

# **Spindynamik in Elektronensynchrotronen**

Dissertation  
zur  
Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)  
der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

von  
**Jan Felix Schmidt**  
aus  
Bergisch Gladbach

Bonn, April 2017

Dieser Forschungsbericht wurde als Dissertation von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen und ist auf dem Hochschulschriftenserver der ULB Bonn [http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss\\_online](http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online) elektronisch publiziert.

1. Gutachter: Prof. Dr. Wolfgang Hillert  
2. Gutachter: Prof. Dr. Klaus Desch

Tag der Promotion: 14.07.2017  
Erscheinungsjahr: 2017

# Zusammenfassung

---

Um unser Verständnis des Aufbaus der Materie voranzutreiben sind Experimente mit hochenergetischen Teilchen erforderlich, bei denen alle Eingangsparameter bekannt sind und variiert werden können. Zu diesen gehört auch die Spinausrichtung der Teilchen. Die Bereitstellung spinpolarisierter Teilchenstrahlen mit Kreisbeschleunigern erfordert die Berücksichtigung depolarisierender Resonanzen, die bei bestimmten Strahlenergien die Polarisation vollständig zunichtemachen können. Die Spindynamik unter dem Einfluss solcher Resonanzen wird aufgrund der Komplexität eines Beschleunigers und der Vielzahl an Teilchen vor allem numerisch behandelt.

Auf kurzen Zeitskalen bis zu Sekunden, wie bei Energierampen in einem Synchrotron, werden dazu Spintracking-Verfahren eingesetzt. Für Elektronenstrahlen spielt dabei auch die Synchrotronstrahlung eine entscheidende Rolle. Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Spintracking-Programm *polematrix* für Elektronensynchrotrone entwickelt, welches ein ideales Werkzeug zur Untersuchung der Einflüsse der Synchrotronlichtabstrahlung auf die Spindynamik ist. Es ermöglicht insbesondere Studien mit verschiedenen Modellen der longitudinalen Strahldynamik. So wurden erstmals Spintracking-Simulationen auf Basis eines realistischen Teilcentrackings des etablierten Programms *elegant* durchgeführt. Die numerischen Studien zeigen die Effekte, die zur Depolarisation eines Elektronenstrahls führen: Durch die verglichen mit Protonenstrahlen um Größenordnungen höhere Synchrotronfrequenz treten die Synchrotronseitenbänder depolarisierender Resonanzen als separate Resonanzen auf. Außerdem verschwindet Polarisation senkrecht zur stabilen Spinachse durch die Dekohärenz der einzelnen Spinpräzessionen, wobei die Geschwindigkeit der Depolarisation über die Optik des Beschleunigers verändert werden kann. *polematrix* ist für beliebige Elektronenbeschleuniger nutzbar und leicht zugänglich, weil es die weit verbreiteten Lattice-Dateien von *MAD-X* und *elegant* als Eingangsdateien nutzt, und wurde als Open-Source-Programm veröffentlicht.

Die Beschleunigeranlage ELSA am Physikalischen Institut der Universität Bonn ist derzeit das weltweit einzige Elektronensynchrotron mit polarisiertem Strahl. Es werden verschiedene dedizierte Maßnahmen zur Kompensation depolarisierender Resonanzen eingesetzt, deren Optimierung entscheidend für das Erreichen eines hohen Polarisationsgrades ist. Unter dem Einfluss stetiger Weiterentwicklungen des Beschleunigers konnte im Rahmen dieser Arbeit der höchste bisher bei ELSA gemessene Polarisationsgrad erreicht werden. Außerdem wurde ein verbessertes Korrekturschema zur Kompensation von Imperfektionsresonanzen in Betrieb genommen und dessen Funktionalität mit Messungen und Spintracking-Simulationen nachgewiesen. Darüber hinaus wurden bei ELSA einzigartige Polarisationsmessungen durchgeführt, die die spezifische Spindynamik von Elektronenstrahlen zeigen und deren korrekte Modellierung durch das Spintracking-Programm *polematrix* bestätigen.



# Inhaltsverzeichnis

---

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Polarisierte Teilchenstrahlen in Kreisbeschleunigern</b>	<b>3</b>
2.1	Polarisation von Teilchen mit Spin $1/2$	3
2.2	Spinpräzession	5
2.3	Kopplung an die Strahldynamik	8
2.4	Depolarisierende Resonanzen	13
2.5	Unterschiede zwischen Protonen- und Elektronenstrahlen	18
<b>3</b>	<b>Spintracking-Verfahren zur numerischen Simulation der Polarisation</b>	<b>23</b>
3.1	Magnetfelder in Beschleunigern und die Bibliothek <i>palattice</i>	24
3.2	Spintracking mit Frequenzfilterung der Magnetfelder	31
3.3	Spintracking über Drehmatrizen mit <i>poematrix</i>	36
3.4	Bestimmung von Resonanzstärken	42
<b>4</b>	<b>Depolarisation und Synchrotronstrahlung</b>	<b>47</b>
4.1	Auswirkungen von Synchrotronstrahlung auf die Strahldynamik	47
4.2	Ein numerisches Modell für die longitudinale Strahldynamik	52
4.3	Depolarisation durch Dekohärenz der Spinbewegungen	59
4.4	Kreuzung depolarisierender Resonanzen	68
4.5	Anforderungen quantitativer Simulationen	72
4.6	Zusammenfassung	74
<b>5</b>	<b>Polarisationsoptimierung an ELSA</b>	<b>77</b>
5.1	Die Beschleunigeranlage ELSA	77
5.2	Korrektur von intrinsischen Resonanzen	84
5.3	Korrektur von Imperfektionsresonanzen	87
5.4	Weiterentwicklungen des Beschleunigers	90
5.5	Ablauf der Polarisationsoptimierung	92
5.6	Aktueller Stand der Polarisationsoptimierung	94
<b>6</b>	<b>Vergleich zweier Schemata zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen</b>	<b>97</b>
6.1	Zwei Schemata zur Harmonischen-Korrektur	97
6.2	Vergleich über den Orbit	99
6.3	Vergleich bei der Polarisationsoptimierung	100
6.4	Vergleich über Simulationen	102
6.5	Extraktion mit horizontaler Polarisation	103

