2}^6 l_{m,n} \cdot u_n \leq lm_m \quad , \text{ für jeden Monat } (m)$$

$$\frac{u_2}{\sum_{n=2}^6 u_n} \leq 25\% \quad \frac{u_5 + u_6}{\sum_{n=2}^6 u_n} \leq 60\%$$

Der zweite Term der Zielfunktion optimiert die gewählte Anzahl an Wetterderivaten. Solange diese im ersten Optimierungsschritt nicht zugelassen werden, ist der Umfang  $u_{WD} = 0$ . Um den Ausfallerwartungswert zu errechnen, wird bei Unterschreitung die Differenz zwischen einem Zieldeckungsbeitrag ( $T_{GM}$ ) und dem realisierten Deckungsbeitrag ( $GM_i$ ) gebildet, mit der assoziierten Eintrittswahrscheinlichkeit ( $\varphi_i$ ) gewichtet und aufsummiert. Prinzipiell könnte dabei der Zieldeckungsbeitrag frei gewählt werden. Da allerdings fixe Kosten sowie die Lebenshaltungskosten einer Landwirtschaftsfamilie gedeckt werden müssen, erscheint ein Deckungsbeitrag von 100.000 € als realistischer Grenzwert. In diesem Optimierungsmodell wird die Ausfallerwartung zur Beschreibung des Risikos herangezogen, wodurch nur das Downside Risiko berücksichtigt wird (vgl. Starp, 2006, S.63). Dieses Instrument scheint besonders geeignet zu sein, da gerade die später betrachteten Wetterderivate darauf abzielen, Ausfälle im Feldertrag zu kompensieren. Varianzbasierte Risikoinstrumente scheinen hingegen schlechter geeignet, da sie bei zunehmender Schiefe der eingehenden Verteilung ein zunehmend verzerrtes Risikomaß liefern (Starp, 2006, S.60). Ein optimal konstruiertes Wetterderivat soll den unteren Bereich einer Verteilungsfunktion abschneiden (vgl. Berg et al., 2005, S.164) und sorgt somit für eine Schiefe der Verteilungsfunktion.

Ein risikoneutraler Landwirt würde den erwarteten Deckungsbeitrag maximieren, ohne dabei

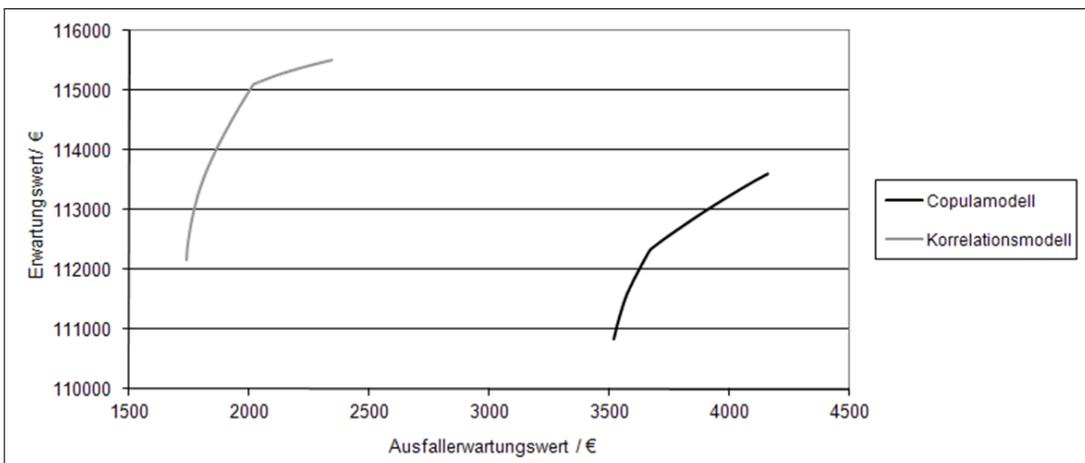
#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



Kulturen von unten nach oben: Kartoffeln, Silomais, Körnermais, Wintergerste, Winterroggen; weiße Linie: Wetterderivate

**Abbildung 4.2.2: Optimales Produktionsprogramm bei gegebenem Ausfallerwartungswert**

Quelle: Eigene Darstellung



**Abbildung 4.2.3: Erwartungswert-Ausfallerwartungswert Diagramm für das Copula- und Korrelationsmodell**

Quelle: Eigene Darstellung

## 4.2 Gesamtbetriebliches Copulamodell im Vergleich mit einem Korrelationsmodell

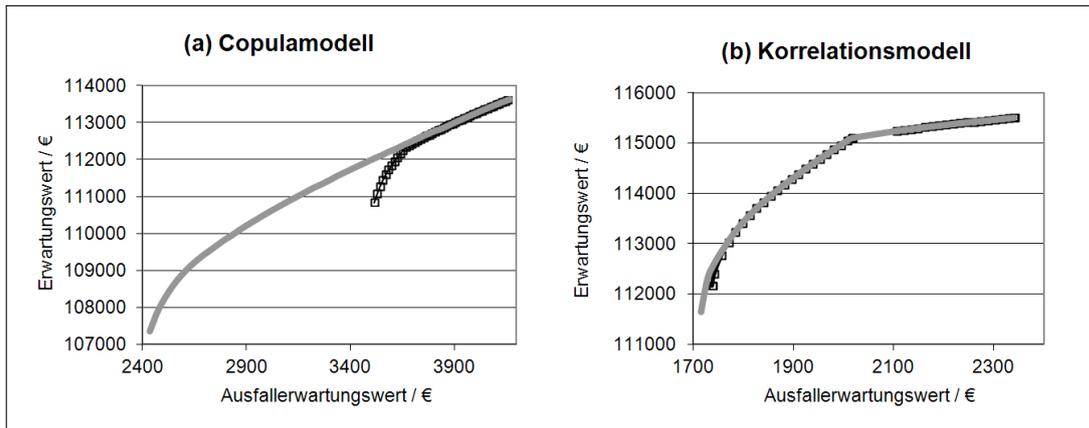
Rücksicht auf die Ausfallerwartung zu nehmen. Dieses würde in dem aufgestellten Modell zu einem optimalen Anbauumfang von ca. 25 Hektar Kartoffeln, 20 Hektar Silomais, 15 Hektar Körnermais und 40 Hektar Wintergerste führen. Der resultierende Ausfallerwartungswert liegt im copulabasierten Modell bei 4.168 €, im korrelationsbasierten bei 2.341€. Die mögliche Reduktion der Ausfallwahrscheinlichkeit (bzw. die potentielle Risikoreduktion) ist in beiden Modellen mit 603 € im Korrelationsmodell und 654 € im Copulamodell annähernd identisch. Diese Risikoreduktion wird mit einer Verringerung des erwarteten Deckungsbeitrages von 3.339 € (2.786 €) im Korrelationsmodell (Copulamodell) bezahlt (vgl. Tabelle 4.4). Für die Interpretation dieser Werte muss berücksichtigt werden, dass vom erwarteten Deckungsbeitrag 100.000 € für Fixkosten und Lebenshaltung abzuziehen sind. Der Einfluss der Risikoreduktion auf das optimale Anbauprogramm ist aus der Abbildung 4.2.2 ersichtlich. Dabei zeigen beide Modelle vom Prinzip her das gleiche Verhalten. Mit steigender akzeptierter Ausfallerwartung werden die Kulturen mit geringer Varianz im Deckungsbeitrag (Körnermais und Roggen) zu Gunsten von den Kulturen mit höherer Varianz (Silomais und Wintergerste) reduziert.

Abbildung 4.2.3 zeigt den Verlauf der erwarteten Deckungsbeiträge unter Variation der zugelassenen Ausfallerwartungswerte. Dabei ist ersichtlich, dass das Korrelationsmodell bei gegebener Ausfallerwartung durchgehend höhere erwartete Werte aufweist.

### Mit Wetterderivat

Im Weiteren wird ein Wetterderivat als Risikomanagementinstrument in das Modell eingebunden, das immer dann eine Kompensation bezahlt, wenn eine bestimmte Niederschlagssumme unterschritten wird. Pro Indexpunkt ( $pr$ ) unterhalb des Strike Levels ( $SL$ ) zahlt das Instrument einen Euro, wobei die erwartete Auszahlung plus 10% als Prämie ( $P$ ) für dieses Instrument angesetzt wird. Bei einem Strike Level, das auf den Mittelwert der Niederschlagsverteilung gesetzt wird, ergibt sich eine Prämie von ca. 29 € pro abgeschlossenem Derivat. Die Optimierung dieser Modelle erfolgt wie zuvor, nur sind jetzt Wetterderivate zur Stabilisierung des Deckungsbeitrages zugelassen und somit ist  $u_{WD} \geq 0$ . Diese Implementierung führt nicht zuletzt zu einem asymmetrisch – also nicht normal – verteilten Deckungsbeitrag in beiden Modellen, der die Anwendbarkeit von varianzbasierten Risikomaßen einschränkt. Die Modellergebnisse sind in Abbildung 4.2.2 dargestellt. Im Korrelationsmodell werden dabei maximal 31 Wetterderivate gezeichnet. Diese geringe Menge ist durch Diversifikationseffekte bedingt, die durch die teilweise sogar negativen Korrelationskoeffizienten der Felderträge zum Niederschlag entstehen (vgl. Tabelle 4.3). Somit führt der Einsatz von Wetterderivaten nur zu einer geringen Risikoreduktion. In Abbildung 4.2.4 ist zu sehen, dass die Wetterderivate im korrelationsbasierten Modell annähernd keinen Einfluss auf den Verlauf ausüben. Dieses führt nur zu unwesentlich höheren erwarteten Deckungsbeiträgen bei Ausfallerwartungswerten unterhalb von 1.800 €. In diesem Punkt ist ein Grenzwert gegeben, da oberhalb keine Wetterderivate mehr eingesetzt werden und somit der Verlauf der Model-

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



Graue Linie: mit Wetterderivat; schwarz mit Kästchen: ohne Wetterderivat

**Abbildung 4.2.4: Erwarteter Deckungsbeitrag-Ausfallerwartungswert-Diagramm mit und ohne Wetterderivate**

Quelle: Eigene Darstellung

le mit und ohne Wetterderivate deckungsgleich ist, sowie die Anbauprogramme identisch sind. Die mögliche Reduktion der Ausfallerwartung steigt auf 626 €, was im Vergleich zu 603 € aus dem Modell komplett ohne Wetterderivate keine wesentliche Verbesserung darstellt. Durch das Risikomanagement entsteht eine zusätzliche Verminderung der erwarteten Deckungsbeiträge um 531 € verglichen zum Modell ohne Wetterderivate.

Das Copulamodell zeigt ein anderes Verhalten. Durch den Einsatz von Wetterderivaten kann die Ausfallerwartung auf 2.426 € (vorher 3.515 €) gesenkt werden, was eine absolute Reduktion um 1.742 € bedeutet und verglichen mit den 653 € des Modelles ohne Wetterderivat einen großen Beitrag zur Risikoreduktion leistet. Im Punkt der geringsten Ausfallwahrscheinlichkeit werden 275 Wetterderivate gekauft, was zu einem erwarteten Deckungsbeitrag von 107.365 € führt. Abbildung 4.2.4 zeigt, dass die Ausfallerwartung unterhalb von 3.860 € (Grenzwert mit keinen Wetterderivaten) deutlich niedrigere Werte aufweist als in dem Modell ohne Wetterderivate.

#### Zusammenfassung

Der Vergleich der beiden Modelle zeigt den Einfluss der Modellierung auf die Ergebnisse einer Untersuchung und die damit verbundene Interpretation der Effizienz eines Wetterderivates deutlich auf. Es erscheint das Verhalten der Modelle ohne den Einsatz von Wetterderivaten zunächst annähernd identisch, da das Anbauprogramm und die Risikomaße Ähnlichkeiten aufweisen: mit sinkender akzeptierter Ausfallerwartung werden die Kulturen mit hoher Varianz durch Kulturen mit geringer Varianz ersetzt, und durch die Umstellung des Anbauprogrammes wird die Ausfallwahrscheinlichkeit in beiden Modellen annähernd gleichstark reduziert. Durch die Implementierung von Wetterderivaten zeigen sich eindeutige Unterschiede in den Modellen. Würde man auf Basis des korrelationsbasierten Modelles kaum zum Einsatz tendieren, so zeigen die Derivate im copulabasierten Modell erhebliches risi-

### 4.3 Gesamtbetriebliches Modell mit angepassten Rändern und Funktionen

koreduzierendes Potential. Unterstellt man, dass das copulabasierte Modell die Wirklichkeit genauer wiedergibt, da pflanzenbauliche Aspekte besser reflektiert werden, so wird durch das Korrelationsmodell das Potential zur Risikoreduktion durch den Einsatz der Derivate erheblich unterschätzt!

Für die Modellierung von witterungsbedingtem Risiko für Felderträge beinhaltet die Copula Vorteile, da durch sie weitere Informationen mit einbezogen werden können. Wird im korrelationsbasierten Modell vereinfachend oder leichtfertiger Weise angenommen, dass der Zusammenhang zwischen allen Variablen grundsätzlich linear ist und die Stärke des Zusammenhanges an allen Stellen gleich hoch ist, so können durch die Copula nicht lineare Zusammenhänge dargestellt oder durch die Wahl einer geeigneten Copulafunktion die Struktur vielfältiger an die tatsächlichen Umstände angepasst werden. Weiter können durch die Copula die gemeinsamen Ränder der Ertragsverteilungen bzw. Witterungsgrößen detaillierter dargestellt werden, was von großer Bedeutung ist, da Risikoinstrumente gerade in den Randbereichen wirken sollen. Im nächsten Abschnitt soll deshalb das Modell durch die Möglichkeiten der Copulafunktionen weiter an die reale Welt angepasst werden, um so eine neue Einschätzung der Wirkungsweise und Effizienz eines Wetterderivates im gesamtbetrieblichen Kontext zu erhalten.

## 4.3 Gesamtbetriebliches Modell mit angepassten Rändern und Funktionen

Aus dem vorherigen Abschnitt geht hervor, dass die Genauigkeit, mit der die Wirklichkeit in einem Modell wiedergespiegelt wird, einen hohen Einfluss auf die Ergebnisse ausübt. Deshalb sollen die Möglichkeiten der Copulae genutzt werden um das Modell weiter anzupassen. In dem vorherigen Modell wurden sowohl für die Verteilung der Felderträge als auch für die der Niederschlagssummen Normalverteilungen angenommen. Dabei ist nicht zwangsläufig davon auszugehen, dass eine Normalverteilung in optimaler Weise die tatsächlich zugrundeliegende Verteilung der Daten wiedergibt. Sollte beispielsweise die wahre Verteilung schief sein, so führt eine aus der kurzen (Ertrags-)Datenreihe geschätzte Normalverteilung zu einer erheblichen Fehleinschätzung der Extremereignisse, die sich auf die Auswertung der Derivate überträgt. Deshalb sollen in einem nächsten Schritt die Verteilungen mit Hilfe des Excel Add-Ins „Best-Fit“<sup>2</sup> geschätzt werden. Dabei wird jeweils die Verteilung ausgewählt, die unter Verwendung des Chi<sup>2</sup> Tests die beste Annäherung an die Ausgangsdaten liefert. Anschließend werden die bestgeeignetsten Copulafunktionen aus den Clayton, Gumble und Frank Copulafunktionen mittels graphischer und analytischer Methoden ausgewählt, um bestmöglich die gemeinsame Verteilung im Modell wiedergeben zu können. Im Folgenden werden

---

<sup>2</sup>Best Fit ist ein Bestandteil des Excel Add-Ins @Risk (Palisade Corporation)

## 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

zuerst die geschätzten Verteilungen kurz beschrieben, anschließend mit den angepassten Copulae verbunden, und das Modell wird erneut ausgewertet.

### 4.3.1 Randverteilungen optimieren

Um verschiedene Verteilungen an die Ausgangsdaten anzupassen, nutzt „Best Fit“ den Maximum Likelihood Schätzer, für den die Parameter der zu schätzenden Verteilung so variiert werden, dass diese bestmöglich die Ausgangsdaten widerspiegeln. Anschließend erfolgt die Auswahl zwischen den Verteilungsfunktionen anhand des Chi<sup>2</sup> Testes. Dieser überprüft, wie gut die geschätzte Funktion die Ausgangsdaten wiedergibt. Dazu wird die x-Achse in verschiedene Abschnitte geteilt und die Anzahl der vorhandenen Datenpunkte mit der theoretisch nach der geschätzten Funktion erforderlichen Anzahl verglichen. Die Testgröße errechnet sich dabei nach der folgenden Formel, wobei niedrige Werte für eine gute Anpassung der geschätzten Funktion an die Daten stehen:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(N_i - E_i)^2}{E_i} \quad (4.3.1)$$

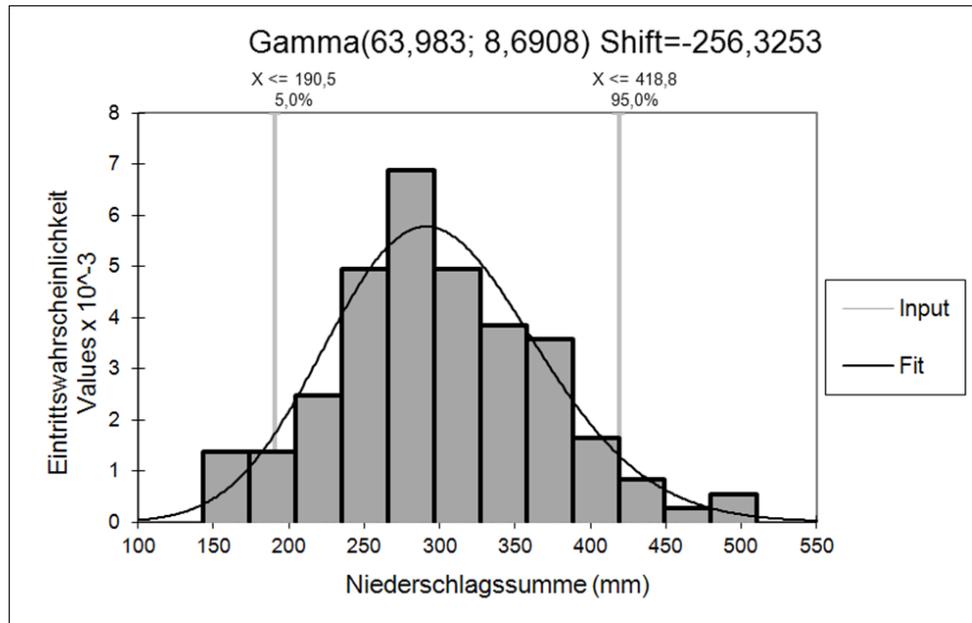
Dabei stellt  $K$  die Anzahl der Abschnitte,  $N_i$  die beobachteten Werte im Abschnitt und  $E_i$  die erwarteten Werte im Abschnitt ( $i$ ) dar. Ein Nachteil dieses Ansatzes liegt darin, dass die Wahl der Anzahl und Breite der Abschnitte nicht fest vorgegeben sind, und somit Einfluss auf das Ergebnis genommen werden kann. @Risk versucht dabei, die Abschnitte so zu wählen, dass alle ein gleichgroßes Wahrscheinlichkeitsfeld abdecken, und somit in allen Abschnitten gleich viele Werte erwartet werden (Palisade Corporation, 2002b, S.137ff. und 148f.).

Die Auswahl der Ertrags- und Niederschlagsverteilungsfunktionen erfolgt auf Basis des niedrigsten Chi<sup>2</sup> Wertes der von @Risk herangezogenen Verteilungsfunktionen. Für die Daten der Niederschlagssummen stellt die Gammaverteilung die beste Anpassung an die Ausgangsdaten dar. Diese Verteilung weist einen Testwert von 3,1 auf. Wie wahrscheinlich es ist, dass die Ausgangsdaten durch die angepasste Funktion generiert werden können, wird als Nullhypothese angenommen und für die Gammaverteilung mit einem Bestimmtheitsmaß von 98,9% nicht verworfen. Somit stellt die Gammaverteilung eine gute Annäherung an die wahre Verteilung der Niederschlagssummen dar (vgl. Abbildung 4.3.1).

Eine Gammaverteilung besitzt die Dichtefunktion mit den Parametern  $(b, p)$ ,  $(b > 0, p > 0)$ , und wird beschrieben durch

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{b^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-bx} & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x \leq 0 \end{cases} \quad (4.3.2)$$

### 4.3 Gesamtbetriebliches Modell mit angepassten Rändern und Funktionen



**Abbildung 4.3.1: Dichtefunktion der Ausgangsdaten (Input) und der angepassten Funktion (Fit)**

Quelle: Eigene Darstellung mit @Risk

mit der Gammafunktion  $\Gamma(p) = \int_0^{\infty} t^{p-1} e^{-t} dt$ . Die Verteilungsfunktion ergibt sich aus der Formel:

$$F_x(x) = \frac{\Gamma_x(p)}{\Gamma(p)} \quad (4.3.3)$$

wobei die unvollständige Gammafunktion ( $\Gamma_x(p)$ ) aus dem Integral bis zur Grenze  $x$  besteht (für die Parameter  $(1, p)$ ) (Müller, 1975, S.83f.). Die durch „Best Fit“ geschätzten Parameter sind dabei  $b = 63,983$  und  $p = 8,6908$ . Anschließend wird die Funktion um 256 mm verschoben, um die optimale Annäherung an die Verteilung des Niederschlages darzustellen.

Sowohl für den Winterroggen als auch für die Kartoffeln bildet die logistische Verteilungsfunktion, basierend auf dem  $\chi^2$  Test die beste Annäherung. Auch wenn der Definitionsbereich der Funktion bis minus unendlich geht und somit die Verteilung aufgrund des positiven Definitionsbereiches für Felderträge eigentlich nicht anwendbar ist, kann diese Funktion dennoch gewählt werden, wenn die Wahrscheinlichkeit für negativ simulierte Werte als gering genug angesehen wird. Die kumulierte Verteilungsfunktion ist in @Risk definiert, als (Palisade Corporation, 2002a):

$$F(x) = \frac{1 + \tanh\left(\frac{1}{2} \left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)\right)}{2} \quad (4.3.4)$$

Dabei stellen  $\alpha$  und  $\beta$  die Parameter der Funktion dar, mit  $\beta > 0$ ,  $\tanh$  steht für den Tangens

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

**Tabelle 4.5: Parameter der logistischen Verteilung**

	Winterroggen	Kartoffeln
Alpha ( $\alpha$ )	82,3744	478,813
Beta ( $\beta$ )	4,987	44,281
Bestimmtheitsmaß	56,37 %	99,22 %
Wahrscheinlichkeit für $x < 0$	$6,69 \cdot 10^{-59}$	$2,01 \cdot 10^{-5}$

Quelle: Eigene Berechnungen

**Tabelle 4.6: Parameter der Extremwertverteilung**

	Wintergerste	Körnermais
a	66,874	72,054
b	13,652	19,085
Bestimmtheitsmaß	100 %	88,1 %
Wahrscheinlichkeit für $x < 0$	$5,79 \cdot 10^{-59}$	$1,14 \cdot 10^{-19}$

Quelle: Eigene Berechnungen

Hyperbolicus. Die Parameter sowie das Bestimmtheitsmaß für die Nullhypothesen sind in Tabelle 4.5 dargestellt.

Es fällt auf, dass die Verteilung zur Beschreibung des Roggenertrages nur mäßig geeignet zu sein scheint. Da die logistische Verteilung allerdings die beste Näherung an die gegebenen Daten darstellt, wird diese Verteilung mangels Alternativen herangezogen.

Zur Beschreibung der Ertragsverteilungen für die Wintergerste und den Körnermais ergibt die Extremwertverteilung die beste Annäherung an die Ausgangsdaten. In @Risk ist sie mit den Verteilungsparametern a und b als kumulierte Verteilungsfunktion beschrieben durch (Palisade Corporation, 2002a):

$$F(x) = \frac{1}{e^{\exp(-\frac{x-a}{b})}} \quad (4.3.5)$$

Dabei ist  $b > 0$  definiert. In gleicher Weise wie für die logistische Verteilung gilt bei einem Definitionsbereich für  $x$  von minus bis plus unendlich, dass diese Verteilungen eigentlich keine Erträge beschreiben können, da negative Erträge unmöglich sind. Bei passender Parameterwahl kann die Wahrscheinlichkeit für negative Erträge so gering ausfallen, dass dieser Aspekt zu vernachlässigen ist. Die Parameter der Verteilung sowie das Bestimmtheitsmaß sind in Tabelle 4.6 zusammengefasst.

