

Spindynamik von Elektronenstrahlen in Kreisbeschleunigern

Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)
der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

von
Oliver Boldt
aus
Duisburg

Bonn, Juli 2013

Dieser Forschungsbericht wurde als Dissertation von der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen und ist
auf dem Hochschulschriftenserver der ULB Bonn
http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online elektronisch publiziert.

1. Gutachter: Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Hillert
2. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Desch

Tag der Promotion: 13.03.2014
Erscheinungsjahr: 2014

Zusammenfassung

Spinpolarisierte Teilchenstrahlen bereichern seit den Experimenten von *Stern* und *Gerlach* physikalische Experimente in einer Vielzahl von Anwendungen. Gerade in der Hochenergiephysik kamen in der jüngeren Vergangenheit häufig polarisierte Teilchenstrahlen als elektromagnetische Sonde zum Einsatz. Teilchenbeschleuniger erwiesen sich hierbei als unverzichtbares Instrument zur Bereitstellung hochenergetischer Strahlen, mit deren Hilfe der Aufbau der Materie untersucht werden kann. Die in diesem Feld erzielten Fortschritte sind nicht zuletzt mit der Weiterentwicklungen von Beschleunigertechnologien verbunden. Im Vordergrund dabei steht das Erreichen hoher Strahlenergien und -intensitäten, brillanter Strahlen und hoher Polarisationsgrade. Insbesondere bei Kreisbeschleunigern gilt es Resonanzen zu vermeiden, da sie zu Strahlverlust oder, im Falle eines polarisierten Strahls, zur Depolarisation führen können. Die Untersuchung der Depolarisation von Elektronenstrahlen ist Gegenstand dieser Arbeit.

Die kovariante Beschreibung der Bewegungsgleichung für Teilchenspins in semi-klassischer Näherung zeigt, dass deren Präzessionsgeschwindigkeit in Magnetfeldern von der kinetischen Energie der Teilchen abhängt. Da relativistische Teilchen die Magnetstruktur eines Kreisbeschleunigers periodisch durchlaufen, ist es nicht zu vermeiden, dass bei bestimmten Strahlenergien horizontale Felder in Phase mit der Spinpräzession wirken. Ist eine solche Resonanzbedingung erfüllt, vergrößert sich der Öffnungswinkel des Präzessionskegels auf dem die Spins aufgrund der Energieunschärfe des Strahls unterschiedlich schnell präzedieren. Infolgedessen heben sich alle Spinkomponenten senkrecht zur Präzessionsachse im Mittel auf und es kommt zu einer nachhaltigen Verringerung des Polarisationsgrades.

Für hochenergetischen Elektronen in Kreisbeschleunigern ist die Emission von Photonen in Form der Synchrotronstrahlung zu berücksichtigen, wodurch sich der Simulationsaufwand wesentlich erhöht. Beginnend mit der stochastischen Energiemodulation über hochfrequente Synchrotronschwingungen bis zum Effekt der Selbstpolarisation, umfassen alle beteiligten Prozesse mitunter 16 Größenordnungen auf der Zeitskala. Diese Tatsache macht Näherungen bei der Simulation der Spindynamik unumgänglich.

In diesem Zusammenhang werden für zwei unterschiedliche Szenarien – Speicherung bei konstanter Energie und Beschleunigung über Resonanzen hinweg – Konzepte und Maßnahmen zur Optimierung des Polarisationsgrades bei Elektronenstrahlen mit numerischen Mitteln untersucht. Auf Basis dieser Untersuchungen und im Abgleich mit experimentellen Befunden an der Beschleunigeranlage ELSA entstand das Simulationsprogramm POLE, das nicht nur zur Forschung an der Anlage eingesetzt wird, sondern auch zukünftige Projekte in ihrer Konzeption unterstützen soll.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Lineare Spindynamik in Kreisbeschleunigern	5
2.1. Lineare Optik in Kreisbeschleunigern	5
2.2. Erweiterung des Phasenraums für Spin- $1/2$ Teilchen	9
2.3. Optische und depolarisierende Resonanzen	12
3. Numerische Analyse von Depolarisationszeiten	19
3.1. Invariantes Spinfeld eines Elektronenensembles	19
3.2. Selbstpolarisation durch Synchrotronlichtabstrahlung	21
3.3. Bestimmung der Gleichgewichtspolarisation	23
3.4. Simulationsergebnisse für ENC@FAIR	28
3.4.1. Untersuchung des 180° -Solenoid-Konzepts	30
3.4.2. Untersuchung des $2 \times 90^\circ$ -Solenoid-Konzepts	34
3.4.3. Zusammenfassung der Ergebnisse	40
3.5. Simulationsergebnisse für ELSA	41
4. Kreuzung von depolarisierenden Resonanzen	47
4.1. Koordinatensystem zur Beschreibung von Resonanzen	47
4.2. Theoretische Grundlage der Kreuzung von depolarisierenden Resonanzen	53
5. Numerische Analyse der Kreuzung von depolarisierenden Resonanzen	57
5.1. Anpassung der Thomas-BMT Gleichung	59
5.2. Das Programmpaket POLE	60
5.2.1. Anforderungen	61
5.2.2. Import der Magnetfelder durch POLE: BSUPPLY	62
5.2.3. Numerische Lösung durch POLE: TBMTSOLVER	64
5.3. Überprüfung des Programmpaketes	69
6. Resonanzkreuzung unter Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung	75
6.1. Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung auf Basis der Schwerpunktsbewegung	75
6.2. Lineare Spindynamik beim Kreuzen einer Resonanz	76
6.3. Einflüsse einer harmonischen Synchrotronoszillation	80
6.4. Beschreibung der longitudinalen Anregungs- und Dämpfungseffekte	83
6.5. Modelle zur Beschreibung der Energieschwingungen	88
6.6. Spindynamik in Abhängigkeit der modellierten Energieschwingungen	91
7. Betrieb mit polarisiertem Strahl an ELSA	95
7.1. Intrinsische Resonanzen im ELSA-Stretcherring	100

7.2. Imperfektionsresonanzen im ELSA-Stretcherring	104
7.2.1. Bisheriges Verfahren zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen	105
7.2.2. Analyse der harmonischen Korrektur	109
7.3. Modifiziertes Verfahren zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen	112
7.4. Horizontale Polarisierung bei Imperfektionsresonanzen	115
8. Diskussion und Ausblick	119
A. Graphische Oberfläche des TBMTSolvers	125
Literaturverzeichnis	133

Kapitel 1.

Einleitung

Das Standardmodell hat sich zur Beschreibung der physikalischen Vorgänge auf der Ebene der Elementarteilchen bewährt. Mindestens bis zu einer Schwerpunktsenergie von einigen hundert Gigaelektronenvolt stimmen die Vorhersagen des Standardmodells mit den experimentellen Befunden überein. Der fundamentale Aufbau der Materie basiert demnach – unter Vernachlässigung der Gravitation, die auf den kleinsten Skalen einen verschwindend geringen Einfluss hat – auf der elektromagnetischen, der schwachen und der starken Wechselwirkung von Quarks und Leptonen, wobei allerdings eine verhältnismäßig große Anzahl an Parametern (Kopplungskonstanten, Massen, Mischungswinkel)¹ experimentell bestimmt werden müssen. Um diese Konstanten zu messen, werden aus mehreren Fermionen bestehende Systeme energetisch angeregt und die möglichen Zerfallsprodukte daraufhin unter Berücksichtigung der bekannten Erhaltungsgrößen analysiert.

Da eine dieser Erhaltungsgrößen der Spin des gesamten beobachteten Systems ist, ist dieser als Eingangsparameter der Reaktion von Relevanz.

Die Beschleunigung geladener Teilchen ist derzeit die einzige Möglichkeit Schwerpunktsenergien in der eingangs erwähnten Größenordnung zu erreichen. Hierzu werden die geladenen Teilchen zur Kollision gebracht. Grundlegend kann dabei zwischen der Kollision zweier gegenläufiger Strahlen, in sogenannten Collidern, und der Kollision mit einem feststehenden Stoßpartner², in sogenannten Fixed-Target-Experimenten, unterschieden werden.

Die Erforschung des Standardmodells geht mit einer Optimierung der Strahlqualitäten einher, die nur durch verbesserte Beschleunigertechnologien realisiert werden kann. Über die Entwicklungen zur Erhöhung der kinetischen Energie, der erreichbaren Strahlströme und -brillanzen hinaus, spielt die Polarisation als Teilaspekt der Strahlqualität eine wichtige Rolle.

Die im Folgenden dargestellten Studien wurden vom Bundesministerium für Bildung und Forschung im Rahmen des Projektantrages «Spindynamik in Leptonen-Beschleunigern» gefördert und behandeln die Spindynamik von Elektronenstrahlen in Kreisbeschleunigern.

Kreisbeschleuniger haben gegenüber Linearbeschleunigern den Vorteil, dass die verwendeten Hohlraumresonatoren umlaufperiodisch zur Beschleunigung von Elektronen genutzt werden können, bergen aber auch Nachteile. So treten die ablenkenden und fokussierenden Magnetfelder periodisch auf und können resonant auf den Teilchenstrahl wirken. Dies kann sowohl

¹Zum jetzigen Stand sind 18 Parameter im Standardmodell zu bestimmen. Derzeit verdichten sich die Hinweise, dass auch die Neutrinos eine endliche Masse besitzen. In diesem Fall kämen weitere sieben Parameter für eine vollständige Beschreibung hinzu.

²Entweder kommt es hierbei zum direkten Stoß mit dem Target oder letzteres wird mit Hilfe von reellen Photonen untersucht, die durch Abbremsung des Primärstrahls entstehen. Dabei kann das Targetmaterial frei gewählt werden und insbesondere ungeladen sein.

für die Trajektorien als auch für die Spindynamik der Teilchenpakete negative Auswirkungen haben, die sich entweder im Verlust oder in der Depolarisation des Strahls niederschlagen. Bereits bei der Konzeption eines Beschleunigers, aber auch im Betrieb mit polarisierten Strahlen müssen diese möglichen Auswirkungen bedacht beziehungsweise unvermeidbare Resonanzen kompensiert werden. Zusätzlich zu den Resonanzen gewinnt die Abstrahlung bei Elektronen, die auf eine Kreisbahn gezwungen werden, mit zunehmender kinetischer Energie an Bedeutung.

Numerische Methoden sind zur Untersuchung der Spinbewegung in Elektronenstrahlen unabdingbar, da Magnetstrukturen von Beschleunigern meist in komplexer Weise aus einer Vielzahl von unterschiedlichen Elementen (zum Beispiel Dipol-, Quadrupol- und Sextupolmagnete) aufgebaut sind. Daneben führen stochastisch abgestrahlte Photonen zu einer nicht-deterministischen Bewegung der Elektronenspins, die nur durch rechenintensive Simulationen beschrieben werden kann. Erschwert wird dieser Umstand durch die in Beschleunigern typischerweise betrachteten Größenordnungen der beteiligten Teilchen ($\sim 10^{10}$) und der beobachteten Zeiträume. Insbesondere die Länge der betrachteten Zeitintervalle spielt hierbei eine maßgebliche Rolle. So erstrecken sich die relevanten Prozesse, beginnend mit der Abstrahlung eines einzelnen Lichtquants ($\sim 10^{-12}$ Sekunden) bis hin zu typischen Zeitskalen, auf denen Selbstpolarisation stattfindet ($\sim 10^4$ Sekunden), über 16 Größenordnungen.

Eine simultane Beschreibung aller beteiligten Prozesse übersteigt die Leistungsfähigkeit moderner Computer. Aufgrund dessen wird in der vorliegenden Arbeit die Spindynamik eines bei konstanter Energie gespeicherten und die eines beschleunigten Elektronenstrahls jeweils getrennt voneinander untersucht:

Für Collider sind gespeicherte Strahlen, deren Polarisationsgrad nach Möglichkeit über lange Zeiträume hinweg konstant ist, von Interesse. In diesem Zusammenhang hat sich die Analyse anhand des sogenannten invarianten Spinfeldes bewährt. Dieses entspricht dem Zustand, dem sich ein Spinensemble asymptotisch nähert und der Umlauf für Umlauf in sich selbst überführt wird. Die Berechnung dieses Gleichgewichtszustands fällt selbst für konstante Strahlenergien umfangreich aus und ist demnach nur für gespeicherte Strahlen lohnenswert. In diesem Zusammenhang wird am Beispiel des geplanten Elektronen-Nukleonen-Colliders (ENC) die vollständige Konzeption eines Elektronenrings unter Verwendung von bereits etablierter Software (MAD-X, SLICKTRACK) vorgestellt.

Die Spinpräzession im Ruhesystem der Elektronen ist aufgrund der relativistischen Korrektur der wirkenden Magnetfelder von der kinetischen Energie der Teilchen abhängig. Damit sind auch Resonanzbedingungen, die zu einer nachhaltigen Veränderung der Spinausrichtung und mitunter zur Depolarisation führen können, mit der Strahlenergie verknüpft. Um Effekte wie Synchrotronseitenbänder, Spindiffusion und Depolarisation während der Energieerhöhung eines Elektronenstrahls systematisch studieren zu können, wurden Methoden und Modelle entwickelt, die es ermöglichen, die Differentialgleichung der Teilchenbewegung numerisch und effizient mit der *Runge-Kutta*-Methode für mehrere Teilchen gleichzeitig zu lösen.

Die hier geschilderten Studien profitierten dabei maßgeblich von der Expertise die im Bereich polarisierter Elektronenstrahlen an der hiesigen Beschleunigeranlage ELSA – als Bestandteil des DFG-Sonderforschungsbereiches SFB/TR 16 – über mehr als ein Jahrzehnt gesammelt wurden. Derzeit bietet diese Beschleunigeranlage weltweit die einzige Möglichkeit, hoch-

energetische und polarisierte Elektronenstrahlen während einer Energieerhöhung in einem Synchrotron zu untersuchen. Aus diesem Grund spielt sie eine zentrale Rolle in dieser Arbeit und viele der Studien basieren auf ihren Eigenschaften. Im Abschluss der Arbeit werden zudem experimentelle Studien sowie Weiterentwicklungen an dieser Anlage vorgestellt, die in Bezug zum polarisierten Strahlbetrieb stehen.

Kapitel 2.

Lineare Spindynamik in Kreisbeschleunigern

Dieses Kapitel dient der Einführung in die lineare Strahl- und Spindynamik und bildet thematisch die Grundlage der weiterführenden Beschreibungen und Studien. Es wird einleitend die lineare Magnetoptik behandelt, die aber auch in detaillierterer Form zum Beispiel [Wie99] entnommen werden kann. Darauf aufbauend wird eine Erweiterung des Phasenraums geschildert, mit der es möglich ist alle linearen Bewegungen eines Spin- $1/2$ Teilchens in Beschleunigern nachzuvollziehen. Zum Abschluss des Kapitels werden sowohl die optischen, als auch die depolarisierenden Resonanzen in vereinfachter Form erörtert.

2.1. Lineare Optik in Kreisbeschleunigern

Das Ruhesystem eines ultrarelativistischen Elektrons in einem Kreisbeschleuniger ist kein Inertialsystem. Die Elektronen werden durch Dipolmagnete zur Ringmitte beschleunigt und mit Hilfe fokussierender Magnetelemente auf stabilen Bahnen gehalten. Während der zur Kreisbahn führenden Beschleunigungsprozesse emittieren die geladenen Teilchen Photonen in Form der sogenannten Synchrotronstrahlung. Für im Mittelenergiebereich übliche Ablenkradien ist jedoch der Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung auf die Teilchenbewegung in erster Näherung vernachlässigbar und die Bewegung kann durch lineare Differentialgleichungen in einem mitbewegten Koordinatensystem beschrieben werden. Dieses Koordinatensystem bewegt sich auf der sogenannten Sollbahn.

Durch die Anordnung der magnetischen Elemente eines Beschleunigers wird die geschlossene Sollbahn der Teilchen vorgegeben. Ein Teilchen, das sich entlang dieser Sollbahn gleichförmig bewegt, dient als Referenz für alle weiteren Teilchen. Das mitbewegte, rechtshändige Koordinatensystem bildet sich im Fall eines ideal flachen Ringbeschleunigers¹ aus dem Einheitsvektor \hat{e}_s in Impulsrichtung des Referenzteilchen, dem Einheitsvektor \hat{e}_x in radialer und dem Einheitsvektor \hat{e}_z in vertikaler Richtung. Da die Teilchen die Magnetstruktur des Beschleunigers periodisch durchlaufen, wird das die Bewegung beschreibende Differentialgleichungssystem anstatt in Abhängigkeit der Zeit t nach der Position s entlang der Sollbahn umparametrisiert. Trägt man für ein einzelnes Teilchen die radialen und vertikalen Ablagen von der Sollbahn für jede Position im Beschleuniger auf, ergibt sich die Bahnkurve im Laborsystem. Unter Berücksichtigung einer relativen Impulsabweichung $\Delta p/p$ und bei Vernachlässigung einer Beschleunigung \dot{s} entlang der Sollbahn beschreiben die sogenannten inhomogenen *Mathieu-*

¹Bei einem ideal flachen Ringbeschleuniger findet die Teilchenbewegung im Laborsystem ausschließlich in der horizontalen Ebene statt. Es werden Fehlauflastellungen der Magnete ausgeschlossen.

Hill'schen Differentialgleichungen

$$x''(s) + \left(\frac{1}{R^2(s)} - k(s) \right) x(s) = \frac{1}{R(s)} \frac{\Delta p}{p}$$

$$z''(s) + k(s)z(s) = 0 \quad (2.1)$$

die Teilchenbewegung im mitbewegten System. Es werden hierbei nur transversal in der x - z Ebene wirkende Magnetfelder $\vec{B} = (B_x, B_z, 0)^\top$ angenommen. Diese lassen sich nach ihren Multipolen entwickeln, wobei die beiden niedrigsten Multipole energienormiert als Dipolstärke und Quadrupolstärke in die Gleichungen (2.1) eingehen:

$$\text{Dipolstärke:} \quad \frac{1}{R(s)} = \frac{e}{p} B_{z0}(s) \quad (2.2)$$

$$\text{Quadrupolstärke:} \quad k(s) = \frac{e}{p} \frac{\partial B_z(s)}{\partial x}. \quad (2.3)$$

Die Dynamik aller Teilchen mit Sollimpuls kann auf Basis der Gleichung (2.1) mittels Matrixformalismus dargestellt werden. In Analogie zur geometrischen Optik repräsentieren Matrizen die verschiedenen linearen Magnelemente und fungieren als Abbildung der Koordinaten im transversalen Phasenraum $\vec{X}(s) = (x, x', z, z')^\top$. So folgt eine lineare Abhängigkeit der transversalen Phasenraumkoordinaten beim Austritt aus einem Element \vec{X}_{aus} von denjenigen beim Eintritt \vec{X}_{ein} gemäß:

$$\vec{X}_{\text{aus}} = \mathbf{M}_{\text{Element}} \vec{X}_{\text{ein}} \quad (2.4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ x' \\ z \\ z' \end{pmatrix}_{\text{aus}} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{radialer Phasenraum}} & \boxed{\text{radial-vertikale Kopplung}} \\ \boxed{\text{vertikal-radiale Kopplung}} & \boxed{\text{vertikaler Phasenraum}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ z \\ z' \end{pmatrix}_{\text{ein}}.$$

Beim Durchlaufen von n Elementen können die Abbildungen für die einzelnen Elemente miteinander verkettet werden:

$$\vec{X}_{\text{aus}} = \mathbf{M}_{\text{Element 1}} \cdots \mathbf{M}_{\text{Element } n} \vec{X}_{\text{ein}}. \quad (2.5)$$

In dieser Weise können verschiedenste Beschleunigerstrukturen mit unterschiedlichen, aufeinanderfolgenden Elementen behandelt werden. Für die Bahnkurve eines einzelnen Teilchens in der horizontalen Ebene gilt dann:

$$x(s) = \sqrt{\varepsilon_x \beta_x(s)} \cos(\Psi_x(s) + \phi) \quad (2.6)$$

$$x'(s) = -\frac{\sqrt{\varepsilon_x}}{\sqrt{\beta_x(s)}} (\alpha_x(s) \cos(\Psi_x(s) + \phi) + \sin(\Psi_x(s) + \phi)); \quad (2.7)$$

wobei die sogenannte Einzelteilchenemittanz ε_x und die Phase ϕ nur von den Anfangsbedingungen der Teilchenbewegung abhängen. Dagegen sind die sogenannten optischen Funktionen

– die Betafunktion $\beta(s)$, die Alphafunktion $\alpha(s)$ und der Phasenvorschub $\Psi(s)$ – charakteristische Funktionen und können mittels eines erweiterten Matrixformalismus aus der Magnetstruktur des Beschleunigers bestimmt werden (vergleiche hierzu zum Beispiel [Wil92]). Die Zusammenführung der Gleichungen (2.6) und (2.7)

$$\gamma_x(s)x^2(s) + 2\alpha_x(s)x(s)x'(s) + \beta_x(s)x'^2(s) = \varepsilon_x \quad (2.8)$$

mit:

$$\alpha_x(s) = -\frac{\beta'_x(s)}{2}; \quad \gamma_x(s) = \frac{1 + \alpha_x(s)}{\beta_x(s)}; \quad \Psi_x(s) = \int_0^s \frac{d\tilde{s}}{\beta_x(\tilde{s})}$$

zeigt, dass die transversale Bewegung eines Teilchens im Phasenraum für jede Position im Beschleuniger eine Ellipse beschreibt². Werden für ein Teilchen die Punkte im Phasenraum entlang der Sollbahn kontinuierlich aufgetragen, so zeichnet die Spur des Teilchens eine transversale Schwingung um die Sollbahn, sofern das beobachtete Teilchen nicht gleich dem Referenzteilchen ist. Die Anzahl der Schwingung in der horizontalen beziehungsweise in der vertikalen Ebene pro Umlauf bezeichnet man gemeinhin in Abhängigkeit der Sollbahnlänge L als Arbeitspunkt

$$Q_{x,z} = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{ds}{\beta_{x,z}(s)} = \frac{\Psi_{x,z}(L)}{2\pi}. \quad (2.9)$$

Der Arbeitspunkt ist eine wichtige Kenngröße zur Beschreibung jedes Kreisbeschleunigers.

Werden weiterhin auftretenden Impulsabweichungen berücksichtigt, so muss auch die vorrangig in den Dipolen auftretende Dispersion in Form eines additiven Terms berücksichtigt werden:

$$u_{\text{trans}}(s) = u(s) + D_u(s) \frac{\Delta p}{p} \quad \text{mit: } u(s) = \begin{cases} x(s) \\ z(s) \end{cases}. \quad (2.10)$$

Der Matrixformalismus ist daher um zwei weitere Dimensionen, stellvertretend für die longitudinale Ablage sowie für die Impulsabweichung, zu erweitern. Ohne eine Kopplung der Ebenen, zum Beispiel durch eine Fehlaufstellung von Quadrupolmagneten, und bei Vernachlässigung dispersiver Effekte in den Quadrupolmagneten nehmen die Abbildungsmatrizen folgende Form an:

$$\mathbf{M}_{\text{Element}} = \begin{pmatrix} \begin{array}{|c|} \hline \text{radialer} \\ \text{Phasenraum} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 0 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \text{longitudinal-radiale} \\ \text{Kopplung} \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{|c|} \hline 0 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \text{vertikaler} \\ \text{Phasenraum} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 0 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \\ \hline \end{array} \\ \begin{array}{|c|} \hline \text{radial-longitudinale} \\ \text{Kopplung} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 0 \ 0 \\ \hline 0 \ 0 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline \text{longitudinaler} \\ \text{Phasenraum} \\ \hline \end{array} \end{pmatrix}.$$

In realen Beschleunigern können die Fehlaufstellungen der Magnetelemente oder Feldfehler nicht ausgeschlossen werden. Durch Fehlaufstellungen in Form einer Rotation des Magnetelements um die Sollbahn kommt es zu einer Kopplung der Bewegungsebenen. Dies bedeutet,

²Auch im longitudinalen Phasenraum beschreibt die Teilchenbewegung annähernd eine Ellipse. Eine detaillierte Darstellung folgt in Kapitel 6.4

dass die Bewegungen in den beiden transversalen Ebenen nicht mehr unabhängig voneinander stattfinden und so die optischen Funktionen wie auch Emittanzen, Arbeitspunkte und Dispersionsfunktionen $D_u(s)$ korreliert sind. Diese Art der Fehlauflistung kann durch eine zusätzliche Multiplikation mit einer Drehmatrix beschrieben werden. Dagegen können transversale Verschiebungen der Magnetelemente von ihrer Sollposition nicht mittels des erwähnten Matrixformalismus dargestellt werden.

Am Beispiel einer horizontalen Verschiebung eines Quadrupolmagneten lässt sich die hierbei notwendige Vorgehensweise beschreiben. Beim Passieren dieses Elementes erfahren die Teilchen eine zusätzlichen Stoß³, der in erster Näherung eine additive Impulsänderung

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ x' + \Delta x' \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

zur Folge hat. Um dieser zusätzliche Störung Rechnung zu tragen wird die ungestört abbildende 2×2 - Matrix M_{quad} sowie der Vektor $(x, x')^\top$ entsprechend erweitert

$$\begin{pmatrix} x_{\text{aus}} \\ x'_{\text{aus}} \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} M_{\text{quad}} & \begin{matrix} 0 \\ \Delta x' \end{matrix} \\ \hline 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x_{\text{ein}} \\ x'_{\text{ein}} \\ 1 \end{pmatrix} . \quad (2.12)$$

Diese Vorgehensweise kann auch bei anderen Elementen in beiden transversalen Ebenen als Näherung einer Elementverschiebung oder auch einer Torsion angewendet werden. Bei Kenntnis aller Fehlauflustellungen und Feldfehler werden die erweiterten Phasenraumkoordinaten $(\bar{u}, 1)^\top$ der Teilchen in der beschriebenen Weise für einen Umlauf mittels einer 7×7 - Matrix abgebildet. Diese Abbildung ermöglicht es, auf die periodische Lösung \bar{u}_0 als Eigenwertgleichung

$$\begin{pmatrix} \bar{u}(s) \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u}(s + L) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ z_0 \\ z'_0 \\ s_0 \\ \delta_0 \\ 1 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \boxed{M_{s,s+L}^{6 \times 6}} & \begin{matrix} \text{zus. Kicks} \end{matrix} \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ z_0 \\ z'_0 \\ s_0 \\ \delta_0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

zu schließen. Die Spur, die sich aus den mittels dieser Abbildung bestimmten Koordinaten ergibt, wird der geschlossene Orbit genannt und weicht im Fall von transversal verschobenen Magneten von der Sollbahn ab.

³Im Folgenden wird auf den üblicherweise verwendeten Begriff des Kicks (englisch für Stoß oder Schlag) zurückgegriffen.

2.2. Erweiterung des Phasenraums für Spin-1/2 Teilchen

Für Spin-1/2 Teilchen ergibt sich aus der quantenmechanischen Bewegungsgleichung für ein konstantes, homogenes Magnetfeld eine Präzession des Spinerwartungswerts. Während die Projektion des Spinerwartungswerts auf die Magnetfeldlinien vom Betrag her konstant bleibt, ändern sich die transversalen Komponenten längenerhaltend, gleichbedeutend mit einer Rotation des zugehörigen Vektors, deren Geschwindigkeit von der Stärke des Magnetfelds abhängt. Diese Rotation wird über eine Drehmatrix charakterisiert, wobei die Drehachse parallel zu den Feldlinien steht.

Für ultrarelativistische Elektronen mit einer spezifischen Ladung von e/m_0 , einer gyromagnetischen Anomalie $a \approx 0.00116$ und einem Lorentzfaktor γ muss der vorangehend erwähnte Ansatz relativistisch korrigiert werden. Nach [Tho27] folgt die Bewegung des vektoriellen Spinerwartungswerts \vec{s} semiklassisch als Lösung der sogenannten *Thomas-BMT* Gleichung:

$$\frac{d\vec{s}(t)}{dt} = -\frac{e}{m_0\gamma} \left[\left((1+a\gamma)\vec{B}_\perp + (1+a)\vec{B}_\parallel + \left(a\gamma + \frac{\gamma}{\gamma+1} \right) \frac{[\vec{E} \times \vec{v}]}{c^2} \right) \times \vec{s}(t) \right] \quad (2.15)$$

Wird der Stern-Gerlach-Effekt aufgrund der betrachteten Größenordnungen vernachlässigt, so gibt es weder einen direkten noch indirekten Einfluss der Spinbewegung auf die Bahnbewegung der Teilchen, daher folgt in der Matrixschreibweise (2.16) stets ein Matrixteil in der Form $\mathbf{0}_{6 \times 3}$.

Zunächst wird anhand des einfachen Beispiels der Bewegung eines einzelnen Teilchens mit Sollimpuls in einem homogenen Dipolfeld die Erweiterung des Phasenraums dargestellt. Die Transformationsmatrix muss in diesem Fall lediglich durch eine Rotationsmatrix $\mathbf{R}_{3 \times 3}$ erweitert werden, um die vollständige Bewegung innerhalb dieses Elements inklusive der Spinbewegung $\vec{s} = (s_x, s_z, s_s)^\top$ des Teilchens abzubilden:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ z \\ z' \\ 0 \\ 0 \\ s_x \\ s_z \\ s_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\mathbf{M}_{\text{dip}}^{6 \times 6}} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 6} & \boxed{\mathbf{R}_{3 \times 3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ z_0 \\ z'_0 \\ 0 \\ 0 \\ s_{x,0} \\ s_{z,0} \\ s_{s,0} \end{pmatrix} . \quad (2.16)$$

Hierbei werden auch die Dimension des Koordinatenvektors um drei weitere Einträge, die durch die *Thomas-BMT* Gleichung (2.15) bestimmt sind, ergänzt. Für den dargestellten Fall mit konstantem Magnetfeld $\vec{B} = (0, B_{\text{dip}}, 0)^\top$ vereinfacht sich die Spinbewegungsgleichung zu:

$$\frac{d\vec{s}(t)}{dt} = \mathbf{A} \cdot \vec{s}(t) = -\frac{e}{m_0\gamma} (1+a\gamma) \begin{pmatrix} 0 & 0 & B_{\text{dip}} \\ 0 & 0 & 0 \\ -B_{\text{dip}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_x \\ s_z \\ s_s \end{pmatrix} . \quad (2.17)$$

Diese Differentialgleichung wird durch den Ansatz

$$\vec{s}(t) = e^{\mathbf{A}t} \cdot \vec{s}(0) = \begin{pmatrix} \cos(\omega_s t) & 0 & -\sin(\omega_s t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\omega_s t) & 0 & \cos(\omega_s t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{x,0} \\ s_{z,0} \\ s_{s,0} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \text{mit:} \quad \omega_s &= \frac{e}{m_0 \gamma} (1 + a\gamma) B_{\text{dip}} \\ \text{nach (2.2):} \quad &= \frac{c}{R_{\text{dip}}} (1 + a\gamma) = \omega_u (1 + a\gamma) \\ \Rightarrow \quad \omega_s &= \omega_u (1 + a\gamma) \end{aligned} \quad (2.19)$$

gelöst, der gleichzeitig die Rotationsmatrix von Gleichung (2.16) beinhaltet. Der Spin präzediert dementsprechend mit dem $(1 + a\gamma)$ -fachen der Umlauffrequenz ω_u . Hierbei entspricht der Faktor $a\gamma$ für Beschleuniger ohne nennenswerte longitudinale Magnetfelder (d.h. keine Solenoidfelder und vernachlässigbar starke longitudinale Randfelder) und für vernachlässigbar beeinflussende elektrische Feldkomponenten dem sogenannten Spinarbeitspunkt ν_s .

Entgegen dem zuvor beschriebenen Spezialfall, fällt die Beschreibung des allgemeinen Falls von Teilchen mit beliebigen Startparametern und verschiedenen Magnelementen ungleich komplizierter aus. Dabei ist zu bemerken, dass nur linear wirkende Magnetfelder tatsächlich durch den beschriebenen Matrixformalismus dargestellt werden können. Die abbildende Matrix wird hierzu aus dem zugehörigen Hamiltonoperator gewonnen (vergleiche [Lee04]), wobei der Einfluss der Bahnbewegung auf die Spinbewegung stets indirekt über das bahnkurvenabhängige Magnetfeld erfolgt. So wirken je nach Trajektorie im Ruhesystem des Teilchens unterschiedliche, zeitabhängige Magnetfelder.

Hieraus ergibt sich ein Widerspruch zur beabsichtigten Linearität. Besteht eine Abhängigkeit der Magnetfeldstärke von der Teilchenposition, so kann diese nicht in die oben angeführte Transformation überführt werden, da die Drehung aus trigonometrischen Funktionen (zum Beispiel $\cos(\dots B_{x,z,s}(x, z, s, t)\dots)$) also nichtlinearen Funktionen generiert wird. Um dementsprechend die vollständige Spinbewegung auch in Abhängigkeit der Bahnkurve beschreiben zu können, muss ein besonderes Augenmerk auf die Wahl eines spezifischen Koordinatensystems gelegt werden, dass auf die Beschreibung der Spinpräzession zugeschnitten ist. Es bietet sich zum Beispiel ein Polarkoordinatensystem an, dessen Ursprung sich mit dem Referenzteilchen mitbewegt. Dabei besteht der Vorteil darin, dass sich die Länge des Spinvektors nicht ändert. So kann die Bewegung des Einzelteilchenspins ausschließlich über die Winkeländerung beschrieben werden und es fällt die Beschreibung einer Koordinate weg (siehe Abbildung 2.1).

In [Cha05] wird ein Koordinatensystem vorgeschlagen, dass eine Anzahl von Rotationen ausführt, die gleich dem Spinarbeitspunkt ist. Im Wesentlichen birgt dieser Ansatz die bereits beschriebenen Vorteile und hat sich für die numerische Spinanalyse bewährt [BHR92, BHR94].

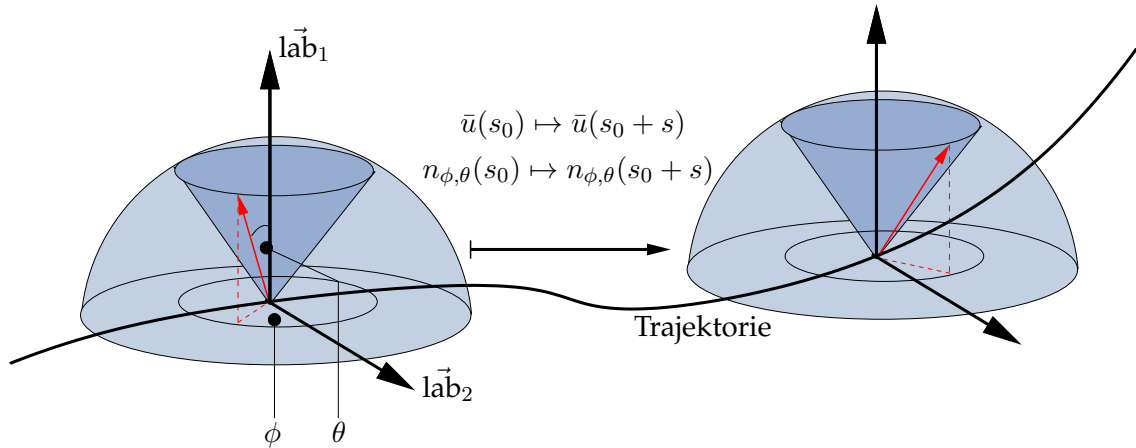


Abbildung 2.1.: Die Spinbewegung in einem mitbewegten Koordinatensystem mit fester vertikaler und horizontaler Achse ist lediglich von den Winkeln ϕ , θ abhängig, da die Länge des Spinvektors (in rot dargestellt) für ein einzelnes Teilchen konstant bleibt. So kann die Bestimmung der Bewegung des Teilchens auf ein 8-dimensionales Problem reduziert werden.

Indessen nehmen die Transfermatrizen stets dieselbe Form an:

$$\mathbf{M}_{8 \times 8} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{s,s+L}^{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 2} \\ \mathbf{D}_{2 \times 6} & \mathbf{R}_{2 \times 2} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Es sei hierbei ein besonderer Fokus auf die sogenannte $\mathbf{D}_{2 \times 6}$ -Matrix gelegt. Zusammen mit der quasi Drehung über $\mathbf{R}_{2 \times 2}$ auf der Sollbahn muss sich insgesamt eine Transformation ergeben, die die Spinbewegung abhängig von der Teilchentrajektorie wiedergibt.

Mittels des hier in den Grundzügen dargestellten Formalismus kann die komplette lineare Teilchenbewegung innerhalb von Dipolen inklusive deren Randfelder und Quadrupolen exakt beschrieben werden.

2.3. Optische und depolarisierende Resonanzen

Nachdem in den vorangegangenen beiden Unterkapiteln die lineare Einzelteilchenbewegung in Kreisbeschleunigern zusammengefasst wurde, wird in diesem Kapitel auf die Einflüsse der Periodizität der Magnetstruktur eingegangen. Die dementsprechend periodisch auftretenden Magnetfelder können sowohl auf die Teilchen- als auch auf die Spinbewegung resonant wirken. Da die Teilchen die Magnetstrukturen im Bruchteil einer Millisekunde tausendmal durchlaufen, wirken sich Resonanzen in Kreisbeschleunigern besonders stark aus. Im Allgemeinen führen diese Resonanzen zu einer Verschlechterung der Strahlqualität, in Einzelfällen werden sie aber auch bewusst angeregt um zum Beispiel eine Diagnose verschiedener Strahlparameter⁴ durchzuführen oder die Teilchen aus dem Ring zu extrahieren⁵.

Der primäre Strahlverlust in Kreisbeschleunigern, also der Verlust von Teilchen die stabil im Beschleuniger umlaufen, wird durch die Kollision der Teilchen mit der Vakuumkammer verursacht. Deswegen geben Konstruktion und Lage der Vakuumkammern grundsätzlich die maximal akzeptable Abweichung von der Sollbahn vor. Neben den resonanten Effekten gibt die Periodizitätsbedingung (2.14) die Größenordnung der tolerierbaren Fehlauflagen und Feldfehler vor. Diese Fehlauflagen sollten soweit reduziert werden, dass die Teilchen auf der geschlossenen Bahn die Vakuumkammern möglichst mittig durchlaufen. Dadurch wird der Strahlverlust an der Vakuumkammer minimiert und eine optimierte Fokussierung durch die Quadrupole erreicht.

Darüber hinaus können Feldfehler und Fehlauflagen Betatronschwingungen um den geschlossenen Orbit resonant anregen und infolge dessen zu Strahlverlust führen. Ist der Arbeitspunkt ganzzahlig, so schwingen die Teilchen mit dem Vielfachen der Umlauffrequenz um den geschlossenen Orbit. In diesem Fall treten Dipolfelder durch Fehlauflagen innerhalb der periodischen Magnetstruktur in Phase mit der Schwingung auf und führen zu einer resonanten Überhöhung der Schwingungsamplitude. Ist der Arbeitspunkt halbzahlig, so treiben Quadrupolfelder die transversalen Teilchenschwingungen. Ein Teilchen mit positiver Ablage in einem defokussierenden Quadrupol erfährt eine Ablenkung weg von der Sollbahn. Bei einem halbzahligem Arbeitspunkt wird dieses Teilchen im folgenden Umlauf den Quadrupol mit einer negativen Ablage durchlaufen und wiederum eine Ablenkung von der Sollbahn weg erfahren. Dieser Prozess setzt sich periodisch fort und führt letztendlich ebenfalls zu einem Aufprall des Teilchens auf die Vakuumkammerwand. Mittels des allgemein gültigen Hamiltonformalismus (vergleiche hierzu [Wie95]) kann gezeigt werden, dass auch drittel, viertel, fünftel, ... -zahlige Arbeitspunkte in resonanter Weise zu Strahlverlust führen. Um demgemäß einer instabilen Teilchenbewegung vorzubeugen, sind die transversalen Arbeitspunkte so zu wählen, dass rationale Zahlen mit kleinen Nennern vermieden werden. Idealerweise entspricht der Arbeitspunkt sogar einer irrationalen Zahl, die nicht zu nah an einer optischen Resonanz von niedriger Ordnung liegt. In diesem Fall wiederholen sich Schwingungsamplitude und Phase an einer Position im Beschleuniger nicht und es tritt keine optische Resonanz auf. Über die optischen Resonanzen hinaus gibt es weitere Instabilitäten die zu Strahlverlust führen, allerdings sind diese auf nichtlineare Effekte zurückzuführen⁶.

⁴Neben optischen Parametern wie Arbeitspunkt, Phasenvorschub oder Betatronoszillation sowie deren Dämpfung, kann zum Beispiel eine Energiekalibration mittels einer bewusst herbeigeführten depolarisierenden Resonanz stattfinden [Hof01].

⁵An dieser Stelle wurden Beispiele gewählt, die von besondere Relevanz für den Betrieb der Beschleunigeranlage ELSA sind (vergleiche [Pic95]).

⁶Zu diesen gehören unter anderem Instabilitäten aufgrund der elektromagnetischen Wechselwirkung der Teilchen

Der Resonanzfall bei der linearen Spindynamik in Kreisbeschleunigern weist starke Ähnlichkeiten zu der Spinresonanz beim *Rabi*-Versuch auf [Rab37]. Allerdings kann die in der Herleitung der letzteren Resonanz gemachte Näherung eines rotierenden horizontal-longitudinalen Magnetfeldes bei Beschleunigern nicht generell vorausgesetzt werden⁷. Im Folgenden wird gezeigt, dass für die in Beschleunigern typischen Größenordnungen der Magnetfelder und den zugehörigen Zeitskalen trotzdem mit einem rotierenden Magnetfeld – in Analogie zur bekannten Rotating-Wave-Approximation – angesetzt werden kann. Analog zu [Reb05] wird der Spezialfall einer horizontal cosinusförmigen Anregung eines sich relativistisch bewegenden Teilchens in einem konstanten vertikalen Magnetfeld zunächst numerisch untersucht und anschließend mit der analytischen Lösung des Falls mit rotierendem Magnetfeld verglichen. Dazu wird ein Spinoransatz $X = (\chi_+, \chi_-)^\top$ mit der Identität

$$\vec{s} = X^\dagger \vec{\sigma} X \quad (2.21)$$

$$\text{mit den Pauli Matrizen:} \quad \vec{\sigma} = \left(\left(\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 0 & -i \\ i & 0 \end{array} \right) \right)^\top$$

gewählt, sodass die *Thomas-BMT* Gleichung (2.15) für rein transversale Magnetfelder äquivalent zu:

$$\partial_t X = i \underbrace{\frac{e}{2m_0\gamma} (1 + a\gamma)}_{f_\gamma} (\vec{\sigma} \cdot \vec{B}_\perp) X \quad (2.22)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \partial_t \chi_+ = i f_\gamma (B_x \chi_- + B_z \chi_+) \\ \partial_t \chi_- = i f_\gamma (B_x \chi_+ - B_z \chi_-) \end{cases} \quad (2.23)$$

ist.

Im Fall des Rotating-Wave-Ansatzes, für $B_z(t) = -B_{\text{dip}}$ und $B_x(t) = \frac{b_x}{2} \cos(\omega t) \mp i \frac{b_x}{2} \sin(\omega t)$, lösen

$$\chi_+(t) = \left(\cos(\delta t) - i \frac{\Omega_0}{\delta} \sin(\delta t) \right) e^{-i \frac{\omega}{2} t} \quad (2.24)$$

$$\chi_-(t) = -i \sin(\delta t) e^{-i \frac{\omega}{2} t} \quad (2.25)$$

$$\text{mit:} \quad \delta = \sqrt{\left(f_\gamma \frac{b_x}{2} \right)^2 + \Omega_0^2}$$

$$\Omega_0 = f_\gamma B_z - \frac{\omega}{2}$$

das Differentialgleichungssystem. Hierbei kann die longitudinale Komponente als imaginärer Anteil des horizontalen Magnetfeldes interpretiert werden. Allerdings muss hierbei das

mit der leitenden Kammerwand oder mit einer Ansammlung von Restgasatomen oder Ionen.

⁷Hierbei sei erwähnt, dass auch bei Beschleunigern unter Verwendung von supraleitenden Solenoiden nennenswerte transversal rotierende Feldanteile im Ruhesystem der Teilchen erzeugt werden können.

Vorzeichen entsprechend der Pauli-Matrixmultiplikation in (2.21) gewählt werden.

Der Fall $B_z(t) = -B_{\text{dip}}$ und $B_x(t) = b_x \cos(\omega t)$ bei einer konstanten Teilchenenergie entspricht einer rudimentären Näherung der realistisch wirkenden Magnetfelder in einem Kreisbeschleuniger bei einer isolierten, depolarisierenden Resonanz. Dabei ist zu beachten, dass nur für $\omega \gg 1$ und $B_z \gg b_x$ die zirkular und linear polarisierte Anregung annähernd zur selben Lösung der Differentialgleichung (2.23) führen. Die Abbildung 2.2 zeigt den numerisch bestimmten Spinewartungswert $s_z = |\chi_+|^2 - |\chi_-|^2$ entlang der Dipolfelder für zirkular- und linear polarisiert, anregende Magnetfelder. Dabei wird ein intermediärer Bereich gewählt, indem die Unterschiede der beiden Ansätze noch darstellbar sind.

Für einen Kreisbeschleuniger mit ähnlichen Ausmaßen wie der Stretcherring ELSA kann die Resonanz $a\gamma = 3$ als Beispiel für die wirkenden Felder herangezogen werden (siehe Tabelle 2.1). Dem Beispiel ist zu entnehmen, dass für die in Kreisbeschleunigern typischen Größenordnungen von f_γ, ω, b_x und B_z die Rotating-Wave-Approximation angewendet werden kann, da $B_z \gg b_x$ und $\omega \gg 1$ gilt. Entsprechend ist für die Resonanzbedingung $-2f_\gamma B_z = \omega$ die Größe:

$$\epsilon := f_\gamma \frac{b_x}{B_z} \tag{2.26}$$

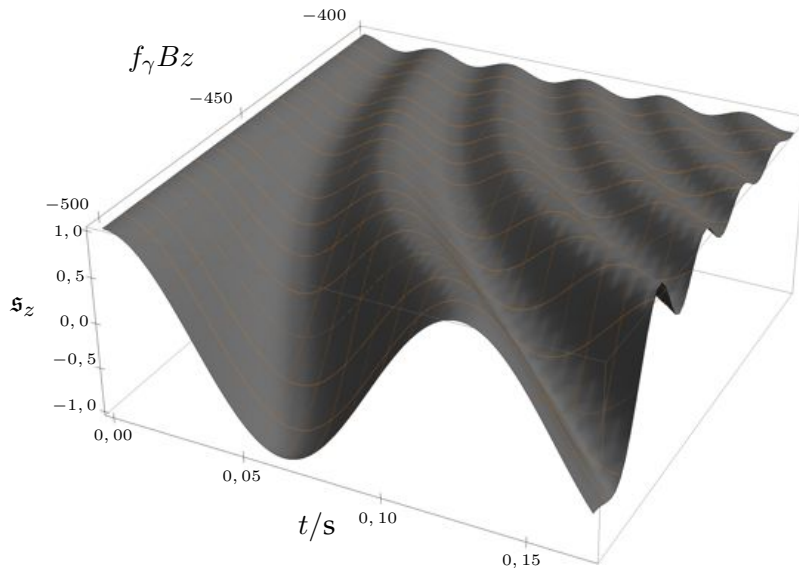
ein Maß für die Stärke der Resonanz. Die Kenntnis der Resonanzstärke ist in Kreisbeschleunigern nur mit erheblichen Aufwand experimentell zu bestimmen. Der Grund hierfür ist, dass die Fehlauflistung der Magnete sowie Feldfehler in einem Kreisbeschleuniger mechanisch nicht genau genug ermittelt werden können.

Trotz der hier willkürlich gewählten Resonanzstärke können anhand des Beispiels grundle-

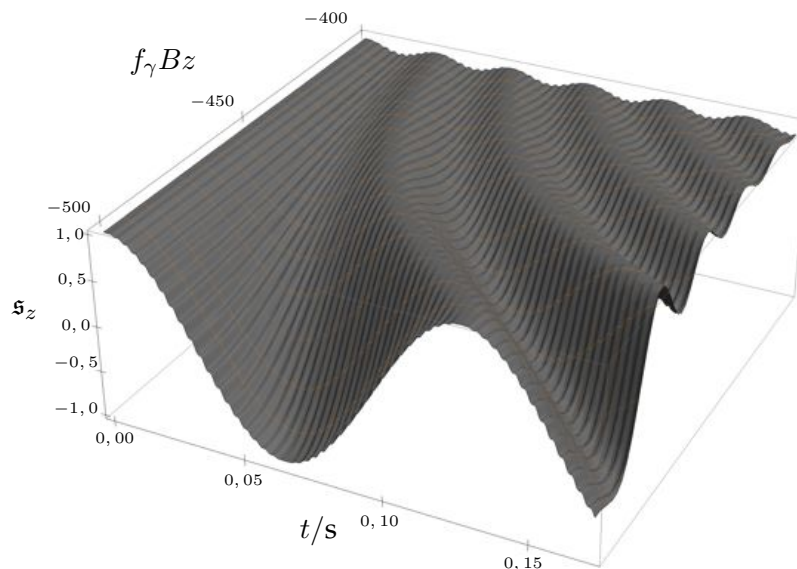
Umfang	$U = 2\pi\bar{R}$	164,4000 m
Radius	\bar{R}	26,1651 m
Umlauffrequenz	$\omega_u = \frac{c}{\bar{U}}$	$2\pi \cdot 1,8236$ MHz
Spinarbeitspunkt	$\nu_s = a\gamma$	3
vertikale Wirkung	$f_\gamma B_z = \frac{c}{2\bar{R}}(1 + a\gamma)$	$2\pi \cdot 1,8236$ MHz
horizontale Wirkung	$f_\gamma b_x = \frac{c}{2}(1 + a\gamma) k \cdot z$	$2\pi \cdot 0,1$ MHz
Oszillationsfrequenz anregendes Feld	$\omega = \omega_u(1 + a\gamma)$	$8\pi \cdot 1.8236$ MHz

Tabelle 2.1.: Exemplarische Größen der depolarisationsverursachenden, transversalen Magnetfelder in einem Elektronenkreisbeschleuniger in Anlehnung an den ELSA Stretcherring.

gende Auswirkungen auf den Grad der Gesamtpolarisation qualitativ erläutert werden. Das Auftreten von Depolarisation geht mit der Energieunschärfe des Elektronenstrahls einher. Nur wenn die Elektronen unterschiedliche kinetische Energien haben, gleichbedeutend mit unterschiedlichen Spinpräzessionsgeschwindigkeiten, kann es zu einer nachhaltigen Verringerung des Gesamtpolarisationsgrades kommen. Dies ist dadurch zu erklären, dass die Resonanzbedingung für eine festes B_z und ω lediglich vom Lorentzfaktor γ abhängt. Angenommen die Resonanzbedingung ist für das Sollteilchen erfüllt und die Häufigkeit der vorkommenden Teilchenenergien ist Gaußförmig um die Sollenergie verteilt. Dann erfahren nur Teilchen mit Sollenergie eine vollständige Spinumkehr nach $T_{\uparrow\downarrow} = 2\pi/f_\gamma b_x$. Bei allen anderen Teilchen findet keine komplette Spinumkehr statt und die Periode der Spinumkehr unterscheidet sich von der des Resonanzfalls. Die Abbildung 2.3 zeigt diesen Sachverhalt für ein ursprünglich vollkommen entlang der vertikalen Achse polarisiertes Teilchenensemble. Die Teilchenspins präzedieren zunächst kohärent, verlieren aber nach und nach ihre feste Phasenbeziehung



(a) zirkular polarisiert mit $f_\gamma b_x = 5$ und $\omega = 1000$



(b) linear polarisiert mit $f_\gamma b_x = 5$ und $\omega = 1000$

Abbildung 2.2.: Die vertikale Komponente des Spinerwartungswerts oszilliert in der Nähe einer Resonanz. Die Resonanzbedingung lautet in der gegebenen Notation: $-2f_\gamma B_z = \omega$. Im intermediären Bereich ($|B_z| \gg |b_x|, \omega \gg 1$) sind Unterschiede zwischen einer zirkularen und linearen Anregung in Form einer Oberschwingung auszumachen.

durch die Energieunschärfe und schließlich verteilen sich die zugehörigen Spinausrichtungen gleichmäßig in alle Raumrichtungen. In diesem Zustand ist nunmehr keine Gesamtpolarisation vorhanden. In Abbildung 2.3 ist dies der exponentiell abnehmenden Einhüllende der Gesamtpolarisationskurve zu entnehmen.

Prinzipiell unterscheidet sich die lineare Spindynamik in Kreisbeschleunigern für verschiedene Teilchensorten nur in der Größe der jeweiligen gyromagnetischen Anomalie. Aus der Dirac-Theorie ist die Existenz der gyromagnetischen Anomalie nicht herzuleiten. Jedoch konnte in der

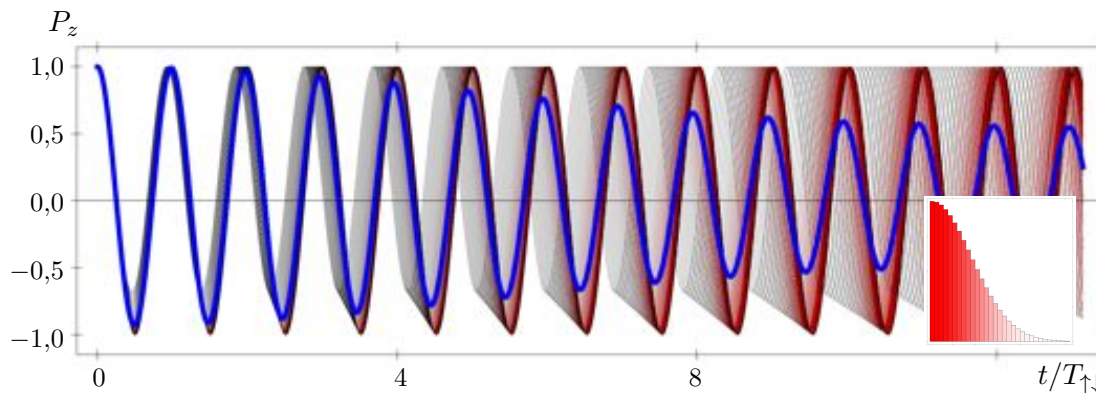


Abbildung 2.3.: Vertikaler Spinerwartungswert in der Nähe einer Resonanz für mehrerer Teilchen (jeweils in schwarz dargestellt) mit unterschiedlichen Energien bei gleichen Startwerten des Spinausrichtung. Werden die Teilchen nach ihrer Häufigkeit (in roter Farbskala) gewichtet und gemittelt, so ergibt sich ein Abfall der Gesamtpolarisation (in blau dargestellt).

Quantenelektrodynamik gezeigt werden, dass zum Beispiel das Elektron mit der Fluktuation und Polarisation des Vakuums wechselwirkt. Aufgrund dieser Wechselwirkung kommt es zu einer leichten Vergrößerung des magnetischen Moments⁸.

Vergleicht man die Bewegungsgleichung für den Spin mit der des Impulses für rein transversale Felder, fällt dabei auf, dass sie sich nur durch den Vorfaktor $(1 + a\gamma)$ unterscheiden. Da dieser Vorfaktor energieabhängig ist, unterscheidet sich auch das Auftreten der depolarisierenden Resonanzen von dem der optischen Resonanzen. Während die optischen Resonanzen bei einem konstanten optischen Parametersatz nicht vom Teilchenimpuls abhängen, treten depolarisierende Resonanzen nur bei bestimmten Teilchenenergien auf. In der ersten Ordnung ist bei den depolarisierenden Resonanzen zwischen den intrinsischen und den ganzzahligen Spinarbeitspunktresonanzen – häufig auch Imperfektionsresonanzen genannt – zu unterscheiden.

Imperfektionsresonanzen treten immer dann auf, wenn der Spin in Phase mit dem Impuls rotiert, also wenn $a\gamma = k$ ($k \in \mathbb{N}$) einer ganzen Zahl entspricht. Für $k \geq 2$ tritt dies bei Elektronen unabhängig von der Struktur des Kreisbeschleunigers auf, falls die Energie einem Vielfachen von ungefähr 441 Megaelektronenvolt (beziehungsweise 523 Megaelektronenvolt bei Protonen) entspricht. Ist der Spinarbeitspunkt ganzzahlig, so treiben alle umlaufperiodisch auftretenden horizontalen Magnetfelder entlang des geschlossenen Orbits die depolarisierende Resonanz. Horizontale Felder, die primär durch Magnetfeldstellungen und/oder -feldfehlern zutage treten, sind daher nicht nur aus strahloptischen Gesichtspunkten zu vermeiden, sondern führen zu einem resonanten Verlust des Polarisationsgrades.

Die intrinsischen Resonanzen kommen unabhängig von Fehlauflösungen und Feldfehlern vor. In Kreisbeschleunigern verlangt eine effektive Fokussierung in der transversalen Ebene nach einem alternierenden Magnetfeldgradienten entlang der Bahnkurve der Teilchen. Das im Ruhesystem der Teilchen wirkende Magnetfeld ist also von der Teilchenablage abhängig und dementsprechend ist der zeitliche Verlauf des wirkenden Magnetfeldes eine Funktion der Teilchentrajektorie. Aus diesem Grund hängt das Auftreten dieser Resonanzen mit der transversalen Teilchenschwingung und letztendlich mit dem Arbeitspunkt der Magnetstruktur

⁸In [GHK⁺06] werden Rechnungen diesbezüglich vorgestellt, [OHDG06] zeigt exemplarisch eine Messmethode für Elektronen.

zusammen.

Im Allgemeinen tritt eine Resonanz auf, falls für den Spinarbeitspunkt die Bedingung:

$$\nu_s = k + k_p P + k_x Q_x + k_z Q_z + k_s Q_s \quad (2.27)$$

für einen beliebigen Satz von ganzzahligen k, k_p, k_x, k_z, k_s erfüllt ist, wobei P die Periodizität der Beschleunigerstruktur ist.

Kapitel 3.

Numerische Analyse von Depolarisationszeiten

3.1. Invariantes Spinfeld eines Elektronenensembles

Betrachtet man ein Elektronenpaket als ein vollständig den stabilen Phasenraumbereich ausfüllendes Teilchenensemble, so existiert genau eine Konfiguration der Teilchenspins, die Umlauf für Umlauf in sich selbst überführt wird¹. Diese Konfiguration wird invariantes Spinfeld genannt und ist nach [DKS71, DK72, DK73] grundlegend bei der Bestimmung von Depolarisationszeiten für Elektronenstrahlen (näheres dazu in Unterkapitel 3.3). Hierbei ist insbesondere darauf hinzuweisen, dass ein Teilchen im Allgemeinen nach einem Umlauf nicht auf den ursprünglichen Phasenraumpunkt abgebildet wird. Vielmehr sollten optische Resonanzen vermieden werden, so dass ein Teilchen auch nach einem Vielfachen der Umlaufdauer denselben Phasenraumpunkt nicht erneut durchquert. Diese Tatsache führt zu einem Konflikt zwischen Vermeidung der optischen Resonanzen und Bestimmung des invarianten Spinfeldes:

Im Fall eines m -zahligen Arbeitspunktes, mit ($m \in \mathbb{N}$), befinden sich die Teilchen nach m Umläufen der Länge L wieder in den ursprünglichen Phasenraumpunkten. In diesem theoretischen Beispiel können die Elemente des invarianten Spinfeldes \bar{n} an einer Stelle $\bar{u} = (x, x', z, z', s, \delta)^\top$ in der linearen Näherung mittels der Eigenwertgleichung:

$$\begin{pmatrix} \bar{u}(s) \\ n_{\phi,\theta}(\bar{u}(s)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u}(s + m \cdot L) \\ n_{\phi,\theta}(\bar{u}(s + m \cdot L)) \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \bar{u} \\ n_{\phi,\theta}(\bar{u}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 2} \\ \mathbf{D}_{2 \times 6} & \mathbf{R}_{2 \times 2} \end{pmatrix}^m \begin{pmatrix} \bar{u} \\ n_{\phi,\theta}(\bar{u}) \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

bestimmt werden². Anhand dieser Gleichung wird die Problematik bei der Bestimmung des invarianten Spinfeldes offenbar. Einerseits sollte ein Teilchen auch nach vielen Umläufen nicht auf denselben Phasenraumpunkt abgebildet werden ($m \rightarrow \infty$), andererseits ist eine analytische Bestimmung des invarianten Spinfeldes nur für kleine m möglich³. Im Übrigen konvergiert

¹Ein Elektronenpaket erfüllt diese Voraussetzungen im Grunde nicht. Da ein Paket nicht aus unendlich vielen Teilchen besteht, erreichen die Elektronen nach einem Umlauf nicht die ursprüngliche Menge der Phasenraumpunkte. Typischerweise enthält ein Elektronenpaket jedoch ungefähr $10^{10} - 10^{11}$ Teilchen. Daher kann in guter Näherung eine vollständige Besetzung des stabilen Phasenraums angenommen werden.

²Für das Referenzteilchen auf dem geschlossenen Orbit ist $m = 1$. Daher ist der Aufwand zur Bestimmung des zugehörigen invarianten Vektors, der sogenannten invarianten Spinachse, im Vergleich zu einem beliebigen Teilchen sehr gering.

³An dieser Stelle sollte der Begriff des invarianten Spinfeldes nur mit Vorbehalt verwendet werden. Für kleine

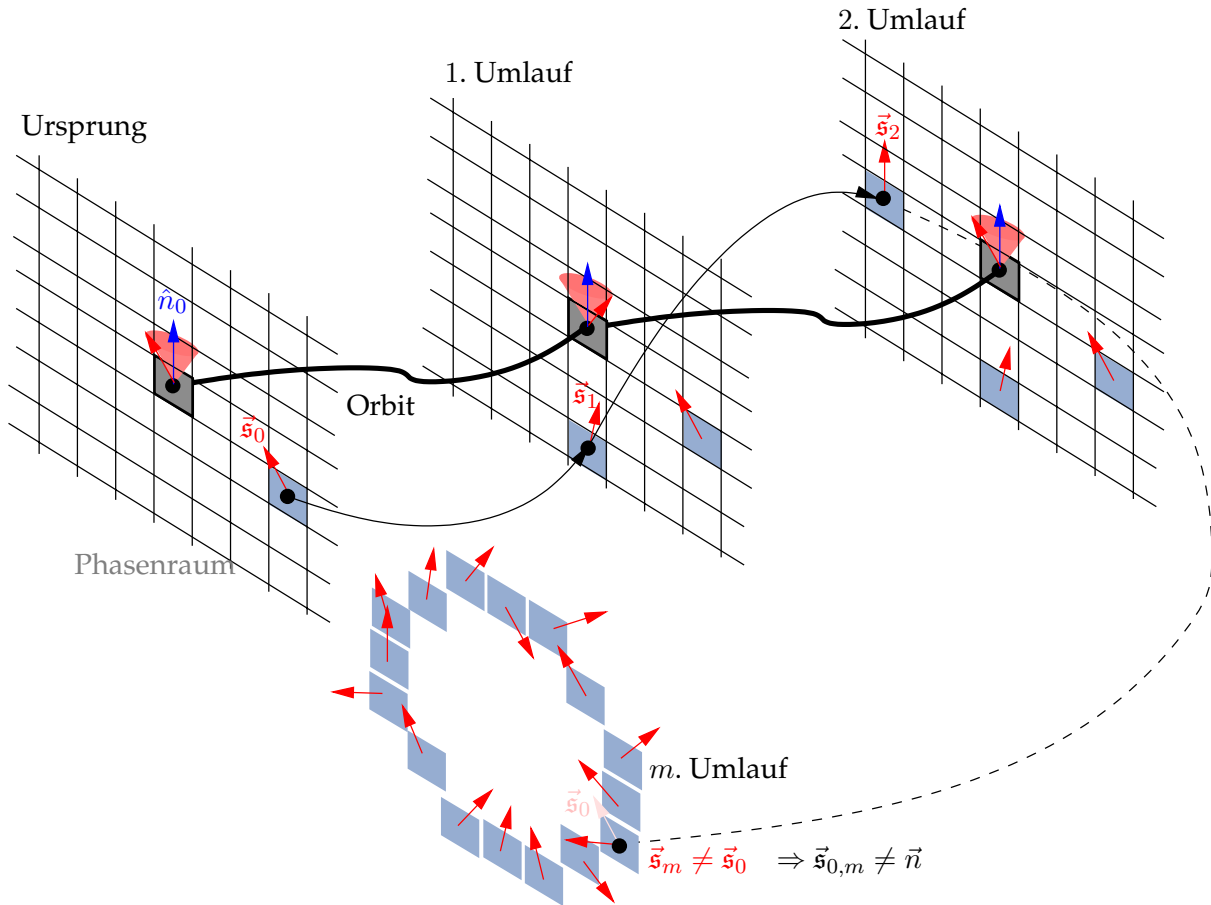


Abbildung 3.1.: Die Abbildung stellt schematisch die Spinbewegung eines einzelnen Teilchens in Abständen der Umlaufbahnlänge dar. Wird ein Spin \vec{s}_0 nicht entsprechend des invarianten Spinfeldes eingebracht, ergibt sich nach m Umläufen eine Spinkonfiguration, die sich von der Ursprünglichen unterscheidet. In diesem Fall variiert auch der Polarisationsgrad von Umlauf zu Umlauf. Die invariante Spinachse \vec{n}_0 auf dem geschlossenen Orbit ist dagegen leichter zu bestimmen. Der Teilchenspin auf diesem Orbit präzediert auf einem Kegel $a\gamma$ -mal um die invariante Spinachse.

die Lösung von Gleichung (3.2) für große m nicht, da falls $\bar{u}(s) = \bar{u}(s + m \cdot L)$ erfüllt ist im folgenden Umlauf $\bar{u}(s) \neq \bar{u}(s + (m + 1) \cdot L)$ gilt. Folglich muss eine simultane Lösung für das Spinfeld im vollständigen Phasenraum gefunden werden.

Somit ist selbst in der linearen Näherung das invariante Spinfeld in der Regel nicht analytisch zu bestimmen. Die Abbildung 3.1 stellt diesen Sachverhalt in Form eines einzelnen Teilchens inklusive dessen Teilchenspins dar, das Umlauf nach Umlauf eine Phasenraumellipse füllt. In diesem Fall veranschaulicht ein Gegenbeispiel zum invarianten Spinfeld die Fragestellung bei der Bestimmung des Feldes. Auf numerische Methoden zur Bestimmung des beschriebenen Feldes wird in Kapitel 3.3 näher eingegangen.