<b>7</b>	<b>Bestimmung von Beschleunigerparametern durch Polarisationsmessungen</b>	<b>107</b>
7.1	Energiekalibration . . . . .	107
7.2	Momentum-Compaction-Faktor . . . . .	111
7.3	Dämpfungszeit . . . . .	112
7.4	FROISSART-STORA-Formel . . . . .	114
<b>8</b>	<b>Diskussion und Ausblick</b>	<b>117</b>
8.1	Spintracking für Elektronensynchrotrone . . . . .	117
8.2	Betrieb von ELSA mit polarisierten Elektronen . . . . .	120
<b>A</b>	<b>Die Konfiguration von <i>polematrix</i></b>	<b>123</b>
<b>B</b>	<b>Über <i>palattice</i></b>	<b>131</b>
<b>C</b>	<b>Abbildungen zum Arbeitspunkt im ELSA-Ring</b>	<b>137</b>
	<b>Literatur</b>	<b>139</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>147</b>
	<b>Index</b>	<b>149</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>151</b>

## Einleitung

---

Die experimentelle Erforschung fundamentaler Teilchen und ihrer Wechselwirkung findet heute überwiegend an Teilchenbeschleunigern statt. Diese Maschinen beschleunigen Teilchen auf hohe kinetische Energien, wie sie sonst nur bei kosmischen Ereignissen entstehen, und stellen diese als Teilchenstrahlen mit wohldefinierten Eigenschaften und Milliarden<sup>1</sup> von Teilchen pro Sekunde für Streuexperimente zur Verfügung. So können auch statistisch äußerst seltene Prozesse untersucht werden.

Für die Beschreibung der Teilchenphysik hat sich das sogenannte Standardmodell etabliert, das alle bekannten Elementarteilchen und ihre elektromagnetische, schwache und starke Wechselwirkung umfasst. Allerdings hat das Modell etwa 20 freie Parameter, die nur experimentell bestimmt werden können. Die Herausforderung besteht bei solchen Experimenten darin, dass die Wechselwirkungen kollidierender Teilchen nicht direkt beobachtbar sind, sondern nur die Flugbahnen und Eigenschaften einiger der gestreuten Teilchen detektiert werden können. Daraus müssen die Prozesse dann mit Hilfe physikalischer Erhaltungsgrößen und des Modells rekonstruiert werden. Dies ist umso präziser möglich, je mehr Eingangsparameter bekannt sind und kontrolliert verändert werden können. Die Grenzen dieser Grundlagenforschung hängen deshalb maßgeblich von der Technologie der Teilchenbeschleuniger ab. Deren Aufgabe ist es unter anderem, die Qualität des Teilchenstrahls zu optimieren und möglichst viele seiner Eigenschaften einstellbar zu machen. Eine solche Eigenschaft ist der Spin der Teilchen. Diese Arbeit befasst sich mit der Bewegung des Spins in einem Beschleuniger und deren Kontrolle.

Ein polarisierter Teilchenstrahl, dessen Spins in eine bestimmte Raumrichtung ausgerichtet sind, wird beispielsweise zur Untersuchung der Substruktur der Nukleonen (Proton und Neutron) verwendet. Die Masse aller Atome geht auf die Masse der Nukleonen zurück, die bis heute von keinem Modell vorhergesagt werden kann. Die Masse der Quarks, aus denen die Nukleonen bestehen, trägt nur 1 % bei. Der Rest wird von der starken Wechselwirkung der Quarks untereinander verursacht. Messungen haben ergeben, dass sich auch der Spin des Protons nicht allein mit den Spins der Quarks erklären lässt. Diese Phänomene können nur indirekt, zum Beispiel über die energetische Anregung von Nukleonen, untersucht werden, weil Quarks ausschließlich in gebundenen Zuständen, wie den Nukleonen, existieren. Dazu werden unterschiedliche Präzisionsmessungen mit polarisierten Teilchenstrahlen an mehreren Beschleunigern weltweit vorangetrieben – darunter ELSA, MAMI, CEBAF und RHIC (siehe beispielsweise [BT17] und [Asc+13]). Darüber hinaus können polarisierte Strahlen etwa für die Suche nach einem elektrischen Dipolmoment fundamentaler Teilchen (EDM, vgl. [Pre13]), eingesetzt werden. Auch für zukünftige Präzisionsexperimente der Hochenergiephysik sind polarisierten Strahlen von großer Bedeutung. So ist für den ILC der Betrieb mit polarisiertem Elektronen- und Positronenstrahl geplant (vgl. [Moo+08]).

In der Regel erfordert die Bereitstellung eines polarisierten Teilchenstrahls eine dedizierte Teilchen-

---

<sup>1</sup> Eine Milliarde Elektronen oder Protonen pro Sekunde entsprechen einem Strom von etwa 0,2 nA.

quelle, die den Strahl bereits mit einer bevorzugten Spinausrichtung erzeugt. Danach muss die Polarisation auf dem Weg der Teilchen durch die gesamte Beschleunigeranlage erhalten werden, wenngleich die Spins dabei mit allen Magnetfeldern wechselwirken, indem sie um deren jeweilige Feldachse präzedieren. Für die Erhaltung eines hohen Polarisationsgrades ist deshalb die Betrachtung der Spindynamik entscheidend.

Kreisbeschleuniger nehmen dabei eine Sonderrolle ein. Die Teilchen durchlaufen hier die selben Magnete viele Male, damit die selbe Beschleunigungsstrecke immer wieder genutzt werden kann. Durch diese periodische Struktur der Magnetfelder treten bei bestimmten Strahlenergien sogenannte depolarisierende Resonanzen auf, die zu vollständigem Verlust der Polarisation führen können. Zur Modellierung des Einflusses dieser Resonanzen auf die Spinbewegung eignen sich aufgrund der komplexen Zusammensetzung eines Beschleunigers und der großen Zahl beteiligter Teilchen vor allem numerische Verfahren.