Ein Bestimmtheitsmaß von 100% ist in diesem Zusammenhang sicherlich mit Vorsicht zu genießen und keinesfalls ein Indiz dafür, dass die Verteilung der Ausgangsdaten der Wintergerste exakt durch die Extremwertverteilung beschrieben ist. Viel mehr zeigt es, dass diese Schätzverfahren bei den wenigen Messwerten, die für die Untersuchung zur Verfügung stehen, nur mit wenigen Freiheitsgraden arbeiten, wodurch zufällig eine optimale Anpassung

**Tabelle 4.7: Parameter der inversen Gaußverteilung**

	Silomais
My( $\mu$ )	455,96
Lambda( $\lambda$ )	15236
Shift	-2,35
Bestimmtheitsmaß	90,88 %

Quelle: Eigene Berechnungen

resultieren kann.

Für den Silomais stellt sich die Inverse Gaußverteilung als beste Näherung heraus. Sie wird mit Hilfe der Parameter  $\mu$  und  $\lambda$  beschrieben als (Palisade Corporation, 2002a):

$$F(x) = \Phi \left[ \sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left( \frac{x}{\mu} - 1 \right) \right] + e^{\frac{2\lambda}{\mu}} \Phi \left[ -\sqrt{\frac{\lambda}{x}} \left( \frac{x}{\mu} + 1 \right) \right] \quad (4.3.6)$$

In dieser Funktion müssen sowohl  $\mu$  als auch  $\lambda$  größer Null sein,  $\Phi$  stellt die kumulierte Standardnormalverteilung dar. Der Definitionsbereich für diese Funktion ist  $x > 0$ . Da zusätzlich für eine optimale Anpassung die Feldertragsdaten um 2,35 nach unten verschoben werden um  $F(x)$  zu berechnen, ist eine Realisation negativer Silomaiserträge ausgeschlossen. Die Parameter der Verteilung sind in Tabelle 4.7 dargestellt.

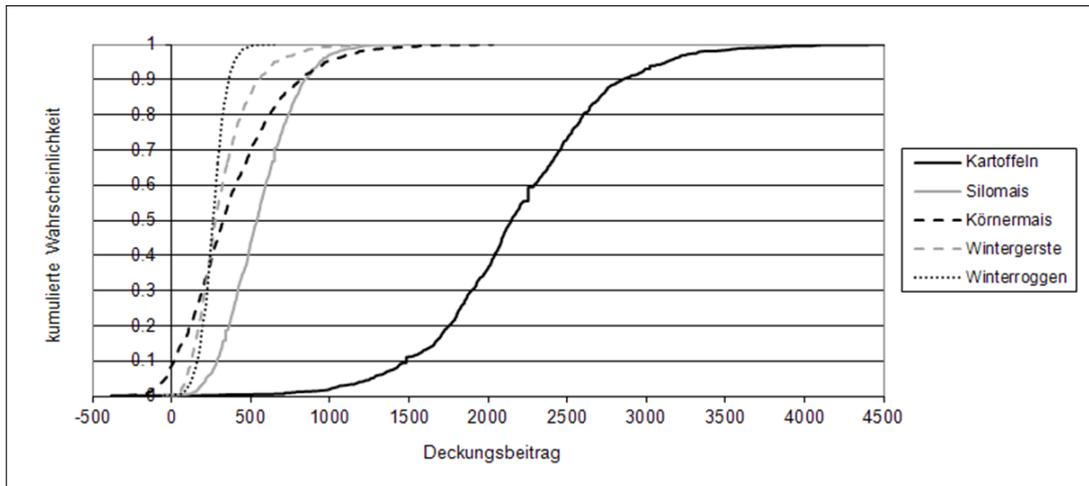
Multipliziert man die angepassten Verteilungen mit den als fix angenommenen Produktpreisen (vgl. Tabelle 4.2) und subtrahiert anschließend die variablen Kosten pro Hektar, so erhält man die angepassten Verteilungen der Deckungsbeiträge für die einzelnen Kulturen. Diese Verteilungen können einerseits bezüglich ihrer stochastischen Dominanz untersucht, andererseits können die Veränderungen der kumulierten Verteilungen gegenüber den zuvor unterstellten Normalverteilungen (vgl. Abschnitt 4.2) aufgezeigt werden.

Wie der Vergleich der Abbildung 4.3.2 mit Abbildung 4.2.1 zeigt, haben die eingehenden Verteilungen Einfluss auf die Beziehung zwischen den Feldkulturen. Der Deckungsbeitrag der Kartoffeln weist weiterhin stochastische Dominanz 1. Grades gegenüber den übrigen Feldkulturen auf. Waren zuvor die Maisverfahren noch annähernd gleichwertig, so dominiert mit den angepassten Verteilungen der Silomais den Körnermais nach der stochastischen Dominanz 2. Grades. Ebenfalls würde der Silomais gegenüber der Gerste und dem Roggen bevorzugt werden. Zwischen Gerste und Roggen ist mit Hilfe der stochastischen Dominanz weiterhin keine Aussage zu fällen.

### 4.3.2 Auswahl der Copulafunktion

Durch die Copulafunktion wird Einfluss auf die gemeinsame Verteilung der Variablen genommen. So können die Gumbel- und Claytoncopula für die Darstellung von zusammen-

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



**Abbildung 4.3.2: kumulierte Verteilungen der Deckungsbeiträge bei angepassten Verteilungsfunktionen**

Quelle: Eigene Darstellung

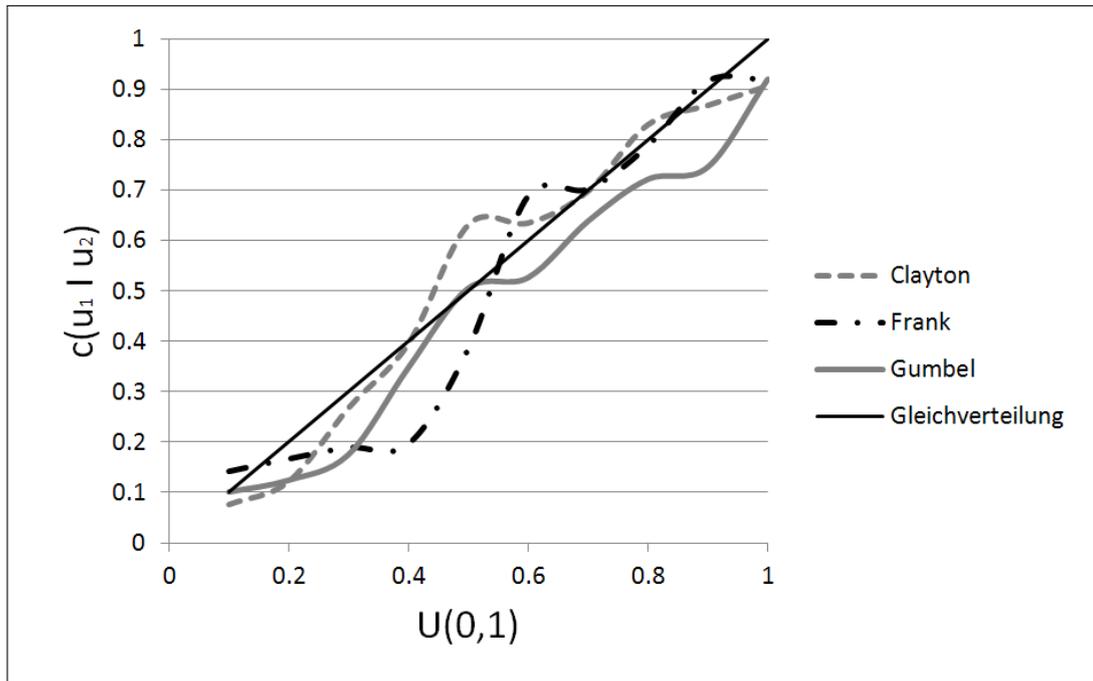
**Tabelle 4.8: geschätzte Copulaparameter für die verschiedenen Funktionen aus den trendbereinigten, historischen Daten**

	WG-WRo	Mais	Ka-Nied
Clayton	1,21	2,94	2,17
Gumbel	1,61	2,47	2,09
Frank	3,86	7,79	6,12

Quelle: Eigene Berechnungen mit R

fallenden Extremereignissen verwandt werden, während die Frankcopula zu keinen Abhängigkeiten in den Rändern führt. Somit kann die Copulafunktion durch eine genauere Wiedergabe der Realität im Modell erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse nehmen. Für die Auswahl der Copulafunktion werden alle drei Verfahren des Abschnittes 3.3.5 durchlaufen, um in Abwägung der verschiedenen Ergebnisse und unter Stützung durch den theoretischen Hintergrund eine Entscheidung zu treffen. Dabei wird hier nicht mehr jede mögliche Kombination zwischen den Variablen überprüft, sondern es wird auf die „natürliche Struktur“ zurückgegriffen (vgl. Abschnitt 4.2). Somit bleiben in den Copulae der untersten Ebene die Wintergerste mit dem Winterroggen (WG-WRo), der Körner- und der Silomais (Mais) sowie die Kartoffeln mit den Niederschlägen (Ka-Nied) gepaart. Die Ausgangsdaten werden anhand der im vorherigen Abschnitt angepassten Funktionen zu den Werten der kumulierten Verteilungsfunktionen transformiert. Die aufgrund des kleinen Stichprobenumfangs mit Hilfe von Kendall's Tau (vgl. Abschnitt 3.3.4) geschätzten Copulaparameter für die einzelnen Funktionen für die verschiedenen Paarungen sind in Tabelle 4.8 dargestellt. Da auch zuvor die Parameter mit dem verteilungsunabhängigen, nicht parametrischen Test nach GENEST und RIVEST geschätzt wurden, bleiben die Parameter der Clayton-Copula unverändert.

Für die drei zur Auswahl stehenden Copulafunktionen werden die Werte der bedingten Ver-



**Abbildung 4.3.3: Graphische Methode zur Bestimmung der „optimalen“ Copulafunktion für WG-WRo**

Quelle: Eigene Darstellung

teilungsfunktionen mit Hilfe der geschätzten Parameter gebildet und in Abbildung 4.3.3, Abbildung 4.3.4 und Abbildung 4.3.5 dargestellt.

Aufbauend auf der graphischen Analyse (vgl. Abbildung 4.3.3) beschreibt die Clayton Copula am besten den Zusammenhang zwischen den Wintergersten- und Winterroggenerträgen, da die bedingte Verteilungsfunktion über die gesamte Funktion den geringsten Abstand zur Gleichverteilung zu haben scheint. Der Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest stellt hingegen die Gumbel Copulafunktion als beste Anpassung dar. Dieses kann dadurch erklärt werden, dass dieser Test nur den maximalen Abstand zwischen der kumulierten, bedingten Verteilungsfunktion und der Gleichverteilung heranzieht, nicht aber den Verlauf über die gesamte Verteilung berücksichtigt. Somit ist dieses Verfahren anfällig gegenüber Ausreißern, gerade bei kleinen Stichprobenumfängen.

Der Goodness-of-fit Test mit Hilfe des Boodstrap Verfahrens berücksichtigt den Abstand zwischen den empirischen und parametrischen Verteilungen über den gesamten Wertebereich. Bei diesem Verfahren wird wieder die Clayton Copulafunktion als am besten geeignete Funktion herausgestellt, weshalb für die Beschreibung des Zusammenhanges im folgenden Modell die Clayton Copula herangezogen werden soll.

Die graphische Analyse in Abbildung 4.3.4 zeigt, dass die Clayton und die Frank Copula die Gleichverteilung am besten wiedergeben. Dabei scheint die Frank Copula leichte Vorteile zu genießen. Die Teststatistik in Tabelle 4.11 stellt die Frank Copulafunktion ebenfalls als die

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

**Tabelle 4.9: Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest auf Gleichverteilung (WG-WRo)**

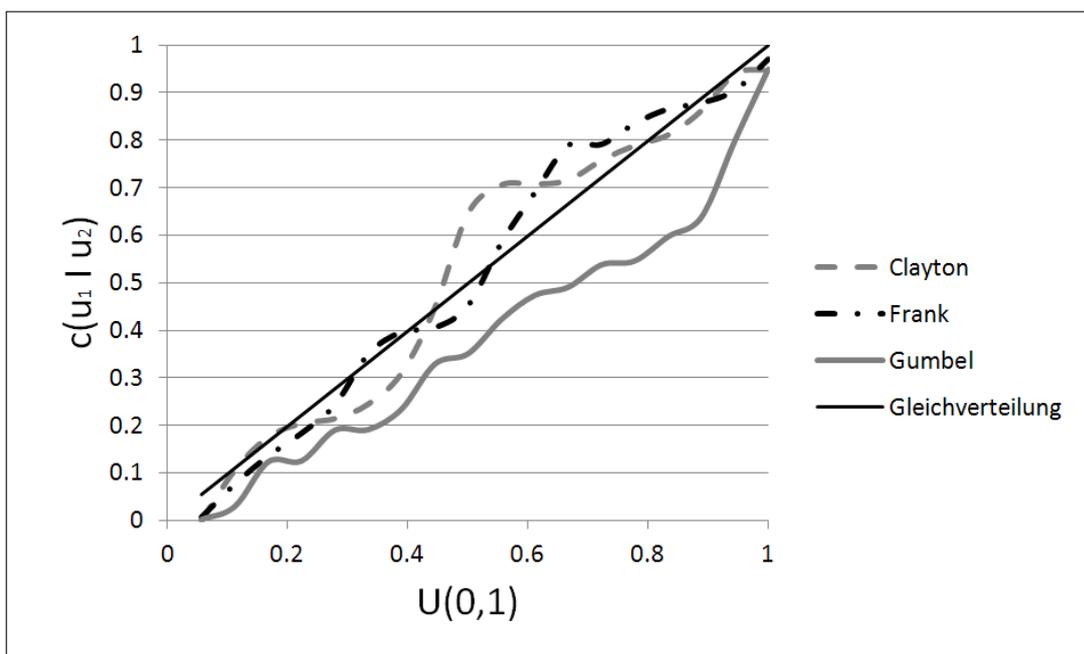
		Clayton	Gumbel	Frank
N		10	10	10
Parameter der Gleichverteilung	Minimum	0,08	0,10	0,14
	Maximum	0,91	0,92	0,92
Extremste Differenz	Absolut	0,269	0,209	0,330
	Positiv	0,145	0,209	0,330
	Negativ	-0,269	-0,100	-0,204
Kolmogorov-Smirnov-Z		0,850	0,661	1,043
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)		<b>0,465</b>	<b>0,775</b>	<b>0,227</b>

Quelle: Eigene Berechnung mit SPSS

**Tabelle 4.10: Bootstrapverfahren für WG-WRo**

Copula-funktion	Parameter	Cramer-von-Mises Statistik	p-value
Clayton	1,21	0,055	0,76
Gumbel	1,61	0,061	0,50
Frank	3,86	0,059	0,57

Quelle: Eigene Berechnungen mit R; Parameterschätzung mit Hilfe von Kendall's Tau



**Abbildung 4.3.4: Graphische Methode zur Bestimmung der „optimalen“ Copulafunktion für Mais**

Quelle: Eigene Darstellung

### 4.3 Gesamtbetriebliches Modell mit angepassten Rändern und Funktionen

**Tabelle 4.11: Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest auf Gleichverteilung (Mais)**

		Clayton	Gumbel	Frank
N		18	18	18
Parameter der Gleichverteilung	Minimum	0,00	0,00	0,01
	Maximum	0,95	0,95	0,97
Extremste Differenz	Absolut	0,244	0,217	0,201
	Positiv	0,075	0,217	0,056
	Negativ	-0,244	-0,056	-0,201
Kolmogorov-Smirnov-Z		1,037	0,919	0,851
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)		<b>0,233</b>	<b>0,367</b>	<b>0,464</b>

Quelle: Eigene Berechnung mit SPSS

**Tabelle 4.12: Bootstrapverfahren für Mais**

Copula-funktion	Parameter	Cramer-von-Mises Statistik	p-value
Clayton	2,94	0,042	<b>0,28</b>
Gumbel	2,47	0,036	<b>0,50</b>
Frank	7,79	0,038	<b>0,47</b>

Quelle: Eigene Berechnungen mit R; Parameterschätzung mit Hilfe von Kendall's Tau

bestgeeignetste heraus, wobei diese allerdings zuerst von der Gumbel Copula gefolgt wird. Basierend auf dem Goodness-of-fit Test in Tabelle 4.12 wäre sogar die Gumbel Copula zu bevorzugen. Hier wird deutlich, dass die Tests bei den geringen Datenumfängen, die für die Analyse zur Verfügung stehen, nicht zwangsläufig eindeutige Ergebnisse liefern müssen.

Durch den Vergleich der bedingten Verteilungen in Abbildung 4.3.5 wird erneut die Problematik der geringen Stichprobenumfänge deutlich. Dabei liegt die Clayton Copula am wenigsten weit von der Gleichverteilung entfernt, was auch von der Teststatistik in Tabelle 4.13 bestätigt wird. Der Goodness-of-fit Test in Tabelle 4.14 stellt allerdings die Frank Copula besser als die Clayton Copula da.

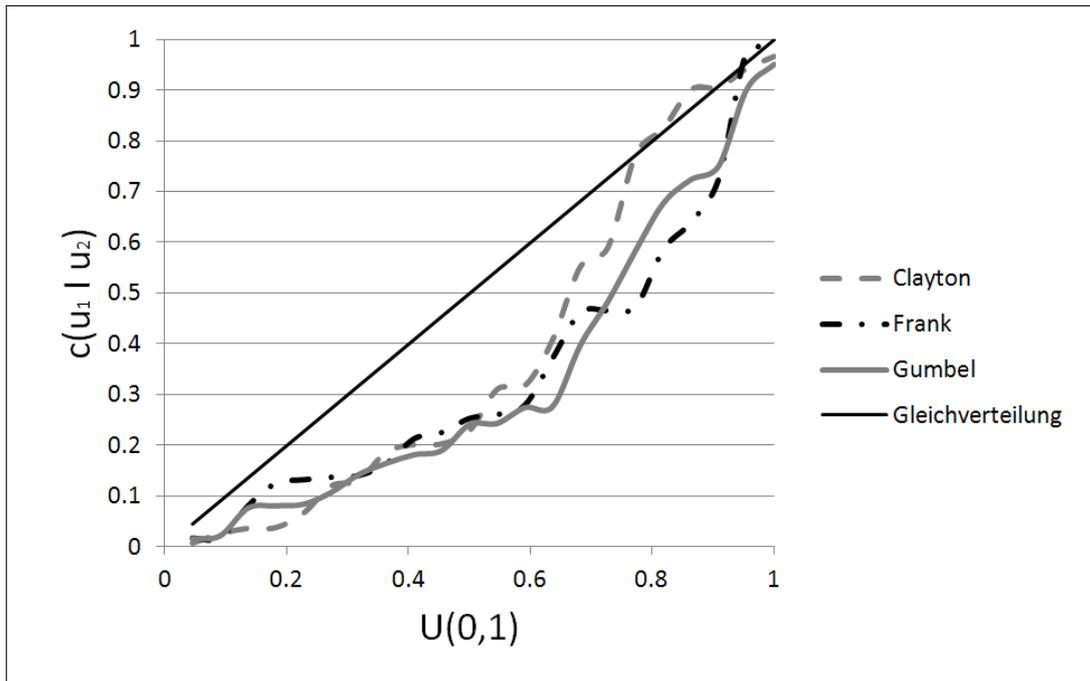
Die verschiedenen Analyseverfahren zeigen für die Zusammenhänge zwischen den Kultu-

**Tabelle 4.13: Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest auf Gleichverteilung (Ka-Nied)**

		Clayton	Gumbel	Frank
N		22	22	22
Parameter der Gleichverteilung	Minimum	0,01	0,01	0,02
	Maximum	0,97	0,95	0,98
Extremste Differenz	Absolut	0,269	0,358	0,318
	Positiv	0,269	0,358	0,318
	Negativ	-0,114	-0,045	-0,087
Kolmogorov-Smirnov-Z		1,263	1,677	1,493
Asymptotische Signifikanz (2-seitig)		<b>0,082</b>	<b>0,007</b>	<b>0,023</b>

Quelle: Eigene Berechnung mit SPSS

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



**Abbildung 4.3.5: Graphische Methode zur Bestimmung der „optimalen“ Copulafunktion für Ka-Nied**

Quelle: Eigene Darstellung

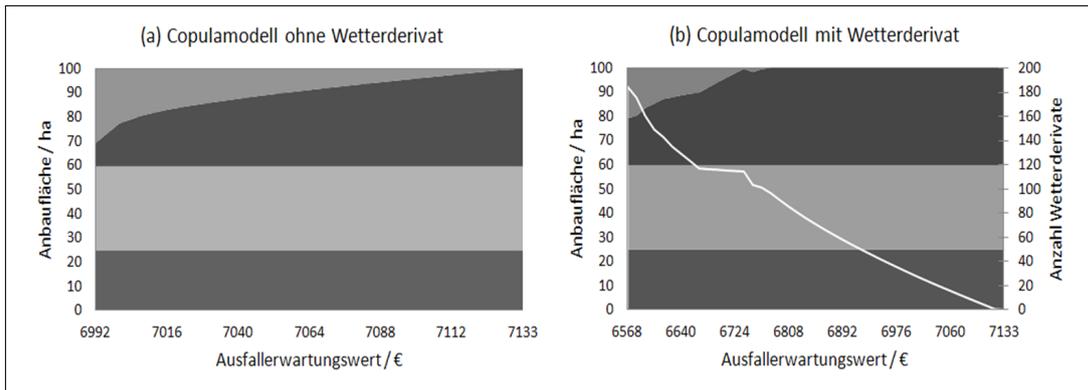
**Tabelle 4.14: Bootstrapverfahren für Ka-Nied**

Copula-funktion	Parameter	Cramer-von-Mises Statistik	p-value
Clayton	2,17	0,034	<b>0,55</b>
Gumbel	2,09	0,041	<b>0,21</b>
Frank	6,12	0,032	<b>0,63</b>

Quelle: Eigene Berechnungen mit R; Parameterschätzung mit Hilfe von Kendall's Tau

ren, dass sie keine eindeutigen Ergebnisse liefern. Dieses liegt zum einen an den geringen Stichprobenumfängen, die die Anpassungstests anfällig für einzelne Ausreißerwerte machen, zum anderen auch an den Testverfahren, die die Auswahl an wenigen, aber auch unterschiedlichen Kriterien festmachen. Da somit die Testverfahren kein eindeutiges Festlegen auf eine bestimmte Copulafunktion ermöglichen, wird weiterhin auf die Clayton Copulafunktion zurückgegriffen, da dieser Zusammenhang theoriegestützt geeignet erscheint. Kritisch zu hinterfragen ist auch, ob es ausreicht, die Untersuchung auf drei verschiedene Copulatypen zu beschränken, von denen jeweils eine untere, obere und gar keine Tail Dependence aufweist. Da das Copulakzept viele verschiedene Zusammenhänge darstellen kann, wären bei einem ausreichend großen Datensatz auch andere Funktionsformen mit den gleichen Eigenschaften für die gemeinsamen Ränder zu prüfen. Hierauf wird aber aufgrund des geringen Datensatzes, der ohnehin nur Schätzungen mit geringen Freiheitsgraden zulässt, verzichtet.