Das invariante Spinfeld ist als Gleichgewichtszustand der Spinkonfiguration definiert. Grundsätzlich sollte daher zwischen dem Polarisationsgrad entlang des invarianten Spinfeldes und dem konventionell gemeinten Polarisationsgrad entlang der Dipolführungsfelder unterschied-

$m \lesssim 10$ gibt es keinen stabilen Bereich im Phasenraum. Daher wird es auch kein Spinfeld geben, dass Umlauf für Umlauf in sich selbst überführt wird.

den werden.

In einem Kreisbeschleuniger eingebrachte Teilchenspins streben insgesamt gegen den beschriebenen invarianten Zustand. Für Protonen im Mittelenergiebereich gibt es jedoch keinen diffusionsverursachenden Effekt, so dass Protonenspins nicht von sich aus in den beschriebenen Gleichgewichtszustand gelangen können. Protonenspins, die nicht entsprechend des invarianten Feldes ausgerichtet sind, präzedieren um die Vektoren des invarianten Spinfeldes mit einer Winkelgeschwindigkeit von $a\gamma \cdot \omega_u$. Dagegen sorgt bei Elektronen die Abstrahlung von Synchrotronlicht für eine Diffusion im Phasenraum wodurch sich die Teilchenspins für $t \rightarrow \infty$ entsprechend des invarianten Spinfeldes ausrichten. Die Geschwindigkeit, mit der dieser Ausrichtungsprozess stattfindet, hängt von der abgestrahlten Leistung ab. Im Allgemeinen gilt: Je höher diese abgestrahlte Leistung, also je höher die Diffusionsrate, desto schneller erfolgt eine Ausrichtung entsprechend dem Gleichgewichtszustand. Dieser Effekt wird zusätzlich vom Selbstpolarisationseffekt überlagert.

3.2. Selbstpolarisation durch Synchrotronlichtabstrahlung

Auf den ersten Blick liegt die Vermutung nahe, dass sich in einem ideal flachen Kreisbeschleuniger der Gleichgewichtszustand einer Ausrichtung der Teilchenspins entgegen dem Dipolführungsfeldern entspricht, da dies der energetisch bevorzugte Zustand ist. In diesem Fall würde der Gesamtpolarisationsgrad entlang des invarianten Spinfeldes – für einen idealen Kreisbeschleuniger gleich dem Polarisationsgrad entlang der vertikalen Achse – gegen 100% streben. Tatsächlich ist dies in der Astrophysik bei freien Elektronen im Magnetfeld von Himmelskörpern der Fall⁴. Nachdem die Elektronen durch Abstrahlung den vollständig Drehimpuls verloren haben und auf den Himmelskörper prallen, befindet sich das abgeschlossene System bestehend aus Himmelskörper und Elektron in seinem Grundzustand. Im Grundzustand sind die Elektronenspins antiparallel zum Magnetfeld des Himmelskörpers ausgerichtet. Daher ist der asymptotische Polarisationsgrad für diesen Fall 100 %.

Der wesentliche Unterschied in Elektronenspeicherringen ist, dass der Impuls Umlauf für Umlauf in den Hohlraumresonatoren restauriert wird, der integrale Impulsverlust durch Synchrotronlichtabstrahlung also dem Elektron nach einem Umlauf wieder zugefügt wird [Man11]. Entgegen der in der Astrophysik behandelten Situation kommt es nicht nur zur Emission von Photonen sondern auch zur Absorption von Photonen im elektrischen Feld der Hohlraumresonatoren. *Sokolov* und *Ternov* zeigten in [ST64] dass in idealen Speicherringen der asymptotische Polarisationsgrad durch reine Selbstpolarisation $P_{ST} = 92,38\%$ ist. Die entsprechende Übergangswahrscheinlichkeit W ist:

$$W_{\uparrow\downarrow} = \frac{5\sqrt{3}}{16} \frac{r_e \gamma^5 \hbar}{m_0 R^3} \left(1 + \frac{8}{5\sqrt{3}}\right) \quad (3.3)$$

$$W_{\downarrow\uparrow} = \frac{5\sqrt{3}}{16} \frac{r_e \gamma^5 \hbar}{m_0 R^3} \left(1 - \frac{8}{5\sqrt{3}}\right) \quad \text{mit: } r_e : \text{klassischer Elektronenradius.} \quad (3.4)$$

Durch diese asymmetrischen Übergangswahrscheinlichkeiten baut sich der Polarisationsgrad eines Elektronenstrahls im Idealfall durch Selbstpolarisation entsprechend:

$$P_{ST}(t) = 92,38\% \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ST}}}\right) \quad (3.5)$$

⁴In der Astrophysik wird häufig der Begriff der Zyklotronabstrahlung anstatt Synchrotronabstrahlung verwendet.

auf. Die Aufbauzeit τ_{ST} ist von der abgestrahlten Leistung abhängig. Je größer diese abgestrahlte Leistung ist, desto schneller stellt sich der Gleichgewichtszustand ein. Dabei führen kleinere Radien bei großen Energien zu einer hohen abgestrahlten Leistung und haben damit im Allgemeinen eine kurze Selbstpolarisationsdauer zur Folge:

$$\tau_{ST} = \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{m_0 R^3}{r_e \gamma^5 \hbar} \quad (3.6)$$

Für die meisten Elektronenspeicherringe ist die Selbstpolarisationsdauer im Stundenbereich. Das liegt daran, dass ein emissionsinduzierter Spin-Flip nur sehr selten stattfindet. Typischerweise verursacht nur etwa jedes 10^{10} -te Photon einen Spin-Flip. Die Abbildung 3.2 zeigt die Selbstpolarisationszeiten für eine Auswahl an Speicherringen anhand deren Energien und Ablenkradien.

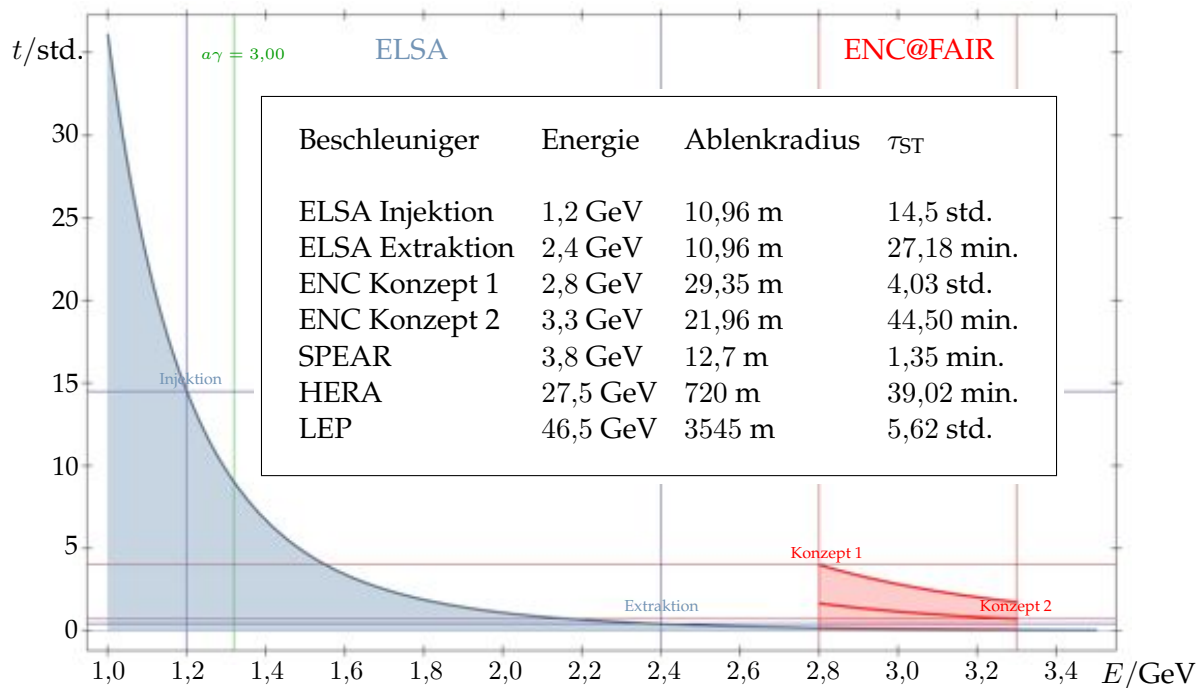


Abbildung 3.2.: Exemplarisch zeigt diese Abbildung den Selbstpolarisationsdauern für eine Auswahl von Elektronenspeicherringen. Hierbei werden lediglich die Ablenkung in den Führungsdipolen berücksichtigt. In [MSY05] werden unter anderem die Speicherringe SPEAR, HERA und LEP in diesem Zusammenhang aufgeführt.

Aufgrund der relativ langen Selbstpolarisationszeiten und der dadurch schlechteren Verfügbarkeit von polarisiertem Strahl ist inzwischen die Nutzung des Selbstpolarisationseffekts rückläufig. Die Injektion von polarisierten Elektronen – wie im Betrieb mit polarisiertem Strahl bei ELSA der Fall – ist deutlich effizienter und wird sich in der Zukunft weiter durchsetzen. Dem Selbstpolarisationseffekt wirken die depolarisierenden Resonanzen entgegen. Die Resonanzen erster Ordnung wurden im Kapitel 2.3 beschrieben. Der Verlust des Gesamtpolarisationsgrades durch diese Art von Resonanzen findet auf Zeitskalen statt, die deutlich unterhalb der Selbstpolarisationsdauern liegen. Folglich spielt der Selbstpolarisationseffekt bei der Untersuchung dieser Resonanzen eine untergeordnete Rolle. Dagegen müssen im Falle langer

Strahllebensdauern, wie zum Beispiel bei Kollisionsexperimenten in Kreisbeschleunigern, auch Resonanzen höherer Ordnung berücksichtigt werden. Zu diesen Resonanzen gehören nach Gleichung (2.27) unter anderem Koppelresonanzen ($k_x \neq 0$), intrinsische Resonanzen höherer Ordnung ($k_z \geq 2$), Resonanzen durch Synchrotronseitenbänder ($k_s \neq 0$) oder Kombination aus mehreren Arten von Resonanzen. Wirkt eine der genannten Resonanzen, so weicht die invariante Spinachse von der vertikalen Achse ab und der Gleichgewichtspolarisationsgrad liegt unterhalb der 92,38 %. Für Teilchen die sich im Phasenraum in der Nähe des Referenzteilchens befinden und sofern keine Resonanz niedriger Ordnung wirkt gilt ausgehend von einem Anfangspolarisationsgrad P_0 für den Gesamtpolarisationsverlauf:

$$P(t) \approx P_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + P_{\text{ST}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad . \quad (3.7)$$

Dabei setzt sich die Zeitkonstante τ reziprok aus Selbstpolarisations- und Depolarisationsdauer zusammen:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{ST}}} + \frac{1}{\tau_{\text{dep}}} \quad . \quad (3.8)$$

In der Nähe einer Resonanz niedriger Ordnung muss der Gleichgewichtszustand in Form des invarianten Spinfeldes berücksichtigt werden. Bei detaillierter Kenntnis des invarianten Spinfeldes können auch Teilchen mit einem großen Abstand im Phasenraum zum Referenzteilchen (mit der invarianten Spinachse \hat{n}_0) in die Berechnung einbezogen werden.

3.3. Bestimmung der Gleichgewichtspolarisation

Derbenev und Kondratenko zeigten in [DK73], dass die Kenntnis des invarianten Spinfeldes essentiell für die Berechnung der Gleichgewichtspolarisation

$$P_{\text{DK}} = P_{\text{ST}} \frac{\oint \left\langle \frac{1}{|R(s)|^3} \hat{e}_B(s) \cdot \left(\hat{n} - \frac{\partial \hat{n}}{\partial \delta} \right) \right\rangle_{\bar{u}} ds}{\oint \left\langle \frac{1}{|R(s)|^3} \left(1 - \frac{2}{9} (\hat{n} \cdot \hat{e}_s)^2 + \frac{11}{18} \left(\frac{\partial \hat{n}}{\partial \delta} \right)^2 \right) \right\rangle_{\bar{u}} ds} \quad (3.9)$$

mit: $\hat{e}_B(s) = \frac{\vec{B}(s)}{|\vec{B}(s)|}$ sowie der Zeitkonstante

$$\tau^{-1} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \frac{r_e \gamma^5 \hbar}{m_0} \frac{1}{L} \oint \left\langle \frac{1 - \frac{2}{9} (\hat{n} \cdot \hat{e}_s)^2 + \frac{11}{18} \left(\frac{\partial \hat{n}}{\partial \delta} \right)^2}{|R(s)|^3} \right\rangle_{\bar{u}} ds \quad (3.10)$$

ist, wobei entlang der Bahnkurve des Referenzteilchens integriert wird. Wie schon in Kapitel 3.1 erwähnt, ist im Allgemeinen eine analytische Bestimmung des invarianten Spinfeldes nicht oder nur näherungsweise möglich. Dagegen ist die Bestimmung der invarianten Spinachse stets analytisch möglich und zur Untersuchung in erster Näherung auch sinnvoll, da das invariante Spinfeld in näherer Umgebung zum Referenzteilchen im Phasenraum nicht stark von der invarianten Spinachse abweicht.

Die der Abbildung 3.2 zugrundeliegenden Bestimmung des Polarisationsaufbaukonstante beruht auf der Annahme, dass keinerlei horizontalen Störfelder auftreten. Daher konnte bei

der Berechnung auf die Bestimmung des invarianten Spinfeldes verzichtet werden. Tatsächlich ist in einem ideal planaren Kreisbeschleuniger das invariante Spinfeld parallel zu den vertikalen Dipolmagnetfeldern. Dann folgt gemäß Gleichung (3.10) $\tau = \tau_{\text{ST}}$ aus $\hat{e}_B = \pm \hat{n}$ und es tritt keine Depolarisation auf. Falls jedoch auf dem geschlossenen Orbit horizontal Magnetfelder auftreten, weist auch die invariante Spinachse nichtverschwindende horizontale oder longitudinale Komponenten auf. Dies ist, wie das folgende Beispiel zeigen wird, gleichbedeutend mit einer geringeren Gleichgewichtspolarisation P_{DK} und einer Zeitkonstante τ , die ungleich der Sokolov-Ternov-Aufbaurrate τ_{ST} ist. Hierbei wird angenommen, dass neben den Dipolführungsfeldern lediglich ein schwaches, konstantes Störfeld b_x an einer festen Position im Kreisbeschleuniger auf einer festen Länge $l_{\text{stör}}$ wirkt⁵. Dabei werden die Teilchenspins wie folgt transformiert:

$$\text{Dipoldrehmatrix: } \mathbf{R}_{\text{dip}}(\gamma, l) = \begin{pmatrix} \cos\left(2f_\gamma \frac{B_{\text{dip}} l}{c}\right) & 0 & -\sin\left(2f_\gamma \frac{B_{\text{dip}} l}{c}\right) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\left(2f_\gamma \frac{B_{\text{dip}} l}{c}\right) & 0 & \cos\left(2f_\gamma \frac{B_{\text{dip}} l}{c}\right) \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$\text{Störfelddrehmatrix: } \mathbf{R}_{\text{stör}}(\gamma, l_{\text{stör}}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\left(2f_\gamma \frac{b_x l_{\text{stör}}}{c}\right) & -\sin\left(2f_\gamma \frac{b_x l_{\text{stör}}}{c}\right) \\ 0 & \sin\left(2f_\gamma \frac{b_x l_{\text{stör}}}{c}\right) & \cos\left(2f_\gamma \frac{b_x l_{\text{stör}}}{c}\right) \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

wobei sich die invariante Spinachse energie- und positionsabhängig als Eigenvektor aus:

$$\mathbf{R}(\gamma, s) = \left(\mathbf{R}_{\text{dip}}(\gamma, s) \cdot \mathbf{R}_{\text{stör}}(\gamma, l_{\text{stör}}) \cdot \mathbf{R}_{\text{dip}}(\gamma, L - s) \right)$$

$$\mathbf{R}(\gamma, s) \cdot \mathbf{1} = \mathbf{R}(\gamma, s) \cdot \hat{n}_0(\gamma, s) \quad (3.13)$$

ergibt. Des weiteren sollen sich alle Teilchen auf dem selben Orbit bewegen. Auf der Basis dieser Annahmen kann die invariante Spinachse – siehe Abbildung 3.3 – bestimmt und mit Hilfe dieser die Polarisationsaufbaurrate sowie die Gleichgewichtspolarisation nach den Gleichungen (3.9) und (3.10) berechnet werden – siehe Abbildung 3.4.

Von besonderer Bedeutung für den Einfluss der Synchrotronabstrahlung ist der Beitrag von

$$\frac{\partial \hat{n}}{\partial \delta} \approx \gamma \frac{\partial \hat{n}}{\partial \gamma^*} = \hat{d} \quad , \quad (3.14)$$

der den dispersiven Teil des invarianten Spinfeldes repräsentiert. Dieser Beitrag kommt durch das invariante Spinfeld zustande, dass sich bei Abstrahlung von Synchrotronlichtphotonen einstellt. Bei der Abstrahlung eines Photons ändert sich der Teilchenimpuls und mit ihm die invariante Spinachse, so dass auch dieser Effekt bei der Mittelung berücksichtigt werden muss. Genau auf einer Resonanz liegt die invariante Spinachse in der horizontalen Ebene. In diesem Fall kann der dispersive Teil der Gleichung (3.9) groß gegenüber den anderen Termen werden, insbesondere da $\hat{e}_B \perp \hat{n}_0$ gilt. Dann dominiert jedoch der Nenner und die Gleichgewichtspolarisation geht gegen Null.

Um eine Beschleunigerstruktur genauer auf deren charakteristischen Gleichgewichtspolarisation und Zeitkonstante τ hin zu untersuchen, ist eine Bestimmung des invarianten Spinfeldes

⁵ f_γ wird in Gleichung (2.23) definiert.

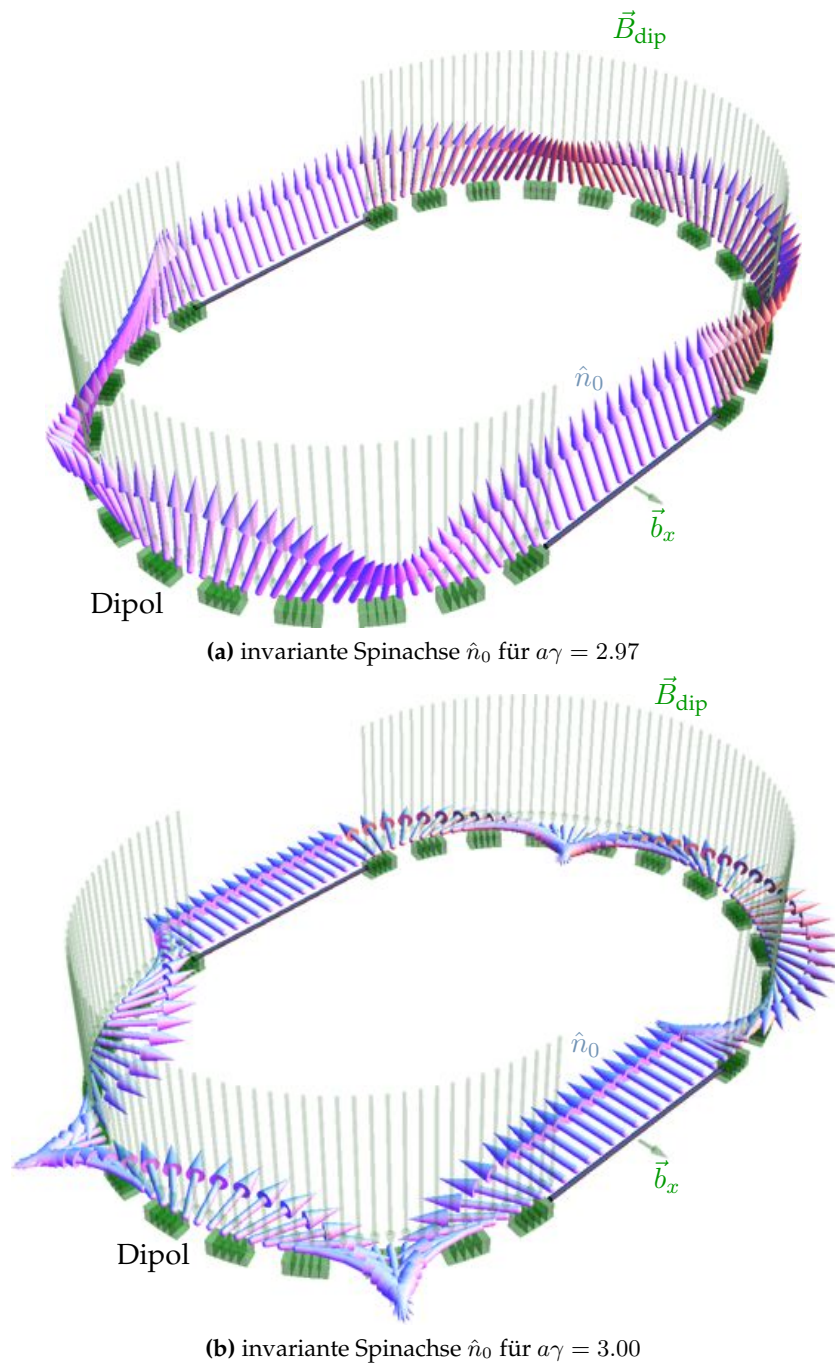
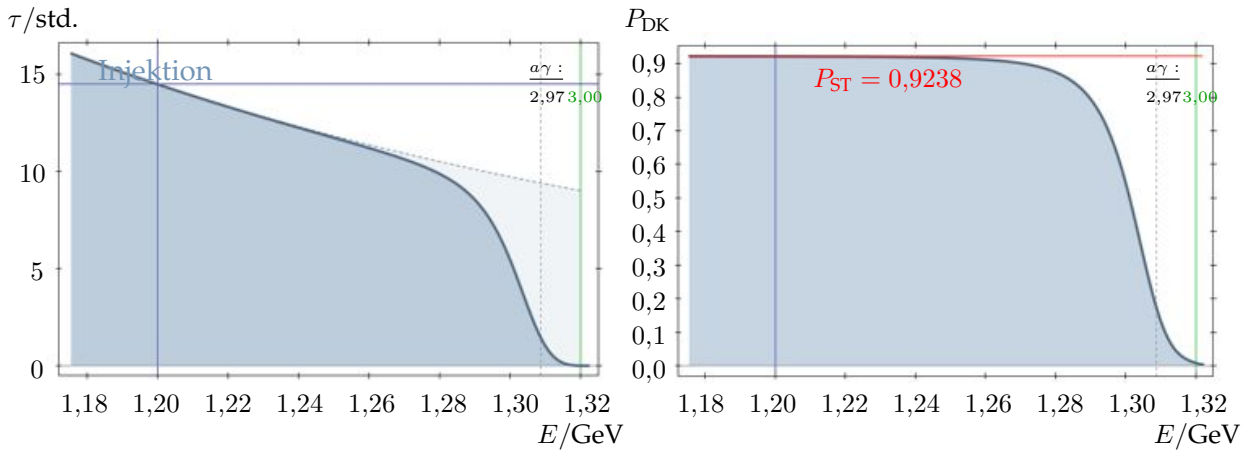


Abbildung 3.3.: Simulation der invarianten Spinachse \hat{n}_0 entlang des geschlossenen Orbits für Elektronenenergien nahe der 3. Imperfektionsresonanz. Für das 0,5 Meter lange Störfeld gilt: $b_x \approx 10\% B_{\text{dip}}$.



(a) Selbstpolarisationsaufbau in der Nähe der 3. Imperfektionsresonanz (vgl. Abbildung 3.2) (b) Gleichgewichtspolarisation in der Nähe der 3. Imperfektionsresonanz

Abbildung 3.4.: Selbstpolarisationsdauer und Gleichgewichtspolarisation nach Gleichung (3.7) und (3.8) in der Nähe der dritten Imperfektionsresonanz. Entgegen der Darstellung in Abbildung 3.2 sinkt die Zeitkonstante τ nah der Resonanz stark ab.

abseits der Sollbahn unerlässlich. Dabei ist eine effiziente Bestimmung der Einteilchenbewegung notwendig, da zur Bestimmung des invarianten Spinfeldes über möglichst viele Teilchen gemittelt werden muss um den Fehler klein zu halten. Über die Nichtlinearität der Teilchenbewegung innerhalb der Magnetelemente hinaus stellt sich die Implementierung eines Modells für die Synchrotronlichtabstrahlung als limitierender Faktor heraus.

Es muss eine Methode angewendet werden, die die Auswirkung der Synchrotronlichtabstrahlung auf die vollständige Teilchenbewegung während eines Umlaufs sehr gut beschreiben kann. Da der Impulsverlust der Teilchen durch die Abstrahlung einerseits nicht mittels einer linearen Abbildung dargestellt werden kann, andererseits stochastisch verläuft, ist der Rechenaufwand dabei jedoch erheblich. In guter Näherung kann dieser verringert werden, indem angenommen wird, dass nur in den Dipolen Photonen abgestrahlt wird. Zwar wird auch in anderen Magnetelementen im Falle einer Teilchenablenkung Synchrotronlicht emittiert, allerdings ist die abgestrahlte Leistung und mit ihr der Einfluss auf die Bahnbewegung der Teilchen vernachlässigbar. Darüber hinaus kann der Rechenaufwand weiter durch die Annahme verringert werden, dass nur ein Photon, das sogenannte Big Photon [Bar08], pro Elektron und pro Dipol abgestrahlt wird, welches den gesamten Impulsverlust im jeweiligen Dipol beinhaltet. Dennoch müssen diese Photonen zufällig verteilt sein, um den stochastischen Charakter der Abstrahlung gerecht zu werden. Verbunden damit ist stets die rechenintensive Bildung von Zufallszahlen.

Neben der Wahl eines Programms zur Berechnung der Einzelteilchenbewegung muss eine Methode zur Bestimmung des invarianten Spinfeldes gewählt werden. Zur Auswahl stehen hierbei lediglich eine handvoll Algorithmen aus denen an dieser Stelle zwei häufig genutzte herausgegriffen werden, die sogenannte stroboskopische Mittelung und adiabatische Antidämpfungsmethode.

Für die adiabatische Antidämpfungsmethode wird die Anregung von Betatronschwingungen durch Synchrotronlichtemission ausgenutzt. Bei ultrarelativistischen Elektronen bildet sich für die transversalen Schwingungen ein Gleichgewicht aus zwei Prozessen aus, die beide ihren

Abbildung 3.5 ist diese Vorgehensweise schematisch für vier Teilchen dargestellt. Bildet man für eine große Anzahl an Teilchen den Mittelwert der Spins $\langle \vec{s}_i \rangle$ so gilt in guter Näherung:

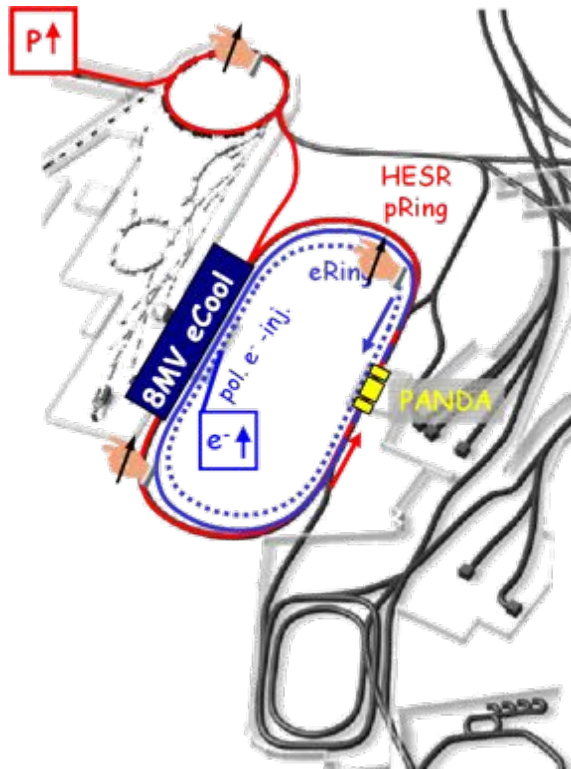
$$\hat{n}(\bar{u}_{\text{aus}}) = \langle \vec{s}_i(\bar{u}_{\text{aus}}) \rangle \quad . \quad (3.15)$$

Der Aufwand bei dieser Methode ist ähnlich hoch wie derjenige bei der adiabatischen Antidämpfungsmethode. Gute Konvergenzen der Gleichgewichtspolarisationsgrade treten bei beiden Methoden erst ab der Einbeziehung von Simulationsergebnissen von mehreren tausend Umläufen ein. Dennoch ist es für Detailstudien bei der Konzeption von Elektronenspeicherringen notwendig nicht nur die Gleichgewichtspolarisation auf der Basis der Schwerpunktsbewegung des Strahls auf der Sollbahn zu bestimmen sondern auch Eigenschaften des invarianten Spinfeldes zu berücksichtigen.

3.4. Simulationsergebnisse für ENC@FAIR

Ein wesentlicher Bestandteil der zukünftig in Betrieb gehende Großforschungseinrichtung FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) ist der HESR (High Energy Storage Ring) – inklusive des PANDA Detektors – mit dem eine Speicherung von polarisierten Protonen und deren Antiteilchen ermöglicht werden soll [SF06]. Neben des Kernaufgabengebiets des Ionenkreisbeschleunigers, könnte die zukünftige Infrastruktur zusätzlich so modifiziert werden, dass Elektron-Proton-Kollisionsexperimente mit in der Wechselwirkungszone longitudinal polarisierten Strahlen und einer Schwerpunktsenergie von ungefähr 14 Gigaelektronenvolt durchgeführt werden können [JAL⁺09]. Dazu müssten neben den notwendigen Modifikationen des Ionenbeschleunigers und des Detektors, die Verfügbarkeit eines polarisierten Elektronenstrahls mit einer Strahlenergie von ungefähr 3 Gigaelektronenvolt geschaffen werden [BAH⁺11]. Im Prinzip ließen sich entweder ein supraleitender Linearbeschleuniger oder ein Speicherring als Quelle eines hochenergetischen, polarisierten Elektronenstrahls nutzen. Da die Installation eines Linearbeschleunigers aber mit dem Neubau eines weiteren Tunnels einherginge und außerdem im Betrieb durch die notwendige Hochfrequenz-Leistung teurer ist, ist die Lösung mit einem Elektronenspeicherring innerhalb des bestehenden HESR-Tunnels vorzuziehen. Die Abbildung 3.6 gibt eine schematische Übersicht über wesentliche Bestandteile des beabsichtigten Kollisionsexperiments im Rahmen eines Ausschnittes der Forschungsanlage FAIR. Außerdem sind jene Parameter aufgeführt, die Einflüsse auf die Konzeption des Elektronenspeicherrings haben.

Im Rahmen dieser Arbeit fanden die ersten Studien in Hinblick auf ein konzeptionelle Auslegung eines Elektronenspeicherrings statt. Dabei wurden zwei Konzepte mit Hilfe des in diesem Bereich häufig benutzten Programms MAD-X [GS03] von Grund auf neu konzipiert, wobei neben einer longitudinalen Ausrichtung der Teilchenspins in der Interaktionsgeraden und langen Depolarisationszeiten auf Parameter hin optimiert wurde, die in hohen Luminositätswerten resultieren. Die Luminosität \mathcal{L} ist ein Grad für die Qualität der Strahlkollision. Je höher die Luminosität ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit der Kollision zweier Teilchen und dementsprechend ist eine hohe Luminosität gleichbedeutend mit einer hohen Ereignisrate. Grundsätzlich führen kleine Strahlemittanzen, wobei die Emittanzen der Strahlen der beiden Teilchensorten nach Möglichkeit gleich sein sollten, und hohe Strahlströme zu hohen Luminositätswerten.



(a) Schematische Übersicht des ENC@FAIR nach [JAL+09]

Energie	$E_{e^-} = (2,8 - 3,3) \text{ GeV}$
Luminosität	$\mathcal{L} = 4 \cdot 10^{32}$
Strahlstrom	$I_{e^-} = 2 \text{ A}$
Dispersion	$D_{x,z} = 0$
Emittanz	$\varepsilon_{e^-} = \varepsilon_{\text{HESR}}$
Polarisation	$P_s = 80\%$

(b) Relevante Größen und Erfordernisse

Abbildung 3.6.: Neben der Übersicht des ENC's im Rahmen des FAIR Projektes (a) werden die zu erreichenden Größen und relevanten Designparameter (b) gezeigt.

Da sich, im Unterschied zu Protonenbeschleunigern, die transversalen Strahlemittanz bei Elektronenstrahlen aus dem Gleichgewicht der an- und abregenden Prozesse durch die Synchrotronlichtabstrahlung ergibt, weicht die vertikale Emittanz deutlich von der horizontalen ab. Ohne eine optische Kopplung der beiden transversalen Ebenen ist die vertikale Emittanz gegenüber der horizontalen üblicherweise vernachlässigbar klein. Dies stellt in Hinblick auf eine Optimierung der Luminosität ein Problem dar, da beim HESR beide transversalen Strahlemittanzen in derselben Größenordnung liegen und sich somit aufgrund einer kleinen vertikalen Elektronenstrahlemittanz eine kleinere Luminosität ergeben würde. Diesem Fall kann durch eine optische Kopplung der beiden Ebenen entgegengewirkt werden. Während die Kopplung durch Solenoide üblicherweise durch um die longitudinale Achse gedrehte Quadrupole kompensiert wird, um optische Koppelresonanzen zu vermeiden, wurde beim ENC-Elektronenring diese Kopplung bewusst nicht aufgehoben. Ein Solenoid, der den Spin um 180° um die Impulsachse dreht, verursacht eine Drehung des transversalen Phasenraums um 90° . Dabei werden die optischen transversalen Funktionen hinter dem Solenoiden entsprechend $\alpha_x \mapsto \alpha_z$ und $\beta_x \mapsto \beta_z$ vertauscht und erst nach zwei Umläufen auf sich selbst abgebildet. Dieses Konzept wurde bereits in [Tal95] vorgeschlagen und wird als Möbius Kreisbeschleuniger bezeichnet. Allerdings beschränkten sich bisherige Studien auf die Magnetoptik und bezogen sich nicht auf die Untersuchung möglicher Depolarisationsdauern.

Um eine longitudinale Elektronenstrahlpolarisation in der Interaktionszone gewährleisten zu

können, wurden zunächst zwei unterschiedliche Speicherringkonzepte erst auf strahloptische Gesichtspunkte und dann auf Depolarisationszeiten sowie Gleichgewichtspolarisationsgraden hin untersucht. Es wird zwischen dem ersten Konzept mit einem Solenoiden, im Folgenden als 180° -Solenoid-Konzept bezeichnet, und dem zweiten Konzept mit zwei Solenoiden, im Folgenden als $2 \times 90^\circ$ -Solenoid-Konzept bezeichnet, unterschieden.

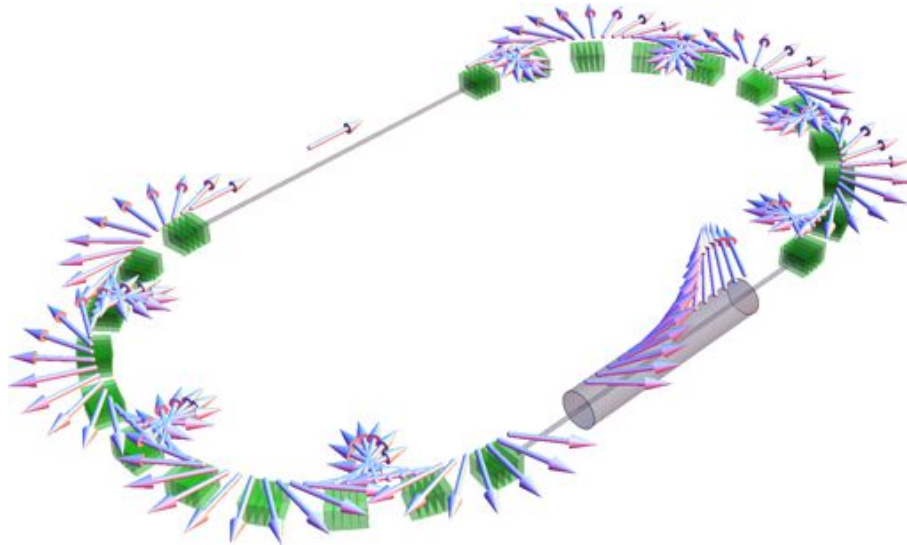
Über diese Anforderungen hinaus ist für hohe Ströme im Bereich $I_{e^-} = 1 - 2$ A Dispersionsfreiheit in den Hohlraumresonatoren erforderlich, da es sonst innerhalb eines Elektronenpaketes zu einer asymmetrischen longitudinalen Ladungsverteilung kommt, den sogenannten Head-Tail-Instabilitäten, die letztendlich zu Strahlverlust also einer Verringerung des Strahlstroms führen.

In Abbildung 3.7 werden beide Konzepte, nebst der vorgesehenen invarianten Spinachse entlang der Sollbahn, gezeigt.

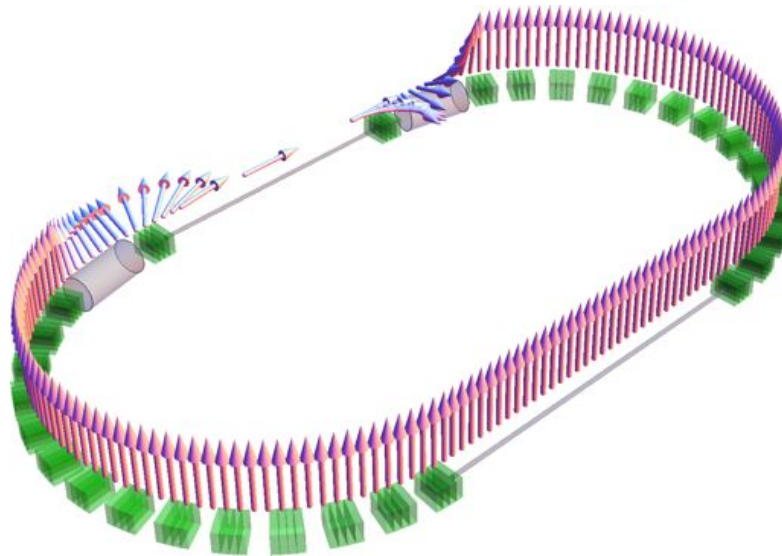
3.4.1. Untersuchung des 180° -Solenoid-Konzepts

Das 180° -Solenoid-Konzept für den Elektronenspeicherring des ENCs entspricht in Positionierung und Anzahl der Magnetelemente der Grundstruktur des HESR. Dies birgt den wesentlichen Vorteil, dass der Tunnel des HESR optimal ausgenutzt werden kann. Gegenüber der Interaktionsregion, befindet sich ein Solenoid, der die Teilchenspins 180° um die Impulsrichtung dreht. Während die periodische Lösung der Spinbewegung auf dem geschlossenen Orbit dank des Solenoids zu einer longitudinalen Spinausrichtung auf Höhe des Detektors führt, ist die transversale Teilchenbewegung nicht Umlaufperiodisch, sondern wiederholt sich erst nach zwei Umläufen. Daher ist eine Unterscheidung der beiden transversalen Phasenräume nicht möglich, was wiederum – wie beabsichtigt – zu einer gemeinsamen Emittanz ε_{e^-} führt. Zunächst soll die Konzeption des Beschleunigers und die dabei wesentlichen Schritte nachempfunden werden, auch wenn die Optimierung der Komponenten nicht Schrittweise stattgefunden hat, sondern die einzelnen Schritte vielmehr iterativ aneinander angepasst werden mussten. Wie bereits erwähnt wird der Phasenraum hinter dem 180° -Solenoid um 90° gedreht, so dass $\alpha_x \mapsto \alpha_z$ und $\beta_x \mapsto \beta_z$ gilt. Diese beiden Bedingungen sind auf triviale Weise erfüllt, falls $\alpha_x = \alpha_z$ und $\beta_x = \beta_z$ gültig sind. Dies ist gleichzeitig der Ausgangspunkt für die optischen Konzeption des Elektronenspeicherrings. Für diese Studien wurde das Programm MAD-X benutzt, welches im Jahre 2002 erschienen ist und zunächst für Studien am LHC (Large Hadron Collider) benutzt wurde – zunächst also im Wesentlichen für Protonenmaschinen geschrieben wurde – sich aber mittlerweile auch bei der Konzeption von Elektronenmaschinen etabliert hat. In der Abbildung 3.8 ist eine mit MAD-X berechnete periodische Lösung für einen Solenoid dargestellt, der den Spin um 180° dreht.

Nur durch die transversal fokussierende Wirkung des Solenoids ist eine periodische Lösung möglich. Dabei unterscheiden sich die optischen Funktionen der beiden transversalen Ebenen nicht, so dass die Beschreibung der Bewegung auf eine Dimension reduziert werden kann. Die sich nun ergebenden Werte der optischen Funktionen an den jeweiligen Rändern der zuvor betrachteten Solenoidzelle dienen als Startparameter für die sich anschließenden Magnetstrukturen. Für eine optimale Ausnutzung des HESR-Tunnels bietet sich als anschließende Magnetstruktur diejenige des HESR an. Hierbei wird auf ein wohl bekannte Grundstruktur der sogenannten FODO-Struktur zurückgegriffen. Dabei wechseln sich entlang des Teilchenorbits fokussierende Quadrupole (F) mit einer Driftstrecken oder einem Dipol (O) gefolgt von defokussierenden Quadrupolen (D) und wiederum gefolgt von Dipolen oder Driftstrecken (O) periodisch ab. In diesem Fall ist eine Einheitszelle von der Form $F/2 \ O \ D \ O \ F/2$, so dass sie



(a) 180°-Solenoid-Konzept des Elektronenspeicherrings



(b) $2 \times 90^\circ$ -Solenoid-Konzept des Elektronenspeicherrings

Abbildung 3.7.: Schematische Übersicht der beiden untersuchten Konzepte. Das Hauptaugenmerk liegt hierbei auf der Ausrichtung des invarianten Spinfeldes vor dem Hintergrund der Ablenkmagnete (in grün) und der Solenoide (in grau).

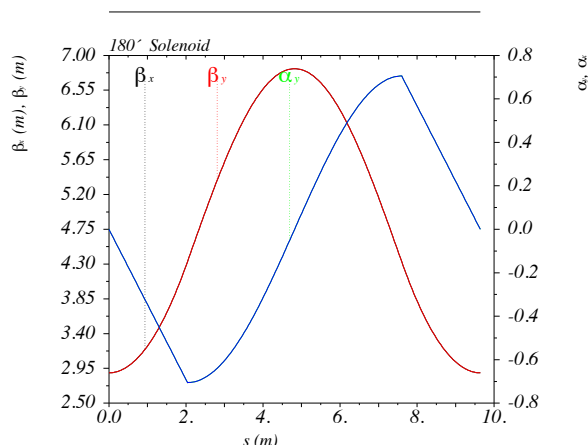
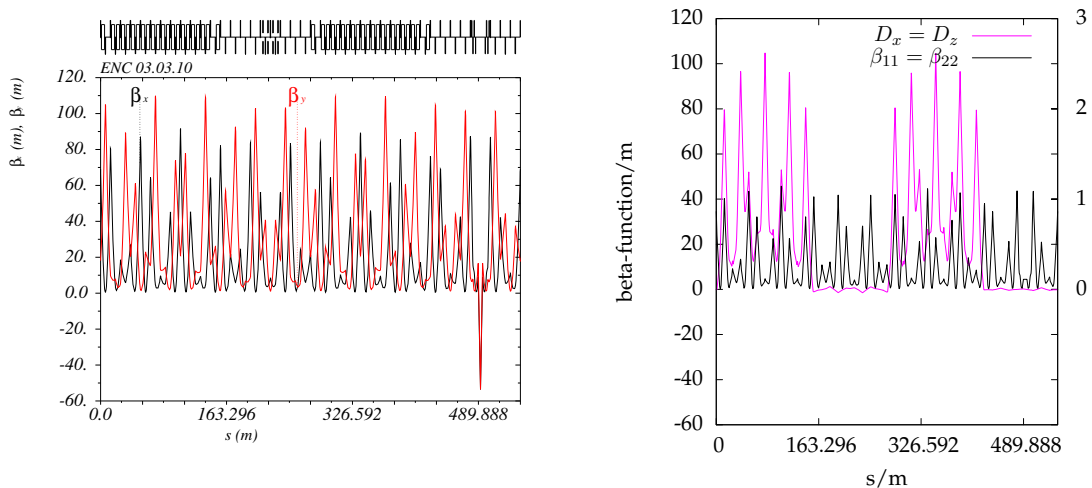


Abbildung 3.8.: Beta- (in schwarz und rot) und Alphafunktion (in blau und grün) als periodische Lösung einer Zelle mit einem Solenoid der Stärke $k_{\text{soli}} = 0.565035$ rad/m und der Länge $l_{\text{soli}} = 5.56$ m und jeweils einer 2,04 Meter lange Driftstrecke vor und hinter dem Solenoid.

periodisch fortgesetzt werden kann. Dennoch ist solch eine Zelle nicht als Anschlusszelle an die Solenoidzelle geeignet, da die Betafunktionen der beiden transversalen Ebenen nicht gleich sind. Jeweils in der Mitte eines jeden Quadrupols nehmen die Betafunktionen ihre Extremwerte an, das heißt falls die Wert der horizontale Betafunktion maximal ist ist derjenige der vertikalen Betafunktion minimal und umgekehrt. Daher müssen zwei zusätzliche Zellen anschließend an die Solenoidzelle entworfen werden, die die Betafunktionen der ansonsten verwendeten FODO-Zelle auf die Erfordernisse, eines sogenannten optisch runden Strahls $\beta_x = \beta_z$, der Solenoidzelle adaptieren. In diesem Zusammenhang hat sich eine Fragestellung der Interpretation der β Funktion von MAD-X offenbart. Durch die starke Kopplung der beiden transversalen Ebenen kann in dem genannten Programmpaket nicht mehr zwischen der horizontalen und transversalen β Funktion unterschieden werden, so dass die periodische Lösung irregulär weil teilweise negativ ist. Ein Ausweg bietet sich durch eine Neudefinition der β Funktionen nach Ripken (siehe auch [WR89]), die auch eine Kopplung der beiden transversalen Bewegungen in Form von β_{12} beziehungsweise β_{21} beinhaltet. In dieser Notation wäre im ungekoppelten Fall $\beta_{11} = \beta_x$ und $\beta_{22} = \beta_z$. Dabei kann eine negative β Funktion nicht auftreten. In Abbildung 3.9 sind die irreguläre Lösung und die korrekte Lösung in der Ripken-Notation gegenübergestellt. Auf der Höhe des Solenoids ($s \approx 490$ m) sind im linken Fall beide β Funktionen negativ, was wiederum auf die Kopplung der transversalen Bewegungen zurück schließen lässt. Zur Unterdrückung der Dispersion wird – wie beim HESR – eine sogenannte Missing-Magnet-Struktur verwendet, bei der jeweils nach dem ersten Dipol beziehungsweise vor dem letzten Dipol im Bogenstück ein Dipol ausgelassen wird.

Das grundlegende Prinzip eines einzelnen 180° -Solenoid zur Realisierung eines longitudinal polarisierten Elektronenstrahls wurde unter anderem bereits beim SHR bei MIT-Bates [FJB⁺89] erfolgreich für eine Strahlenergie von 1 GeV und einem longitudinalen Polarisationsgrad von bis zu 70 % umgesetzt. Allerdings sind, um die beabsichtigte Schwerpunktsenergie bei der Kollision zu erreichen, beim Elektronenspeicherring des ENC's höhere Energien von 2.8-



(a) irreguläre Betafunktion als Ausgabe von MAD-X

(b) vollständig gekoppelte Betafunktion unter Benutzung des PTC-TWISS-Moduls

Abbildung 3.9.: Irreguläre und reguläre Lösung der β Funktion für das 180° -Solenoid-Konzept. Die Abbildung auf der linken Seite ist eine direkte Ausgabe des Programms MAD-X. Im Unterschied zur rechten Abbildung ist im Kopf der linken Abbildung die Magnetstruktur entlang der Position im Ringbeschleuniger schematisch dargestellt. Details zu dieser Darstellung sind der MAD-X Anleitung zu entnehmen.

3.3 GeV vorgesehen. Dies ist gleichbedeutend mit einer stärkeren Spindiffusion und einer größeren Energiebreite und somit unterschiedlichen Spinarbeitspunkten. Wie im Folgenden gezeigt wird führt dies zu geringeren Gleichgewichtspolarisationswerten beziehungsweise zu kürzeren Depolarisationszeiten. Dies ist in grober Näherung der Gleichung 3.10 zu entnehmen. Es ist davon auszugehen, dass sich der Anteil, der durch den Term $2/9(\hat{n} \cdot \hat{e}_s)^2$ beschrieben wird, über einen Umlauf hinweg verschwindend gering ist und dementsprechend nicht wesentlich beiträgt (vergleiche Abbildung 3.7a). Dagegen wird der dispersive Anteil \hat{d} zu einer deutlichen Verringerung der Depolarisationszeiten führen. Durch die unterschiedliche, von der Energieabweichung abhängige Präzessionsgeschwindigkeit der Teilchenspins in den Bögen, weicht auch die Ausrichtung in der horizontalen Ebenen für die jeweilige periodische Lösung voneinander ab. Darüber hinaus dreht der Solenoid die Teilchenspins nur für die Sollenergie exakt um 180° um die Bewegungsrichtung der Elektronen. Bei Teilchen, bei denen die kinetische Energie von der Sollenergie abweicht, werden die Spins um weniger oder um mehr als 180° gedreht. Dies resultiert in einer periodischen Lösung $\hat{n}(\bar{u})$ die auch in den Bögen nicht verschwindende vertikale Komponenten aufweist. Beide Effekte wirken zusammen in der Form, dass es zu einer Verringerung der Depolarisationszeit mit steigender Strahlenergie gemäß:

$$\tau \sim \gamma^{-7} \quad (3.16)$$

kommt.

Die Abhängigkeit nach Gleichung (3.16) wurde mit dem Programm SLICKTRACK überprüft (siehe zum Beispiel [BR⁺99] und [Ber01]). Da jedoch die Eingabedateien⁶ der beiden benutzten

⁶Damit ist die Übergabe der Magnetstruktur und -stärken sowie der Beschreibung des Elektronenstrahls ge-

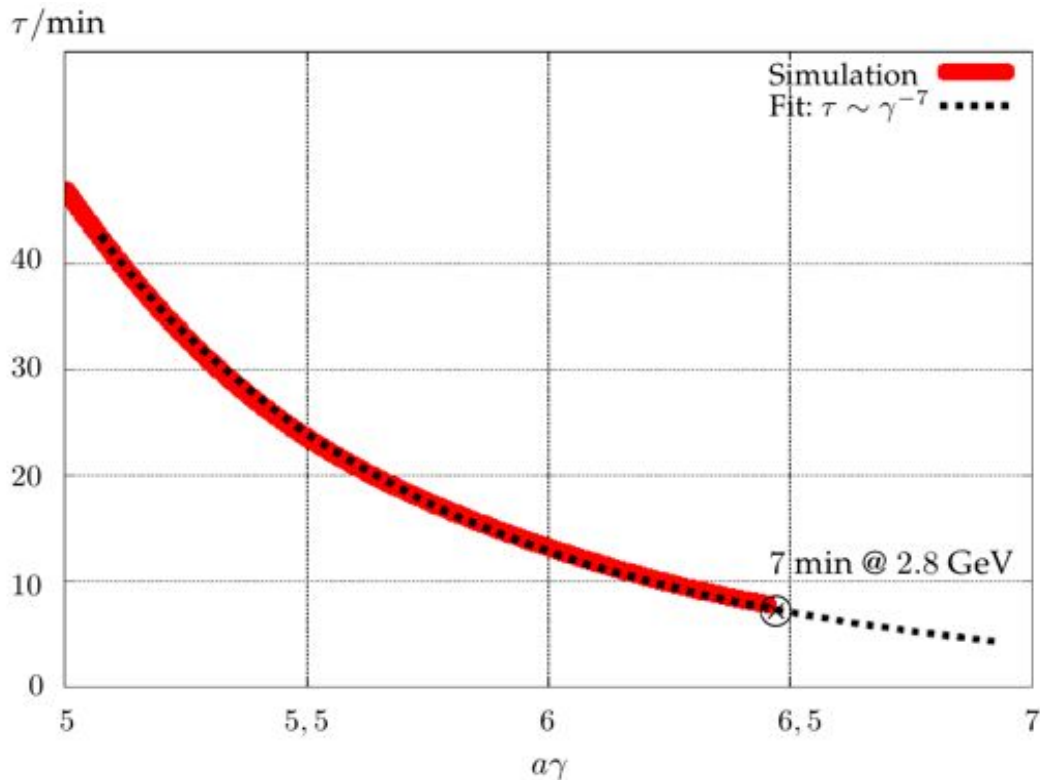


Abbildung 3.10.: Exponentieller Abfall der Depolarisationszeit in Abhängigkeit der Strahlenergie für das 180°-Solenoid-Konzept. Die Abbildung fasst die Resultate der Simulation mit SLICKTRACK bezüglich des hier dargestellten Konzepts zusammen.

Programme – MAD-X für die optischen Berechnungen und SLICKTRACK überwiegend für die Bestimmung der Depolarisationszeiten – zunächst nicht miteinander kompatibel sind, musste eigens für diesen Zweck ein Konvertierungsprogramm entwickelt werden, welches die MAD-X-Eingabedatei in eine SLICKTRACK-Eingabedatei überführt. Unter Berücksichtigung von Fehlaufstellungen der Magnetelemente konnte mit SLICKTRACK die Abhängigkeit (3.16) untermauert werden. Dabei werden Fehlaufstellungen durch eine Superposition von zusätzlichen Magnetfeldern angenähert. So können zum Beispiel bei Quadrupolen mögliche Fehlaufstellungen wie eine Translation in alle drei Raumrichtungen oder eine Drehung um alle Raumachsen durch eine Überlagerung von Kombinationen aus zusätzlichen Dipolfeldern und/oder zusätzlichen gedrehten Quadrupolfeldern approximiert werden. Die Stärke und Verteilung dieser Fehlaufstellungen sind hierbei zufällig verteilt, wobei die Stärke Gaußförmig gewichtet ist und zufällig auf die Elemente verteilt wird. Das Resultat dieser Studie ist in Abbildung 3.10 dargestellt.

3.4.2. Untersuchung des $2 \times 90^\circ$ -Solenoid-Konzepts

Für das zweite untersuchte Ringbeschleunigerkonzept wird mit zwei Spinrotatoren angesetzt, die den Spin von einer vertikalen Ausrichtung im Bogen in eine longitudinale Ausrichtung

meint. Dazu gehören Positionierung und Stärken der jeweiligen Magnetelemente und darüber hinaus die charakteristischen Größen, die notwendig zur Beschreibung des Elektronenstrahls sind.

in der Interaktionsgeraden rotieren beziehungsweise in umgekehrter Reihenfolge im auf die Interaktionsgeraden folgenden Bogen. Hierbei dreht der erste Solenoid den Spin um 90° gegen den Uhrzeigersinn in die horizontale Ebenen. Vor dem Eintritt in die Interaktionsgerade werden die Spins von dem folgenden Dipol in die longitudinale Richtung gedreht. Damit die Spins in dem nachfolgenden Bogen wieder vertikal und antiparallel zum Führungsfeld ausgerichtet sind muss der zweite Solenoid hinter der Interaktionsgerade gleichsinnig gepolt sein wie derjenige im ersten Bogen. Mit Ausnahme der zwei Führungsdipole, die zu den beiden Spinrotatoren zählen, kommt es zu einer periodischen Lösung in der Form, dass die Teilchenspins in den kompletten Bögen vertikal ausgerichtet sind. Dabei rotieren die beiden Spinrotatoren, jeweils bestehend aus einem 90° -Solenoiden und einem Dipol, nur bei einer spezifischen Energie den Spin korrekt in die Longitudinale. Nur bei dieser Energie fallen der notwendige Spinrotationswinkel $\theta_{\text{spin}} = 90^\circ + 2 \varphi_{\text{dip}}$ und die Änderung der Impulsrichtung $2 \varphi_{\text{dip}}$ zusammen. Bei einer Energie von 3,3 Gigaelektronenvolt entspricht der zugehörige Ablenkwinkel 12° .

Zunächst wurde der Ansatz einer achromatischen Einheitszelle mit zwei Ablenktdipolen, der sogenannten DBA-Zelle (engl. double bend achromat), verfolgt. Diese Magnetstruktur birgt den Vorteil, dass jede Einheitszelle für sich dispersionsunterdrückend wirkt. Um möglichst kleine Emittanzen, gleichbedeutend mit einer möglichst hohen Strahlbrillanz, zu erhalten, werden in Synchrotronlichtquellen der neuesten Generation ausschließlich achromatische Einheitszellen benutzt. Im Folgenden wird diese Struktur auf die angegebenen Erfordernisse hin untersucht.

In der horizontalen Ebene ist die Emittanz wesentlich vom Ablenkwinkel φ_{dip} der führenden Dipolmagneten abhängig. Die folgenden Untersuchungen basieren in Notation und Vorgehensweise auf [Wie99]. Demnach kann die minimal erreichbare Emittanz einer DBA-Struktur allgemein in Abhängigkeit zum Ablenkwinkel und der Energie berechnet werden, wobei zusätzlich der Emittanzwert für das für den ENC-Elektronenring vorgesehene Wertepaar ($E = 3,3 \text{ GeV}$, $\varphi_{\text{dip}} = 6^\circ$) mit angegeben wird:

$$\varepsilon_{\text{DBA}}^* (\text{nm rad}) = 5,036 \cdot 10^{-4} E^2 (\text{GeV}^2) \cdot \varphi_{\text{dip}}^3 (\text{deg}^3) \quad (3.17)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_{\text{ENCDBA}}^* = 1.185 \text{ nm rad} \quad . \quad (3.18)$$

Neben der Abhängigkeit vom Ablenkwinkel und der Energieabhängigkeit korreliert die erreichte Emittanz einer DBA-Struktur ε_{DBA} mit den Werten der horizontalen Beta- und Alphafunktion beim Eintritt in den ersten Magneten $s_{\text{dip}0}$ oder – aufgrund der Symmetrie gleichbedeutend – mit denselben Werten beim Austritt aus dem zweiten Magneten der jeweiligen Einheitszelle. Hierbei wird der minimale Wert der Emittanz erreicht, wenn gilt:

$$\beta_0^* = \beta_x(s_{\text{dip}0}) = \sqrt{\frac{12}{5}} l_{\text{dip}} \quad (3.19)$$

$$\alpha_0^* = \alpha_x(s_{\text{dip}0}) = \sqrt{15} \quad . \quad (3.20)$$

Mit Hilfe dieser Werte kann die Emittanz normiert auf die minimal erreichbaren Emittanz und abhängig von den jeweiligen Einstellungen der Quadrupolstärken angegeben werden:

$$\frac{\varepsilon_{\text{DBA}}}{\varepsilon_{\text{DBA}}^*} = \frac{1}{2} (1 + \alpha_0^2) \frac{\beta_0^*}{\beta_0} + 8 \frac{\beta_0}{\beta_0^*} - \sqrt{15} \alpha_0 \quad . \quad (3.21)$$

Die Abbildung 3.11 zeigt den funktionalen Zusammenhang von Gleichung (3.21) inklusive dreier MAD-X Simulationsresultate. Prinzipiell kann somit durch die Einstellung des Wertepaars (β_0, α_0) jede beliebige Emittanz, die größer als die nach Gleichung (3.18) berechnete minimale Emittanz ist, für den ENC-Elektronenring erreicht werden. Allerdings gehen hohe Emittanzwerte auch mit großen Betafunktionen oder zumindest großen Quadrupolstärken einher. Daraus folgt wiederum eine große natürliche Chromatizität

$$\xi_x = \frac{\Delta Q_x}{\Delta p/p} = -\frac{1}{4\pi} \int_{s=0}^L k_x \beta_x ds \quad . \quad (3.22)$$

Die Chromatizität beschreibt die Verschiebung des Arbeitspunktes in Abhängigkeit einer Impulsabweichung. Eine Chromatizität die sehr nahe an Null ist, ist hierbei erstrebenswert. Für große Betafunktionen auf der Höhe von starken Quadrupolfeldern kann die Chromatizität sehr klein werden $\xi \ll -1$. In diesem Fall sind auch die Arbeitspunktverschiebung aufgrund der Energieunschärfe des Elektronenstrahls beträchtlich. Die Arbeitspunktverschiebungen können dann mitunter so groß werden, dass ein Teil der Strahlelektronen durch eine optische Resonanz verloren geht. Darüber hinaus führt eine stark negative Chromatizität zum Verlust von Elektronen durch die sogenannten Head-Tail-Instabilitäten. Hierbei wechselwirken Teilchen im vorderen Teil indirekt mit denen im hinteren Teil eines Elektronenpaketes. Die vorderen Elektronen induzieren eine Ladungsverteilung auf die Strahlkammerwand die wiederum die Elektronen im hinteren Teil des Paketes beeinflusst, falls die Leitfähigkeit der Kammerwand endlich ist oder falls es zu einer Änderung des Kammerwanddurchmessers kommt. Durch diesen Einfluss kann es zu einer resonanten Überhöhung der transversalen Oszillation kommen, die abhängig vom Arbeitspunkt ist. Stark negative Chromatizitäten verstärken diesen Effekt zusätzlich, da in diesem Fall die longitudinale Bewegung stark an die transversale Bewegung koppelt. In [Wie95] wird gezeigt, dass eine unkorrigierte Chromatizität zu einer Limitierung des erreichbaren Strahlstroms führt. Da die Emittanz durch die Struktur des HESR vorgegeben wird und in vergleichbaren Größenordnungen für eine DBA-Ringstruktur zu nicht zu korrigierenden Strahlinstabilitäten führen würde, muss der Ansatz eines Elektronenrings mit DBA-Einheitszellen verworfen werden.

Mehr Freiheiten beim Anpassen einer geeigneten Emittanz bieten längere Einheitszellen, die mehr Dipole beinhalten. In diesem Zusammenhang können achromatische Einheitszellen auch drei, vier oder mehr Dipole enthalten. Ein weiterer Vorteil ist, dass mehr Quadrupole in jeder Einheitszelle untergebracht werden können. Dies ist einerseits notwendig um die optischen Funktionen den Erfordernissen der Spinrotatoren anzupassen, insbesondere diejenigen der Solenoide (vergleiche hierzu das Vorgehen aus dem Unterkapitel 3.4.1), andererseits fallen die notwendigen Quadrupolstärken bei längeren Strecken zwischen den fokussierenden Elementen deutlich geringer aus. Hierbei ist entgegen dem vorherigen Konzept die transversale Teilchendynamik nicht vollständig gekoppelt. Zwar wirken die beiden 90° -Solenoide zusammen so, dass es zu einer vollständigen Phasenraumkopplung kommen würde, aber die Quadrupole in der Interaktionsgerade wirken im durch den ersten Solenoid 45° gedrehten Koordinaten entkoppelnd auf die beiden Bewegungsebenen. Für das vorliegende Konzept erwiesen sich achromatische Einheitszellen in den Bögen mit jeweils sechs Dipolen als sogenannte HBA-Struktur (hextuple bend achromat) denkbar (vergleiche Abbildung 3.12).

Durch den Ansatz mit zwei Spinrotatoren in den jeweiligen Bögen ist bereits der Ablenkwinkel der Dipole vorgegeben. Zwei zusätzliche Freiheitsgrade ergeben sich jedoch durch die Länge der Dipole (beziehungsweise durch den Ablenkradius r_{dip}) und durch die Länge der Driftstrecke zwischen den Dipolen. Einerseits sollte um die Betriebskosten gering zu halten der

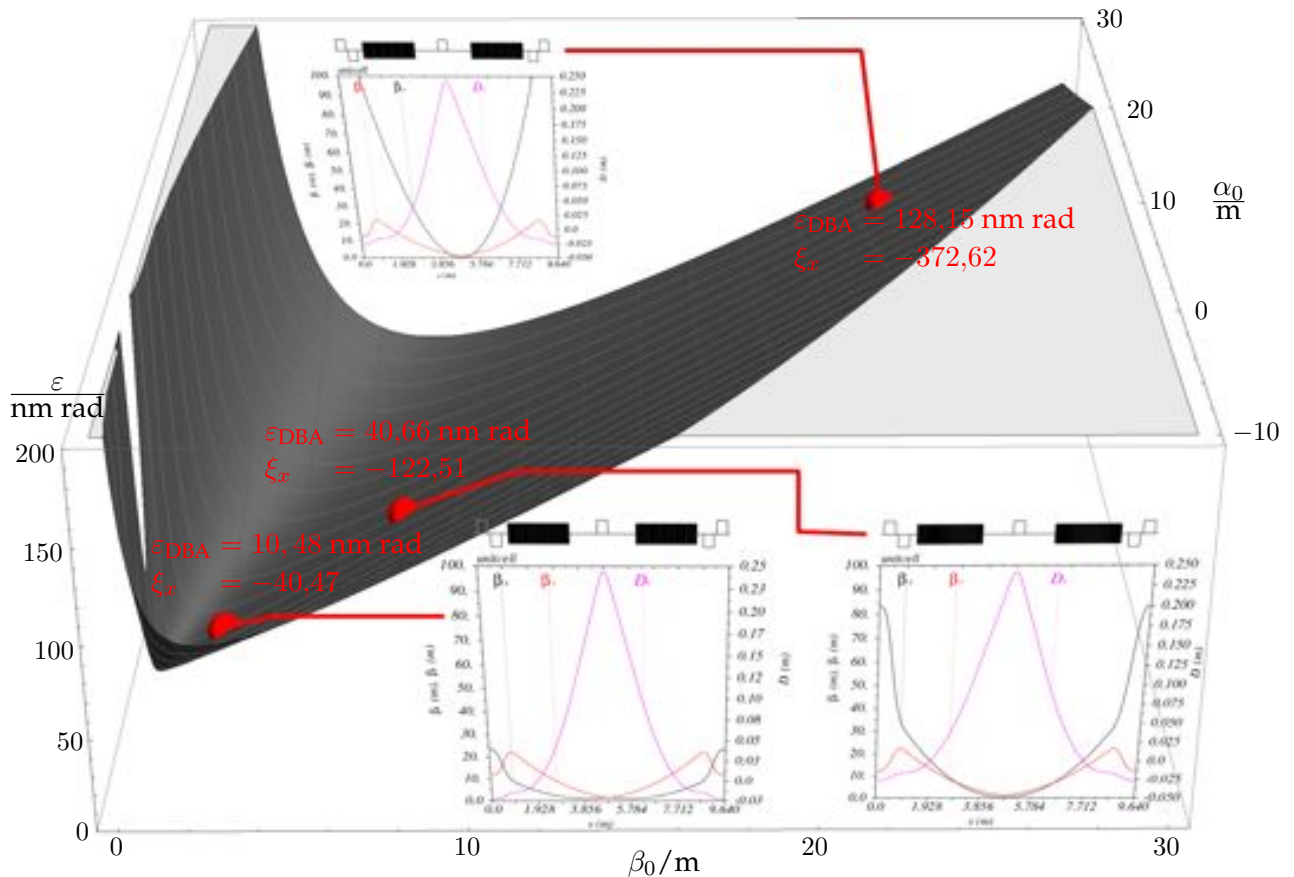


Abbildung 3.11.: Abhängigkeit der erreichbaren Emittanzen einer DBA-Struktur ϵ_{DBA} in Abhängigkeit von β_0 und α_0 . Zusätzlich sind drei beispielhafte MAD-X Simulationsergebnisse mitsamt den zugehörigen Chromatizitäten dargestellt.