Die relevanten Fragestellungen, und damit die numerischen Methoden, hängen von der zu betrachtenden Zeitskala ab, anhand derer sich die Kreisbeschleuniger in zwei Kategorien unterteilen lassen: Sogenannte Speicherringe speichern den Teilchenstrahl für in den Beschleuniger integrierte Experimente über Stunden bei konstanter Energie. In Synchrotronen hingegen verbleibt der Strahl nur Millisekunden oder Sekunden. Sie werden für externe Experimente sowie als Dämpfungsringe oder Vorbeschleuniger eingesetzt. Die Magnete in einem Synchrotron werden typischerweise nicht in einem statischen Zustand sondern mit zeitabhängigen Feldern, etwa zur Energieerhöhung, betrieben. Deshalb basiert die numerische Behandlung der Spindynamik in Synchrotronen auf sogenannten Spintracking-Verfahren, die die Bewegung einzelner Spinvektoren als Funktion der Zeit unter Berücksichtigung der Teilchenbewegung berechnen.

Die Strahl- und Spindynamik von Elektronen wird entscheidend von der Abstrahlung von Synchrotronlicht beeinflusst. So sorgt der SOKOLOV-TERNOV-Effekt [ST64; ST86] dafür, dass ein Elektronenstrahl in einem Speicherring langsam automatisch eine Gleichgewichtspolarisation aufbaut. Aus diesem Grund werden bei der Behandlung polarisierter Elektronen in Kreisbeschleunigern meist Speicherringe betrachtet, während Spintracking-Programme für Synchrotrone auf Protonenstrahlen ausgelegt sind und Synchrotronstrahlung nicht berücksichtigen. So haben sich bisher keine Standardanwendungen für das Spintracking von Elektronenstrahlen etabliert. Deshalb wird in dieser Arbeit die Spindynamik in Elektronensynchrotronen untersucht. Ziel dabei ist es ein realistisches Modell der Synchrotronstrahlung in Spintracking-Simulationen einzubeziehen und die Einflüsse auf die Spindynamik in Elektronensynchrotronen zu bewerten. Die entwickelte Software soll leicht zugänglich und für möglichst viele Beschleuniger einsetzbar sein. Die Studien wurden vom Bundesministerium für Bildung und Forschung im Rahmen des Projektes „Spin-Justierung an Lepton-Beschleunigern“ gefördert und werden im ersten Teil der Arbeit in den Kapiteln 3 und 4 behandelt.

Der zweite Teil, bestehend aus den Kapiteln 5 bis 7, befasst sich mit der Beschleunigeranlage ELSA am Physikalischen Institut der Universität Bonn (vgl. [Hil06; Hil+17]). ELSA ist das derzeit weltweit einzige Elektronensynchrotron mit polarisiertem Strahl. Um den hohen Polarisationsgrad während der Beschleunigung zu erhalten werden dedizierte Korrekturmaßnahmen für verschiedene depolarisierende Resonanzen angewendet. Aufbauend auf über 15 Jahren Erfahrung mit der Bereitstellung polarisierter Elektronen im ELSA-Ring können einzigartige Polarisationsmessungen durchgeführt werden, die sich mit den numerischen Studien ergänzen. Einerseits wird das Spintracking zur Untersuchung von Verbesserungsmöglichkeiten der Korrekturverfahren angewendet und andererseits sollen Messungen die numerischen Ergebnisse verifizieren.



## Polarisierte Teilchenstrahlen in Kreisbeschleunigern

Der Begriff der Polarisation beschreibt im Falle eines Teilchenensembles die räumliche Ausrichtung der Spins der Teilchen. Dieses Kapitel soll den Leser mit der Physik polarisierter Elektronen- und Protonenstrahlen in Kreisbeschleunigern vertraut machen und führt Konzepte und Bezeichnungen ein, die in dieser Arbeit verwendet werden.

### 2.1 Polarisation von Teilchen mit Spin $1/2$

#### 2.1.1 Quantenmechanische und klassische Beschreibung

Der Spin, oder Eigendrehimpuls, hat für jedes Teilchen einen festen Wert und kann als quantenmechanischer Drehimpuls beschrieben werden (siehe z.B. [Sch07; SN12]). Elektronen und Protonen haben einen Spin von  $1/2$ . Das heißt, ihr Spin nimmt bei einer Messung bezüglich einer Quantisierungsachse  $z$  nur zwei diskrete Zustände an, die als *up* und *down* bezeichnet werden. Die Zustände  $|\uparrow\rangle$  und  $|\downarrow\rangle$  sind die Eigenfunktionen des  $\hat{S}_z$ -Operators mit den Eigenwerten  $\pm 1/2\hbar$ . Die Spinwellenfunktion eines Spin- $1/2$ -Teilchens kann in dieser Basis entwickelt werden:

$$|\psi\rangle = \chi_+ |\uparrow\rangle + \chi_- |\downarrow\rangle \quad \text{mit} \quad \chi_+, \chi_- \in \mathbb{C} \quad \text{und} \quad |\chi_+|^2 + |\chi_-|^2 = 1.$$

Die komplexen Entwicklungskoeffizienten  $\chi_+$  und  $\chi_-$  beschreiben den Spinzustand vollständig. Definiert man die Eigenfunktionen als zweidimensionale Einheitsvektoren  $|\uparrow\rangle =: (1, 0)^T$  und  $|\downarrow\rangle =: (0, 1)^T$ , können die Spinoperatoren  $\hat{\vec{S}} = (\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)^T$  als Matrizen dargestellt werden:

$$\hat{\vec{S}} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma} \quad \text{mit den PAULI-Matrizen} \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Wie auch bei anderen Drehimpulsen in der Quantenmechanik sind die drei Komponenten nicht vertauschbar und es gibt kein gemeinsames Basissystem aller drei Operatoren. Bei einer Messung kann nur eine Komponente eindeutig bestimmt werden, die hier mit  $z$  bezeichnet wurde. Für die beiden Eigenzustände des  $\hat{S}_z$ -Operators sind die Erwartungswerte der Spinkomponenten

$$\langle \hat{S}_z \rangle = \langle \psi | \hat{S}_z | \psi \rangle = \pm \frac{\hbar}{2} \quad \text{und} \quad \langle \hat{S}_x \rangle = \langle \hat{S}_y \rangle = 0.$$