### 4.3 Gesamtbetriebliches Modell mit angepassten Rändern und Funktionen



**Abbildung 4.3.6: Anbaufläche der Feldkulturen und Anzahl der Wetterderivate**

Quelle: Eigene Darstellung

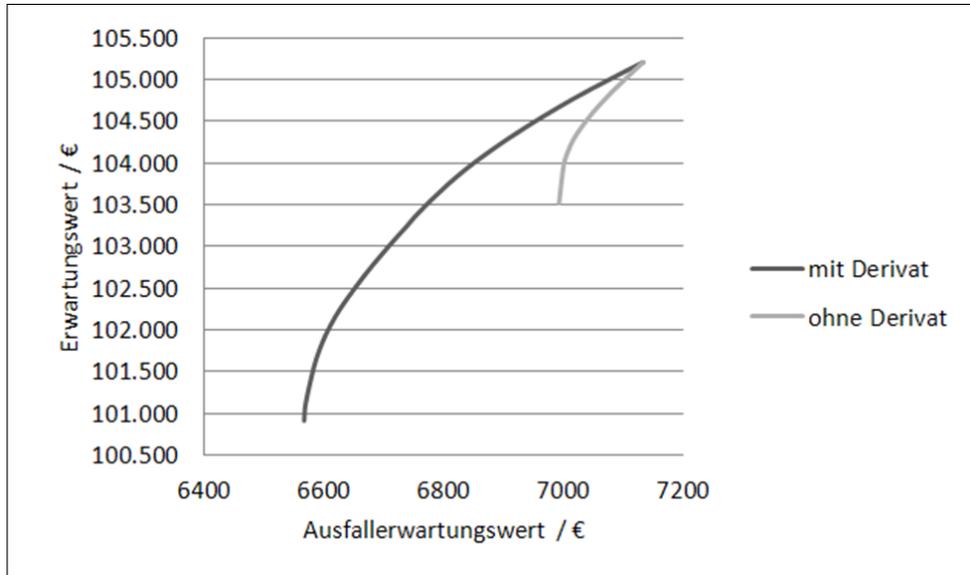
#### 4.3.3 Betriebsmodell mit angepasster Struktur

Das betriebliche Modell ist in gleicher Weise aufgebaut, wie das zuvor beschriebene Copulamodell in Abschnitt 4.2, einzig die Erkenntnisse aus der Optimierung der Randverteilungen und der Bestimmung der geeigneten Copulafunktionen sind eingepflegt. Durch die veränderte Annahme bezüglich der Niederschlagsverteilungen ergibt sich ein Erwartungswert der Auszahlung von 27,68 € für ein Wetterderivat. Zuzüglich des 10%igen Prämienaufschlages kostet ein Wetterderivat somit 30,45 € bei einem Strike Level, das auf den Mittelwert der Gammaverteilung (299,7 mm) festgelegt ist.

Abbildung 4.3.6 zeigt die Verteilung der Anbaufläche in Abhängigkeit von dem zugelassenen Ausfallerwartungswert, einmal mit (b) und einmal ohne (a) die Möglichkeit, Wetterderivate einzusetzen. Es fällt auf, dass der Körnermais nicht mehr im Anbauportfolio enthalten ist, was darauf zurückzuführen ist, dass er vom Silomais – bei Vernachlässigung der anderen knappen Faktoren – dominiert wird. In diesem Modell wird einzig der Winterroggen, der wegen seines niedrigen aber relativ stabilen Deckungsbeitrages attraktiv bei geringen zugelassenen Ausfallerwartungswerten ist, zunehmend durch Wintergerste ersetzt, die die Chance auf höhere Deckungsbeiträge birgt. Durch den Einsatz von Wetterderivaten kann der Ausfallerwartungswert zusätzlich um 425 € gesenkt werden. Zur maximalen Reduzierung der Ausfallerwartung werden insgesamt 185 Wetterderivate erworben, die zu einer Reduzierung der Ausfallerwartung auf 6.568 € führen. Ohne den Einsatz von Wetterderivaten lässt sich die Ausfallerwartung lediglich bis auf 6.992 € reduzieren. Der maximale Ausfallerwartungswert für beide Modelle liegt bei 7.133 €. Den Zusammenhang zwischen Erwartungswert des Gesamtdeckungsbeitrages und dem Ausfallerwartungswert stellt Abbildung 4.3.7 dar. Es ist zu erkennen, dass durch den Einsatz von Wetterderivaten bei gleichem Erwartungswert geringere Ausfallerwartungswerte realisiert werden können.

In Tabelle 4.15 ist der Vergleich der beiden Copulamodelle mit und ohne angepasste Verteilungen dargestellt. Die Ausfallerwartung weist im Modell mit angepassten Randverteilun-

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



**Abbildung 4.3.7: Erwartungswert-Ausfallerwartungswert-Diagramm bei angepassten Verteilungen**

Quelle: Eigene Darstellung

**Tabelle 4.15: Vergleich der Copulamodelle**

		Ohne Wetterderivat			Mit Wetterderivat	
		für beide max	min	Dif. zu max	min	Dif. zu max
Normalvert. (aus 4.2)	$AE/€$	4.168	3.515	654	2.426	1.742
	$E(GM_{opt})/€$	113.624	110.837	2.786	107.365	6.259
Fitted (aus 4.3)	$AE/€$	7.133	6.992	141	6.568	565
	$E(GM_{opt})/€$	105.210	103.520	1.690	100.912	4.298

Quelle: Eigene Berechnungen

gen wesentlich höhere Werte auf als im Modell mit unterstellten Normalverteilungen. Somit scheint der Einsatz von Normalverteilungen zu einer weiteren Unterschätzung des Risikos in der abgebildeten landwirtschaftlichen Produktion zu führen. Im Modell mit angepassten Rändern kann durch die alleinige Umstellung des Produktionsprogrammes die Ausfallerwartung nicht so stark reduziert werden. Allerdings führt der Einsatz von Wetterderivaten relativ zu einer wesentlich höheren Reduktion der Ausfallerwartung.

Durch die weitere Verfeinerung der Nachbildung der Realität erscheint der Einsatz des Wetterderivates weiterhin attraktiver als im anfänglichen korrelationsbasierten Modell. Um auszuschließen, dass durch die Verfeinerung nur eine Anpassung des Modelles auf die Stichprobendaten vorgenommen wurde und somit die Eignung von Wetterderivaten nur eine Einzelfallauswertung darstellt, wird im nächsten Abschnitt das Modellkonzept auf die Landkreise Niedersachsens übertragen. Dabei wird untersucht, inwieweit sich die Wetterlage, beschrieben durch den Deutschen Wetterdienst, mit der Eignung von Wetterderivaten in den einzelnen Landkreisen deckt.

## 4.4 Regionale Copulamodelle

Beim geographischen Basisrisiko, das mit dem Abschluss eines Wetterderivates verbunden ist, wird davon ausgegangen, dass es mit der Distanz zur Wetterstation zunimmt. Würde diese Annahme uneingeschränkt zutreffen, so würde die Eignung von Wetterderivaten als mengenbezogenes Risikomanagementinstrument kreisförmig um die Wetterstation abnehmen. Somit gäbe es eine maximale Distanz, bis zu der der Einsatz von Derivaten lohnenswert ist. Es ist aber davon auszugehen, dass die Topographie sowie dominierende Luftströmungen Einfluss auf das geographische Basisrisiko haben. Dieses soll anhand von Daten für Niedersachsen überprüft und anschließend das Potential der Derivate anhand von zwei copulabasierten Modellen analysiert werden.

### 4.4.1 Datengrundlage und Parameter

Als Datengrundlage für die Erträge der einzelnen Landkreise Niedersachsens dienen Erhebungen des Niedersächsischen Landesamtes für Statistik (NLS, 1991-2010). Die Preisdaten sind deutschlandweite Durchschnittspreise für die einzelnen Feldkulturen, erhoben von der ZMP/AMI (Zentrale Markt- und Preisberichtsstelle für Erzeugnisse der Land-, Forst- und Ernährungswirtschaft GmbH/ Agrarmarkt Informations-Gesellschaft mbH). Für das Wetterderivat wurden die Niederschlagsdaten der Wetterstation Bremen vom Deutschen Wetterdienst herangezogen. Dieses wird für das erste Modell als niederschlagsbezogenes kumulatives Derivat über die Monate Mai bis August zur fairen Prämie zuzüglich 10% angeboten und soll

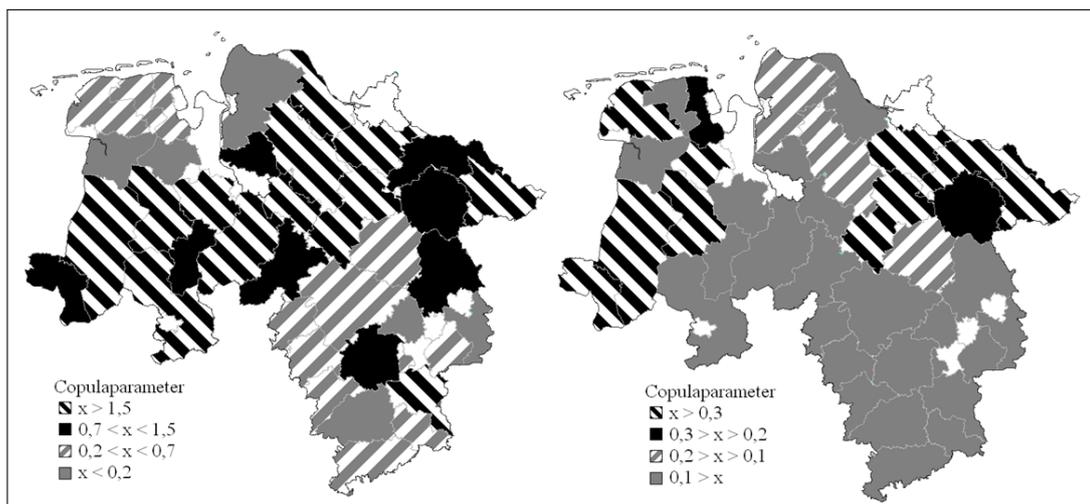
#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

möglichst optimal an die Bedürfnisse der Kartoffelproduktion (vgl. Abschnitt 3.1), im zweiten Modell über den Monat Juni optimal an die Weizenproduktion (siehe Abschnitt 4.4.3) angepasst sein. Die zugrundeliegenden Verteilungswerte sind in Tabelle A-7 und A-8 im Anhang aufgeführt. Als erster Indikator für das Potential der Wetterderivate in den einzelnen Kreisen werden die Copulaparameter herangezogen, um die Stärke des Zusammenhanges zwischen den Kulturen und dem Niederschlag zu beschreiben. Dabei stehen grundsätzlich hohe Werte für einen stark ausgeprägten Zusammenhang. Für das auf die Kartoffelproduktion optimierte Derivat wird die Höhe des Copulaparameters einer Frank Copula herangezogen, da in trockenen Jahren vermehrt geregnet und somit ein Teil der trockenheitsbezogenen Ernteverluste kompensiert wird. So entsteht keine untere Randabhängigkeit. Im Weizenmodell werden zuerst die Getreideerträge in einer Clayton Copula vereint und auf der darüberliegenden Ebene der Niederschlag mit einer weiteren Clayton Copula eingebunden. Da beim Getreide keine Berechnung üblich ist, wird hier gerade auf die untere Randabhängigkeit zur Darstellung von Trockenschäden Wert gelegt (Eine detaillierte Beschreibung des Aufbaues erfolgt in den Abschnitten 4.4.2 und 4.4.3). Die Parameter sind jeweils für die Felderträge der einzelnen Kreise und die Niederschläge in Bremen über die Jahre 1991 bis 2010 mit Hilfe von Kendalls' Tau (vgl. R, „iTau“) berechnet. Die Höhe der berechneten Parameter ist in den Tabellen im Anhang A-9, A-10 und in der Abbildung 4.4.1 abgebildet<sup>3</sup>. Auch hierbei ist wieder zu beachten, dass die absolute Höhe der Parameter zwischen zwei verschiedenen Copulafamilien nicht vergleichbar ist.

In Abbildung 4.4.1 links ist für den Zusammenhang zwischen den Niederschlägen und den Kartoffelerträgen ein schwarz-schwarz-weiß gestreifter Streifen zu erkennen, der Niedersachsen mittig von West nach Ost mit leichter Drehung gegen den Uhrzeigersinn durchzieht. Hier ist das (geographische) Basisrisiko geringer als in den übrigen Gebieten. Dieser Streifen ist dadurch zu erklären, dass einerseits die Hauptwindrichtung West ist und somit vermehrt Niederschläge in dieser Richtung über dem Land ausregnen. Andererseits besteht an der Nordsee und in den Höhenlagen des Harzes ein besonders raues Klima, das sich von der Ebene Niedersachsens abhebt. Für den Harz gilt auf der Luv Seite (West), dass diese besonders regenreich und für die Lee Seite (Ost), dass diese besonders regenarm ist. Die leichte Drehung des Streifens kann mit der Abnahme des ozeanischen Einflusses von Nordwest nach Südost erklärt werden (vgl. DWD, online). Zwischen den Weizenerträgen und den Niederschlägen ist dieser Zusammenhang leider nicht zu erkennen.

---

<sup>3</sup>Für die Modelle musste auf die kreisfreien Städte und den Landkreis Wesermarsch verzichtet werden, da für diese nicht ausreichend Daten für die verschiedenen Kulturen zur Verfügung standen. Somit verbleibt keine von den acht kreisfreien Städten, insgesamt aber 37 der 38 Landkreise.



**Abbildung 4.4.1: Höhe der Copulaparameter**

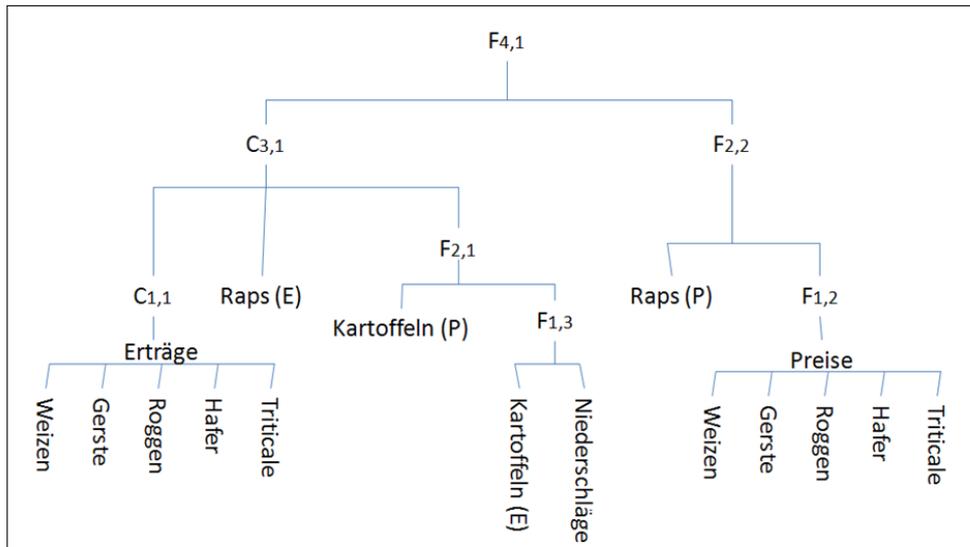
Quelle: Eigene Darstellung. Weiße Kreise wurden nicht mit einbezogen. Bremen Ort der Wetterstation; Links Kartoffelmodell; rechts Weizenmodell

#### 4.4.2 Modellaufbau mit Anpassung an die Kartoffelproduktion

Auch wenn das Wetterderivat auf die Kartoffelproduktion angepasst ist, darf es nicht alleine mit der angepassten Kultur betrachtet werden. Weil Diversifikationseffekte zu den anderen Kulturen bestehen, muss ein Zusammenhang zu den weiteren Kulturen hergestellt werden. Hierfür bietet sich eine Hierarchische Archimedische Copula an, wobei die Struktur im Gegensatz zum vorherigen Modell (vgl. Abschnitt 4.2) exogen vorgegeben ist und nicht anhand der Höhe der berechneten Parameter stufenweise festgelegt wird. Dieses Vorgehen ist notwendig, um nicht jeden Landkreis erneut auf die Daten anzupassen und somit die Gültigkeit des gleichen Modelles in allen Landkreisen zu testen. Des Weiteren zur Vereinfachung, da sich bei unterschiedlichen Strukturen der Modelle für die einzelnen Kreise 37 Einzelmodelle ergeben würden. Da anhand der Erträge ebenfalls keine spezifischen Randverteilungen für jeden Kreis einzeln geschätzt werden, wird für alle Randverteilungen die Normalverteilung angenommen, wobei die Parameter aus den historischen Daten berechnet werden. Die Struktur des Modelles ist in Abbildung 4.4.2 dargestellt. Dabei steht F für den Einsatz einer Frank Copulafunktion, C für den Einsatz einer Clayton Copulafunktion.

In dem Modell sind auf der einen Seite die Preise des Getreides zusammengefasst, da sie im Scatterplot der historischen Daten einen sehr starken Zusammenhang aufwiesen. Dieses ist mit der teilweisen Substituierbarkeit der Produkte zu begründen. Es wird allerdings nicht davon ausgegangen, dass ein besonderer Zusammenhang in den Rändern besteht, weshalb zur Beschreibung die Frank Copulafunktion herangezogen worden ist. Da der Rapspreis nicht eine so starke Gleichrichtung wie die Getreidepreise aufweist, wurde dieser Preis auf der nächsten Ebene in das Preismodell mit eingebunden. Auf der anderen Seite der Abbildung sind die Erträge zusammengefasst. Aufgrund der ähnlichen Abhängigkeiten vom Wetter und

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



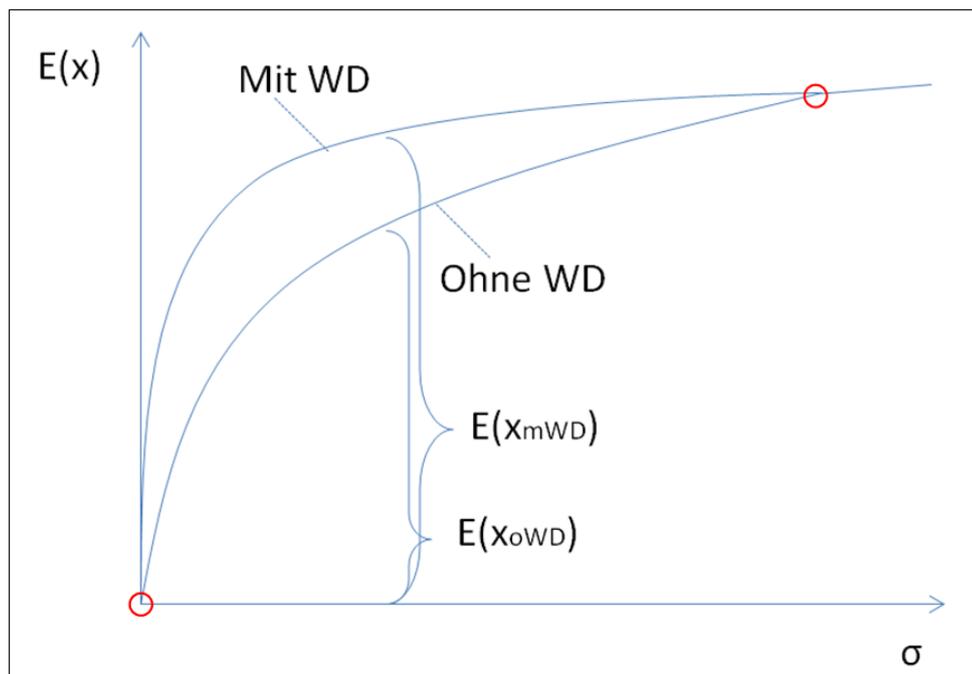
**Abbildung 4.4.2: Struktur Kartoffelmodell**

Quelle: Eigene Darstellung. C = Clayton Copula, F = Frank Copula, E = Erträge, P = Preise

der in der Regel ausbleibenden Bewässerung wurde für die Getreidearten die Clayton Copulafunktion gewählt, da diese Abhängigkeiten im unteren Bereich der gemeinsamen Verteilungsfunktion abbildet. Der Rapsenertrag und das Kartoffelmodell wurden auf der darüber liegenden Ebene eingebunden. Das „Kartoffelmodell“ wurde absichtlich von den anderen „Teilmodulen“ getrennt, da der Niederschlag explizit auf den Kartoffelertrag angepasst sein soll. Bei Kartoffeln ist von einem Natural Hedge auszugehen, der großen Einfluss auf die Modellergebnisse haben kann. Abschließend sind die einzelnen Teilbereiche auf der obersten Ebene mit einer Frank Copulafunktion verbunden.

Für die Optimierung des Anbauprogrammes wird erneut ein 100 Hektar Ackerbaubetrieb unterstellt, der anbautechnischen Restriktionen mit maximal 25% Kartoffel- und 60% Getreideanteil unterliegt. Weitere produktionstechnische Einschränkungen werden über die zur Verfügung stehenden Feldarbeitstage der einzelnen Monate gesetzt. Die Prämie für Niedersachsen wird mit 326 € unterstellt. Für die Optimierung werden aus dem oben beschriebenen Copulamodell 1.000 Werte für jede Variable simuliert. Bei der ersten Variante werden dabei konstante Preise unterstellt, sodass die Erträge mit ihrem Preis multipliziert und anschließend die variablen Kosten abgezogen werden. Durch weitere Multiplikation der Deckungsbeiträge pro Hektar mit den Anbauumfängen ergeben sich 1.000 Gesamtdeckungsbeiträge. Der Mittelwert dieser Gesamtdeckungsbeiträge wird maximiert unter einer exogen gegebenen maximal zugelassenen Standardabweichung, sodass sich mit Variation der Standardabweichung ein Erwartungswert-Standardabweichungs-Diagramm ergibt.

Da der Zusammenhang zwischen den Felderträgen und der Niederschlagssumme relativ schwach ausfällt (vgl. Copulaparameter Tabelle A-9, A-10) ist nicht davon auszugehen, dass das Wetterderivat zu einem Abschneiden des unteren Teiles der Verteilungsfunktion führt.



**Abbildung 4.4.3: Veränderung des Erwartungswert-Standardabweichungs-Diagrammes mit und ohne Wetterderivat**

Quelle: Eigene Darstellung

Somit kann auf die Vorteile eines varianzbasierten Risikomaßes zurückgegriffen werden. Vorteile in diesem Zusammenhang ergeben sich dadurch, dass die Kurven im Erwartungswert-Standardabweichungs-Diagramm mit und ohne Derivate grundsätzlich zwei gemeinsame Punkte aufweisen. Der erste Punkt ist bei Nullvarianz, da ein Produktionsprogramm ohne Risiko realistischer Weise nur erreicht werden kann, wenn die Produktion vollends eingestellt wird. Hier werden auch keine Wetterderivate gezeichnet. Der zweite Punkt ist dort gegeben, wo zur Erreichung der geforderten maximalen Varianz keine Wetterderivate mehr benötigt werden, da die Diversifikation ausreichend Risikoreduktion bietet. Somit kann sich eine Verbesserung der Situation für den Landwirt nur zwischen diesen beiden Punkten ergeben (Abbildung 4.4.3).

Dabei ist zu beachten, dass die Linien die Best-Practice Produktionsfunktionen (vgl. Cantner, Krüger, Hanusch, 2007, S.6.) darstellen. In der Regel wird der Landwirt aus verschiedenen Gründen nicht exakt auf dieser Funktion produzieren. Für die weitere Analyse soll aber davon ausgegangen werden, dass er dort produziert.

Für die Bewertung der Effizienz der Wetterderivate sind in diesem Modell verschiedene Ansätze denkbar. Würde man das exakte Produktionsprogramm des Landwirtes kennen, so könnte man nach dem Maximum-Prinzip den maximal erreichbaren Erwartungswert bei unveränderter Varianz oder die minimal mögliche Varianz bei gleichem Erwartungswert er-

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

rechnen (Minimum-Prinzip)<sup>4</sup> (vgl. Cantner, Krüger, Hanusch, 2007, S.4.). Da dieses Produktionsprogramm nicht bekannt ist, könnte man auf die maximale absolute oder relative Erwartungswerterhöhung durch das Wetterderivat ausweichen. Dieser Wert wäre dann entweder auf den Gesamtbetrieb oder auf das einzelne Wetterderivat zu beziehen. Der Nachteil dieses Messwertes kann darin bestehen, dass die maximale Verbesserung in einem Bereich der zugehörigen Varianz liegt, in dem ein Unternehmer mit einer „normalen“ Risikoeinstellung niemals produzieren würde. Dieses wäre vermutlich der Fall bei akzeptierten Varianzen nahe des Nullpunktes. Um dem Problem eines einzelnen Punktes zu entgehen, kann die Fläche zwischen den Funktionen herangezogen werden. Hier lässt sich ebenfalls anführen, dass es Bereiche der Varianz gibt, in denen vermutlich nicht produziert wird, aber hiervon sind alle Landkreise in gleicher Weise betroffen. Da die Attraktivität des Wetterderivateinsatzes von der relativen Verbesserung stärker beeinflusst werden wird als von der absoluten, wird im Weiteren der Vergleich anhand des folgenden Index vorgenommen:

$$I = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \left( \frac{E(x_{mWD, \sigma^*})}{E(x_{oWD, \sigma^*})} - 1 \right) = \int_{\sigma_{min}}^{\sigma_{max}} \left( \frac{E(x_{mWD, \sigma})}{E(x_{oWD, \sigma})} - 1 \right) d\sigma \quad (4.4.1)$$

, mit  $\sigma^* = \left( \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{N} \cdot n \right)$

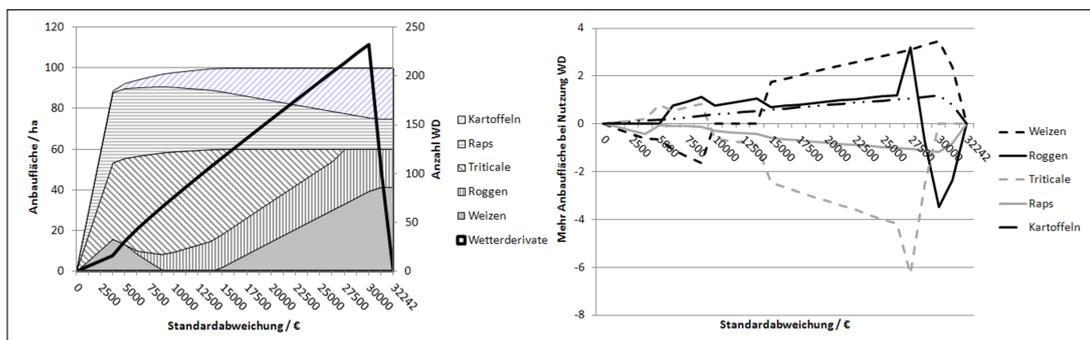
Wobei *mWD* für den Funktionswert unter dem Einsatz von Wetterderivaten steht, *oWD* für die Funktion ohne Wetterderivate. Da der Verlauf der Erwartungswert-Standardabweichungsfunktionen nur diskret an je vierzig Punkten (*N*) bestimmt wurde, wird davon ausgegangen, dass dieses eine ausreichende Näherung an das Integral liefert.