Ablenkradius nicht zu klein sein, da die abgestrahlte Leistung quadratisch mit dem Kehrwert des Radius zusammenhängt, andererseits sollte die Geometrie des Elektronenrings möglichst gut mit der des HESR übereinstimmen, damit der Tunnel des HESR optimal ausgenutzt werden kann. Letzteres wurde durch eine vorläufige Anpassung der Geometrie mit Hilfe einer technischen Zeichnung des HESR und des ENC realisiert. Bei einer endgültigen Festlegung der geometrischen Parameter müssen weitere Erfordernisse wie zum Beispiel statische Befestigung des Beschleunigers oder Versorgungsanschlüsse berücksichtigt werden, sowie die unterschiedliche Geschwindigkeit der Elektronen und Protonen, damit die Pakete der beiden Teilchensorten periodisch aufeinandertreffen. Die Abbildung 3.13 zeigt einen Ausschnitt der genannten technischen Zeichnung inklusive relevanter geometrischer Parameter schematisch unterlegt von der Magnetstruktur des HESR.

Die vorgestellte Magnetstruktur des zweiten Konzepts erfüllt alle Bedingungen um einen Elektronenstrahl mit einem durchschnittlichen Strom von bis zu 2 Ampère zu speichern. In der Folge muss diese Struktur weiterhin für hohe Depolarisationszeiten optimiert werden. Gleichzeitig muss aber auch die invariante Spinachse in der Interaktionsgerade in die longitudinale Richtung zeigen. Dies ist nicht a priori erfüllt falls die Depolarisationszeiten akzeptabel sind und muss deswegen zusätzlich innerhalb der Simulation überprüft werden. In erster Ordnung kann die genannte Optimierung durch ein Durchfahren verschiedener transversaler Arbeits-

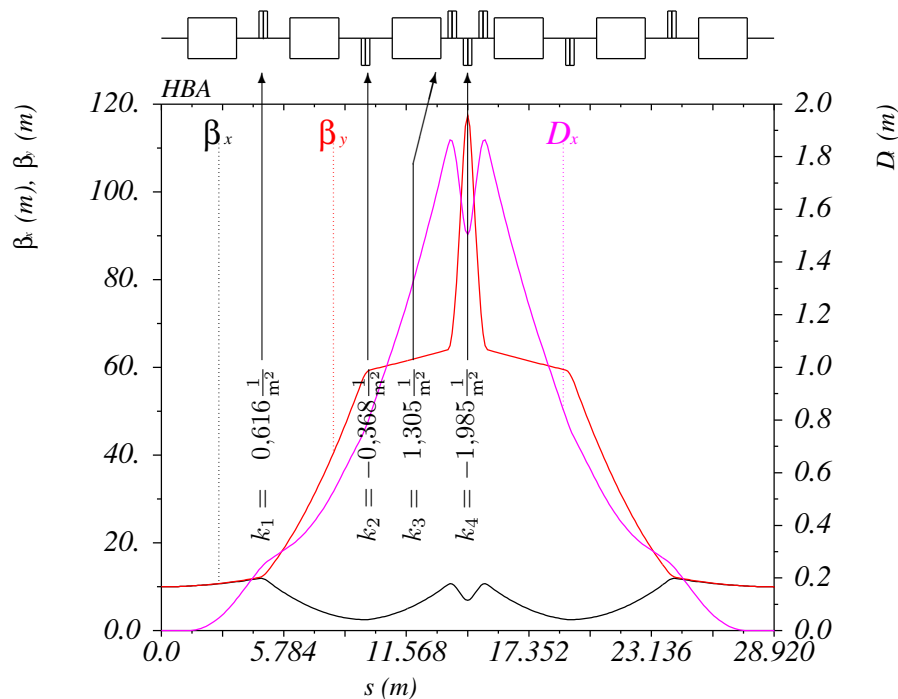


Abbildung 3.12.: Resultat der MAD-X Simulation für die Beta- (in schwarz und rot) und die horizontale Dispersionsfunktion (in violett) der symmetrischen HBA-Einheitszelle mit zugehörigen Quadrupolstärken k_1 , k_2 , k_3 und k_4 . Jede dieser Einheitszellen wirkt für sich dispersionsunterdrückend, darüber hinaus sind die Betafunktion in horizontaler und vertikaler Richtung gleich. Insgesamt lenkt eine Einheitszelle den Elektronenstrahl um 36° ab.

punkte bei gleichzeitiger Bestimmung der zugehörigen Depolarisationszeit und Ausrichtung der invarianten Spinachse ausgeführt werden.

Ob eine Resonanz auftritt kann relativ leicht anhand der Gleichung (2.27) abgelesen werden. Wie stark sich jedoch diese Resonanz aufgrund gegebener Fehlaufstellungen und Feldfehler auswirkt, also wie groß die zugehörige Resonanzstärke ist, ist aus dieser Gleichung nicht zu ersehen. Um hohe Depolarisationszeiten zu erhalten, sollten neben den optischen Resonanzen die depolarisierende Resonanzen niedriger Ordnung vermieden werden. Die Einflüsse von depolarisierenden Resonanzen höherer Ordnung müssen dennoch numerisch bestimmt werden, wozu in diesem Fall das bereits erwähnte Programm SLICKTRACK benutzt wurde. Für die ersten Studien wird dabei nur der Teil des Programms benutzt, der auf einer linearen Strahldynamik basiert und so den stochastischen Prozess der Synchrotronabstrahlung vernachlässigt. Nur wenn bereits mit linearer Strahldynamik bereits akzeptable Depolarisationszeiten erzielt werden können, sind weiterführende Studien sinnvoll.

Gerade bei komplexeren Magnetstrukturen, bei denen mehr als zwei Quadrupolfamilien verwendet werden, ist ein Arbeitspunktpaar nicht eindeutig mit einer Einstellung der Quadrupolstärken verknüpft. Für die folgenden Studien wurde auf eine Routine von MAD-X zurückgegriffen, bei der die Quadrupolstärken systematisch variiert werden bis der gewünschte Arbeitspunkt erreicht wird. Die erzielten Quadrupolstärken hängen dann von den Anfangswerten

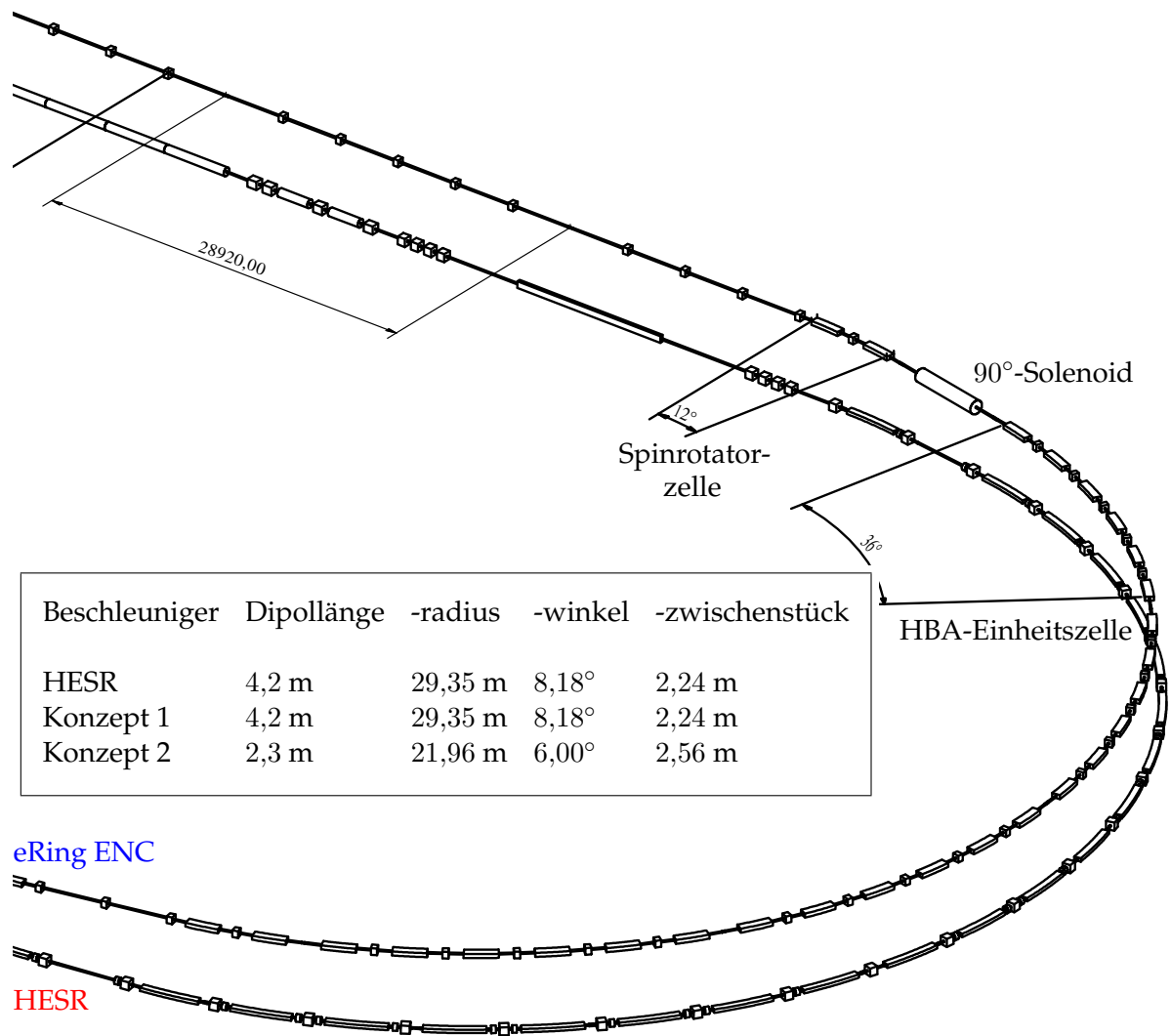


Abbildung 3.13.: Ausschnitt aus der technische Zeichnung des zweiten Konzepts eines Elektronenrings für den ENC. Der Ausschnitt beinhaltet die Interaktionsgerade sowie den, in diesem Kontext als zweiten deklarierten, Bogen mitsamt den zugehörigen zweiten Spinrotator.

ab und sind daher meist nicht die einzige Lösung. Dennoch ist das Durchfahren der Arbeitspunkte eine geeignete Methode um erste Abschätzungen von möglichen Depolarisationszeiten zu erhalten. Die dabei angenommenen Fehlauflösungen ist durch eine Superposition von den strahlführenden Magnetfeldern und zusätzlichen Störfeldern verwirklicht. Die Größe dieser Felder wird hierbei statistisch so den Magnelemente zugeordnet, dass sie insgesamt Gaußförmig verteilt sind. Zusätzlich ist eine optimale Korrektur der Felder mittels Dipolkorrektoren implementiert. Bei dieser Annahme wird davon ausgegangen, dass sich 10 Zentimeter hinter jedem Fehlauflösenden Magneten ein Korrekturdipol befindet, der die zusätzlichen Felder kompensieren soll. Eine vollständige Kompensation ist dabei jedoch meistens nicht

möglich, da einerseits die Korrektoren sich nicht auf Höhe der Feldfehler befinden und somit zusätzlich die Optik beeinflussen, andererseits können Gradientenfelder nicht durch Dipole korrigiert werden. Dennoch ist die Annahme tragfähig, da sie einen wirklichkeitsnahen Fall eines Aufbaus eines Ringbeschleunigers widerspiegelt.

Die Resultate dieser Studie sind in Abbildung 3.14 zusammengefasst. Die Abbildung 3.15 zeigt die Depolarisationszeit aufgetragen gegen die Strahlenergie, sowie das MAD-X-Resultat der zugehörigen Betafunktionen. Im Rahmen dieser ersten Studien konnte für dieses Konzept mittels Variation der Arbeitspunkte die Depolarisationszeit von ursprünglich unterhalb einer Minute auf über hundert Minuten gesteigert werden.

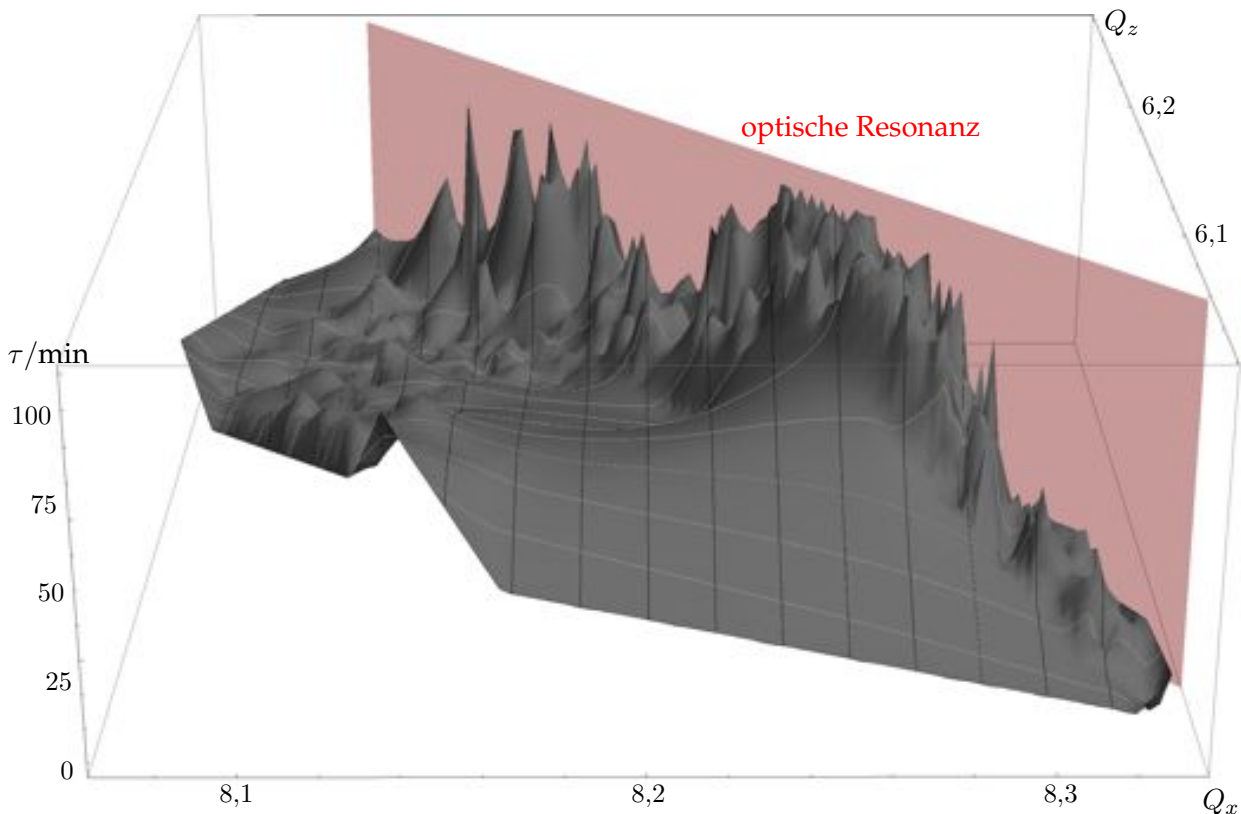


Abbildung 3.14.: Abhängigkeit der Depolarisationszeit von den transversalen Arbeitspunkten. Zusätzlich ist eine optische Resonanz exemplarisch als Ebene dargestellt.

3.4.3. Zusammenfassung der Ergebnisse

Die vorangehenden Studien zeigen deutlich, dass für die beabsichtigten Strahlenergie das Konzept 2 und somit der Ansatz mit zwei Spinrotatoren demjenigen mit nur einem Spinrotator vorzuziehen ist. Der primäre Grund hierfür ist die Tatsache, dass sich bei der Magnetstruktur des Konzepts 1 die invariante Spinachse im Bogen in der horizontalen Ebene befindet und somit stets senkrecht zu den Führungsfeldern steht. Dementsprechend ergibt sich energieabhängig der in Kapitel 3.4.1 gezeigt exponentielle Abfall der Depolarisationszeiten mit zunehmender Strahlenergie. Hingegen konnte eine volle Kopplung der beiden optischen, transversalen Phasenräume durch den Aufbau einer Möbius-Ringbeschleunigerstruktur in Form der für das Konzept 1 beschriebenen Magnetstruktur erreicht werden, während die

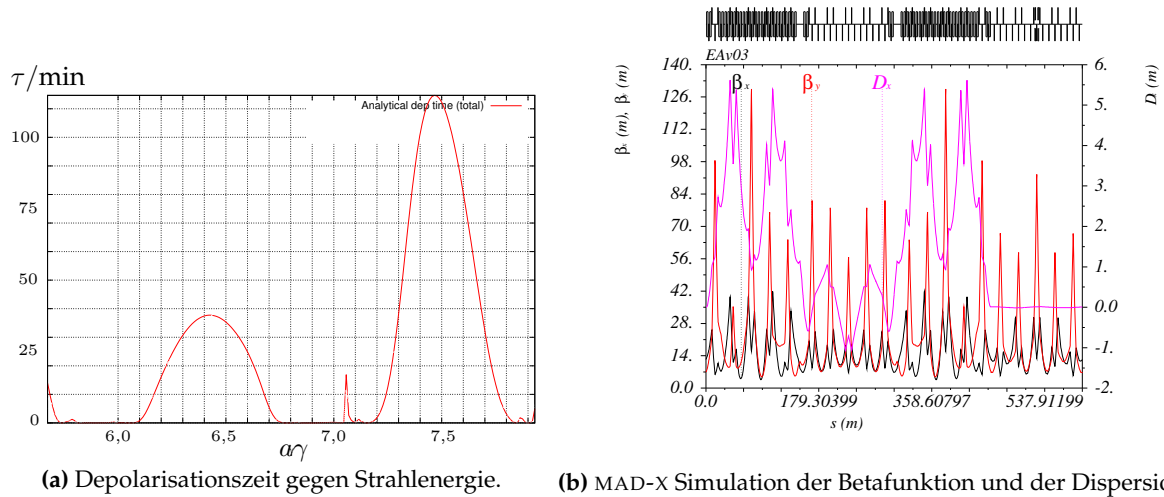


Abbildung 3.15.: Für die beiden transversalen Arbeitspunkte von $Q_x = 8,27$ und $Q_z = 6,71$ ergibt sich in der Abbildung 3.14 ein lokales Maximum der Depolarisationszeit. Für dieses Arbeitspunktwertepaar ist links die Depolarisationszeit gegen $\alpha\gamma$ aufgetragen und rechts das MAD-X Simulationsergebnis dargestellt.

beiden Phasenräume bei der Magnetstruktur des Konzepts 2 nicht vollständig gekoppelt sind. Letzteres kommt zustande, da der Phasenraum zwischen den beiden Spinrotatoren, also in der Interaktionsgerade, um 45° gedreht ist. Somit wirken die Quadrupole in der Interaktionsgeraden in einem gedrehten Koordinatensystem wie um 45° gedrehte Quadrupole, sogenannte Skew-Quadrupole, auf die Strahldynamik und entkoppeln dadurch die transversale Strahl-optik. Dennoch erfüllt die vorgestellte Magnetstruktur des Konzepts 2 die grundlegenden Erfordernisse, die an den Elektronenring des ENC's gestellt werden. Dabei wurde bei diesen vorläufigen Studien die exakte Strahlführung in der Interaktionsregion nicht in einbezogen. Die Ergebnisse der bisherigen Studien zum Elektronenring des ENC's sind in der Tabelle 3.1 in der dritten und vierten Spalte zusammengefasst. Zum Vergleich bieten sich hierbei die Eigenschaften und Parameter des HESR an, die in der zweiten Spalte aufgeführt werden.

3.5. Simulationsergebnisse für ELSA

So wie der HESR oder der in Konzept 1 vorgeschlagene Elektronenring basiert auch der ELSA Stretcherring auf der inzwischen am häufigsten verwendeten FODO-Magnetstruktur. Die Grundstruktur besteht daher in erster Linie aus 24 Dipolen zur Ablenkung des Strahls auf eine Kreisbahn und aus zwei Quadrupolfamilien zur Fokussierung. Jede dieser Familien besteht wiederum aus je 16 Quadrupolen, die abwechselnd fokussierend und defokussierend in der horizontalen Ebene wirken. Ähnlich wie bei der Struktur des HESR wirken dabei zwei in den Bogen fehlende Dipolmagneten als Missing-Magnet-Struktur dispersionsunterdrückend. Auch wenn die Strahlelektronen im Stretcherring auf 800 MeV abgebremst oder bis zu 3,2 Gigaelektronenvolt nachbeschleunigt werden können, liegt der typische Arbeitsbereich im polarisierten Betrieb zur Zeit im Bereich beginnend mit einer Injektionsenergie von etwa 1,2 Gigaelektronenvolt bis hin zur Extraktionsenergie von etwa 2,35 GeV. Dabei dauert die Nachbeschleunigung zwischen den beiden letztgenannten Energien lediglich 0,3 Sekunden.

	HESR	Konzept 1	Konzept 2
Teilchensorte	p	e^-	e^-
Strahlenergie	15,0 GeV/c	2,8 GeV	3,3 GeV
Umfang /m	576,00 m	577,13 m	577,13 m
Anzahl Dipole	44	44	60
Magnetstruktur	FODO	FODO	HBA
Dispersionsunterdrückung	missing magnet	missing magnet	achromatische Zelle
Arbeitspunkte Q_x / Q_z	12,16 / 12,16	15,57 / 8,08	8,27 / 6,71
Emittanz $\frac{\epsilon_x}{\text{nm rad}} / \frac{\epsilon_z}{\text{nm rad}}$	357 / 357	332 / 332	589 / 483
Chromatizität ξ_x	-10	-0,18	-7,23
Strahlstrom	0,6 A	2,0 A	2,0 A
Selbstpolarisationszeit τ_{ST}	$\rightarrow \infty$ s	4,03 std.	44,50 min
Depolarisationszeit	$\rightarrow \infty$ s	7 min	110 min
Startpolarisationsgrad	80%	80%	80%

Tabelle 3.1.: Zusammenfassung der Ergebnisse (HESR siehe [Leh08]).

Durch diese schnelle Energieerhöhung von 4 GeV/s kann nicht nur die Verfügbarkeit des Strahls am Experiment erhöht werden, sondern vielmehr können Energiebereiche schnell gekreuzt werden, für die sich eine depolarisierende Resonanzbedingung ergibt. Je schneller eine Resonanz durchkreuzt werden kann, desto geringer ist deren depolarisierender Einfluss. Aus dem beschriebenen Betriebsmodus folgt, dass eine Untersuchung von Gleichgewichtspolarisationsgraden und Depolarisationszeiten mittels des vorgestellten Programms SLICKTRACK nicht zwingend notwendig ist, solange letztere sehr viel größer sind als die Zykluszeit der Stretcheranlage von typischerweise rund vier Sekunden. Dennoch gibt die Analyse der unterschiedlichen Resonanzen Aufschluss über deren Stärke und kann zur Gegenprobe für andere Programme genutzt werden oder zum Abgleich mit den gemessenen Polarisationsgraden benutzt werden. Außerdem kann diese Studie als theoretische Grundlage zur Kalibrierung eines im Aufbau befindlichen Comptonpolarimeters dienen. Bei der Kalibration eines Comptonpolarimeters wird üblicherweise der Selbstpolarisationseffekt ausgenutzt. Bei einem gespeicherten Elektronenstrahl werden hierbei Messwerte mittels Comptonpolarimetrie aufgenommen, während sich der Strahlpolarisationsgrad asymptotisch dem Gleichgewichtszustand nähert. Aus dem zeitlich exponentiellen Verlauf der Selbstpolarisation kann auf das Comptonpolarimeter absolut kalibriert werden. Idealerweise findet dieser Kalibrationsprozess bei einer Energie statt, bei der ein hoher Gleichgewichtspolarisationsgrad erwartet wird.

Wie bereits in Kapitel 3.4.2 beschrieben, konnte auch für die Magnetstruktur des ELSA Stretcherrings das eigens geschriebene Konvertierungsprogramm benutzt werden um eine automatisierte Untersuchung der Polarisationsgrade in Abhängigkeit der transversalen Arbeitspunkte und der Strahlenergie mittels SLICKTRACK auszuführen. Im Gegensatz zur Untersuchung im vorangegangenen Kapitel sind hierbei – und im Allgemeinen bei FODO-Strukturen – die Zuordnung von Quadrupolstärken zu den beiden Arbeitspunkten eindeutig. Für die Nachbeschleunigungsphase im Stretcherring nehmen die transversalen Arbeitspunkte typischerweise die Werte $Q_x = 4,631$ und $Q_z = 4,431$ an. In Abbildung 3.16 sind für den ELSA Stretcherring die mittels SLICKTRACK simulierten Gleichgewichtspolarisationsgraden dargestellt. Die Simulation zeigt hierbei deutliche Einbrüche der Gleichgewichtspolarisationsgrade für die Resonanzen erster Ordnung. Insbesondere bei den ganzzahligen depolarisierenden Resonanzen

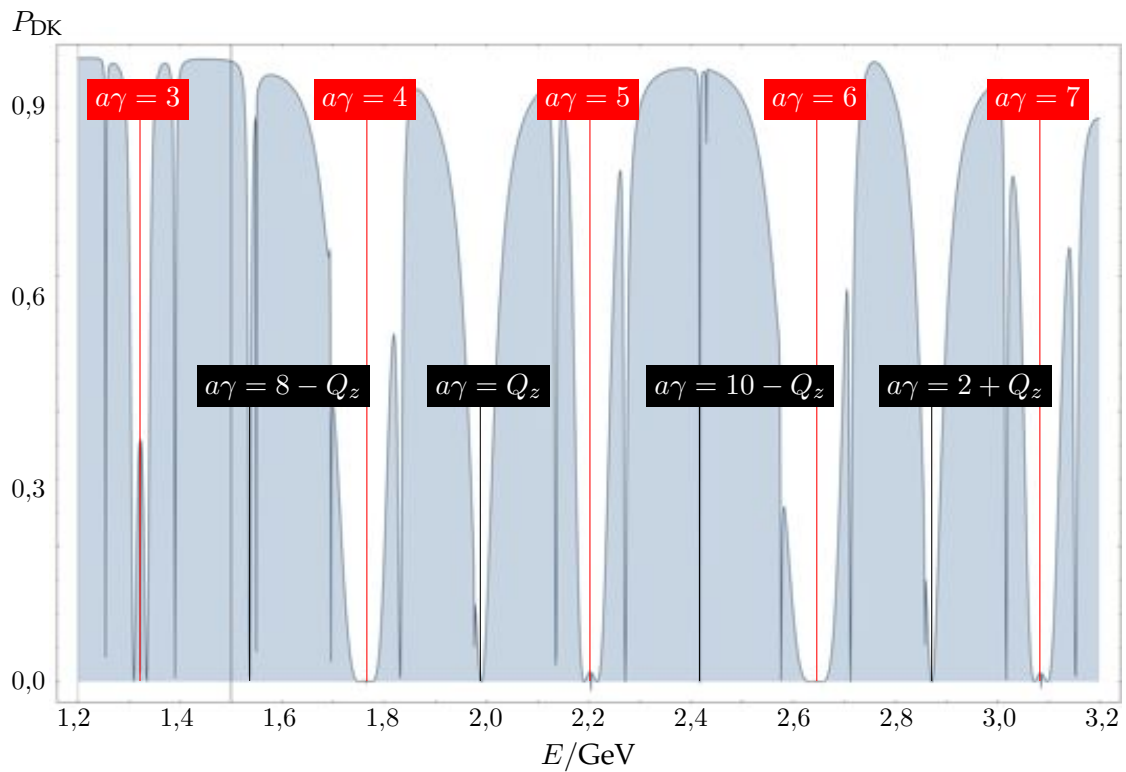
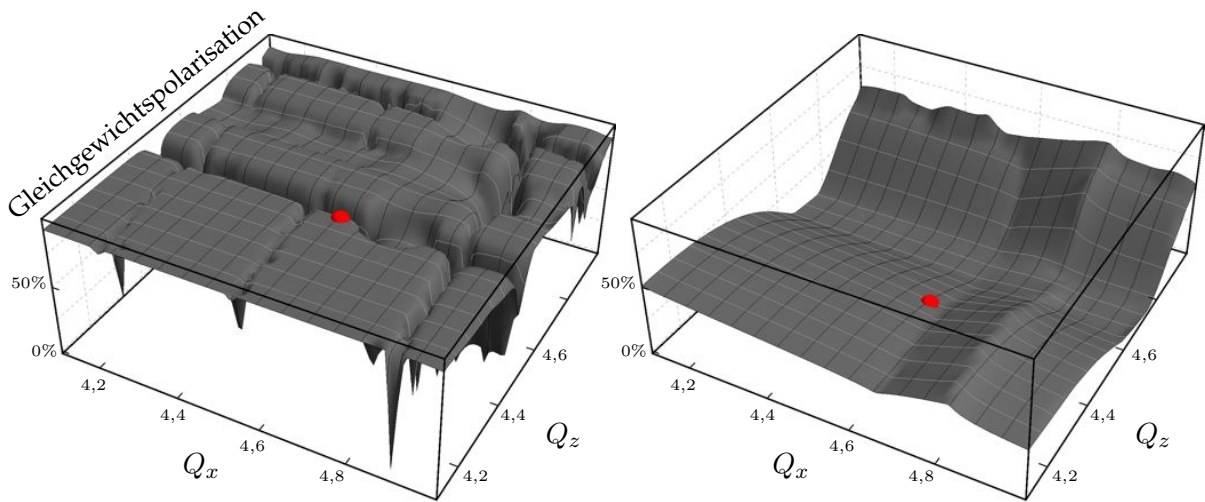


Abbildung 3.16.: Mit Hilfe SLICKTRACK von simulierte Gleichgewichtspolarisationsgrad unter Berücksichtigung diverser Fehlstellungen für die Arbeitspunkte $Q_x = 4,631$ und $Q_z = 4,431$.

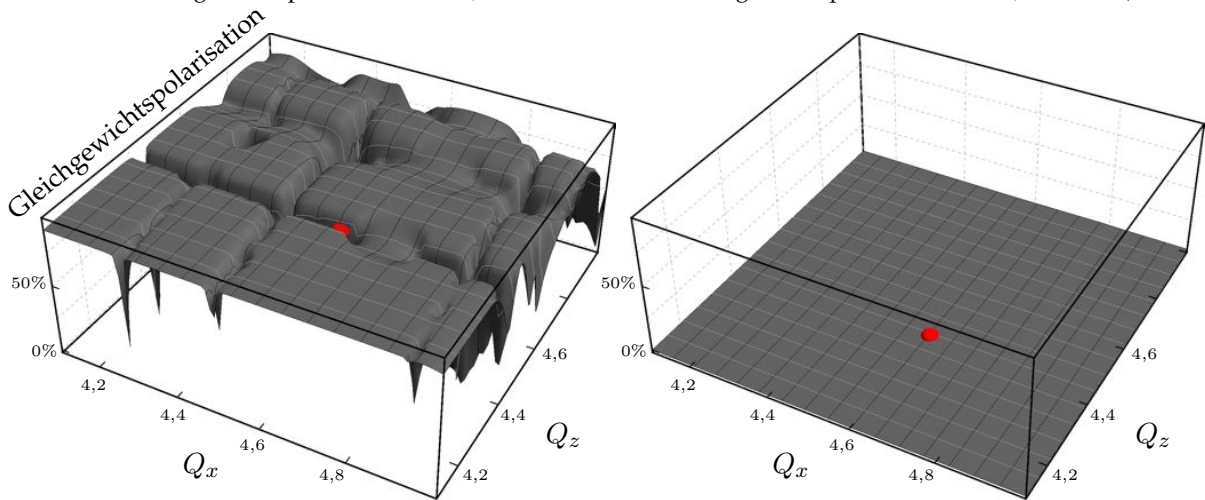
ist der zusätzlich Einfluss der Synchrotronoszillation in Form von Synchrotronseitenbändern zu erkennen.

Abbildung 3.17 zeigt die Gleichgewichtspolarisationsgrade für eine Auswahl an charakteristischen Energien. Hierbei sind die optischen Resonanzen nicht eingezeichnet. Über die geeigneten Wahl der transversalen Arbeitspunkte zur Vermeidung von optischen Resonanzen hinaus müssen die Arbeitspunkte auf einen optimalen Polarisationsgrad hin optimiert werden. Eine Ausnahme bilden in diesem Zusammenhang die ganzzahligen depolarisierenden Resonanzen, die nicht von der Wahl der transversalen Arbeitspunkte abhängen. Die Abbildung zeigen, dass Imperfektionsresonanzen unabhängig von der Wahl der Arbeitspunkte zu einer verschwindenden Gleichgewichtspolarisation führen. Die intrinsischen Resonanzen spiegeln sich in dieser Darstellung als Einbrüche der Gleichgewichtspolarisation wider, deren Breite abhängig von der Ordnung der Resonanz ist. Wird in diesem Zusammenhang die Energie über ein Energiebereich hinweg variiert, der dem der Abbildung 3.16 gezeigten entspricht, so wandern die Einbrüche wellenförmig entlang der Q_z - beziehungsweise in deutlich schwächerer Form entlang der Q_x -Achse.



(a) Gleichgewichtspolarisation bei 1,2 GeV.

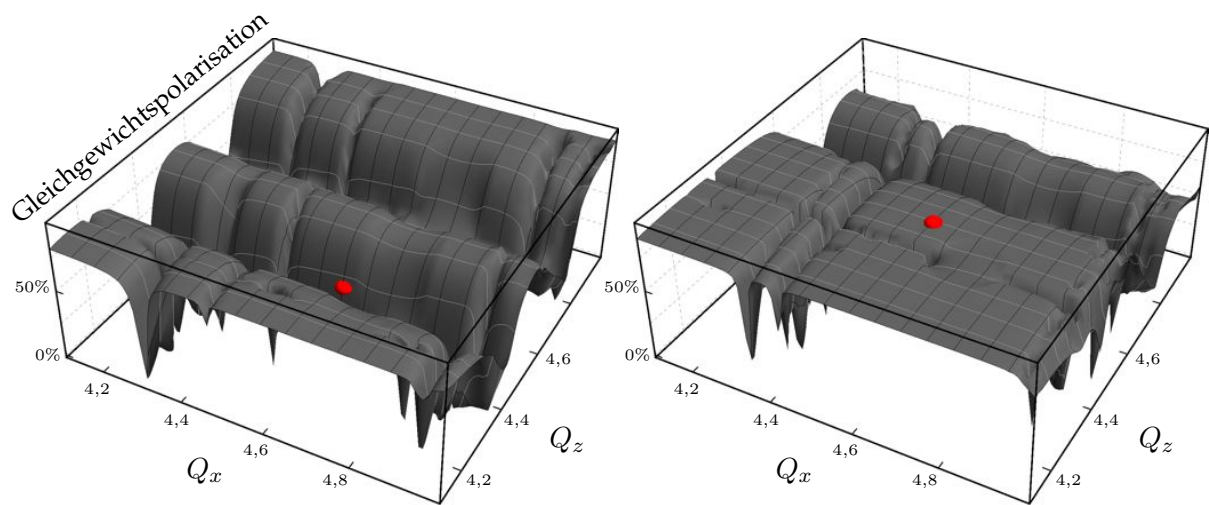
(b) Gleichgewichtspolarisation bei 1,32 GeV: $a\gamma \approx 3$.



(c) Gleichgewichtspolarisation bei 1,48 GeV: $a\gamma \approx 8 - Q_x$.

(d) Gleichgewichtspolarisation bei 1,76 GeV: $a\gamma = 4$.

Abbildung 3.17.: Gleichgewichtspolarisation für den ELSA Stretcherring in Abhängigkeit der transversalen Arbeitspunkte.



(e) Gleichgewichtspolarisation bei 2,03 GeV: $a\gamma = Q_x$.

(f) Gleichgewichtspolarisation bei 2,4 GeV.

Abbildung 3.17.: Gleichgewichtspolarisationsgrad für den ELSA Stretcherring in Abhängigkeit der transversalen Arbeitspunkte. Der rote Punkt kennzeichnet die für den genannten Ring typischen Arbeitspunkte $Q_x = 4,61$ und $Q_z = 4,43$. Der Polarisationsgrad ist für ein Auswahl an charakteristischen Energien dargestellt (vergleiche Abbildung 3.16).

Kapitel 4.

Kreuzung von depolarisierenden Resonanzen

Im vorangegangenen Kapitel wurde auf die Ausrichtung der Teilchenspins im Gleichgewichtszustand eingegangen. Durch den stochastischen Abstrahlungsprozess bei Kreisbeschleunigern streben die Spins eines Elektronenensembles diesem Zustand entgegen. Während bei Kreisbeschleunigern bei denen lange Strahllebensdauern mit konstantem Polarisationsgrad und konstanter Strahlenergie erwünscht sind, Studien des Gleichgewichtszustands sinnvoll sind, eignen sie sich zur Beschreibung eines schnell rampenden Kreisbeschleunigers nicht.

Hochenergetische, polarisierte Elektronenstrahlen können bisher nur auf zwei Weisen bereitgestellt werden. Erstens ist es durch den Effekt der Selbstpolarisation möglich aus einem zunächst unpolarisierten hochenergetischen Elektronenstrahl durch Synchrotronlichtemission einen polarisierten Elektronenstrahl zu generieren. Zweitens können niederenergetische, polarisierte Elektronen aus einer entsprechenden Quelle gewonnen werden und zu höheren Energien hin beschleunigt werden. In den meisten Fällen ist die letztere Methode attraktiver als die erste, da die Zeiten bis zur Bereitstellung eines polarisierten Strahls deutlich geringer sind. Indes kommt es während des Nachbeschleunigungsprozesses bei einige Energien zu depolarisierenden Effekten oder zu einer Veränderung der vertikalen Komponente des Polarisationsvektors. Die Erhöhung der Teilchenenergie über eine Energie hinweg, für die eine Resonanzbedingung erfüllt ist, wird als Kreuzung einer Resonanz bezeichnet.

Nachdem der Begriff der depolarisierenden Resonanz und mit diesem die beiden stärksten Resonanztypen – die Imperfektionsresonanz und die intrinsische Resonanz – bereits in Kapitel 2.3 eingeführt wurden, folgt in diesem Kapitel eine detailliertere Betrachtung dieser Phänomene. Zur Beschreibung der besagten Resonanzen muss ein geeignetes und allgemein auf Kreisbeschleuniger anwendbares Koordinatensystem gewählt werden. Im ersten Teil des Kapitels werden Beispiele angeführt, die unter starken Vereinfachungen die grundsätzliche Vorgehensweise bei Studien dieser Art aufzeigen. Auf dieser Basis wird anschließend die Kreuzung von Resonanzen erläutert. Diese Erläuterungen bauen exemplarisch auf spezifischen Eigenschaften des ELSA Stretcherrings auf, können jedoch generell auch auf andere Kreisbeschleuniger erweitert werden.

4.1. Koordinatensystem zur Beschreibung von Resonanzen

In Kreisbeschleunigern sind Magnetelemente mit unterschiedlichen Aufgaben durch Strecken getrennt, die frei von Magnetfeldern sind, den sogenannten Driftstrecken. Entlang dieser Strecken präzedieren die Spins nicht, so dass es zur Beschreibung von Resonanzen zweckmäßig ist ein Koordinatensystem zu wählen, in dem diese magnetfreien Strecken nicht berücksichtigt

werden. Da in den meisten Beschleunigern, alleine aus strahl-optischen Gesichtspunkten, alle führenden Dipole gleich aufgebaut sein sollten und daher dasselbe Magnetfeld erzeugen, bietet sich die Spinpräzession in diesen Dipolen als Referenz an. Besteht ein Kreisbeschleuniger aus n führenden Dipolen, so präzedieren die Spins nach Gleichung (2.19) im mitbewegten Koordinatensystem mit einem Winkel von:

$$\Theta_{\text{spin}} = (a\gamma/n) \cdot 360^\circ \quad (4.1)$$

pro Dipol um die vertikale Achse. Dieser Winkel wird im Folgenden als Spinphasenvorschub bezeichnet.

Falls horizontale oder longitudinale Magnetfelder zwischen zwei benachbarten Dipolen in Phase mit der energieabhängigen Spinpräzession in den Dipolen wirken, kommt es zu einer Vergrößerung des Öffnungswinkels des Präzessionskegels. Das Beispiel eines idealen Kreisbeschleunigers mit 24 Dipolen und einer FODO-Struktur (vergleiche Kapitel 3.4.1) dient der Veranschaulichung des spezifischen Koordinatensystems (siehe Abbildung 4.1).

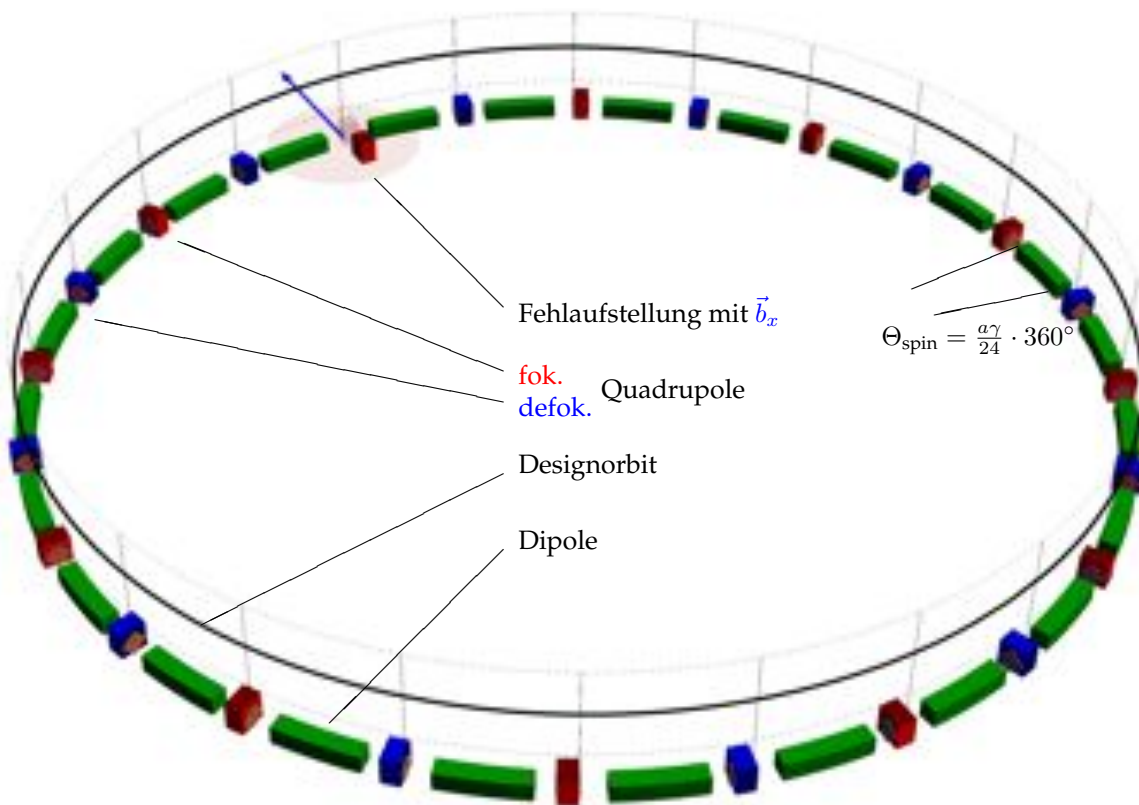


Abbildung 4.1.: Schematische Darstellung eines Beschleunigers basierend auf einer FODO-Struktur. Aufgrund einer Fehlstellung wirkt ein horizontales Magnetfeld umlaufperiodisch auf die Teilchen. Jedem Dipol wird dabei ein Spinphasenvorschub Θ_{spin} zugeordnet.

Zunächst wird ein Fall betrachtet, bei dem es auf dem Designorbit durch eine Fehlstellung eines Quadrupols zu einem horizontalen Magnetfeld kommt, welches wiederum umlaufperiodisch auf die Teilchen wirkt¹. Die beschriebene Situation ist gleich derjenigen die bereits im

¹Hierbei wird vernachlässigt, dass eine Quadrupolfehlstellung eine Veränderung des geschlossenen Orbits bewirkt, der somit vom Designorbit abweicht.

Kapitel 3.3 untersucht wurde, mit dem Unterschied, dass an dieser Stelle auf die zugehörigen Spektralanteile eingegangen wird.

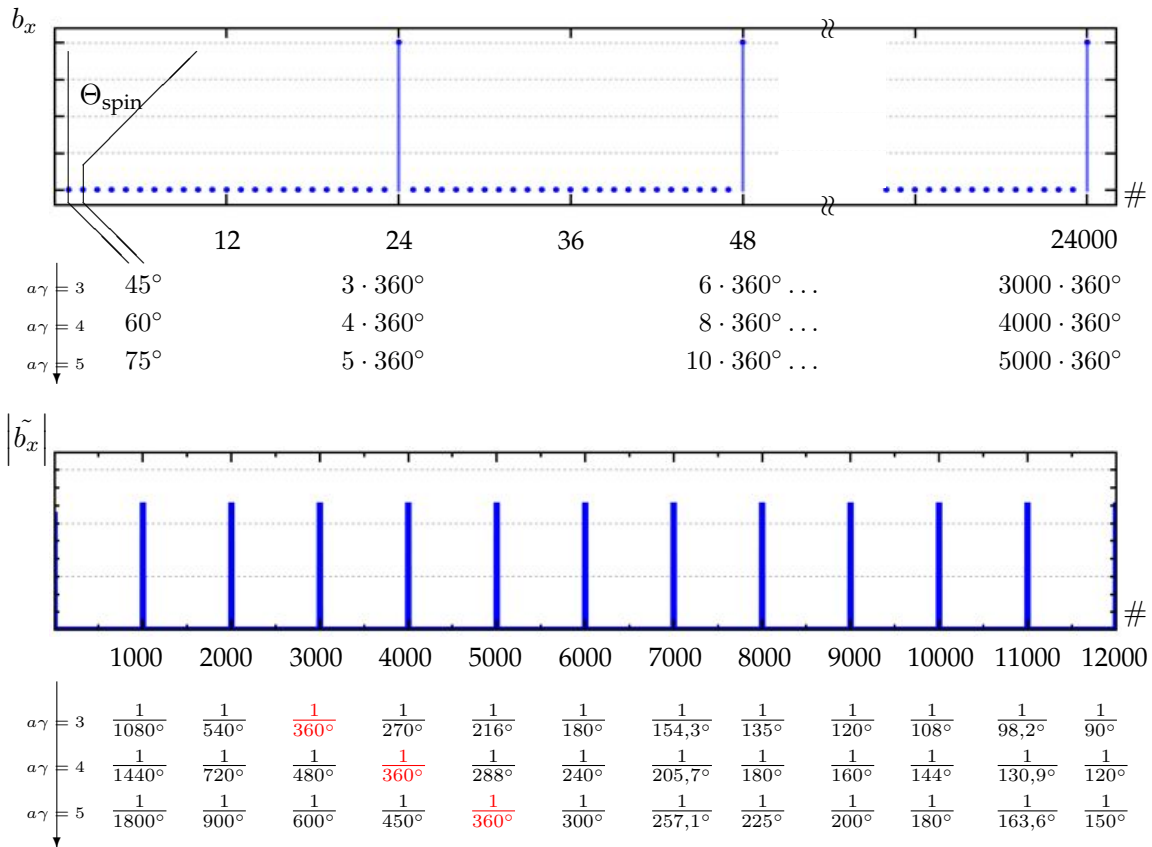
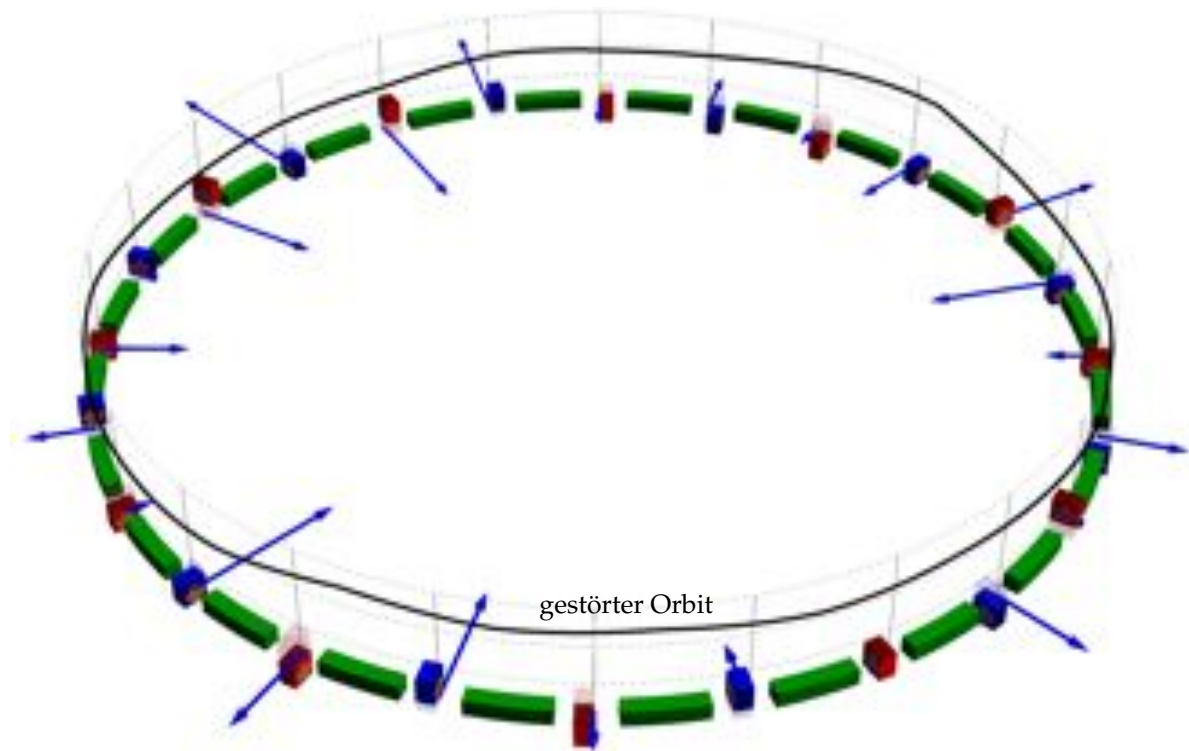


Abbildung 4.2.: Horizontale Magnetfelder aufgetragen gegen das jeweilige Dipolzwischenstück (oberer Teil). Die in Abbildung 4.1 schematisch dargestellte Situation für 1000 Umläufe mit jeweils 24 Datenpunkten führt zu insgesamt 24000 Datenpunkten, die diskret fouriertransformiert werden (unterer Teil). Unter dem Spektrum sind die reziproken Räume für drei unterschiedliche Energien tabellarisch aufgetragen. Die Kehrwerte der Winkel ergeben sich aus dem energiespezifischen Spinphasenvorschub. Die rot gekennzeichneten Werte geben die Lage der jeweiligen Resonanz an.

Das im unteren Teil der Abbildung 4.2 gezeigte Spektrum kommt dabei wie folgt zustande: Für jeden Quadrupol wird in Abhängigkeit der vertikalen Ablage ein horizontales Feld berechnet, das jeweils einen Datenpunkt bildet. Dementsprechend wird das jeweilige horizontale Feld b_x der fortlaufende Nummer $\#$ des Dipolzwischenstücks oder alternativ dem entsprechend fortlaufenden Spinphasenvorschub zugeordnet (siehe oberen Teil der Abbildung 4.2). Die anschließende diskrete Fouriertransformation der Datenpunkte führt zu einem Spektrum, in dem die Frequenzanteile \tilde{b}_x gegen die Nummer $\#$ oder gegen den reziproken Spinphasenvorschub aufgetragen sind.

Durch die Wahl dieses Koordinatensystems können Beiträge im reziproke Raum mit der Resonanzbedingung in Verbindung gebracht werden. Ein Beitrag wirkt in Phase mit der Spinpräzession, falls dessen Frequenzteil bei der jeweiligen Teilchenenergie dem Kehrwert von 360° entspricht – für 1000 Umläufe ist dies jeweils der $(a\gamma \cdot 1000)$ -te Beitrag.

Aus dem in Abbildung 4.1 dargestellten Szenario, in dem nur ein Quadrupol fehlaufgestellt ist, ergeben sich für 1000 Umläufe bei 24 äquidistant aufgestellten Quadrupolen 24000 Datenpunkte. Die Beiträge im Spektrum sind bei allen Vielfachen von 1000, also nur bei ganzzahligen Spinarbeitspunkten, von Null verschieden. Dementsprechend werden hier ausschließlich Imperfektionsresonanzen angeregt; dies lässt sich aus den tabellarisch aufgetragenen Werten des reziproken Raumes ablesen.



Zweidimensionale Darstellung:

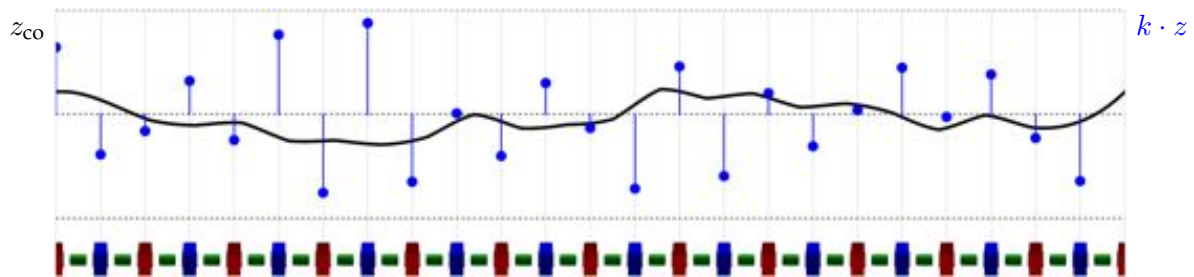


Abbildung 4.3.: Schematische Darstellung der Störungen durch Fehlaufstellung aller Quadrupole. Durch die Fehlaufstellungen weicht der geschlossene Orbit vom Designorbit ab. Die dadurch verursachten vertikalen Ablagen in den Quadrupolen führen zu periodisch wirkenden horizontalen Feldern.

Im Gegensatz zum stark vereinfachten, ersten Beispiel muss in realen Beschleunigern davon ausgegangen werden, dass jeder Quadrupol von der Sollaufstellung abweicht und somit

umlaufperiodisch in jedem Quadrupol zusätzlich auftretende Felder auf die Teilchen wirken (siehe Abbildung 4.3). In diesem Fall wird die Stärke der Imperfektionsresonanzen – also der Beitrag im zugehörigen Spektrum – durch die Verteilung selbst kleinster Fehlaufstellungen bestimmt. Es muss davon ausgegangen werden, dass im allgemeinen Quadrupolfehlaufstellungen im Subzentimeterbereich nicht mehr mit konventionellen Mitteln messbar sind, trotzdem aber die Stärke der Resonanzen beeinflussen. Zudem kommt es aufgrund seismischer Bewegung zu einer Veränderung der Quadrupolauflastungen, so dass sich die Resonanzstärken über längere Zeiträume hinweg ändern. Da die ganzzahligen Resonanzen durch ungewollt auftretende Felder getrieben werden und somit mit einer nicht idealen Aufstellung des Beschleunigers zusammenhängen, ist der Begriff der Imperfektionsresonanz gebräuchlich.

Unabhängig von den erwähnten Fehlaufstellungen treten abseits der Imperfektionsresonanzen intrinsischen Resonanzen bei Teilchenenergien auf, die lediglich vom vertikalen Arbeitspunkt Q_z abhängig sind. Die vertikale Ablage eines einzelnen Teilchens setzt sich aus einem Anteil des geschlossenen Orbits und einem Anteil, der durch die Betatronoszillation zustande kommt, zusammen (vergleiche auch Gleichung (6.1)):

$$z = z_{co} + z_{\beta} \quad . \quad (4.2)$$

Aus dieser Bahnbewegung ergeben sich in jedem Quadrupol horizontale Magnetfelder, die auf die Teilchen im mitbewegten Koordinatensystem wirken.

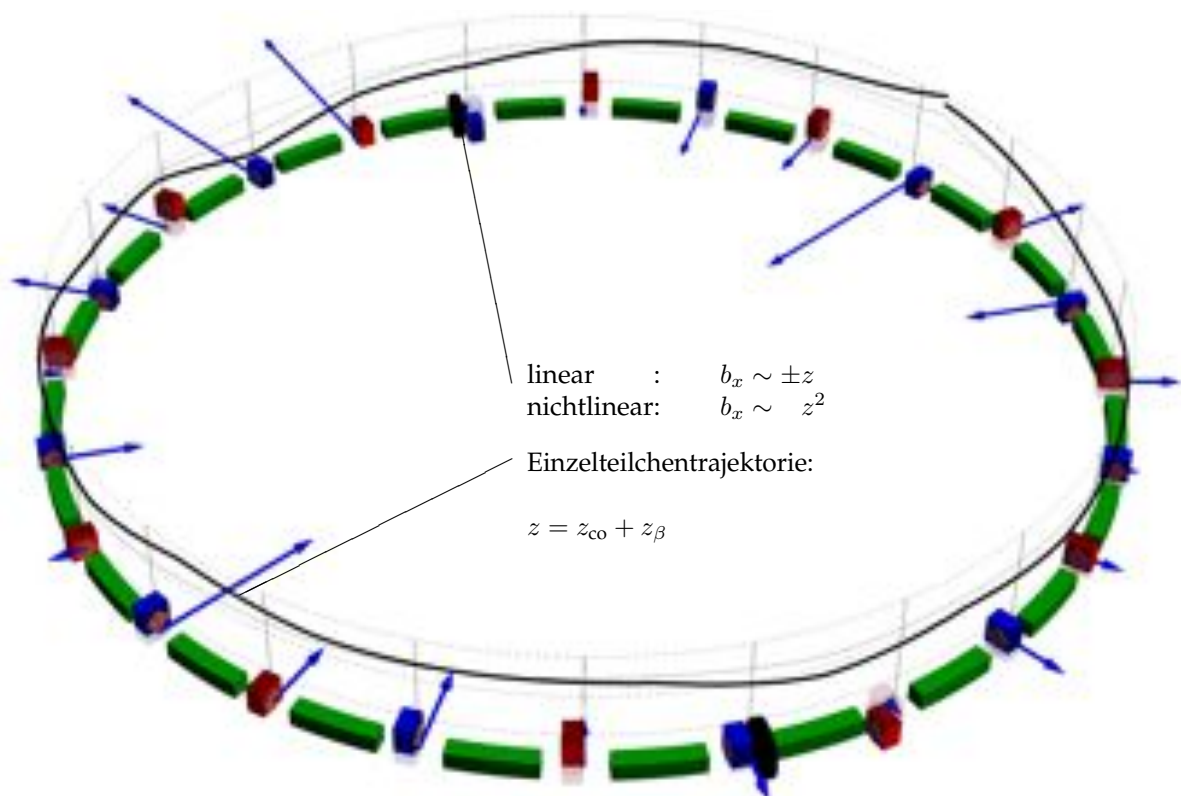


Abbildung 4.4.: Vertikale Einzelteilchentrajektorie im Kreisbeschleuniger. Ein einzelnes Teilchen oszilliert um die Bahnkurve des Ladungsschwerpunkts mitsamt der oszillierenden Magnetfelder. Zwei Sextupole sind als schwarze Zylinder dargestellt.

In Magnelementen wie Quadrupolen oder Sextupolen ist das wirkende Magnetfeld von der Ablage der Teilchen abhängig. Abbildung 4.4 zeigt das Beispiel eines Teilchens, dessen Trajektorie sich aus den in Gleichung (4.2) definierten Anteilen zusammensetzt.

Entgegen der Schwerpunktsbewegung eines Elektronenpaketes in einem Kreisbeschleuniger, ist die Bahnbewegung eines einzelnen Teilchens nicht umlaufperiodisch. Für den hier angenommenen Fall eines vertikalen Arbeitspunktes von $Q_z = 2,101$ ist die Einzelteilchentrajektorie nach 1000 Umläufen geschlossen. Dies führt zu dem in Abbildung 4.5 dargestellten Resonanzspektrum. In diesem Spektrum treten neben den Resonanzen erster Ordnung (Imperfektions- und intrinsische Resonanzen) unter Berücksichtigung von Feldern, die quadratisch mit der Ablage skalieren, auch Resonanzen zweiter Ordnung auf.

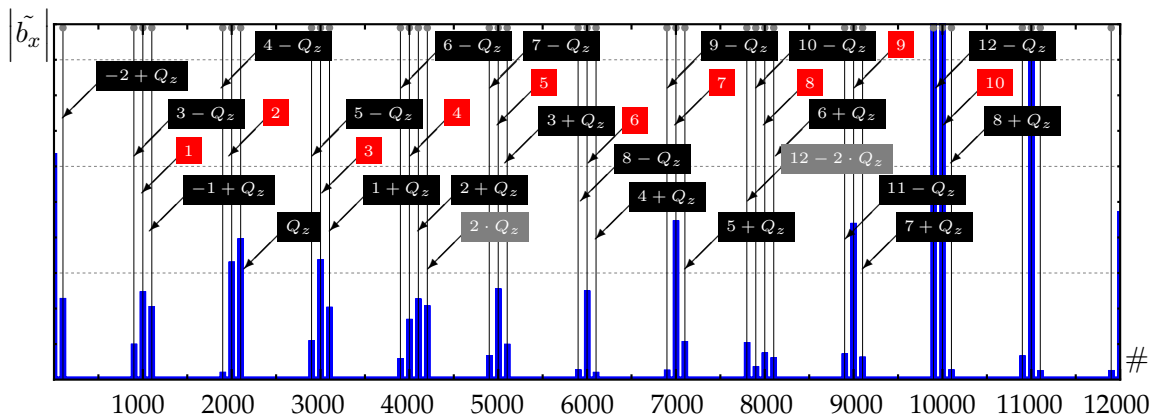


Abbildung 4.5.: Resonanzen für den in Abbildung 4.4 gezeigten Fall. Stimmt der Spinarbeitspunkt ν_s mit einem der gezeigten Werte überein, so wird eine Spinumkehr resonant angeregt. Durch die Berücksichtigung von Sextupolen haben auch Resonanzen höherer Ordnung nichtverschwindende Beiträge.

Die Lage der Resonanzen in den zuvor beschriebenen Beispiele stimmt, trotz einiger starker Vereinfachungen, mit den Vorhersagen in Form der Gleichung (2.27) überein.

Während einer Erhöhung der Strahlenergie werden verschiedene Resonanzbedingungen gekreuzt. Je nach Stärke der jeweiligen Resonanz und abhängig von der Kreuzungsrate kommt es zu einer unterschiedlich starken Veränderung der vertikalen Polarisationskomponente. Eine allgemeine theoretische Beschreibung dieses Sachverhalts erfolgte erstmalig durch *Froissart* und *Stora* [FS60]. Dies bildet die Grundlage der Definition der Stärke von depolarisierenden Resonanzen für den Fall einer Energieerhöhung des Teilchenstrahls Kreisbeschleunigern.

4.2. Theoretische Grundlage der Kreuzung von depolarisierenden Resonanzen

Bei der analytischen Betrachtung der Kreuzung einer isolierten Resonanz kann störungstheoretisch angesetzt werden [Yok83]. Beginnend mit einer initialen Polarisation von $P_i = P(t \rightarrow -\infty)$ propagiert die zugehörige Lösung, bis schließlich der finale Polarisationszustand $P_f = P(t \rightarrow \infty)$ eingetreten ist. In Abhängigkeit der komplexen Resonanzstärke ϵ und der Kreuzungsrate:

$$\alpha = \frac{d(\nu_s - Q_R)}{d\omega_u t} \quad \text{mit: } \begin{array}{l} Q_R: \text{ Resonanzbedingung} \\ \omega_u: \text{ Umlauffrequenz} \end{array} \quad (4.3)$$

kann das Verhalten beim Übergang der beiden asymptotischen Fälle beschrieben werden. Dabei unterscheidet sich das Verhalten der Übergänge der Resonanzen mit ganzzahligem Spin-arbeitspunkt von dem des Kreuzens einer intrinsischen Resonanz. Während bei den Imperfektionsresonanzen die treibenden Magnetfelder durch die Bewegung des Ladungsschwerpunktes zustande kommen und damit auf alle Teilchen dieselbe Wirkung haben, ist die Stärke der intrinsischen Resonanz abhängig von der Bahnkurve jedes einzelnen Teilchens. Die Stärke für eine intrinsische Resonanz ϵ_σ wird daher für ein repräsentatives Teilchen angegeben, dessen Betatronamplitude einer Standardabweichung der Strahlverteilung entspricht.

Imperfektionsresonanzen:

$$\frac{P_f}{P_i} = 2e^{-\frac{\pi|\epsilon|^2}{2\alpha}} - 1 \quad (4.4)$$

$$\text{mit: } \alpha = \frac{a\dot{\gamma}}{\omega_u}$$

Intrinsische Resonanzen:

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{2}{\frac{\pi|\epsilon_\sigma|^2}{\alpha} + 1} - 1 \quad (4.5)$$

$$\text{mit: } \alpha = \frac{a\dot{\gamma} \mp \dot{Q}_z}{\omega_u}$$

In Abbildung 4.6 ist das Verhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangspolarisation in Abhängigkeit der Resonanzstärke und der Kreuzungsrate gezeigt.