Darüber hinaus ist für ein Spin- $1/2$ -Teilchen die Länge des Erwartungswertes des Spinvektors  $|\langle \hat{S} \rangle|$  in jedem beliebigen Zustand  $|\psi\rangle$  gleich, weil für das Betragsquadrat

$$|\langle \hat{S} \rangle|^2 = \left| \begin{pmatrix} \langle \hat{S}_x \rangle \\ \langle \hat{S}_y \rangle \\ \langle \hat{S}_z \rangle \end{pmatrix} \right|^2 = \langle \hat{S}_x \rangle^2 + \langle \hat{S}_y \rangle^2 + \langle \hat{S}_z \rangle^2 = \left( \frac{\hbar}{2} \right)^2$$

gilt. Deshalb kann der Spin-Erwartungswert  $\langle \hat{S} \rangle$  als klassischer, dreidimensionaler Vektor  $\vec{S}$  fester Länge und beliebiger Richtung interpretiert werden. Dieser kann mit zwei Parametern vollständig beschrieben werden – beispielsweise in Kugelkoordinaten mit Polarwinkel  $\theta$  und Azimutwinkel  $\phi$ . Die Verknüpfung mit der quantenmechanischen Darstellung ist über die Beziehung zu den Koeffizienten  $\chi_+$  und  $\chi_-$  möglich (vgl. [SN12, Gl. (3.2.52), erläutert in Abschnitt 3.2 und 3.4]):

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \chi_+ =: \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) e^{-i\phi/2}, \quad \chi_- =: \sin \left( \frac{\theta}{2} \right) e^{i\phi/2}.$$

Im Allgemeinen ist die Quantisierungsachse  $z$  nicht an eine bestimmte Ausrichtung im dreidimensionalen Raum gebunden. Erst bei einer Wechselwirkung mit anderen Teilchen wird die Quantisierungsachse räumlich festgelegt. Dabei nimmt der Spin einen der diskreten Zustände *up* oder *down* bezüglich der  $z$ -Achse an. In der klassischen Beschreibung sind die Wahrscheinlichkeiten der beiden Ergebnisse dieses quantenmechanischen Messprozesses durch die Projektion des klassischen Spinvektors  $\vec{S}$  auf die  $z$ -Achse gegeben.

In einem Teilchenbeschleuniger kann die Spindynamik jedes einzelnen Teilchens  $i$  folglich durch eine dreidimensionale Rotation des Vektors  $\vec{S}_i$  im mit dem Teilchen mitbewegten Koordinatensystem (siehe Abschnitt 2.2.1) beschrieben werden. Die Länge des Vektors wird dabei üblicherweise auf  $|\vec{S}| = 1$  normiert, sodass seine Komponenten direkt als Wahrscheinlichkeiten für eine Messung bezüglich der jeweiligen Achse interpretiert werden können.

### 2.1.2 Polarisation

In einem Teilchenensemble ist die mittlere Ausrichtung aller Spins des Ensembles relevant. In der klassischen Beschreibung ist der Polarisationsvektor  $\vec{P}$  der Mittelwert über die Spinvektoren aller  $N$  Teilchen:

$$\vec{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \vec{S}_i. \quad (2.1)$$

Die Komponente  $\vec{P}_z$  des Polarisationsvektors wird als Polarisation bezüglich der  $z$ -Achse bezeichnet und kann, anders als ein einzelner Spin, bei einer Messung kontinuierliche Werte  $P_z \in [-1, 1]$  annehmen, weil dabei die Orientierung vieler Spins statistisch erfasst wird:

$$P_z = \frac{N_\uparrow - N_\downarrow}{N_\uparrow + N_\downarrow}.$$

Der Betrag  $|\vec{P}|$  wird Polarisationsgrad genannt. Er kann, im Gegensatz zu der Länge eines einzelnen Spinvektors  $|\vec{S}_i|$ , kleiner als eins sein und ist für einen unpolarisierten Teilchenstrahl null.

Elektron	$a =$	0,001 159 652 180 91	$\pm 0,000\,000\,000\,000\,26$
Proton	$a \equiv G =$	1,792 847 351	$\pm 0,000\,000\,009$

Tabelle 2.1: Aktuelle experimentell bestimmte Standardwerte der gyromagnetischen Anomalien [MNT15].

## 2.2 Spinpräzession

Analog zum Bahndrehimpuls eines Teilchens verursacht auch sein Spin ein magnetisches Dipolmoment

$$\vec{\mu}_s = g_s \frac{q}{2m} \vec{S},$$

dessen Ausrichtung der des Spinvektors entspricht. Dabei gibt der LANDÉ-Faktor  $g_s$  das Verhältnis zum magnetischen Moment eines Bahndrehimpulses gleicher Größe an. Für Elektronen ist  $g_s^e \approx -2$ , was der Vorhersage durch die relativistische Quantenmechanik (DIRAC-Theorie) entspricht. Der Wert von  $g_s^e$  wurde experimentell mit einer relativen Genauigkeit von  $2,6 \cdot 10^{-13}$  bestimmt [HFG08]. Die Abweichung vom theoretisch erwarteten Wert 2 wird gyromagnetische Anomalie

$$a := \frac{1}{2} (|g_s| - 2) \quad (2.2)$$

genannt und kann, mit etwas geringerer Genauigkeit, auch quantenelektrodynamisch berechnet werden. In Abhängigkeit von  $a$  lässt sich das magnetische Moment schreiben als

$$\vec{\mu}_s = \pm \frac{q}{m} (1 + a) \vec{S} \quad \text{für } g_s \gtrless 0.$$

Der LANDÉ-Faktor des Protons ist  $g_s^p \approx +5,6$ . Analog zum Elektron wird die Anomalie  $a$  nach Gleichung (2.2) als Abweichung von 2 definiert. Häufig wird diese an Protonenbeschleunigern auch mit  $G$  bezeichnet. Tabelle 2.1 enthält die genauen Werte der gyromagnetischen Anomalien.