##### 4.4.2.1 Kartoffelmodell – konstante Preise

In einem ersten Modell sollen die Preise als konstant angenommen werden, weshalb sie auf den Mittelwert der trendbereinigten historischen Daten gesetzt werden. Somit gehen nur Ertragsschwankungen und Niederschlagsveränderungen in das Modell mit ein. Die Veränderung des Produktionsprogrammes bei variiert Varianz ist beispielhaft für den Landkreis Oldenburg in Abbildung 4.4.4 (links) dargestellt. Es ist zu erkennen, dass mit zunehmender Varianzausdehnung zuerst die Anzahl der Wetterderivate ausgedehnt wird, bevor der Einsatz wieder reduziert wird, da die Derivate nicht mehr zur Einhaltung der maximal zugelassenen Standardabweichung benötigt werden. Dabei sind Hafer und Gerste im optimalen Produktionsprogramm nicht enthalten.

---

<sup>4</sup>Da die Optimierung des Modells dem Maximum-Prinzip folgt, wird im Folgenden nur noch dieses Prinzip herangezogen.



**Abbildung 4.4.4: Anbaufläche Oldenburg**

Quelle: Eigene Darstellung

Die Veränderung des Produktionsprogrammes gegenüber der Situation ohne Derivate ist in Abbildung 4.4.4 (rechts) zusammengefasst. Daraus geht hervor, dass anfangs die Weizenproduktion reduziert, später aber ausgedehnt wird, die von Triticale hingegen den umgekehrten Weg beschreitet. Während der Raps in seinem Anbauumfang reduziert wird, profitiert der Kartoffelanbau erwartungsgemäß durchgehend von dem Einsatz des Derivates. Die Roggenproduktion wird anfangs ausgedehnt, später kurz vor Schluss aber stark reduziert.

Die korrespondierende Erwartungswertsteigerung ist in Abbildung 4.4.5 dargestellt.

Die realisierten Werte für die aufsummierte Erwartungswertsteigerung (vgl. Formel 4.4.1) der einzelnen Kreise sind im Anhang in Tabelle A-9 aufgelistet. Die graphische Aufarbeitung ist in Abbildung 4.4.6 dargestellt.

Die Abbildung 4.4.6 gibt Aufschluss über die Relation der Basisrisiken zwischen den verschiedenen Kreisen. Dabei ist der maximale Indexwert auf 100% normiert. Auch wenn die relative Erwartungswertsteigerung nicht übermäßig hoch ist (vgl. Tabelle A-9 und Abbildung 4.4.5), so kann doch weiterhin der „Streifen“ durch Niedersachsen erkannt werden. Dabei fällt auf, dass die Vorzüglichkeit nicht alleine durch die Höhe des Copulaparameters zwischen Niederschlagsindex und Kartoffelertrag vorausbestimmt ist, da Diversifikationseffekte mit den anderen Kulturen auftreten. Einschränkend muss hinzugefügt werden, dass in Abbildung 4.4.6 nicht zwischen den verschiedenen Basisrisiken unterschieden werden kann.

#### 4.4.2.2 Kartoffelmodell – variable Preise

In einer Modellerweiterung werden nun die Preise ebenfalls als stochastische Größen angenommen. Hierdurch kann einerseits die Varianz gesteigert werden, wenn die Erträge und die Preise in eine Richtung wirken, sie können aber auch zum Natural Hedge führen und somit eine Reduzierung der Varianz bewirken.

Auch wenn vielfach ein positiver Zusammenhang zwischen den Niederschlägen und dem Kartoffelertrag besteht (vgl. Abbildung 4.4.7), so kann eine entgegen verlaufende Preisent-

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

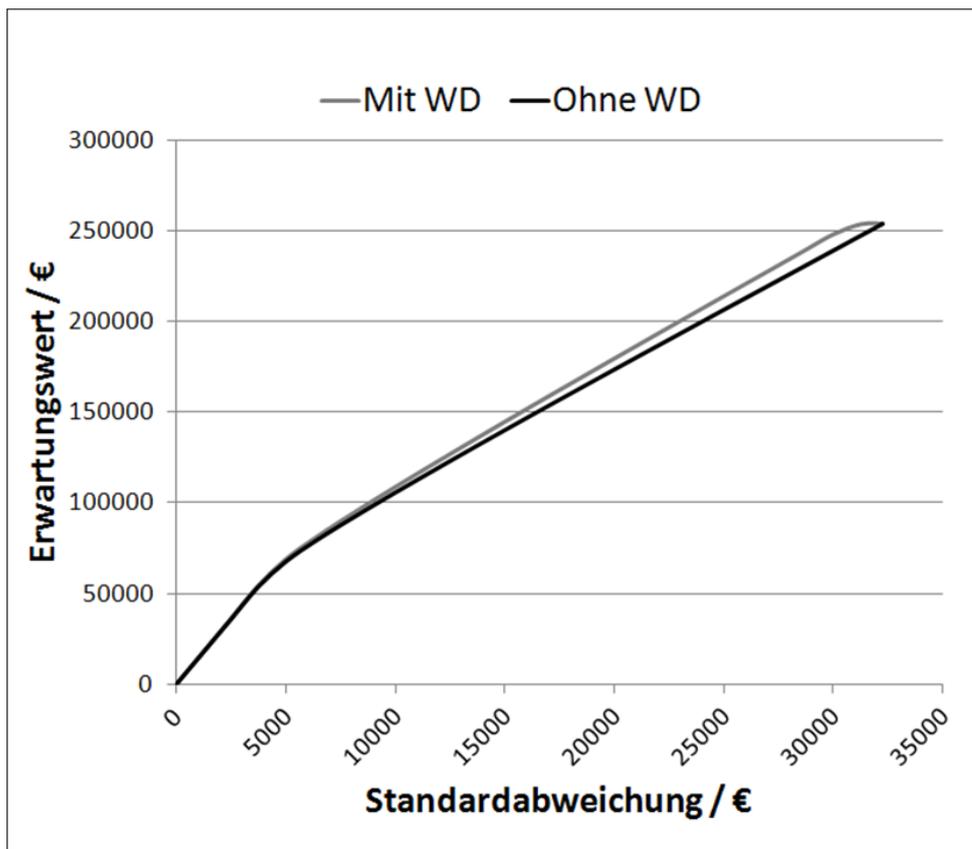


Abbildung 4.4.5: Erwartungswert-Standardabweichungs-Diagramm Oldenburg

Quelle: Eigene Darstellung

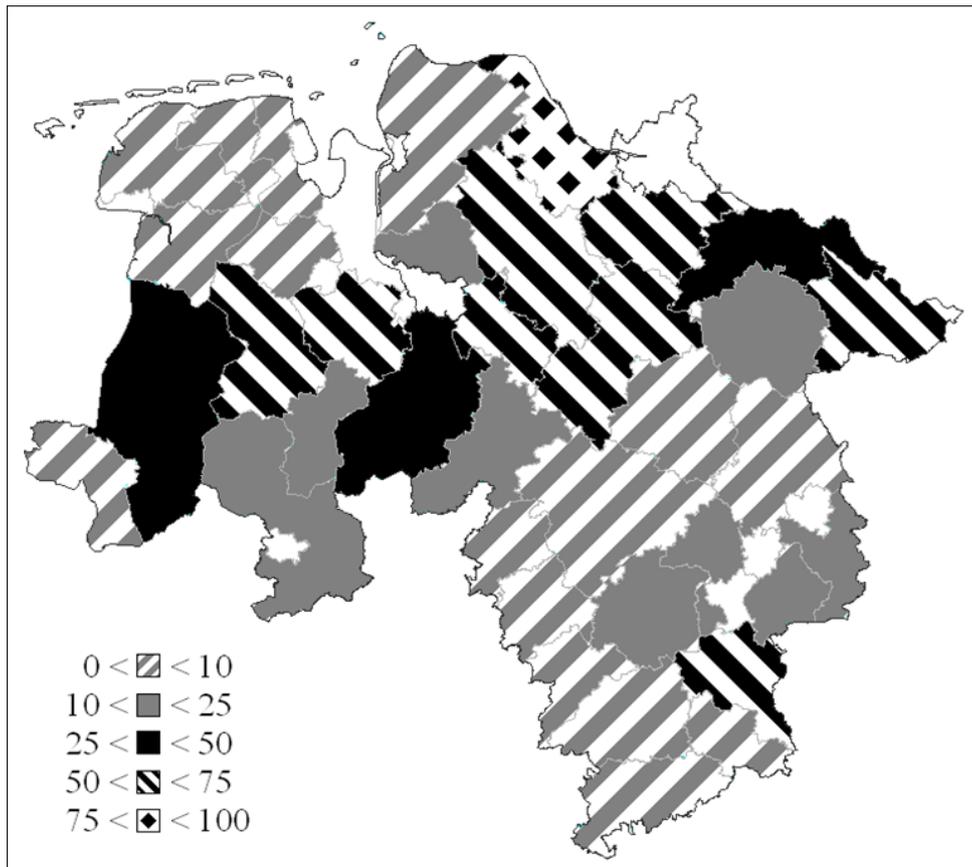


Abbildung 4.4.6: Wirkung Wetterderivat Kartoffelmodell

Quelle: Eigene Darstellung; Werte in % des Maximalwertes

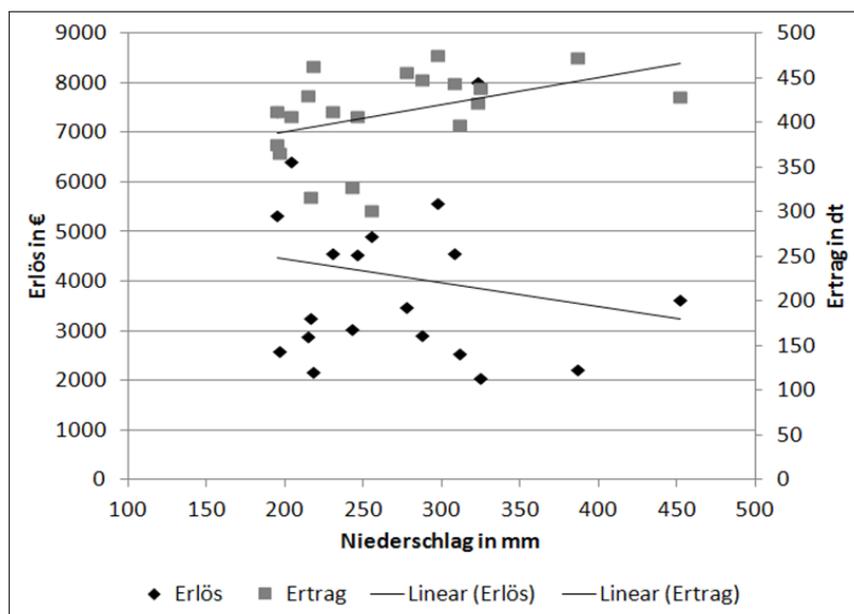
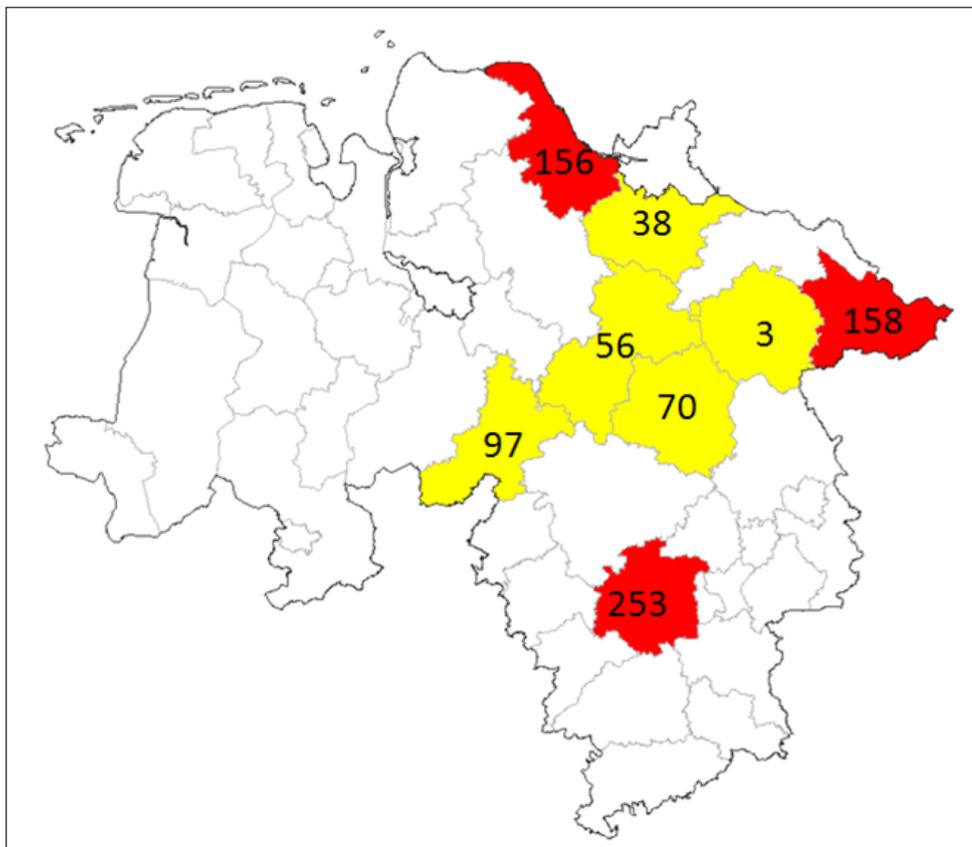


Abbildung 4.4.7: Historische Daten Oldenburg

Quelle: Eigene Darstellung

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



**Abbildung 4.4.8: Anzahl gezeichneter Derivate in den Kreisen bei variablen Preisen**

Quelle: Eigene Darstellung

wicklung diesen Zusammenhang überlagern und somit das Wetterderivat unattraktiv machen. Diese Änderung führt dazu, dass nur noch in wenigen Kreisen Wetterderivate gezeichnet werden (vgl. Abbildung 4.4.8), die zusätzlich aber auch nicht mehr mit den geographischen Gegebenheiten zu erklären sind. Der Kartoffelertrag scheint somit gut für eine Absicherung mittels Wetterderivat geeignet zu sein. Da aber durch den Natural Hedge eine Erlösabsicherung nicht gewährleistet ist, soll im Weiteren ein auf die Weizenproduktion abgestimmtes Derivat untersucht werden.

### 4.4.3 Modellaufbau mit Anpassung an die Weizenproduktion

Für den Aufbau eines Modelles mit optimaler Anpassung des Wetterderivates bezogen auf die Weizenproduktion ist zum einen der Kumulationszeitraum der Niederschläge an die Bedürfnisse der Weizenproduktion anzupassen, zum anderen das Modell so umzubauen, dass die Niederschläge direkter an die Weizenträge angebunden sind. Für Ersteres wird der optimale Zeitraum anhand der Höhe der Korrelationskoeffizienten von Oldenburg bestimmt, die in Abbildung 4.4.9 dargestellt sind. Im Gegensatz zum Kartoffelbestand sind für den Weizen einzelne Teilabschnitte von besonderer Bedeutung und weniger ein großer zusammenhängender Zeitraum. Dabei sind die Niederschläge des Saatjahres außen vorgelassen, und es werden hier nur die Niederschläge des Erntejahres erfasst. Die höchsten Koeffizienten weist der Zeitraum um den 140. bis zum 180. Tag auf, was der Zeit vom 19.5. bis zum 28.6. entsprechen würde. Da wie zuvor nur auf ganzmonatige Abschnitte zurückgegriffen werden soll, werden für das Wetterderivat die kumulierten Niederschläge des Monats Juni herangezogen.

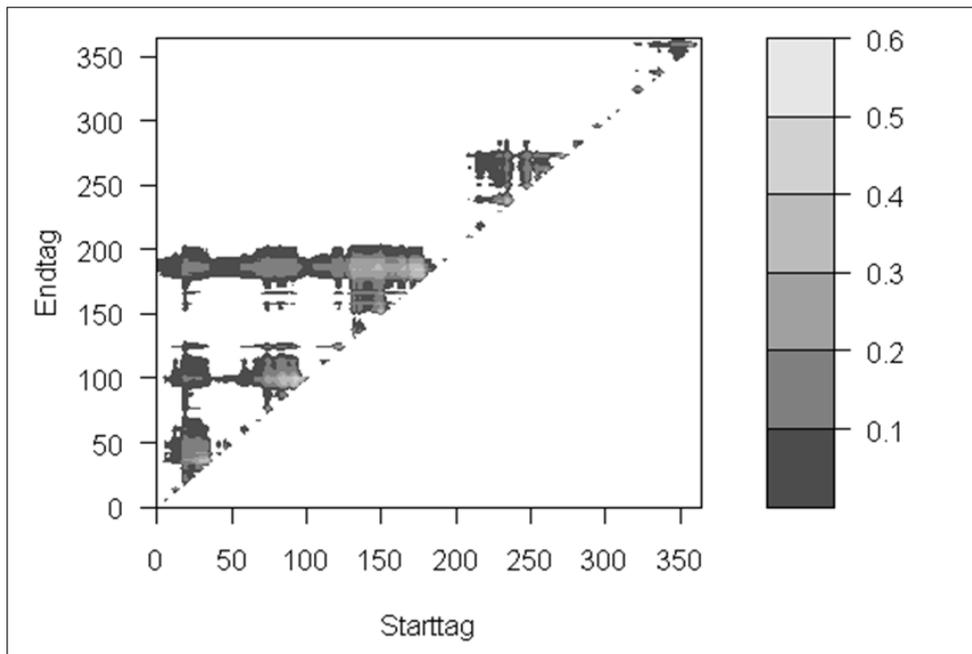
Der zweite Aspekt ist der Umbau des Modelles, welcher wie in Abbildung 4.4.10 vorgenommen werden soll.

Dieses Modell ist in soweit abgewandelt, als der Niederschlag nicht mehr an den Kartoffelertrag gebunden ist, und somit die Kartoffelpreise und der -ertrag direkt miteinander verbunden werden können, was den Natural Hedge besser herausstellt. Der Niederschlag ist auf der zweiten Ebene mit den Getreideerträgen verbunden. Dabei ist explizit eine Clayton Copulafunktion ausgewählt, da im Gegensatz zu Kartoffeln bei Getreide nicht von einer Beregnung auszugehen ist und somit eine untere Randabhängigkeit in Betracht gezogen wird. Die Optimierung der Modelle läuft exakt identisch zu dem vorherigen Modell, sodass im Folgenden die Ergebnisse für die Varianten mit konstanten und mit variablen Preisen dargestellt werden.

#### 4.4.3.1 Weizenmodell – konstante Preise

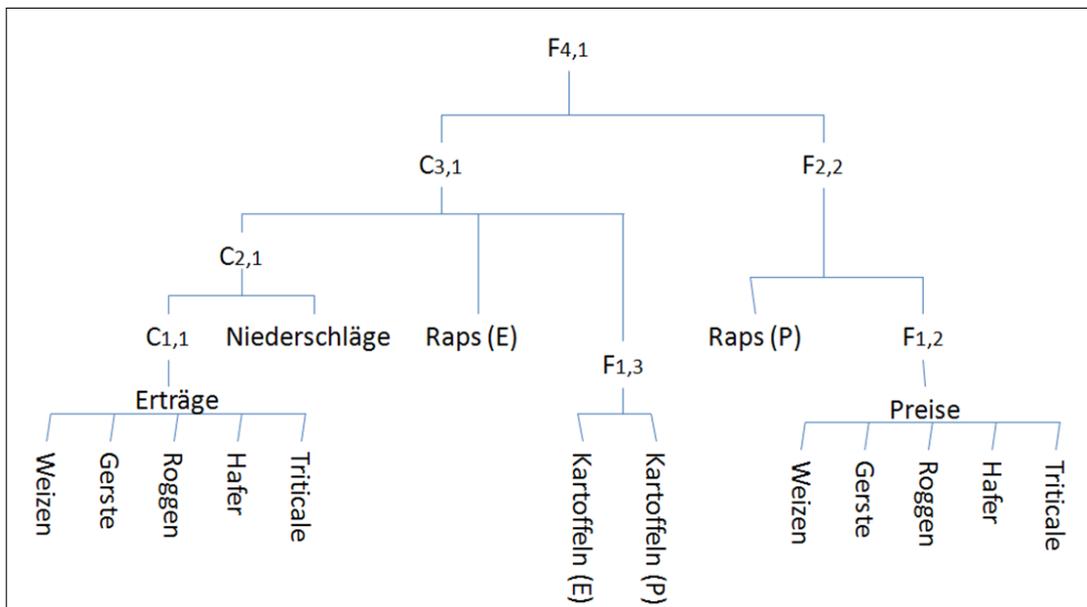
Die Entwicklung des Produktionsprogrammes für das Weizenmodell mit konstanten Preisen soll exemplarisch anhand des Kreises Verden aufgezeigt werden, der südöstlich an Bremen

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen



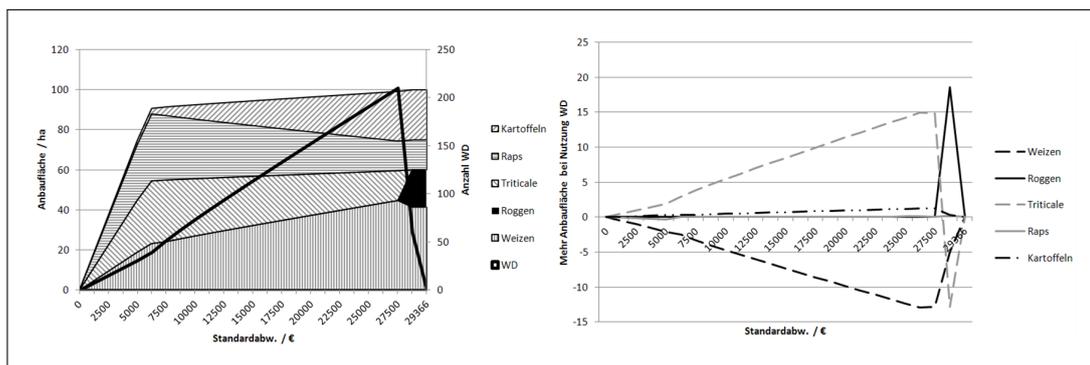
**Abbildung 4.4.9: Höhe der Korrelationskoeffizienten für Oldenburg**

Quelle: Eigene Darstellung; für die Korrelationskoeffizienten sind die Niederschläge der Wetterstation in Bremen und die Felderträge von Oldenburg herangezogen.



**Abbildung 4.4.10: Modellstruktur für das Weizenmodell**

Quelle: Eigene Darstellung; C = Clayton Copula, F = Frank Copula, E = Erträge, P = Preise



**Abbildung 4.4.11: Veränderung des Produktionsprogrammes Verden**

Quelle: Eigene Darstellung

angrenzt.