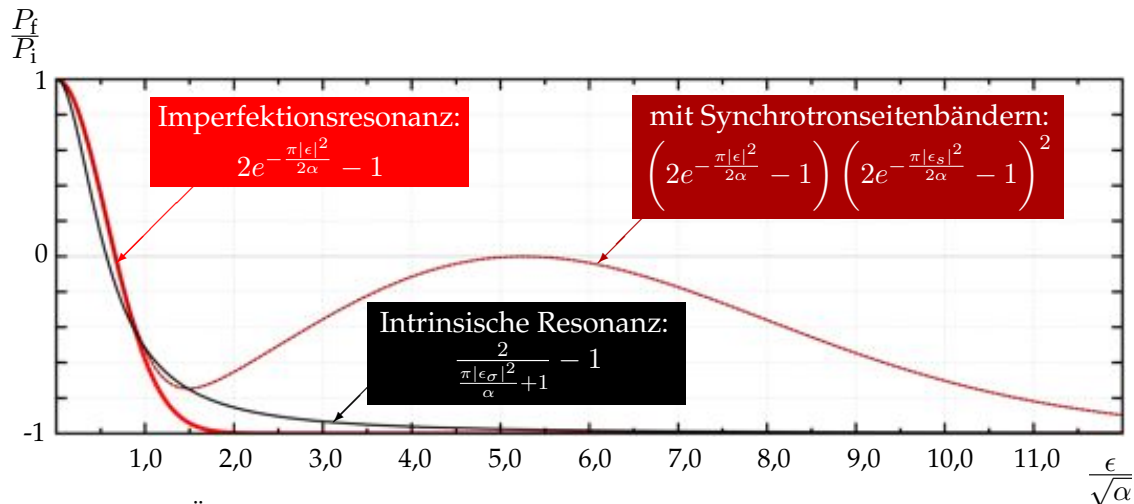


Abbildung 4.6.: Übergang der Polarisation bei Kreuzung verschiedener Resonanzen nach Froissart und Stora [FS60].

Für reine Imperfektionsresonanzen und intrinsische Resonanzen ist ein vollständiger Spin-Flip, also eine vollständige Umkehr des Polarisationsgrades entsprechend $P_f/P_i = -1$ möglich.

Dazu muss entweder die Resonanz ausreichend stark oder die Kreuzungsrate sehr gering sein. Bei Elektronenstrahlen muss zusätzlich der Einfluss der Synchrotronschwingungen berücksichtigt werden. In [Yok83] wird gezeigt, dass das ursprüngliche Verhalten entsprechend korrigiert werden muss:

$$\frac{P_f}{P_i} = \left(2e^{-\frac{\pi|\epsilon|^2}{2\alpha}} - 1 \right) \left(2e^{-\frac{\pi|\epsilon_s|^2}{2\alpha}} - 1 \right)^2 . \quad (4.6)$$

Hierbei ist die zusätzlich auftretende Resonanzstärke ϵ_s abhängig von der Amplitude und Frequenz der Schwingung der Teilchenenergie, die aus dem Zusammenspiel von Synchrotronabstrahlung und Impulsrestauration in den Hohlraumresonatoren resultiert. Der zusätzliche Term, der aufgrund der Synchrotronschwingung der Teilchen entsteht, führt dazu, dass ein kompletter Spin-Flip bei Elektronen nicht möglich ist.

Wie im ersten Teil dieses Kapitels gezeigt wurde muss ein geeignetes Koordinatensystem gewählt werden, um die Stärke der Resonanzen definieren zu können. Ähnlich wie in den weiter oben beschriebenen Beispielen wird üblicherweise ein Koordinatensystem gewählt in dem horizontale und longitudinale Felder einem Drehwinkel zugeordnet werden. Dieser Drehwinkel θ muss nicht zwingend gleich dem Spinphasenvorschub Θ_{spin} sein, sondern wird im Allgemeinen über die den Ablenkradius parametrisiert

$$\theta(s) = \int_0^s \frac{1}{\rho(s')} ds' \quad \text{mit:} \quad \rho(s): \text{ positionsabhängiger Radius.} \quad (4.7)$$

Damit muss auch die *Thomas-BMT* Gleichung (2.15) transformiert werden:

$$\frac{d\vec{s}}{d\theta} = \Omega_{\text{BMT}} \vec{s} = [\vec{\omega} \times \vec{s}] \quad \text{mit:} \quad \Omega_{\text{BMT}} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_s \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_s & \omega_x & 0 \end{pmatrix}; \quad (4.8)$$

$$\omega_x = (1 + a\gamma) \rho z''; \quad (4.9)$$

$$\omega_s = -(1 + a\gamma) z' + \rho(q + a) (z/\rho)'; \quad (4.10)$$

$$\omega_z = a\gamma. \quad (4.11)$$

Courant und *Ruth* führten in [CR80] eine Funktion $\zeta(\theta) = i\omega_s + \omega_x$ ein, die die Spinbewegung abseits von der konstanten Spinpräzession um die vertikale Achse beschreibt. Aus der Fouriertransformation dieser Funktion folgen die Resonanzstärken entsprechend der Spektren in Abbildung 4.2 und 4.5 nach:

$$\epsilon(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \zeta(\theta) e^{i\omega\theta} d\theta . \quad (4.12)$$

Hierbei kennzeichnet die Variable ω den Anteil im Spektrum, der sich in Phase mit der Spinpräzession befindet, so dass für den Resonanzfall $\omega = \omega_z = a\gamma$ gilt. Sind Resonanzstärke und Kreuzungsrate bekannt, so kann die Endpolarisation P_f aus der gegebenen Startpolarisation P_i berechnet werden. Da die Fehlaufstellungen der Magnete und somit zusätzlich wirkende Magnetfelder im Gegensatz zur Kreuzungsrate nur in unzureichender Genauigkeit bekannt sind, bieten sich in der Praxis die Gleichungen (4.4), (4.5) und (4.6) an um die Resonanzstärken

zu bestimmen. Dazu werden Messwerte der Eingangspolarisation und der Ausgangspolarisation gegen verschiedene Kreuzungsgeschwindigkeiten aufgetragen. Darüber hinaus kann von einem gemessenen geschlossenen Orbit auf die zugehörige Resonanzstärken geschlossen werden. Dies wurde bereits in [Hof01] für den Elektronenstretcherring ELSA benutzt um die Resonanzstärken aufgrund des gestörten Orbits zu berechnen. Bei dieser Berechnung können allerdings Fehlauflösungen der Dipole nicht berücksichtigt werden, da zur Berechnung der diskreten Fouriertransformation die Datenpunkte äquidistante Abstände haben müssen. Weist ein Dipol eine Verkippung um die longitudinale Achse auf, so verringert sich die vertikale Magnetfeldkomponente und mit ihr der Spinphasenvorschub Θ_{spin} in diesem Dipol. Daraufhin ist eine diskrete und äquidistante Zuordnung der Magnetfelder zu einem Dipolsegment nicht mehr möglich. Einen Ausweg bietet hierbei eine feinere Unterteilung der Dipole in gleich viele Segmente. Der Grenzwert dieser Unterteilung ist hierbei eine kontinuierliche Funktion, die derjenigen Funktion gleicht, die die zeitabhängigen Magnetfelder im mitbewegten Koordinatensystem wiedergibt. Die im folgenden Kapitel gezeigten Untersuchungen und entwickelten Lösungsroutinen basieren daher auf einer Betrachtung im Zeitbereich, so dass Magnetfelder – insbesondere solche die aus Fehljustierungen entstehen – und die Teilchenenergie im Prinzip mit beliebig hoher Auflösung dargestellt werden können.

Kapitel 5.

Numerische Analyse der Kreuzung von depolarisierenden Resonanzen

Das Lösen der Thomas-BMT Gleichung (2.15) wird durch die Zeitabhängigkeit der wirkenden Magnetfelder erschwert. Letztere sind durch die Struktur des Beschleunigers vorgegeben und dementsprechend von Kreisbeschleuniger zu Kreisbeschleuniger unterschiedlich. Es ist im Allgemeinen nicht möglich eine analytische Lösung unter Berücksichtigung beliebiger Magnetstrukturen zu finden. Daher muss meistens auf numerische Methoden zur Bestimmung von Polarisationsgraden zurückgegriffen werden. Wesentlich ist hierbei welche Magnetfelder periodisch auf den Spin der Teilchen einwirken und so resonant zu einer Veränderung der Ausrichtung der Spins führen oder im ungünstigsten Falle eine Verringerung des Polarisationsgrades zur Folge haben. Periodisch auftretende Felder können einerseits durch die Periodizität der Magnetstruktur selbst oder durch Teilchenschwingungen verursacht werden. In Gradientenfeldern erfahren die Teilchen ein Magnetfeld, dessen Stärke und Richtung von ihrer Ablage abhängt. Dadurch wirken im mitbewegten Koordinatensystem oszillierende Magnetfelder, die vom gestörten Orbit und von der Einzelteilchenbewegung abhängen und diese damit an die Spinbewegung der Teilchen koppeln. Darüber hinaus können Schwingungen der Energien der einzelnen Teilchen in Form von $a\gamma = a\gamma(t)$ resonant auf die Spins wirken. Im Folgenden sind die beteiligten Effekte und deren Auswirkung als Zusammenfassung aufgelistet:

- **Quantenabstrahlung:**

In Magnetfeldern stoßen Elektronen mit virtuellen Photonen. Dabei entsteht ein reelles Photon, dessen Wellenlänge dem Impulsverlust des Elektrons nach dem Stoß entspricht. Die Abstrahlung ist ein stochastischer Effekt, der erst durch seine Häufigkeit einen nennenswerten Einfluss auf den Faktor $a\gamma$ und damit auf die Spinbewegung hat.

- **Spinpräzession:**

Die Spinpräzession gibt an, wie viele Male der Spin pro Umlaufperiode um die vertikale Achse präzediert. Resonanzbedingungen müssen an die Präzessionsgeschwindigkeit geknüpft werden, die zudem energieabhängig ist.

- **Betatronoszillation:**

Durch ihre natürliche Divergenz müssen Elektronenstrahlen fokussiert werden, um nicht auf die Strahlkammerwand zu treffen. Eine periodische Fokussierung ist nur durch alternierende Gradientenfelder möglich; diese führen zu transversalen Schwingungen der Teilchen um den Sollorbit. Die daraufhin wirkenden Magnetfelder können, abhängig von der Präzessionsgeschwindigkeit, eine depolarisierende Resonanz verursachen.

- **Synchrotronoszillation:**

Der Impulsverlust pro Umlauf, der durch Synchrotronlichtabstrahlung verursacht wird,

muss in den Hohlraumresonatoren den Elektronen wieder ausgeglichen werden, um sie auf stabilen Bahnen zu halten. Beim Sollteilchen wird exakt der Energiebetrag zugeführt, der im Umlauf zuvor abgestrahlt wurde. Da die Abstrahlung jedoch ein stochastischer Effekt ist, werden Energieschwingungen um den Gleichgewichtszustand angeregt. Dieser angeregten Schwingung wirkt die Energieabhängigkeit der abgestrahlten Leistung dämpfend entgegen, die höher ist je höher die Teilchenenergie ist.

- **Dämpfungszeiten:**

Ist eine Teilchenschwingung aus ihrem Gleichgewichtszustand ausgelenkt, so wirkt – so lange die Auslenkung nicht zu groß ist – der Prozess der Synchrotronabstrahlung derart, dass die Bewegung zurück zu ihrem Gleichgewichtszustand geführt wird.

- **Selbstpolarisation:**

In Mittelenergie-Ringbeschleunigern führt etwa jedes $10^{10} - 10^{11}$ abgestrahlte Photon zu einem instantanen Spin-Flip. Somit ist die Wahrscheinlichkeit eines Spin-Flips durch Photonemission abhängig von der abgestrahlten Leistung. Durch die eher geringe Wahrscheinlichkeit sind die Zeitskalen, auf denen sich dieser Effekt abspielt, vergleichsweise groß (vergleiche hierzu Kapitel 3.2).

- **Depolarisation**

Depolarisation ist gleichbedeutend mit einer fortschreitenden Dekohärenz der Spinbewegungen in einem Teilchenensemble. Ist der Polarisationsvektor ausgelenkt aus dem invarianten Zustand, so kommt es aufgrund der Energieunschärfe und der damit verbundenen Unschärfe der Präzessionsgeschwindigkeiten der einzelnen Teilchen zum Auseinanderlaufen der Teilchenspins und somit zu einer Verringerung des Gesamtpolarisationsgrads.

Die beteiligten Prozesse erstrecken sich hierbei über einen Bereich von 16 Größenordnungen auf der Zeitskala. Abbildung 5.1 zeigt das Auftreten der relevanten Prozesse auf einer logarithmischen Zeitskala für typische Strahlenergien des ELSA Stretcherrings. Ganz offensichtlich ist aufgrund des großen Zeitbereichs die simultane, numerische Analyse aller Prozesse wenn überhaupt nur unter sehr großem Rechenaufwand möglich.

Die Anforderungen, die sich bei der Untersuchung von Polarisationsgraden für einen Elektronenstrahl in einem Ringbeschleuniger, bei dem sich die Strahlenergie schnell ändert, stellen, unterscheiden sich grundlegend von denen eines gespeicherten Elektronenstrahls, zum Beispiel eines Colliders¹. Daher ist es sinnvoll unterschiedliche, problemadequate Methoden zur Bestimmung der Polarisationsgrade für verschiedene Kreisbeschleunigertypen zu verwenden. Bei Collidern oder in Synchrotronlichtquellen ist für einen gespeicherten Strahl vor allem die Analyse des Gleichgewichtspolarisationsgrads entscheidend und es spielen damit auch Resonanzen höherer Ordnung und der Selbstpolarisationseffekt eine wichtige Rolle. Dahingegen sind bei einer schnellen Energieerhöhung Resonanzen höherer Ordnung zu vernachlässigen und der Effekt der Selbstpolarisation hat keinen Einfluss. Dementsprechend kann bei Simulationen der schnellen Kreuzung einer Resonanz auf die Implementierung der zuvor genannten Effekte verzichtet werden, um eine höhere Leistungsfähigkeit der Simulation zu erzielen.

¹Beschleuniger, die zur Untersuchung von internen Teilchenkollisionen Teilchenstrahlen in Ringen bei einer konstanten Strahlenergie speichern, werden im Folgenden als Collider bezeichnet.

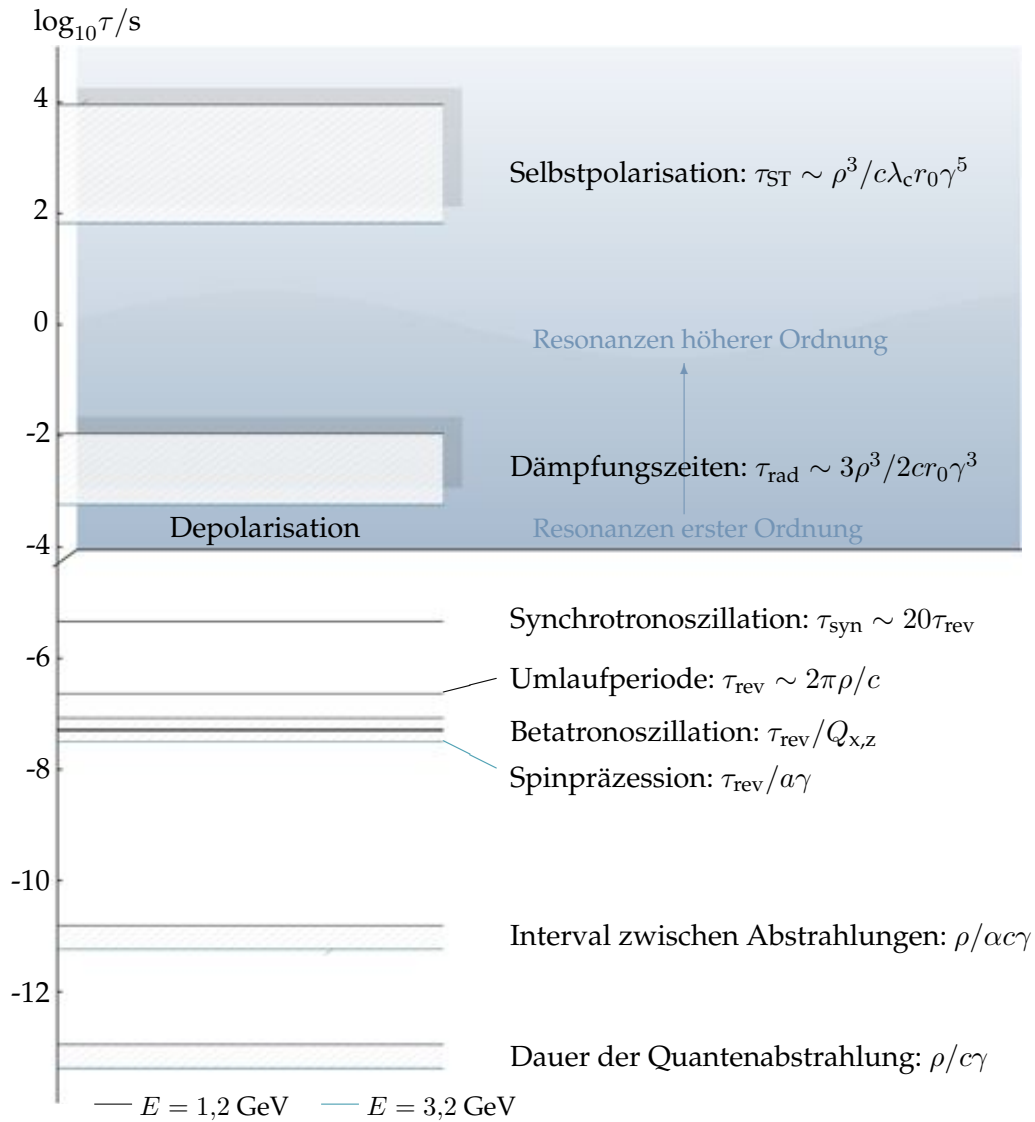


Abbildung 5.1.: Alle Prozesse, die für die Spinbewegung relevant sind, sind gegen eine logarithmische Zeitskala aufgetragen, die sich über 16 Größenordnungen erstreckt. Das Diagramm zeigt die Prozesse für typische Strahlenergien im ELSA Stretcherring und ist [Mon84] nachempfunden, mit: ρ : Ablenkradius, λ_c : Compton-Wellenlänge, r_0 : klassischer Elektronenradius, α : Feinstrukturkonstante, τ_{rev} : Umlaufperiode.

5.1. Anpassung der Thomas-BMT Gleichung

Die Grundlage für die nun folgenden Studien bildet der Wunsch, mit Hilfe einer Simulation aus den gegebenen Parametern wie der Startpolarisation, Strahlenergie, Kreuzungsrate, dem geschlossenen Orbit (gemessen oder berechnet), der Magnetstruktur sowie der zugehörigen Fehlauflösungen eine geeignete Aussage über die Polarisation am Ende des beobachteten Zeitraums treffen zu können. Dabei sind vor allem solche Felder zu beachten, die periodisch auftreten, sich somit nicht wegmitteln und zu einer depolarisierenden Resonanz führen

können.

Im mitbewegten Koordinatensystem ergibt sich aus der Thomas-BMT Gleichung (2.15) unter Vernachlässigung von elektrischen Feldern:

$$\frac{d\vec{s}(t)}{dt} = -ca \cdot \left[\left(\gamma(t)\vec{b}_\perp(t) + \vec{b}_\parallel(t) \right) \times \vec{s}(t) \right] \quad \text{mit:} \quad \vec{b}(t) = \frac{e}{\gamma m_0 c} \vec{B}(t). \quad (5.1)$$

Hierbei werden Magnetfeldstärken \vec{b} eingesetzt. Entsprechend ihrer Multipolentwicklung (vergleiche Gleichungen (2.2) und (2.3)) können die Stärken der Magnelemente energienormiert angegeben werden, zum Beispiel für die vertikale Komponente durch:

$$B_z = \frac{\gamma m_0 c}{e} \frac{1}{R} + \frac{\gamma m_0 c}{e} k \cdot x + \frac{1}{2} \frac{\gamma m_0 c}{e} g x^2 + \dots \quad (5.2)$$

Zum Untersuchen der Resonanzkreuzung ist diese Darstellung vorteilhaft, da Felder in Kreisbeschleunigern synchron mit der Teilchenenergie erhöht werden müssen, um stabile Bahnen zu garantieren. Dadurch kann $\vec{b}(t)$ ausschließlich aus der Optik des Beschleunigers und damit unabhängig von der Strahlenergie bestimmt werden. Dahingegen wird die Kreuzung alleine auf der Basis der variierenden Teilchenenergie beschrieben². So werden Kreuzungsrate sowie longitudinale Teilchenbewegung in Gleichung (5.1) nur durch den Faktor $\gamma(t)$ bestimmt.

Bei der Konzeption des hier vorgestellten Programms liegt der Fokus auf einer geeigneten Modellierung der Effekte der Synchrotronlichtabstrahlung. Wie in Kapitel 6 gezeigt wird, spielt dabei der stochastische Charakter der Abstrahlung eine maßgebliche Rolle. Zwar beeinflussen einzelne Abstrahlungsprozesse die Bewegung der Teilchenspins nur unwesentlich, integriert man aber über alle Abstrahlungen pro Umlauf, so ergibt sich eine nennenswerte und außerdem zufällig verteilte Energieabweichung der Teilchen von der Sollenergie. Um den Endpolarisationsgrad eines Teilchenpaketes bei gegebenen Startparametern möglichst gut nachzubilden, muss über möglichst viele Teilchen integriert werden. Eine zentrale Voraussetzung für erfolgreiche Studien ist demnach die Geschwindigkeit der verwendeten numerischen Methoden. Die Geschwindigkeit skaliert hierbei mit der Leistungsfähigkeit der verwendeten Computerinfrastruktur, sind aber darüber hinaus von der Implementierung abhängig.

5.2. Das Programmpaket POLE

Für die vorliegend diskutierte Anwendung, mit dem Arbeitstitel POLE, wurde C/C++ als Programmiersprache ausgewählt, wobei darauf geachtet wurde auf möglichst wenig externe Bibliotheken zurückzugreifen. Dadurch kann das Programm auf viele unterschiedliche Hardwarekonfigurationen portiert werden. Weiterhin wurde das Programmpaket modular, bestehend aus der Bereitstellung der Magnetfelder BSUPPLY und der eigentlichen Lösungsroutine TBMTSOLVER, aufgebaut. Das Ziel dieses Aufbaus ist in den Ablauf des Programms manuell eingreifen zu können. So besteht ein typischer Ablauf aus zwei wesentlichen Schritten: Auf das Ausführen des Programmteils BSUPPLY folgt die Integration der *Thomas-BMT* Gleichung mit TBMTSOLVER (siehe Abbildung 5.2), dieser Ablauf kann aber auch unterbrochen

²Hierbei wird eine geringe Ungenauigkeit in Kauf genommen, die sich in der Praxis jedoch nicht auswirkt. So müsste im Prinzip zwischen der Energieabhängigkeit der Magnetfelder und der der Teilchen (repräsentiert durch $\gamma(t)$) unterschieden werden, da die Magnetfelder konstant mit der Kreuzungsrate hochrampen und keine zusätzlichen Schwingungen ausführen.

werden, zum Beispiel um die Magnetfeldspektren nachträglich zu editieren oder um Spektren zu benutzen deren, Quelle nicht BSUPPLY ist.

In diesem Kapitel werden beide Module einschließlich der jeweiligen Anforderungen, die an das Programm gestellt werden, erläutert. Im Abschluss des Kapitels werden prinzipielle Funktionsweisen und Limitierungen des Programms dargestellt.

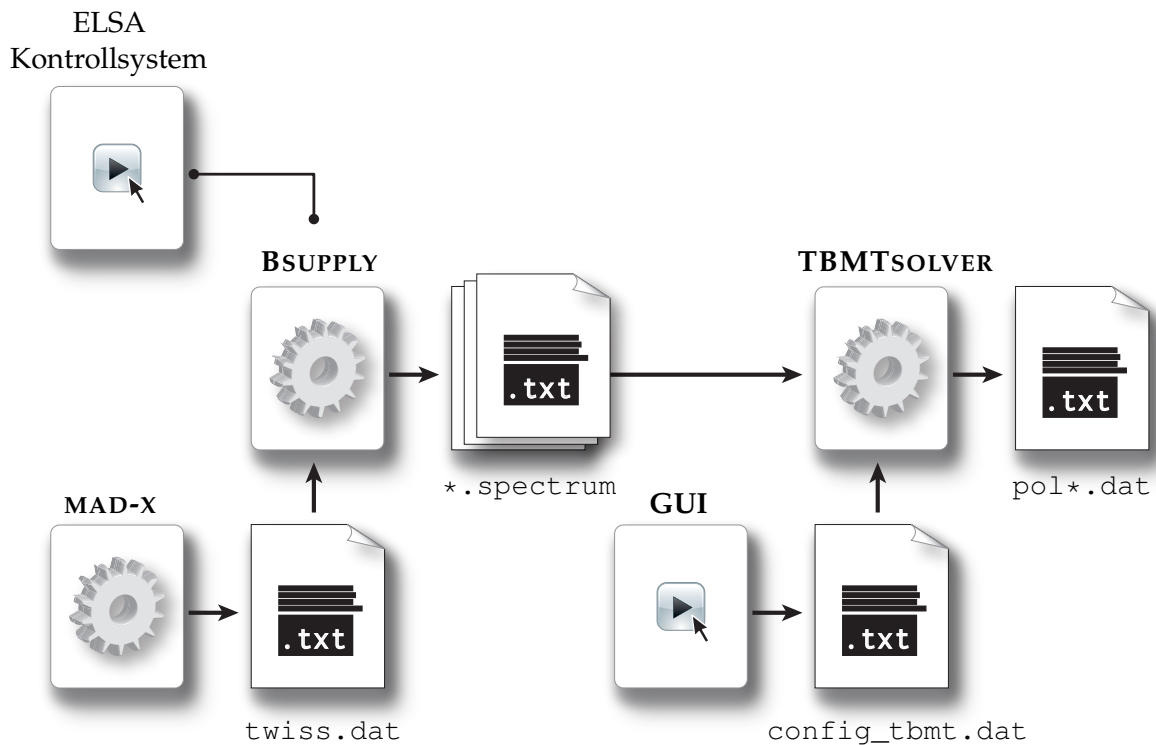


Abbildung 5.2.: Diagramm der Aufrufkette von POLE. Eine detailliertere Darstellung und Erläuterung folgt in Kapitel 5.2.2 und 5.2.3.

5.2.1. Anforderungen

Innerhalb einer Nachbeschleunigungsphase im ELSA Stretcherring von ungefähr 0,3 Sekunden durchlaufen, je nach gespeichertem Strahlstrom, $10^{10} - 10^{11}$ Elektronen pro Elektronenpaket gut eine halbe Millionen mal die Magnetstruktur, bis sie schließlich nach und nach über mehrere Sekunden hinweg zum externen Experiment hin extrahiert werden. Diese Größenordnungen dienen als Referenz und bilden somit die grundlegende Anforderungen, die vom Programm abgedeckt werden sollen. Insbesondere zur Simulation solcher Szenarien soll das Programmpaket POLE in Zukunft eingesetzt werden. Im speziellen Fall der Simulation des ELSA Stretcherrings gibt die Dauer der Polarisationsmessung – mittels der Comptonpolarimetrie oder der des Möller-Polarimeters – die obere Schranke für die Dauer eines vollständigen

Simulationsdurchgangs vor, da beabsichtigt ist die Simulationsergebnisse simultan mit gemessenen Polarisationswerten abzugleichen. Dabei ist eine möglichst große Flexibilität der Simulationsvorgaben eingeplant. So sollen einzelne Effekte, wie zum Beispiel die Synchrotron- und Betatronoszillation, optional voneinander getrennt werden können, auch wenn sie auf natürliche Weise gekoppelt sind. Infolge dessen kann der Einfluss der beiden Effekte auf die Spinbewegung separiert voneinander untersucht werden. Erst dadurch können Vereinfachungen der Modelle validiert werden, um letztendlich die Leistungsfähigkeit der Methode, bei gleichzeitigem Erhalt der Funktionalität, zu erhöhen.

Von großer Bedeutung ist hierbei die spektrale Analyse der Magnetfelder. Diese Analyse birgt große Potentiale zur Verbesserung der Leistungsfähigkeit durch eine geeignete Wahl der Spektralbereiche. An die verschiedenen Vereinfachungen werden Konvergenzkriterien geknüpft, die in Kapitel 5.3 zusammengefasst sind. Über die reine Funktionsweise hinaus, soll das Programmpaket einem breiten Benutzerkreis einfach zugänglich sein, weswegen eine grafische Oberfläche entwickelt wurde. Die nachfolgenden Punkte fassen die Anforderungen zusammen, die bei der Simulation des Polarisationsgrades erfüllt sein sollen:

- frei wählbare Beobachtungszeiträume mit beliebiger Zeitauflösung;
- vorgebbare Genauigkeiten (Größe des Spektralbereichs und der Integrationsauflösung);
- Möglichkeit der Mittelung über hinreichend viele Teilchenspins (>100 Teilchen);
- einfache Implementierung verschiedener Abstrahlungsmodelle;
- über eine Eingabedatei anpassbare Beschleunigerkonfigurationen;
- Bestimmung des Polarisationsgrades, wahlweise beruhend auf simulierten oder gemessenen Strahlablagen (Anbindung an das Kontrollsystem von ELSA);
- Laufzeitoptimierung mit Hilfe aktueller Technologien (Parallelisierung unter C++);
- Entwicklung einer grafischen Oberfläche zur Verkürzung der Einarbeitungszeit.

5.2.2. Import der Magnetfelder durch POLE: BSUPPLY

Die Entwicklung des Programmpaketes POLE fand wesentliche Unterstützung durch die Masterarbeit [Sch12], in der BSUPPLY detailliert beschrieben ist. Im Rahmen der letztgenannten Arbeit wurde eine automatisierte Berechnung des Magnetfeldspektrums auf Basis der Anordnung und Stärke der Beschleunigermagnete erarbeitet. Dabei sind die vertikalen, horizontalen und longitudinalen Magnetfelder entsprechend der Gleichung (5.1) energienormiert im Ruhesystem der Teilchen angegeben.

Im derzeitigen Entwicklungsstadium liegt der Fokus der Untersuchungen auf der Studie von Imperfektionsresonanzen. Die Stärke dieser Resonanzen kann alleine aus der Schwerpunktsbewegung bestimmt werden, gleichzeitig ist es die Resonanzart, die sich im ELSA Stretcherring am stärksten auswirkt. Da die Magnetfelder abhängig von der Teilchentrajektorie sind, muss diese bekannt sein. Zur Messung der Strahlablage im ELSA Stretcherring werden sogenannte Strahllagemonitore benutzt. Bei diesen Monitoren kann der Ladungsschwerpunkte über vier symmetrisch verteilte Elektroden gemessen werden. Der Strahl induziert auf diesen Elektroden

eine Spannung, die jeweils von den transversalen Ablagen abhängig ist. Aus der Kombination aller Elektroden Spannungen kann die transversale Position des Ladungsschwerpunktes bestimmt werden. In jedem der 32 Quadrupole im Stretcherring ist ein Strahlagemonitor eingebaut, deren zeitliche Auflösung eine Millisekunde beträgt. So können Untersuchung der Imperfektionsresonanzen für den ELSA Stretcherring anhand optischer Simulationen oder anhand tatsächlich gemessener Strahlablagen mittels einer direkten Anbindung an BSUPPLY durchgeführt werden. Die Abbildung 5.3 stellt die Funktionsweise des Programmteils BSUPPLY dar:

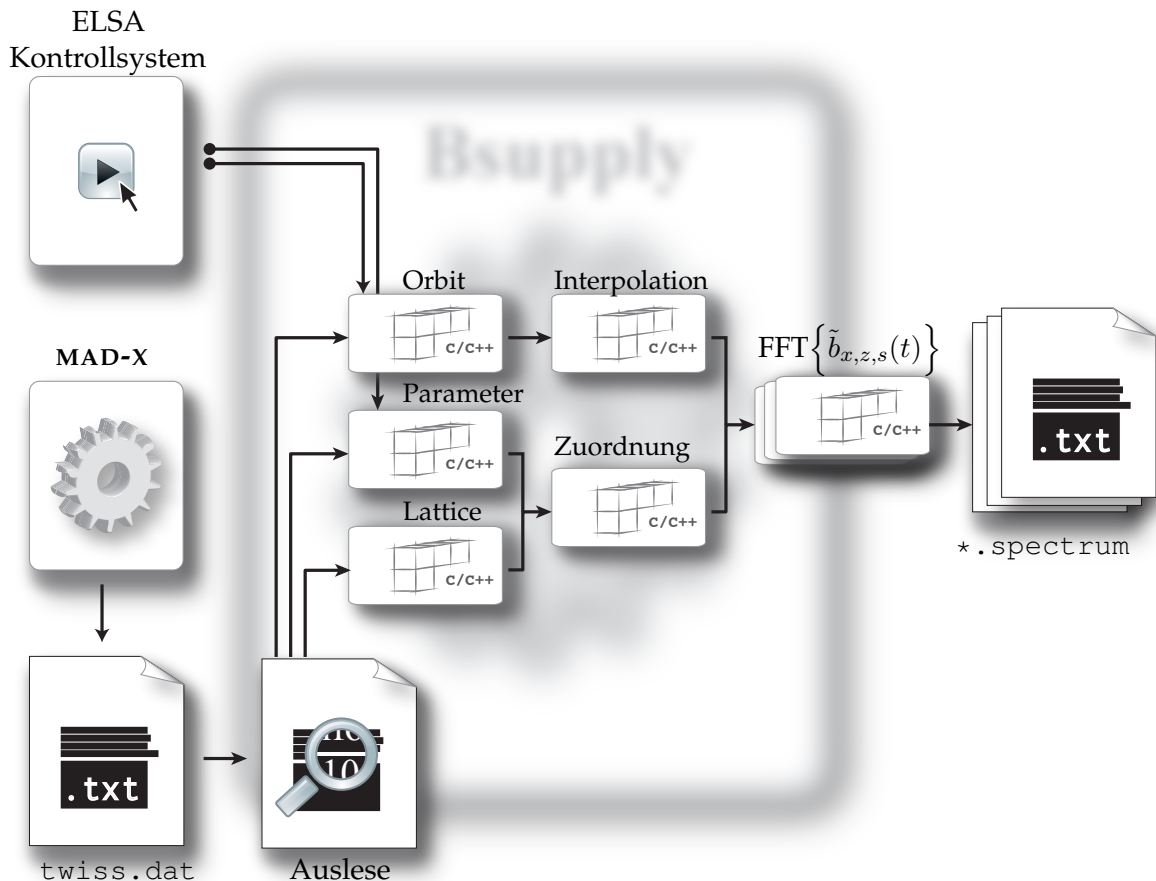


Abbildung 5.3.: Detailliertes Diagramm zum Programmablauf von BSUPPLY (vergleiche Abbildung 5.2).

Ob bei der Simulation (MAD-X) oder bei der Messung der tatsächlichen Strahlablagen (ELSA Kontrollsystem), in beiden Fällen muss die Anordnung der Magnete vorgegeben sein, um auf die wirkenden Magnetfelder schließen zu können. Da sich das Programm MAD-X im Bereich der optischen Analyse etabliert hat und somit für eine Vielzahl von Kreisbeschleunigern eine formatierte Ein- wie Ausgabedatei (**twiss.dat**) vorliegt, wird dieses Format auch als Standardformat für BSUPPLY verwendet. In dieser Datei liegen Informationen über die benötigten Beschleunigerparameter (Parameter) und über die geschlossene Bahn des Ladungsschwerpunktes (Orbit) vor, die aber auch wahlweise aus dem Kontrollsystem ausgelesen werden können.

Die Konvertierung der Daten (Auslese) übernimmt BSUPPLY. Dabei ist die Information über die Anordnung der Magnetstruktur (Lattice³) zwingend notwendig und findet durch die Auslese der Datei `twiss.dat` statt. In Verbindung mit den spezifischen Beschleunigerparametern kann daraus ein positions- und ablageabhängig wirkendes Magnetfeld zugeordnet werden (Zuordnung). Dazu wird ein Interpolationsalgorithmus benutzt, der die Ablagen zwischen den bekannten Messpositionen in zweiter Ordnung berechnet. Diese Interpolation ist notwendig, da die Stützpunkte der Ablagen nicht zwangsläufig äquidistant entlang des Rings verteilt sind, was aber wiederum die Voraussetzung für die daraufhin stattfindende diskrete Fouriertransformation der Magnetfeldstärken ($\text{FFT}\{\tilde{b}_{x,z,s}(t)\}$) ist. Der Vorteil dieser Darstellung liegt in der Möglichkeit der Filterung der Daten. Darüber hinaus führen nur periodisch wirkende Felder zu einer resonanten Anregung der Spinbewegung und so bietet sich eine problembezogene Analyse auf der Basis des Frequenzspektrums an. Wie sich in Kapitel 5.3 zeigt, ist dabei die Berücksichtigung hoher Frequenzanteile für lange Beobachtungszeiträume nicht zwingend erforderlich, führt aber zu einem deutlichen Anstieg der Berechnungszeit.

5.2.3. Numerische Lösung durch POLE: TBMTSOLVER

Es ist ein leistungsfähiger Algorithmus notwendig, um dem tatsächlichen Verhalten eines Spinensembles vieler Teilchen unter den in Kapitel 5.2.1 beschriebenen Umständen in Kreisbeschleunigern mittels numerischer Analyse nahe zu kommen. Die schrittweise Integration nach *Runge-Kutta* ist für diesen Zweck geeignet. Der in C++ programmierte und hier benutzte Quellcode geht dabei zurück auf [Hei92]. In diesem Fall ist die Schrittweitensteuerung automatisiert, so dass das Ergebnis des jeweiligen Integrationsschrittes bis auf eine vorzugegebene Genauigkeit λ exakt ist. Um weiterhin die Simulationsergebnisse einzelner Spins zu einem Polarisationsvektor zusammenfassen zu können, ist eine Interpolation der Integrationsergebnisse notwendig, da die Simulationsergebnisse nur zu exakt gleichen Zeitpunkten gemittelt werden dürfen. Dies ist aufgrund der adaptiven Schrittweitensteuerung ohne eine Interpolation nicht möglich, weil die Integrationsschritte für verschiedene Simulationen unterschiedlich lang sein können. Auch diese Interpolationsfunktion ist bereits im Quellcode enthalten. Die iterative Vorgehensweise des Runge-Kutta Verfahrens verlangt nach kontinuierlichen Funktionen; nur so ist sichergestellt, dass jeder Integrationsschritt ausgeführt werden kann. Beim Programmpaket POLE wurde die Parametrisierung nach der Zeit t gegenüber der Position im Kreisbeschleuniger bevorzugt, um sowohl kurze Prozesse (einzelne Umläufe) als auch lange Prozesse (Durchlaufen einer Resonanz) vollständig beschreiben zu können. Nach Gleichung (5.1) sind die zeitabhängigen Magnetfeldstärken $\tilde{b}_{x,z,s}(t)$ und der zeitabhängige Lorentz-Faktor $\gamma(t)$ voneinander separiert. Die Funktionen $\tilde{b}_{x,z,s}(t)$ werden aus der diskreten Fouriertransformation gewonnen, deren Daten in Form von Koeffizienten, Phasen und Frequenzen nach der geschwindigkeitsoptimierten, diskreten Fouriertransformation $\text{FFT}\{\tilde{b}_{x,z,s}(t)\}$ in die Dateien `*.spectrum` geschrieben werden und danach für das Modul TBMTSOLVER zur Verfügung stehen. Für den zeitabhängigen Lorentz-Faktor:

$$\gamma(t) = \gamma_{\text{lin}}(t) + \gamma^*(t) \tag{5.3}$$

sind dagegen unterschiedliche Modelle im Programm TBMTSOLVER wählbar, die sowohl die lineare Energieerhöhung $\gamma_{\text{lin}}(t)$ als auch die longitudinalen Einzelteilchenbewegungen

³In diesem Zusammenhang ist Lattice (aus dem Englischen für Gitter; Netz) die übliche Bezeichnung für die Magnetstruktur.

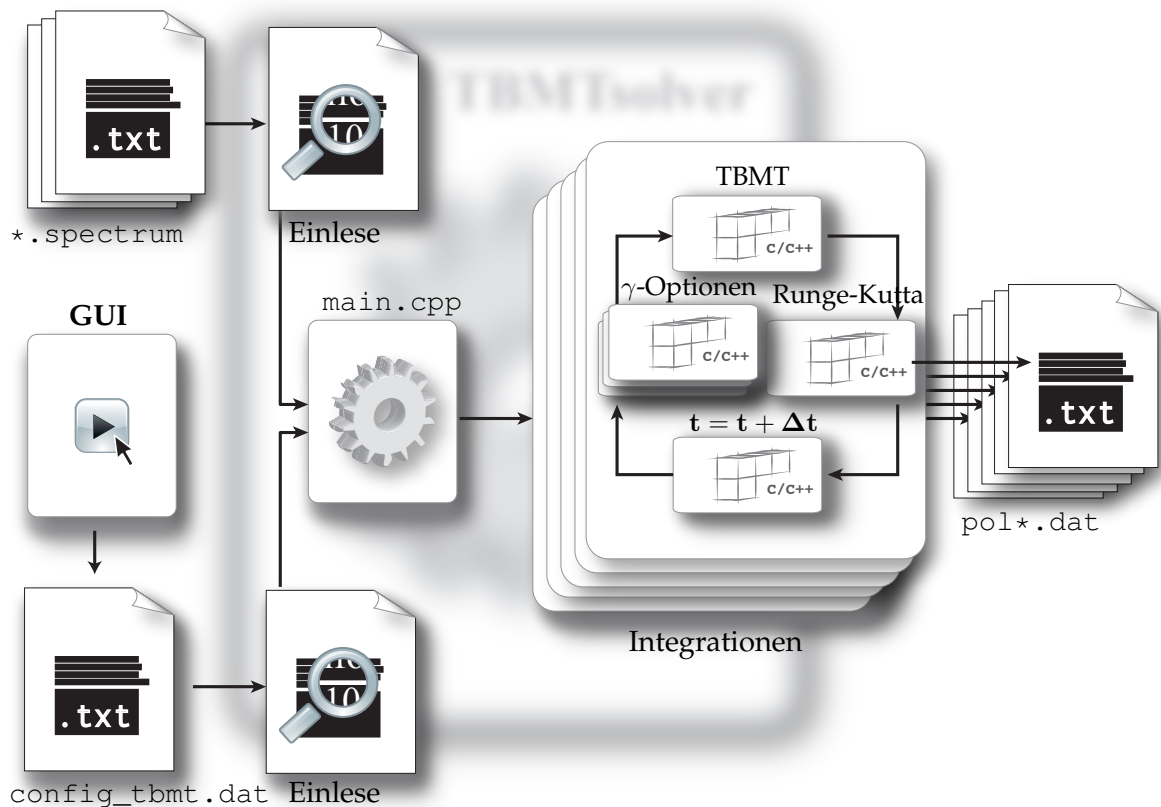


Abbildung 5.4.: Detailliertes Diagramm zum Programmablauf des POLE-Bestandteils TBMTSOLVER (vergleiche Abbildung 5.2).

(zum Beispiel Synchrotronoszillationen) $\gamma^*(t)$ beschreiben. Im Folgenden werden diese Modelle als γ -Optionen bezeichnet. Abbildung 5.4 ist der schematische Ablauf des Programmteils TBMTSOLVER zu entnehmen. Dieser Programmteil wird über eine Konfigurationsdatei (`config_tbmt.dat`) eingestellt, die eine Speicherung der Einstellung ermöglicht, aber auch manuell modifiziert, oder mit Hilfe von Skripten bearbeitet werden kann.

Die GUI

Um einen benutzerfreundlichen Zugang zum Programm zu gewährleisten wurde eine Grafische Oberfläche (**GUI**) entworfen, so dass alternativ eine manuelle Einstellung oder Modifikation der Datei `config_tbmt.dat` vorgenommen, oder mit der grafischen Oberfläche gearbeitet werden kann. Um Ergebnisse reproduzieren zu können, werden einzelne Simulationsabläufe als Projekte gespeichert. Außerdem ist die Oberfläche handbuchartig aufgebaut, so dass die Funktionsweise parallel zur eigentlichen Ausführung des Programms nachvollzogen werden kann. Dabei wird neben verschiedenen, automatisch erstellbaren Graphen, der Status

der Simulation angezeigt⁴. Anhang ... zeigt die auf Qt (Version 4) aufbauende Oberfläche (vergleiche [BS06]).

Die Konfigurationsdatei config_tbmt.dat

Mittels der Konfigurationsdatei werden grundlegende Einstellungen des TBMTSOLVERS vorgenommen. Sie dient der Einstellung der Lösungsroutine, gleichzeitig werden in ihr die Parameter von bereits durchgeführten Simulationen innerhalb der Projektstruktur gespeichert. In Abbildung 5.5 ist eine Beispieldatei dargestellt, die den momentanen Stand der benötigten Parameter und Informationen wiedergibt. Die Konfigurationsdatei wird hier in fünf Blöcke

```
# TBMT-Solver config-file of Thu Apr 18 2013

# GUI informations:
# ProjectFolder: /home/elsa/Simulation/GUI/test_project/
# OriginVspec: /home/elsa/Projekte/pole/test/inout/vertical.spectrum
# OriginHspec: /home/elsa/Projekte/pole/test/inout/horizontal.spectrum
# OriginLspec: /home/elsa/Projekte/pole/test/inout/longitudinal.spectrum
# NumberCores: 12

# TBMT-Solver informations:
# InitialEnergy: 1.30 [GeV]
# RampingSpeed: 4.0 [GeV/s]
# TimeStart: 0.000 [s]
# TimeStop: 0.012 [s]

# GammaOption: 0
# MeanBendingRadius: 10.96 [m]
# RevolutionFrequency: 1.824 [MHz]
# MomentumCompaction: 0.6
# DampingPartition_s: 2.0
# NumberKseeds: 20
# harmon: 274
# MADXCavityVoltage: 1.0 [MV]
# TimeRampStop: 0.3 [s]
# ExtractionEnergy: 5.5 [a*gamma]

# Accuracy: 1.0e-6
# InitialTimeStep: 1.0e-7 [s]
# OutputTimeStep: 1.0e-5 [s]

# StartPolarization: 0.73
# Direct_x: 0.0
# Direct_z: 1.0
# Direct_s: 0.0
# NumberParticles: 12

# AmplitudeBehaviour: linear
# AmpArg1: 3
# AmpArg2: 3
# FrequencyBehaviour: linear
# FreqArg1: 0
# FreqArg2: 92400
# PhaseBehaviour: linear
# PhasArg1: 0
# PhasArg2: 0

# particle Px_in Pz_in Ps_in gamma_option KSEEDindex Amplitude Phase Frequency
1 -0.5919 0.7300 0.3417 1 0 3.00000 0.0 0.0
2 -0.3417 0.7300 0.5919 1 0 3.00000 0.0 8400.0
3 -0.0000 0.7300 0.6834 1 0 3.00000 0.0 16800.0
4 0.3417 0.7300 0.5919 1 0 3.00000 0.0 25200.0
5 0.5919 0.7300 0.3417 1 0 3.00000 0.0 33600.0
6 0.6834 0.7300 0.0000 1 0 3.00000 0.0 42000.0
7 0.5919 0.7300 -0.3417 1 0 3.00000 0.0 50400.0
8 0.3417 0.7300 -0.5919 1 0 3.00000 0.0 58800.0
9 0.0000 0.7300 -0.6834 1 0 3.00000 0.0 67200.0
10 -0.3417 0.7300 -0.5919 1 0 3.00000 0.0 75600.0
11 -0.5919 0.7300 -0.3417 1 0 3.00000 0.0 84000.0
12 -0.6834 0.7300 -0.0000 1 0 3.00000 0.0 92400.0
```

Abbildung 5.5.: Exemplarische Konfigurationsdatei des TBMTSOLVER's.

⁴Die Simulation einzelner Spins kann mitunter, abhängig von der gewünschten Genauigkeit und von der Länge des beobachteten Zeitraums, mehrere Stunden dauern.

unterteilt.

- Zunächst wird der relative oder absolute Pfad zu den benutzten Spektren benötigt. Darüber hinaus ist es notwendig die Anzahl N_{Kerne} der parallel auszuführenden Integrationen vorzugeben (weiter unten im Kapitel wird dies genauer beschreiben).
- Als Eingangsparameter werden die Energie des Sollteilchens, stellvertretend für den Elektronenstrahl, sowie die Energieerhöhung pro Sekunde angegeben⁵. Aus diesen Informationen wird eine Funktion zur Beschreibung des linearen Anstiegs der Strahlenergie γ_{lin} generiert. Außerdem wird in diesem Block der Beobachtungszeitraum festgelegt.
- Je nach Wahl der γ -Option werden unterschiedliche Modelle für $\gamma^*(t)$ verwendet. Für diese ist die Einstellung der korrekten Strahleigenschaften erforderlich (eine detaillierte Beschreibung der γ -Optionen folgt in Kapitel 6).
- Die Einstellung des Runge-Kutta Verfahrens erfolgt über die Vorgabe für die Genauigkeit λ , die Länge des ersten Integrationsschrittes Δt_{start} und der Interpolationsschrittweite für die zeitliche Auflösung der Ausgabe des Programms.
- Zuletzt folgt die Angabe der Eingangsparameter der Einzelteilchen. Dazu gehört insbesondere die Ausrichtung der Spins der einzelnen Teilchen. Standardmäßig werden die Spins auf einem Kegel verteilt. Hierbei kann die Richtung des Kegels – also die Richtung des Polarisationsvektors – als Vektor beliebiger Länge angegeben werden. Die Projektion der Einzelspins auf diese Achse entspricht dem Polarisationsgrad des Teilchenensembles, da sich alle senkrechten Komponenten beim Kegel im Mittel aufheben. Abbildung 5.6 zeigt diesen Fall. Hinzu kommt die Angabe der für das jeweilige Teilchen angewendeten γ -Option. Die Spalten mit der Bezeichnung `KSEEDindex`, `Amplitude`, `Phase` und `Frequency` gehören in Teilen zu den γ -Optionen und werden weiter unten beschrieben.

Die Funktion `main`

Ein wesentlicher Vorteil bei der Berechnung der Spindynamik mit Hilfe des `TBMTSOLVERS` ist die Ausnutzung von Multikernprozessoren. So können parallel zueinander mehrere Teilchen gleichzeitig berechnet, respektive die schrittweise Integration der Gleichung (5.1) für unterschiedliche Anfangsbedingungen ausgeführt werden. Der Geschwindigkeitszuwachs der Simulation steigt durch die Parallelisierung annähernd linear mit der Anzahl der beteiligten Prozessorkerne N_{Kerne} und mit der Taktfrequenz des Prozessors. Dies stellt sicher, dass die Simulation auch zukünftige Computerhardware ausreizen kann⁶. Dabei ist die übergeordnete Funktion `main` von tragender Rolle. Neben dem Einlesen der Magnetfeldkonfiguration und der Simulationsparameter übernimmt diese Funktion die Zuordnung der verwendeten Kerne zu der jeweiligen für sich gekapselten Integrationsumgebung. Ist die Integration für ein Teilchen vollständig abgeschlossen und damit der dazugehörige Kern unbelastet, wird die nächste freie Integration diesem Kern zugewiesen, soweit dies in der Konfigurationsdatei vorgesehen ist.

⁵Es ist hierbei möglich die Kreuzungsrate auf Null zu setzen und damit einen gespeicherten Strahl zu simulieren.

⁶Mittlerweile ist es auch in der Wissenschaft gängige Praxis die Rechenkapazität der Grafikkarte auszunutzen. Erste Tests diesbezüglich zeigten jedoch, dass sich durch die zusätzliche Verwendung der Grafikkartenprozessoren (mit momentan bis zu 1500 Kernen) im Rahmen des hier vorgestellten Programms keine wesentlichen Vorteile ergeben.

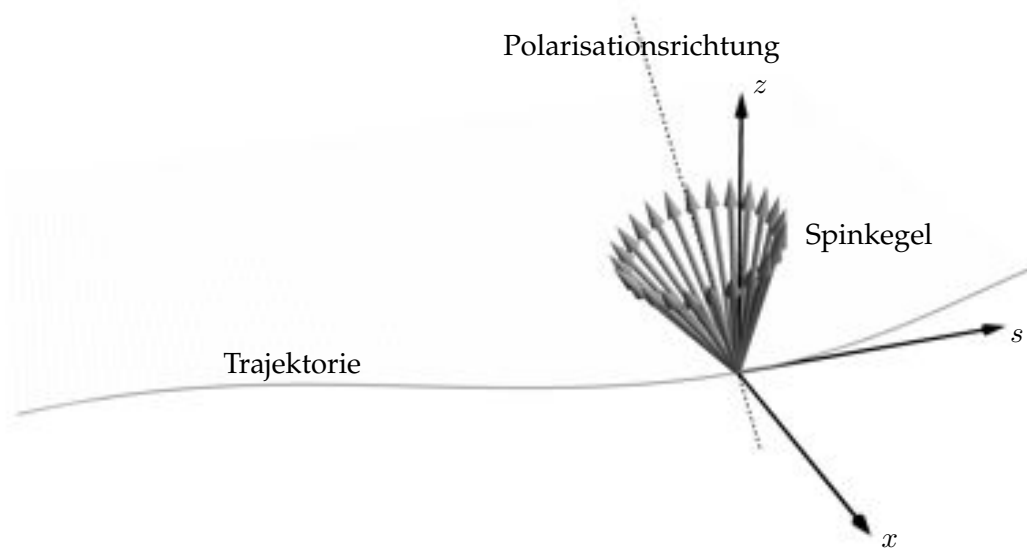


Abbildung 5.6.: Darstellung des Spinkegels, der sowohl den Polarisationsgrad (Länge des Gesamtpolarisationsvektors) als auch die Ausrichtung des Spinensembles (Richtung des Gesamtpolarisationsvektors) im mitbewegten Koordinatensystem beschreibt.

Integration

Die Integration der Gleichung (5.1) verläuft in dem hier vorgestellten Programmteil iterativ nach Runge-Kutta [Hei92]. Aus den zunächst diskreten Datenpunkten $(\tilde{b}_{\square,n}, f_n, \varphi_{\square,n})$ im Spektrum der Magnetfeldstärken wird an dieser Stelle durch die Bildung einer Fourierreihe der funktionale Zusammenhang⁷:

$$\tilde{b}_{\square}(t) = \sum_{n=0}^{\max} \tilde{b}_{\square,n} \cos(2\pi f_n t + \varphi_{\square,n}) \quad \text{mit: } \square = x, z, s. \quad (5.4)$$

Dieser stetige Zusammenhang ist notwendig, damit bei der adaptiven Schrittweitensteuerung keine Funktionssprünge auftreten, was eine automatisierte Fehlerabschätzung verhindern würde. Neben den Magnetfeldstärken muss auch die Energieabhängigkeit in Form von $\gamma(t)$ für jede Schrittweite (Δt) definiert sein. Die Modellierung dieser Energieabhängigkeit unter Berücksichtigung der Energieerhöhung des Strahls γ_{lin} und der Synchrotronlichtabstrahlung γ^* ist ein zentraler Bestandteil des Programms. Derzeit stehen routinemäßig vier verschiedene Modelle zur Verfügung. Eine detaillierte Beschreibung dieser Modelle folgt in Kapitel 6. Mit Hilfe der beiden zeitabhängigen Funktionen kann der Iterationsschritt (TBMT) entsprechen Gleichung (5.1) durchgeführt werden. Das Ergebnis eines erfolgreichen Integrationsschrittes, dessen Fehlerabschätzung innerhalb der geforderten Genauigkeit $\pm\lambda$ liegt, wird in der Datei `polarization*.dat` im Klartext ausgegeben – in dieser Notation steht das Zeichen „*“ für die Nummerierung des jeweiligen Teilchens. Hierfür werden die Polarisationswerte nach einer im Quellcode integrierten Interpolationsmethode berechnet und entsprechend der Vorgabe für die Zeitabstände ausgegeben. Dies ist von großer Bedeutung für die Mittelung der einzelnen Polarisationswerte zu einem Gesamtpolarisationswert. Zusätzlich zu den Polarisationskompo-

⁷Für die Untersuchung von Imperfektionsresonanzen gilt im Übrigen $\omega_n = n \cdot \omega_u$.

nenten der einzelnen Teilchen wird eine Datei erstellt, in der die über alle Teilchen gemittelten Polarisationskomponenten angegeben werden.

5.3. Überprüfung des Programmpaketes

Derzeit besteht der Quellcode des Programms POLE aus gut 5000 C/C++-Programmzeilen. Die Leistungsfähigkeit dieser Programmierung wurde über eine Visualisierung mit dem sogenannten *profiling tool* CALLGRIND [NS07] überprüft und sukzessive optimiert. Mit Hilfe des letztgenannten Werkzeuges kann die Anzahl der Aufrufe einzelner Funktionen über einen Programmdurchlauf hinweg aufgezeichnet werden. Denjenigen Funktionen, die besonders häufig aufgerufen werden, muss besondere Aufmerksamkeit in Hinblick auf ihr Optimierungspotential geschenkt werden. Die Abbildung 5.7 stellt schematisch den Anteil derjenigen Funktionen hierarchisch dar, die einen Großteil der Gesamtaufrufe ausmachen. Dabei dominiert die `cos()`-Funktion. Dies erklärt sich dadurch, dass die Bildung der Fourierreihe der Magnetstärken nach Gleichung (5.4) in jedem Integrationsschritt ausgeführt werden muss und so einen Hauptteil der gesamten CPU-Zeit in Anspruch nimmt.

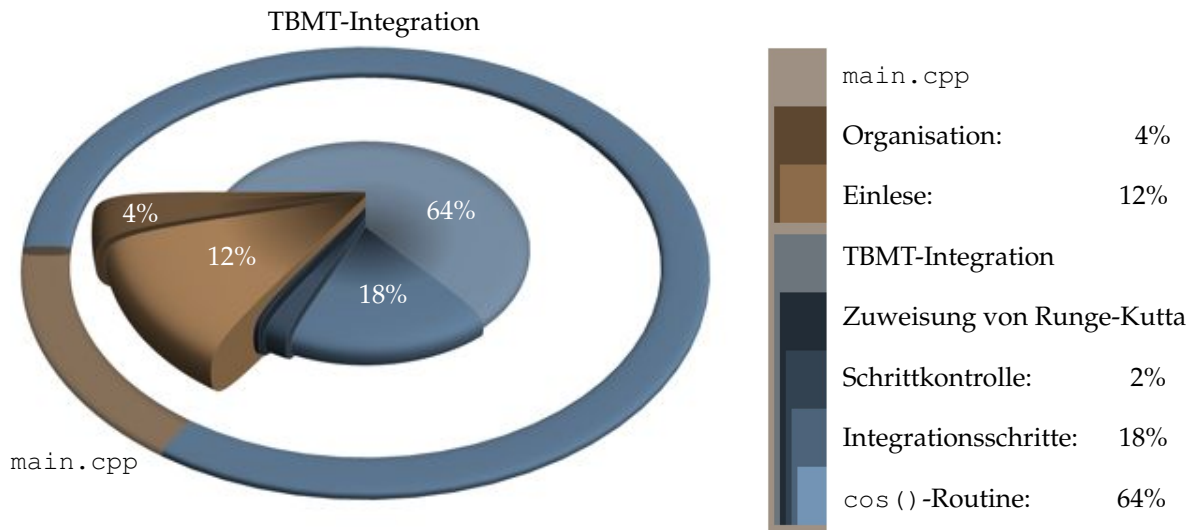
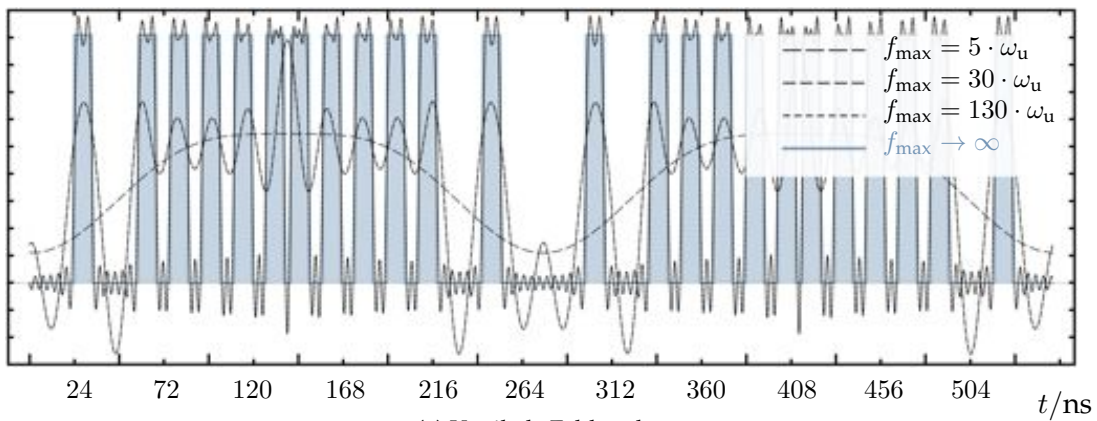


Abbildung 5.7.: Schematisches Sektor diagramm zur Häufigkeit der aufgerufenen Funktionen. Die Darstellung ist hierarchisch angeordnet, wobei höhere und längere Sektoren repräsentativ für in der Programmhierarchie höher stehende Funktionen sind.

Entsprechend der Programmhierarchie und ergänzend zu den Beschreibungen im vorangegangenen Kapitel lässt sich der Aufbau des Programmteils TBMTSOLVER wie folgt beschreiben: Die `main` Funktion ist die übergeordnete Funktion, die einerseits die Konfiguration einliest, andererseits die Organisation der parallel ablaufenden Integrationen übernimmt. Bei jedem dieser parallel ablaufenden Prozesse führt die *Runge-Kutta* Routine die Integrationsschritte iterativ aus, begleitet von der Schrittkontrolle entsprechend der vorgegebenen Genauigkeit. Je nach oberer Grenzfrequenz, der Länge des Beobachtungszeitraums oder der gewählten γ -Funktion, verschieben sich jedoch die angegebenen Prozentwerte zu Gunsten der `cos()`-Funktion. Insbesondere komplexere Synchrotronlichtmodelle in Form der γ -Funktionen beanspruchen mehr CPU-Zeit und führen so zu einer Veränderung der exemplarisch angegebenen Prozentwerte.

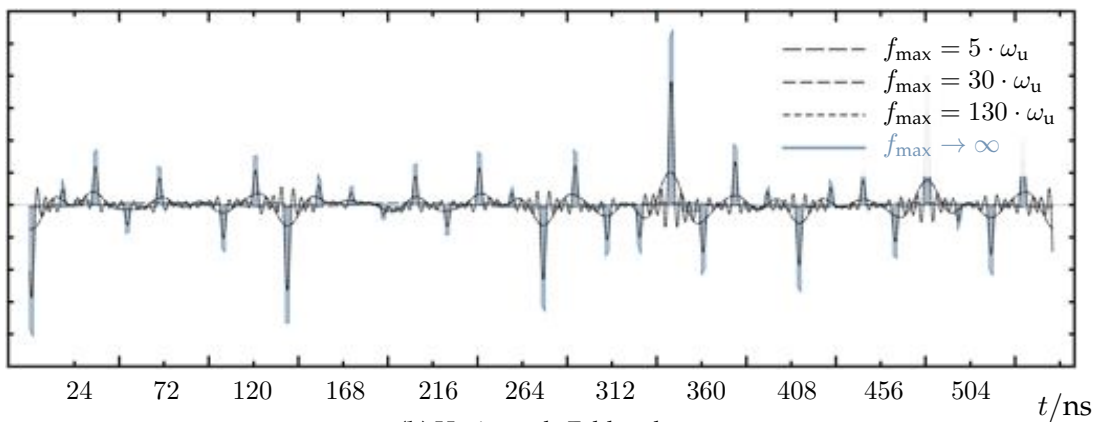
Im Folgenden wird neben der Überprüfung grundlegender Funktionsweisen des Programms, auf die Maßnahmen eingegangen, die zur Laufzeitoptimierung herangezogen wurden. Außer den verschiedenen Modellen zur Simulation von Synchrotronlichteffekten wurde eine weitere Vereinfachung vorgenommen, die die Geschwindigkeit der Simulation maßgeblich verbessert. Das Filtern der Magnetfeldstärken im Frequenzraum ist mit einem Geschwindigkeitszuwachs der Simulation verbunden, der linear von der Anzahl der berücksichtigten Frequenzen abhängt. In Abbildung 5.8 ist das Ergebnis dieses Filtervorgangs für die transversalen Magnetfeldstärken und für unterschiedliche Filterbreiten dargestellt. Diese werden durch die Grenzfrequenz f_{\max} definiert, oberhalb derer keine Anteile berücksichtigt werden.

$\tilde{b}_z/\text{a.u.}$



(a) Vertikale Feldstärke

$\tilde{b}_x/\text{a.u.}$



(b) Horizontale Feldstärke

Abbildung 5.8.: Transversale Magnetfeldstärken $\tilde{b}_{\square}(t)$ in beliebiger Einheit (a.u.) für einen gestörten Orbit aus BSUPPLY (vergleiche [Sch12]). Aufgrund von Gradientenfeldern (zum Beispiel in Quadrupolen) ist die horizontale Feldverteilung vom Orbit abhängig. Die Abbildungen zeigen eine exakte Feldverteilung $f_{\max} \rightarrow \infty$, sowie approximierte Feldverteilungen für unterschiedliche Grenzfrequenzen.

Für die nun folgenden, exemplarischen Konvergenzstudien ist es naheliegend, die Anordnung der Magnetstrukturen des ELSA-Stretcherrings samt der typischen Einstellungen als Beispiel anzunehmen, die auch schon der Abbildung 5.8 zugrundeliegen. Basierend darauf werden die Magnetfeldstärken automatisiert durch BSUPPLY ermittelt und unter der Annahme einer

linearen Energieerhöhung γ_{lin} an den TBMTSOLVER weitergegeben.