Befindet sich ein magnetisches Moment in einem Magnetfeld  $\vec{B}$ , wirkt auf den zugehörigen Drehimpuls  $\vec{L}$  ein Drehmoment  $\vec{M} = \vec{\mu}_l \times \vec{B}$  und der Drehimpuls ändert sich gemäß  $\dot{\vec{L}} = \vec{M}$ . Dies gilt auch für den Spin eines Teilchens, dessen Bewegung in einem äußeren Magnetfeld demnach für Elektronen und Protonen durch die klassische Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\mu}_s \times \vec{B} = \vec{\Omega}_L \times \vec{S} \quad \text{mit } \vec{\Omega}_L := \frac{e}{m} (1 + a) \vec{B} \quad (2.3)$$

beschrieben werden kann. Wie in Abschnitt 2.1 motiviert, gilt diese auch für den quantenmechanischen Erwartungswert des Spins (Korrespondenzprinzip). Folglich kann die Bewegungsgleichung auch mit dem EHRENFEST-Theorem aus dem Beitrag zum HAMILTONoperator  $\mathcal{H}_s = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = -\hbar \Omega_L$  hergeleitet werden. Auch eine vollständig quantenmechanische Behandlung des Spins führt zu äquivalenten Bewegungsgleichungen, den BLOCHgleichungen<sup>1</sup> (siehe z.B. [HW04, Kapitel 14]). Gleichung (2.3) beschreibt eine Bewegung, bei der die Bewegungsrichtung des Spinvektors stets senkrecht zum Spinvektor selbst und dem Magnetfeld  $\vec{B}$  ist. Das heißt, der Spin präzediert mit der Kreisfrequenz  $\Omega_L$  um die Magnetfeldachse. Dies wird LARMORpräzession genannt.  $\Omega_L$  heißt LARMORfrequenz.

<sup>1</sup> Die BLOCHgleichungen enthalten einen weiteren Term, der die Relaxation durch inkohärente Bewegungen vieler Spins, beispielsweise in Flüssigkeiten, beschreibt.

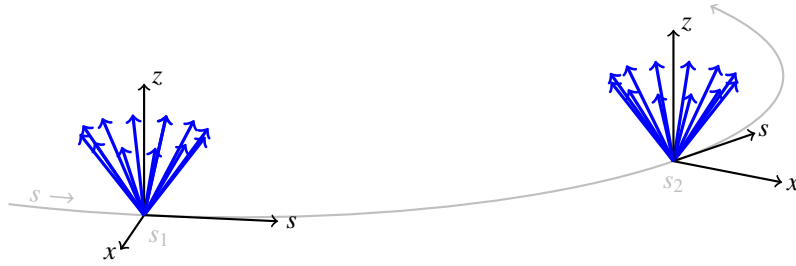


Abbildung 2.1: Das Beschleunigerkoordinatensystem entlang der Sollbahn, parametrisiert durch die Position  $s$ . Exemplarisch sind einige um die  $z$ -Achse präzedierende Spinvektoren eingezeichnet.

### 2.2.1 Spinpräzession im Teilchenbeschleuniger

Zur Berechnung der Spinbewegung in einem Teilchenbeschleuniger muss Gleichung (2.3) angepasst werden. Zum einen bewegen sich die Teilchen mit Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit, während die Magnete im Laborsystem ruhen. Es ist also eine LORENTZTRANSFORMATION der Felder erforderlich, die zu einer Unterscheidung zwischen  $\vec{B}_{\parallel}$  in Bewegungsrichtung der Teilchen (longitudinal) und  $\vec{B}_{\perp}$  senkrecht dazu (transversal) führt. Außerdem muss auch der Einfluss elektrischer Felder auf den Spin berücksichtigt werden. Eine entsprechende Form der Bewegungsgleichung ist die THOMAS-BMT-Gleichung [Tho27; BMT59]:

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega}_{\text{TBMT}} \times \vec{S}$$

$$\text{mit } \vec{\Omega}_{\text{TBMT}} := -\frac{e}{\gamma m} \left[ (1 + \gamma a) \vec{B}_{\perp} + (1 + a) \vec{B}_{\parallel} - \left( \frac{\gamma}{1 + \gamma} + \gamma a \right) \vec{\beta} \times \frac{\vec{E}}{c} \right]. \quad (2.4)$$

Die Frequenzen der Präzession um  $\vec{B}_{\parallel}$  und  $\vec{B}_{\perp}$  unterscheiden sich bezüglich ihrer Abhängigkeit von der Teilchenenergie, die hier durch den LORENTZFAKTOR  $\gamma$  angegeben wird. Um die Energieabhängigkeit aus Gleichung (2.4) ablesen zu können, muss berücksichtigt werden, dass die Magnetfeldstärken in Teilchenbeschleunigern typischerweise linear mit der Teilchenenergie skaliert werden (siehe Abschnitt 3.1 und angepasste THOMAS-BMT-Gleichung (3.6)). In diesem Fall entspricht die Präzession um  $\vec{B}_{\parallel}$  der klassischen LARMORPRÄZSSION, während die Frequenz der sogenannten THOMASPRÄZSSION um  $\vec{B}_{\perp}$  linear mit der Teilchenenergie, zunimmt. Elektrische Felder  $\vec{E}$  beeinflussen die Spinbewegung nur, wenn sie nicht in Bewegungsrichtung des Teilchens ( $\vec{\beta} = \vec{v}/c$ ) zeigen, weshalb die zur Beschleunigung verwendeten Felder in Hochfrequenzresonatoren bei der Betrachtung der Spinpräzession keine Rolle spielen. In Kreisbeschleunigern kann der Term für elektrische Felder oft vollständig vernachlässigt werden.