Die Abbildung 4.4.11 (links) zeigt die Zusammenstellung des Produktionsprogrammes für den Kreis Verden. Hier gehen Weizen, Roggen, Triticale, Raps und Kartoffeln in das Programm ein. Die Gerste und der Hafer werden nicht berücksichtigt. Zur Reduktion der Varianz werden maximal 210 Wetterderivate gekauft. Vergleicht man die Veränderung des Produktionsprogrammes mit und ohne Wetterderivate in Verden und Oldenburg (Modell Kartoffeln) so fällt auf, dass hier der Weizen nicht von der Einführung des Wetterderivates profitiert. Der Anbauumfang wird sogar reduziert, was auf den ersten Blick widersinnig erscheint. Dieses liegt daran, dass trotz der Anpassung des Wetterderivates an die Weizenproduktion Triticale noch stärker profitiert und somit teilweise den Weizen im Anbauprogramm ersetzt. Sowohl der Anbauumfang des Rapses als auch der der Kartoffeln werden vom Wetterderivat nur geringfügig beeinflusst. Das zugehörige Erwartungswert-Standardabweichungs-Diagramm ist in Abbildung 4.4.12 dargestellt.

Die Anzahl der eingesetzten Wetterderivate und die Indexwerte für alle Kreise Niedersachsens sind im Anhang in Tabelle A-10 zusammengefasst. Graphisch aufbereitet sind die Werte in Abbildung 4.4.13 dargestellt. Dabei sind die Werte als Prozentwerte des höchsten Indexwertes (Lüchow-Dannenberg) berechnet. Es fällt auf, dass die geographischen Strukturen, wie sie für das Kartoffelmodell geschildert wurden (vgl. Abschnitt 4.4.1), hier nicht mehr zur Erklärung der Risikoreduzierung herangezogen werden können. Es scheint, dass die Risikoreduzierung im Weser-Ems Gebiet geringere Wirkung entfaltet. In Tabelle A-10 fällt auf, dass der Kreis mit den meisten maximal gezeichneten Wetterderivaten (Wolfenbüttel) nicht mit dem Kreis mit der stärksten Risikoreduktion übereinstimmt (Lüchow-Dannenberg). Dieses liegt zum einen daran, dass der Index die relative Erwartungswertenerhöhung misst, zum anderen aber auch an der unterschiedlichen Wirkung der Derivate aufgrund der individuell bestimmten Zusammenhänge zwischen den Variablen und aus den sich daraus ergebenden Diversifikationseffekten.

#### 4 Bewertung von Wetterderivaten auf der Basis von Copulafunktionen

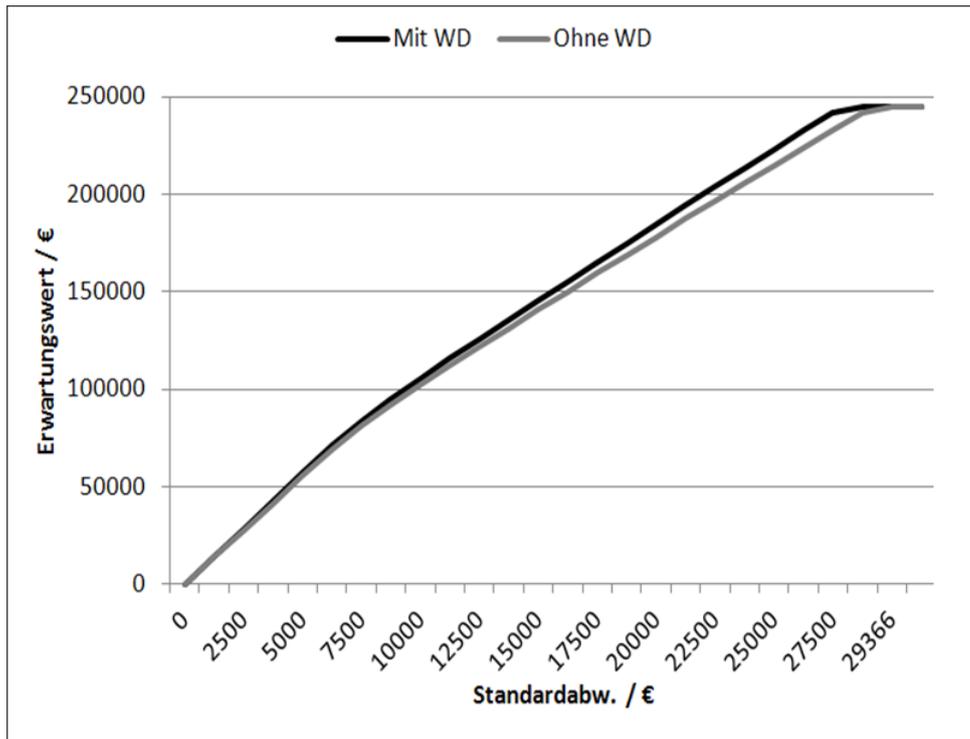


Abbildung 4.4.12: Erwartungswertveränderung Verden

Quelle: Eigene Darstellung

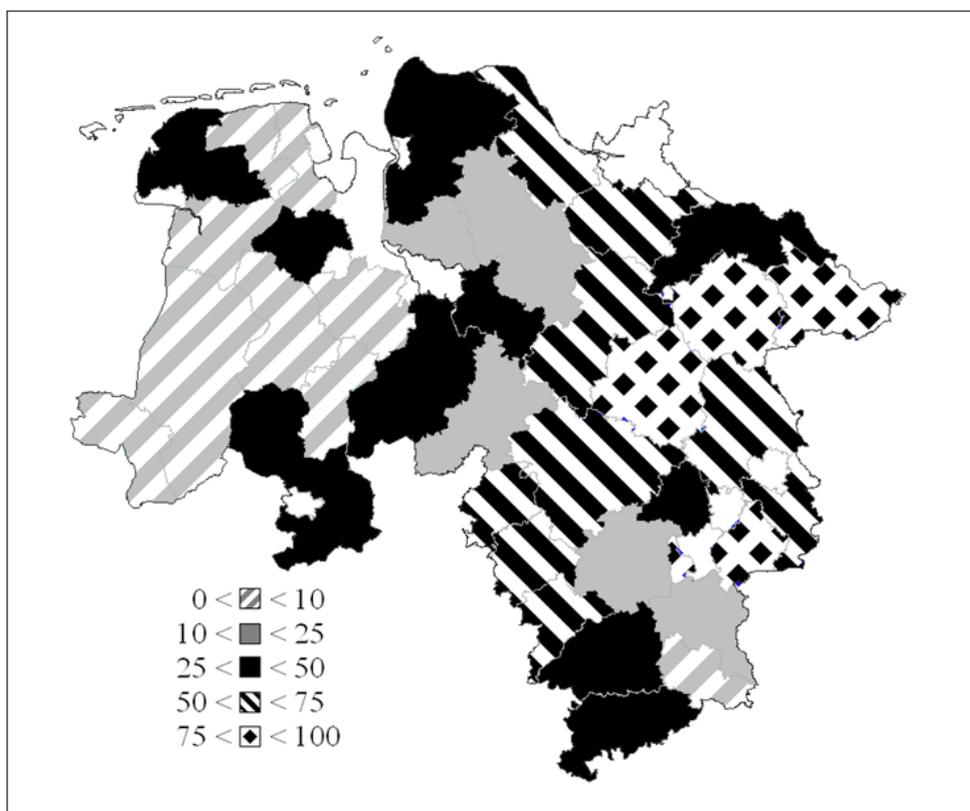
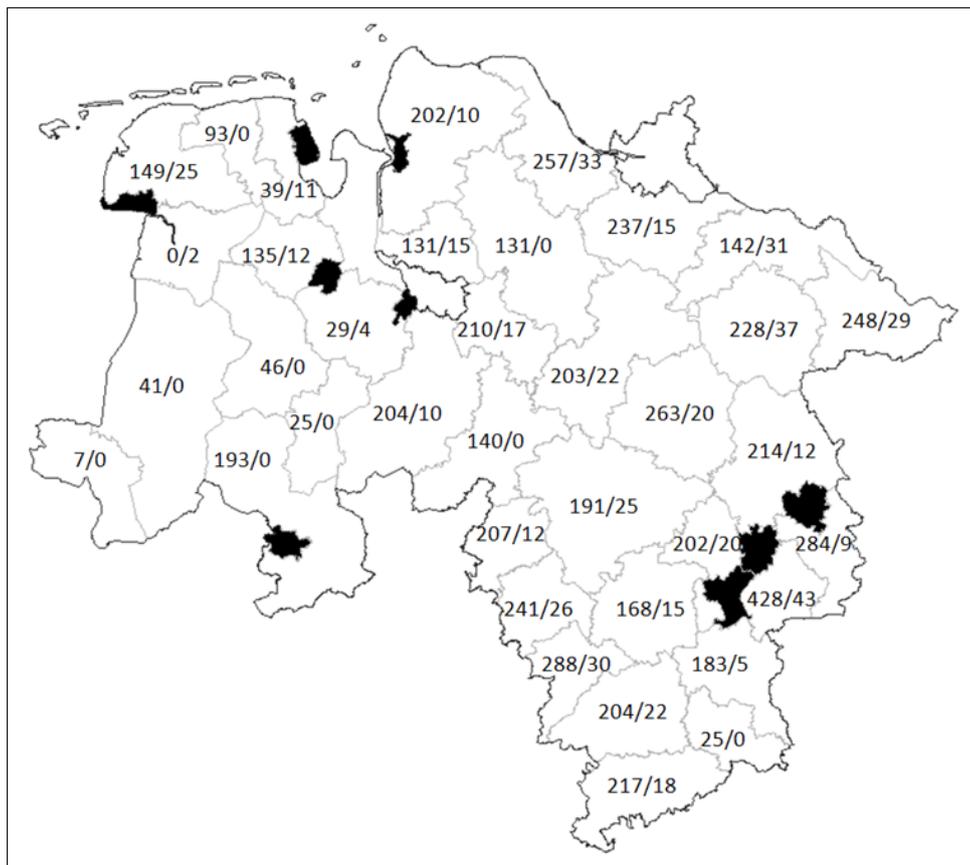


Abbildung 4.4.13: Indexwerte des Weizen-modelles nach Kreisen

Quelle: Eigene Darstellung; Werte in % des Maximalwertes



**Abbildung 4.4.14: Anzahl Wetterderivate mit konstanten und variabel angenommenen Preisen**

Quelle: Eigene Darstellung; Anzahl bei konstanten Preisen / variablen Preisen

#### 4.4.3.2 Weizenmodell – variable Preise

Für das Modell mit variablen Preisen wird die Verteilung der Preise wie im Kartoffelmodell auf den trendbereinigten historischen Daten beruhend in das Modell eingebunden (vgl. Abbildung 4.4.10). So lange ein Natürlicher Hedge zwischen den Preisen und dem Feldertrag der einzelnen Kulturen besteht, wird das mit dem Anbau verbundene Risiko reduziert. Da aber gerade beim Getreide durch die weltweite Handelbarkeit nicht davon ausgegangen wird, dass dieser Zusammenhang besteht, sollten die Wetterderivate mehr Einfluss behalten als sie es im Kartoffelmodell hatten.

Wie in Abbildung 4.4.14 zu erkennen ist, nimmt die maximal abgeschlossene Anzahl an Wetterderivaten bei variabel angenommenen Preisen in den meisten Kreisen stark ab. Im Gegensatz zum kartoffelbasierten Modell bleibt allerdings die absichernde Wirkung in vielen Kreisen erhalten, was dafür spricht, dass der Natural Hedge bei Weizen nicht so stark wirkt und somit eine Absicherung weiter möglich ist. Aber auch bei variablen Preisen ist bei dem Weizenmodell keine geographisch begründbare Figur zu erkennen.

## 4.5 Fazit Copulamodelle

Der Vergleich im Abschnitt 4.2 zeigt, dass sich beide Ansätze im Grundmodell ähnlich verhalten, auch wenn das Niveau der Ausfallerwartungswerte voneinander abweicht. Unterschiede treten durch die Implementierung von Wetterderivaten auf, da durch die Copulafunktionen Randabhängigkeiten detailliert dargestellt werden können. Dieses ist besonders wichtig, da Risikomanagementinstrumente gerade in den schlechten Jahren wirken müssen, um eine gute Absicherung zu gewährleisten. Geht man also davon aus, dass die Copula die realen Umstände besser im Modell wiedergibt, so unterschätzt das Korrelationsmodell das Risiko im landwirtschaftlichen Betrieb erheblich. Im Vergleich der beiden Copulamodelle wird deutlich, dass die Randverteilungen einen erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse ausüben. Dabei können Normalverteilungen eine gute Näherung für die wahre Verteilung der historischen Daten darstellen, angepasste Verteilungen reflektieren die Umstände der Stichproben naturgemäß aber besser. Trotzdem bilden diese nicht zwangsläufig die wahre Verteilung der Grundgesamtheit ab. Aus Tabelle 4.15 wird ersichtlich, dass die risikoreduzierende Wirkung von Wetterderivaten bei der Anwendung von Normalverteilungen wesentlich höher eingeschätzt wird, als bei dem angepassten Modell. Trotzdem wirkt das Wetterderivat besser, als dieses ein korrelationsbasiertes Modell erwarten lässt.

Eine Erweiterung des Modelles auf die Landkreise Niedersachsens ist im Abschnitt 4.4 vorgenommen, wodurch der regionale Einfluss und somit das geographische Basisrisiko detaillierter mit einbezogen wird. Der Vergleich von Wetterderivaten, die einmal auf die Kartoffelproduktion, einmal auf die Weizenproduktion optimiert sind, zeigt, dass die Kartoffel einen stärkeren regional abhängigen Zusammenhang zwischen den Niederschlägen und dem Ertrag aufweist. Durch die anschließende Einbeziehung der Produktpreise wird der Abschluss bei Optimierung auf die Kartoffelproduktion allerdings unattraktiv, während das auf Weizen optimierte Produkt zwar keine regionale Struktur aufweist, trotzdem aber bei variablen Preisen noch weitgehend seine absichernde Wirkung beibehält. Dieses zeigt, dass der Weizen wesentlich weniger Natürliches Hedgepotential hat.

Weitere Möglichkeiten, die vorhandenen Modelle anzupassen, könnten über Nutzung von bi- oder höherparametrischen Copulafunktionen geschehen (vgl. Nelsen, 1999, S.114ff.; Schulz, 2008, S.523, 581). Dieses erfordert eine genaue Analyse von theoretisch adäquaten Zusammenhängen und verlangt gleichzeitig einen größeren Datensatz zur genaueren Bestimmung der Parameter.

## 5 Pro und kontra Wetterderivate

Wie die Modelle der vorherigen Kapitel zeigen ist es schwierig, einen geeigneten Zeitraum und Index für die Gestaltung eines Wetterderivates zu finden. Dabei ist der Zusammenhang zwischen dem Index und dem Erlös der Feldkultur bzw. des Gesamtbetriebes wichtig, wobei ein möglicher Natürlicher Hedge Probleme aufwirft, da der Index des mengenbezogenen Risikomanagementinstrumentes auf den Feldertrag angepasst ist. Einige Autoren führen dabei an, dass ein Wetterderivat auch dann noch attraktiv sein kann, wenn kein Zusammenhang zwischen dem Derivat und dem Restbetrieb besteht (vgl. Hirschhauer, Mußhoff, 2008, S.8), da auch dann noch Diversifikationseffekte das Gesamtrisiko mindern. Diesem Aspekt stehen allerdings einige Argumente entgegen. So wird ein Wetterderivat auf dem Markt in der Regel nicht zur fairen Prämie angeboten, sodass der Erwartungswert der Auszahlung negativ ist. Da dieses Instrument aber mit anderen Instrumenten in Konkurrenz steht, könnte der Landwirt besser ein unkorreliertes Instrument mit positivem Erwartungswert wählen, wie beispielsweise Vermietung von Wohnimmobilien, wodurch gleichzeitig eine Vermögensbildung stattfindet. Des Weiteren ist für ein unkorreliertes Instrument die Höhe des Prämienaufschlages besonders relevant, da für einen Einsatz das Sicherheitsäquivalent des Gesamtportfolios steigen muss und sich die Absicherung mit einem Derivat lohnt. Ein Anbieter von OTC Wetterderivaten ist die Firma CelsiusPro ([www.celsiuspro.com](http://www.celsiuspro.com)), die online die Berechnung der Verkaufspreise von Wetterderivaten anbietet. Einige dieser Daten sind für die in dieser Arbeit verwendeten Wetterderivate zur Absicherung des Kartoffelbestandes mit der Wetterstation Bremen in Tabelle auf der nächsten Seite aufgeführt. Zum Vergleich sind die fairen Prämien, wie sie sich zu den gegebenen Strike Leveln ergeben, anhand einer Burn Analyse aus den Historischen Daten der Wetterstation Bremen des Deutschen Wetterdienstes für die Jahre 1890 bis 2009 berechnet. Zudem ist in der Tabelle eine eigene Prämienberechnung enthalten, die einen ähnlichen Verlauf wie die kommerzielle Prämie aufweist (siehe Abbildung 5.0.1).

Dabei wurde als Formel für die Berechnung der eigenen Prämie ( $P$ ) die Gleichung herangezogen:

$$P = 4 \cdot V + 1,6 \cdot FP \quad (5.0.1)$$

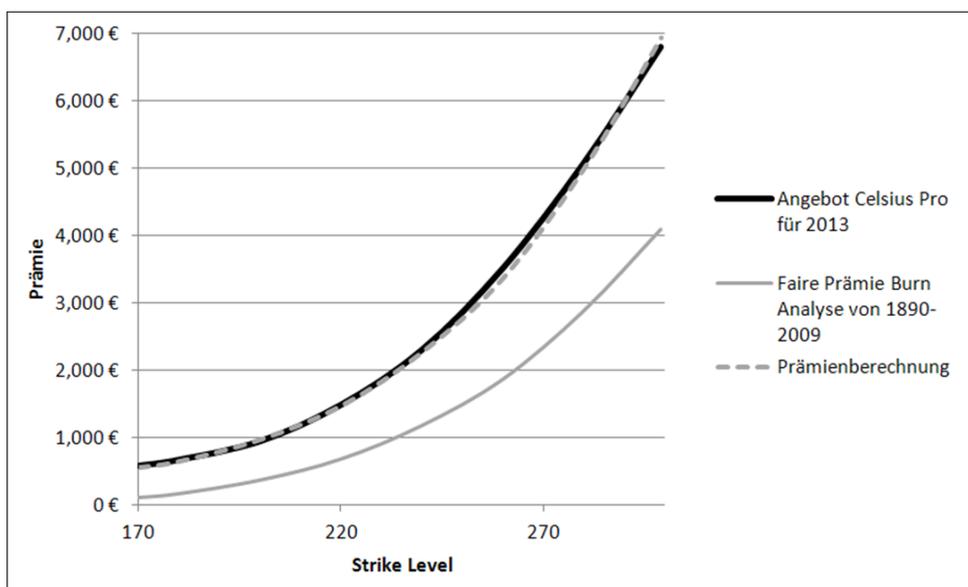
Dabei steht  $V$  für den Tick Size und  $FP$  für die Faire Prämie, die der Burn Analyse entnom-

## 5 Pro und kontra Wetterderivate

**Tabelle 5.1: Prämien für ein Wetterderivat an der Wetterstation Bremen**

Wetterderivate			Prämie		
Strike Level	Tick Size	Auszahlungsgrenze	Angebot Celsius Pro für 2013	Faire Prämie Burn-Analyse von 1890-2009	Prämien-Berechnung
170	100 €	17.000 €	578 €	97 €	555 €
180	100 €	18.000 €	667 €	155 €	648 €
200	100 €	20.000 €	942 €	357 €	971 €
220	100 €	22.000 €	1.483 €	671 €	1.473 €
240	100 €	24.000 €	2.301 €	1.171 €	2.273 €
260	100 €	26.000 €	3.513 €	1.860 €	3.376 €
280	100 €	28.000 €	5.078 €	2.880 €	5.008 €
299	100 €	29.900 €	6.805 €	4.093 €	6.949 €
180	1.000 €	180.000 €	6.668 €		
200	1.000 €	200.000 €	9.418 €		

Quelle: Preisrechner Celsius Pro (www.celsiuspro.com; am 3.5.2012); Eigene Berechnungen; Unterstellt: eine Put-Option, Index: kumulierter Niederschlagsindex vom 1.5-31.8, Wetterstation Bremen



**Abbildung 5.0.1: Vergleich der Prämien für die Wetterstation Bremen**

Quelle: Eigene Darstellung; Daten: siehe Tabelle 5.1

men ist. Tabelle 5.1 ist weiter zu entnehmen, dass bei Celsius Pro bei einer Veränderung des Tick Size eine lineare Transformation des Kaufpreises vorgenommen wird. Die näherungsweise angenommene Formel scheint die Werte von Celsius Pro relativ gut wiederzugeben. Es stellt sich aber die Frage, ob ein Einsatz von Wetterderivaten bei unkorrelierten Erträgen und einem Prämienaufschlag von 60% zuzüglich eines festen Aufschlages sinnvoll ist. Dabei ist fraglich, ob trotz des negativen Erwartungswerts des Wetterderivates genügend Reduktion des Gesamtrisikos entsteht, damit ein risikoaverser Entscheider bereit ist, dieses zu zeichnen.

Ein weiteres Problem für die Anwendung von Wetterderivaten stellt der Zusammenhang zwischen den Preisen und den Erträgen für ein Produkt dar. Die Preisschwankungen können beispielsweise durch den Warenterminmarkt ausgeglichen werden, sodass der Erlös nur noch von der produzierten Menge abhängt. Die Ertragsschwankungen wären wiederum durch den Einsatz eines Wetterderivates auszugleichen, wodurch die Gesamtvarianz reduziert wird. Sollte allerdings im Vorfeld ein Teil des Risikos durch den Natürlichen Hedge reduziert worden sein, so wird diese Risikoreduktion durch das Warentermingeschäft genommen und die anschließend höhere Varianz wieder durch das Wetterderivat zu reduzieren versucht. Zusätzlich sind in der Regel noch höhere als die fairen Prämien zu zahlen, wodurch dieses Handeln noch unattraktiver wird.

Würde hingegen der Staat für eine vollkommene Preisabsicherung sorgen, so wäre alleine die Produktionsmenge für das Betriebsergebnis verantwortlich. In diesem Fall würde sich eine reine Mengenabsicherung mit Wetterderivaten unter Umständen lohnen. Diese Preisabsicherung wurde aber gerade in der Europäischen Union in den vergangenen Jahren abgebaut, sodass dieses ein Wetterderivat für den deutschen Landwirt nicht attraktiver erscheinen lässt.

Die mögliche Änderung der Risikoeinstellung hat ebenfalls eine Auswirkung auf die Attraktivität der Anwendung von Wetterderivaten. Verändert sich die Risikoeinstellung, so kann der Landwirt ein riskanteres Anbauprogramm verwirklichen, was eine höhere Intensität oder eine Ausdehnung der Produktion bedeuten kann. In Ländern mit extremen Wettereinflüssen oder einer Unterversorgung an Nahrungsmitteln kann dieses ein gewünschter Effekt sein. In Deutschland hingegen ist das Klima zu gleichmäßig, als dass extreme Wetterereignisse in die Planung der Landwirte eingebunden werden. Weiter sind viele Betriebe in ihrer Produktion an betriebliche Notwendigkeiten gebunden, da Mais für Milchvieh oder Biogasanlagen, Kartoffeln oder Zuckerrüben für Lieferverträge angebaut werden müssen, und somit keine Variation in der Anbaufläche möglich ist. Ebenso wird in Deutschland mit einer hohen Intensität gewirtschaftet, die nicht wesentlich erhöht werden kann. In Ländern mit extremen Wetterschwankungen ist hingegen die Prognosegenauigkeit häufig relativ hoch, weshalb der Anbauumfang im Vorfeld schon der Prognose angepasst wird. Ein Wetterderivat wird nicht großartig die Anbauumfänge beeinflussen, hingegen vermehrt unter adverser Selektion leiden, da bei einer guten Prognose das Risiko für den Landwirt minimiert ist. Ein Zwang zum Erwerb von Wetterderivaten würde bei guten Prognosen ebenfalls keine Veränderungen

## 5 Pro und kontra Wetterderivate

erzwingen, da der Landwirt nicht freiwillig einen Verlust machen wird, nur weil ein Teil dieses Verlustes durch das Wetterderivat kompensiert würde, dessen Auszahlung sich aber auch nicht verändert, wenn er keinen Verlust im Ackerbau erwirtschaftet. Somit kann ein Wetterderivat nur in Regionen eingesetzt werden, in denen keine langfristigen, guten Prognosen abgegeben werden können, der Zusammenhang zwischen dem Index und dem Ertrag aber hoch genug ausfällt.