Der Verlauf der vertikalen Felder ist im Allgemeinen weitestgehend unabhängig von der Teilchenablage, da in dieser Ebene die Magnetfelder der führenden Dipole dominieren. Diese Felder sind zudem weitaus stärker als die Felder in der horizontalen Ebene (siehe Abbildung 5.8) und bestimmen so die Grundausrichtung respektive die Hauptpräzessionsachse der Spins. In diesem Fall kann basierend auf der vertikalen Feldverteilung die Periodizität $P = 2$ des Beschleunigers ab einer oberen Grenzfrequenz von $f_{\text{max}} = 5 \cdot \omega_u$ dargestellt werden. Ab einer oberen Grenzfrequenz von $f_{\text{max}} = 30 \cdot \omega_u$ kann die Missing-Magnet Struktur (vergleiche hierzu Kapitel 3.4) des Stetcherrings erkannt werden. Bei noch höheren Grenzfrequenzen können einzelne Dipole und deren Kanten sowie die magnetfreien Zwischenstücke aufgelöst werden. Für die Untersuchung von Imperfektionsresonanzen ist lediglich die Schwerpunktbewegung relevant, die wiederum umlaufperiodisch ist. Während das vertikale Feld weitestgehend unabhängig vom Orbit ist, weist die horizontale Feldverteilung eben jene Abhängigkeit auf. Beispielsweise führt eine vertikale Ablage aufgrund der Schwerpunktbewegung in den Quadrupolen dazu, dass die horizontalen Magnetfelder mit den Teilchenspins wechselwirken. In Abbildung 5.8b sind die horizontale Magnetfeldstärken dargestellt. Quellen dieser Felder sind primär die Quadrupole und zusätzliche Felder von Korrektordipolen. Die vertikalen Korrektordipole werden unter anderem genutzt, um die Ablagen der Elektronenpakete zu minimieren. Diese Ablagen werden zum Beispiel durch Verdrehungen der Dipole verursacht. In dem gezeigten Beispiel wurden den Dipolen zufällige, *Gaußförmig* verteilte Verdrehungen zugeordnet (vergleiche [Sch12]), wodurch der Orbit einerseits gestört wird, es aber andererseits auch zu einer zusätzlichen Beeinflussung der Spinbewegung in den Dipolen kommt.

Die Auswirkung der vorgestellten Filterung spiegelt sich auch in der Bewegung einzelner Spins wieder, was gleichzeitig zur Validierung des vorgestellten Algorithmus herangezogen werden kann. In Abbildung 5.9 ist die Spinbewegung eines einzelnen Teilchens beispielhaft für einen Umlauf des ELSA-Stretcherrings dargestellt. Dieser Spin zeigt zu Beginn des Umlaufs vollständig in die horizontale Richtung und präzediert in der Folge um die vertikale Achse. Im einfachsten Fall eines konstanten, vertikalen Magnetfeldes präzediert der Spin gleichförmig in der Beschleunigerebene; in der Abbildung 5.9 ist dies für $a\gamma = 3$ veranschaulicht. Die exakte Darstellung der Lattice-abhängigen Spinbewegung zeichnet jedoch ein anderes Bild. Tatsächlich präzediert der Spin nicht gleichförmig über einen Umlauf hinweg, sondern es ergibt sich, dass die Präzession in den Dipolzwischenstücken unterbrochen ist. Dies ist in den Zusammenhang mit dem in Kapitel 5.2.1 beschriebenen, problembezogenen Koordinatensystem zu setzen. So kann jedem Dipolzwischenstück, also jeder Unterbrechung der Spinpräzession, ein fester Spinphasenvorschub $\Theta_{\text{spin}}(a\gamma)$ zugeordnet werden. Tatsächlich zeigt die Abbildung, dass bereits ab einer oberen Grenzfrequenz von $f_{\text{max}} = 130 \cdot \omega_u$ das Verhalten der unterbrochenen Spinbewegung sehr gut wiedergegeben wird.

Nachdem bewiesen wurde, dass mit dem TBMTSOLVER für einen einzelnen Umlauf zuverlässige Vorhersagen getroffen werden können, werden nachfolgend Konvergenzkriterien auf größeren Zeitbereichen untersucht. Dabei wird von einem anfänglich vertikal orientierten Teilchenspin ausgegangen, der eine isolierte Resonanz kreuzt. Beim Durchlaufen dieser Spinresonanz ändert sich in Abhängigkeit der Resonanzstärke die Spinausrichtung des Teilchens. Ziel dieser Studie ist es, herauszufinden, ab welcher Maximalfrequenz f_m sich die simulierte Spinausrichtung nicht mehr wesentlich von der des Falls $f_{\text{max}} \rightarrow \infty$ unterscheidet. Die finale vertikale Spinkomponente muss sich also für größere Grenzfrequenzen $f_{\text{max}} \rightarrow \infty$ beziehungs-

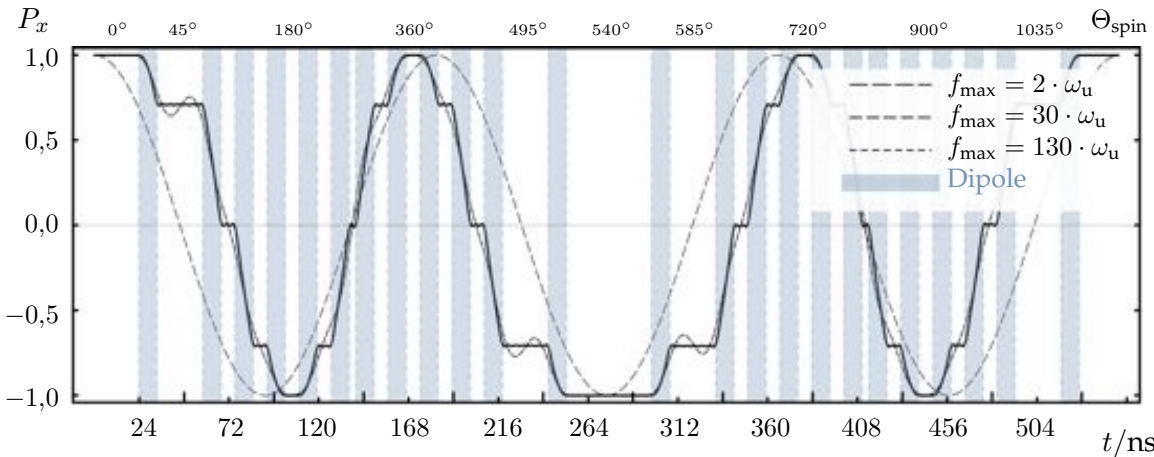


Abbildung 5.9.: Simulation der horizontalen Spinbewegung im ELSA-Stretcherring für $a\gamma = 3$ über einen Umlauf. Bei einer exakten Modellierung ($f_{\max} \rightarrow \infty$) ergeben sich Unterbrechungen der Spinpräzession in den Dipolzwischenstücken, die jeweils einem energieabhängigen Spinphasenvorschub $\Theta_{\text{spin}}(a\gamma)$ entsprechen.

weise höhere Genauigkeiten $\lambda \rightarrow +0$ asymptotisch dem exakte Ergebnis nähern, also gegen einen festen Wert konvergieren.

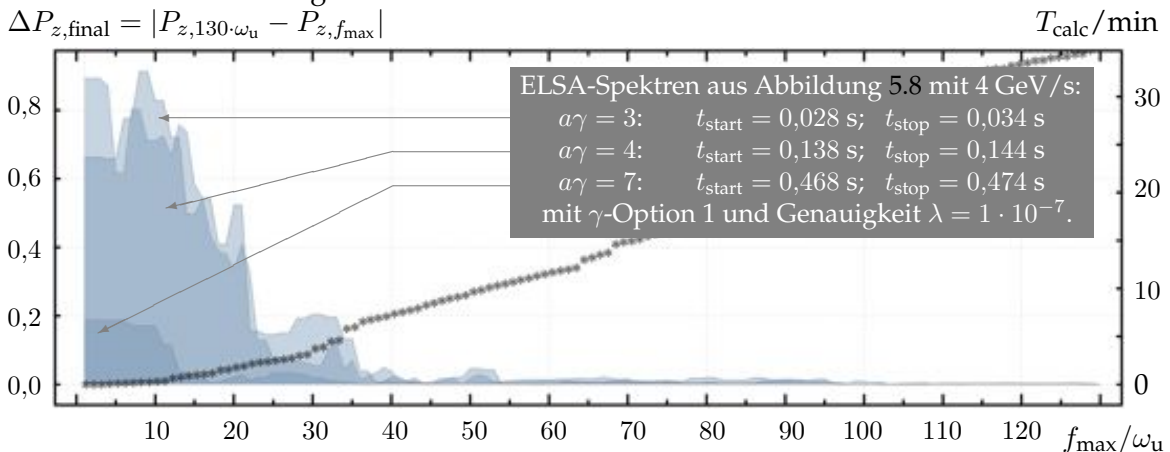


Abbildung 5.10.: Konvergenzverhalten bei der Simulation verschiedener Resonanzkreuzungen für unterschiedliche f_{\max} . Da sich die verwendet Magnetfeldspektren auf die unterschiedlichen Imperfektionsresonanzen unterschiedlich stark auswirken, unterscheiden sich die Werte von $\Delta P_{z,\text{final}}$ bei kleinen f_{\max} für die jeweiligen Imperfektionsresonanzen. Zusätzlich sind die jeweils benötigten Simulationszeiten T_{calc} , gekennzeichnet mit «*», dargestellt.

Die beiden Konvergenzkriterien $f_{\max} \rightarrow \infty$ und $\lambda \rightarrow 0$ wurden untersucht und sind exemplarisch für verschiedene Imperfektionsresonanzen in den Abbildungen 5.10 und 5.11 dargestellt. Die Stärke der anregenden Felder entspricht der Verteilung, die in Abbildung 5.8 gezeigt wird. Als Grad für die Güte der Konvergenz wurde jeweils die Abweichung $\Delta P_{z,\text{final}}$ der Ergebnisse der Simulation in Bezug auf die genaue Spinausrichtung verwendet (siehe Achsenbeschriftung in Abbildung 5.10 und 5.11).

Über das Konvergenzverhalten der Simulationen hinaus wurden jeweils die benötigte Simulationszeiten T_{calc} aufgetragen. Diese Simulationszeiten sind abhängig von der verwendeten

Computerhardware⁸. Es zeigt sich, dass die Simulation bereits ab einer Grenzfrequenz von $f_{\max} \approx 40 \cdot \omega_u$ zuverlässig für alle hier untersuchten Imperfektionsresonanzen konvergiert. Dennoch muss davon ausgegangen werden, dass die an dieser Stelle zulässige Näherung für andere Kreisbeschleuniger oder für höhere Resonanzen neu evaluiert werden muss.

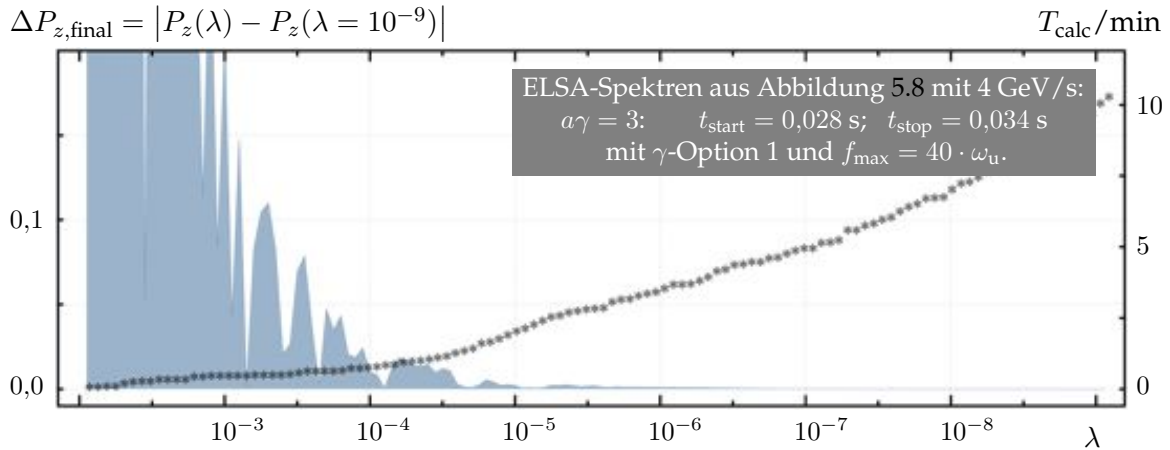


Abbildung 5.11.: Konvergenzverhalten bei der Simulation verschiedener Resonanzkreuzungen für unterschiedliche Genauigkeiten λ . Zusätzlich sind die jeweils benötigten Simulationszeiten T_{calc} , gekennzeichnet mit «*», dargestellt.

Als weitere Einstellung des Programmpaketes eröffnet der Parameter λ die Möglichkeit die Geschwindigkeit der Simulation zum Preis einer geringeren Genauigkeit zu erhöhen (siehe Abbildung 5.11). Auch an diese Vorgabe muss ein zuverlässiges Konvergenzverhalten geknüpft werden. Ist die Genauigkeit unzureichend, so werden die Ergebnisse stark verfälscht, was mitunter zu unphysikalischen Polarisationsgraden $P_z > 1$ führen kann. In den gezeigten Beispielen konnten mit Genauigkeiten von $|\lambda| \leq 10^{-7}$ zuverlässigen Vorhersagen erreicht werden.

Durch die Parallelisierung der Integrationen der Thomas-BMT Gleichung konnten weitere Computerkapazitäten ausgenutzt werden. Diese Maßnahme ermöglicht einen beträchtlichen Geschwindigkeitszuwachs der Simulation, ohne gleichzeitige Einbuße der Genauigkeit der Resultate, die durch die sonst angewendeten Näherungen zustandekäme. In Abbildung 5.12 ist die benötigte Simulationszeit T_{calc} gegen die Anzahl der zu simulierenden Integrationen aufgetragen. Hier zeigt sich ein, für Parallelisierungsprozesse typisches, stufenförmiges Verhalten: Abhängig von der Anzahl der parallel ablaufenden Integrationen kommt es nicht zu einem stetigen Anstieg der Simulationsdauer. Werden zum Beispiel 3 Kerne benutzt, so unterscheidet sich die Simulationsdauer für vier, fünf oder sechs Integrationen kaum. Dagegen kommt es ab der siebten Integration zu einem deutlichen Anstieg der benötigten Zeit T_{calc} . Da die Integrationen auf dem verwendeten Computersystem trotz der sechs nativen Kerne auch auf virtuell 12 gleichzeitig zu bearbeitende Prozesse aufgeteilt werden können, ist bei $\#\text{Kerne} = 12$ ein weiterer Geschwindigkeitsvorteil gegenüber einer Konfiguration mit sechs Kernen auszumachen.

Im folgenden Kapitel werden unterschiedliche Modelle zur Synchrotronlichtabstrahlung

⁸Basis für alle folgenden Simulationszeiten ist ein Computer mit der Spezifikation: Intel[®] Core[™] i7 - 390K CPU mit 3,2 GHz und 6 nativen Kernen.

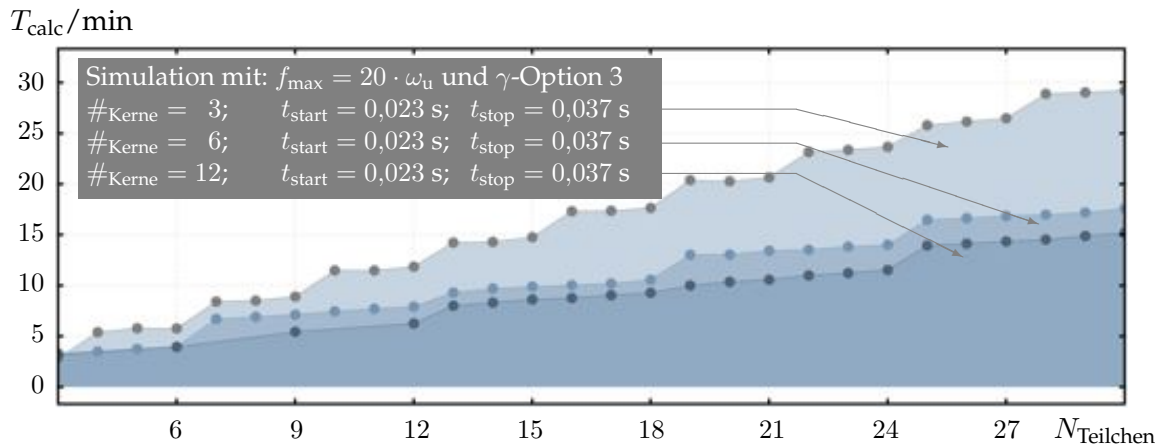


Abbildung 5.12.: Stufenförmiger Anstieg der Berechnungszeit für eine unterschiedliche Anzahl an benutzten Kernen. Die genannte Zeit ist gegen die Anzahl N_{Teilchen} der auszuführenden Integrationen aufgetragen. Durchgeführt im Rahmen der Arbeit von [Sch12]. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die Berechnungszeiten für die jeweilige Anzahl an benutzten Kernen mit Linien verbunden.

hinsichtlich ihrer Auswirkungen auf die Spinbewegung untersucht. Es wird gezeigt, dass durch die Energieschwingung, benachbart zu den Hauptresonanzen, sekundäre Resonanzen auftreten, die als Synchrotronseitenbänder bezeichnet werden. Für die Simulation dieser Seitenbänder ist in erster Linie keine Simulation mehrerer Spins notwendig. Allerdings kommt es durch die Synchrotronlichtabstrahlung zu einer Verbreiterung des Strahlenergiespektrums und somit zu unterschiedlichen Spinarbeitspunkten. Das bedeutet, dass die Spinbewegungen der Teilchen im Ensemble nicht mehr kohärent sind und damit auseinanderlaufen können. Diese dekohärente Verschmierung führt zu einer Verringerung des Polarisationsgrades, der nur mit Hilfe einer Simulation vorhergesagt werden kann, die die Spinbewegung vieler Teilchen berücksichtigt. Daher ist die vorgestellte Parallelisierung essentiell für die nun folgenden Untersuchungen.

Kapitel 6.

Resonanzkreuzung unter Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung

Der Einfluss der Energieunschärfe und der Energieschwingungen auf die Spindynamik kann bei relativistischen Teilchen in Kreisbeschleunigern nicht vernachlässigt werden. Wesentliche Unterschiede zwischen Protonen- und Elektronenstrahlen sind hierbei die verschiedenen Schwingungsfrequenzen (Protonen: $f_{s,p} \sim 10^2$ Hz, Elektronen: $f_{s,e} \sim 10^6$ Hz) und die sogenannte Spindiffusion, die bei den sich deterministisch bewegenden Protonen nicht auftritt. Durch die niedrigere Schwingungsfrequenz ist der Einfluss der Energieoszillation bei Protonenstrahlen nur bei sehr geringen Resonanzstärken bemerkbar. Die Schwingungen führen in diesem Fall lediglich dazu, dass es zu einer Änderung der Ausrichtung des Polarisationsvektors nach Durchkreuzen einer Resonanz kommt. Zusätzlich zu diesem Effekt tritt bei Elektronen der Effekt der Spindiffusion auf, bei dem es durch die stochastische Abstrahlung von Synchrotronlicht und der damit verbundenen nicht-deterministischen Bewegung zu einer Depolarisation, also zu einer Verringerung des Polarisationsgrades, kommt.

Es werden die verschiedenen Ansätze und die daraus resultierenden Algorithmen, die in das Programmpaket POLE eingebunden wurden, erläutert. Ziel hierbei ist es, für Elektronenstrahlen sowohl Ausrichtung als auch Betrag des Polarisationsvektors nach dem Kreuzen einer Resonanz korrekt vorhersagen zu können.

6.1. Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung auf Basis der Schwerpunktsbewegung

In diesem Kapitel wird der direkte Einfluss der Emission von Synchrotronlicht auf die Spindynamik untersucht. Dabei wird der indirekte Einfluss vernachlässigt; er besteht darin, dass sich der stochastische Abstrahlungsprozess auf die transversale Teilchenschwingung auswirkt und damit einen Einfluss auf die im Ruhesystem der Teilchen wirkenden Magnetfelder hat, die insbesondere mit den Teilchenspins wechselwirken. Die vertikale Bahnkurve setzt sich also aus zwei Anteilen zusammen, der Bewegung des Schwerpunktes (gekennzeichnet durch den Index «co») und der Einzelteilchenbewegung (gekennzeichnet durch den Index « β »):

$$z(t) = z_{co}(t) + z_{\beta}(\gamma(t), t) \quad , \quad (6.1)$$

wobei nur Letzterer aufgrund der nicht-verschwindenden Dispersion eine Funktion der Momentanenergie jedes einzelnen Teilchens ist.

Abgesehen von dieser impliziten Abhängigkeit spiegelt sich der direkte Einfluss der Emission von Photonen, also des stochastischen Impulsverlust durch die Abstrahlungsprozesse, in der

Thomas-BMT-Gleichung (5.1) in Form des Faktors $a\gamma(t)$ wieder. Für eine systematische Untersuchung des genannten Einflusses (abseits dispersionsabhängig wirkender Magnetfelder) bietet sich die Kreuzung von Imperfektionsresonanzen $a\gamma(t) = k$ mit $k \in \mathbb{N}$ als Ausgangspunkt an, da für Imperfektionsresonanzen lediglich Felder von Bedeutung sind, die sich aufgrund der Bewegung des Ladungsschwerpunktes (x_{co}, z_{co}, t) ergeben. Dadurch können die wirkenden Felder von der reinen Energieabhängigkeit getrennt werden. So ist die transversale Einzelteilchenbewegung für diese Resonanzart irrelevant und durch Umformung der Gleichung (5.1) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{s}(t)}{dt} &= -\frac{e}{m_0 \gamma_{lin}} \left[\left(a\gamma(t) \cdot \vec{B}_\perp(x, z, t) + a \cdot \vec{B}_\parallel(x, z, t) \right) \times \vec{s}(t) \right] \\ \Rightarrow \frac{d\vec{s}_{imp}(t)}{dt} &= -\frac{e}{m_0 \gamma_{lin}} \left[\left(a\gamma(t) \cdot \vec{B}_\perp(x_{co}, z_{co}, t) + a \cdot \vec{B}_\parallel(x_{co}, z_{co}, t) \right) \times \vec{s}_{imp}(t) \right]. \end{aligned} \quad (6.2)$$

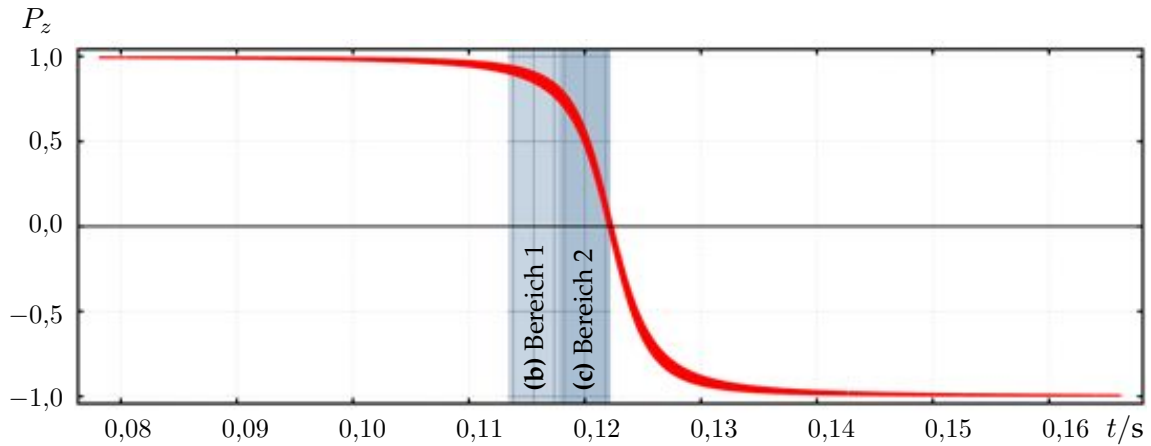
Diese Gleichung ist der Ursprung für die nun folgenden numerischen Untersuchungen mit Hilfe des Programmpaketes POLE, bei denen die Resonanzkreuzung und das Auftreten von Depolarisation im Mittelpunkt steht.

Im Unterkapitel 6.2 werden zunächst die Phänomene der Spindynamik für linearen Energieerhöhung betrachtet, die sowohl bei Protonen, als auch für Elektronen auftreten. Bei Elektronen kann unter der vereinfachenden Annahme eines Versatzes der Energie jedes einzelnen Teilchens eine Depolarisation von horizontal ausgerichteten Spinensembles gezeigt werden. Durch den Versatz jeder Einzelteilchenenergie wird dabei eine Energieunschärfe simuliert, die zu einer Unschärfe der Spinpräzessionsgeschwindigkeiten führt und somit ein dekohärentes Auseinanderlaufen der Teilchenspins verursacht. Die Annahme eines konstanten Energieversatzes beschreibt jedoch nicht das reale Verhalten, das in erster Näherung einer harmonischen Energieschwingung gleicht. Wie Unterkapitel 6.3 zeigt, kann mit dem Ansatz einer harmonischen Schwingung zwar das Auftreten von Synchrotronseitenbändern nachgewiesen werden, depolarisierende Effekte treten dagegen nicht auf. Deswegen wurden detailliertere Untersuchungen des longitudinalen Phasenraums eines Elektronenstrahls durchgeführt (Unterkapitel 6.4). Diese bildeten die Basis für die Entwicklung unterschiedlicher Modelle zur Beschreibung des Energieverlaufes einzelner Elektronen (Unterkapitel 6.5), die in POLE umgesetzt wurden um schließlich systematische Untersuchungen, wie sie im Unterkapitel 6.6 gezeigt sind, zu ermöglichen.

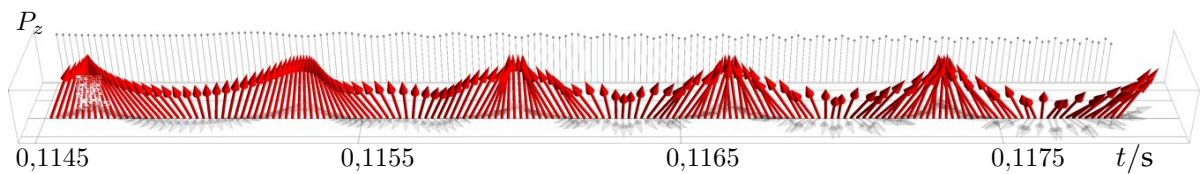
6.2. Lineare Spindynamik beim Kreuzen einer Resonanz

In planaren Kreisbeschleunigern ohne nennenswerte longitudinale Magnetfelder und abseits einer depolarisierenden Resonanz ist die invariante Spinachse vertikal, entlang der führenden Dipolfelder ausgerichtet. Üblicherweise werden für den Betrieb mit polarisierten Strahlen die Teilchen so in Kreisbeschleuniger injiziert, dass deren Spins entlang der invarianten Spinachse, also der Hauptpräzessionsachse, ausgerichtet sind. Kreuzen die Teilchen daraufhin eine depolarisierende Resonanz, ändert sich die vertikale Komponente in Abhängigkeit der Stärke der resonanztreibenden Felder und der Kreuzungsrate.

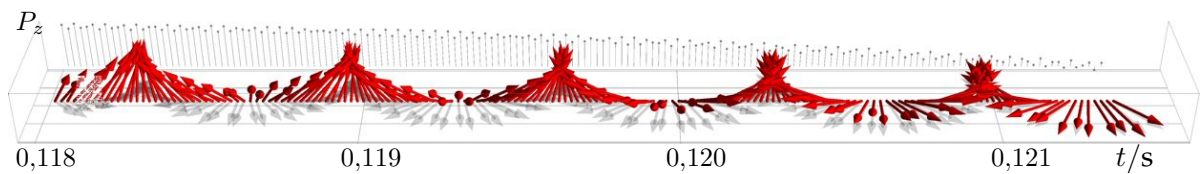
Falls dabei die lineare Kreuzung langsam im Vergleich zur Spinpräzessionsgeschwindigkeit abläuft, folgen die Teilchenspins der invarianten Spinachse zunächst in die horizontale Ebene und verlassen die Resonanz antiparallel zur ursprünglichen Ausrichtung. Diese Situation einer



(a) Vertikale Polarisationskomponente für eine lineare Resonanzkreuzung



(b) Schematische, dreidimensionale Ansicht des Teilchenspins im Bereich 1



(c) Schematische, dreidimensionale Ansicht des Teilchenspins im Bereich 2

Abbildung 6.1.: Simulation eines vollständigen Spin-Flips, verursacht durch die dritte Imperfektionsresonanz $a\gamma = 3$ bei einer Kreuzungsrate von 1 GeV/s. Gezeigt werden in (a) der Verlauf der vertikalen Polarisationskomponente für ein einzelnes Teilchen sowie in (b) und (c) eine schematische, dreidimensionale Darstellung des Einzelteilchenspins in der Nähe der Resonanz. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden die Spins in größeren Zeitabständen abgebildet.

adiabatischen Kreuzung ist in Abbildung 6.1 als Verlauf der vertikalen Polarisationskomponente und schematisch in zwei dreidimensionalen Ansichten dargestellt.

Ist im Gegensatz zur der vorhergehend beschriebenen Situation die Kreuzungsrate zu hoch, können die Teilchenspins der invarianten Spinachse nicht mehr folgen, sondern präzedieren um diese. Auch im Falle der Kreuzung einer Resonanz von geringer Stärke werden die Spins nur sehr nah an der Resonanz beeinflusst und rotieren im dementsprechend kurzen Zeitraum, in dem die Resonanz wirkt, nicht vollständig in die horizontale Ebene. So kommt es in beiden Fällen zu einer betragsmäßigen Verringerung der vertikalen Polarisationskomponente aller Einzelspins. Exemplarisch ist dies in Abbildung 6.2 für ein einzelnes Teilchen (rote Kurve) während der Kreuzung der siebten Imperfektionsresonanz gezeigt, wobei die resonanztreibenden Felder schwächer sind als jene, die im in Abbildung 6.1 gezeigten Fall zu einem vollständigen

Spin-Flip führen.

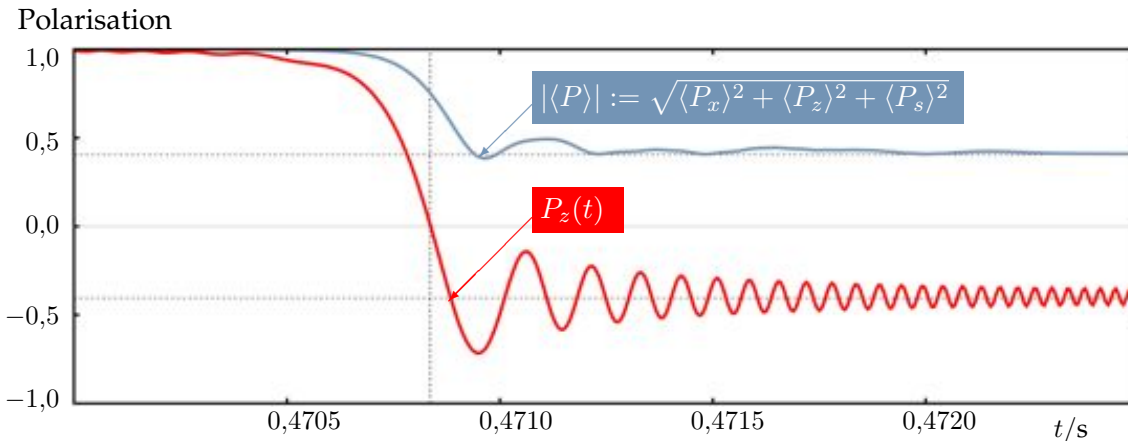


Abbildung 6.2.: Simulation der Kreuzung der siebten Imperfektionsresonanz mit 4 GeV/s. Dargestellt ist der Verlauf der vertikalen Komponente eines einzelnen Teilchens (rot) und die über 1000 Teilchen gemittelte Gesamtpolarisation (blau). Hierbei wurde jedem Teilchen ein konstanter, *Gauß*-verteilter Energie-Offset zugeordnet. Die Resonanz ist so schwach gewählt, dass es bei keinem der Teilchen zu einem vollständigen Spin-Flip kommt.

Tatsächlich kommt es schon unter der vereinfachten Annahme eines konstanten Energie-Offsets, der entsprechend der Energieunschärfe für alle Teilchen *Gauß*-förmig verteilt sein sollte, zu einer betragsmäßigen Verkleinerung des Gesamtpolarisationsvektors, also zum Effekt der Depolarisation durch eine Resonanz. Dies ist der Abbildung 6.2 in Form der blauen Kurve, die den Betrag des gemittelten Polarisationsvektors darstellt, zu entnehmen. Bemerkenswert ist hierbei, dass der Polarisationsgrad des Teilchenensembles nicht instantan abnimmt. Im Vergleich zur Verringerung der vertikalen Polarisationskomponente des einzelnen Teilchens (rote Kurve) sinkt der Polarisationsgrad erst ungefähr eine Millisekunde später ab. Dies ist dadurch zu erklären, dass die Einzelspins zunächst der nur schwachen Richtungsänderung der invarianten Spinachse kohärent folgen können, nach und nach aber aufgrund der unterschiedlichen Präzessionsgeschwindigkeiten auseinanderlaufen und dadurch eine Verringerung des Polarisationsgrades verursachen.

Obwohl die longitudinal Bahnbewegung im vorangehenden Beispiel nicht modelliert sind, beschreibt es trotzdem ansatzweise, wie es aufgrund der Energieunschärfe eines Strahls zur Depolarisation kommt. Es heben sich folglich alle Spinkomponenten senkrecht zur Hauptpräzessionsachse im Mittel auf. Im Allgemeinen ist die invariante Spinachse vertikal ausgerichtet, so dass alle horizontalen Polarisationskomponenten im Laufe der Zeit verschwinden. Die Zeit, in der dies geschieht, ist dabei von der Breite der relativen Energieverteilung abhängig.

Bei der numerischen Analyse solcher Phänomene ist die Anzahl von Teilchen, über die gemittelt wird, von Bedeutung. Ist diese Anzahl zu klein, kann es nach dem Auseinanderlaufen der horizontalen Spinkomponenten erneut zum teilweisen Zusammenlaufen eben jener Komponenten kommen. Für Elektronenpakete in Kreisbeschleunigern ist dies ausgeschlossen, da typischerweise eine Anzahl größer als 10^{10} Teilchen angenommen werden muss und damit ein zufälliges Zusammenlaufen nicht auftreten kann. Daher muss auch bei der Simulation von Depolarisationseffekten solch ein zufälliges Zusammenlaufen der Teilchenspins ausge-

geschlossen werden, indem eine genügend hohe Anzahl an Teilchenspins berücksichtigt wird. In Abbildung 6.3 ist die simulierte Entwicklung des Betrags des gemittelten Polarisationsvektors gegen die Zeit, für unterschiedliche Anzahlen von Teilchen aufgetragen. In diesem Szenario wurde angenommen, dass zu Anfang alle Teilchenspins in die longitudinale Richtung zeigen und dass die Strahlenergie außerdem konstant ist. Unter diesen Voraussetzungen treten beide zuvor erklärte Phänomene, die Depolarisation horizontaler Polarisationskomponenten einerseits und das zufällige Zusammenlaufen der Spins in Abhängigkeit der berücksichtigten Anzahl an Spins andererseits, auf. Ist dabei die Anzahl der simulierten Spins zu klein, so kann zwar eine Depolarisation ausgemacht werden, das tatsächliche Verhalten einer vollständigen Depolarisation wird jedoch nicht wiedergegeben.

$$|\langle P \rangle| := \sqrt{\langle P_x \rangle^2 + \langle P_s \rangle^2}$$

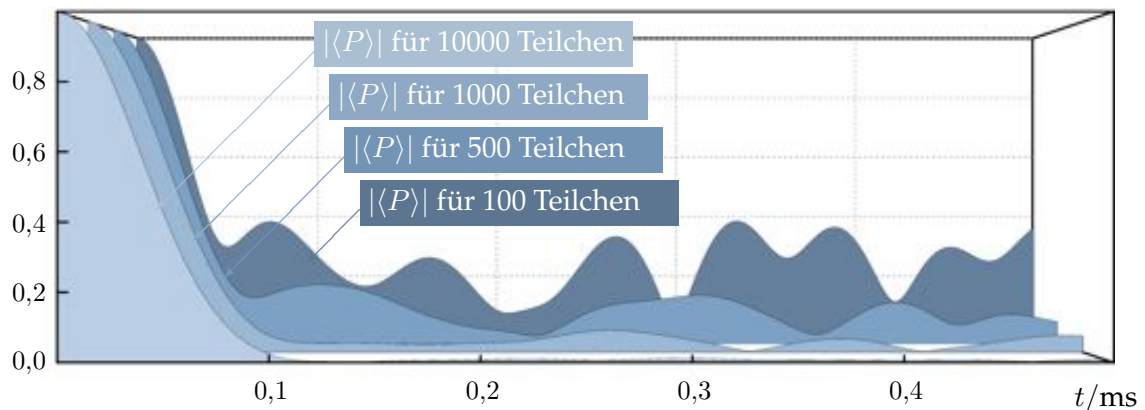


Abbildung 6.3.: Entwicklung des Polarisationsgrades für ein anfänglich vollständig in die longitudinale Richtung orientiertes Spinensemble und eine konstante Strahlenergie von 1,2 GeV. In dieser Simulation wurde die vollständige Depolarisation für eine unterschiedliche Anzahl von Teilchenspins auf dem Sollorbit abseits einer Resonanz untersucht.

Nur in der Nähe von Resonanzen oder durch den Einsatz starker longitudinaler Felder ist eine Hauptpräzessionsachse, die nicht vertikal ausgerichtet ist, möglich. Die Untersuchungen in Kapitel 3.4 zeigten bereits, dass durch den Einsatz von Solenoiden eine horizontale Polarisation erzwungen werden kann, deren Lebensdauer mehrere Größenordnungen über dem im vorigen Beispiel betrachteten Zeitraum liegt. Befindet sich also die invariante Spinachse in der horizontalen Ebene, können horizontale Komponenten über längere Zeiträume hinweg erhalten bleiben. Dies gilt nicht nur für den Einsatz von starken longitudinalen Magnetfeldern, sondern ist auch im Resonanzfall gültig. Injiziert man die Teilchen auf einer Resonanz mit einer Spinausrichtung, die der der invarianten Spinachse gleicht, mitteln sich die Spinkomponenten in der horizontalen Ebene nicht weg. Die Abbildung 6.4 zeigt dieses Szenario für unterschiedliche aber konstante Strahlenergien in der Nähe der dritten Imperfektionsresonanz $a\gamma \rightarrow 3$. Diese Studien zeigen, dass es, auch ohne die Verwendung von starken longitudinalen Magnetfeldern, nicht zwangsläufig zu einer vollständigen Depolarisation der horizontalen Spinkomponenten kommen muss.

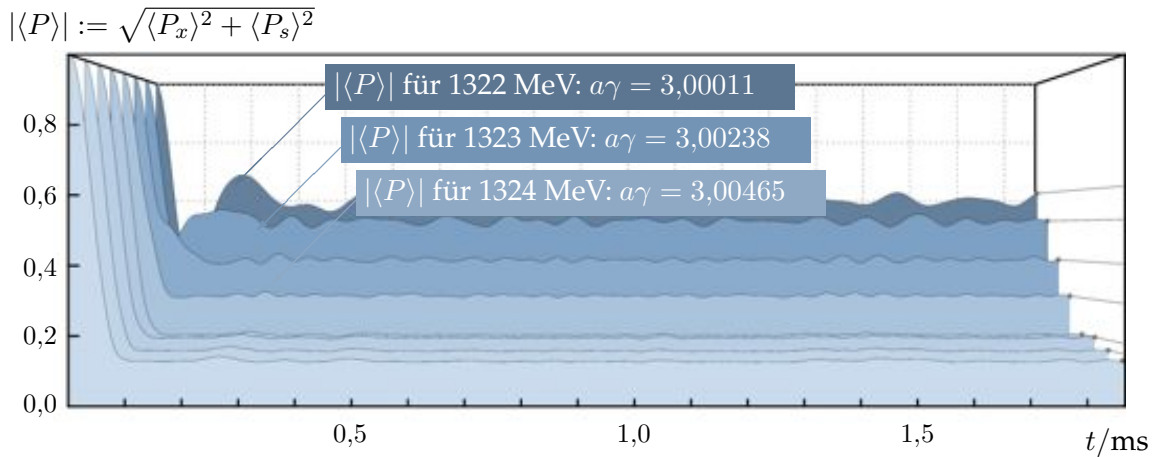


Abbildung 6.4.: Erhaltung der horizontalen Polarisationskomponente unter Einwirkung der dritten Imperfektionsresonanz. Dargestellt ist der Gesamtpolarisationsgrad eines ursprünglich vollständig in die longitudinale Richtung orientiertes Spinensemble bestehend aus 1000 Teilchen. Diese Simulation wurde für unterschiedliche aber konstante Strahlenergien in Abständen von jeweils einem Megaelektronenvolt durchgeführt, beginnend mit 1322 Megaelektronenvolt für die Kurve im Hintergrund.

6.3. Einflüsse einer harmonischen Synchrotronoszillation

Unter Vernachlässigung von dämpfenden und anregenden Prozessen, die durch die Synchrotronlichtabstrahlung zustandekommen, schwingt ein einmal longitudinal ausgelenktes Teilchen, das heißt das Teilchen weist eine Abweichung von der Sollenergie und -phase auf, harmonisch um die Energie des Sollteilchens [Lee04]:

$$\Delta\ddot{\gamma}(t) + \omega_s^2 \Delta\gamma(t) \approx 0$$

mit der Lösung: $\Delta\gamma(t) = \Delta\gamma_0 \sin(\omega_s \cdot t + \delta_0)$ mit: $\delta(t') = \Delta\dot{\gamma}|_{t'}$ (6.3)

Dies gilt nur, solange die ursprüngliche Auslenkung nicht so groß ist, dass es zu einer instabilen Bewegung kommt, womit aber wiederum die Anregung der Energieschwingung berücksichtigt werden müsste.

Zunächst wird mit einer *Gauß*-förmigen Dichteverteilung im zugehörigen Phasenraum ange setzt, was bedeutet, dass die projizierte Anzahl der Teilchen sowohl für die Amplituden $\Delta\gamma$, als auch auf der zugehörigen Phasenachse δ einer *Gauß*-funktion um das Sollteilchen entspricht. Wie bereits eingangs erwähnt, liegen typische Impulsunschärfen für Elektronenstrahlen im Promillebereich. Grundlage hierfür ist allerdings ein Gleichgewicht der dämpfenden und anregenden Effekte, das im Ansatz 6.3 nicht berücksichtigt ist, im nachfolgenden Teilkapitel 6.4 aber genauer behandelt wird. Die Abbildung 6.5 stellt die Bewegung, die hierbei in Form eines Helligkeitsverlaufs veranschaulicht ist, von eintausend, *Gauß*-förmig im longitudinalen Phasenraum verteilten Teilchen dar. Diese Verteilung gleichförmig oszillierender Teilchen verhält sich entsprechend der Gleichung (6.3); sie ist der Ausgangspunkt für die nun folgenden Studien, bei denen der Fokus auf das Auftreten sogenannter Synchrotronseitenbänder liegt.

Im vorigen Kapitel wurde anhand einer Simulation gezeigt, dass eine hinreichend große Resonanzstärken und/ oder niedrige Kreuzungsraten zu einer vollständigen Inversion der P_z -Komponente führen¹. Werden jedoch Synchrotronoszillationen mit nennenswerten Amplituden berücksichtigt, ist ein vollständiger Spin-Flip nach Gleichung (4.6) nicht möglich. Die hierbei auftretenden Phänomene, die in Kapitel 4.2 theoretisch beschrieben sind, werden im Folgenden durch numerische Studien, basierend auf dem Programmpaket POLE, gestützt. In Abbildung 6.6 ist der Einfluss der Synchrotronoszillation auf den zeitlichen Verlauf der P_z -Komponente während der Resonanzkreuzung deutlich zu sehen. Bei der vertikalen Polarisationskomponente eines einzelnen Teilchens (rot) treten, neben dem Einbruch auf Höhe der siebten Resonanz, zwei benachbarte, kleinere Einbrüche der Polarisation symmetrisch um die primäre Resonanz auf. Das Auftreten dieser benachbarten Einbrüche ist dadurch zu erklären, dass, obwohl die Teilchen aufgrund der linearen Energieerhöhung den Resonanzwirkungsbereich noch nicht erreicht (oder schon überschritten) haben, also $a\gamma_{\text{lin}} < 7$ (oder $a\gamma_{\text{lin}} > 7$) gilt, das resonanztreibende Feld mit der longitudinalen Schwingung moduliert wird, so dass die zusätzliche Resonanzbedingung der Synchrotronseitenbänder $a\gamma_{\text{lin}} \mp Q_s = 7$ zustande kommt. Über diese Seitenbänder hinaus erscheinen bei dieser Simulation deutlich erkennbare Schwingungen der Polarisationskomponente beim Durchkreuzen der Hauptresonanz. Der Grund dieser Schwingung ist, dass der Spinvektor der invarianten Spinachse aufgrund der hohen Kreuzungsrates nicht instantan folgen kann, sondern hochfrequent um diese präzediert.

Neben dem Verlauf der vertikalen Polarisationskomponente eines einzelnen, repräsentativen Teilchens ist der über 1000 Teilchen gemittelte Polarisationsverlauf aufgetragen. Dabei entspricht die Verteilung der Teilchen im longitudinalen Phasenraum derjenigen, die in Abbildung 6.5 gezeigt ist. Beim gemittelten Polarisationsgrad $|\langle P \rangle|$ fällt auf, dass es an den jeweiligen Seitenbändern zum instantanen Verlust der gemittelten Polarisation kommt, während die Hauptresonanz scheinbar nicht zu einem Verlust führt. Tatsächlich konnte bei der Simulation unter der Annahme harmonischer Energieschwingungen, mit Ausnahme des Verlustes an den Synchrotronseitenbändern, keine Depolarisation beobachtet werden. Dies trifft insbesondere auf den Fall einer vollständig horizontalen Anfangspolarisation (vergleiche Abbildung 6.3) zu, bei der eine Depolarisation innerhalb weniger hundert Umläufe auftreten sollte. Eine detailliertere Betrachtung, unter welchen Umständen es zu einem Verlust der Gesamtpolarisation kommt, folgt im Teil 6.6 des Kapitels, auf den an dieser Stelle verwiesen wird.

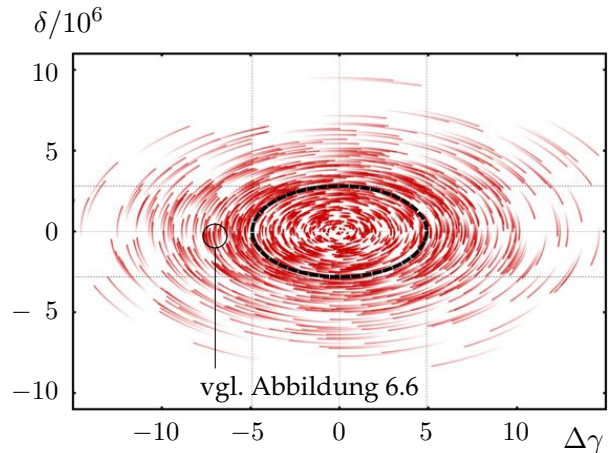


Abbildung 6.5.: Simulierte Trajektorie von 1000 Teilchen im Longitudinalen Phasenraum, bei einer mittleren Energieabweichung von $\Delta\gamma = 4,91$, einer Synchrotronfrequenz von $\omega_s/2\pi = 0,05 \cdot 1,824$ MHz. Die Spur der Teilchen wurde für 548 Nanosekunden aufgezeichnet.

¹Bei Protonen ist es die Methode der Wahl eine Imperfektionsresonanz bewußt anzuregen, um einen vollständigen Spin-Flip zu verursachen und dementsprechend ohne betragsmäßigen Verlust der P_z -Komponente jene Resonanz zu kreuzen (vergleiche zum Beispiel [HPR02]).

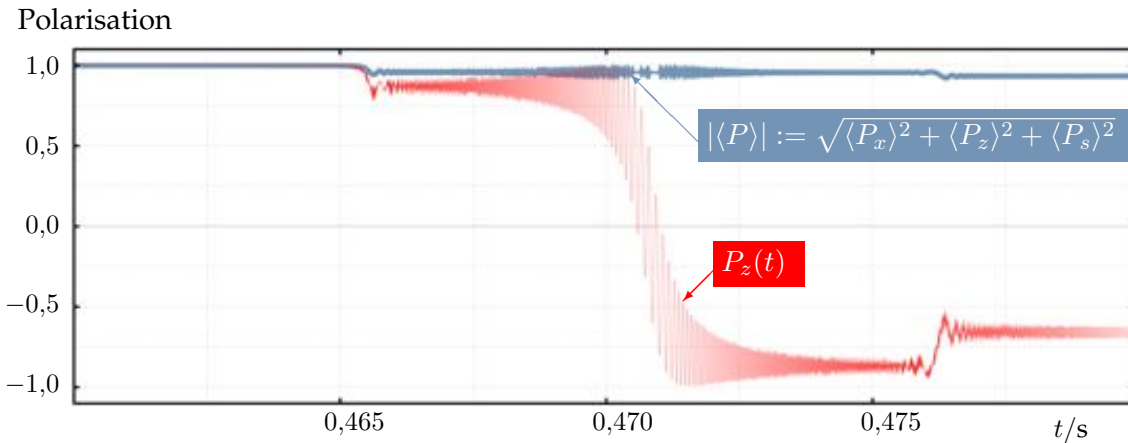


Abbildung 6.6.: Simulation der Kreuzung der siebten Imperfektionsresonanz mit 4 GeV/s unter Einfluss harmonischer Synchrotronoszillationen. Dargestellt ist der Verlauf der vertikalen Komponente eines einzelnen Teilchens (rot) und die über 1000 Teilchen gemittelte Gesamtpolarisation (blau), wobei die Verteilung aus Abbildung 6.5 verwendet wurde, in der auch die Phasenraumposition des einzelnen Teilchens markiert ist. In Abbildung 6.7 bildet der Endwert der Spinsimulation des einzelnen Teilchens den gekennzeichneten Datenpunkt. Die Resonanz ist in diesem Beispiel so stark, dass es ohne Einfluss der Energieschwingung zu einem vollständigen Spin-Flip käme.

Eine Möglichkeit der experimentellen Bestimmung der Resonanzstärke besteht in der Kreuzung einer Resonanz mit unterschiedlichen Kreuzungsraten (siehe zum Beispiel [Hof01]). Der funktionale Zusammenhang für diese Art der Bestimmung ist in Kapitel 4.2 gegeben. Auch in den mit POLE durchgeführten Simulationen sollte sich dieses Verhalten widerspiegeln. Zur Bestätigung dieses Sachverhaltes mittels der Simulation wurde ein Teilchen angenommen, dessen Energie harmonisch mit einer festen Synchrotronfrequenz oszilliert. Für diese Untersuchungen bietet sich eine höhere Imperfektionsresonanz an, hier die siebte, da der Einfluss der Synchrotronoszillation auf die Spindynamik mit steigender Präzessionsgeschwindigkeit zunimmt. Wiederum wird von einer für den ELSA Stretcherring typischen Energieerhöhung von 4 GeV pro Sekunde ausgegangen.

Das Ergebnis dieser Simulation ist in Abbildung 6.7 in Form einer Kurve für zwei unterschiedliche Skalen gezeigt. Hierbei bildet sich die rote Kurve aus Datenpunkten, denen jeweils der Endpolarisationswert einer Simulation zugrunde liegt, die vergleichbar mit der aus Abbildung 4.6 ist. Dabei wurde die Amplitude der resonanzanregenden Feldanteile $\tilde{B}_{x,\alpha\gamma=7}$ variiert. Das Resultat gibt das aufgrund störungstheoretischer Betrachtungen (vergleiche hierzu Kapitel 4.2 und [Ste99]) erwartete Verhalten wieder. Allerdings ist dieser Verlauf überlagert von einer Schwingung, deren Amplitude und Frequenz mit steigender Resonanzstärke zunimmt.

Über größere Skalenbereiche ist neben dieser Schwingung festzustellen, dass die Endpolarisationswerte für sehr große Resonanzstärken positiv sein können. Jedoch trifft dies nicht kollektiv für alle Teilchen gleichzeitig zu, so dass, entsprechend dem in Abbildung 4.6 gezeigten Verhalten, der Mittelwert aller Teilchen stets kleiner oder gleich Null für große Resonanzstärken ist. Veranschaulicht ist dies durch einen Farbgradienten (blau), der die Dichteverteilung der auftretenden Endpolarisationswerte wiedergibt. Da einzelne Teilchen für Polarisationsmessung weder separiert werden können, noch deren Synchrotronoszillation konstant gehalten werden

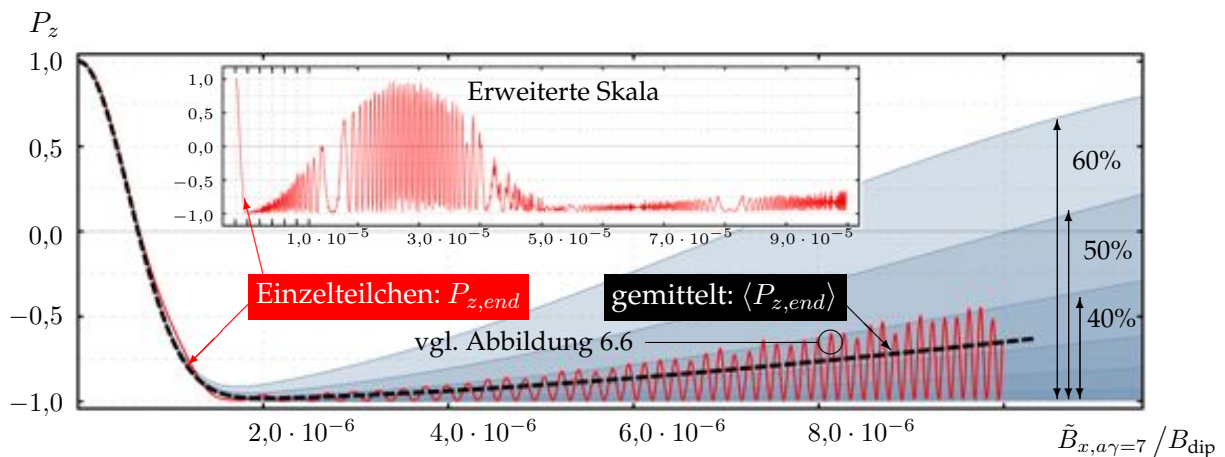


Abbildung 6.7.: Simulation der Endpolarisationswerte nach Kreuzen der siebten Imperfektionsresonanz mit 4 GeV/s bei variierender Stärke der resonanztreibenden Feldanteile $\tilde{B}_{x,a\gamma=7}$. Unter Einfluss einer harmonischen Energieschwingung weichen die simulierten Polarisationswerte für eine feste Amplitude und Phase (rot) von den theoretischen Vorhersagen nach *Froissart* und *Stora* und der Gleichung (4.6) ab, die gemittelten Werte geben den erwarteten Verlauf jedoch sehr gut wieder. Die blau eingezeichneten Flächen kennzeichnen die Bereiche, in denen Endpolarisationswerte abhängig von der zugehörigen Phasenraumposition auftreten können. Der blaue Farbgradient ist hierbei stellvertretend für die Häufigkeit der Polarisationswerte.

kann, ist das in Abbildung 6.7 gezeigt Verhalten in der Praxis nicht messbar.

Aus Abbildung 6.7 ergibt sich der Bereich der Resonanzstärke, in dem Einflüsse der Synchrotronlichtabstrahlung auf die Spindynamik untersucht werden sollten. So ist für kleine Resonanzstärken, hier $\tilde{B}_{x,a\gamma=7} / B_{\text{dip}} < 10^{-6}$, kaum ein Unterschied zwischen den Kurve mit und ohne Berücksichtigung der Synchrotronoszillation auszumachen. Dies verringert die Aussagekraft von Simulationen im Bereich niedriger, oder schwach angeregter Resonanzen bezüglich der Einflüsse der Synchrotronlichtabstrahlung.

Mit dem Ansatz einer harmonischen Schwingung konnten verschiedene Phänomene (Synchrotronseitenbänder, modifiziertes *Froissart-Stora*-Kreuzung) realitätsgetreu wiedergegeben werden, eine Depolarisation an der Hauptresonanz oder von horizontalen Polarisationskomponenten konnte jedoch nicht beobachtet werden. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit den longitudinalen Phasenraum genauer zu studieren (dargestellt im kommenden Teil des Kapitels), um schließlich besser geeignete Modelle zu entwickeln (dargestellt im letzten Teil des Kapitels).

6.4. Beschreibung der longitudinalen Anregungs- und Dämpfungseffekte

Für die Untersuchungen im vorhergehenden Unterkapitel wurde mit eine harmonische Energieschwingung angesetzt, die sich aus dem statischen Gleichgewicht der anregenden und dämpfenden Effekte ergibt. Gäbe es diesen Gleichgewichtszustand nicht, wäre die Verteilung im longitudinalen Phasenraum lediglich von den Anfangswerten abhängig, so wie es für

Protonenstrahlen in erster Näherung auch zutrifft. Für Elektronenstrahlen existiert dagegen ein Gleichgewichtszustand, der dazu führt, dass die Verteilung der Teilchen im Phasenraum unabhängig von deren Anfangskoordinaten ist. Nach den Beschreibungen in [Lee04], an die die nun folgenden Betrachtungen angelehnt sind, entspricht die Energieverteilung eines Elektronenstrahls einer *Gauß*-kurve mit einer Standard-Energieabweichung ΔE_σ von:

$$\left(\frac{\Delta E_\sigma}{E}\right)^2 = C_q \frac{\gamma^2}{J_s R_{\text{dip}}} \quad \text{mit:} \quad C_q = 3,83 \cdot 10^{-13} m, \quad (6.4)$$

wobei J_s mit der Dämpfung aufgrund der dispersiven Bahnbewegung verknüpft ist, an dieser Stelle aber nicht weiter betrachtet wird und daher auf den festen, für den ELSA-Stretcherring typischen Wert von $J_s \approx 2,152$ (siehe auch [Ebe10]) gesetzt wird.

Grundsätzlich steht der Ansatz einer harmonischen Synchrotronoszillation, wie er im vorigen Unterkapitel vorausgesetzt wurde, im Widerspruch zur tatsächlichen zeitlichen Entwicklung der Teilchenenergie. Der Grund dafür liegt in der Funktionsweise von Kreisbeschleunigern, bei denen den Teilchen nicht permanent, sondern nur umlaufperiodisch in den Hohlraumresonatoren Energie zugeführt wird. Verglichen mit der Umlaufperiode sind dabei die Intervalle, in denen den Teilchen Energie zugeführt wird, sehr kurz. Unter Einfluss dieser quasi-instantanen Energiezufuhr kann es dementsprechend nicht zu einer gleichförmigen Energieoszillation kommen, die die Bewegung im longitudinalen Phasenraum sowohl für größere als auch innerhalb sehr kleiner Zeitbereiche beschreibt.

Für Zeitbereiche, die einem Vielfachen der Umlaufzeit entsprechen und unter Vernachlässigung anregender wie dämpfender Effekte, kann die Dynamik im longitudinalen Phasenraum analytisch untersucht werden. Der Ausgangspunkt dieser Beschreibung ist gemäß [Lee04] die Beschleunigungsrate \dot{E}_0 des Sollteilchens (gekennzeichnet mit Index «0»):

$$\dot{E}_0 = \frac{eV_{\text{max}}}{T_0} \sin(\phi_0) \quad \text{mit der Sollphase: } \phi_0 \quad (6.5)$$

und die eines Teilchens mit einer Phasenablage $\Delta\phi$:

$$\dot{E} = \frac{eV_{\text{max}}}{T_0 + \Delta T} \sin(\phi_0 + \Delta\phi) \quad (6.6)$$

Hierbei gibt V_{max} die Spannungsamplitude des Hohlraumresonators an, es wird T_0 als Umlaufdauer des Sollteilchens benutzt.

Aus der Differenz der beiden Gleichungen (6.5) und (6.6) kann für große Zeitbereiche ($dt \geq T_0$) und kleine Phasenabweichungen ($\sin(\Delta\phi) \approx \Delta\phi$) ein näherungsweise stetiger Energieverlauf bestimmt werden, der aus der Bestimmungsgleichung (vergleiche [Lee04]):

$$\Delta\ddot{E} - \frac{1}{T_0} eV_{\text{max}} \Delta\dot{\phi} \cos(\phi_0) \approx 0 \quad \text{mit: } \Delta\phi = 2\pi\alpha_c \frac{1}{T_0 \sin(\phi_0)} \frac{\Delta E}{E} \quad (6.7)$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\ddot{E} + \omega_s^2 \Delta E \approx 0 \quad \text{mit: } \omega_s \approx \frac{1}{T_0} \sqrt{-2\pi \frac{eV_{\text{max}}}{\tan(\phi_0) E} \alpha_c} \quad (6.8)$$

abgeleitet werden kann. Hierbei beschreibt die Größe α_c , der sogenannte Momentum-Compaction-Faktor, die Änderung der Länge der Dispersionsbahn in Abhängigkeit einer Impulsabweichung. Die resultierende Differentialgleichung (6.8) entspricht den Voraussetzungen, die bereits im vorhergehenden Unterkapitel in die Gleichung (6.3) einfließen.

Für eine detailliertere Beschreibung der Anregungs- und Dämpfungseffekte bietet sich, entgegen der zuvor beschriebenen, analytischen Herangehensweise, eine dynamische Verfolgung² der Teilchenenergie in Abständen einer Umlaufperiode an. Dieser Ansatz liegt darin begründet, dass sich innerhalb kurzer Zeitbereiche kein statisches, sondern ein dynamisches Gleichgewicht bildet. Die Ursache dieses dynamischen Gleichgewichtes liegt in der Emission von Synchrotronlicht über einen Umlauf hinweg. Der dadurch verursachte stochastische Impulsverlust überlagert die bereits beschriebenen, annähernd harmonische Energieoszillation. Die Abstrahlungsprozesse finden zwar auf kleinsten Zeitskalen statt, auf großen Zeitskalen wirken sie aber gleichzeitig anregend und dämpfend (letzteres im Zusammenspiel mit der Beschleunigung in den Hohlraumresonatoren).

Im Folgenden wird dies auf der Basis einer iterativen Berechnung untersucht. Das Ziel dieser Untersuchung ist es, auf grundlegende Phänomene rückschließen zu können, um letztendlich eine analytische Funktion annähern zu können, die die Energie-Zeit-Abhängigkeit auf großen wie kleinen Zeitskalen sinnvoll beschreibt. Die Funktion sollte dabei analytischer Art sein, da dies zwingende Voraussetzung für die Durchführung des schrittweitengesteuerten *Runge-Kutta*-Verfahrens im Rahmen von POLE ist.

Aus Gleichung (6.7) kann auf eine iterativ bestimmbare Entwicklung der Teilchenenergie geschlossen werden:

$$\Delta E_{n+1} = \Delta E_n + eV_{\max} (\sin(\phi_0 + \Delta\phi_n) - \sin(\phi_0)) - [\widetilde{W}_n] \quad (6.9)$$

$$\Delta\phi_{n+1} = \Delta\phi_n + 2\pi\alpha_c \frac{1}{\sin(\phi_0)E} \Delta E_n \quad (6.10)$$

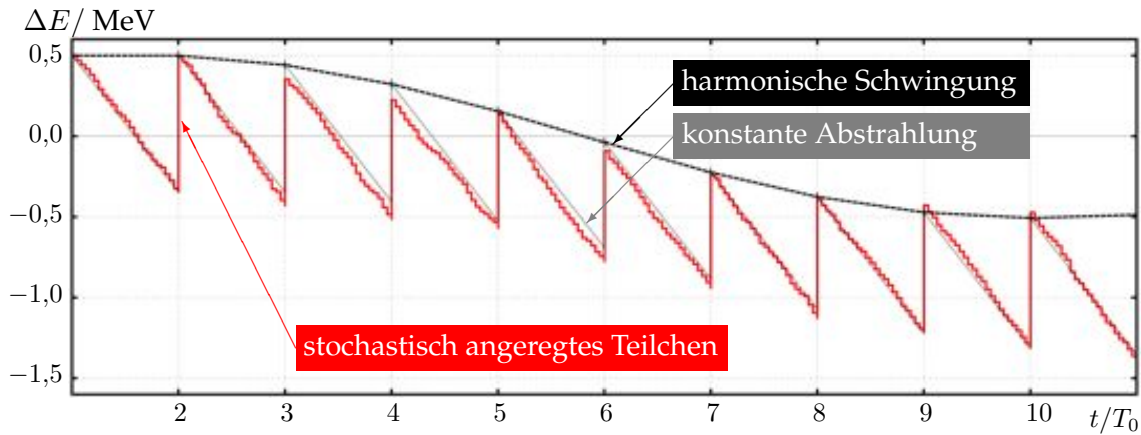
wobei die Schrittweite einer Umlaufperiode T_0 entspricht³. Der Term $[\widetilde{W}_n]$ gibt den Anteil der abgestrahlten Energie pro Umlauf an, der sich zusätzlich zur durchschnittlich abgestrahlten Energie aufaddiert. Für das folgende Beispiel wird von einer Energie von 3,2 GeV ausgegangen. Bei einem Momentum-Compaction-Faktor von $\alpha_c = 0.0617$ und einer maximalen Beschleunigungsspannung von $V_{\max} = 2,71$ kV führt eine Sollphase von $\phi_0 = 108^\circ$ zu einer stabilen longitudinalen Bewegung um das Sollteilchen, solange die Auslenkung im Phasenraum nicht zu groß ist.

In Abbildung 6.8a beziehungsweise 6.8b ist ein simulierter Verlauf der Teilchenenergie im Bereich weniger beziehungsweise für viele hundert Umläufe dargestellt. Die Abbildungen sind das Resultat einer iterativen Bestimmung auf Basis der Gleichungen (6.9) und (6.10).

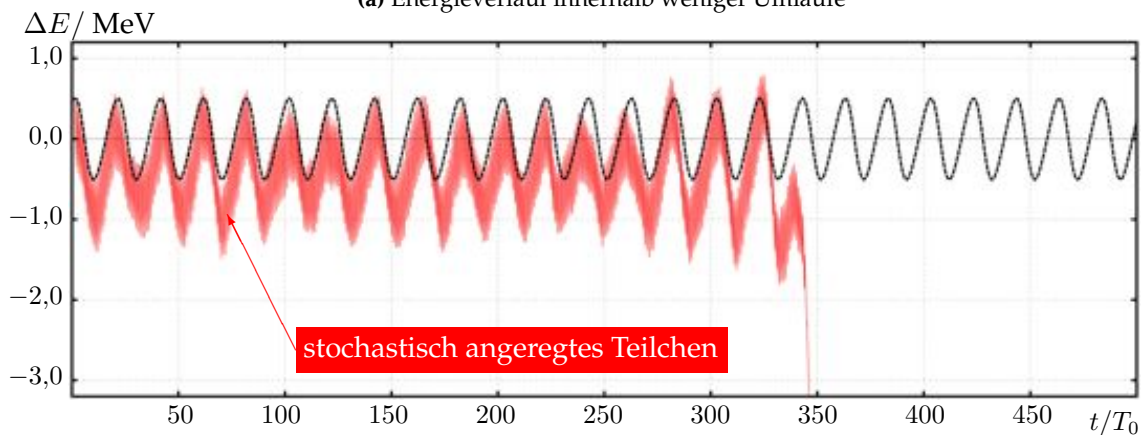
Unter der Annahme, dass die abgestrahlte Energie pro Umlauf konstant ist, ergibt sich ein sägezahnförmiges Verhalten, das die harmonische Oszillation überlagert. Der sprunghafte Anstieg der Teilchenenergie findet hierbei in einem Hohlraumresonator statt, in welchem die Teilchen dem elektrischen Feld abhängig von ihrer Phasenverschiebung $\Delta\phi$ Energie entziehen. Wird also von einem konstanten Betrag abgestrahlter Energie pro Umlauf W_0 ausgegangen und gilt für die Sollphase $\phi_0 = 180^\circ$, so ergibt sich eine rein harmonische Schwingung, wie sie durch Gleichung (6.7) beschrieben wird. Falls die Sollphase jedoch von dem zuvor genannten Wert abweicht, ist die Näherung $\Delta\phi \approx \sin(\Delta\phi)$ ungültig, die Phasenraumellipse verformt sich für große Auslenkungen und die longitudinale Bewegung wird instabil.