Der Aufbau eines konkreten Beschleunigers und die gewählte Einstellung aller Magnete und anderer Elemente gehen in Gleichung (2.4) über den zeitlichen Verlauf der elektromagnetischen Felder  $\vec{B}_{\perp}(t)$ ,  $\vec{B}_{\parallel}(t)$  und  $\vec{E}(t)$  ein, die auf den Spin wirken. Hinter der Zeitabhängigkeit steckt vor allem die Ortsabhängigkeit der Felder, durch die sich das Teilchen bewegt. Zum einen durchläuft das Teilchen die verschiedenen Elemente entlang des Beschleunigers und zum anderen sind die Felder vieler Elemente darüber hinaus inhomogen – die Feldstärke hängt also zusätzlich von der transversalen Position des Teilchens ab. Dadurch ist die Spindynamik eng mit der Bewegung des Teilchens im Beschleuniger verknüpft. Diese Kopplung an die Strahldynamik wird in Abschnitt 2.3 behandelt.

Um die Bewegung der Teilchen, der Spins und des Polarisationsvektors zu beschreiben, wird das Beschleunigerkoordinatensystem verwendet, welches in Abb. 2.1 skizziert ist. Es handelt sich dabei um ein

lokales kartesisches Koordinatensystem, das sich entlang des Beschleunigers mitbewegt. Sein Ursprung liegt auf der sogenannten Sollbahn. Sie entspricht der Bahn eines idealen Teilchens, des Sollteilchens, und definiert den Verlauf des Beschleunigers. Alle Elemente sind entlang der Sollbahn angeordnet. Die Position entlang der Sollbahn wird mit  $s$  parametrisiert und in Metern von null bis zur Länge  $L_0$  des Beschleunigers angegeben. Die Achsen des lokalen Beschleunigerkoordinatensystems werden in dieser Arbeit mit  $x$ ,  $s$  und  $z$  bezeichnet. Dabei zeigt die  $s$ -Koordinate stets in Richtung der Sollbahn und die  $z$ -Koordinate vertikal nach oben, sofern die Sollbahn in der horizontalen Ebene verläuft. Die horizontal transversale  $x$ -Koordinate wird in Kreisbeschleunigern typischerweise nach außen weisend definiert<sup>2</sup>.

Die Präzessionsbewegungen, wie sie von Gleichungen (2.3) und (2.4) beschrieben werden, sind reine Rotationen, die die Länge des Spinvektors nicht ändern. Deshalb können sie alternativ auch mit Drehmatrizen berechnet werden. Wenn beispielsweise ein Teilchen einen Magneten mit vertikalem Feld  $\vec{B}_z$  durchläuft, lässt sich die Präzession des Spinvektors  $\vec{S}_{\text{vor}}$  mit der Matrixmultiplikation

$$\vec{S}_{\text{nach}} = \mathbf{R}_z(\vartheta) \cdot \vec{S}_{\text{vor}}$$

abbilden, wobei  $\mathbf{R}_z$  die Drehmatrix um die  $z$ -Achse ist und der Drehwinkel  $\vartheta$  durch die THOMASpräzession und die integrierte Feldstärke des Magneten gegeben ist. Diese Methode wird in Abschnitt 3.3 detaillierter erläutert.

### 2.2.2 Spinpräzession im Kreisbeschleuniger

**Spinarbeitspunkt** In einem Kreisbeschleuniger sind die der Stärke nach dominierenden Magnetfelder die vertikalen Führungsfelder  $B_z^{\text{dip}}$  der Dipolmagnete, die den Teilchenstrahl auf die Kreisbahn ablenken. Deshalb wird auch die Spinbewegung in Kreisbeschleunigern von der THOMASpräzession um die vertikale Achse beherrscht und die vertikale Polarisation  $P_z$  eines Teilchenstrahls bleibt in der Regel erhalten. Nach der THOMAS-BMT-Gleichung (2.4) ist die Präzessionsfrequenz dabei

$$\Omega_{\text{TBMT},z} = -\frac{e}{\gamma m}(1 + \gamma a)B_z^{\text{dip}} = (1 + \gamma a)\omega_{\text{rev}} .$$

Hier wurde die Umlauffrequenz  $\omega_{\text{rev}}$  der Teilchen im Kreisbeschleuniger eingesetzt, die aus dem Gleichgewicht von LORENTZkraft und Zentripetalkraft folgt:

$$\omega_{\text{rev}} = -\frac{e}{\gamma m}B_z^{\text{dip}} .$$

In dieser Arbeit werden Frequenzen überwiegend als Kreisfrequenzen angegeben, da dies für die Spinpräzession üblich ist.  $f_{\text{rev}} = \omega_{\text{rev}}/2\pi$  wird auch Zyklotronfrequenz genannt. Zieht man  $\omega_{\text{rev}}$  von  $\Omega_{\text{TBMT},z}$  ab, erhält man die Präzessionsfrequenz im mitbewegten Beschleunigerkoordinatensystem

$$\Omega'_{\text{TBMT},z} = \gamma a \omega_{\text{rev}} .$$

Der Spin präzediert also während eines Umlaufs des Teilchens im Beschleuniger  $\gamma a$ -mal um die  $z$ -Achse. Deshalb wird  $\gamma a$  auch Spinarbeitspunkt genannt<sup>3</sup>. Er steigt linear mit der Teilchenenergie an und wäre

<sup>2</sup> Wenn zusätzlich die Magnetfelder der Ablenkmagnete als  $\vec{B}_z > 0$  definiert werden, folgt daraus, dass ein Elektronenstrahl gegen den Uhrzeigersinn und ein Protonenstrahl mit dem Uhrzeigersinn umläuft. Dann gelten alle Richtungen und Vorzeichen in gleicher Weise für beide Teilchenarten.