Ein weiteres Problem, warum ein Wetterderivat in Deutschland einem Landwirt schwierig zu vermitteln ist, liegt an der Abhängigkeit der Feldkulturen von vielen verschiedenen Witterungseinflüssen. So steht einerseits der einfach gestaltete Index dem effizienten Wetterderivat im Weg. Ebenso ist es aber genauso schwierig, die unterschiedlichen Einflüsse der Witterungsgrößen und ihr wechselseitiges Wirken in einem Modell zu vereinen, weshalb auch komplexere Indizes nicht zwangsläufig eine bessere Absicherung bewirken müssen.

Ein Wetterderivat zielt auch (nur) darauf ab, die Einflüsse eines variierenden Ertrages zu mindern. Dabei ist dieses ein Ansatz, der an der Outputseite des Ackerbaues wirkt. Somit steht es ebenso in Konkurrenz zur Nutzung von Inputgrößen in der Produktion wie Saatgutwahl, Saatzeitpunkt oder Düngeintensität, die zu Beginn des Systems eine Anpassung bewirken. Da sie durch das System wirken, können sie einen größeren Hebel auf die Absicherung haben.

Bislang wurde in diesen Überlegungen nicht berücksichtigt, dass neben den Verkaufspreisen auch die Einkaufspreise schwanken. Sollten dabei gerade bei den Hauptkosten positive Korrelationen bestehen, so könnte die Marge pro Ertragseinheit für den Landwirt relativ konstant bleiben. Hierdurch würde eine Mengenabsicherung an Attraktivität und risikoreduzierender Wirkung gewinnen. Dieses würde allerdings eine ausführliche Analyse aller Preise, der zugehörigen Elastizitäten und der Wechselwirkungen der einzelnen Kulturen untereinander verlangen, was Gegenstand weiterer Untersuchungen sein kann.

## 6 Zusammenfassung

Risikomanagement gewinnt in der landwirtschaftlichen Produktion zunehmend an Bedeutung, da politische Stützungsmaßnahmen unter anderem zurückgefahren werden, um die Agrarpolitik WTO-konform zu gestalten. Eine gute Kenntnis über den Prozess des Risikomanagements ist somit für den Landwirt zunehmend wichtiger. Einerseits kann er das Risiko mit innerbetrieblichen Instrumenten, wie Diversifikation oder dem Vorhalten von Überkapazitäten, reduzieren. Dabei müsste aber unter steigendem Kostendruck auf Spezialisierungsgewinne verzichtet oder zusätzliches Geld gebunden werden, das nicht im vollen Umfang produktiv ist. Andererseits besteht eine Alternative in den außerbetrieblichen Risikomanagementinstrumenten, die einen Teil des Gesamtrisikos auf den Markt transferieren. Einen speziellen Bereich dieser Instrumente bilden Derivate, die gegen Abweichungen eines Wertes von einer Zielgröße absichern. Bei Warenterminkontrakten sind diese Abweichungen beispielsweise durch Preisänderungen bedingt. Ein besonderes Derivat ist das Wetterderivat, das gegen Über- oder Unterschreitungen eines Wetterindex absichert. Dieses ist Mitte der 90er Jahre in den USA aufgekommen, wo es Energiekonzernen zur Absicherung ihres Absatzes diente. Neben der Kenntnis über verschiedene zur Verfügung stehende Risikomanagementinstrumente sind auch die Bewertung der risikoreduzierenden Wirkung und die Auswahl des geeignetsten Instrumentes von Bedeutung, wozu verschiedene Methoden zur Verfügung stehen.

Wichtig für die Wirkung eines Risikomanagementinstrumentes ist es, dass die monetäre Zielgröße (meist Gewinn) bestmöglich stabilisiert wird. Unterstellt man Unabhängigkeit zwischen Preisen und Erträgen, so sichert ein Wetterderivat mit linearer Auszahlungsstruktur besonders gut ab, wenn der Korrelationskoeffizient zwischen Wetterindex und Feldertrag besonders hoch ausfällt. Deshalb gilt es, den optimalen Absicherungszeitraum zu finden. Dieses ist problematisch, da die verschiedenen Phasen der Vegetationsperiode mit ihren unterschiedlichen Ansprüchen an ertragsbildende Faktoren nicht exakt kalendarisch festzulegen sind, wobei die Vegetationsruhe dieses zusätzlich schwierig gestaltet. Für eine Absicherung bieten sich Kulturen mit hohen Ertragsschwankungen und Deckungsbeiträgen pro Hektar an. Aus diesem Grund wurde die Kartoffel für die Analyse gewählt. Die tagesgenaue Analyse der Korrelationskoeffizienten zwischen einem Niederschlagsindex und dem Feldertrag zeigen für einen Beispielbetrieb in Bremervörde signifikant von Null verschiedene Werte für lange Kumulationszeiträume während der Vegetationsperiode auf, wobei sich der höchste

## 6 Zusammenfassung

Koeffizient mit den Wetterdaten einer Wetterstation in Bremen mit 0,73 für den Zeitraum vom 18. Mai bis 1. Oktober ergibt. Die Koeffizienten, die sich mit einer Wetterstation in Hamburg ergeben, zeigen ein ähnliches Verhalten auf, sodass die Änderung des geographischen Basisrisikos in diesem Fall gering erscheint. Der Zusammenhang mit einer dritten Wetterstation in Hannover gibt hingegen geringe Koeffizienten. Dass Wetterstationen mit so großen Entfernungen zum Feld überhaupt noch für eine niederschlagsbezogene Absicherung in Frage kommen, liegt vor allem daran, dass sich der Untersuchungsraum im Flachland befindet und der Einfluss von Erhebungen zu vernachlässigen ist. Der Unterschied zwischen den Koeffizienten mit den Wetterstationen Hamburg und Bremen ist relativ gering, hingegen ergeben sich größere Unterschiede im Vergleich mit der Wetterstation Hannover. Dieses ist vermutlich durch die geographische Distanz zum Anbauort begründet. Da die Phasen der Vegetation sich witterungsabhängig verschieben ist es ebenfalls von Bedeutung, ob der Zusammenhang bei einer Verschiebung des Kumulationszeitraumes bestehen bleibt. Während es natürlich bei kurzen ursprünglichen Zeiträumen Probleme bei einer Verlängerung gibt, so ist dieses bei längeren Zeiträumen unproblematisch. Durch die Analyse wird deutlich, dass ein Wetterderivat im reinen Kartoffelanbau für den Standort Bremervörde durchaus einen Beitrag zur Reduzierung des Produktionsrisikos leisten kann.

Für die Abbildung von Wetterderivaten ist allerdings gerade in der Pflanzenproduktion die Unterstellung linearer Zusammenhänge zwischen Ertrag und Wettergröße, gleichstarker Abhängigkeiten an allen Stellen der gemeinsamen Verteilungen sowie normalverteilter Ränder fragwürdig. Das Gesetz vom abnehmenden Ertragszuwachs legt eigentlich nahe, dass ein linearer Zusammenhang nur eine Näherung darstellen kann. Durch das Gesetz vom Minimum entsteht eine untere Randabhängigkeit, da mit zunehmender Sättigung des anfänglich knappen Faktors die Wahrscheinlichkeit steigt, dass zunehmend mehr andere Faktoren den Ertrag begrenzen. Das Copulakonzept bietet die Möglichkeit, den Zusammenhang zwischen zwei Variablen anhand einer Funktion zu beschreiben und für die Ränder unterschiedliche Verteilungen auszuwählen. Dadurch können viele verschiedene Abhängigkeitsstrukturen dargestellt werden. Somit bietet dieses Konzept eine Möglichkeit, den wahren Zusammenhang zwischen Wettergröße und Ertrag genauer abzubilden und mögliche Fehleinschätzungen der Effizienz des Risikoinstrumentes aufgrund vereinfachter Abhängigkeitsstrukturen aufzudecken.

Der Vergleich eines gesamtbetrieblichen Copulamodelles mit einem korrelationsbasierten Modell unter Verwendung von normalverteilten Rändern zeigt, dass das Risikopotential im Korrelationsmodell gegenüber dem Copulamodell erheblich unterschätzt wird. Durch die Implementierung von Wetterderivaten kann das gesamtbetriebliche Risiko wesentlich stärker reduziert werden, als es ein korrelationsbasiertes Modell erahnen lässt. Durch die Möglichkeiten der Copula, das Modell detaillierter, durch die Wahl nicht normalverteilter Ränder und die Anpassung von Copulafunktionen, an die realen Bedingungen anzupassen, kann ei-

ne erneute Abschätzung des Nutzens vorgenommen werden. Auch wenn in diesem Modell Wetterderivate ein geringeres risikoreduzierendes Potential aufweisen, bleibt das Potential dennoch höher als es das korrelationsbasierte Modell bestimmt hätte. Es liegt deshalb nahe, dass korrelationsbasierte Modelle den Nutzen von Wetterderivaten aufgrund der akzeptierten Unschärfe in der Abbildung der Realität systematisch unterschätzen.

Um der Vermutung entgegenzuwirken, dass die Wirkung des Wetterderivates nur auf der Anpassung des Modelles auf einen Datensatz beruht und um zu überprüfen, ob die gefundene Wirkung auch mit den grundlegenden Kenntnissen der Wetterregionen übereinstimmt, wurde eine Erweiterung des Copulamodelles auf die Landkreise Niedersachsens vorgenommen. Durch die Anwendung des gleichen hypothetischen Betriebes mit Anpassung der Modellparameter auf die landkreisbezogenen Daten ist dabei eine Vergleichbarkeit der Modelle in den einzelnen Kreisen gegeben. Dabei findet sich im Modell mit auf die Kartoffelproduktion angepassten Derivaten eine regionale Struktur wieder, die mit der allgemeinen Beschreibung des Deutschen Wetterdienstes weitgehend übereinstimmt. Der absichernde Effekt mit regionalem Zusammenhang in den Betrieben wird allerdings über die Einbindung variabler Preise und dem damit verbundenen Natural Hedge aufgehoben. Die Untersuchung der Auswirkungen eines auf die Weizenproduktion angepassten Derivates, bei dem durch den Preis kein systematischer Ausgleich zu erwarten ist, zeigt bei der absichernden Wirkung keine ausgeprägten regionalen Strukturen. Das lässt allgemein auf eine weniger intensive Abhängigkeit des Weizens von den Niederschlägen schließen. Allerdings bleibt die Wirkung, wenn auch weniger stark ausgeprägt, auch in dem Modell mit variablen Preisen bestehen.

Diese Modelle zeigen auf, wie wichtig es ist, eine gute Annäherung an die Wirklichkeit zu erhalten, um den sinnvollen Einsatzumfang und die tatsächliche risikoreduzierende Wirkung bestmöglich zu bestimmen. Auch wenn ein Modell eine Abstraktion der Wirklichkeit vornimmt um Zusammenhänge erklären zu können, so darf für die Bewertung von Instrumenten die Bedeutung der Prognosequalität nicht unterschätzt werden (vgl. Modelltypen: Berg und Kuhlmann, 1993, S.8f.). Da für den Landwirt der subjektiv empfundene Nutzen des Instrumentes das ausschlaggebende Kriterium für den Einsatz ist bleibt offen, ob die neue Beurteilung des betrieblichen Risikopotentials zur verstärkten Nutzung von Risikomanagementinstrumenten führt, zumal von einer steigenden Anzahl von Wetterextremen ausgegangen wird.

In dieser Arbeit wird dabei vernachlässigt, dass das Wetterderivat mit anderen risikoreduzierenden Instrumenten in Konkurrenz steht und nicht nur mit der Diversifizierung des Produktionsprogrammes konkurriert. Ebenso wurden für den Aufbau des Betriebsmodells nur Daten eines Standortes in Bremervörde herangezogen und ein fiktiver Ackerbaubetrieb unterstellt. Individuelle Betriebssituationen mit ihren spezifischen Risikopotentialen wurden nicht betrachtet.

Weiterer Forschungsbedarf ergibt sich somit in Befragungen der Landwirte, welche Instru-

## 6 Zusammenfassung

mente für sie subjektiv einen hohen Nutzen erbringen, damit der Markt (politikgestützt) nicht an der Nachfrage vorbei risikoreduzierende Instrumente anbietet. Ebenso sollte in einer räumlich kleinstrukturierten Analyse die absichernde Wirkung untersucht werden, da Landkreisdaten eine gewisse Unschärfe aufgrund der Aggregation aufweisen, und gleichzeitig die Untersuchung stärker auf betriebsindividuelle Situationen ausgerichtet werden. Ebenfalls sollte vor einer Anwendung im Betrieb eine Überprüfung steuerlicher Belange vorgenommen werden, da u.a. eine Absicherung durch Wetterderivate auch eine fiskalische Auswirkung hat.

# Literaturverzeichnis

Achtnich, Wolfram (1980). Bewässerungslandbau. Agrotechnische Grundlagen der Bewässerungswirtschaft. Stuttgart: Ulmer.

Agrar-Europe (2010): OECD liebäugelt mit Subventionen für Agrar-Risikomanagement. Agrar-Europe, 51, 29.11.2010.

Anderson, Jock R. (1997): An 'ABC' of Risk Management in Agriculture: Overview of Procedures and Perspectives. In Risk Management Strategies in Agriculture. State of the Art and Future Perspectives, ed. Ruud B. M. Hurine, J. B. Hardaker, and Aalt A. Dijkhuizen, 1–13. Leiden, Netherlands: Backhuys Publishers.

Anderson, Jock R., John L. Dillon und J. B. Hardaker (1977). Agricultural decision analysis. Ames, Iowa: Iowa State Univ. Pr.

Ankirchner, S., G. Dimitroff, G. Heyne und C. Pigorsch (2011): Futures Cross-hedging with a Stationary Basis. [http://www.iam.uni-bonn.de/people/ankirchner/papers/Coint-Proxy\\_homepage.pdf](http://www.iam.uni-bonn.de/people/ankirchner/papers/Coint-Proxy_homepage.pdf).

Balzter, Sebastian und Jan Grossarth (12.07.11): „Europa wird zu einer Insel, die sich vom Fortschritt abkoppelt“. Frankfurter Allgemeine Zeitung. 12.07.11. <http://www.faz.net/aktuell/wirtschaft/unternehmen/agrarkonzern-syngenta-europa-wird-zu-einer-insel-die-sich-vom-fortschritt-abkoppelt-16521.html>.

Becker, H. P. und William H. Degler (1984). June. 19 option strategies and when to use them. Futures: 46–51. <http://archwayfund.bryant.edu/~dlouton/f454/content/readings/19optionstrategies.pdf>.

Benker, M. und Leivermann S. (2008). Ratgeber Pflanzenbau und Pflanzenschutz. 13th ed. Bonn-Münster.

Berg, Ernst (1997). Der Einfluß von Unsicherheit und Risikoeinstellung auf die Intensität und das Produktionsprogramm im Ackerbau. <http://www.ilr.uni-bonn.de/pu/publication/Publicationen/RiskBe97.pdf>

Berg, Ernst (2002) Das System der Ernte- und Einkommensversicherung in den USA – ein Modell für Europa? In: Berichte über Landwirtschaft, Band 80(1), S. 94-133

## *Literaturverzeichnis*

- Berg, Ernst (2003). Modelling the impacts of uncertainty and attitudes towards risk on production decisions in arable farming. Durban, South. [http://www.ilr.uni-bonn.de/publication/Publicationen/IAAE2003\\_BE.pdf](http://www.ilr.uni-bonn.de/publication/Publicationen/IAAE2003_BE.pdf)
- Berg, Ernst (2005): Integriertes Risikomanagement-Notwendigkeit und Konzept für die Landwirtschaft. In: Agrarökonomie im Wandel. Tagungsband zum Fachkolloquium anlässlich des 80. Geburtstages von Prof. em. Dr. Dr. h.c. Günter Steffen, ed. J. Deitmar, 53–67. Bonn.
- Berg, Ernst und Bernhard Schmitz (2007): Weather based instruments in the context of whole farm risk management. EAAE Seminar, 101. <http://purl.umn.edu/9269>.
- Berg, Ernst und Bernhard Schmitz (2008): Weather based instruments in the context of whole farm risk management. In: Agricultural Finance Review, Vol. 68, S. 119-133
- Berg, Ernst und Friedrich Kuhlmann (1993). Systemanalyse und Simulation. für Agrarwissenschaftler und Biologen. Stuttgart: Eugen Ulmer GmbH&Co.
- Berg, Ernst und Jörn Krämer (2008): Policy options for risk management. In: Income stabilisation in European agriculture. Design and economic impact of risk management tools, ed. Miranda P. M. Meuwissen, Marcel A. P. M. van Asseldonk, and Ruud B. M. Huirne, 143–67. Wageningen: Wageningen Academic Publishers.
- Berg, Ernst, Bernhard Schmitz und Michael Starp (2006): Weather derivatives as an instrument to hedge against the risk of high energy cost in greenhouse production. American Agricultural Economics Association (New Name 2008: Agricultural and Applied Economics Association) 21378. <http://econpapers.repec.org/RePEc:ags:aaea06:21378>.
- Berg, Ernst, Bernhard Schmitz, Michael Starp und Hermann Trenkel (2005): Wetterderivate: Ein Instrument im Risikomanagement für die Landwirtschaft? *Agrarwirtschaft*, 54(3): 158–70.
- Bohrnstedt, George W. und Arthur S. Goldberger (1969): On the Exact Covariance of Products of Random Variables. *Journal of the American Statistical Association*, 64(328): 1439–42. <http://www.jstor.org/stable/2286081>.
- Bokuševa, Raušan A. (2011): Measuring dependence in joint distributions of yield and weather variables. *Agricultural finance review*, 71(1): 120–41.
- Brandes, Wilhelm und Martin Odening (1992). Investition, Finanzierung und Wachstum in der Landwirtschaft. 31 Tabellen. Stuttgart: Ulmer.
- Brockhaus (2005). Enzyklopädie (online). 30 Vols. 21st ed. Leipzig, Mannheim: Brockhaus in der Wissenmedia.
- Brouwer, Walther (1976). Handbuch des Speziellen Pflanzenbaues. Berlin: Paul Parey.

- Cafiero, Carlo, Fabian Capitanio, Antonio Cioffi und Adele Coppola (2005): Risks and crisis management in agriculture. Final report, European Parliament IP/B/AGRI/ST/2005-30, Brüssel.
- Cantner, U., Krüger, J. Hanusch, H. (2007): Produktivitäts- und Effizienzanalyse, Springer, Berlin
- Chen, Gang, Matthew C. Roberts und Cameron S. Thraen (2006): Managing Dairy Profit Risk Using Weather Derivatives. *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 31(3): 653–66. <http://purl.umn.edu/8624>.
- Cherubini, Umberto, Elisa Luciano und Walter Vecchiato (2004). Wiley finance series, Copula methods in finance. Chichester: Wiley.
- Cochrane, Willard W. (1979). The development of American agriculture. A historical analysis. Minneapolis, Minn.: Univ. of Minnesota Press.
- Decker, Dominik (2013). Beteiligungskapital als Finanzierungsalternative für landwirtschaftliche Betriebe in Deutschland. Eine empirische Analyse, Shaker, Aachen
- Dixit, Avinash K. and Robert S. Pindyck (1994). Investment under uncertainty. Princeton, N.J: Princeton University Press.
- Deutscher Wetterdienst (DWD) (2012): online, [http://www.dwd.de/bvbw/appmanager/bvbw/dwdwwwDesktop?\\_nfpb=true&\\_pageLabel=\\_dwdwww\\_klima\\_umwelt\\_ueberwachung\\_deutschland&\\_state=maximized&\\_windowLabel=T38600134241169726338086](http://www.dwd.de/bvbw/appmanager/bvbw/dwdwwwDesktop?_nfpb=true&_pageLabel=_dwdwww_klima_umwelt_ueberwachung_deutschland&_state=maximized&_windowLabel=T38600134241169726338086) ; zuletzt kontrolliert: 22.2.2012
- Embrechts, Paul, Filip Lindskog und Alexander Mc Neil (2001): Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management. <http://www.math.ethz.ch/~baltes/ftp/copchapter.pdf> (accessed March 2, 2011).
- Fischbeck, G., Klaus-Ulrich Heyland und Norbert Knauer (1982). Spezieller Pflanzenbau. 2nd ed. Stuttgart: Ulmer.
- Fishburn, Peter C. (1977): Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns. *The American Economic Review*, 67(2): 116–26. <http://www.jstor.org/stable/1807225>.
- Form, Stephan (2005). Chancen- und Risiko-Controlling. Erklärungsansatz zur Wirkungsweise von Chancen und Risiken im Controlling sowie dem unternehmensspezifischen Aufbau seiner Instrumente. Frankfurt am Main [u.a.]: Lang.
- Franke, G. (1989): Betriebliche Investitionstheorie bei Risiko. *OR Spectrum*, 11(2): 67–82. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01746001>.
- Frentrup, Mechthild, Matthias Heyder und Ludwig Theuvsen (2010). Risikomanagement in der Landwirtschaft. Leitfaden für Landwirte: So behalten Sie die Risiken im Griff. Frankfurt am Main: Edmund Rehwinkel-Stiftung der Rentenbank.

- Fuhrer, Jurg, Martin Beniston, Pierluigi Calanca und Daniele S. Torriani (2007): Alternative Hedging Strategies in Maize Production to Cope with Climate Variability and Change. European Association of Agricultural Economists 9275. <http://ideas.repec.org/p/ags/eea101/9275.html>.
- Gatsonis, Constantine und Allan R. Sampson (1989): Multiple Correlation: Exact Power and Sample Size Calculations. *Psychological Bulletin*, 106(3): 516–24.
- Genest, Christian und Anhang Bruno Remillard (2008). Vol. 6. Validity of the parametric bootstrap for goodness-of-fit testing in semiparametric models: Institut Henri Poincaré. 44: 1096–127.
- Genest, Christian, Bruno Rémillard und David Beaudoin (2009): Goodness-of-fit tests for copulas: A review and a power study. *Insurance: Mathematics and Economics*, 44(2): 199–213.
- Good, Phillip (2005). *Permutation, parametric and bootstrap tests of hypotheses*. 3rd ed. New York, NY: Springer.
- Goodman, Leo A. (1960): On the Exact Variance of Products. *Journal of the American Statistical Association*, 55(292): 708–13. <http://www.jstor.org/stable/2281592>.
- Guo, Weiyu und Tie Su (2006): Option Put-Call Parity Relations When the Underlying Security Pays Dividends. *International Journal of Business and Economics*, 5(3): 225–30.
- Hardaker, J. B., Ruud B. M. Huirne und Jock R. Anderson (1997). *Coping with risk in agriculture*. Wallingford Oxon u.a.: CAB Internat.
- Härdle, Wolfgang K. (2009). *Applied quantitative finance*. 2nd ed. Berlin u. a.: Springer.
- Härdle, Wolfgang K. und Brenda López Cabrera (2009). Implied Market Price of Weather Risk. SFB 649 Discussion Paper 2009-001. <http://sfb649.wiwi.hu-berlin.de/papers/pdf/SFB649DP2009-001.pdf>
- Hauser, Robert J. und James S. Eales (1987): Option Hedging Strategies. *North Central Journal of Agricultural Economics*, 9(1): 123–34. <http://www.jstor.org/stable/1349348>.
- Hee, Christian und Lutz Hofmann (2006). *Wetterderivate. Grundlagen, Exposure, Anwendung und Bewertung*. Wiesbaden: Betriebswirtschaftlicher Verlag Dr. Th. Gabler | GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden.
- Hicks, John R. (1968). *Clarendon Paperbacks, Value and capital. An inquiry into some fundamental principles of economic theory*. 2nd ed. Oxford: Clarendon Press.
- Hirschauer, N. und O. Mußhoff (2009): Risikomanagementinstrumente im Vergleich: Sollte man landwirtschaftliche Ertragsversicherungen subventionieren? Gute alte Argumente in einem neuen Streit. In: *Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V.* Vol. 44, Risiken in der Agrar- und Ernährungswirtschaft

und ihre Bewältigung, ed. Josef Apfelbeck and Ernst Berg, 113–26. Münster: Landwirtschaftsverl.

Hirschauer, Norbert und Oliver Mußhoff (2008): Zu welchem Preis können Versicherer „ineffektive“ Risikomanagementinstrumente anbieten?-Zur Analyse der Effizienz von Wetterderivaten. In *German Risk and Insurance Review*, 1–27.

Hölscher, R. (2000): Gestaltungsformen und Instrumente des industriellen Risikomanagements. In: *Risk-Controlling in der Praxis*, ed. H. Schierenbeck, 297–363. Stuttgart: Schäffer-Poeschel.