²Häufig wird hierbei auch der englische Begriff des «Trackings» verwendet.

³Im weiteren Verlauf werden Zufallszahlen mit «[]» gekennzeichnet. Hierbei wird die Kennzeichnung «[a, b]» für eine Gleichverteilung zwischen den Werten a und b benutzt, «[x_0, σ_x]» steht für eine Gauß-förmige Verteilung mit dem Schwerpunkt x_0 und Breite σ_x .



(a) Energieverlauf innerhalb weniger Umläufe



(b) Energieverlauf für mehrere hundert Umläufe

Abbildung 6.8.: Resultat einer iterativen Bestimmung des Energieverlaufes für eine mittlere Strahlenergie von 3,2 Gigaelektronenvolt. Die obere Abbildung zeigt das Verhalten für einen kurzen Zeitraum unter der Annahme einer konstanten Abstrahlung (schwarz) und einer stochastischen *Gauß*-verteilten Abstrahlung (rot). Hier ist die Abstrahlung innerhalb einzelner Dipole in Form von Energiesprüngen auszumachen. Die untere Abbildung zeigt dasselbe Verhalten für einen größeren Zeitbereich, in dem das stochastisch angeregte Teilchen den stabilen Phasenraumbereich verlässt.

In Abbildung 6.8 ist dieser Sachverhalt unter Zuhilfenahme der iterativen Vorgehensweise berücksichtigt. Zusätzlich ist der Verlauf der Energie für eine stochastische Anregung gezeigt. Im Gegensatz zur Schwingung mit konstanter Abstrahlungsrate (schwarz) führt in dem hier gezeigten Beispiel die stochastische Abstrahlung (rot) zu einer Anregung der Energieschwingung, bis das Teilchen schließlich den labilen Bereich, auch Separatrix genannt, überschreitet und dem Elektronenpaket verloren geht. Dabei ist die abgestrahlte Energie $W_0(E)$ von der Energie des Teilchens und vom Ablenkradius R_{dip} abhängig:

$$W_0(E) \approx C_\gamma \frac{E^4}{R} \quad \text{mit: } C_\gamma = 88,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{(\text{GeV})^3}. \quad (6.11)$$

Ausgehend von einer *Gauß*-förmigen Verteilung $[\widetilde{W}_0, \widetilde{\Delta W}_0]$ um die durchschnittlich abgestrahlte Energie pro Umlauf, mit $W_0(3,2 \text{ GeV}) = 851 \text{ keV}$ und $\Delta W_0 = W_0(E + \Delta E) - W_0(E)$,

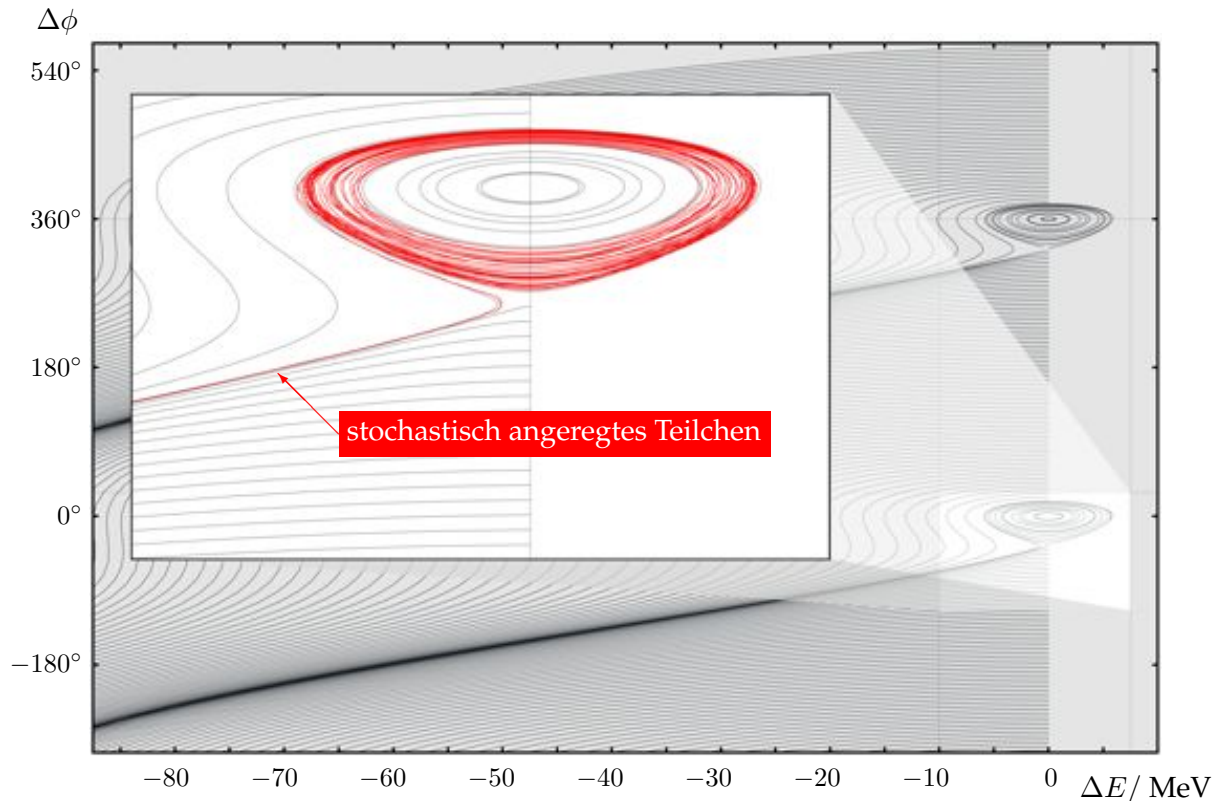


Abbildung 6.9.: Simulierte Trajektorien im ΔE - $\Delta\phi$ -Phasenraum. Um die stochastische Einzelteilchenbewegung (rot) besser darstellen zu können, wird einer der beiden stabilen Bereiche vergrößert. Die möglichen Teilchenbahnen im Phasenraum (schwarz) wurden iterativ für kontinuierlich steigende Phasenabweichungen $\Delta\phi$ berechnet.

folgt ausschließlich die Anregung der Energieschwingung⁴. Die Abbildung 6.9 zeigt Teile des Phasenraums, der auf der Basis der vorgestellten Iteration entsteht, über zwei stabile Bereiche hinweg. In diesem Raum sind möglich Pfade eingezeichnet, entlang derer sich die Teilchen mit entsprechenden Startbedingungen im Phasenraum bewegen können. Im vergrößerten Teil der Abbildung ist außerdem die Bewegung eines einzelnen Teilchens (rot) unter Einfluss einer stochastischen Anregung eingezeichnet, die letztendlich zum Verlust des Teilchens führt.

Tatsächlich beschreibt die Gleichung (6.11) aber eine Abweichung der genannten Verteilung von einer *Gauß*-Form und gleichzeitig den Effekt, der für die Dämpfung verantwortlich ist. So werden bei großen positiven Energieablagen, mit $\Delta E > 0$, mehr Photonen und mit diesen mehr Energie pro Umlauf abgestrahlt, als bei Teilchen, die eine negative Energieablage aufweisen. Dies führt wiederum zu einer Verteilung um W_0 , die nicht *Gauß*-förmig ist und die nicht nur eine Anregung, sondern auch eine Dämpfung von Energieschwingungen mit großer Amplitude impliziert.

Wird eine korrekte Abstrahlung simuliert, die die Anregung und Dämpfung einschließt, bleiben Teilchen die sich zunächst im stabilen Bereich des Phasenraums befinden, trotz des stochastischen Abstrahlungsverhalten, mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit diesem Bereich erhalten.

⁴Um diesen Effekt zu veranschaulichen, wurde die stochastische Anregung in dem gezeigten Beispiel verstärkt, indem die Breite als das Zwanzigfache der natürlichen Breite angenommen wurde

6.5. Modelle zur Beschreibung der Energieschwingungen

In diesem Teil des Kapitels werden drei unterschiedliche Modelle zur Beschreibung der longitudinalen Strahldynamik vorgestellt und deren Wirkung auf die Spinbewegung untersucht. Die im vorigen Kapitel gewonnenen Kenntnisse bezüglich der Bewegung im Phasenraum bilden hierbei die Grundlage für die im Folgenden dargestellten Modelle. Die Modelle beschreiben den zeitlichen Verlauf, der neben einem linearen Energieanstieg $\gamma_{\text{lin}}(t)$ auch den Anteil $\Delta\gamma^*(t)$ beschreibt, den die Synchrotronlichtemission beeinflusst, womit sich:

$$\gamma(t) = \gamma_{\text{lin}}(t) + \Delta\gamma^*(t) \quad (6.12)$$

ergibt. Alle drei Modelle sind bereits optional im Simulationspaket POLE enthalten und weisen je unterschiedliche Vor- und Nachteile auf (vergleiche «Gamma-Option» in Abbildung 5.5). Zu jeder Option gehören Strahl- oder Beschleunigerparameter, die wahlweise manuell eingestellt, oder automatisiert aus einer Simulation mit MAD-X ausgelesen werden können. Ein besonderes Augenmerk liegt auf der Effizienz der gewählten Beschreibung. Um diese zu erhöhen, muss vor allem auf die Anzahl der benötigten Zufallszahlen geachtet werden, da die Bildung dieser Zahlen mit erheblichem rechnerischen Aufwand verbunden ist. Im Abschluss des Kapitels wird erneut auf die Depolarisation eingegangen und inwiefern diese von den Modellen wiedergegeben wird.

Modell 1: Überlagerung mehrerer Frequenzen

Gleichung (6.4) beschreibt die Breite der *Gauß*-förmigen Verteilung der Teilchenenergien im Gleichgewicht. Wird diese Gleichung mit der Gleichung (6.8) kombiniert, so ergibt sich in erster Näherung auch für die vorkommenden Synchrotronfrequenzen eine *Gauß*-Verteilung. Diese Verteilung kann als Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, mit der die Energie des Teilchens zum Beispiel mit der Frequenz $\omega_s(E \pm \Delta E)$ schwingt, wobei der Schwerpunkt bei $\omega_s(E)$ liegt. Werden die zugehörigen Phasen auf Null gesetzt, so kommt es durch die Überlagerung mehrerer Frequenzen mit *Gauß*-förmig verteilter Amplitude zu einem Auseinanderlaufen der beteiligten Schwingungen, das mit einer Dämpfung verbunden ist, die schließlich zur vollständigen Auslöschung der Schwingung führt. Um dies zu vermeiden, werden zufällig aber gleichmäßig verteilte Phasen zwischen 0° und 360° benutzt. Für das Modell 1 wurde mit einer Energieschwingung gemäß:

$$\Delta\gamma_{\text{Mod1}}^*(t) = \Delta\gamma_\sigma \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(-\frac{\xi_k^2}{2}\right) \cdot \cos\left((\omega_s + \xi_k \Delta\omega_s)t + [\overline{0^\circ, 360^\circ}]_k\right) \quad (6.13)$$

angesetzt, wobei sich aus $\xi_k = \left(\frac{4k}{N-1} - 2\right)$ ergibt, dass sich die Frequenzen über ein Intervall von $\omega_s \pm 2 \cdot \Delta\omega_s$ erstrecken. Aus den zufällig bestimmten aber zeitlich konstanten Phasen und der damit variierenden Phasenbeziehung der einzelnen Frequenzanteile folgt ein zufälliges Auseinander- oder Zusammenlaufen der Energieschwingungen. Daraus resultiert wiederum eine sich zeitlich verändernde Schwingungsamplitude, die für jeden Satz von Phasen unterschiedlich ist.

Modell 2: Stochastischer Energieverlust

Das Modell 1 beschreibt bereits die longitudinale Bewegung des Teilchens als eine zufällig amplitudenmodulierte Energieschwingung. Dabei findet die Amplitudenmodulation auf Zeitskalen statt, die in der Größenordnung der Dämpfungszeit, hier in etwa 0,002 Sekunden, sind und dementsprechend deutlich über der Dauer einer typischen Resonanzkreuzung liegt. Die Abbildung 6.10 veranschaulicht schematisch die zwei wirkenden Prozesse der stochastischen Anregung und einer stetig entgegenwirkenden Dämpfung. Beginnend mit einer Energieabweichung außerhalb des Gleichgewichtszustands erreicht das verfolgte Teilchen den Bereich in dem sich die stochastische Anregung und die deterministische Dämpfung aufheben. Die Instabilität aufgrund der Nichtlinearität, wie sie in der Differentialgleichung (6.6) beschrieben ist, wird in diesem Modell nicht berücksichtigt. Daher kommt es bei einer großen Ablage im Phasenraum nicht zu einem Verlust des Teilchens entlang des Separatrixastes. Um den Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung auf kleineren Zeitskalen untersuchen zu können, müssen auch die Abstrahlungsprozesse in diesem Zeitbereichen modelliert werden. Grundsätzlich kann davon ausgegangen werden, dass alle Prozesse entscheidend sind, die in der Größenordnung einer Spinpräzession sind und damit Resonanzen und deren Auswirkungen beeinflussen können. Um dies beschreiben zu können wird die Dämpfung und Anregung der Energieschwingung voneinander separiert und Gleichung (6.8) modifiziert:

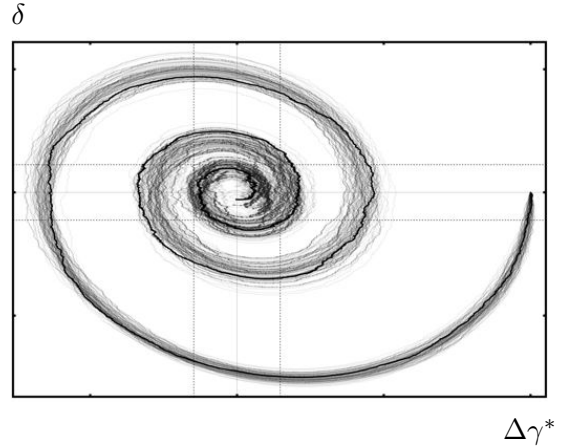


Abbildung 6.10.: Schematische Darstellung des longitudinalen Phasenraums für 100 Teilchen, simuliert für eine stochastische Anregung und bei einer deterministischen Dämpfung. Alle Teilchen starten in derselben Phasenraumposition.

$$\Delta\ddot{\gamma}(t) + 2\alpha_s\Delta\dot{\gamma}(t) + \omega_s^2\Delta\gamma(t) = W_\gamma(t_{\text{mod}}) \quad (6.14)$$

Die Gleichung entspricht in ihrer Form einer *Langevin-Gleichung*⁵[Hua01]. An dieser Stelle soll diese Gleichung jedoch nicht gelöst werden, sondern die Grundlage einer schrittweise angewendeten Abbildung im $\Delta\gamma^*$ - δ -Phasenraum bilden. Die Lösung der homogenen Differentialgleichung führt, je nach Vorzeichen der Konstanten α_s , zu einer Dämpfung oder zu einer Anregung der Energieschwingung. Diese kann über eine Matrix $\mathbf{M}(t)$ als Propagator für den longitudinalen Phasenraum angegeben werden:

$$\begin{pmatrix} \Delta\gamma_{\text{Mod2}}^*(t) \\ \delta(t) \end{pmatrix} = \mathbf{M}(t) \begin{pmatrix} \Delta\gamma_{\text{Mod2}}^*(0) \\ \delta(0) \end{pmatrix} \quad (6.15)$$

$$\text{mit: } \mathbf{M}(t) = \begin{pmatrix} \frac{e^{-\alpha_s t}(\Omega \cos(\Omega t) + \alpha_s \sin(\Omega t))}{\Omega} & \frac{e^{-(\alpha_s + \Omega)t}}{2\Omega}(e^{2\Omega t} - 1) \\ -\frac{e^{-(\alpha_s + \Omega)t}}{2\Omega}(e^{2\Omega t} - 1)\Omega^2 & \frac{e^{-\alpha_s t}(\Omega \cos(\Omega t) - \alpha_s \sin(\Omega t))}{\Omega} \end{pmatrix},$$

⁵Von dieser Form sind auch Differentialgleichungen, die zum Beispiel die *Brownsche Bewegung* oder einen harmonischen Oszillator in einer Flüssigkeit beschreiben.

wobei $\Omega = \sqrt{\omega_s^2 - \alpha_s^2}$ benutzt wird. Diese Abbildung ist im Phasenraum nicht längenerhaltend, da ihre Determinante $\det(\mathbf{M}(t)) = e^{-2\alpha_s t}$ entspricht und somit die Dämpfung der Schwingung widerspiegelt. Dieser Dämpfung wirkt im Modell 2 eine *Gauß*-verteilte, stochastische Anregung entsprechend der Abstrahlung entgegen, die durch :

$$W_\gamma(t_{\text{mod}}) = \left[\frac{t_{\text{mod}}}{T_0} \widehat{W_0, \Delta W_0} \right] (t_{\text{mod}}) \quad \text{mit: } t_{\text{mod}} = t \bmod T_0 \quad (6.16)$$

gegeben ist. Dabei kommt die Laufvariable t_{mod} , die proportional zur Position im Beschleuniger ist, aufgrund der Periodizität der Energiebewegung zustande. Da die Schrittweite der *Runge-Kutta*-Integration nicht an die Umlaufperiode im Beschleuniger gekoppelt ist und dementsprechend teils kürzer und teils Länger als die Umlaufperiode T_0 ist, muss die abgestrahlte Energie korrigiert werden. Sie wird also nicht auf die gesamte Schrittweite t bezogen, sondern ist an die Position im Beschleuniger gebunden, so dass sich die modifizierte Laufvariable aus $t = n \cdot T_0 + t_{\text{mod}}$ ergibt. So wird im TBMTSOLVER für jeden Integrationsschritt ein neue Zufallszahl entsprechend der Vorschrift (6.16) gebildet und für die Berechnung benutzt.

Modell 3: Zeitabhängige Phase

Mit Hilfe der beiden Modelle 1 und 2 kann die zufällige Amplitudenvariation auf großen und auf kleinen Zeitskalen beschrieben werden. Die relative Phase einzelner Energieschwingung zueinander ist dabei jedoch konstant und verändert sich nicht. In der Realität ist nicht nur Amplitude zufällig moduliert, sondern auch die relative Phase zweier Teilchen zueinander, da nach einer Dämpfungsperiode die Diffusion durch die Emission von Synchrotronlicht zu einer Verteilung im Phasenraum führt, die unabhängig vom Anfangszustand ist. Die dabei auftretende, zufällige Modulation der Phase wird im Programm TBMTSOLVER durch die Wahl des Modells 3 aktiviert. Hierbei ist eine exakte Abbildung des realen Phasenverlaufs nicht von Relevanz. Vielmehr ist es von Bedeutung, dass die Phasen der Energieschwingung der einzelnen Teilchen nicht während der vollen Simulationsdauer fest zueinander stehen. Es ist außerdem wichtig, dass die eigentliche Schwingung nicht von der Zeitabhängigkeit der Phase dominiert wird.

Durch den zufälligen zeitlichen Verlauf der Phase ist in der Simulation sichergestellt, dass die Phasenraumbesetzung am Ende eines Beobachtungszeitraums nicht mit den Anfangsbedingungen korreliert ist. Das Verhalten der Energieschwingung wird bei diesem Modell durch:

$$\Delta\gamma_{\text{Mod3}}^*(t) = \Delta\gamma_\sigma \cos(\omega_s \cdot t + \phi_0 + \Delta\phi(t)) \quad (6.17)$$

$$\text{mit: } \Delta\phi(t) = \sum_{k=0}^N \cos(k\omega_\phi \cdot t + [-2^\circ, 2^\circ]_k) \quad (6.18)$$

genähert. Dabei gibt es zwei frei einstellbare Simulationsparameter, die das zeitabhängige Verhalten der Phase beeinträchtigen. Erstens kann durch die Frequenz ω_ϕ die Geschwindigkeit eingestellt werden, mit der sich die Phase ändert, zweitens kann der Wertebereich der Zufallszahlen, hier durch die Größe $\pm 2^\circ$ gegeben, geändert werden. Bei beiden Parametern ist allerdings darauf zu achten, dass sich die resultierende, zeitabhängige Phase nicht zu schnell verändert und dadurch den Verlauf der Energieschwingung dominiert. Letztendlich führt der in Gleichung (6.18) umgesetzte Ansatz einer zeitlich veränderlichen Phase dazu, dass sich die

Frequenz der Energieschwingung leicht verändert, ohne dass die mittlere Frequenz von der des Sollteilchens abweicht.

6.6. Spindynamik in Abhängigkeit der modellierten Energieschwingungen

In diesem Teil des Kapitels werden die unterschiedlichen Ansätze, das heißt die drei zuvor erläuterten Modelle, genauer hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die Spindynamik untersucht. Dabei steht neben dem Vergleich der Modelle bezüglich ihrer unterschiedlichen Beschreibungen der longitudinalen Bewegung, deren Auswirkungen beim Kreuzen einer Resonanz – insbesondere hinsichtlich der Depolarisation – im Mittelpunkt der Studien. Grundsätzlich beschreibt das Modell 2 die auftretenden Effekte am realistischsten, ist aber gleichzeitig der aufwendigste Algorithmus. Der Grund hierfür liegt in der zeitaufwendigen Bildung von Zufallszahlen. Während beim Modell für jeden Integrationsschritt eine neue Zufallszahl gebildet werden muss, kommen die beiden anderen Modelle mit lediglich 100 festen Zufallszahlen aus. Unter welchen Bedingungen Depolarisation durch eine Simulation nachgewiesen werden kann wird im Abschluss dieses Unterkapitels aufgezeigt.

Abbildung 6.11 veranschaulicht das Spektrum und den zeitlichen Verlauf der Energieschwingungen für die drei unterschiedlichen Modelle. Es zeigt sich, dass im Spektrum der Energieschwingung für jedes der Modelle die Komponenten in Nähe der Synchrotronfrequenz dominieren. Dabei ist sowohl der zeitliche Verlauf, als auch die Form im Frequenzbereich unterschiedlich. Während die Amplitude der Schwingung für die Modelle 1 und 2 zeitabhängig ist, ist die Amplitude des Modells 3 konstant. Dagegen ist bei Letzterem die Phase zeitabhängig und führt zu einer leicht modulierten Schwingungsfrequenz. Bei diesem Modell darf sich die Phase im Vergleich zu Grundschwingung nicht zu schnell ändern, da es ansonsten zu einer Verschmierung Grundschwingung im Spektrum kommt, was gleichbedeutend mit einem Verschwinden der eigentlichen Energieschwingung ist⁶.

Das zweite Modell, das einem reinen Teilchenttracking gleicht, ist prinzipiell für eine Integration nach *Runge* und *Kutta* ungeeignet. Dies liegt an dem Algorithmus, dem eine adaptive Schrittweitenkontrolle zugrunde liegt. Voraussetzung für eine Schrittweitenkontrolle ist, dass die Integrationsschritte stetig sind, also die sich ergebenden Funktionswerte in einer beliebig kleinen Umgebung miteinander vergleichbar sind. Im Falle des zweiten Modells ist die grundlegende Funktion, die den Energieverlauf beschreibt, nicht stetig, womit die grundlegende Voraussetzungen für ein funktionsfähiges *Runge-Kutta* Verfahren nicht gegeben sind. Bei der Umsetzung dieses Modells zeigte sich, dass es tatsächlich zu grundlegende Problemen im Zusammenhang einer stochastischen Bewegung kommt, die mit dem hier verwendeten Algorithmus zur Integration nicht umgangen werden können. Die Genauigkeit der Methode kann zwar angepasst werden, damit wird aber gleichzeitig die Umsetzung der stochastischen Bewegung wirkungslos und somit für eine Analyse unbrauchbar.

Das erste Modell erfüllt die Voraussetzungen eines *Runge-Kutta* Verfahrens und beschreibt außerdem die Dämpfung und Anregung der Energieschwingung auf den korrekten Zeitskalen.

⁶In solch einem Fall wäre der zeitabhängige Energieverlauf lediglich eine Zufallsbewegung und es könnten keine Synchrotronseitenbänder beobachtet werden.

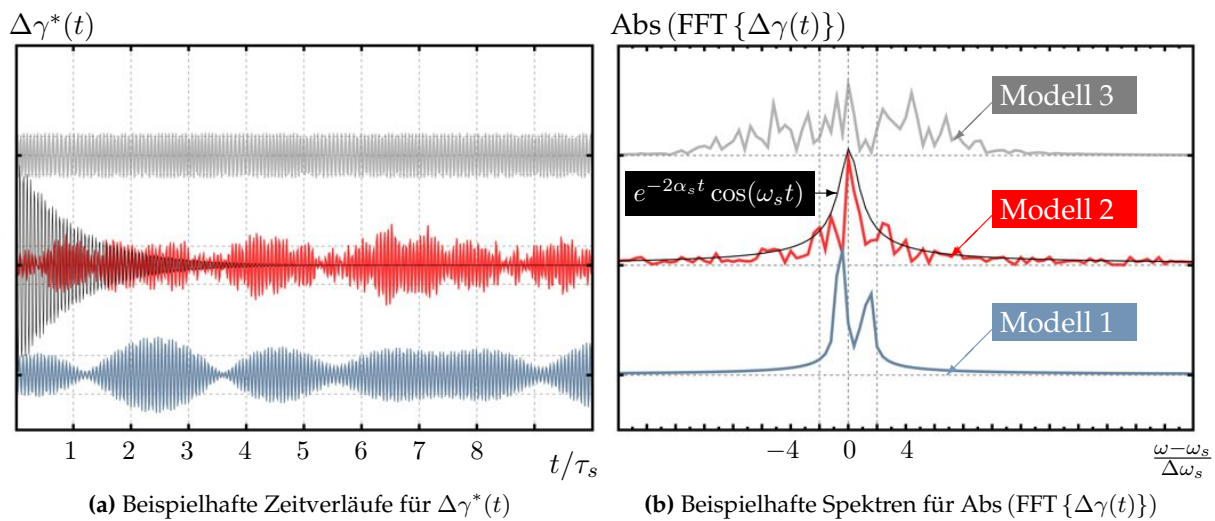


Abbildung 6.11.: Schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufes und der Spektren der Energieschwingung für die drei unterschiedlichen Modelle. Zusätzlich zeigt die Abbildung die Verhaltensweise für eine gedämpfte Schwingung.

Mit Hilfe verschiedener Parameter können die dabei auftretenden Amplituden so angepasst werden, dass sie mit den anderen Modellen und mit den theoretischen Vorhersagen übereinstimmen. Wie schon unter der Annahme einer harmonischen Schwingung mit fester Frequenz und zufällig verteilter Amplitude und Phase, zeigen auch Simulation auf Basis des zweiten Modells ein realistisches Verhalten der Spinbewegung eines einzelnen Teilchens. So können Synchrotronseitenbänder beim Kreuzen einer Resonanz beobachtet werden, deren Auswirkungen auf die Spinausrichtung von der Amplitude und Phase der Synchrotronschwingung abhängen. Werden dabei Zeitbereiche betrachtet, die deutlich unterhalb der Dämpfungszeiten der Synchrotronschwingung liegen, weicht die in diesem Modell beschriebene Schwingung nicht von einer harmonischen Schwingung ab. Auf kurzen Zeitintervallen ergibt sich somit kein Vorteil gegenüber des Ansatzes einer harmonischen Schwingung, dementsprechend konnte auch unter Verwendung des zweiten Modells keine Depolarisation beobachtet werden.

[MSY05] zeigt, dass Depolarisation nicht mit dem Auftreten einer zufälligen Amplitude der Energieschwingung verknüpft ist, sondern dass sie nur dann auftritt, falls es keine feste Phasenbeziehung der Energieschwingungen der einzelnen Teilchen gibt. Dies kann durch den Prozess der Diffusion im longitudinalen Phasenraum erklärt werden, durch den sich alle stabil umlaufenden Teilchen unabhängig von ihren Startbedingungen gleichmäßig im Phasenraum verteilen. Damit haben die Teilchen nach einem hinreichend langen Beobachtungszeitraum, in dem sich ein Gleichgewicht einstellen kann, keine Verbindungen mehr zu ihrer ursprünglichen Phasenraumposition.

In Übereinstimmung mit den durchgeführten Studien wird in [MSY05] hergeleitet, dass nur im Falle eines zeitlich konstanten Energieversatzes, der für alle Teilchen entsprechend der Energiebreite verteilt ist, oder im Falle einer korrekten Beschreibung der Fluktuationen im Phasenraum (wobei insbesondere eine zufälliger Verlauf der Phase wichtig ist) Depolarisation beobachtet werden kann. Beim dritten Modell wird die Fluktuation im Phasenraum angenähert, indem es eine zufällige Zeitabhängigkeit der Phase der gebildet wird, bei der nur eine kleine

Anzahl von Zufallszahlen vonnöten ist. Durch die damit verbundene Näherung kann eine deutliche Leistungssteigerung der Simulation erzielt werden, die es überhaupt erst ermöglicht eine ausreichend hohe Anzahl von Teilchenspins zu simulieren und damit den Effekt der Depolarisation nachweisen zu können.

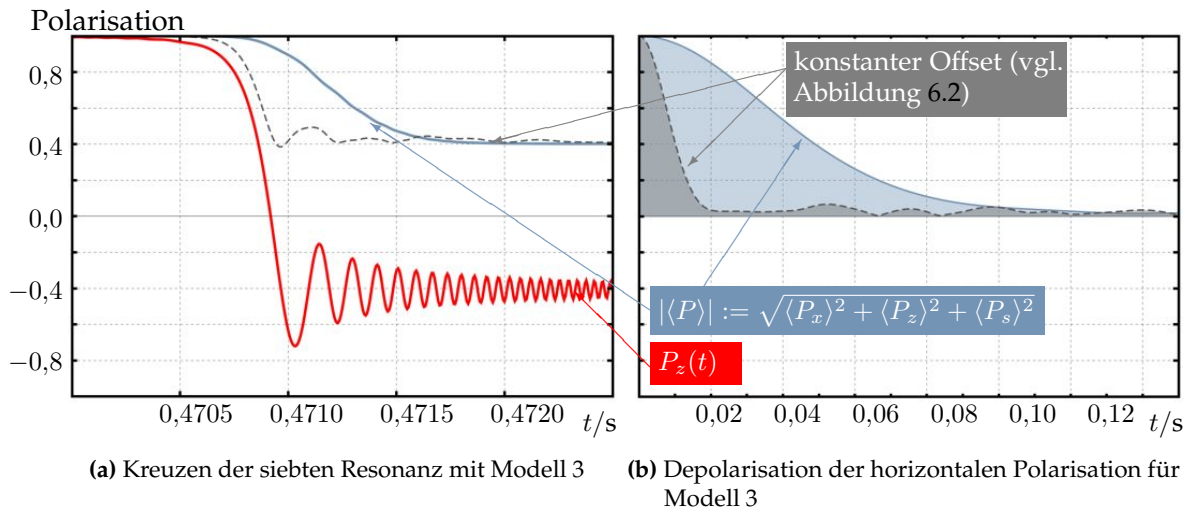


Abbildung 6.12.: Simulationsergebnisse der Entwicklung des Polarisationsgrades beim Kreuzen der siebten Resonanz (links) und der Entwicklung horizontaler Polarisationskomponenten (rechts) mit Modell 3. Im Vergleich zu den Simulationen mit konstantem Energieversatz der einzelnen Teilchen zeigt sich, dass die Dauer der jeweiligen Depolarisationseffekte für das Modell 3 deutlich größer ist als in den, in Abbildung 6.2 und 6.3, gezeigten Fällen.

Die Abbildung 6.12 zeigt die Depolarisationsstudien unter der Annahme eines konstanten Energieversatzes (vergleiche mit den Abbildungen 6.2 6.3) verglichen mit Studien zur Depolarisation unter Verwendung des dritten Modells. Mit den vorgenommenen Einstellungen des Modells 3 kommt es zu einer unvollständigen (Abbildung 6.12a) oder vollständigen (Abbildung 6.12b) Depolarisation, die allerdings auf längeren Zeitskalen stattfindet, als im Falle eines konstanten Energieversatzes.

Wie Eingangs im Kapitel erwähnt sind die Spindiffusion und die dadurch auftretende Depolarisation von großer Bedeutung bei der Simulation von Polarisationsgraden für ultrarelativische Elektronenpakete. An dieser Stelle wird erneut den Unterschied zwischen Polarisationsgrad und tatsächlich nutzbarer Polarisation eines Elektronenstrahls hingewiesen:

Alle Experimente mit polarisierten Strahlen sind sensitiv auf die Richtung des Polarisationsvektors. So kann es dazu kommen, dass die nutzbare Polarisation bei einer Veränderung der Ausrichtung des Polarisationsvektors geringer ist, trotz das der Strahl einen unvermindert hohen Polarisationsgrad aufweist. Hierbei ist also zu unterscheiden, ob die Projektion der Spinkomponenten auf die gewünschte Richtung kleiner ist, oder ob der Spinvektors zwar in die gewünschte Richtung zeigt, der Polarisationsgrad der Elektronen aber gering ist.

Die Studien zeigen, dass zum Beispiel der Abfall des Polarisationsgrades zeitverzögert zur Verringerung der vertikalen Komponente erfolgt (siehe Abbildung 6.12a) und das horizontale Komponenten über größere Zeitintervalle erhalten bleiben, solange sie parallel zur invarianten

Spinachse sind (siehe Abbildung 6.4). Aus diesen beiden Ergebnissen lässt sich auf Bedingungen schließen, unter denen ein Betrieb mit einem horizontal ausgerichtetem Polarisationsvektor auch ohne starke longitudinale Felder möglich ist (siehe Kapitel).

Die vorgestellten Modelle spiegeln hierbei nur den ersten Schritt in Richtung eines Modells zur umfassenden Beschreibung der Spindynamik unter Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung wider. Das Programmpaket POLE spielt dabei eine maßgebliche Rolle, wie die Übereinstimmung der theoretischen Studien aus [MSY05] mit den gesammelten Erfahrungen bei der Implementierung verschiedener Energieschwingungsmodelle zeigt. Auf den hier vorgestellten Studien bauen weitere Untersuchung hinsichtlich verschiedener Ansätze und Annahmen auf, die zukünftig durchgeführt werden sollen. Dabei ist es beabsichtigt leistungsfähige Algorithmen zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen der zeitabhängigen Teilchenenergie und der Bewegung des Teilchenspins zu entwickeln, und diese schließlich in das Programmpaket POLE zu integrieren.

Kapitel 7.

Betrieb mit polarisiertem Strahl an ELSA

Die Beschleunigeranlage ELSA bietet derzeit die weltweit einzige Möglichkeit die Spindynamik in einem Elektronensynchrotron während der Beschleunigung experimentell zu untersuchen. Daher wurden in den vorhergehenden Kapiteln verschiedene Phänomene bevorzugt auf Basis einiger Kenngrößen und Eigenschaften der Beschleunigeranlage ELSA erläutert oder analysiert.

Die gesamte für den Betrieb mit polarisiertem Strahl benötigte Infrastruktur wurde über Jahre hinweg weiterentwickelt beziehungsweise ausgeweitet und wird im Folgenden in der Abfolge erläutert, in der die Elektronen die Beschleunigeranlage im aktuellen Zustand durchlaufen.

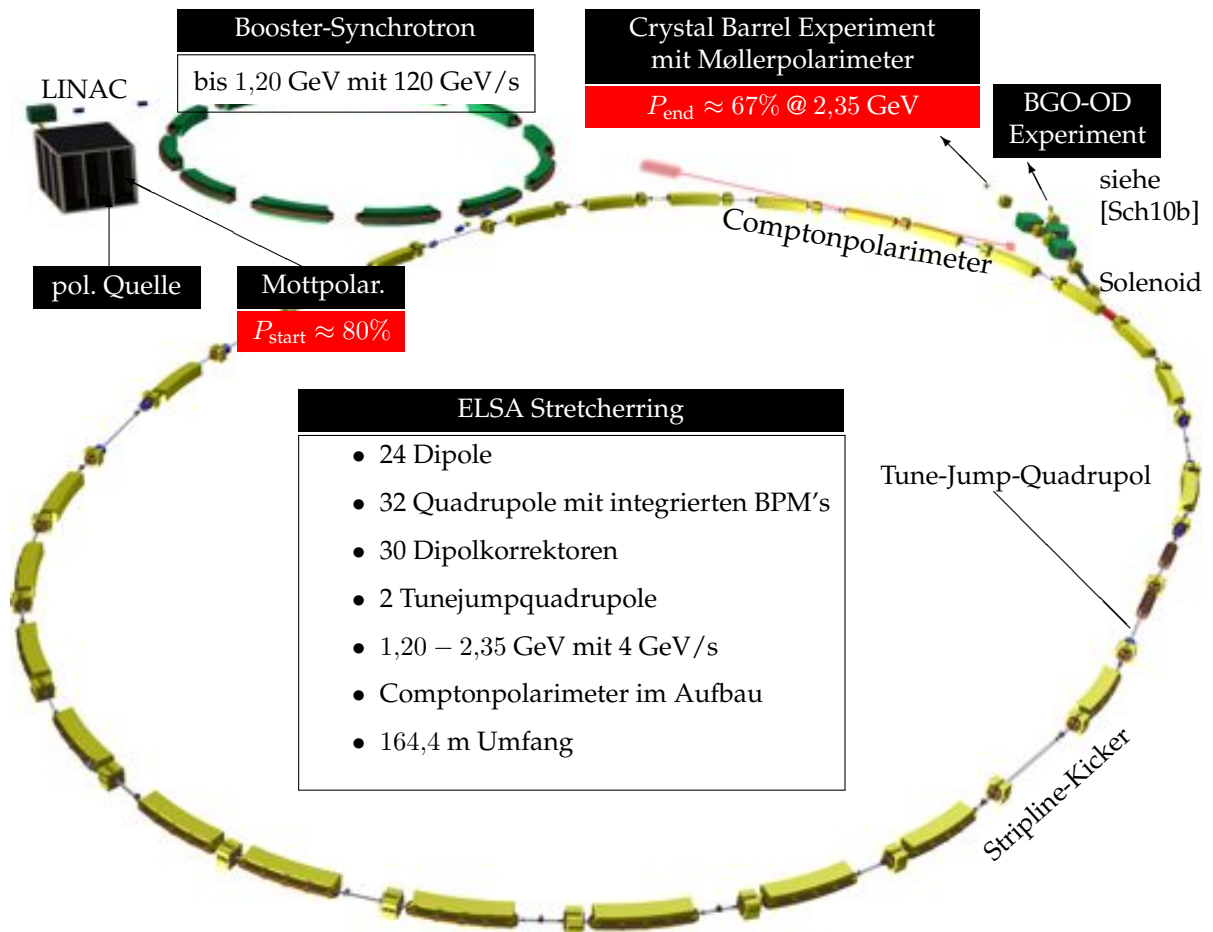


Abbildung 7.1.: Schematischer Überblick der Elektronen-Stretcheranlage ELSA mit Fokus auf die Maßnahmen zur Polarisierungserhaltung und -überprüfung.

Der Fokus der hier vorliegenden Beschreibung liegt auf denjenigen Komponenten und Abläufen, die relevant für den Betrieb mit polarisiertem Strahl sind. Insbesondere wird hierbei im Anschluss an die einleitende Beschreibung eine Weiterentwicklung der Korrektur der Imperfektionsresonanzen vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen wurde.

Quelle polarisierter Elektronen und Mottpolarimeter

Die Durchführung externer Fixed-Target-Experimente verlangt nach einer hohen Ereignisrate, um die notwendige statistische Signifikanz zu erreichen. Im Falle der Beschleunigeranlage ELSA, bei der häufig mit polarisiertem Elektronenstrahl gearbeitet wird, verläuft demnach der Prozess der Selbstpolarisation durch Synchrotronlichtabstrahlung zu langsam¹. Daher wurde an der Beschleunigeranlage ELSA frühzeitig [BK69, D⁺74, DKM⁺77, N⁺98, Sch85, Voi91] auf die Erzeugung eines niederenergetischen, polarisierten Elektronenstrahls in entsprechenden Quellen gesetzt, um diesen daraufhin auf die gewünschte Energie nachzubeschleunigen [Hil06].

Seit dem Jahr 2000 ist die aktuelle Quelle für spinpolarisierte Elektronen im Betrieb [Hil00] und wird gegenwärtig erweitert, um eine noch höhere Verfügbarkeit zu erreichen [Hei08, HHN11]. Bei dieser invertierten Quelle werden die Elektronen durch das zirkular polarisierte Licht eines gepulsten Titan:Saphir-Lasers in einem bevorzugten Energieniveau angereichert. Hierzu wird ein spezielles Kristallmaterial benötigt, bestehend aus dem sogenannten Strained-Layer-Superlattice GaAs-Kristall, bei dem die Elektronen aus dem Leitungsband ausgelöst werden und daraufhin statisch mit 50 Kilovolt beschleunigt werden. Der Spin der emittierten Elektronen ist in dieser Anordnung je nach Polarisation des Laserstrahls parallel oder antiparallel zur Impulsrichtung ausgerichtet, wird für den weiteren Transfer aber mit Hilfe eines elektrostatischen Deflektors in eine transversale Position rotiert.

Im Bereich einiger Kiloelektronenvolt ist die Mottpolarimetrie die geeignete Nachweismethode zur Bestimmung des Polarisationsgrades (vergleiche [HM64]) und wird daher unmittelbar hinter dem Deflektor verwendet. Bei dem elastischen Stoß der polarisierten Elektronen an unpolarisierten Goldatomen in einer dünnen Folie werden für eine Strahlenergie von 50 Kiloelektronenvolt die Elektronen bevorzugt unter einem Winkel von 120° gestreut. Aus den unterschiedlichen Zählraten an den beiden unter diesem Winkel installierten Detektoren kann auf den Polarisationsgrad geschlossen werden. Beim aktuellen Aufbau liegt der Polarisationsgrad üblicherweise im Bereich von 80%.

Linearbeschleuniger und Booster-Synchrotron

Die niederenergetischen Elektronen gelangen von der Quelle zum Linearbeschleuniger und werden dort auf 26 Megaelektronenvolt beschleunigt. Dabei wird die natürliche Divergenz des Strahls durch Solenoide kompensiert, deren Magnetfeld aber gleichzeitig auf die nun transversal ausgerichteten Spins wirkt. Somit ist bei der Einstellung der Solenoidstärken neben einer geeigneten Fokussierung des Strahls auf die Spinausrichtung, die optimalerweise vertikal ist, zu achten.

Seit dem Jahr 1967 ist das sogenannte Booster-Synchrotron im Betrieb [ABD⁺68] und wird mittlerweile als weiterer Vorbeschleuniger im Anschluss an den Linearbeschleuniger verwen-

¹Auch die bei niederenergetischen Protonenstrahlen mögliche Spinfilterung unter Ausnutzung des *Stern-Gerlach*-Effektes [GS22] ist bei Elektronenstrahlen ausgeschlossen, da Impuls- und Ortsunschärfe in derselben Größenordnung wie die Richtungsquantelung liegen (vergleiche [Kes85]).

det. Hierbei sind die Dipolspulen Bestandteil eines Schwingkreises und werden mit einer Frequenz von 50 Hertz angeregt. Im linearen Bereich dieser Schwingung entspricht die Änderung des Magnetfeldes einer Energierampe mit $\Delta E/\Delta t = 120 \text{ GeV/s}$, an deren Ende die Teilchen die Extraktionsenergie von 1,2 Gigaelektronenvolt erreichen. Dies erweist sich insbesondere im Hinblick auf die Depolarisation durch Resonanzen erster Ordnung als großer Vorteil. Die Kreuzungsgeschwindigkeit ist so hoch, dass keine nennenswerten Einflüsse auf den Polarisationsgrad am Experiment zu erwarten sind [Ste99]. Auch in der Praxis konnte mit vier neu installierten Korrektordipolen keinerlei Einfluss auf die Stärke der Imperfektionsresonanzen ausgeübt werden, der zu einer messbaren Veränderung des Polarisationsgrades geführt hätte. Diesbezüglich stehen Studien bei höheren Energien des extrahierten Strahls – insbesondere über die dritte Imperfektionsresonanz hinweg: $E_{\text{extr,Booster}} > 1,32 \text{ GeV}$ – bisher aus.

Stretcherring

Der wesentliche Vorteil des im Jahre 1987 in Betrieb gegangenen Stretcherrings liegt in einer höheren Verfügbarkeit des extern genutzten Strahls und der Möglichkeit, die Elektronen auf bis zu 3,2 Gigaelektronenvolt zu beschleunigen [HS88]. Ab dem Jahr 2005 wurden am Stretcherring keine Synchrotronlichtstrahlungsexperimente mehr durchgeführt, da die Anlage aufgrund des Aufbaus der Magnetstruktur (FODO vergleiche Kapitel 3.4.1) nicht mit modernen Synchrotronlichtstrahlungsquellen der dritten Generation² in Bezug auf die Strahlbrillanz konkurrieren konnte. Seitdem ist der sogenannte Booster-Modus für externe Experimente – im Zeitraum der vorliegenden Arbeit war dies fast ausschließlich das sogenannte Crystal Barrel Experiment – die relevante Betriebsart.

Dabei läuft ein Zyklus wie folgt ab:

- Zunächst werden Elektronen injiziert, bis im Stretcherring typischerweise ein mittlerer Strahlstrom von etwa 20 Milliampère erreicht wird. Dieser Prozess dauert 500 Millisekunden.
- Daraufhin werden die Elektronen mit $\Delta E/\Delta t = 4 \text{ GeV/s}$ innerhalb von 300 Millisekunden auf eine Energie von 2,35 Gigaelektronenvolt beschleunigt.
- Schließlich kann der akkumulierte und nachbeschleunigte Strahl über ein Zeitintervall von etwa vier Sekunden mit konstantem Strom von einigen hundert Picoampère dem Experiment zugeführt werden.

Während der Injektion und der Energierampe wird ein Arbeitspunktpaar $Q_x = 4,631$ und $Q_z = 4,431$ eingestellt. Damit ist zwar das Anregen einer vertikalen optischen Resonanz ausgeschlossen, der horizontale Arbeitspunkt liegt dagegen sehr nah an einer drittelzahligen optischen Resonanz. Diese Einstellung wird ganz bewusst gewählt, da eben jene Resonanz genutzt wird, um einen Teil der Strahlelektronen zum Experiment zu extrahieren [Dre84, Ebe87, Nec93]. Während der Extraktionsphase wird dazu der horizontale Arbeitspunkt noch näher an den drittelzahligen Wert herangefahren und ein Strahlverlust im Stretcherring herbeigeführt. Durch zusätzliche Magnelemente, wie den Sextupolen und einer Magnetfeldschneide (auch Septum genannt), können die resonanten, horizontalen Betatronschwingungen so beeinflusst

²Hierzu gehören zum Beispiel BESSY II [TKU03], Canadian Light Source [DBD]⁺03] oder Swiss Light Source [SBD⁺01].

werden, dass es nicht zu unkontrolliertem Strahlverlust kommt, sondern ein einstellbar kleiner Anteil der Strahlelektronen in die externe Strahlführung gelangt. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass sehr geringe Ströme über Sekunden hinweg den Experimenten zur Verfügung gestellt werden können.

Neben den optischen Resonanzen sind beim Betrieb mit einem polarisierten Elektronenstrahl die depolarisierenden Resonanzen von Bedeutung. Durch die Energieabhängigkeit der Spinpräzession treten diese im Gegensatz zu den optischen Resonanzen nur bei bestimmten Energien auf und müssen demnach zu den entsprechenden Zeitpunkten während der Beschleunigung kompensiert werden. Hierzu werden unterschiedliche Maßnahmen getroffen:

- Die Energieerhöhung im Stretcherring von $\Delta E/\Delta t = 4 \text{ GeV/s}$ ist zwar deutlich geringer als die im Booster-Synchrotron, dennoch wirkt sie allen depolarisierenden Resonanzen so entgegen, dass praktisch nur Resonanzen der ersten Ordnung, also die intrinsische Resonanz $a\gamma = 0 + Q_z$ bei 1,95 Gigaelektronenvolt und die dritte, vierte und fünfte Imperfektionsresonanz bei 1,32, 1,76 und 2,20 Gigaelektronenvolt, berücksichtigt werden müssen.
- Die intrinsische Resonanz kann durch einen Arbeitspunktsprung zum Zeitpunkt der Resonanz unwirksam gemacht werden. Mit zwei eigens zu diesem Zweck konzipierten und installierten Quadrupolen wird die Kreuzungsgeschwindigkeit bei konstanter Energieerhöhung vergrößert, indem der Arbeitspunkt und mit ihm die Resonanzbedingung kurzzeitig verschoben wird.
- Je weniger der geschlossene Orbit von der Sollbahn abweicht, desto geringer wirken sich Imperfektionsresonanzen aus. Die Korrektur der Imperfektionsresonanz erfolgt daher in zwei Schritten.

Zuerst werden während der Energierampe die vertikalen Orbitablagen mit Hilfe von Dipolkorrektoren minimiert, wodurch bereits eine deutliche Zunahme des Polarisationsgrades erreicht werden kann. Um dabei die transversalen Strahlablagen vom Sollorbit messen zu können, ist in jedem der 32 Quadrupole ein Strahllagemonitor, ein sogenannter BPM³ eingebaut, bei denen die Position des Ladungsschwerpunktes über vier Knopfelektroden ausgelesen werden kann [Kei00].

Im zweiten Schritt werden die einzelnen Imperfektionsresonanzen iterativ korrigiert, indem mit Hilfe von Dipolkorrektoren eine sinusoidale Feldverteilung entlang des Orbits appliziert wird. Ziel hierbei ist es, die anregende, aber zunächst unbekannte Feldverteilung destruktiv mit der Korrektorfeldverteilung zu überlagern. Dabei wird zum Zeitpunkt der jeweiligen Resonanz die Amplitude und Phase der Korrektorfeldverteilung variiert und die optimale Einstellung durch einen Vergleich der dabei gemessenen Polarisationsgrade ermittelt.

Derzeit kann die Polarisation des Strahls an der Anlage nur unmittelbar nach Erzeugung des Strahls mit dem weiter oben erwähnte Mottpolarimeter und in der externen Strahlführung mit dem im weiteren Verlauf erläuterten Møllerpolarimeter gemessen werden. Damit ist der Polarisationsgrad während der Beschleunigung der Teilchen und damit auch vor und nach

³Aus dem Englischen für Beam Position Monitor. Auch wenn zum Beispiel mit Synchrotronlichtmonitoren die Strahllage in Dipolen bestimmt werden kann und diese damit im eigentlichen Sinne Strahllagemonitore sind, ist im weiteren Verlauf der Begriff des Strahllagemonitors ausschließlich mit einem kapazitiv an den Strahl koppelnden Monitor, den BPM, verknüpft.

der Kreuzung der jeweiligen Resonanzen unbekannt. Diese Tatsache erschwert die eindeutige Identifizierung von energieabhängigen depolarisierenden Effekten. So kann ein niedriger Polarisationsgrad am Møllerpolarimeter nicht direkt einer bestimmten Resonanz zugeordnet werden, sondern muss indirekt durch zeitlich wohldefinierte Einflussnahme auf die jeweiligen Resonanzen überprüft werden.

Mit der Inbetriebnahme eines Comptonpolarimeters für eine interne Messung innerhalb des Stretcherrings wird sich die Lage in naher Zukunft deutlich verbessern [Spe98, Hil00, Wit03, HAW09]. Bei dieser Art des Polarisationsnachweises wird der spinabhängige Wirkungsquerschnitt der an Elektronen rückgestreuten Photonen ausgenutzt. Um die Messzeit bei dieser Methode kurz zu halten, muss innerhalb des genannten Energiebereichs im Stretcherring ein intensiver, zirkular polarisierter Laserstrahl frontal mit den Strahlelektronen kollidieren. Die rückgestreuten Photonen werden bei vertikaler Strahlpolarisation asymmetrisch in den unteren und oberen Halbraum gestreut und können dort mittels Siliziumstreifendetektoren erfasst werden.

Crystal Barrel Experiment und Møllerpolarimeter

Die Beschleunigeranlage ELSA ist nicht für die Kollision zweier hochenergetischer Teilchenstrahlen – wie es zum Beispiel beim ENC vorgesehen ist – konzipiert. Vielmehr werden außerhalb des Stretcherrings hochenergetische Photonen durch Bremsstrahlung der hochenergetischen Elektronen im sogenannten Radiator erzeugt. Diese Photonen werden daraufhin zur Untersuchung verschiedener, im Laborsystem feststehender Materialien, dem sogenannten Fixed-Target, genutzt. Zwar können durch die Kollision zweier hochenergetischer Teilchenstrahlen deutlich höhere Schwerpunktsenergien erreicht werden, ein Fixed-Target Experiment bietet dafür aber den Vorteil der freien Wahl des feststehenden Stoßpartners – insbesondere können somit auch nicht geladene Teilchen benutzt werden.

Im Jahre 2001 wurde der Aufbau des Crystal Barrel Experiments an der Beschleunigeranlage ELSA fertiggestellt, seitdem treibt es den Erkenntnisgewinn bezüglich des Aufbaus von Baryonen voran [Hil00, B⁺05]. Dazu werden die aus Valenzquarks bestehenden Systeme mittels der eingestrahlten Photonen auf höhere Energieniveaus angeregt und die Zerfallskanäle der angeregten Zustände beobachtet. Letztere können sensitiv auf die Ausrichtung der Spins beider Stoßpartner sein. Die Kontrolle der Polarisation des Targetmaterials und die der Photonen ermöglicht es, spinsensitive Anregungsresonanzen trotz einer Überlappung mit einer energetisch ähnlichen oder einer deutlich stärkeren Resonanz zu separieren.

Im Folgenden wird auf den Experimentierbetrieb, für den ein polarisierter Elektronenstrahl notwendig ist, näher eingegangen:

- Der Spin der extrahierten Elektronen steht zunächst vertikal und wird in der externen Strahlführung durch einen supraleitenden Solenoiden in die horizontale Ebene gedreht und rotiert in dem darauf folgenden Dipolmagneten in die gewünschte longitudinale Ausrichtung – dieser Aufbau ist vergleichbar mit den Spinrotatoren, die in Kapitel 3.4 vorgestellt werden, eine detailliertere Beschreibung des Spintransfers in der externen Strahlführung kann [Hof01] entnommen werden.
- In der Folge treffen die hochenergetischen Elektronen im Radiator auf die Møllerfolie. Dort stoßen die Elektronen entweder mit den gebundenen Elektronen oder werden an den Kernen abgebremst und emittieren daraufhin Bremsstrahlungspotonen.

- Die Differenz der Energien der Elektronen vor und nach dem Stoß wird auf die Bremsstrahlungsphotonen übertragen. Im sogenannten Tagger, bestehend aus einem Ablenkdi-
pol und aus vertikal angeordneten Detektoren für die abgebremsten Elektronen, laufen die Elektronen auf energieabhängigen Radien und können in den Detektoren nachgewie-
sen werden [FP10]. Damit kann dem jeweils zugehörigen Bremsstrahlungsphoton eine
spezifische Energie zugewiesen werden.
- Darüber hinaus können beim Auftreffen der Elektronen auf die Møllerfolie gebundene
Elektronen auslöst werden und bilden zusammen mit den Primärelektronen ein Møller-
paar [OM59]. Die Møllerpaare sind im Laborsystem kegelförmig verteilt und werden
durch eine Koinzidenzmessung im oberen und unteren Halbraum detektiert [Kam09].
Dabei sind die Zählraten abhängig von der Helizität des Elektronenstrahls; diese wird
zyklusweise an der Quelle invertiert, wodurch eine Messung des Polarisationsgrades
ermöglicht wird.
- Die Bremsstrahlungsphotonen, die im Radiator entstehen, treffen auf das polarisierte
Target innerhalb des Crystal Barrel Detektors. Es wird Targetmaterial verwendet, das
eine besonders hohe Dichte an Protonen oder Neutronen hat. Deren Kernspins werden
unter Einstrahlung eines Hochfrequenzfeldes im äußeren Magnetfeld ausgerichtet und
durch Abkühlung auf wenige Millikelvin in diesem Zustand über mehrere Tage hinweg
gehalten [Dut04].
- Die Reaktionsprodukte aus dem tief-inelastischen Stoß zwischen den Baryonen und
Bremsstrahlungsphotonen werden im Crystal Barrel Detektor nachgewiesen, bei dem
rund 98 % des vollständigen Raumwinkels durch Szintillationskristalle und Photomulti-
plier abgedeckt sind. Durch die systematische Rekonstruktion der Reaktionsereignisse
kann auf die innere Struktur der Nukleonen geschlossen werden (zum Beispiel in [T⁺10]).

7.1. Intrinsische Resonanzen im ELSA-Stretcherring

Alle Studien der vorliegenden Arbeit profitierten maßgeblich von den bereits getroffenen
Maßnahmen und Erfahrungen, die im Laufe der Zeit an der Beschleunigeranlage unternommen
beziehungsweise im Betrieb gesammelt wurden. Dazu gehört insbesondere das System zur
Kompensation der intrinsischen Resonanzen. Es wurde in [Hof01] konzipiert und in Betrieb
genommen. Diese Arbeit dient daher als Grundlage für die nun folgenden Beschreibungen.
Wie bereits in Kapitel 4 in Gleichung (4.5) dargestellt, hängt der Polarisationsgrad P_f nach dem
Kreuzen einer Resonanz wie folgt vom Startwert P_i ab:

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{2}{\frac{\pi|\varepsilon_\sigma|^2}{\alpha} + 1} - 1$$

mit der Kreuzungsrate: $\alpha = \frac{a\dot{\gamma} \mp \dot{Q}_z}{\omega_u}$.

Dieser Zusammenhang kann genutzt werden, um die intrinsische Resonanz weitestgehend
unwirksam zu machen. Dazu wird zum Zeitpunkt, zu dem die Teilchen die Resonanz kreuzen,
der vertikale Arbeitspunkt sprunghaft geändert, also ein sogenannter Tune-Jump ausgeführt.
Mit Hilfe zweier Tune-Jump-Quadrupole, die zum genannten Zeitpunkt bestromt werden,

kann eine kurzfristig Änderung des Arbeitspunktes und mit dieser eine Verschiebung der Resonanzbedingung realisiert werden. Somit kann die Kreuzungsrate α entscheidend erhöht werden, ohne das gleichzeitig Energierampe $\Delta E/\Delta t$, die sich im Term $a\dot{\gamma}$ widerspiegelt, erhöht werden müsste. Besonders effektiv ist diese Methode bei der stärksten intrinsischen Resonanz $a\gamma = 0 + Q_z$. Abbildung 7.2 zeigt den Verlauf der Kreuzungsrate α im Zeitbereich der letztgenannten Resonanz während des ELSA-Zyklus.

In der Anwendung am ELSA-Stretcherring ergibt sich mit einer Arbeitspunktänderung von $\Delta Q/(t_1 - t_0) = -0,055/14 \mu\text{s}$ eine Kreuzungsrate, die fast drei Größenordnungen über derjenigen ohne Arbeitspunktsprung liegt. Dadurch kann selbst die stärkste intrinsische Resonanz im ELSA-Stretcherring beinahe vollständig kompensiert werden, ohne weitere Strahleigenschaften negativ zu beeinflussen⁴.

Seit dem Jahre 2010 steht im ELSA-Stretcherring ein weiteres Instrument zur Verfügung, das zweckentfremdet zur Studie von intrinsischen Resonanzen genutzt werden kann. Im Rahmen der Arbeit [Ebe10] wurde ein sogenannter Stripline-Kicker für den ELSA-Stretcherring entworfen und installiert. Dieser lenkt innerhalb eines Zeitintervalls von 548 Nanosekunden mittels einer transversal-elektromagnetischen Welle alle Strahlelektronen vertikal aus. Über eine Streifenleitung wird diese Welle in die Vakuumkammer eingekoppelt und verursacht kohärente Betatronschwingungen, die in den Strahllagemonitoren als Schwingung der Ladungsschwerpunkte identifiziert werden können; ihre Schwingungsfrequenz gibt Aufschluss über den Arbeitspunkt. Mit diesem System ist es nun möglich den Arbeitspunkt in Millisekundenabständen, insbesondere während der Energierampe im ELSA-Stretcherring, zu messen.

Wird der Stripline-Kicker eingesetzt um Schwingungen zum Zeitpunkt einer intrinsischen Resonanz auszulösen, so erhöht sich die Resonanzstärke respektive verringert sich der gemessene

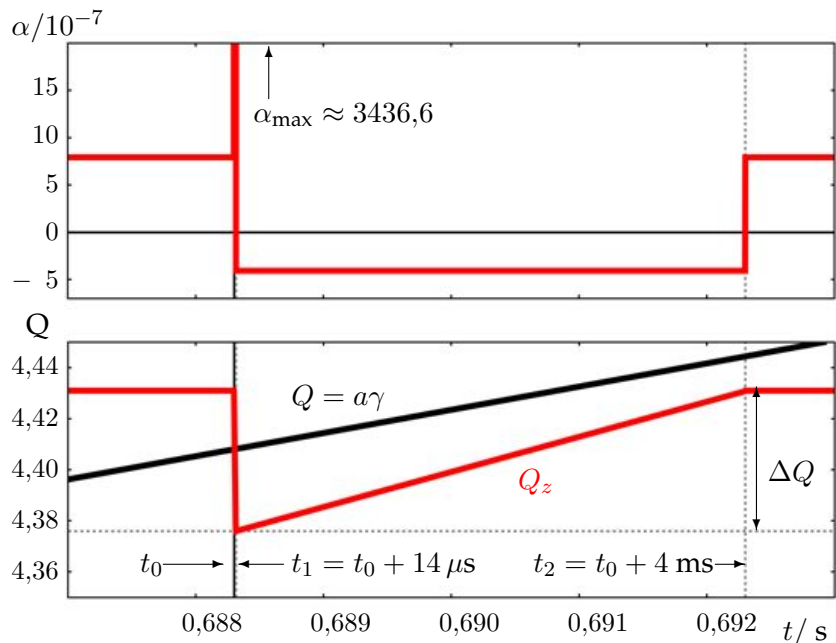


Abbildung 7.2.: Arbeitspunktsprung bei der depolarisierenden Resonanz $a\gamma = Q_z$. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0,6883 \text{ s}$ wird der Arbeitspunkt innerhalb von $\Delta t_1 = 14 \mu\text{s}$ um $0,055$ abgesenkt und daraufhin innerhalb von $\Delta t_2 = 4 \text{ ms}$ wieder zurück auf den ursprünglichen Wert gebracht. Durch diese Vorgehensweise kann eine sehr hohe Kreuzungsrate während der Resonanz bei etwa $1,95 \text{ Gigaelektronenvolt}$ erreicht werden.

⁴Es ist hierbei darauf zu achten, dass keine zusätzliche optische Resonanz durch die Arbeitspunktveränderung hervorgerufen wird. Beim ELSA-Stretcherring ist dies ausschlaggebend für die Wahl des vertikalen Arbeitspunktes von $Q_z = 4,431$.

Polarisationsgrad. Üblicherweise werden zur Spinmanipulation Kicker eingesetzt, mit denen ein hochfrequentes Wechselfeld erzeugt wird, das im Falle einer wohlgewählten Frequenz die Teilchen zu kohärenten Betatronschwingungen über einen längeren Zeitraum hinweg anregt⁵ (vergleiche [Leh08]). Im Gegensatz dazu wird der im Stretcherring installierte Stripline-Kicker gepulst betrieben und lenkt über eine Umlaufperiode hinweg alle Strahlelektronen in dieselbe Richtung aus. Die dadurch zustandekommenden transversalen Schwingungen der Elektronen werden gedämpft, was sich wiederum bei den Messungen der Polarisationsgrade auswirkt. Hierbei kann zwischen zwei Dämpfungseffekten, der Dämpfung der kohärenten und der inkohärenten Schwingungen, unterschieden werden. Sie finden jeweils auf unterschiedlich langen Intervallen statt, und können wie folgt erklärt werden:

- Die sogenannte *Landau*-Dämpfung beschreibt die Abnahme der Schwingung des Ladungsschwerpunktes infolge des Auseinanderlaufens der zunächst kohärenten Einzelteilchenschwingung. Bei Energien im Bereich um zwei Gigaelektronenvolt verschwindet die Schwingung des Ladungsschwerpunktes, die entscheidend für die Arbeitspunktmessung ist, innerhalb einiger hundert Mikrosekunden und spielt damit für Studien zur Spinmanipulation eine untergeordnete Rolle.
- Im Vergleich zum Fall der kohärenten Schwingungen, verläuft die aus der Synchrotronlichtemission resultierende Dämpfung der inkohärenten Einzelteilchenschwingungen deutlich langsamer; für Strahlenergien im Bereich von zwei Gigaelektronenvolt liegt die Dämpfungszeit der vertikalen Schwingungen bei $\tau_z \approx 20$ ms. Diese Schwingungsart ist mit den Strahllagemonitoren nicht messbar, da sie ausschließlich zu einer vertikalen Ausdehnung des Strahls führt, während die Position des Ladungsschwerpunkt unbeeinflusst bleibt.

Bei der Untersuchung der intrinsischen Resonanz sind aber ausschließlich die letztgenannten Einzelteilchenschwingungen von Bedeutung, so dass der zugehörige Dämpfungsprozess bei der Anregung mit Hilfe des Stripline-Kickers mit einbezogen werden muss.

Vorläufige Studien bezüglich einer pulsformigen Anregung von intrinsischen Resonanzen bei Elektronenstrahlen wurden in dieser Arbeit durchgeführt. Es ist hierbei zum ersten Mal am ELSA-Stretcherring gelungen die Stärke der intrinsische Resonanz bewusst zu variieren. Dazu wurde der Zeitpunkt, zu dem der Puls des Stripline-Kickers kohärente Betatronschwingungen anregt, in Millisekundenabständen im Bereich der Resonanz schrittweise verschoben und der Polarisationswert aufgenommen. Abbildung 7.3 zeigt diese ersten Messungen für die Resonanzen $a\gamma = 0 + Q_z$ und $a\gamma = 8 - Q_z$.