<sup>3</sup> Für den Spinarbeitspunkt sind auch die Bezeichnungen  $Q_{\text{sp}}$  oder  $\nu_{\text{sp}}$  gebräuchlich, in dieser Arbeit wird aber ausschließlich  $\gamma a$  verwendet.

für ein ideales DIRAC-Teilchen ohne gyromagnetische Anomalie null. In diesem Fall würde der Spin dem Impuls des Teilchens ohne zusätzliche Präzession folgen.

Präzessionen um die  $x$ -Achse mitteln sich in der Regel über viele Umläufe heraus, da horizontale Felder beider Vorzeichen gleichermaßen im Beschleuniger vorkommen. Eine Ausnahme sind sogenannte depolarisierende Resonanzen, die in Abschnitt 2.4 erläutert werden. Präzessionen um die  $s$ -Achse sind durch die um den Faktor  $\gamma$  kleinere LARMORfrequenz bei höheren Strahlenergien zunehmend unterdrückt.

**Invariante Spinachse** Die bereits erwähnte Methode zur Berechnung der Spinpräzession mit Drehmatrizen wird für Kreisbeschleuniger häufig dazu verwendet die Spinbewegung durch den gesamten Beschleuniger in einer Matrix zusammenzufassen. Diese sogenannte Spin-Transfermatrix  $\mathbf{T}(s)$  für einen Umlauf ergibt sich aus der Multiplikation der Drehmatrizen aller  $N$  Elemente, die das Teilchen durchläuft:

$$\vec{S}_{\text{nach}} = \mathbf{R}_N \cdots \mathbf{R}_1 \cdot \vec{S}_{\text{vor}} = \mathbf{T} \cdot \vec{S}_{\text{vor}} .$$

Da die  $N$  Drehungen nicht kommutativ sind, hängt  $\mathbf{T}$  von der Position  $s$  im Beschleuniger ab. Sofern alle Magnetfelder zeitlich konstant sind, kann die Präzession eines Spinvektors durch wiederholtes Multiplizieren mit  $\mathbf{T}(s)$  über viele Umläufe abgebildet werden. Dabei beobachtet man (wenn der Spinarbeitspunkt nicht ganzzahlig ist) an der Position  $s$  eine scheinbare Präzession um eine Achse  $\vec{n}_0(s)$ . Sie wird invariante Spinachse genannt und ist der Eigenvektor der Spin-Transfermatrix zum Eigenwert eins. Im hier beschriebenen statischen Beschleunigerzustand bleibt Polarisation entlang der invarianten Spinachse erhalten.

## 2.3 Kopplung an die Strahldynamik

### 2.3.1 Transversale lineare Strahldynamik

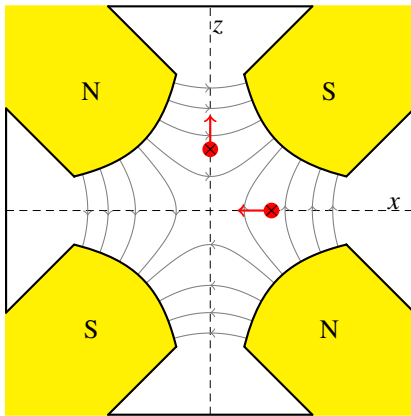


Abbildung 2.2: Polschuhe und Magnetfeldlinien eines horizontal fokussierenden Quadrupols für Elektronen (rot).

Viele Elemente eines Beschleunigers haben ein inhomogenes Magnetfeld, das heißt ihre Feldstärke  $\vec{B}(x, z)$  hängt von der transversalen Position ab. Abbildung 2.2 zeigt als Beispiel einen Quadrupolmagnet, der zur Fokussierung eingesetzt wird. Seine Feldstärke verschwindet auf der Sollbahn und steigt nach außen linear an. Durch solche  $\vec{B}(x, z)$  wird die Spinbewegung entscheidend von der transversalen Teilchenbewegung beeinflusst. Aus diesem Grund wird hier eine kurze Einführung einiger zentraler Aspekte der linearen Strahldynamik gegeben. Der umgekehrte Effekt, die Abhängigkeit der Teilchenbahn von der Spinausrichtung, wie sie beim STERN-GERLACH-Experiment nachgewiesen wurde, kann für geladene Teilchen oberhalb thermischer Geschwindigkeiten gegenüber der LORENTZkraft vernachlässigt werden<sup>4</sup>. Die transversale Position

$$\vec{X}_i(s) = \begin{pmatrix} x_i(s) \\ z_i(s) \end{pmatrix}$$

<sup>4</sup> Die LORENTZkraft auf ein Elektron mit  $v \approx c$  beträgt  $ecB \approx 10^{-11} \text{ N/T} \cdot B$ , die Kraft auf das magnetische Moment etwa  $\mu_B \cdot \partial B / \partial z \approx 10^{-23} \text{ J/T} \cdot \partial B / \partial z$

eines Teilchens  $i$  im Kreisbeschleuniger besteht aus zwei Anteilen unterschiedlichen physikalischen Ursprungs:

$$\vec{\chi}_i(s) = \vec{\chi}^{\text{co}}(s) + \vec{\chi}_i^{\text{tr}}(s) .$$

**Orbit** Zum einen bildet sich eine geschlossene Gleichgewichtsbahn  $\vec{\chi}^{\text{co}}(s)$  aus, entlang der der Schwerpunkt des Strahls verläuft. Sie wird im Englischen “closed orbit” genannt und im Folgenden als Orbit bezeichnet. In einem idealen Beschleuniger entspricht der Orbit der Sollbahn ( $\vec{\chi}^{\text{co}}(s) = 0$ ), in einem realen Beschleuniger weicht er von dieser ab, da die Magnete nur mit begrenzter Genauigkeit gefertigt und positioniert werden können. Der Orbit kann beispielsweise mit Strahllagemonitoren (“beam position monitors”, kurz BPMs) verlustfrei gemessen werden. Die gemessenen Abstände von der Sollbahn werden Strahlablagen genannt. Üblicherweise wird die Sollbahn durch die Mitte der Quadrupolmagnete definiert und an jedem Quadrupol wird ein BPM installiert.