Hotelling, Harold (1953): New Light on the Correlation Coefficient and its Transforms. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 15(2): 193–232. <http://www.jstor.org/stable/2983768>.

Hucklenbroich, Christina (15.09.11): Brauchen wir einen neuen Betreuungsschlüssel? Frankfurter Allgemeine Zeitung. 15.09.11. <http://www.faz.net/aktuell/wissen/natur/nutztierhaltung-brauchen-wir-einen-neuen-betreuungsschluessel-11227301.html>.

Hull, John C. (2001). *Internationale Standardlehrbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Optionen, Futures und andere Derivative*. 4th ed. München: Oldenbourg.

Hurine, Ruud B. M., J. B. Hardaker und Aalt A. Dijkhuizen, ed. (1997). *Risk Management Strategies in Agriculture. State of the Art and Future Perspectives*. Leiden, Netherlands: Backhuys Publishers.

Johnson, Leland L. (1960): The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures. *The Review of Economic Studies*, 27(3): 139–51. <http://www.jstor.org/stable/2296076>.

Kafsack, Hendrik (2011d): EU-Parlament für gentechnikfreie Regionen. Frankfurter Allgemeine Zeitung. 05.07.11. <http://www.faz.net/aktuell/wirtschaft/wirtschaftspolitik/umstrittenes-zulassungsverfahren-eu-parlament-fuer-gentechnikfreie-regionen-11423.html>.

Kafsack, Hendrik (2011a): EU will Bauern vor Verdienstauffällen schützen. Frankfurter Allgemeine Zeitung. August 9. <http://www.faz.net/aktuell/wirtschaft/wirtschaftspolitik/agrarpolitik-eu-will-bauern-vor-verdienstauffaellen-schuetzen-11107506.html>.

Kafsack, Hendrik (2011b): Rückfall in die achtziger Jahre. Frankfurter Allgemeine Zeitung. August 9. <http://www.faz.net/aktuell/wirtschaft/agrarkommentar-rueckfall-in-die-achtziger-jahre-11105574.html>.

Kafsack, Hendrik (2011c): Bundesregierung lehnt Kürzung von Agrarhilfen ab. Frankfurter Allgemeine Zeitung. September 14. <http://www.faz.net/aktuell/wirtschaft/wirtschaftspolitik/nach-vorschlag-der-eu-kommission-bundesregierung-lehnt-kuerzung-von-agrarhilfen-ab-11167196.html>.

## *Literaturverzeichnis*

- Kehrberg, Earl W. und Erwin Reisch (1969). *Wirtschaftslehre der landwirtschaftlichen Produktion*. München: BLV Verlagsgesellschaft mbH München.
- Keynes, John M. (1932). *Vom Gelde. A treatise on money*. 3rd ed. München und Leipzig: Duncker & Humblot.
- Klapp, Ernst (1967). *Lehrbuch des Acker- und Pflanzenbaues*. 6th ed. Berlin: Parey.
- Klugman, Stuart A. und Rahul Parsa (1999): Fitting bivariante loss distributions with copulas. In *Mathematics and Economics*, 139–48.
- Knight, Frank H. (1971). *Risk, uncertainty and profit*. Chicago: Univ. of Chicago Press.
- Köck, Christian (2008). *Berichte aus der Statistik, Multivariate Copula-Modelle für Finanzmarktdaten. Eine simulative und empirische Untersuchung*. Aachen: Shaker.
- Kojadinovic, Ivan und Jun Yan (2010): Modeling Multivariate Distributions with Continuous Margins Using the copula R Package. *Journal of Statistical Software*, 34(9): 1-20. <http://www.jstatsoft.org/v34/i09/>.
- Kortum, S. (2002): ohne Titel. <http://www.econ.umn.edu/~kortum/courses/fall02/> (accessed February 27, 2009).
- Koziol, Philipp (2006): Auswahl von Copulas zur Bewertung von Basketkreditderivaten. *Blätter der DGVMF*, 27(4): 665–80. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02809223>.
- KTBL (2006). *Betriebsplanung Landwirtschaft 2006/2007. Daten für die Betriebsplanung in der Landwirtschaft*. Darmstadt: KTBL.
- Kuhlmann, Friedrich (2007). *Betriebslehre der Agrar- und Ernährungswirtschaft*. 3rd ed. Frankfurt am Main: DLG-Verlag.
- Laschewski, Lutz und Hans-Jürgen Pessier (2008): Risikorechnung in landwirtschaftlichen Großbetrieben in den Neuen Bundesländern. In: *Risikomanagement in der Landwirtschaft*, ed. Rentenbank, 91–134. Frankfurt am Main.
- Liu, Xiaoliang, Wei Xu und Martin Odening (2010). Lassen sich Ertragsrisiken in der Landwirtschaft global diversifizieren? German Association of Agricultural Economists (GEWISOLA) 50th Annual Conference, Braunschweig, Germany, September 29-October 1, 2010, <http://purl.umn.edu/93955>
- Marschak, J. (1938): Money and the Theory of Assets. *Econometrica*, 6(4): 311–25. <http://www.jstor.org/stable/1905409>.
- Miller, Leslie H. (1956): Table of Percentage Points of Kolmogorov Statistics. *Journal of the American Statistical Association*, 51(273): 111–21. <http://www.jstor.org/stable/2280807>.
- Müller, P. H. (1975). *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. Lexikon der Stochastik*. Berlin: Akademie-Verlag.

- Münchener Rückversicherungs-Gesellschaft (2011): Große Naturkatastrophen weltweit 1950-2010. Anzahl der Ereignisse mit Trend. [http://www.munichre.com/app\\_pages/www/@res/pdf/NatCatService/great\\_natural\\_catastrophes/NatCatSERVICE\\_Great\\_1950\\_2010\\_number\\_de.pdf](http://www.munichre.com/app_pages/www/@res/pdf/NatCatService/great_natural_catastrophes/NatCatSERVICE_Great_1950_2010_number_de.pdf) (accessed October 20, 2011).
- Mußhoff, Oliver und Norbert Hirschauer (2010). Modernes Agrarmanagement. Betriebswirtschaftliche Analyse- und Planungsverfahren. München: Franz Vahlen GmbH.
- Mußhoff, Oliver, M. Odening und W. Xu (2007): Zur Quantifizierung des Basisrisikos von Wetterderivaten. In: Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V. Vol. 42, Good Governance in der Agrar- und Ernährungswirtschaft. 46. Jahrestagung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e. V. vom 04. bis 06. Oktober 2006 in Gießen. 1st ed., ed. Friedrich Kuhlmann, P. M. Schmitz, and Friederike Albersmeier, 381–93. Münster: Landwirtschaftsverl.
- Nelsen, Roger B. (1999). Lecture notes in statistics. Vol. 139, An introduction to copulas. New York: Springer.
- Niedersächsisches Landesamt für Statistik (NLS): Bodennutzung und Ernte 1991-2010, [http://www.nls.niedersachsen.de/Tabellen/Landwirtschaft/ernte\\_2003/texte/Ernte91.pdf](http://www.nls.niedersachsen.de/Tabellen/Landwirtschaft/ernte_2003/texte/Ernte91.pdf) bis Ernte07.pdf anschließend e8.xls bis e10.xls
- Odening, Martin und Oliver Musshoff (2010): Armutsbekämpfung durch alternative Risikotransferinstrumente. In: Handeln unter Risiko. Gestaltungsansätze zwischen Wagnis und Vorsorge. 1st ed., ed. Herfried Münkler, Matthias Bohlender, and Sabine Meurer, 265–81. Bielefeld: transcript.
- Palisade Corporation (2002a). A Concise Summary of @RISK Probability Distribution Functions: Palisade Corporation.
- Palisade Corporation (2002b). Advanced Risk Analysis for Spreadsheets. Guide to Using @Risk. Newfield: Palisade Corporation.
- Perridon, Louis und Manfred Steiner (1993). Vahlens Handbücher der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, Finanzwirtschaft der Unternehmung. 7th ed. München: Vahlen.
- Quesenberry, Charles P. 1986: Some Transformation Methods in Goodness-of-fit In Statistics, textbooks and monographs, Goodness-of-fit techniques, ed. R.B D'Agostino and M.A Stephens, 235–78: M. Dekker.
- Radtke, Wolfgang, Walter Rieckmann und Fritz Brendler (2000). Kartoffel. Krankheiten - Schädlinge - Unkräuter. Gelsenkirchen: Mann.
- Rejda, George E. (1995). Principles of risk management and insurance. 5th ed. New York, NY: HarperCollins College Publishers.

## *Literaturverzeichnis*

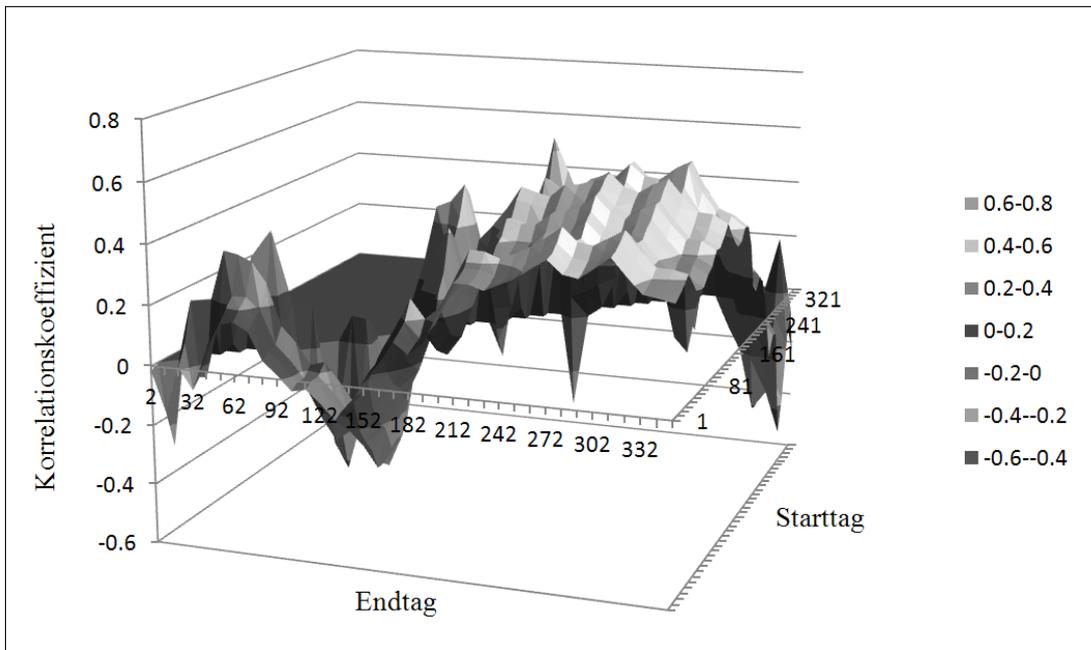
- Roy, A. D. (1952): Safety First and the Holding of Assets. *Econometrica*, 20(3): 431–49. <http://www.jstor.org/stable/1907413>.
- Sachs, Lothar (1992). *Angewandte Statistik. Anwendung statistischer Methoden ; mit 291 Tabellen und 94 Übersichten*. 7th ed. Berlin: Springer.
- Savu, Cornelia und Mark Trede (2006): Hierarchical Archimedean Copulas. [http://www.uni-konstanz.de/micfinma/conference/Files/papers/Savu\\_Trede.pdf](http://www.uni-konstanz.de/micfinma/conference/Files/papers/Savu_Trede.pdf) (accessed March 1, 2011).
- Schiller, Friedrich (2008). *Kabale und Liebe. Ein bürgerliches Trauerspiel*. Köln: Anaconda.
- Schilling, Günther und Manfred Kerschberger (2000). *Agrarwissenschaften. Vol. 8189, Pflanzenernährung und Düngung*. 164 Tabellen. Stuttgart: Ulmer.
- Schmitz, Bernhard (2007). *Wetterderivate als Instrument im Risikomanagement landwirtschaftlicher Betriebe*. Bonn: Hochschulschriftenserver ULB Bonn.
- Schmitz, Bernhard und Michael Starp (2005): Wetterderivate zur Absicherung des Energiekostenrisikos im Unterglasanbau. In: *Schriften der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e.V., Umwelt- und Produktqualität im Agrarbereich*. 44. Jahrestagung der Gesellschaft für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften des Landbaues e. V. vom 27. bis 29. September 2004 in Berlin. 1st ed., ed. Konrad Hagedorn, Uwe J. Nagel, and Martin Odening, 455–65. Münster: Landwirtschaftsverl.
- Schneeweiß, Hans (1966). *Entscheidungskriterien bei Risiko*. Berlin: Springer.
- Schulte-Geers, Matthias und Ernst Berg (2011): Modelling farm production risk with copulae instead of correlations. <http://ageconsearch.umn.edu/handle/115996> (accessed November 15, 2011).
- Schulte-Geers, Matthias und Hermann Trenkel (2011): Analyse der Korrelationskoeffizienten für den Einsatz von Wetterderivaten. <http://ageconsearch.umn.edu/handle/114737> (accessed November 15, 2011).
- Schulz, Martin (2008). *Dissertation Premium. Vol. 1475, Performance-Messung und Copula-Funktionen: Eine Synthese: Univ., Diss.-Augsburg, 2008*. Berlin: dissertation.de.
- Sklar, Abe (1973): Random variables, joint distribution functions, and copulas. In *Kybernetika*, 449–60.
- Starp, Michael (2006). *Integriertes Risikomanagement im landwirtschaftlichen Betrieb*. Berlin: Duncker & Humboldt.
- Steffen, Günther und D. Born (1987). *Betriebs- und Unternehmensführung in der Landwirtschaft*. Stuttgart: Ulmer.
- Stute, Winfried, Wenceslao Manteiga und Manuel Quindimil (1993): Bootstrap based goodness-of-fit-tests. *Metrika*, 40: 243–56.

- Turvey, Calum G. (2001): Weather Derivatives for Specific Event Risks in Agriculture. *Review of Agricultural Economics*, 23(2): 333–51. <http://www.jstor.org/stable/1349952>.
- Vedenov, Dmitry V. und Barry J. Barnett (2004): Efficiency of Weather Derivatives as Primary Crop Insurance Instrument. *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 29(3): 387–403.
- Weber, Ron, Teresa Kraus, Oliver Mußhoff, Martin Odening und Insa Rust (2008): Risikomanagement mit indexbasierten Wetterversicherungen-Bedarfsgerechte Ausgestaltung und Zahlungsbereitschaft. In: *Risikomanagement in der Landwirtschaft*, ed. Rentenbank, 9–52. Frankfurt am Main.
- Xu, W., Filler G., Odening M. und Okhrin O. (2010): On the systemic nature of weather risk. In: *Agricultural Finance Review*, 267–84.
- Xu, Wei, Martin Odening, und Oliver Musshoff (2008): Indifference Pricing of Weather Derivatives. *American Journal of Agricultural Economics*, 90(4): 979–93. <http://ideas.repec.org/a/bla/ajagec/v90y2008i4p979-993.html>.
- Yan, Jun (2007): Enjoy the Joy of Copulas: With a Package copula. *Journal of Statistical Software*, 21(4): 1-21. <http://www.jstatsoft.org/v21/i04/>.
- Yan, Jun und Ivan Kojadinovic (2010). Package ‘copula’. <http://cran.r-project.org/web/packages/copula/copula.pdf>.



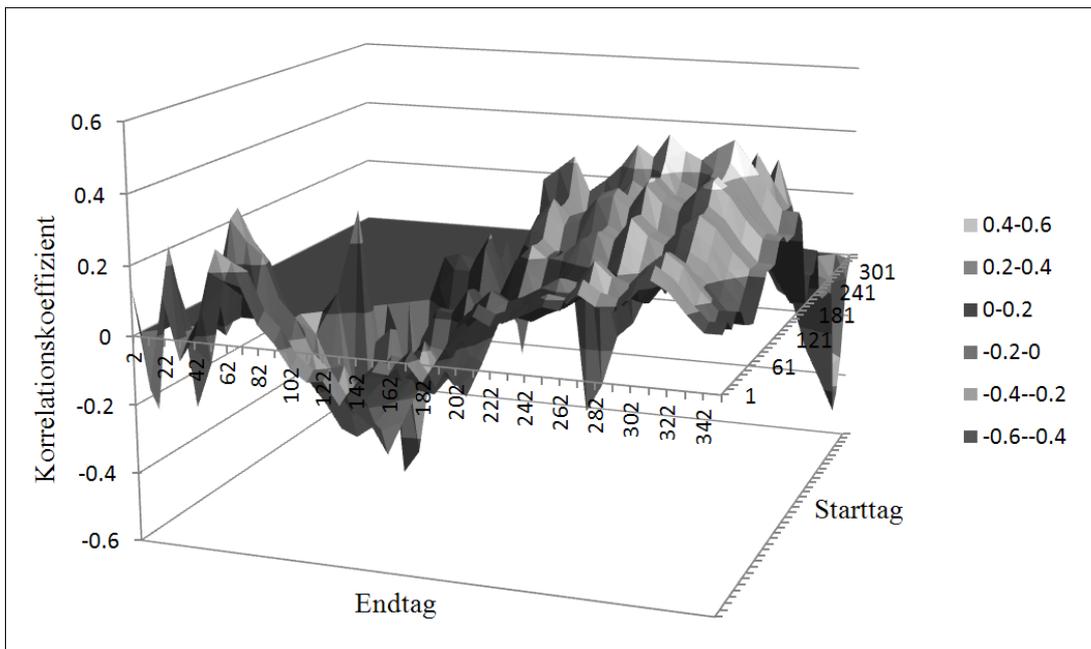
# Anhang

Abbildung: A-1



A: Korrelationskoeffizienten für die Niederschläge aus Hamburg

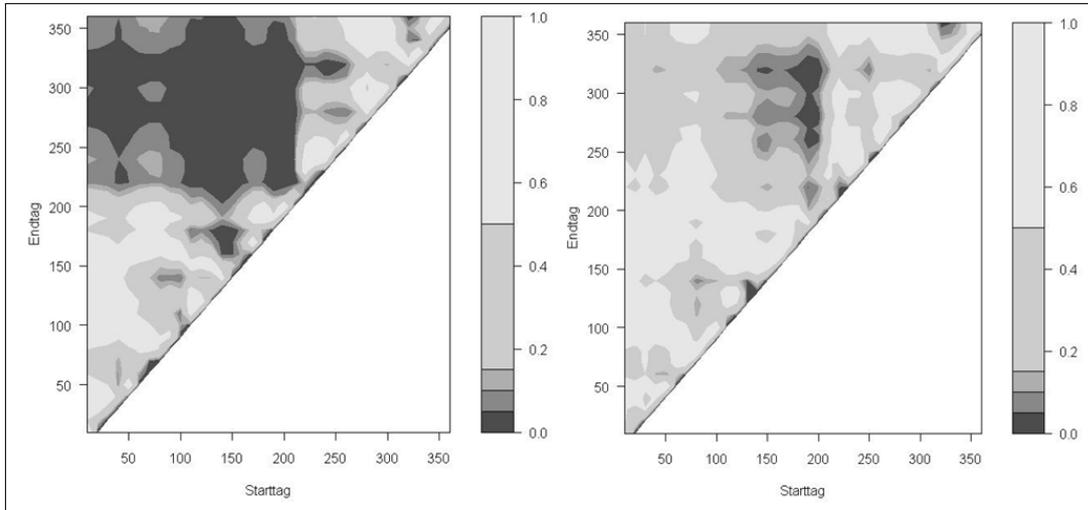
Quelle: Eigene Darstellung



B: Korrelationskoeffizienten für die Niederschläge aus Hannover

Quelle: Eigene Darstellung

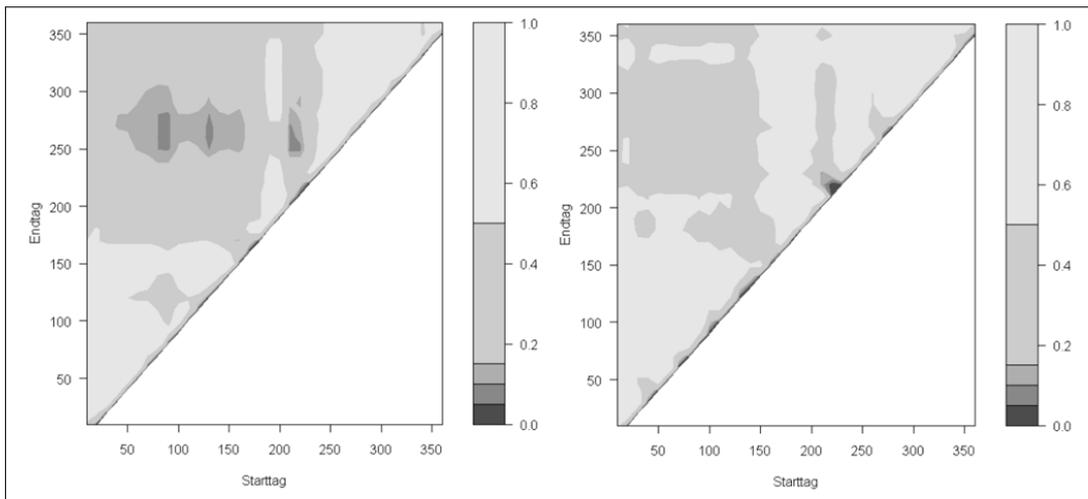
**Abbildung A-2**



A: Irrtumswahrscheinlichkeit der getesteten Korrelationskoeffizienten (links Wetterstation Hamburg; rechts Hannover)

Quelle: Eigene Darstellung

**Abbildung A-3**



Irrtumswahrscheinlichkeit für den Vergleich der Wetterstationen (links Bremen und Hannover; rechts Hamburg Hannover)

Quelle: Eigene Darstellung

**Beweis A-4:**

Beweis: Korrelationskoeffizienten zwischen Niederschlagssumme und Feldertrag ändern sich bei einem weiteren Tag Kumulationsperiode nicht, wenn der Kumulationszeitraum groß genug ist.

Gegeben seien:

Feldertragsdaten für  $J \in \mathbb{N}$  Jahre:  $Y_1, \dots, Y_j, \dots, Y_J$

Niederschlagssummen für  $J$  Jahre und  $T \in \mathbb{N}$  Tage, mit  $T_{max} = 365$ :

$N_{1,1}, \dots, N_{j,t}, \dots, N_{J,T_{max}}$  mit  $j \in \{1, \dots, J\}$ ,  $t \in \{1, \dots, T_{max}\}$  und  $N_{j,t} \geq 0 \forall j, t$

Daraus folgen die Niederschlagsindizes ( $X$ ) und Mittelwerte ( $\bar{X}$ ) für den Zeitraum  $T$  und  $T + 1$ , mit dem Starttag  $i$  für das Jahr  $j$ :

$$\begin{aligned} X_{j,T} &= \sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t} & \bar{X}_T &= \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J X_{j,T} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{i+T} N_{j,t} \\ X_{j,T+1} &= \sum_{t=i}^{i+T+1} N_{j,t} & \bar{X}_{T+1} &= \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J X_{j,T+1} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^{i+T+1} N_{j,t} \end{aligned}$$

Wenn gilt:  $X_{j,T} = \sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t} \gg N_{j,T+1}$  (Was für Mitteleuropa zutreffen sollte, wenn  $T \gg 1$ )

Dann ist:  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\hat{\rho}_r(X_{j,T}; Y_j)}{\hat{\rho}_r(X_{j,T+1}; Y_j)} = 1$ , mit  $\hat{\rho}_r(X_{j,T}; Y_j) = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^J (X_{j,T} - \bar{X}_T) \cdot (Y_j - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^J (X_{j,T} - \bar{X}_T)^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^J (Y_j - \bar{Y})^2}}$

dem Pearsonschen Korrelationskoeffizienten

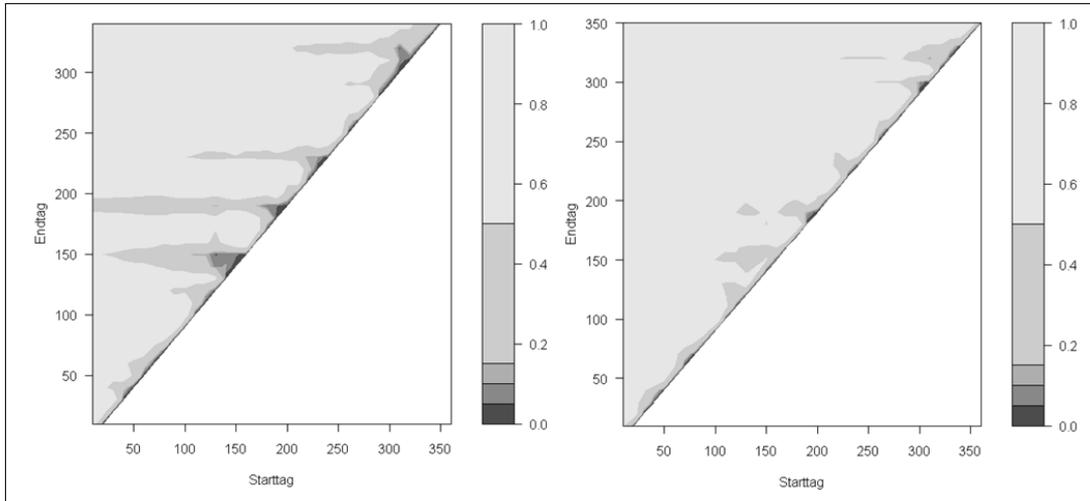
Da  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{X_{j,T}}{X_{j,T+1}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t}}{\sum_{t=i}^{i+T+1} N_{j,t}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t}}{\sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t} + N_{j,T+1}} = 1$ , da  $\sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t}$  für  $T \rightarrow \infty$  wegen  $N_{j,t} \geq 0 \forall j, t$  unbeschränkt ist.