Bei der angenäherten Funktion $P_f(t_{\text{Puls}})$ in Abbildung 7.3 wird von einer exponentiellen Zunahme der Resonanzstärke ausgegangen. Je näher der Anregungspuls am Resonanzzeitpunkt liegt, desto größer ist die Amplitude der zusätzlich angeregten Betatronschwingungen. Dementsprechend muss auch die künstlich erzeugte Resonanzstärke ε_k exponentiell mit t_{Puls} zunehmen und kann entsprechend Gleichung (4.5) wie folgt angenähert werden:

$$P_f(t_{\text{Puls}}) = 2P_i \left(\frac{\pi \left| \varepsilon_\sigma + \varepsilon_k \exp\left(\frac{t_{\text{Puls}}}{\tau_k}\right) \right|^2}{\alpha} + 1 \right)^{-1} - P_i \quad . \quad (7.1)$$

⁵Mit einem hochfrequenten Wechselfeld ist es darüber hinaus möglich Resonanzen künstlich zu erzeugen, die sogenannten synthetischen Resonanzen. Dazu wird ein Wechselfeld erzeugt, das in Phase mit der Spinpräzession oszilliert, wodurch auch abseits der bisher betrachteten Resonanzen eine Resonanzbedingung erfüllt werden kann.

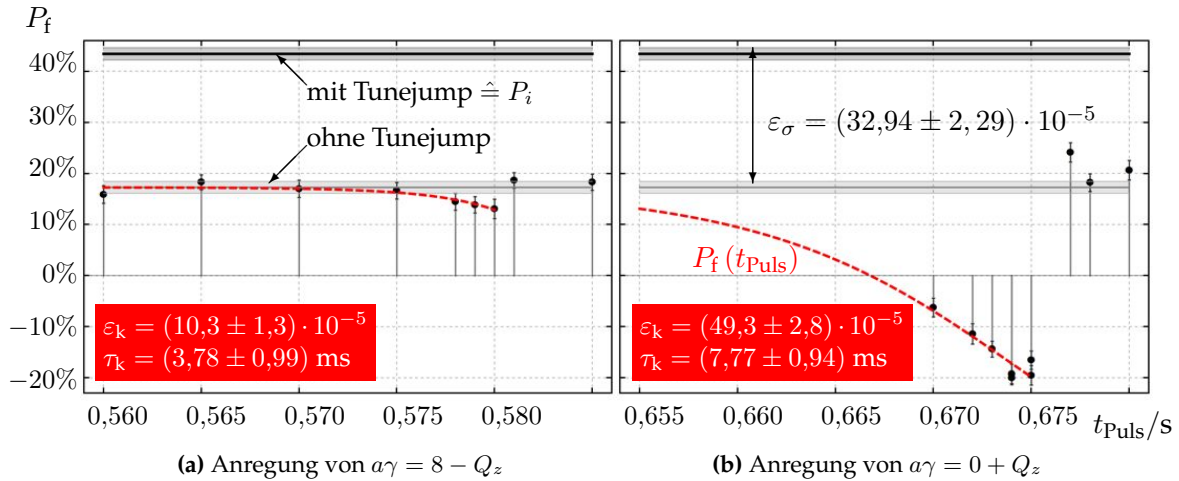


Abbildung 7.3.: Pulsförmige Anregung zweier intrinsischer Resonanzen mit Hilfe eines Stripline-Kickers. Je nach Anregungszeitpunkt während der 4 GeV/s-Energierampe werden die Resonanzen aufgrund der Dämpfung der Betatranschwingungen stärker oder schwächer angeregt.

Bei diesem Ansatz wird angenommen, dass sich der Strahl instantan nach der Anregung vertikal ausdehnt und die Betatranschwingungsamplituden daraufhin exponentiell mit der Dämpfungszeit τ_z gedämpft werden. Des weiteren wird die Breite der intrinsischen Resonanzen nicht berücksichtigt und der Einfluss, der sich in Synchrotronseitenbändern äußert, vernachlässigt.

Grundlegend spiegeln die in Abbildung 7.3 dargestellten Messungen das erwartete Verhalten gut wider. Je näher der Anregungspuls an der Resonanz liegt, desto stärker ist der Polarisationsverlust. Allerdings stimmen die gemessenen Resonanzzeitpunkte nicht mit den theoretischen Vorhersagen überein. Bei dem gemessenen Arbeitspunkt von $Q_z = 4,422$ lägen die Resonanzen im ELSA-Zyklus bei 0,594 Sekunden für $a\gamma = 8 - Q_z$ und bei 0,687 Sekunden für $a\gamma = Q_z$ und damit etwa 14 beziehungsweise 12 Millisekunden von den Ergebnissen der in Abbildung 7.3 dargestellten Messungen entfernt. Gründe hierfür könnten eine einstellbare Verzögerung des Anregungspulses oder eine Änderung des Arbeitspunktes während der Energierampe sein; im Detail können sie aber im Nachhinein nicht mehr nachvollzogen werden. Deshalb sollte in weiterführenden Studien dieser Fragestellung nachgegangen werden und eine größere Anzahl von Messpunkten aufgezeichnet werden, um das Verhalten detaillierter untersuchen und mit theoretischen Studien besser beschreiben zu können. Dabei sollten, mit einer größeren Zeitauflösung und bei ausreichender Resonanzstärke, auch die Synchrotronseitenbänder der Hauptresonanz beobachtbar sein. Weiterhin ist zu bemerken, dass zwar der funktionale Zusammenhang (7.1) mit $\tau_k = \tau_z$ mit den bisherigen Daten aus den genannten Gründen nicht ausreichend verifiziert werden konnte, diese ersten Studien aber dennoch die grundsätzliche Funktionsweise der Methode bestätigen.

7.2. Imperfektionsresonanzen im ELSA-Stretcherring

Die Kompensation von Imperfektionsresonanzen in Form einer sprunghaften Kreuzung wie bei intrinsischen Resonanzen ist nicht ohne weiteres möglich, da die Kreuzungsrate bei dieser Resonanzart nicht von der Wahl der Arbeitspunkte abhängig ist. Erschwerend hinzu kommt, dass für Imperfektionsresonanzen die Stärke der Resonanz in der Praxis unbekannt sind, da die Fehlstellungen und Feldfehler der Magnetelemente, die die Resonanz letztlich verursachen, nicht in ausreichender Genauigkeit ermittelt werden können. Zwar können grobe Fehlaufstellungen im Zehntelmillimeterbereich gemessen und korrigiert werden, im Falle von Imperfektionsresonanzen führen aber selbst kleinere Fehlaufstellungen, die mit konventionellen Mitteln nicht messbar sind, zu einer Beeinflussung der Polarisierung. Die Korrektur kann daher nicht alleine auf Basis einer mechanischen Korrektur stattfinden, sondern muss im Betrieb empirisch mit Hilfe zusätzlicher Magnetelemente, meist vertikaler Korrektordipole, durchgeführt werden.

Die möglichen Korrekturverfahren können grundlegend in zwei Arten klassifiziert werden. Bei der Antikorrektur wird die Resonanz zusätzlich angeregt und dadurch ein Spin-Flip ausgelöst. Dagegen wird bei der eigentlichen Korrektur die resonanztreibenden Felder destruktiv überlagert.

Die erste Methode wird üblicherweise bei Protonenbeschleunigern benutzt, bei denen die Synchrotronlichtabstrahlung vernachlässigt werden kann, scheidet aber für ultrarelativistische Elektronen als Methode aus, da kein vollständiger Spin-Flip möglich ist (siehe Kapitel 4). Der Vorteil dieser Methode besteht in der Langzeitstabilität und dem geringen Zeitaufwand. Um bei der Antikorrektur einen vollständigen Spin-Flip, der gleichbedeutend mit dem Erhalt des Betrags der Polarisierung ist, zu verursachen, müssen die eingesetzten horizontalen Störfelder lediglich ausreichend stark sein. Ist die hierfür notwendige Stärke bekannt, so kann diese Methode direkt appliziert werden und wirkt über lange Zeiträume unabhängig von leichten Änderungen der Strahlparameter, die zum Beispiel durch Temperaturschwankungen zustandekommen können.

Bei hochenergetischen Elektronenstrahlen ist die Kompensation, also die Verringerung der resonanztreibenden Feldanteile, der erstgenannten Methode vorzuziehen. Nachteil dieser Methode ist jedoch, dass Verteilung und Stärke der resonanztreibenden Felder unbekannt sind und sie dementsprechend mit einer zeitaufwendigen Korrektur einhergeht⁶.

Im ersten Korrekturschritt wird die Stärke der Resonanz vermindert, indem der gestörte Orbit bestmöglich korrigiert wird. Hierbei stellt die für den Stretcherring typische, schnelle Strahlenergieerhöhung von 1-6 GeV/s Anforderungen sowohl an die Auslesegeschwindigkeit der Strahllageмонitore als auch an die Netzgeräte der Korrektordipole, mit denen schnell variierbare Korrekturfelder erzeugt werden müssen. Im Idealfall verschwinden durch diese Korrektur die Ablagen von der Sollbahn vollständig, so dass keine resonanztreibenden Feldanteile zurückbleiben. In der Realität ist dies jedoch meistens nicht möglich und die verbleibenden Ablagen führen – zum Beispiel aufgrund von Gradientenfeldern in Quadrupolen – zu zusätzlichen horizontalen Feldern, die eine resonante Anregung der Spinbewegung zur Folge haben. Da Stärke und Verteilung der verbleibenden Felder trotz dieser ersten Korrektur unbekannt sind, müssen die resonanztreibenden Felder daraufhin empirisch korrigiert

⁶Eine einzelne Messung des Polarisierungsgrades mit Hilfe des Møllerpolarimeters dauert rund 15 Minuten bei einer Genauigkeit von 1,5%. Für eine Polarisierungsoptimierung bis zur Extraktionsenergie von 2,35 Gigaelektronenvolt fallen typischerweise insgesamt sechs bis zwölf Stunden an.

werden. Dieser zweite Korrekturschritt erfolgt durch einen Vergleich der jeweils applizierten Feldverteilung mit dem erzielten Polarisationsgrad.

Die resonanztreibenden Feldanteile wirken in Phase mit der Spinpräzession und sind dabei sinusoidal über die Dipolzwischenräume verteilt. Damit muss auch die Verteilung der Korrekturfelder der $a\gamma$ -Harmonischen der Umlauffrequenz entsprechen und es wird daher der Begriff der harmonischen Korrektur verwendet. Ein optimaler Polarisationsgrad ist dann erreicht, wenn die Amplitude der treibenden Feldverteilung gleich der Amplitude der harmonischen Korrektur ist, sich die Phase der beiden Verteilungen aber um 180° unterscheidet und sich so beide Feldverteilung destruktiv überlagern.

7.2.1. Bisheriges Verfahren zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen

Orbitkorrektur und harmonische Korrektur werden beim Betrieb mit polarisierten Elektronenstrahlen an der Beschleunigeranlage ELSA seit über einem Jahrzehnt routinemäßig angewendet [Ste99]. In diesem Teil des Kapitels wird erläutert wie Imperfektionsresonanzen im ELSA-Stretcherring bisher kompensiert wurden.

Stützstellen für die interpolierte Orbitkorrektur

Zuerst findet eine Orbitkorrektur in einem Betriebsmodus statt, bei dem der Strahl bei einer der zu kreuzenden Resonanzenergien im Stretcherring gespeichert wird⁷. Beim ELSA-Stretcherring können Abweichungen vom Sollorbit in jedem der 32 Quadrupole mit Hilfe von Strahl Lage Monitoren mit einer Zeitauflösung von einer Millisekunde gemessen werden [Kei00]. Für die Orbitkorrektur bei einem gespeicherten Elektronenstrahl ist die Ausgabegeschwindigkeit der Ablagen des gespeicherten Strahls nicht von Bedeutung, während der Energierampe muss dagegen mit dieser hohen Zeitauflösung gemessen werden, um ausreichende Informationen über die Strahlablagen nahe der Resonanzen zu erhalten. Auf der Basis der gemessenen vertikalen Strahlablagen werden die vertikalen Dipolkorrektoren so bestromt, dass die gemittelte Strahlablage minimiert wird. Dazu ist es erforderlich den Zusammenhang zwischen den applizierten Korrekturfeldern und den daraus resultierenden Ablagen zu kennen. Hierbei werden die Korrekturfelder über den Ablenkwinkel $\Delta\alpha_{\text{korr}}$ (in der Einheit Milliradian) charakterisiert, der die Änderung der Impulsrichtung beim Durchgang durch das Feld angibt. Aufgrund der Periodizität der Bahn des Ladungsschwerpunktes wirkt ein einzelnes Korrekturfeld nicht nur auf die Ablage im nachfolgenden Quadrupol, sondern simultan auf die vertikalen Ablagen in allen Quadrupolen mit:

$$\Delta\alpha_{\text{korr},k} \mapsto (\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_{32}) \quad , \quad (7.2)$$

oder als lineare Abbildung der Ablenkwinkel auf die Strahlablagen:

$$\Delta \vec{z} = \mathbf{ORM} \Delta \vec{\alpha}_{\text{korr}} \quad \text{mit: } \mathbf{ORM}_{jk} = \frac{\Delta z_j}{\Delta \alpha_k} ; \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, 32 \\ k = 1, \dots, 24 \end{array} \quad (7.3)$$

für den Fall des Stretcherrings mit einer Anzahl von 24 vertikalen Korrektoren und 32 Strahl Lage Monitoren. Hierbei wird eine Abbildung in Form der nicht-quadratischen Matrix \mathbf{ORM}

⁷ Insbesondere findet dieser Korrekturschritt ohne Kenntnis der Polarisation des Elektronenstrahls statt, da zur Messung der Polarisation der Elektronenstrahl derzeitig hin zum Experimentierbereich extrahiert werden muss, um Møllerpolarimetrie durchzuführen. Dies fällt aber für diese erste Optimierung nicht ins Gewicht; es ist lediglich die Abweichung des gemessenen Orbits von der Sollbahn relevant. Die Sollbahn wird hierbei durch das sogenannte Beam Based Alignment bestimmt [Kei00].

benutzt, sie wird Orbit-Response-Matrix genannt (vergleiche [SL94]). Diese Matrix spiegelt den in erster Näherung linearen Zusammenhang zwischen den applizierten Korrekturfeldern und den resultierenden Ablagen wider und kann dadurch sowohl experimentell, als auch mit Hilfe einer Simulation ohne größeren Aufwand bestimmt werden. Ausgehend von einem konstanten Ablenkwinkel, zum Beispiel 0,1 mrad, des k -ten Korrektordipols, folgt der zugehörige Vektor $\Delta\vec{z}$ der gemessenen oder simulierten vertikalen Ablagen. Dieser Vektor entspricht, normiert auf den Wert des verwendeten Ablenkwinkels, der k -ten Spalte der Orbit-Response-Matrix. Ist die Orbit-Response-Matrix mit Hilfe dieses Verfahrens bestimmt, so kann sie benutzt werden um die Ablenkwinkel der einzelnen Korrektoren zu berechnen, die in einem optimierten, geschlossenen Orbit resultieren. Dazu werden die gemessenen Ablagen des unkorrigierten Orbits \vec{z}_{unkorr} mit der inversen Orbit-Response-Matrix multipliziert. Das Ergebnis dieser Multiplikation sind die Ablenkwinkel in Vektorform $\vec{\alpha}_{\text{korrr}}$, die appliziert werden müssen um einen korrigierten Orbit zu erhalten:

$$\vec{\alpha}_{\text{korrr}} = -\mathbf{ORM}^{-1} \vec{z}_{\text{unkorr}} \quad . \quad (7.4)$$

Eine Inversion der Orbit-Response-Matrix ist hierbei im Allgemeinen nicht möglich, da ihr Zeilenrang nicht gleich dem Spaltenrang ist. Durch einen Algorithmus auf Basis der Singulärwertzerlegung (kurz SVD für Singular Value Decomposition [FTV95]) kann aber eine Pseudo-Inverse \mathbf{ORM}^{-1} berechnet werden. Der Algorithmus ist bereits im Kontrollsystem der Beschleunigeranlage [Pic95, Göt95] integriert, so dass das Gleichungssystem (7.4) automatisiert mit einer vorgegebenen Genauigkeit gelöst werden kann [Kei00]. In Abhängigkeit dieser Genauigkeit werden dementsprechend eine mehr oder weniger exakte Lösung des Gleichungssystems ermittelt. Eine höhere Genauigkeit ist dabei im Allgemeinen mit einer höheren Bestromung der Korrektordipole verbunden, die mitunter die Leistungsfähigkeit der Netzgeräte übersteigen kann.

Interpolierte Orbitkorrektur

Die vorangehend beschriebene Vorgehensweise wird für unterschiedliche Strahlenergien – neben den Resonanzenergien sollte auch für die Injektions- beziehungsweise Extraktionsenergie ein solcher Datensatz vorhanden sein – durchgeführt, so dass jeweils ein spezifischer Satz von Korrektorstärken zur Verfügung steht. Entsprechend dieser Geschwindigkeit der Energierampe – im Folgenden beziehen sich die Beschreibungen, falls nicht anders erwähnt, auf 4 GeV/s – werden die applizierten Korrektorstrome zwischen den Zeitpunkten, für die ein Korrektordatensatz zur Verfügung steht, linear interpoliert.

Dynamische Orbitkorrektur

Für die interpolierte Orbitkorrektur sind keine Information über den Orbit während der Energierampe nötig, sie basiert ausschließlich auf den zuvor im Speicherbetrieb gewonnenen Korrektordatensätze. Bisher wurde im Regelbetrieb mit polarisiertem Strahl eine weitere Maßnahme in Form der dynamischen Orbitkorrektur ergriffen:

Nachdem die interpolierte Orbitkorrektur angewendet wird, werden für die darauf folgende dynamische Orbitkorrektur Spurendaten aufgenommen. Die Spur eines einzelnen Monitors entspricht dem zeitlichen Verlauf der Ablage des Ladungsschwerpunktes im jeweiligen Strahl-lagemonitor. In 20-Millisekunden-Abständen werden die Ablagen aus den Spurendaten vom

Kontrollsystem ausgelesen und entsprechend dem zuvor erläuterten Algorithmus in Korrektorstärken umgerechnet. Dies führt während der Energierampe zu einem optimierten Orbit; die Methode kann dabei iterativ angewendet werden.

Die dynamische Orbitkorrektur wurde in der Vergangenheit zusätzlich zur interpolierten benutzt, um Zeitverzug zu kompensieren, der durch die Differenz zwischen beabsichtigter und tatsächlicher Änderung des Magnetfeldes zustandekommt [Kei00]. Erste Messungen zeigten, dass dieser Zeitverzug mit dem neuen, leistungsfähigeren Korrektorsystem nicht mehr in relevanten Größenordnungen auftritt [BDFH09, DBL⁺12]. Im Gegensatz zu dem zuvor benutzten Korrektorsystem führt die dynamische Korrektur mit dem neuen Korrektorsystem zu keiner weiteren Verbesserung des geschlossenen Orbits.

Die Abbildung 7.4 zeigt das Resultat einer dynamischen Orbitkorrektur. Jede der dargestellten Spuren (in blau) ist während der Nachbeschleunigungsphase im Stretcherring gezeigt.

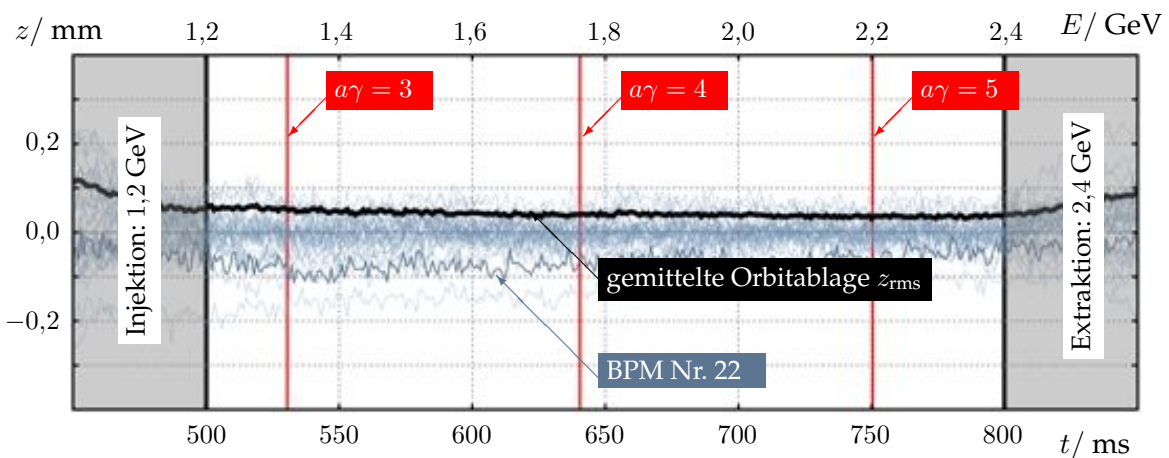


Abbildung 7.4.: Ergebnis einer dynamischen Orbitkorrektur während der Energierampe. Ein Maß für die Güte der Korrektur ist der aus den Ablagen aller Strahlagemonitore gemittelte Orbit, hier $z_{rms} \approx 0,05$ mm.

Harmonische Korrektur

Der Startpolarisationsgrad im Stretcherring bei einer Energie von 1,2 Gigaelektronenvolt beträgt etwa 72%. Dieser Startwert wurde in der Vergangenheit mehrfach gemessen [Hof01] und im Rahmen dieser Arbeit wiederholt bestätigt, indem die Teilchen nicht nachbeschleunigt, sondern direkt mit der Injektionsenergie extrahiert wurden. So konnte das Auftreten einer depolarisierenden Resonanz ausgeschlossen werden.

Bei höheren Extraktionsenergien ist ohne jegliche Korrektur der Polarisationsgrad verschwindend gering. Zur weiteren Korrektur ist dies ein schlechter Ausgangspunkt, da im Fall kleiner Polarisationswerte der relative Messfehler groß ist, was wiederum die Optimierung erschwert. Zusammen mit der Eingangs erwähnten Korrektur der intrinsischen Resonanz durch eine schnelle Arbeitspunktvariation, ermöglicht die weiter oben beschriebene Korrekturen des geschlossenen Orbits bereits einen gemessenen Polarisationsgrades von etwa 40% bei 2,35 Gigaelektronenvolt und verbessert dadurch den Ausgangspunkt für das Durchführen einer harmonischen Korrektur.

Wird davon ausgegangen, dass aufgrund des Arbeitspunktsprungs nur ein vernachlässigbarer Polarisationsverlust durch intrinsische Resonanzen entsteht, folgt aus der Differenz der zuvor genannten Polarisationsgrade, dass durch das Kreuzen der Imperfektionsresonanzen $a\gamma = 3, 4, 5$ ein beträchtlicher Polarisationsverlust von etwa 30% entsteht. Dabei können zwar die genauen Zeitpunkte der Polarisationsseinbuße berechnet werden, die Feldverteilung die dieselben verursacht ist jedoch unbekannt. Um die Polarisation über die Nachbeschleunigungsphase hinaus erhalten zu können, muss daher auf empirische Methoden zurückgegriffen werden.

Wie in Kapitel 4 beschrieben ist zur Beschreibung von Resonanzstärken ein geeignetes Koordinatensystem zu wählen. In diesem Koordinatensystem werden alle horizontal wirkenden Magnetfelder den jeweiligen Dipolzwischenstücken, also einem festen Spinphasenvorschub, zugeordnet. Damit legt die Phase und die Geschwindigkeit der Spinpräzession auch die Phase und die Periode der Korrekturverteilung fest. Am Beispiel der dritten Imperfektionsresonanz lässt sich dies wie folgt erläutern:

Wirken bei $a\gamma = 3$ zufällig verteilte, horizontale Felder resonant auf die Spinbewegung, so müssen sie Komponenten aufweisen, die dreifach periodisch pro Umlauf sind. Genau diese Feldanteile sollen durch die harmonische Korrektur destruktiv überlagert werden. Dazu wird eine Feldverteilung appliziert, die ebenfalls dreifach umlaufperiodisch in den Dipolzwischenstücken wirkt. Empirisch wird dabei festgestellt, ob eine Verschiebung der Phase oder eine Veränderung der Amplitude der Korrektorfeldverteilung zu einer Verbesserung oder einer Verschlechterung des Polarisationsgrades führt.

Die Feldverteilung, die durch die harmonische Korrektur entsteht, wirkt zusätzlich zu den Feldern, die sich aufgrund der interpolierten Orbitkorrektur ergeben. Folglich führt die harmonische Korrektur zu einer Vergrößerung der durchschnittlichen Ablagen zu den Zeitpunkten zu denen die Imperfektionsresonanzen gekreuzt werden. Abbildung 7.5 verdeutlicht diesen Sachverhalt. In diesem Fall wurde die harmonische Korrektur iterativ für jede der drei wirkenden Imperfektionsresonanzen durchgeführt, wodurch schließlich ein Endpolarisationsgrad von etwa 67% bei 2,35 Gigaelektronenvolt erreicht werden konnte.

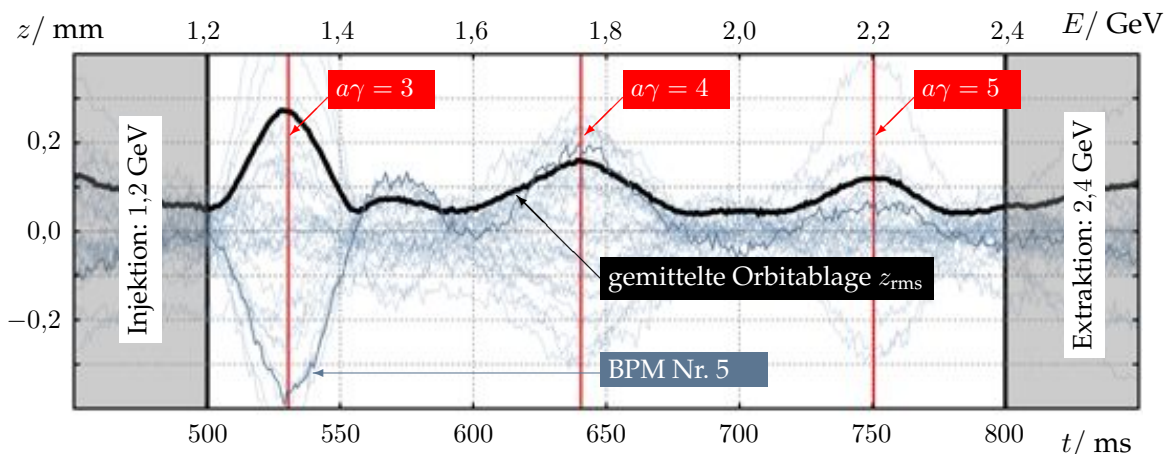


Abbildung 7.5.: Spuren der 32 Strahlagenmonitore im Falle einer harmonischen Korrektur mit einer Endpolarisation von etwa 67%. Die Anwendung der harmonischen Korrektur führt zu einer deutlichen Störung des zuvor dynamisch korrigierten Orbits.

7.2.2. Analyse der harmonischen Korrektur

In diesem Teil des Kapitels werden die Grenzen der bisher verwendeten Methoden erläutert und analysiert. Die umfangreiche Analyse der genannten Einschränkungen fanden begleitend zur vorliegenden Arbeit durch [Sch10a] statt. Die dadurch gewonnenen Erkenntnisse bildeten die Basis für die Umsetzung durch [Sch12] in Form des Programms BSUPPLY, mit dessen Hilfe eine systematische Analyse der harmonischen Korrektur ermöglicht wurde.

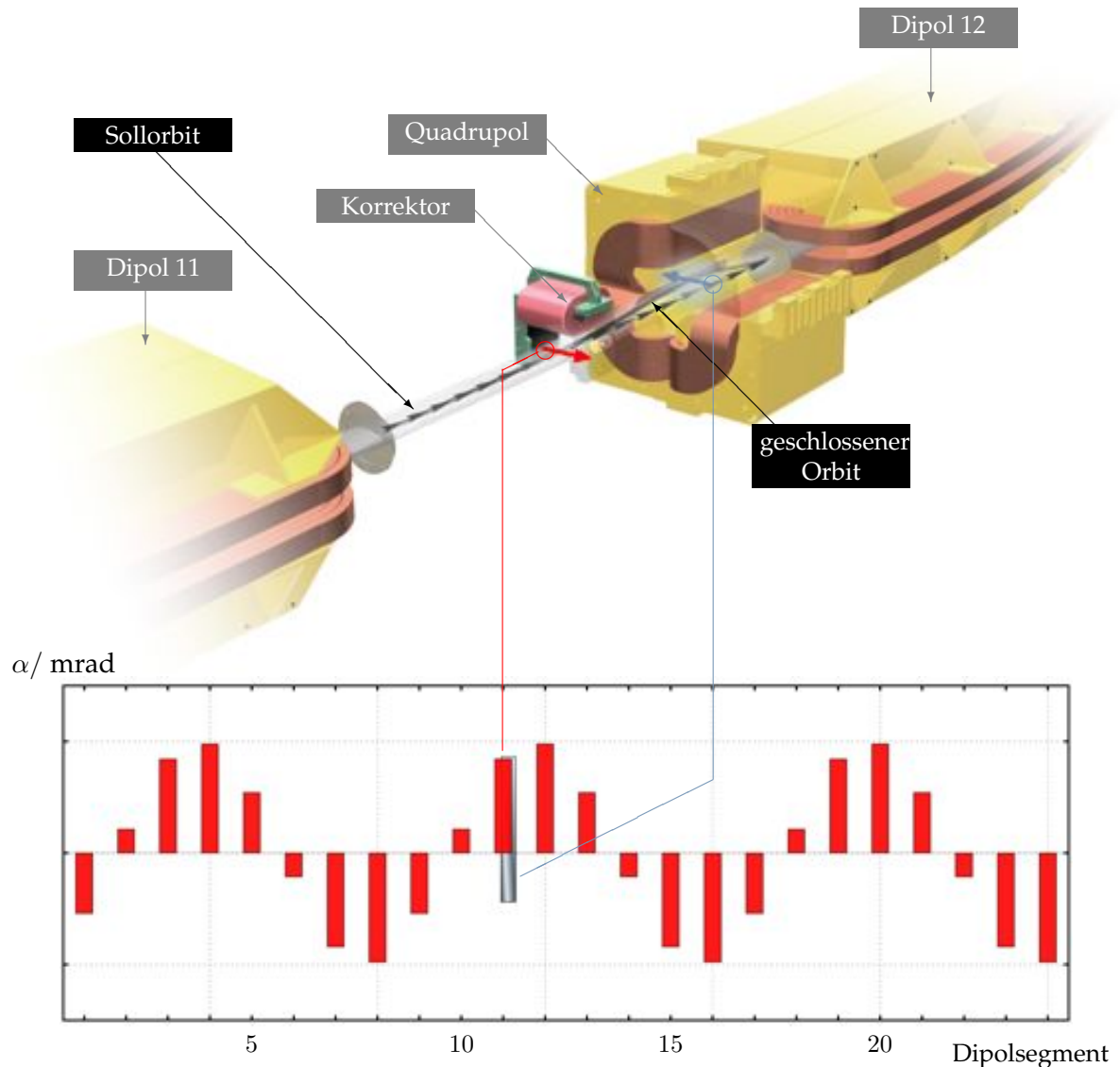


Abbildung 7.6.: Beispiel des Zusammenwirkens der horizontalen Felder in einem Korrektordipol und einem Quadrupol im elften Dipolzwischenstück. Durch das Feld, das im Korrektordipol auf die Teilchen wirkt, kommt es zu einer vertikalen Ablage im folgenden Quadrupol, gleichbedeutend mit einem zusätzlichen horizontalen Magnetfeld, und dadurch zu einer Abweichung der gewünschten Feldverteilung (hier in rot für $a\gamma = 3$).

Im bisherigen Experimentierbetrieb wurden Elektronenstrahlen mit einer Energie von 3,2 Giga-elektronenvolt nur im unpolarisierten Zustand genutzt. In Zukunft sollen ähnlich hohe

Strahlenergien unter bestmöglicher Erhaltung des Polarisationsgrades erreicht werden. Dabei sind im Vergleich zum üblichen Betrieb zwei weitere Imperfektionsresonanzen zu kreuzen, deren Korrektur, bei ähnlicher Resonanzstärke, die Leistungsfähigkeit der Vorgänger der aktuell benutzten Korrektornetzgeräte überschritten hätte.

Im Zuge der Neukonzeptionierung der zugehörigen Netzgeräte (vergleiche [DBL⁺12]) wurde auch die Anzahl der vertikalen Korrektordipole von 18 auf 31 erhöht [TBD⁺12]. Des Weiteren wurde der Algorithmus der harmonischen Korrektur nicht nur auf die verbesserten Netzgeräte und auf die erhöhte Anzahl von Korrektoren angepasst, sondern weiter optimiert [BDFH11]. Es bedurfte dieser Optimierung, da bei dem zuvor benutzten Algorithmus der Einfluss der Quadrupole, wie er in Abbildung 7.6 schematisch dargestellt ist, nicht berücksichtigt wurde. Dieser Sachverhalt wird im Folgenden anhand des Beispiels der bisherigen harmonischen Korrektur der dritten Imperfektionsresonanz erläutert.

Bei der dritten Imperfektionsresonanz beträgt der Spinphasenvorschub pro Dipol, also der Winkel um den ein horizontal ausgelenkter Elektronenspin in einem der 24 Ablenkmagnete des ELSA-Stretcherrings präzediert, $\Theta_{\text{spin}} = 45^\circ$. Wie in Kapitel 4 erläutert wird ist zweckmäßig, die wirkenden Verteilungen nicht gegen die Umlaufzeit, sondern gegen den Spinphasenvorschub aufzutragen. Durch die Spinpräzession innerhalb der Dipole ist dieser Vorschub mit festen Positionen im Beschleuniger verknüpft, so dass alle horizontalen Felder, die zu einem Dipolzwischenstück gehören, aufaddiert werden müssen, um ihren Beitrag zur Resonanzstärke bestimmen zu können.

Die Abbildung 7.7 zeigt am Beispiel der dritten Imperfektionresonanz eine entsprechende Verteilung von horizontalen Korrekturfeldern (rot), in der allerdings nur 18 Korrektoren berücksichtigt wurden. Hier wird als Maß für die Stärke der horizontalen Felder der zugehörige Ablenkwinkel gewählt, der im weiteren Verlauf stellvertretend für die energienormierte Stärke der Korrektordipole benutzt wird.

Trotz der zu geringen Anzahl von 18 Korrektoren würden die zuvor beschriebenen cosinusförmig verteilten, horizontalen Felder den erwünschten Einfluss auf die Teilchenspins haben, solange keine weiteren Felder wirken. Aufgrund der cosinusförmig verteilten Feldstärken kommt es aber zu einem unerwünschten Effekt:

Entsprechend der Gleichung (7.3) führen die zusätzlich applizierten Korrektorfelder zu einer Störung des geschlossenen Orbits. Diese resultiert in zusätzlichen Ablagen in den Gradientenfeldern der Quadrupole, wodurch horizontale Felder auftreten, die bisher nicht berücksichtigt wurden. Diese Felder können mitunter deutlich stärker sein als die ursprünglich angelegten Korrekturfelder und so die beabsichtigte Feldverteilung negativ beeinträchtigen. Auf Basis einer Simulation konnte diese Annahme bestätigt werden (siehe [Sch12]). Abbildung 7.7 ist ein Simulationsergebnis, das den Einfluss der Störung des geschlossenen Orbits wiedergibt. In Form leicht versetzter blauer Balken sind die horizontalen Ablenkwinkel α_{quad} gezeigt, die aus den zusätzlichen, vertikalen Ablagen in den Quadrupolen resultieren. Korrektorfelder und Quadrupolfelder müssen für die jeweiligen Dipolzwischenstücke aufsummiert werden, um die tatsächlich in diesem Zwischenstück wirkende Feldverteilung zu erhalten. Diese Feldverteilung (schwarz) weicht im Allgemeinen von der gewünschten cosinusförmigen Verteilung ab und die resonanztreibenden, dreifach periodischen Terme unterscheiden sich, wie der untere Teil der Abbildung zeigt, in Amplitude und Phase von der eingestellten Verteilung.

Bei der empirischen Korrektur der Imperfektionsresonanzen führt die Differenz zwischen ein-

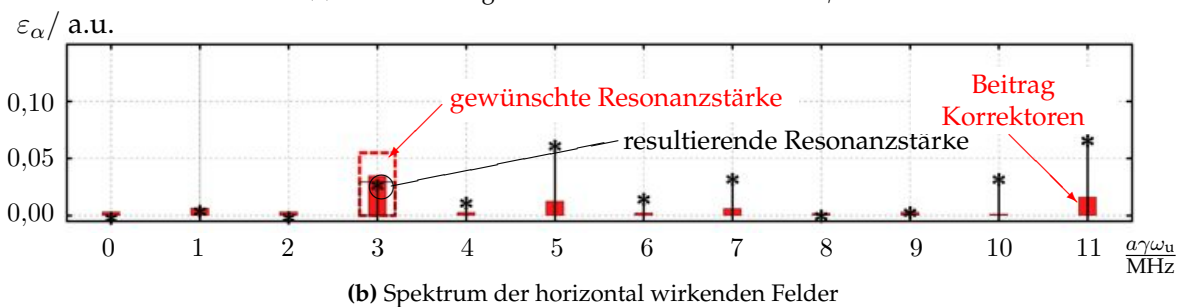
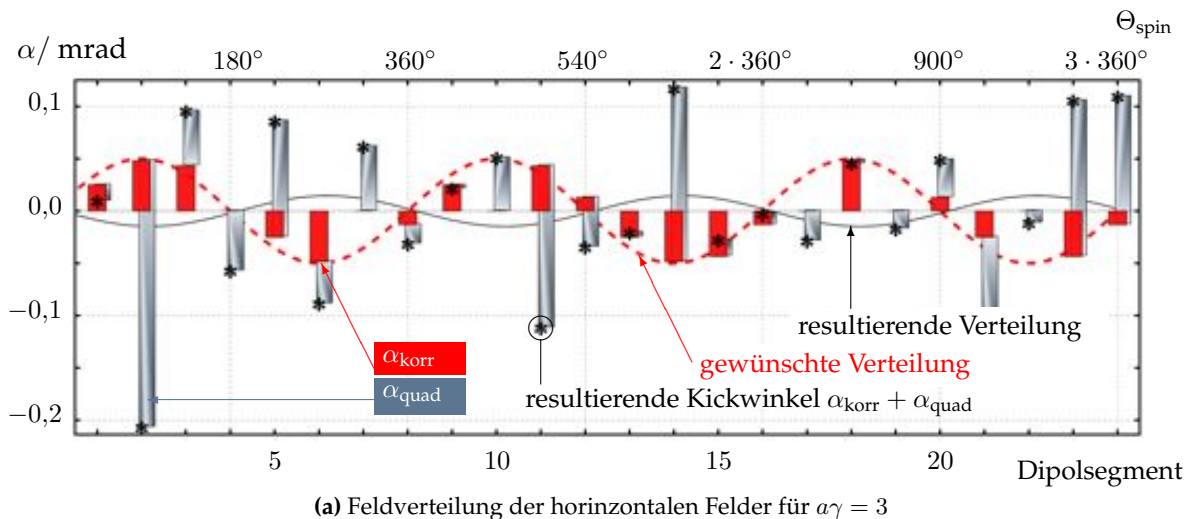
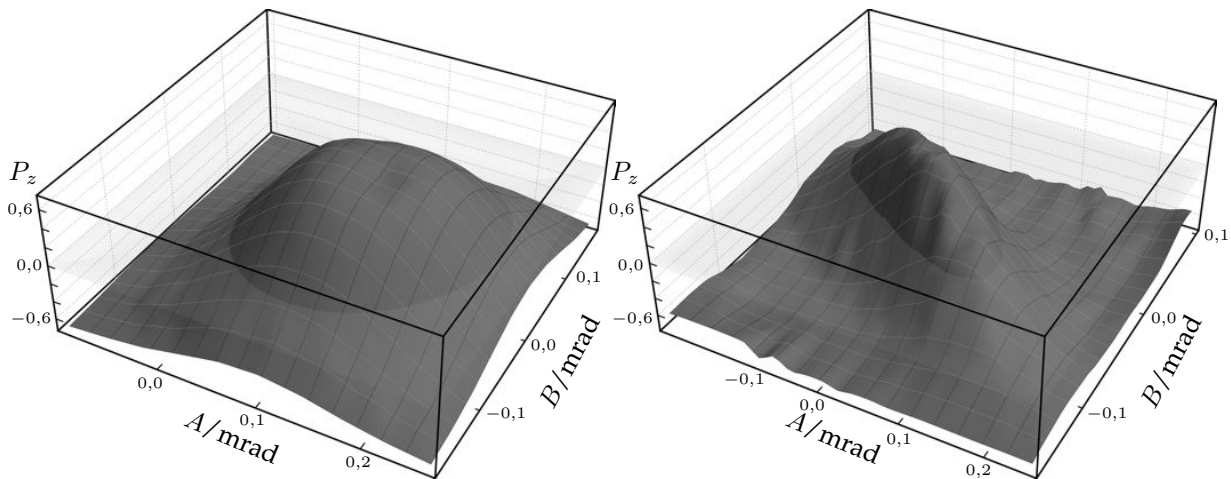


Abbildung 7.7.: Aufintegrierte, horizontale Feldkomponenten, aufgetragen gegen das jeweilige Dipolzwischenstück, nach [Sch12]. Durch die Anwendung sinusförmig verteilter Korrekturfelder wird der geschlossene Orbit gestört (hier simuliert mit MAD-X), was zu zusätzlichen Feldkomponenten in den Quadrupolen führt. Die resultierende Feldverteilung weicht in Amplitude und Phase von der gewünschten Verteilung ab. Im unteren Teil der Abbildung ist das zugehörige Spektrum mit der Resonanzstärke ε_α dargestellt. Dadurch, dass weniger Korrektordipole als Dipolsegmente angenommen wurden, treten neben der dritten Komponente weitere Komponenten auf (rot).

gestellter Amplitude und Phase und der tatsächlichen Feldverteilung zu einem systematischen Fehler, der schlimmstenfalls zu einer nicht optimalen Korrektur und so zu einem geringeren Polarisationsgrad führt. Zwingende Voraussetzung für eine systematische Korrektur der Imperfektionsresonanzen ist eine Unabhängigkeit der Phase und der Amplitude der eingestellten Feldverteilung. Diesbezüglich wurden in der Arbeit [Sch12] detaillierte Studien durchgeführt, in denen auch die Auswirkung auf den Polarisationsgrad numerisch mit POLE untersucht wurde.

In diesem Zusammenhang wurde ein Szenario simuliert, dass der tatsächlichen Praxis bei der harmonischen Korrektur gleicht. Dazu wurde eine beliebige Feldverteilung angenommen, die in der Simulation eine Verringerung der Polarisationskomponente P_z von etwa 30% zur Folge hat. Daraufhin wurde eine empirische Polarisationsoptimierung simuliert, indem die unbekannte Verteilung, begleitet von der Simulation des Polarisationsgrades, mit Hilfe von 30 Korrekturfeldern sinus- beziehungsweise cosinusförmig überlagert wurde. Im Idealfall sollten dabei der Cosinus- und der Sinusanteil – oder gleichbedeutend Amplitude und Phase – unabhängig voneinander korrigiert werden können. Abbildung 7.8 zeigt die simulierten

Polarisationsgrade für die dritte beziehungsweise für die sechste Imperfektionsresonanz aufgetragen gegen die Amplitudenpaare der sinus- und cosinusförmig verteilten Korrekturfelder entsprechend: $\alpha_{\text{korrr},n} = A \cdot \cos(2\pi n/24) + B \cdot \sin(2\pi n/24)$. Die beschriebenen, repräsentativen



(a) Polarisationsoptimierung bei $a\gamma = 3$

(b) Polarisationsoptimierung bei $a\gamma = 6$

Abbildung 7.8.: Simuliertes Verhalten bei der Korrektur einer Imperfektionsresonanz nach [Sch12]. Den beiden gezeigten Szenarien liegen zufällig verteilte, horizontale Felder zugrunde, die mit einer harmonischen Korrektur überlagert werden, wobei eine Korrektoranzahl von 30 angenommen wurde. Je nach Wertepaar der Amplituden der trigonometrischen Funktionen kommt es zu einer Verbesserung oder zu einer Verschlechterung des Polarisationsgrades. Die Simulationen wurden mit dem Programm POLE durchgeführt.

Simulationen einer Polarisationsoptimierung mit der bisher verwendeten Methode spiegeln die im Betrieb gesammelten Erfahrungen wieder. Während bei der dritten Imperfektionsresonanz, trotz der Vernachlässigung der zusätzlich auftretenden Quadrupolfelder, die Amplituden A und B unabhängig voneinander zu korrigieren werden können, ist bei der sechsten Resonanz eine systematische Korrektur nicht möglich. So kann der maximale Polarisationsgrad bei dieser Resonanz, wie Abbildung 7.8b veranschaulicht, nicht bestimmt werden, indem zuerst der Parameter A und danach der Parameter B variiert wird. Das Ergebnis dieser Studien ist, dass Amplitude und Phase der Verteilung beim ursprünglichen Verfahren korreliert sind und damit eine empirische Optimierung zumindest erschwert wird.

7.3. Modifiziertes Verfahren zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen

Für eine systematische empirische Optimierung der vertikalen Polarisationskomponente ist eine Modifikation der bisher durchgeführten harmonischen Korrektur notwendig. Der Algorithmus auf dem diese Modifikation beruht, wurde in dieser Arbeit entwickelt und fest in das Kontrollsystem der Stretcheranlage integriert.

Gemäß der Beschreibung der Korrektur des geschlossenen Orbits, kann aus der Orbit-Response-Matrix **ORM** der lineare Zusammenhang zwischen den anliegenden Korrektorfeldstärken und den Ablagen in den Quadrupolen abgelesen werden. Somit ist die Auswirkung einer horizontalen Feldverteilung auf den geschlossenen Orbit bekannt und kann über die reine Orbitkorrektur hinaus genutzt werden, um die gewünschte $a\gamma$ -periodische Verteilung bei einer Polarisationsoptimierung zu erzeugen. Die Anforderung an das Korrekturschema einer Imperfektionsresonanz sind hierbei nicht verschwindende vertikale Ablagen, sondern es muss in dem n -ten Dipolzwischenstück, gekennzeichnet durch «Dip $_n$ », eine Gesamtfeldstärke erzeugt werden, die durch die gewünschte Amplitude α_0 und Phase ϕ_0 der Korrekturverteilung vorgegeben ist:

$$\alpha_n = \sum_{i \in \text{Dip}_n} \alpha_{\text{korr},i} + l \cdot \sum_{j \in \text{Dip}_n} k_j \Delta z_j \quad \text{mit: } \alpha_n = \alpha_0 \cos\left(\frac{2\pi n}{24} + \phi_0\right). \quad (7.5)$$

Dabei ist zu beachten, dass sowohl die Korrektoren als auch die Quadrupole nicht homogen über die Dipolzwischenstücke verteilt sind. Teilweise befinden sich mehrere Quadrupole und Korrektoren in einem Dipolzwischenstück, es gibt aber auch Zwischenstücke in denen sich aus Platzmangel kein Korrektor befindet.

Gleichung (7.5) beschreibt wie sich die Ablagen Δz_j zusammen mit der Länge l^8 und der Stärke k_j des j -ten Quadrupols auf die Gesamtfeldstärke pro Dipolzwischenstück auswirken. Dabei ist die Ablage z_j , gemäß Gleichung (7.3), vom Satz der Korrektorstärken $\alpha_{\text{korr},i}$ abhängig und es folgt aus Gleichung (7.5):

$$\alpha_n = \sum_{i \in \text{Dip}_n} \alpha_{\text{korr},i} + l \cdot \sum_{j \in \text{Dip}_n} k_j (\mathbf{ORM} \vec{\alpha}_{\text{korr}})_j \quad (7.6)$$

Daraus folgt wiederum, dass der gewünschte Gesamtablenkwinkel α_n im n -ten Dipol ausschließlich vom Satz der Korrektorablenkwinkel abhängt. Diese lineare Abhängigkeit kann als vektorielle Abbildung geschrieben werden:

$$\vec{\alpha} = \mathbf{HCM} \vec{\alpha}_{\text{korr}} \quad (7.7)$$

$$\Rightarrow \mathbf{HCM}^{-1} \vec{\alpha} = \vec{\alpha}_{\text{korr}}, \quad (7.8)$$

wobei die Abbildung **HCM**, die sogenannte harmonische Korrektur Matrix, sich aus zwei Matrizen additiv zusammensetzt. Die Erste dieser Matrizen ist abhängig von der Position der Korrektoren und beschreibt so die Einzelwirkung der Korrektoren in ihren jeweiligen Dipolzwischenstücken. Die zweite Matrix ist aus den Einträgen der Orbit-Response-Matrix aufgebaut, wobei auch hier die Zuordnung zwischen Quadrupolen und Dipolsegment eine Rolle spielt. Mit der Vorschrift aus Gleichung (7.8) kann aus der gewünschten Feldverteilung $\vec{\alpha}(\alpha_0, \phi_0)$ auf den Korrektorsatz $\vec{\alpha}_{\text{korr}}$ zurückgeschlossen werden. Dabei muss die Pseudo-Inverse der **HCM** berechnet werden, da die Matrix, wie es auch für die Orbit-Response-Matrix der Fall ist, nicht quadratisch ist; im vorliegenden Fall mit 30 Korrektoren und 24 Dipolen ist es eine 24×30 -Matrix. Zur Bildung der Pseudo-Inversen wird derselbe SVD-Algorithmus genutzt, der schon bei der Korrektur des geschlossenen Orbits zum Einsatz kommt.

In Abbildung 7.9 ist das Ergebnis einer Simulation der neuen harmonischen Korrektur gezeigt. Das Beispiel bestätigt die grundlegende Funktionsweise der Methode auf Basis einer MAD-X-Simulation [Sch12]. Dabei wurde der geschlossene Orbit simuliert, der unter Einsatz des mit

⁸Für den ELSA Stretcherring ist die Länge l auf der die Quadrupolfelder wirken für alle Quadrupole gleich und kann deswegen aus der Summe herausgezogen werden.

der neuen Methode berechneten Korrektordatensatzes zustandekommt. Aus der resultierenden Bahn des Ladungsschwerpunktes kann auf die zusätzlich in den Quadrupolen wirkenden, horizontalen Felder geschlossen werden, die zusammen mit den Korrektorfeldern zu einer sinusförmigen Verteilung führen, deren Phase und Amplitude den Einstellungen entspricht.

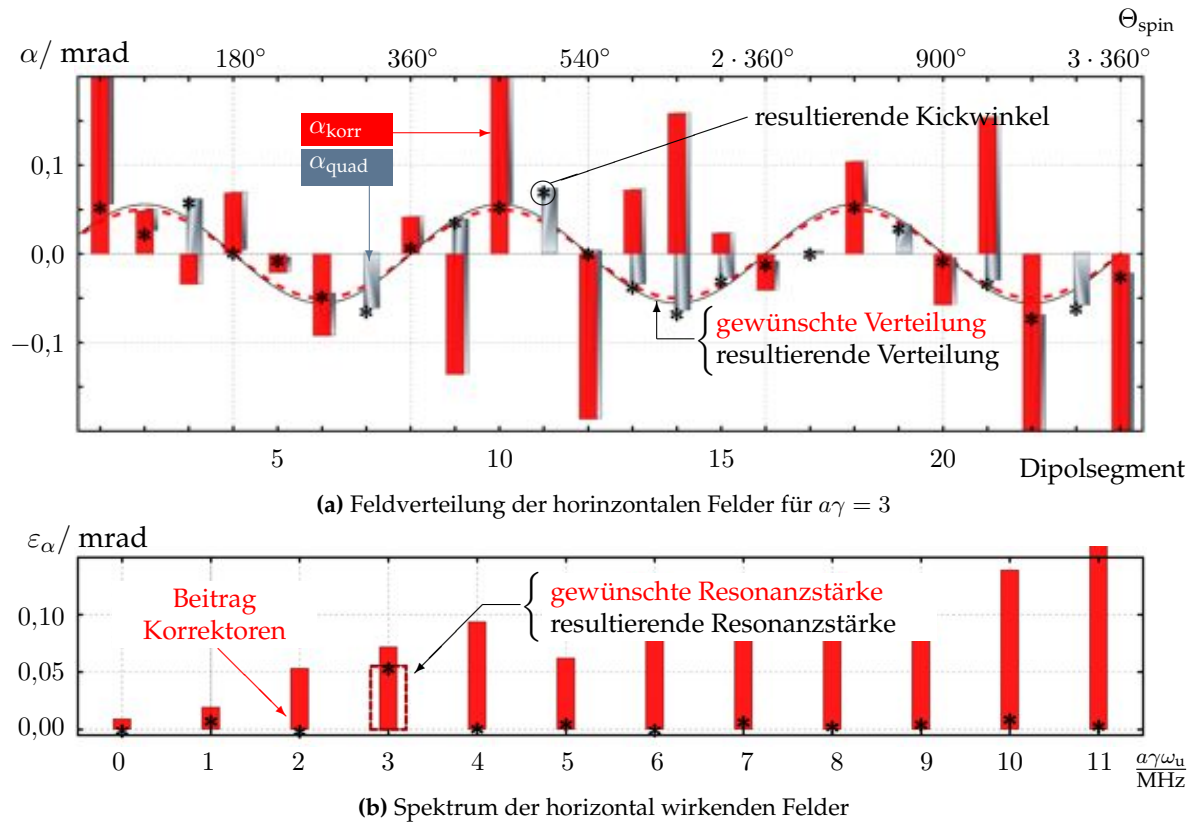


Abbildung 7.9.: Aufintegrierte, horizontale Feldkomponenten, aufgetragen gegen das jeweilige Dipolzwischenstück für die modifizierte Korrekturmethode (vergleiche Abbildung 7.7). Unter Anwendung der neuen harmonischen Korrektur stimmt die eingestellte und tatsächlich wirkende Feldverteilung (schwarz) überein. Das Spektrum im unteren Teil der Abbildung zeigt, dass zwar die Verteilung der Korrektoralenkwinkel deutlich von einer reinen dritten Harmonischen abweicht, die Summe aus Korrektor- und Quadrupolalenkwinkel weist dagegen kaum weitere Frequenzkomponenten außer der eingestellten auf.

Aktuell steht eine systematische, experimentelle Analyse unter Verwendung des neuen Korrektorsystems aus. Der Grund hierfür ist, dass die an ELSA benutzte Teilchenquelle derzeit auf eine höhere Verfügbarkeit von spinpolarisierten Elektronen hin modifiziert wird und deswegen kein polarisierter Strahl zur Verfügung steht. Erste Tests mit den zuvor benutzten, leistungsschwächeren Korrektornetzgeräten bestätigten aber bereits die grundlegende Funktionsweise des Algorithmus in der Praxis. So konnte mit der neuen Methode ein Einfluss auf die Polarisation ausgeübt und schon in diesem Schritt ähnliche Polarisationsgrade erreicht werden, wie sie mit der bisher verwendeten Methode möglich waren. Im Zuge dessen zeigte sich aber auch, dass die Feldstärken, die mit dem System bisher erzeugt werden konnten, für das neue Korrekturschema nicht ausreichen und die maximal erreichbare Amplitude der Verteilung einschränken.

Es ist im Allgemeinen nicht vorherzusagen, ob mit der neuen Methode größere Polarisationsgrade zu erreichen sind als mit der bisherigen Vorgehensweise. Bei der bisher benutzten Methode ist nicht sichergestellt, dass die eingestellte Phasen und Amplituden mit den tatsächlich wirkenden übereinstimmen und dass eine systematische, empirische Optimierung möglich ist. Ob dieser Nachteil aber zwangsläufig in einem niedrigeren Polarisationsgrad nach der empirischen Korrektur resultiert, kann erst nach umfangreichen Tests beantwortet werden. Der Nachweis der grundlegenden Funktionsweise der Methode über eine Simulation hinaus kann aber auch mit einem unpolarisierten Elektronenstrahl stattfinden. Hierzu müssen die durch die Methode vorhergesagten Ablagen mit den tatsächlich auftretenden Ablagen in den Strahllagemonitoren abgeglichen werden. Diese Messung wird zwar durch die Genauigkeit der Positionsmessung der Strahllagemonitore beeinflusst, ist aber für die nahe Zukunft und insbesondere vor dem Einsatz mit spinpolarisiertem Strahl vorgesehen.

Außer dem eigentlichen Verfahren der harmonischen Korrektur, wurde auch der zeitliche Verlauf der Korrekturstärken an die sich mit dem neuen Korrektorsystem bietenden Möglichkeiten angepasst. Es sind nun deutlich schnellere Anstiegszeiten (± 8 A pro 10 ms) möglich, wodurch zuvor notwendigen Maßnahmen, wie die sogenannte Schleppfehlerkorrektur, die das Resultat einer langsameren Rampgeschwindigkeit waren, überflüssig werden. Es wird nun eine neue Rampform der Korrektoren generiert, mit der sichergestellt ist, dass auch zum Zeitpunkt der Synchrotronseitenbänder die Resonanz korrigiert ist, die aber auch verhindert, dass zwei Resonanzen gleichzeitig beeinflusst werden. Lagen beim alten Korrektorsystem die gewünschten Feldstärken aufgrund der limitierten Anstiegszeit nicht zu den korrekten Zeitpunkten vor, zeigte sich diese Verzögerung auch im zeitlichen Verhalten des geschlossenen Orbits. So kam es im Falle hoher Amplituden α_0 zum Überschwingen der zugehörigen Spuren, wie es teilweise auch in der Abbildung 7.5 zu sehen ist. Dieses Überschwingen konnte unter Umständen zu einer Störung des Orbits zum Beispiel zum Zeitpunkt der vierten Imperfektionsresonanz führen, obwohl nur die dritte Imperfektionsresonanz beeinflusst werden sollte. Daraus folgte, dass die beide Resonanzen sich nicht in allen Fällen unabhängig voneinander korrigieren ließen. Die Abbildung 7.10 zeigt die Auswirkung der modifizierten Rampform auf den geschlossenen Orbit.

7.4. Horizontale Polarisation bei Imperfektionsresonanzen

Imperfektionsresonanzen sind in besonderer Weise geeignet um die Energie eines Teilchenstrahls den eingestellten Magnetfeldstärken zuzuordnen (siehe zum Beispiel [AKK⁺92]). Dies liegt daran, dass die Energien, bei denen diese Resonanzart auftritt, alleine aus der in guter Genauigkeit bekannten gyromagnetischen Anomalie der Strahlteilchen berechnet werden können. Außerdem ist diese Resonanzart hinreichend stark, so dass die Auswirkung auf die Strahlpolarisation gemessen werden kann. Auch im ELSA-Stretcherring wurde diese Methode benutzt, um die Strahlenergie bei den jeweiligen Imperfektionsresonanzen bis auf ein Megaelektronenvolt genau zu messen. Dazu wurde der Elektronenstrahl bei leicht unterschiedlichen Energien unter- und oberhalb der Resonanzenergie extrahiert und dabei der Polarisationsgrad mit Hilfe des Møllerpolarimeters gemessen. Exakt auf der Resonanzenergie wird hierbei erwartet, dass die gemessene Polarisation des Elektronenstrahls verschwindet. Um bei der Energiekalibration einen ausreichenden Einfluss der Resonanz auf den gemessenen Polarisationsgrad zu gewährleisten, wurde die Resonanzstärke mittels der damals benutzten

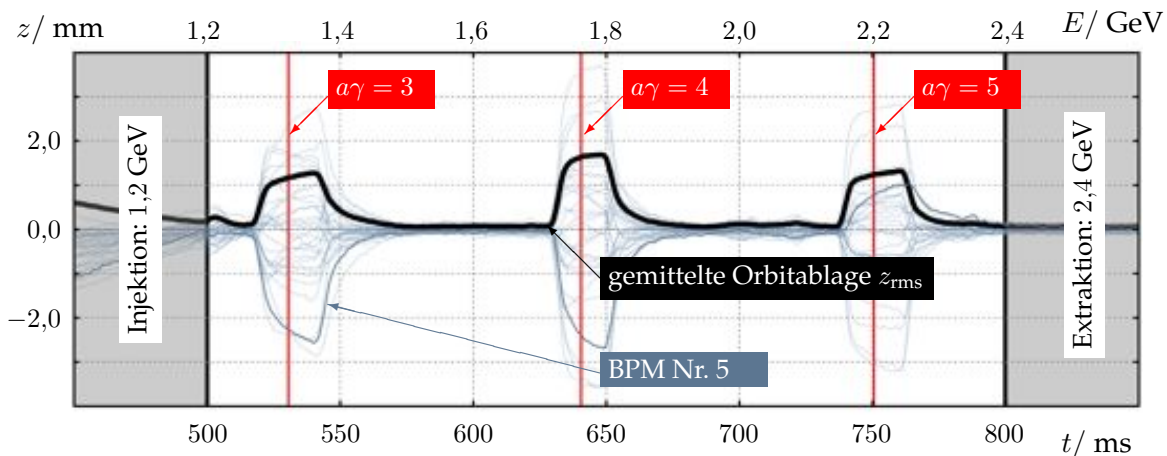


Abbildung 7.10.: Spuren der 32 Strahllagemonitore im Falle der modifizierten Rampform mit einem Plateau bei jeder Imperfektionsresonanz. Die Anwendung dieser Rampform soll in Zukunft sicherstellen, dass auch die Synchrotronseitenbänder adäquat korrigiert werden. Trotz der größeren Korrektorstärken, verglichen mit denen, die in Abbildung 7.5 gezeigt sind, kommt es nicht zu einem Überschwingen des Orbits und jede Imperfektionsresonanz kann separat korrigiert werden.

harmonischen Korrektur über die natürliche Resonanzstärke hinaus erhöht.

Im Rahmen der in [Hof01] durchgeführten Messungen wurde ein zunächst unerwarteter Prozess beobachtet:

Die am Møllerpolarimeter gemessenen Polarisationswerte sind im Allgemeinen ungleich denjenigen im Stretcherring. Grund hierfür ist die Energieabhängigkeit der Spindrehung im auf den Solenoid folgenden Dipolmagneten. Um den vertikalen Polarisationsgrad im Stretcherring zu erhalten, muss der gemessene Polarisationsgrad deswegen mit einem energieabhängigen Faktor multipliziert werden. Dies geschieht unter der Annahme, dass nur vertikale Polarisationskomponenten im Stretcherring erhalten bleiben können. Auch bei der Energiekalibration bei $a\gamma = 2$ wurde der erwähnte Faktor zur Umrechnung benutzt, führte allerdings teilweise zu Polarisationsgraden, die höher als der an der Quelle gemessenen Polarisationsgrad waren. Dies konnte nur dadurch erklärt werden, dass nicht nur die vertikalen Polarisationskomponenten erhalten blieben.

Trotz ausgeschalteten Solenoid-Spindrehers konnte in einer darauf folgenden Studie bei der Resonanz $a\gamma = 2$ mit dem Møllerpolarimeter ein von Null verschiedener Polarisationsgrad gemessen werden. Experimentelle Studien im Rahmen der letztgenannten Arbeit bestätigten den möglichen Erhalt der horizontalen Polarisationskomponente unter bestimmten Voraussetzungen, die im Folgenden erläutert werden.

Schon die Ergebnisse der numerischen Analyse auf Basis des Programms POLE, in Form der Abbildung 6.4, deuten darauf hin, dass auch horizontale Polarisationskomponenten über längere Zeiträume hinweg erhalten bleiben, solange die Spins parallel zur invarianten Spinachse stehen. Im Falle der adiabatischen Kreuzung einer Imperfektionsresonanz folgt der Polarisationsvektor der invarianten Spinachse, die sich wiederum weiter in die horizontale Ebene neigt, je näher die Teilchenenergie der Resonanzenergie kommt. Insbesondere ist hierbei die Aus-

richtung der invarianten Spinachse in der horizontalen Ebene von der Phase der anregenden Feldverteilung abhängig. Prinzipiell kann also durch die Kontrolle der Phase der anregenden Feldverteilung eine beliebige Ausrichtung des Polarisationsvektors in der horizontalen Ebene erzielt werden. Dazu muss der Teilchenstrahl unter Einfluss der gewünschten Feldverteilung möglichst langsam Richtung Resonanzenergie beschleunigt werden und möglichst exakt auf eben jener gespeichert respektive bei dieser extrahiert werden.

Für die vorliegenden Studien wurde die Energie mit 100 MeV/s erhöht, bis die Teilchen schließlich bei konstanter Energie, entsprechend der dritten Imperfektionsresonanz $a\gamma = 3$, vier Sekunden lang hin zum Experiment extrahiert wurden und deren Polarisationsgrad bei ausgeschaltetem Solenoid mit Hilfe des Møllerpolarimeters aufgenommen wurde. Die Auswertung dieser Daten fand in Zusammenarbeit mit [Fro13] statt.

Da davon auszugehen ist, dass eine Extraktion exakt auf Resonanzenergie nicht realisiert werden kann, wird in diesem Kontext eine Größe $\delta_{\text{ext}} = 3 - \nu_s$ definiert, die die Differenz zwischen dem Spinarbeitspunkt auf der Resonanz und dem für den extrahierten Strahl angibt. In Abhängigkeit dieser Größe und der komplexen Resonanzstärke ε kann die invarianten Spinachse \vec{n}_0 angegeben werden (vergleiche zum Beispiel [Hof01]):

$$\vec{n}_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon^* + \delta_{\text{ext}}^2}} \begin{pmatrix} -\text{Re}(\varepsilon) \\ \delta_{\text{ext}} \\ \text{Im}(\varepsilon) \end{pmatrix} . \quad (7.9)$$

Hierbei ist zu beachten, dass sich die Resonanzstärke ε aus zwei Anteilen zusammensetzt. Einerseits kommt es durch nicht vermeidbare Fehlauflösungen und Feldfehlern zu einer Resonanzstärke, die hier als natürliche Resonanzstärke ε_n mit fester Phase ϕ_n bezeichnet wird. Andererseits wird diesen unerwünschten Feldern eine resonanztreibende Feldverteilung überlagert, deren Phase ϕ_k variiert wird und die zu einer zusätzlichen Resonanzstärke ε_k führt, wodurch sich insgesamt eine Resonanzstärke von:

$$\varepsilon = \varepsilon_n \exp(-i\phi_n) + \varepsilon_k \exp(-i\phi_k) \quad (7.10)$$

ergibt.