Und  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\bar{X}_T}{\bar{X}_{T+1}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t}}{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{t=i}^{i+T+1} N_{j,t}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t}}{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t} + \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J N_{j,i+T+1}} = 1$

Weshalb gilt:  $X_{j,i+T} = 1 \cdot X_{j,i+T+1}$  und  $\bar{X}_{i+T} = 1 \cdot \bar{X}_{i+T+1}$

Deshalb gilt:  $\hat{\rho}_{r,i+T} = \hat{\rho}_{r,i+T+1}$ , für  $T \gg 1$  und  $\sum_{t=i}^{i+T} N_{j,t} \gg N_{j,T+1}$  q.e.d.

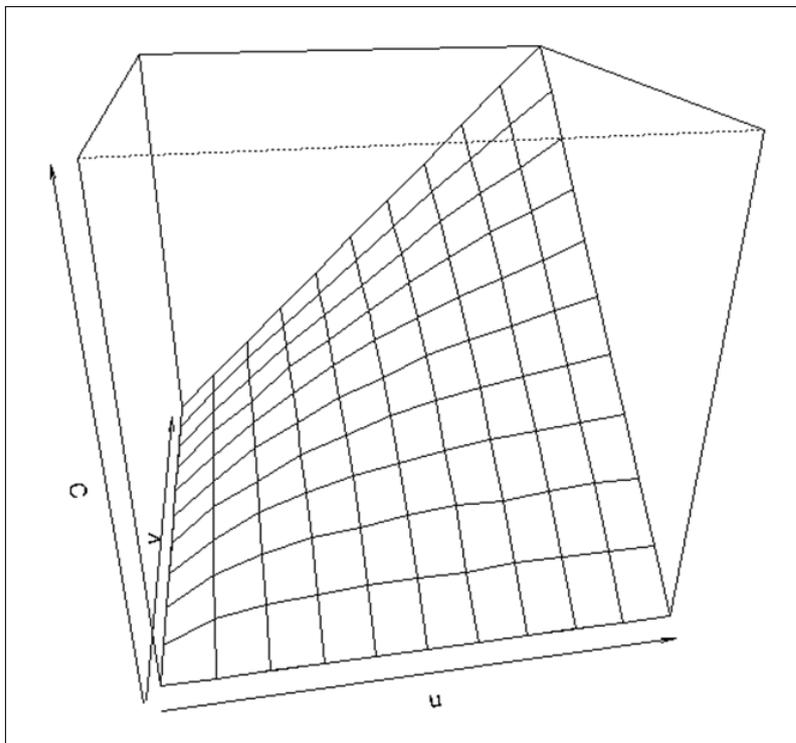
**Abbildung A-5**



Irrtumswahrscheinlichkeit bei 14 (links , rechts 28) Tagen zusätzlicher Niederschlagskumulation (Bremen)

Quelle: Eigene Darstellung

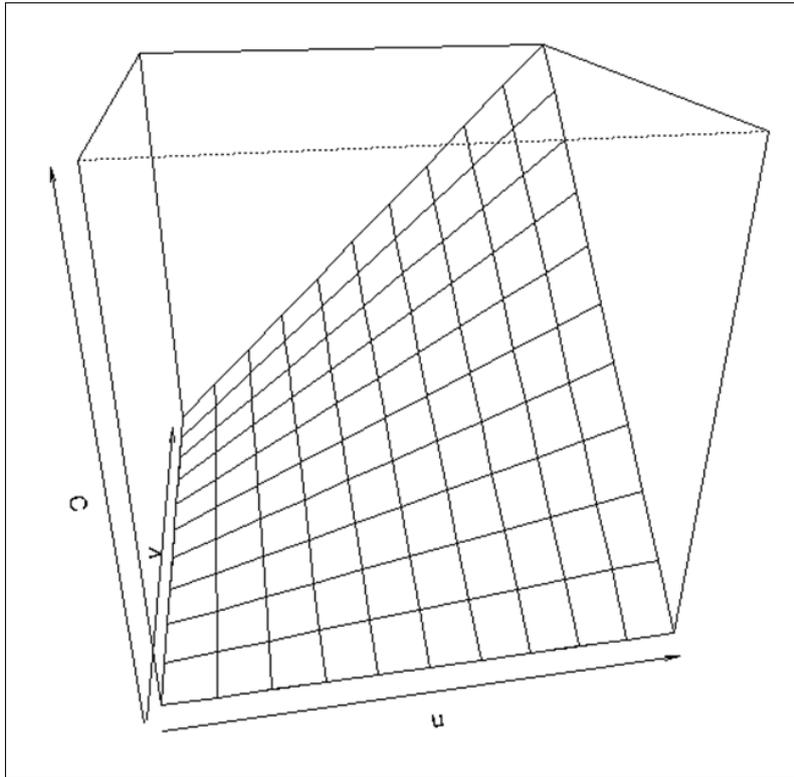
**Abbildung A-6**



Graph der Clayton Copula

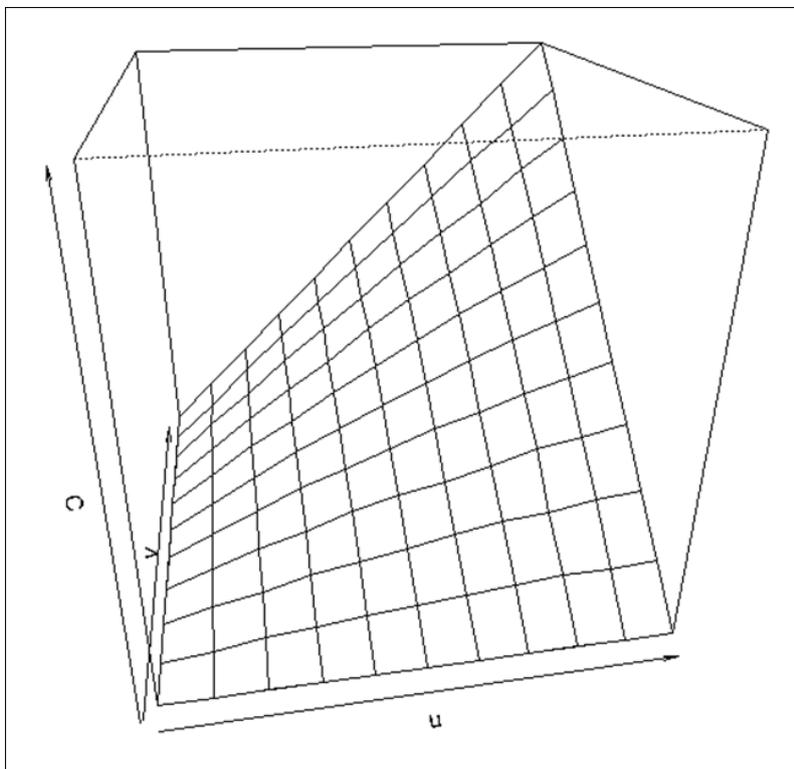
Quelle: Eigene Darstellung; Copulaparameter = 1

Anhang



Graph der Gumbel Copula

Quelle: Eigene Darstellung; Copulaparameter = 1



Graph der Frank Copula

Quelle: Eigene Darstellung; Copulaparameter = 1

**Tabelle A-7: Preis- und Ertragsverteilungen regionale Copulamodelle**

	Weizen		Gerste		Hafer		Roggen		Triticale		Raps		Kartoffeln		
	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$	
Preis / €	13,3	2,8	12,3	2,5	11,9	2,9	12,3	2,9	12,3	2,6	23,8	6,0	10,2	4,6	
Erträge / dt	Gifhorn	71,6	5,5	64,8	6,7	50,5	6,7	34,3	4,8	59,7	4,3	37,4	4,4	419,5	31,0
	Göttingen	83,5	4,9	78,1	6,6	60,5	6,2	41,2	4,4	67,4	4,2	41,2	3,4	405,5	34,6
	Goslar	84,9	7,2	82,2	8,3	58,7	8,8	40,2	5,3	69,1	5,2	42,6	3,7	391,3	48,6
	Helmstedt	77,2	6,9	76,5	8,3	54,5	8,0	40,5	5,3	62,5	5,2	40,9	4,0	409,8	41,4
	Nordheim	84,6	5,7	82,5	6,7	61,6	6,4	41,9	4,6	68,3	4,4	42,3	3,3	403,2	35,7
	Osterode	82,4	5,7	78,0	6,4	57,2	4,8	41,8	5,1	66,1	4,4	42,2	3,5	412,5	35,7
	Peine	84,9	6,8	77,6	7,8	57,0	7,1	42,4	5,0	62,8	5,0	43,8	3,6	409,5	34,9
	Wolfenbüttel	84,1	7,0	83,9	8,5	65,7	7,5	45,1	5,9	67,2	5,4	41,7	4,0	396,1	57,7
	Hannover	82,1	5,5	69,6	7,1	48,2	7,4	36,7	5,2	58,1	5,0	39,8	3,9	404,5	27,9
Diepholz	74,8	5,5	65,5	7,0	50,9	7,6	35,8	4,6	59,0	4,9	39,7	4,0	413,9	39,0	
	Hamel	82,1	5,4	78,1	8,0	63,2	7,4	39,9	4,5	67,4	4,4	43,6	4,1	408,5	31,4
	Hildesheim	87,5	5,9	84,4	8,1	65,8	7,2	42,7	4,9	68,5	5,7	43,5	3,3	422,2	34,0
	Holzminde	80,2	5,8	76,9	6,9	53,8	8,9	40,6	4,4	68,5	5,3	42,9	3,6	416,8	42,7
	Nienburg	72,9	5,6	64,7	7,5	49,5	7,8	35,6	4,7	57,7	4,7	39,3	3,8	413,0	32,3
	Schaumburg	82,6	5,1	78,8	7,2	61,7	6,8	41,6	4,5	69,2	4,8	42,7	3,7	402,6	28,3
	Celle	70,8	5,7	60,8	7,3	48,9	7,2	35,0	5,5	57,5	4,5	36,2	4,2	430,3	32,7
	Cuxhaven	83,3	4,6	66,5	5,5	49,4	7,0	37,3	5,8	57,6	4,8	40,8	3,8	395,2	42,7
	Harburg	70,8	5,2	61,9	6,9	48,1	7,2	34,4	6,6	57,4	5,5	38,0	3,9	406,1	42,7
	Lüchow	68,6	5,9	62,4	6,9	48,5	7,8	35,5	6,3	56,8	5,5	37,4	4,1	412,2	30,3
Lüneburg	70,6	6,0	62,5	7,7	47,5	7,4	35,2	6,4	58,1	5,2	37,9	4,3	405,3	30,7	
	Osterholz	67,9	5,9	60,8	5,7	50,2	7,2	34,2	5,0	58,2	4,1	37,8	3,3	392,5	36,3
	Rotenburg	64,2	5,8	60,8	7,2	49,5	8,2	32,9	6,2	57,3	5,4	36,6	4,3	397,0	39,6
	Soltau	64,3	5,5	60,6	7,2	48,8	7,9	33,1	6,0	56,1	4,6	36,6	3,3	397,3	42,1
	Stade	79,0	5,5	68,7	7,4	50,6	8,3	36,9	7,1	57,1	6,5	39,5	4,5	402,7	43,3
	Uelzen	72,7	5,1	65,0	7,3	49,3	6,7	36,6	5,0	58,2	4,1	39,0	4,5	414,7	27,2
	Verden	75,8	6,0	67,6	7,6	51,4	8,7	34,5	6,2	59,3	5,4	39,1	3,9	403,3	42,5
	Ammerland	66,5	4,3	60,5	5,1	50,0	6,2	32,7	4,8	58,5	4,4	36,7	3,7	393,9	36,3
	Aurich	89,2	6,8	76,9	5,9	49,9	5,5	38,8	4,8	59,2	3,5	44,1	4,2	399,6	28,8
	Cloppenburg	67,1	5,6	62,3	6,6	50,2	6,4	33,3	5,7	57,5	4,7	36,5	3,9	410,9	41,6
Emsland	65,6	4,5	61,0	5,3	48,7	6,2	32,8	4,8	57,0	4,4	36,0	3,4	403,3	45,1	
	Friesland	92,9	7,2	83,3	6,7	55,2	5,3	40,6	5,8	64,8	4,5	42,9	4,6	421,4	34,4
	Grafschaft	67,6	4,5	60,6	4,6	48,3	5,7	32,1	4,6	58,7	3,7	36,6	3,4	405,9	50,0
	Leer	89,8	8,2	76,7	5,7	49,9	5,3	37,8	5,8	59,8	3,6	42,7	4,3	400,1	27,7
	Oldenburg	69,3	4,8	62,2	5,8	50,7	6,7	34,2	6,2	58,1	4,3	37,6	3,2	410,0	50,2
	Osnabrück	76,1	4,5	66,6	6,0	50,0	5,8	36,9	4,6	59,0	3,7	40,4	3,2	414,4	36,6
	Vechta	70,7	5,1	63,1	7,0	49,6	7,8	34,1	5,2	57,7	4,3	37,2	3,7	411,1	49,8
Wittmund	87,8	6,0	74,1	4,7	50,3	7,2	36,1	4,9	60,5	3,8	47,6	4,6	418,9	38,9	

$\mu$  = Mittelwert;  $\sigma$  = Standardabweichung

Quelle: Eigene Berechnungen

**Tabelle A-8: Niederschlagsverteilungen regionale Copulamodelle**

Kumulierte Niederschläge / mm	$\mu$	$\sigma$
Mai - August	269,6	68,7
Juni	63,8	35,2

Quelle: Eigene Berechnungen

Tabelle A-9: Ergebnisse für die einzelnen Kreise im Kartoffelmodell

Kartoffelmodell										
Kreise	Parameter Kartoffeln- Niederschlag	Konstante Preise				Variable Preise				
		Summe WD's	Max WD	Index	Index %	Summe WD's	Max WD	Index	Index %	
1	Gifhorn	0,86	447	40,6	0,10589	9,0 %	0	0,0	0,0000000	0 %
2	Göttingen	0,19	233	15,4	0,05878	5,0 %	0	0,0	0,0000000	0 %
3	Goslar	2,37	2728	210,5	0,73762	63,0 %	0	0,0	0,0000000	0 %
4	Helmstedt	0,47	902	60,5	0,22045	18,8 %	0	0,0	0,0000000	0 %
5	Nordheim	0,37	267	15,6	0,04373	3,74 %	0	0,0	0,0000000	0 %
6	Osterode	-0,19	44	8,6	0,01403	1,2 %	0	0,0	0,0000000	0 %
7	Peine	0,57	633	60,1	0,13202	11,3 %	0	0,0	0,0000000	0 %
8	Wolfenbüttel	0,16	959	45,2	0,15641	13,4 %	0	0,0	0,0000000	0 %
9	Hannover	-0,09	6	1,9	0,00010	0,0 %	0	0,0	0,0000000	0 %
10	Diepholz	1,56	1351	116,4	0,40066	34,2 %	0	0,0	0,0000000	0 %
11	Hamel	-0,57	71	12,4	0,02195	1,9 %	0	0,0	0,0000000	0 %
12	Hildesheim	1,45	774	76,1	0,20041	17,1 %	254	21,0	0,0179435	100 %
13	Holzminde	-0,77	20	7,2	0,00617	0,5 %	0	0,0	0,0000000	0 %
14	Nienburg	1,35	658	64,7	0,18867	16,1 %	98	17,4	0,0071144	40 %
15	Schaumburg	-0,57	29	7,0	0,00631	0,5 %	0	0,0	0,0000000	0 %
16	Celle	0,00	154	15,1	0,00923	0,8 %	70	11,2	0,0027675	15 %
17	Cuxhaven	0,47	633	50,5	0,08737	7,5 %	0	0,0	0,0000000	0 %
18	Harburg	1,76	1942	164,3	0,59028	50,4 %	38	7,1	0,0008777	5 %
19	Lüchow	2,29	1391	150,9	0,85688	73,2 %	158	20,8	0,0113093	63 %
20	Lüneburg	1,15	822	89,0	0,32222	27,5 %	0	0,0	0,0000000	0 %
21	Osterholz	0,80	718	71,9	0,12768	10,9 %	0	0,0	0,0000000	0 %
22	Rotenburg	2,18	1892	156,5	0,74581	63,7 %	0	0,0	0,0000000	0 %
23	Soltau	2,02	2060	168,8	0,71564	61,2 %	56	9,8	0,0022123	12 %
24	Stade	2,40	2617	231,6	1,17010	100,0 %	156	19,6	0,0104202	58 %
25	Uelzen	0,86	653	77,2	0,24540	21,0 %	3	3,4	0,0000447	0 %
26	Verden	1,79	2013	169,5	0,60396	51,6 %	0	0,0	0,0000000	0 %
27	Ammerland	0,69	380	29,2	0,05708	4,9 %	0	0,0	0,0000000	0 %
28	Aurich	-0,47	0	0,0	0,00000	0,0 %	0	0,0	0,0000000	0 %
29	Cloppenburg	2,18	1984	188,2	0,71171	60,8 %	0	0,0	0,0000000	0 %
30	Emsland	2,40	1998	185,9	0,54261	46,4 %	0	0,0	0,0000000	0 %
31	Friesland	-1,45	0	0,0	0,00000	0,0 %	0	0,0	0,0000000	0 %
32	Grafschaft	0,79	570	50,8	0,02921	2,5 %	0	0,0	0,0000000	0 %
33	Leer	0,57	0	0,0	0,00000	0,0 %	0	0,0	0,0000000	0 %
34	Oldenburg	2,51	2965	231,9	0,73635	62,9 %	0	0,0	0,0000000	0 %
35	Osnabrück	1,55	939	93,9	0,22808	19,5 %	0	0,0	0,0000000	0 %
36	Vechta	0,96	1330	96,1	0,19402	16,6 %	0	0,0	0,0000000	0 %
37	Wittmund	-1,25	12	4,1	0,00298	0,3 %	0	0,0	0,0000000	0 %

WD = Wetterderivat % = vom Maximalwert der Landkreise

- Summe WDs: Gesamtzahl der gezeichneten Wetterderivate über die 40 optimierten Anbauportfolios bei den jeweiligen maximal zugelassenen Varianzen
- Max WD: Maximalwert der gezeichneten Wetterderivate aus den 40 Optimierungsläufen
- Index: siehe Formel 4.4.1
- Index %:  $\text{Index} / \max(\text{Index})$

Quelle: Eigene Berechnungen

**Tabelle A-10: Ergebnisse für die einzelnen Kreise im Weizenmodell**

Weizenmodell		Parameter Kartoffeln- Niederschlag	Konstante Preise				Variable Preise			
Kreise	Summe WD's		Max WD	Index	Index %	Summe WD's	Max WD	Index	Index %	
1	Gifhorn	0,10	1799	214,1	1,267	61,7 %	64	12,1	0,003201	3,2 %
2	Göttingen	0,01	2007	217,4	1,018	49,6 %	180	18,2	0,011397	11,3 %
3	Goslar	-0,20	2209	182,8	0,270	13,2 %	17	5,4	0,000302	0,3 %
4	Helmstedt	0,01	3306	284,3	1,349	65,7 %	73	9,3	0,002501	2,5 %
5	Nordheim	-0,17	1955	204,3	0,608	29,6 %	236	22,4	0,016684	16,5 %
6	Osterode	-0,33	126	25,2	0,002	0,1 %	0	0,0	0,000000	0,0 %
7	Peine	0,07	1938	201,8	0,862	42,0 %	342	20,3	0,017760	17,6 %
8	Wolfenbüttel	-0,10	6037	427,8	1,721	83,8 %	1561	43,1	0,101116	100,0 %
9	Hannover	0,01	1532	190,8	1,120	54,6 %	358	24,8	0,023077	22,8 %
10	Diepholz	0,01	2142	204,0	0,760	37,0 %	83	10,0	0,003092	3,1 %
11	Hameln	-0,13	2018	240,7	1,305	63,5 %	308	25,6	0,024000	23,7 %
12	Hildesheim	-0,05	1536	167,9	0,511	24,9 %	181	15,4	0,008553	8,5 %
13	Holzminde	-0,05	3248	287,8	1,388	67,6 %	475	29,2	0,032975	32,6 %
14	Nienburg	0,08	1247	140,2	0,512	24,9 %	0	0,0	0,000000	0,0 %
15	Schaumburg	-0,09	1636	207,2	1,053	51,3 %	89	11,8	0,004278	4,2 %
16	Celle	0,12	2353	262,5	1,927	93,9 %	167	19,6	0,011803	11,7 %
17	Cuxhaven	0,17	2464	201,8	0,697	33,9 %	88	10,2	0,003486	3,4 %
18	Harburg	0,33	2780	236,9	1,365	66,5 %	122	15,2	0,006315	6,2 %
19	Lüchow	0,33	2140	248,2	20,53	100,0 %	311	29,3	0,029658	29,3 %
20	Lüneburg	0,36	1342	142,4	0,828	40,3 %	320	30,9	0,032205	31,8 %
21	Osterholz	0,07	1382	131,3	0,381	18,5 %	121	14,6	0,006023	6,0 %
22	Rotenburg	0,12	1354	130,8	0,372	18,1 %	0	0,0	0,000000	0,0 %
23	Soltau	0,30	2448	203,3	1,058	51,6 %	272	22,2	0,017026	16,8 %
24	Stade	0,10	3015	257,0	1,176	57,3 %	886	33,0	0,055499	54,9 %
25	Uelzen	0,28	1841	227,7	1,945	94,7 %	405	36,8	0,047451	46,9 %
26	Verden	0,02	2431	210,0	0,759	37,0 %	175	17,2	0,009477	9,4 %
27	Ammerland	0,15	1475	134,9	0,546	26,6 %	87	11,9	0,003756	3,7 %
28	Aurich	0,30	1311	149,3	0,968	47,1 %	406	24,6	0,027525	27,2 %
29	Cloppenburg	0,36	645	44,5	0,165	8,0 %	0	0,0	0,000000	0,0 %
30	Emsland	0,39	641	40,5	0,094	4,6 %	0	0,0	0,000000	0,0 %
31	Friesland	0,27	454	38,8	0,130	6,3 %	156	10,9	0,005041	5,0 %
32	Grafschaft	0,36	21	7,3	0,015	0,7 %	0	0,0	0,000000	0,0 %
33	Leer	0,00	0	0,0	0,000	0,0 %	15	1,8	0,000086	0,1 %
34	Oldenburg	0,07	386	28,6	0,015	0,7 %	37	4,4	0,000570	0,6 %
35	Osnabrück	0,01	1923	193,4	0,680	33,1 %	0	0,0	0,000000	0,0 %
36	Vechta	0,00	343	24,5	0,013	0,6 %	0	0,0	0,000000	0,0 %
37	Wittmund	0,08	1006	92,9	0,195	9,5 %	0	0,0	0,000000	0,0 %

WD = Wetterderivat % = vom Maximalwert der Landkreise

- Summe WDs: Gesamtzahl der gezeichneten Wetterderivate über die 40 optimierten Anbauportfolios bei den jeweiligen maximal zugelassenen Varianzen
- Max WD: Maximalwert der gezeichneten Wetterderivate aus den 40 Optimierungsläufen
- Index: siehe Formel 4.4.1
- Index %:  $\text{Index} / \max(\text{Index})$

Quelle: Eigene Berechnungen