Dieser Ansatz beschreibt die Ausrichtung der invarianten Spinachse – und, unter den gegebenen Voraussetzungen, des Polarisationsvektors – in Abhängigkeit der Phase der applizierten harmonischen Feldverteilung. Daraus folgt für die messbare longitudinale Komponente des Polarisationsvektors:

$$P_s = P_i \cdot (\vec{n}_0)_s = P_i \frac{|\varepsilon_n| \sin(\phi_n) + |\varepsilon_k| \sin(\phi_k)}{\sqrt{|\varepsilon_n| e^{-i\phi_n} + |\varepsilon_k| e^{-i\phi_k}|^2 + \delta_{\text{ext}}^2}} . \quad (7.11)$$

Dominiert hierbei die natürliche Resonanz, so kann die messbare longitudinale Komponente durch eine Änderung der Phase ϕ_k nur wenig beeinflusst werden, dominiert dagegen die künstlich hervorgerufene Resonanz, so ergibt sich in guter Näherung eine sinusförmiger Verlauf der gemessenen Polarisation P_s in Abhängigkeit der eingestellten Phase ϕ_k . Bei den Einstellungen, die für die beschriebenen Studien vorgenommen wurden, sind beide Resonanz von ähnlicher Stärke, so dass sich ein Verhalten ergibt, das von einem sinusförmigen Verlauf abweicht. Abbildung 7.11 zeigt das Ergebnis der experimentellen Untersuchungen und die Auswertung der Daten.

Bei der Auswertung der Daten stellten sich zwei grundlegende Schwierigkeiten, die dazu führten, dass die Ergebnisse der Studien nicht als eindeutig angesehen werden dürfen.

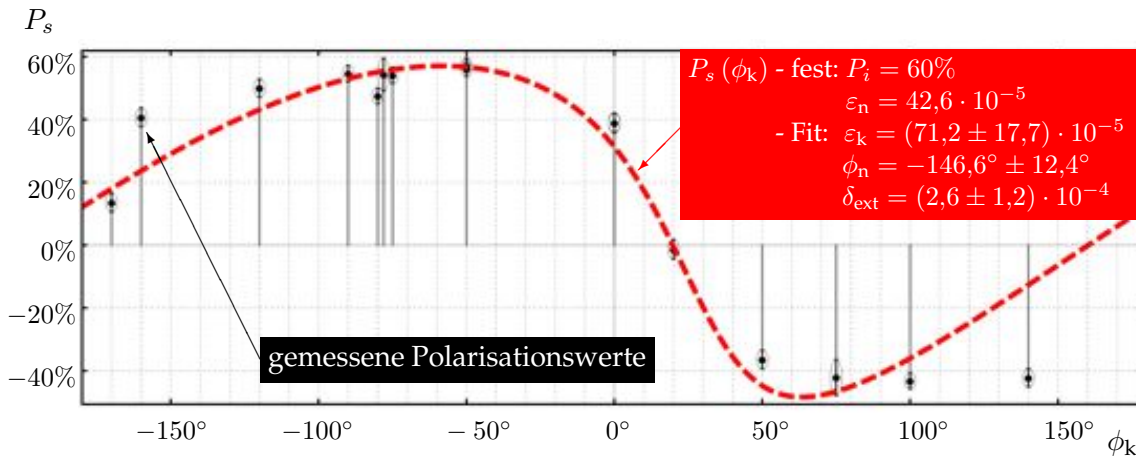


Abbildung 7.11.: Messung des Erhalts der horizontalen Polarisationskomponente unter Einfluss der dritten Imperfektionsresonanz in ELSA. Der Parameter P_i wurde als Maximum der gemessenen Polarisation fest gesetzt, die Resonanzstärke entspricht der aus [Hof01].

Erstens ist die Anzahl der freien, oder gar gekoppelten Parameter zu groß um stichhaltige Ergebnisse präsentieren zu können. Deswegen wurden die beiden stark gekoppelten Parameter P_i und ε_n auf einen festen Wert gesetzt, wodurch aber gleichzeitig die Größenordnung des Parameters ε_k festgelegt wird. Wie sich zeigt, beeinflusst die Größe δ_{ext} das Verhalten der horizontalen Polarisationskomponenten maßgeblich. Sie ist verantwortlich dafür, dass das Minimum der beobachtbaren Polarisation betragsmäßig kleiner ist als das Maximum. Die Studien zeigen, dass die Form der Kurve sehr sensitiv auf selbst kleinste Energieabweichungen des extrahierten Strahls von der Resonanzenergie ist. Der bestimmte Wert von δ_{ext} entspricht einer Energieabweichung von $E_{\text{ext}} - E_{a\gamma=3} = 0,115$ MeV und liegt damit innerhalb der Energieunschärfe des Strahls, insbesondere aber auch innerhalb der Messgenauigkeit der zuvor erwähnten Energiekalibration.

Zweitens wurde die Studien mit der ursprünglich genutzten harmonischen Korrektur durchgeführt, so dass nicht sichergestellt ist, dass die Korrekturfeldverteilung tatsächlich mit der eingestellten Phase ϕ_k und einer konstanten Resonanzstärke auf die Teilchspins wirkt. Diese systematische Fehlerquelle wurde insofern korrigiert, als dass die Phase ϕ_k für die gezeigten Daten entsprechend der Studien in [Sch10a] korrigiert wurden [Fro13].

Mit dem im vorigen Unterkapitel vorgestellten modifizierten Korrektorsystem und -verfahren wird es in Zukunft möglich sein vor allem die Phase der Korrekturverteilung besser als mit der alten Methode kontrollieren zu können. Hiermit eröffnet sich die Möglichkeit mit Hilfe einer bewusst hervorgerufenen horizontalen Polarisation zumindest für die Energien der Imperfektionsresonanzen einen höheren Polarisationsgrad des extrahierten Strahls zu erreichen. Für höhere Energien als die bisher typischerweise verwendeten 2,35 Gigaelektronenvolt ist es mit dem supraleitenden Solenoid des Spinrotators nicht möglich den Spin von einer vertikalen komplett in eine horizontale Ausrichtung zu drehen, wodurch effektiv den Experimenten ein geringerer Polarisationsgrad zur Verfügung steht. Durch die Kontrolle der Ausrichtung des Polarisationsvektors im Kreisbeschleuniger über die Einstellung der Phase der Korrekturfeldverteilung könnte aber eine Vordrehung des Polarisationsvektors so eingestellt werden, dass auch bei höheren Energien longitudinal polarisierte Elektronenspins ohne Verwendung des Spinrotators bereitgestellt werden könnten.

Kapitel 8.

Diskussion und Ausblick

In diesem Kapitel werden die zentralen Fragestellungen hinsichtlich spinpolarisierter Elektronenstrahlen in Kreisbeschleunigern, die sich zu Beginn der Arbeit stellten, erneut aufgegriffen und die Ergebnisse der diesbezüglich durchgeführten Studien zusammengefasst. Zukünftige Projekte, die auf einen spinpolarisierten Strahl hochenergetischer Elektronen angewiesen sind, aber auch momentan betriebene Beschleunigeranlagen, allen voran die Elektronen-Stretcheranlage ELSA, sollen von den erfolgten Studien dieser Arbeit profitieren.

Asymptotische Polarisationsgrade am Beispiel des ENC

Vor allem für Beschleuniger, deren Strahl zu Kollisionsexperimenten genutzt wird, ist der Gleichgewichtspolarisationsgrad, also der asymptotische Grenzwert der Polarisation, entscheidend. *Derbenev* und *Kondratenko* geben eine vollständige theoretische Beschreibung der dabei stattfindenden Prozesse auf Grundlage des sogenannten invarianten Spinfeldes, das die Ausrichtung der Teilchenspins im Phasenraum im Gleichgewicht angibt und Umlauf für Umlauf auf sich selbst abgebildet wird. Es bedarf umfangreicher Simulationen, um dieses Spinfeld bei gegebener Strahlenergie zu bestimmen.

Mit dem Simulationspaket SLICKTRACK fanden erste Studien der Gleichgewichtspolarisation des Elektronenrings am ENC statt. Als erweiterte Option des FAIR-Projektes wird ein Kollisionsexperiment (ENC) angedacht, bei dem Stoßereignisse von spinpolarisierten Protonen und spinpolarisierten Elektronen mit einer Schwerpunktsenergie von 14 Gigaelektronenvolt untersucht werden sollen. In dieser Arbeit wurden, unter Einbeziehung der verschiedenen Anforderungen, erste Konzepte des dafür zusätzlich notwendigen Elektronenrings erstellt. Zwei grundlegende Ansätze wurden dabei genauer hinsichtlich ihrer Vor- und Nachteile untersucht¹:

1. $2 \times 90^\circ$ -Solenoid Konzept:

- ⊙ Möbius-Beschleuniger durch die Solenoid-Kopplung der beiden transversalen Bewegungen \Rightarrow Vergleichbare Emittanzen des HESR und des Elektronenrings.
- ⊖ Keine exakte Einpassung in den Tunnel möglich, da Magnetaufbau von dem des HESR abweicht.
- ⊖ Einsatz eines Sextuple-Bend-Achromaten um die gewünschten Emittanzwerte zu erreichen \Rightarrow Hohe Quadrupolstärke nötig; mindestens vier verschiedene Quadrupolfamilien notwendig.

¹In dieser Auflistung stehen die Zeichen ⊕ für Vorteil, ⊖ für Nachteil und Punkte mit ⊙ bergen sowohl Vor- als auch Nachteile.

- ⊕ Dispersionsfreiheit in den Hohlraumresonatoren durch achromatische Einheitszellen \Rightarrow Ströme über einem *Ampère* realisierbar.
- ⊕ Depolarisationszeiten im Bereich von 100 Minuten.

2. 180°-Solenoid Konzept:

- ⊕ Optimale Ausnutzung des vorhandenen Tunnels durch Übernehmen der HESR-Magnetstruktur (FODO).
- ⊕ Dispersionsfreiheit in den Hohlraumresonatoren durch Missing-Magnet Struktur \Rightarrow Ströme über einem *Ampère* realisierbar.
- ⊖ Möbius-Beschleuniger durch die Solenoid-Kopplung der beiden transversalen Bewegungen \Rightarrow Vergleichbare Emittanzen des HESR und des Elektronenrings .
- ⊖ Horizontale Polarisierung in den Bögen führt zu einer geringen Depolarisationszeit $\tau \sim 1/\gamma^7 \Rightarrow$ Depolarisationszeiten bei 2,8 GeV von $\tau \approx 7$ Minuten.

Bei der Abwägung dieser Vor- und Nachteile spielen neben der Möglichkeit, sehr hohe Ströme oberhalb von einem *Ampère* speichern zu können, die Depolarisationszeiten eine tragende Rolle. Daher ist das Konzept mit zwei 90°-Solenoiden demjenigen mit nur einem Solenoid vorzuziehen. Es wurde auf Grundlage dieser Aufgabenstellung erstmals detailliert ein sogenannter Möbius-Beschleuniger in Hinblick auf erreichbare Polarisationsgrade untersucht. Aufbauend auf diesen Untersuchungen müssen in Zukunft weitere, detailliertere optische Studien (Tracking) stattfinden, um einer finalen Struktur näher zu kommen.

Insgesamt zeigte sich in diesen Studien, dass für Projekte mit spinpolarisierten Elektronenstrahlen die Optimierung aller Strahlparameter, zu denen insbesondere auch der Polarisationsgrad gehört, parallel zueinander ausgeführt werden sollte.

Weiterhin ist festzustellen, dass die Analyse unter Zuhilfenahme des invarianten Spinfeldes zwar für eine spezielle Energie sehr exakt ist, rechnerisch dahingegen aber so aufwendig ist, dass sie sich nicht für Spinsimulation eines Beschleunigers im rampenden Betrieb eignet.

Resonanzkreuzung bei der Beschleunigung von Elektronen

Zur Analyse von Resonanzkreuzungen bieten sich störungstheoretische Betrachtungen als Erweiterung der Beschreibung nach *Froissart* und *Stora* an. Diese Herangehensweise liefert sehr gute Vorhersagen, falls alle zu kreuzenden Resonanzen voneinander isoliert sind. Bei der Betrachtung von nicht-isolierten Resonanzen muss numerisch vorgegangen werden. Hierbei wurde erläutert, wie die Resonanzstärken bei nicht-homogen verteilten Magnetfeldern zu bestimmen sind und welches Koordinatensystem, in diesem Fall ein mit der Präzessionsgeschwindigkeit horizontal rotierendes Koordinatensystem, hierfür geeignet ist. Insbesondere bei Elektronenstrahlen können die longitudinalen Oszillationen jedes einzelnen Teilchens nicht vernachlässigt werden und führen dazu, dass ein vollständiger Spin-Flip nicht möglich ist. Die weithin bekannten Theorien bildeten die Grundlage der durchgeführten numerischen Simulationen.

Das Programmpaket POLE

Ziel der Entwicklung des Programmpaketes POLE war es, eine nutzerfreundliche und gleichzeitig leistungsstarke, numerische Analyse der Spindynamik für kurze Beobachtungszeiträume

(< 1 Sekunde) zu ermöglichen. Das Resultat ist ein zweiteiliges Programmpaket, bestehend aus einer automatisierten Einlese der wirkenden Magnetfelder mit dem sogenannten BSUPPLY² und aus einer numerischen Integration der *Thomas-BMT*-Gleichung mit dem sogenannten TBMTSOLVER. Letztere basiert auf einer adaptiv schrittweitenkontrollierten *Runge-Kutta*-Methode.

Der Ausgangspunkt der automatisierten Auslese ist die Eingabedatei des Simulationsprogramms MAD-X, da sich dieses im Bereich der optischen Analyse von Kreisbeschleunigern etabliert hat. Im Vordergrund stand bei der Entwicklung dieses Programms die spektrale Analyse der wirkenden Magnetfelder. Numerische Analysen im Vorfeld der eigentlichen Entwicklung ergaben, dass sich nicht alle Frequenzanteile der wirkenden Magnetfelder nachhaltig auf die Spinbewegung bei einer Resonanzkreuzung auswirken. So wirken hohe Frequenzanteile, die sich zum Beispiel durch die stufenförmig wirkenden Magnetfelder ergeben, nur auf sehr kurzen Zeitskalen und haben dementsprechend einen vernachlässigbaren Einfluss bei der Kreuzung einer Resonanz. Die aus dem gemessenen oder simulierten Orbit resultierenden Felder werden mit BSUPPLY ausgelesen, daraufhin diskret *Fourier*-transformiert und gefiltert. Die Ausgabe in Form von Dateien, die die Spektren der transversalen und der longitudinalen Magnetfelder enthalten, werden nach Ausführen von BSUPPLY an den TBMTSOLVER weitergegeben.

Der TBMTSOLVER war zunächst ausgelegt, um insbesondere Effekte, die aufgrund der Emission von Synchrotronlicht stattfinden, detailliert beschreiben zu können. Die Zeitskala, auf der diese Effekte stattfinden, erstreckt sich über 14 Größenordnungen, wodurch nicht alle Effekte simultan berechnet werden. Effekte wie zum Beispiel der Selbstpolarisationseffekt oder die quasi-instantane Impulsverkleinerung durch die Abstrahlung eines einzelnen Photons, können auf Zeitskalen einer typischen Nachbeschleunigungsphase vernachlässigt werden. Zielgebend bei der Entwicklung des Programms TBMTSOLVER war in diesem Zusammenhang, eine leistungsfähige numerische Integration der *Thomas-BMT*-Gleichung bereitzustellen, mit der auch Depolarisationseffekte bis in den Sekundenbereich nachgewiesen werden können. Dabei unterstützt der TBMTSOLVER die Überprüfung deterministischer und pseudo-stochastischer Ansätze zur Beschreibung der longitudinalen Teilchenbewegung und deren Einflüsse auf die Spindynamik. Wie sich zeigte, ist bei der Untersuchung von depolarisierenden Prozessen die Simulation vieler Teilchen (~ 1000) erforderlich. Um diesbezüglich systematische, numerische Analysen in akzeptablen Zeiten ausführen zu können, mussten die Simulationen beschleunigt werden. Neben der Vernachlässigung sehr hoher Frequenzanteile der Magnetfelder, wurden vereinfachende Modelle der Bewegung im longitudinalen Phasenraum entwickelt und überprüft. Darüber hinaus konnte ein wesentlicher Fortschritt durch die parallele Bearbeitung verschiedener Integrationen auf unterschiedlichen Prozessorkernen erzielt werden.

Zukünftig soll der Anwendungsbereich des Programmpaketes POLE auf intrinsische Resonanzen erweitert werden. Dazu muss der TBMTSOLVER nicht wesentlich verändert werden, wohingegen der Programmteil BSUPPLY modifiziert werden muss.

Hierbei ist neben der Bahnbewegung auch der zeitliche Verlauf der Teilchenenergie entscheidend – beide sollen auf Basis eines MAD-X-Teilchentrackings³ ermittelt werden – , da die

²Im ersten Entwicklungsschritt baut diese Methode auf dem simulierten oder gemessenen geschlossenen Orbit auf, so dass in diesem Stadium nur eine Analyse von Imperfektionsresonanzen möglich ist.

³Eine Bestimmung der Stärke der intrinsischen Resonanz mittels einer Messung ist nicht möglich, da die transversalen Ablagen nur für den Ladungsschwerpunkt gemessen werden können und dieser auf einer geschlossenen

Energieabweichung und die Bahnbewegung für die Einzelteilchenbewegung gekoppelt sind. Die Genauigkeit des so entstehenden, synthetischen Spintrackings wäre lediglich durch die vorgegebene Maximalfrequenz des jeweiligen Spektrums und durch die Genauigkeit des MAD- χ -Teilchentrackings begrenzt.

Generell ist das Programmpaket POLE auch zur Analyse sehr kurzer Zeiträume, zum Beispiel während die Teilchen einen Spinrotators passieren, geeignet, solange Bahnkurve, Magnetfeld und Energie des Teilchens hinreichend genau bekannt sind. So können auch Magnetstrukturen abseits eines Kreisbeschleunigers analysiert werden, auch wenn das Programmpaket ursprünglich nicht für diese Art der Simulation vorgesehen war. Ausgeschlossen sind dagegen Studien zur Selbstpolarisation, zu Stoßprozessen oder unter Einfluss elektrischer Felder. Für eine Simulation von Protonen müssen dagegen nur vergleichsweise einfach umzusetzende Anpassungen (gyromagnetische Anomalie, Umrechnung der Magnetstärken für Protonen) vorgenommen werden.

Einflüsse der longitudinalen Elektronenbewegung

Erst durch die Laufzeitoptimierung der numerischen Integration der *Thomas-BMT*-Gleichung konnte eine ausreichende Anzahl von Teilchenspins simuliert werden, um den Effekt der Depolarisation abzubilden. Dabei wurde nachgewiesen, dass sich bei einem konstanten Energieversatz jedes einzelnen Teilchens eine Depolarisation eines zunächst horizontal ausgerichteten Spinensembles einstellt, dass aber im Falle einer harmonischen Energieschwingung mit beliebig verteilten Amplituden und Phasen kein Polarisationsverlust auftritt. Dementsprechend kann zwar mit der Annahme einer harmonischen Energieschwingung das Auftreten der Synchrotronseitenbänder und ein modifiziertes Verhalten der Kreuzung nach *Froissart* und *Stora* nachgewiesen werden, der eigentliche Effekt der Depolarisation wird allerdings mit Hilfe dieses Ansatzes nicht beschrieben.

Daraufhin wurden die Studien erweitert und mündeten in drei unterschiedlichen Modellen zur Beschreibung des longitudinalen Phasenraums, die jeweils auf eine korrekte Darstellung des Effektes der Depolarisation hin überprüft wurden. Alle drei Modelle beschreiben in Zeiträumen vieler Umläufe den schwingungsdämpfenden und -anregenden Charakter der Synchrotronlichtabstrahlung realistisch, wobei der stochastische Charakter unterschiedlich umgesetzt wurde. Während mit zwei der erwähnten Modelle nicht alle gewünschten Verhaltensweisen aufgezeigt werden konnten, stellt das dritte Modell, mit einem zufälligen, zeitabhängigen Phasenverlauf, den Depolarisationseffekt korrekt dar. Dies liegt daran, dass sich für eine feste Phasenbeziehung der unterschiedlichen Energieschwingungen die Bedingungen nach einer Periode der Synchrotronschwingung wiederholt und somit kein andauernder Verlust von Polarisation möglich ist. Grundsätzlich kann also nur die Diffusion der Teilchen im Phasenraum, die durch die Synchrotronlichtabstrahlung hervorgerufen wird, bei spinpolarisierten Elektronenstrahlen eine Depolarisation verursachen.

Bahn im Beschleuniger umläuft.

Status des Strahlbetriebs mit polarisierten Elektronen an ELSA

Mit dem erarbeiteten Spinsimulationsprogramm POLE sollen nicht nur zukünftige Projekte in Hinblick auf die Spindynamik konzeptionell unterstützt werden, vielmehr sollen systematische Untersuchungen an der Beschleunigeranlage ELSA durchgeführt werden, die zu einem besseren Verständnis der Spindynamik von Elektronenstrahlen in Kreisbeschleunigern beitragen. Für die Zukunft ist es vorgesehen mit Hilfe des vorgestellten numerischen Analyseprogramms belastbare Vorhersagen über die erreichbaren Polarisationswerte an der Beschleunigeranlage treffen zu können. Dazu müssen die Fehlaufstellungen und Feldfehler der Magnete durch eine Analyse des gestörten Orbits identifiziert werden. Diesbezügliche Studien finden derzeit statt und werden zukünftig der Ausgangspunkt für die Simulation von Polarisationsgraden an ELSA sein.

Selbst wenn Feldfehler und Fehlstellungen vollständig bekannt sind und die simulierte Polarisationswerte gut mit den gemessenen übereinstimmen, ist die Umsetzung der gewonnenen Kenntnisse in eine praktische Optimierung des Polarisationsgrades nicht selbstverständlich; es muss ein geeignetes Korrektorsystem bereitstehen.

Studien im Rahmen dieser Arbeit haben gezeigt, dass die bisher verwendete harmonische Korrektur nicht zu einer sinusodialen Verteilung der tatsächlich wirkenden Felder führt, da bisher die Ablagen in den Quadrupolen, die in zusätzlich wirkenden horizontalen Magnetfeldern resultiert, nicht berücksichtigt wurden. Mit Hilfe einer Modifizierung der Methode zur Orbitkorrektur ist es gelungen, einen Algorithmus zu entwickeln, mit dem sichergestellt ist, dass die tatsächliche der eingestellten Feldverteilung entspricht. Während ein Nachweis mit numerischen Mitteln geführt wurde, steht die experimentelle Bestätigung der neuen Methode aus. Trotz der Vernachlässigung der genannten Ablagen bei der bisher verwendeten harmonischen Korrektur war eine empirische, wenn auch nur in Teilen systematische, Optimierung der Polarisationswerte möglich. Erst in der Anwendung wird sich zeigen, ob mit der neuen Korrekturmethode bessere Polarisationswerte möglich sind.

Über die harmonische Korrektur hinaus, ist die Erzeugung von horizontaler Polarisation ein mögliches Anwendungsgebiet der neuen Korrekturmethode. So ist es bei der Einstellung einer horizontalen Polarisation durch die bewusste Anregung einer Imperfektionsresonanz wesentlich, dass die wirksame Feldverteilung gut bekannt ist. In diesem Zusammenhang wurden mit der alten Korrekturmethode umfangreiche Tests durchgeführt, die zeigten, dass in der Praxis bei der dritten Imperfektionsresonanz ein Erhalt der horizontalen Polarisation über mehrere Sekunden hinweg möglich ist. Üblicherweise werden an Beschleunigeranlagen Solenoide zur Erzeugung einer horizontalen Polarisation benutzt, der Vorteil in der vorgestellten Methode liegt jedoch darin, dass transversal wirkende Felder sich deutlich stärker auf den Spin auswirken als longitudinale. Dadurch kann die Erzeugung starker Solenoidfelder, deren Erzeugung nur durch die Anwendung von Supraleitung möglich ist und die zudem eine starke Kopplung der beiden transversalen Phasenräume verursacht, umgangen werden. Insbesondere im Fall der Beschleunigeranlage ELSA könnte, trotz der Auslegung des Spinrotators auf 2,35 Gigaelektronenvolt, den Experimenten auch bei höheren Energien ein longitudinal polarisierter Strahl durch eine definierte Anregung einer Imperfektionsresonanz zur Verfügung gestellt werden.

Anhang A.

Graphische Oberfläche des TBMTSolvers

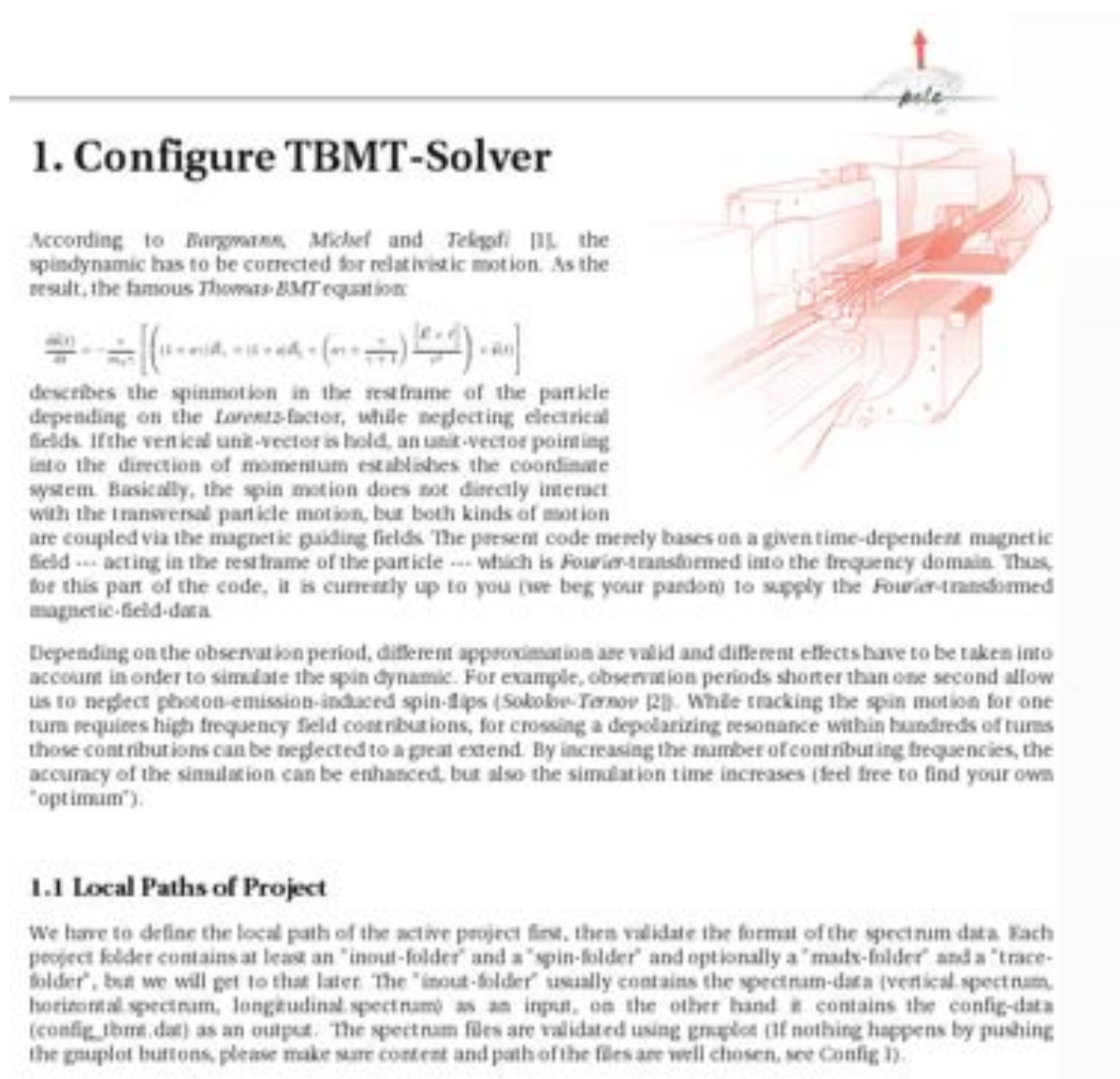


Abbildung A.1.: Erste Seite der graphischen Oberfläche des TBMTSOLVERS.

Project Path	/home/elsa/Simulation/GUItest_project/
horizontal spectrum	/home/elsa/Projekte/pole/test/inout/horizontal_spectrum
vertical spectrum	/home/elsa/Projekte/pole/test/inout/vertical_spectrum
longitudinal spectrum	/home/elsa/Projekte/pole/test/inout/longitudinal_spectrum

Config 1: Setup of project path and active field spectra.

Gnuplot hspec
Gnuplot vspec
Gnuplot lspec
Gnuplot ht
Gnuplot vt
Gnuplot lt

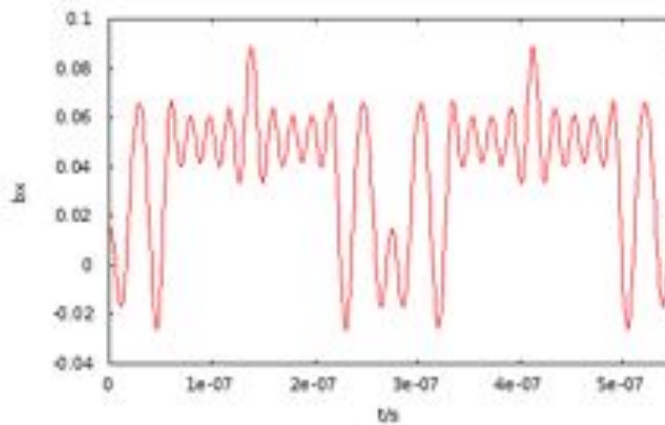


Figure 1: Verification of magnetic field via plotting in frequency respective in time domain.

1.2 General Parameters

Urgently needed parameters have to be merged into a config-file called "project_path/inout/config_tbmt.dat". The definition of the initial center energy "InitialEnergy [GeV]" and the energy increment per second "RampingSpeed [GeV/s]" are the most clear parameters in this context. So is the observed time interval in between the start time "TimeStart [s]" and the end time "TimeStop [s]" (see Config 2).

InitialEnergy [GeV]	1.30
RampingSpeed [GeV/s]	4.0
TimeStart [s]	0.000
TimeStop [s]	0.012

Abbildung A.2.: Zweite Seite der graphischen Oberfläche des TBMTSOLVERS.

Config 2 Setup of the start energy and the energy gain per second. The start- and stop time define the observation time interval.

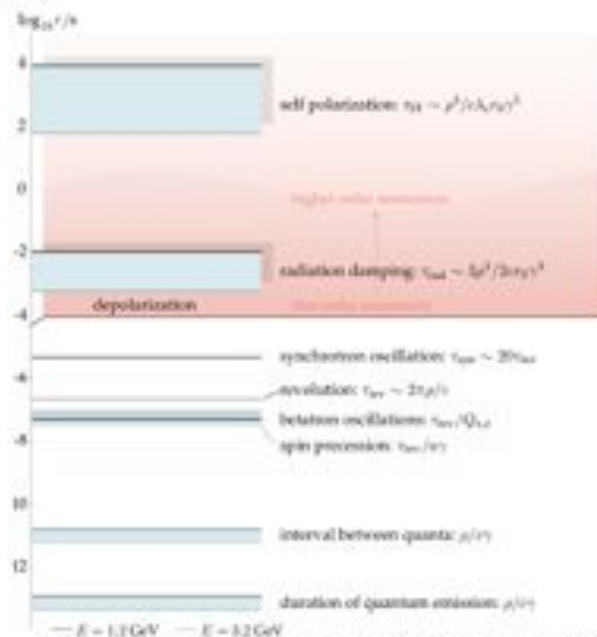
1.3 Models of Synchrotron Oscillation

The crossing of depolarizing resonances is well understood for isolated resonances as described by Froissart and Stora have in [3]. The approximation of isolated resonances is good if the resonances can be separated and cannot superpose or if no photon emission is considered. The latter is not valid for ultrarelativistic electrons on circular paths. Although the direct influence of the emission of synchrotron light on the spin motion --- namely the spin-flip according to Sokolov and Ternov [2] --- is neglectable for smaller time scales and not implemented here, the stochastic emission affects the single particle momentum and by this the value of the Lorentz-gamma.

A key effect of ultrarelativistic electrons on circular paths is the emission of synchrotron light. As the spin motion has to be corrected for the relativistic case --- resulting in the mentioned Thomas-BMT equation --- a change of the Lorentz-gamma means a change of the spin motion.

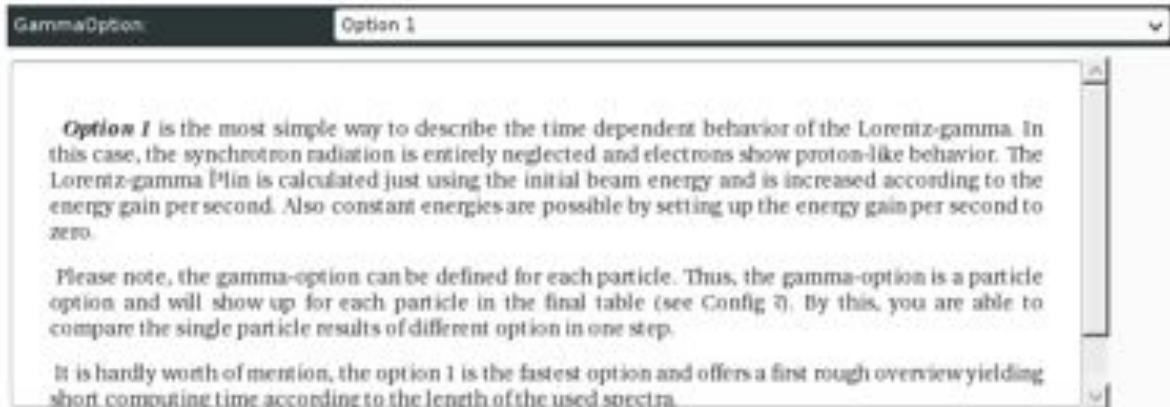
In this context the effects of the emission occur in a broad time scale beginning with the single photon emission on the Planck's scale and ending with self polarization inbetween a few minutes or even several hours. Like the mentioned choice of an appropriate number of contributing magnetic field frequencies, one has to think about what kind of effects have to be considered in the corresponding observation time (see figure 2).

Using the present code, the focus lies on the mid-range time scale. We do not recommend trying to analyze very long time scales (in the range of many minutes or hours) as typically observed in colliders. There are more appropriate methods for this purpose (see summary of Barber [5]), mostly based on the solution of an eigenvector system (if spin maps are available, see Chao [6]). Anyhow, there are also other tasks, like the investigation of damping rings, single pass spin dynamics or fast energy ramping rings, which require a simulation in lower time scales. Please note, despite of our focus on circular accelerators, there is no constraint for not analyzing single pass structures. In all respects, implementing effects of synchrotron light emission requires lot of computing time. The influence of photon emission covers more than 14 magnitudes. It is not possible to handle all effects equivalently without oversimplifying some effects and thus, neglecting them. By this, we provide several options to model the behavior of the Lorentz-gamma. Following, all **gamma options** can be adjusted in Config 3 and are declared in a tab widget in Figure 3.



Montague [4]. Depending on the bending radius ρ , on the Lorentz factor γ , on the speed of light c , on the Compton wavelength λ_c , on the classical electron radius r_0 and on the transversal optical tunes $Q_{x,z}$ several important effects are drawn on a logarithm time scale. This overview bases on typical ELSA parameters (bending radius of 10.96 m and beam energies from 1.2 GeV up to 3.2 GeV).

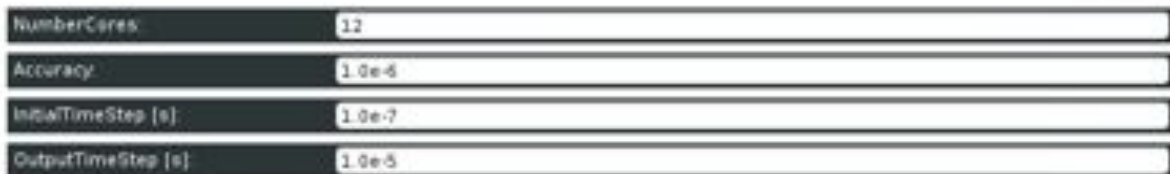
Abbildung A.3.: Dritte Seite der graphischen Oberfläche des TBMTSOLVERS.



Config 3: Adjustment of parameters for different gamma options (see Figure 3), including a short description of all types of gamma options.

1.4 General Performance Settings

Since the code is capable of parallel processing, the computing time can be lowered by using multiple cores. This is done by multithreading, whereat each thread corresponds to the calculation of one particle's spin motion on one computer core. Thus, the higher the number of cores "NumberCores", the more particles can be simulated simultaneously. The calculation of the spin motion bases on the integration of the Thomas-BMT equation for the given spectra. This integration is done by a Runge-Kutta-method with an adaptive control of the step size [5]. Therefore, the code needs to know the accuracy for each step "Accuracy", the length of the first integration step "InitialTimeStep [s]" and the desired output resolution "OutputTimeStep [s]" (see Config 4).



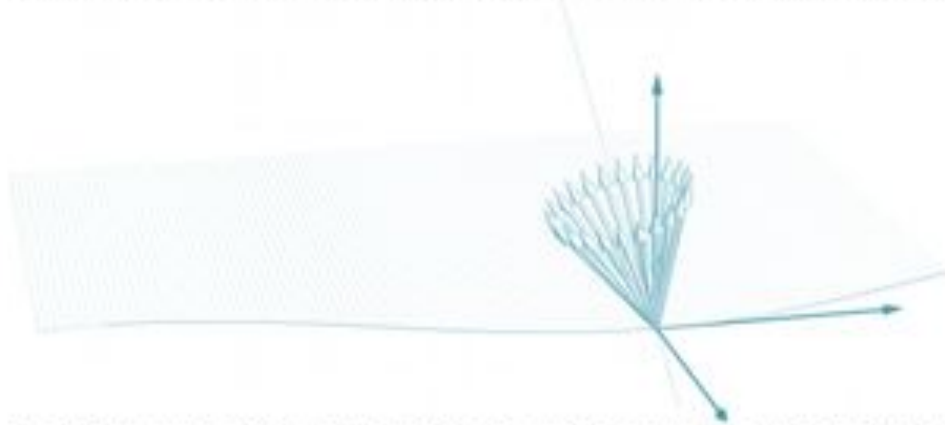
Config 4: Configuration of parameters which influence the performance of the code.

Abbildung A.4.: Vierte Seite der graphischen Oberfläche des TBMTSOLVERS.

1.5 Definition of Polarization Vector

The number of particles including each start spin have to be set up. Depolarization is not similar to a simple change of the direction of the polarization vector, but it occurs due to decoherent motion of the particle spins. Thus, even if a vanishing degree of polarization would be measured using polarimetry, it is not necessarily equal to zero degree of polarization, as the polarization vector can be oriented in a direction perpendicular to the preferred direction of the polarimeter.

Please note in this context, you will not see depolarization in case of option 1 and no additional information is revealed if you track more than one particle for this option. If you would like to analyze the behavior of the polarization including an energy spread but without synchrotron oscillations, use option 2. A manually entered frequency of zero and a fixed amplitude (see Figure 3/option 2) will result in a simple energy offset.



The default presetting of the orientation of the spin ensemble is a cone-like distribution. The definition of such a cone is given by the number of particle spins, the orientation and the length of the polarization vector, certainly of smaller length than one. The length of the polarization vector is defined by the "StartPolarization", the direction vector is parallel to the polarization vector "DirectionPolarization", is given by three entries (x,z,s) and has not to be normalized.

StartPolarization:	0.73					
DirectionPolarization:	direct_x	0.0	direct_z	1.0	direct_s	0.0
NumberParticles:	12					

Geoffig 3: Description of the orientation of the ensemble of particle spins.

AmplitudeBehavior:	linear	▼	initial:	3	final:	3
PhaseBehavior:	linear	▼	initial:	0	final:	0
FrequencyBehavior:	linear	▼	initial:	0	final:	92400

Geoffig 4: Detailed studies of decoherent spin motion demand varying start settings of each spin. Therefore, you can adjust a deterministic or (uniform or gaussian) random distribution. If nothing is checked, the default value is 0.

Abbildung A.5.: Fünfte Seite der graphischen Oberfläche des TBMTSOLVERS.

2. Run TBMT-Solver

We have to define the local path of the active project and have to validate the format of the spectrum data. Each project folder contains at least an "inout-folder" and a "spin-folder" and optionally a "mads-folder" and a "trace-folder", but we will get to that later. The "inout-folder" usually contains on the one hand the spectrum-data (vertical spectrum, horizontal spectrum, longitudinal spectrum) as an input, on the other hand it contains the config-data (config_tbmt.dat) as an output. The spectrum files are validated using gnuplot (if nothing happens by pushing the gnuplot buttons, please make sure content and path of the files are well chosen, see Config 1).



Run TBMT Solver

Abort TBMT Solver

	Progress	FileSize	Time	Plot	px	pz	ps	P
1	99%	87016			<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	99%	85848			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	99%	86286			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	99%	86213			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	99%	86213			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	97%	85045			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	99%	86359			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	99%	85848			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	99%	86578			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	100%	87746			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	99%	86213			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	99%	86359			<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abbildung A.6.: Sechste Seite der graphischen Oberfläche des TBMTSOLVERS.

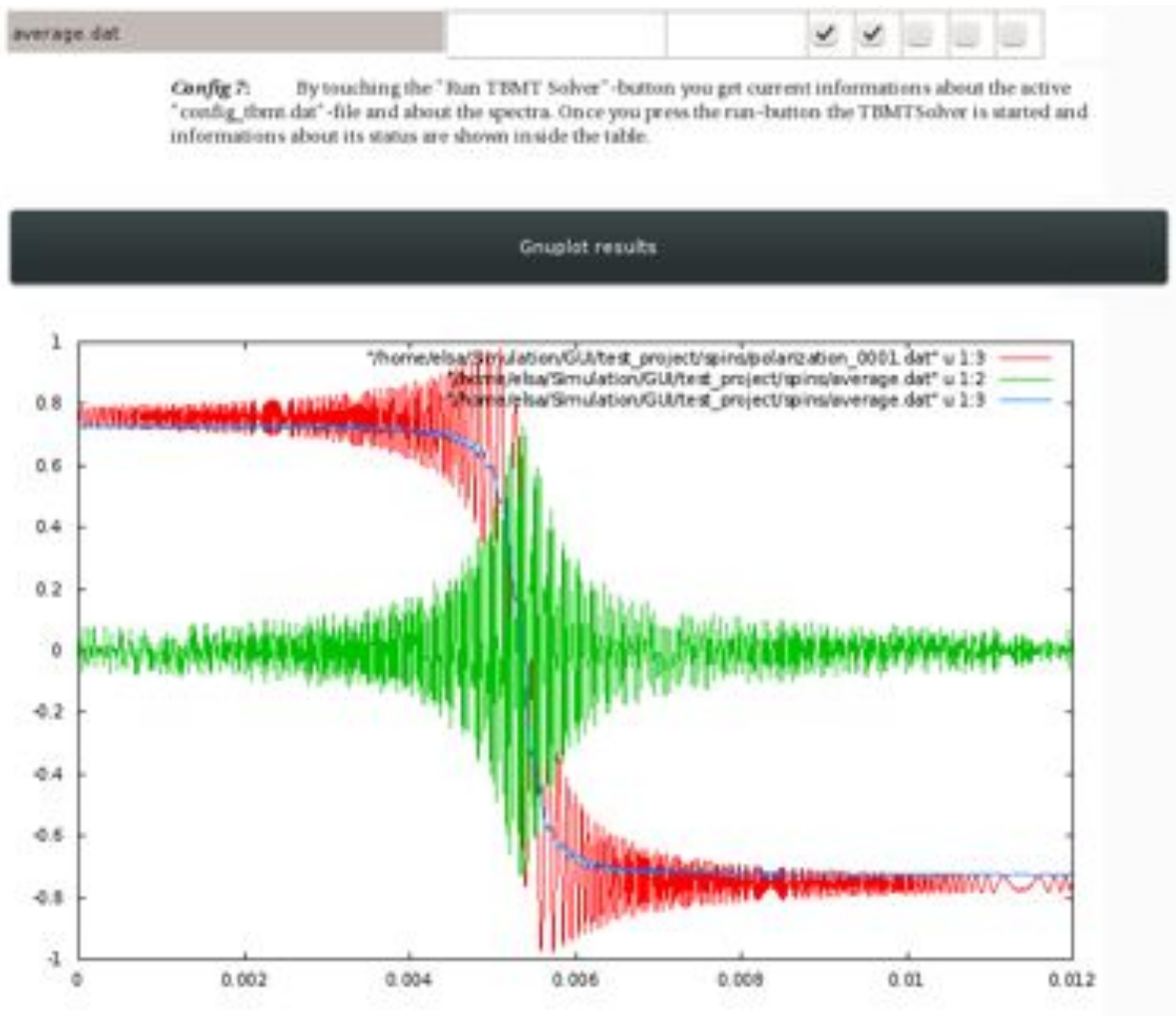


Abbildung A.7.: Siebte Seite der graphischen Oberfläche des TBMTSOLVERS.

Literaturverzeichnis

- [ABD⁺68] ALTHOFF, KH ; BÄTZNER, K. ; DREES, J. ; FEBEL, A. ; GILDEMEISTER, O. ; VON HOLTEY, G. ; KNOP, G. ; LÜTTER, P. ; NETTER, H. ; PAUL, W. u. a.: The 2.5 GeV electron synchrotron of the University of Bonn. In: *Nuclear Instruments and Methods* 61 (1968), Nr. 1, S. 1–30
- [AKK⁺92] ARNAUDON, L. ; KNUDSEN, L. ; KOUTCHOUK, J.P. ; OLSEN, R. ; PLACIDI, M. ; SCHMIDT, R. ; CROZON, M. ; BLONDEL, A. ; A β MANN, R. ; DEHNING, B.: Measurement of LEP beam energy by resonant spin depolarization. In: *Physics Letters B* 284 (1992), Nr. 3, S. 431–439
- [B⁺05] BARTHOLOMY, O. u. a.: Observation of In-Medium Modifications of the ω Meson. In: *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005), May, S. 192303
- [BAH⁺11] BOLDT, O. ; AULENBACHER, K. ; HEINE, R. ; HILLERT, W. ; LEHRACH, A. ; SCHNITZER, P. ; WEIS, T.: Investigation of various electron ring concepts for the ENC with regard to depolarising effects. In: *Journal of Physics: Conference Series* Bd. 295 IOP Publishing, 2011, S. 012157
- [Bar08] BARBER, DP: *DESY-Cockcroft computer algorithms for estimating depolarisation in the DR, Linac and BDS in the ILC*. http://www.desy.de/~mpybar/psdump/JD_ILC_miniworkshop_simulation.pdf. Version: 2008. – Invited talk, 27-28 August, Cockcroft Institute, University of Liverpool
- [BDFH09] BALLING, A. ; DIECKMANN, A. ; FROMMBERGER, F. ; HILLERT, W.: Precision closed orbit correction in a fast ramping stretcher ring. In: *Proceedings of PAC09 2012* (2009)
- [BDFH11] BOLDT, O. ; DIECKMANN, A. ; FROMMBERGER, F. ; HILLERT, W.: A new Correction Scheme to Compensate Depolarizing Integer Resonances at ELSA. In: *PAC, New York*, 2011
- [Ber01] BERGLUND, M.: *Spin-orbit maps and electron spin dynamics for the luminosity upgrade project at HERA*, KTH, Diss., 2001
- [BHR92] BARBER, DP ; HEINEMANN, K. ; RIPKEN, G.: Notes on spin dynamics in storage rings. (1992)
- [BHR94] BARBER, DP ; HEINEMANN, K. ; RIPKEN, G.: A canonical 8-dimensional formalism for classical spin-orbit motion in storage rings. In: *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields* 64 (1994), Nr. 1, S. 143–167
- [BK69] BAUM, G. ; KOCH, U.: A sources of polarized electrons. In: *Nuclear Instruments and Methods* 71 (1969), Nr. 2, S. 189–195

- [BR⁺99] BARBER, DP ; RIPKEN, G. u. a.: *Radiative polarization, computer algorithms and spin matching in electron storage rings*. DESY, 1999
- [BS06] BLANCHETTE, J. ; SUMMERFIELD, M.: *C++ GUI programming with Qt 4*. Prentice Hall PTR, 2006
- [Cha05] CHAO, A.W.: Matrix formalism for spin dynamics near a single depolarization resonance. In: *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams* 8 (2005), Nr. 10, S. 104001
- [CR80] COURANT, ED ; RUTH, RD: *Acceleration of polarized protons in circular accelerators / Brookhaven National Lab., Upton, NY (USA)*. 1980. – Forschungsbericht
- [D⁺74] DRACHENFELS, W. von u. a.: Intense pulses of polarized electrons produced by Fano effect. In: *Zeitschrift für Physik* 269 (1974), Nr. 4, S. 387–397
- [DBDJ⁺03] DALLIN, L. ; BLOMQVIST, I. ; DE JONG, M. ; LOWE, D. ; SILZER, M.: The Canadian Light Source. In: *Particle Accelerator Conference, 2003. PAC 2003. Proceedings of the Bd. 1 IEEE, 2003*, S. 220–223
- [DBL⁺12] DIECKMANN, A. ; BALLING, A. ; LINDENBERG, W. ; FROMMBERGER, F. ; BOLDT, O. ; HILLERT, W.: Fast Ramping Arbitrary Waveform Power Supplies for Correction Coils in a Circular Electron Accelerator. In: *Proceedings of IPAC2012* (2012)
- [DK72] DERBENEV, Y.S. ; KONDRATENKO, AM: Diffusion of particle spins in storage rings. In: *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 35 (1972), S. 230
- [DK73] DERBENEV, Y.S. ; KONDRATENKO, AM: Polarization kinetics of particles in storage rings. In: *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 37 (1973), S. 968
- [DKM⁺77] DRACHENFELS, W. von ; KOCH, UT ; MÜLLER, Th M. ; PAUL, W. ; SCHAEFER, HR: A pulsed source for polarized electrons with high repetition rate. In: *Nuclear Instruments and Methods* 140 (1977), Nr. 1, S. 47–55
- [DKS71] DERBENEV, Y.S. ; KONDRATENKO, AM ; SKRINSKII, AN: Dynamics of the Polarization of Particles Near Spin Resonances. In: *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 33 (1971), S. 658
- [Dre84] DREIST, A.: *Simulationsrechnungen für eine langsame Resonanzextraktion am Stretcher-ring ELSA*, Diss., 1984
- [Dut04] DUTZ, H.: Highlights of polarized solid state target instrumentation. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 526 (2004), Nr. 1, S. 117–125
- [Ebe87] EBELING, H.: *Test eisenloser Quadrupole für die Resonanzextraktion aus ELSA*, Diplomarbeit, Bonn, Diss., 1987
- [Ebe10] EBERHARDT, M.: *Messung und Korrektur der Arbeitspunkte während der Energierampe am Stretcherring von ELSA*, Physikalisches Inst. Bonn, Diss., 2010

- [FJB⁺89] FLANZ, JB ; JACOBS, KD ; BIRON, RD ; IHLOFF, E. ; KOWALSKI, S. ; RADOUCH, Z. ; RUSS, T. ; SAAB, A. ; SAPP, WW ; WILLIAMSON, C. u. a.: The MIT-Bates South Hall Ring. In: *Particle Accelerator Conference, 1989. Accelerator Science and Technology, Proceedings of the 1989 IEEE IEEE*, 1989, S. 34–36
- [FP10] FORNET-PONSE, K.: *Die Photonenmarkierungsanlage für das Crystal-Barrel-TAPS-Experiment an ELSA*, Physikalisches Inst. Bonn, Diss., 2010
- [Fro13] FROMMBERGER, F.: *Private Kommunikation*. 2013
- [FS60] FROISSART, M. ; STORA, R.: Depolarisation d'un faisceau de protons polarises dans un synchrotron. In: *Nuclear Instruments and Methods* 7 (1960), Nr. 3, S. 297–305
- [FTV95] FLANNERY, BP ; TEUKOLSKY, SA ; VETTERLING, WT: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing (Fortran Version)*. Cambridge university press, 1995
- [GHK⁺06] GABRIELSE, G. ; HANNEKE, D. ; KINOSHITA, T. ; NIO, M. ; ODOM, B.: New determination of the fine structure constant from the electron g value and QED. In: *Physical review letters* 97 (2006), Nr. 3, S. 30802
- [Göt95] GÖTZ, M.: *Entwicklung und Inbetriebnahme eines verteilten Rechnerkontrollsystems zur Steuerung der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA, unter besonderer Berücksichtigung der Anforderungen des Nachbeschleunigungsbetriebes bis 3.5 GeV*, Physikalisches Inst. Bonn, Diss., 1995
- [GS22] GERLACH, W. ; STERN, O.: Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld. In: *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* 9 (1922), Nr. 1, S. 349–352
- [GS03] GROTE, H. ; SCHMIDT, F.: MAD-X-an upgrade from MAD8. In: *Proceedings of the 2003 Particle Accelerator Conference, Portland, OR, 2003*, S. 3497–3499
- [HAW09] HILLERT, W. ; AURAND, B. ; WITTSCHEIN, J.: Compton Polarimetry at ELSA. In: *AIP Conference Proceedings* Bd. 1149, 2009, S. 1160
- [Hei92] HEINZEL, G.: Subroutinen zur numerischen Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen mit Runge-Kutta-Tripeln. In: *c't* 8/92 (1992)
- [Hei08] HEILIGER, D.: *Die Erzeugung eines spinpolarisierten Elektronenstrahls für die Beschleunigeranlage ELSA*. 2008
- [HHN11] HEILIGER, D. ; HILLERT, W. ; NEFF, B.: Upgrade of the 50 keV GaAs source of polarized electrons at ELSA. In: *Polarized Sources, Targets and Polarimetry: Proceedings of the 13th International Workshop, Ferrara, Italy, 7-11 September 2009* World Scientific Publishing Company Incorporated, 2011, S. 232
- [Hil00] HILLERT, W.: Erzeugung eines Nutzstrahls spinpolarisierter Elektronen an der Beschleunigeranlage ELSA. In: *Habilitation, Universität Bonn* (2000)
- [Hil06] HILLERT, W.: The Bonn electron stretcher accelerator ELSA: Past and future. In: *Many Body Structure of Strongly Interacting Systems* (2006), S. 139–148

- [HM64] HOLZWARTH, G. ; MEISTER, HJ: Elastic scattering of relativistic electrons by screened gold and mercury nuclei. In: *Nuclear Physics* 59 (1964), Nr. 1, S. 56–64
- [Hof01] HOFFMANN, M.: *Beschleunigung polarisierter Elektronen in der Bonner Elektronen-Beschleunigeranlage ELSA*, Physikalisches Inst. Bonn, Diss., 2001
- [HPR02] HARRISON, M. ; PEGGS, S. ; ROSER, T.: The rhic accelerator*. In: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 52 (2002), Nr. 1, S. 425–469
- [HS88] HUSMANN, D. ; SCHWILLE, WJ: ELSA-die neue Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage. In: *Physikalische Blätter* 44 (1988), Nr. 2, S. 40–44
- [Hua01] HUANG, K.: *Introduction to statistical physics*. CRC, 2001
- [JAL⁺09] JANKOWIAK, A. ; AULENBACHER, K. ; LEHRACH, A. ; MONTAG, C. ; HILLERT, W. ; WEIS, T. ; SYNCHROTRONSTRAHLUNG, Z. für: Concept for a polarized electron nucleon collider utilizing the HESR storage ring at GSI/FAIR. In: *The 23 th particle accelerator conference*, 2009
- [Kam09] KAMMER, S.: *Strahlpolarimetrie am CBELSA/TAPS Experiment*, Physikalisches Inst. Bonn, Diss., 2009
- [Kei00] KEIL, J.: *Messung, Korrektur und Analyse der Gleichgewichtsbahn an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Diss., 2000
- [Kes85] KESSLER, J.: *Polarized electrons*. Bd. 1. Springer, 1985
- [Lee04] LEE, S.Y.: *Accelerator physics*. World Scientific Publishing Company Incorporated, 2004
- [Leh08] LEHRACH, A.: Strahl-und Spindynamik von Hadronenstrahlen in Mittelenergie-Ringbeschleunigern. In: *Habilitation, Forschungszentrum Jülich, Zentralbibliothek* (2008)
- [Man11] MANE, SR: *Private Kommunikation*. 2011
- [Mon84] MONTAGUE, B.W.: Polarized beams in high energy storage rings. In: *Physics reports* 113 (1984), Nr. 1, S. 1–96
- [MSY05] MANE, SR ; SHATUNOV, YM ; YOKOYA, K.: Spin-polarized charged particle beams in high-energy accelerators. In: *Reports on Progress in Physics* 68 (2005), Nr. 9, S. 1997
- [N⁺98] NAKAMURA, S. u. a.: Acceleration of polarized electrons in ELSA. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 411 (1998), Nr. 1, S. 93–106
- [Nec93] NECKENIG, M.: *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Verbesserung der Zeitstruktur des extrahierten Elektronenstrahls aus dem Stretcherring ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität in Bonn, Diss., 1993

- [NS07] NETHERCOTE, N. ; SEWARD, J.: Valgrind: a framework for heavyweight dynamic binary instrumentation. In: *ACM Sigplan Notices* 42 (2007), Nr. 6, S. 89–100
- [OHDG06] ODOM, B. ; HANNEKE, D. ; D'URSO, B. ; GABRIELSE, G.: New measurement of the electron magnetic moment using a one-electron quantum cyclotron. In: *Physical review letters* 97 (2006), Nr. 3, S. 30801
- [OM59] OLSEN, H. ; MAXIMON, LC: Photon and electron polarization in high-energy bremsstrahlung and pair production with screening. In: *Physical Review* 114 (1959), Nr. 3, S. 887
- [Pic95] PICARD, M.: *Entwurf, Entwicklung und Inbetriebnahme eines verteilten Rechnerkontrollsystems zur Steuerung der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA, unter besonderer Berücksichtigung der Extraktion im Nachbeschleunigungsbetrieb bis 3.5 GeV*, Physikalisches Inst. Bonn, Diss., 1995
- [Rab37] RABI, II: Space Quantization in a Gyating Magnetic Field. In: *Phys. Rev.* 51 (1937), Apr, 652–654. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.51.652>. – DOI 10.1103/PhysRev.51.652
- [Reb05] REBHAN, E.: *Theoretische Physik II-Quantenmechanik, Quantenfeldtheorie, Elementarteilchentheorie, Thermodynamik und Statistik*. 2005
- [SBD⁺01] STREUN, A. ; BOGE, M. ; DEHLER, M. ; GOUGH, W. C. J. C. Joho ; KORHONEN, T. ; LUDEKE, A. ; MARCHAND, P. ; MUÑOZ, M. ; PEDROZZI, M. u. a.: Commissioning of the Swiss Light Source. In: *Particle Accelerator Conference, 2001. PAC 2001. Proceedings of the 2001 Bd. 1 IEEE, 2001*, S. 224–226
- [Sch85] SCHÄFER, HH: *Messungen zur Ausstrahlungsasymmetrie bei der Erzeugung von Röntgenbremsstrahlung mit transversal polarisierten Elektronen im Energiebereich 50 keV bis 130 keV*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität zu Bonn, Diss., 1985
- [Sch10a] SCHMIDT, J.F.: *Analyse der Korrektur von Imperfektionsresonanzen an der Beschleunigeranlage ELSA*. 2010
- [Sch10b] SCHMIEDEN, Hartmut: The BGO-OpenDipole Setup at ELSA. In: *International Journal of Modern Physics E* 19 (2010), Nr. 05n06, S. 1043–1054
- [Sch12] SCHMIDT, J.F.: *Modellierung der Spindynamik zur Untersuchung von Imperfektionsresonanzen*. 2012
- [SF06] SPILLER, P. ; FRANCHETTI, G.: The FAIR accelerator project at GSI. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 561 (2006), Nr. 2, S. 305–309
- [SL94] SAFRANEK, J. ; LEE, M.: Calibration of the X-ray ring quadrupoles, BPMs, and orbit correctors using the measured orbit response matrix. In: *AIP Conference Proceedings* Bd. 315, 1994, S. 128
- [Spe98] SPECKNER, T.: *Simulation eines Compton-Polarimeters sowie Konzeption, Bau und Test von Detektoren für das GDH-Experiment an ELSA*, Diplomarbeit, BONN-IR-87-35 (Sept. 1987), Diss., 1998

- [ST64] SOKOLOV, AA ; TERNOV, IM: In: *Sov. Phys. Doklady* 8 (1964), 1203 S.
- [Ste99] STEIER, C.: *Polarisierte Elektronen in der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität in Bonn, Diss., 1999
- [T⁺10] THOMA, U. u. a.: Baryon spectroscopy: Recent results from the Crystal Barrel/TAPS experiment at ELSA. In: *AIP Conference Proceedings* Bd. 1257, 2010, S. 173
- [Tal95] TALMAN, R.: A Proposed Moebius Accelerator. In: *Physical review letters* 74 (1995), Nr. 9, S. 1590–1593
- [TBD⁺12] THIRY, J.P. ; BALLING, A. ; DIECKMANN, A. ; FROMMBERGER, F. ; HILLERT, W.: DYNAMIC CLOSED ORBIT CORRECTION DURING THE FAST ENERGY RAMP OF ELSA. In: *Proceedings of IPAC2012* (2012)
- [Tho27] THOMAS, L.H.: I. The kinematics of an electron with an axis. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 3 (1927), Nr. 13, S. 1–22
- [TKU03] THORNAGEL, R. ; KLEIN, R. ; ULM, G.: The electron storage ring BESSY II as a primary source standard from the visible to the the X-ray range. In: *Metrologia* 38 (2003), Nr. 5, S. 385
- [Voi91] VOIGT, S.: *Aufbau und Test einer Quelle polarisierter Elektronenstrahlen für den Einschluß in die Bonner Beschleunigeranlage ELSA*, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität zu Bonn, Diss., 1991
- [Wie95] WIEDEMANN, H.: *Particle accelerator physics II: Nonlinear and Higher-Order Beam Dynamics*. Springer Verlag, 1995
- [Wie99] WIEDEMANN, H.: *Particle accelerator physics I: basic principles and linear beam dynamics*. Bd. 1. Springer Verlag, 1999
- [Wil92] WILLE, Klaus: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen: Eine Einführung*. BG Teubner, 1992
- [Wit03] WITTSCHEN, J.: *Messung der Elektronenstrahlposition mit dem Compton-Polarimeter an ELSA*, Diplomarbeit, Bonn, Diss., 2003
- [WR89] WILLEKE, F. ; RIPKEN, G.: Methods of beam optics. In: *AIP Conference Proceedings* Bd. 184, 1989, S. 758
- [Yok83] YOKOYA, K.: Effects of radiative diffusion on the spin-flip in electron storage rings. In: *Part. Acc* 14 (1983), S. 39

Danksagung

Ein Kollektiv wie die ELSA Arbeitsgruppe zu finden, das einen so herzlichen Umgang pflegt, gleichzeitig aber auch professionell und effektiv arbeitet, dürfte für mich in Zukunft sehr schwer werden. Ich bin dem gesamten ELSA Team dankbar für die Hilfe, die mir während meiner Promotion zuteil wurde.

Maßgeblichen Anteil an dieser Arbeitskultur hat mein Betreuer Herr Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Hillert. Ich danke ihm für die Möglichkeit der Promotion und für die wissenschaftliche Unterstützung jedweder Art.

Herrn Prof. Dr. Desch danke ich sehr für die Übernahme des Koreferates.

Herrn Prof. Dr. Meißner und Herrn Priv.-Doz. Dr. Ruppenthal danke ich dafür, dass Sie sich als Mitglieder der Promotionskommission zur Verfügung gestellt haben.

Eine besondere Bereitschaft zum wissenschaftlichen Dialog und zur Hilfestellung sowie Weitsichtigkeit zeichnen Dr. Frank Frommberger und Dr. Andreas Dieckmann aus. Sie hatten einen nicht zu unterschätzenden Anteil an jedem Teilbereich dieser Arbeit.

Time to partially switch to english:

During my PhD thesis, I had the honor to work with two men of genius in the field of spin dynamics. I thank Dr. Desmond P. Barber as well as Dr. Satheesh Mane for sharing their wisdom with me. Their continuous interest in and advices on spin dynamics guided me to a level of understanding, I would not have attained on my own.

Meinen langjährigen Zimmerkollegen Fabian Klarner und Sven Zander verlangte ich, genauso wie allen weiteren Zimmerkollegen, oft einiges ab und diskutierte mit Ihnen viele Fragestellungen recht intensiv. Es ist Ihnen und der mehr als kollegialen Atmosphäre zu verdanken, dass ich mich jederzeit während der Promotion wohl fühlte und gerne ins Büro gekommen bin.

Thorsten Pusch, Sven Zander, Jan Schmidt, Jens-Peter Thiry und Dennis Proft danke ich für das Korrekturlesen dieser Arbeit. Dabei gilt Dennis Proft und Jens-Peter Thiry ein besonderer Dank, da sie mir mit großem Einsatz und viel Geduld bei vielen IT-Lösungen behilflich waren und somit nicht zuletzt das Niveau der Programmierung (und mit ihm den wissenschaftlichen Inhalt) wesentlich verbesserten. Ebenso bin ich Jan Schmidt dankbar für seine große Hilfe. Nicht als Betreuungsverhältnis sondern vielmehr auf Augenhöhe hatte ich mit ihm jemanden an meiner Seite, der die Problemstellungen mit großer Begeisterung und viel Wissensdrang anging.

Ich danke aber auch allen nicht genannten Mitgliedern der Arbeitsgruppe sowie insbesondere Dominik Heiliger, Manuel Schedler, Rebecca Koop und den Ehemaligen Jürgen Wittschen, Andreas Balling, André Roth, Maren Eberhardt für eine ganz tolle Zeit.

Kaum auszudrücken, wie dankbar ich meiner Familie bin; keine Zeit genieße ich mehr als die zwischen ihnen. Meine Eltern Wolfgang & Gabriele Boldt, meine Schwester und mein Schwager Melanie & Claudius Thiemel, unsere beiden Lieblinge Erik & Jakob Thiemel sowie meine beiden Großmütter Maria Schwenk & Margret Klier gaben mir Unterstützung, Halt und Zuversicht, die ich nicht nur für diese Arbeit benötigte. Zu meiner Familie hinzuzählen möchte ich meine Freundin Josline Salentin. Sie begleitete mich in vielen schönen Momenten, gab mir Kraft, Vertrauen und die Ratschläge, die ich in schweren Zeiten benötigte.

In Gedenken an meine beiden Großväter Benno Klier & Bruno Schwenk.