**Trajektorie** Zum anderen bewegt sich jedes Teilchen entlang einer individuellen Trajektorie  $\vec{\chi}_i^{\text{tr}}$ : Aufgrund der fokussierenden Magnetfelder oszilliert es horizontal und vertikal um den Orbit. Die Dynamik dieser sogenannten Betatronschwingungen wird von den HILLSchen Differentialgleichungen beschrieben, deren Herleitung etwa in [Wil96, Abschnitt 3.2] zu finden ist:

$$x''(s) + \left( \frac{1}{R^2(s)} - k(s) \right) x(s) = \frac{1}{R(s)} \frac{\Delta p}{p_0} , \quad (2.5)$$

$$z''(s) + k(s)z(s) = 0 . \quad (2.6)$$

Hier bezeichnet  $x'$  die Ableitung  $\frac{dx}{ds}$ , die den Winkel der  $x$ -Komponente der Trajektorie zur Sollbahn angibt.  $R$  ist der Krümmungsradius der Dipolmagnete,  $k$  die Quadrupolstärke und  $\frac{\Delta p}{p_0}$  die relative Impulsabweichung des Teilchens. Die Gleichungen sind eine lineare Näherung der Strahldynamik, enthalten also keine Magnetfelder höherer Ordnungen (wie Sextupole), und gelten für kleine Strahlablagen ( $x, z \ll R$ ) und Impulsabweichungen ( $\frac{\Delta p}{p_0} \ll 1$ ). Außerdem ist Kopplung der beiden Ebenen nicht enthalten. Außerhalb eines Dipols gilt  $R \rightarrow \infty$  und außerhalb eines Quadrupols ist  $k = 0$ . Eine allgemeine Behandlung der Felder verschiedener Magnettypen ist in Abschnitt 3.1 zu finden. Beide Bewegungsgleichungen (2.5) und (2.6) beschreiben Oszillationen mit ortsabhängiger rücktreibender Kraft. Weil sich der Ablenkwinkel eines Dipolmagneten mit dem Impuls des Teilchens ändert, geht bei endlichem  $R$  die Impulsabweichung  $\Delta p$  in die horizontale Gleichung ein (siehe [Wil96, Abschnitt 3.6]). Hier wird aber nur die homogene Gleichung für ein Teilchen  $i$  mit Sollimpuls  $p_0$  ( $\Delta p = 0$ ) betrachtet. Diese kann in beiden Ebenen mit dem gleichen Ansatz gelöst werden. Im Folgenden wird exemplarisch die Bezeichnung  $x$  verwendet. Die Trajektorie lautet

$$x_i(s) = \sqrt{\epsilon_{x,i} \beta_x(s)} \cos(\psi_x(s) + \Psi_{x,i}) \quad \text{mit} \quad \psi_x(s) = \int_0^s \frac{d\tilde{s}}{\beta(\tilde{s})} . \quad (2.7)$$

Die Schwingungsamplitude setzt sich aus der ortsabhängigen Betafunktion  $\beta_x(s)$  und der Einzelteilchenemittanz  $\epsilon_{x,i}$  zusammen. Erstere enthält die Anordnung und Einstellung der Magnete, letztere gibt die auf  $\text{Pi}$  normierte Fläche an, die die Teilchenbewegung im  $x$ - $x'$ -Phasenraum umschließt. Im Phasenraum bewegt sich ein Teilchen an jeder Position  $s$  über viele Umläufe entlang der Ellipse

$$\epsilon_{x,i} = \gamma_x(s)x_i^2(s) + 2\alpha_x(s)x_i(s)x_i'(s) + \beta_x(s)x_i'^2(s)$$

mit den drei sogenannten Twissparametern  $\beta_x(s)$ ,

$$\alpha_x(s) := -\frac{\beta'_x(s)}{2} \quad \text{und} \quad \gamma_x(s) := \frac{1 + \alpha_x^2(s)}{\beta_x(s)}.$$

Die Fläche der Ellipse  $\pi\epsilon_{x,i}$  bleibt gemäß des Satzes von LIOUVILLE erhalten, solange sich die Energie des Teilchens nicht ändert. Die Orientierung der Ellipse und die Länge der Halbachsen hängen von  $s$  ab. Die Änderung des Phasenraumvektors  $(x_i(s), x'_i(s))$  beim Durchlaufen der Elemente des Beschleunigers kann, analog zur geometrischen Optik, auch mit Transformationsmatrizen berechnet werden, die ebenso zur Transformation der Twissparameter nutzbar sind (siehe [Wil96, Abschnitte 3.4, 3.5, 3.10]).

Die Trajektorien  $\vec{X}_i^{\text{tr}}(s)$  der einzelnen Teilchen sind nicht direkt messbar, sondern nur in Berechnungen und numerischen Simulationen der Strahldynamik zugänglich. Sie bestimmen aber zentrale Eigenschaften des Teilchenstrahls, die für dessen Stabilität und Qualität verantwortlich sind und auch entscheidenden Einfluss auf die Spindynamik und den Polarisationsgrad haben.

**Arbeitspunkt** Eine solche Eigenschaft ist die Frequenz der Betatronschwingung. Sie wird als Anzahl der Schwingungen pro Umlauf im Beschleuniger angegeben. Dieser sogenannte Arbeitspunkt wird über die Quadrupolmagnete ( $k$ ) eingestellt und kann aus Gleichung (2.7) berechnet werden:

$$Q_x := \frac{\Delta\psi_x}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{ds}{\beta_x(s)}.$$

Bei bestimmten Arbeitspunkten treten optische Resonanzen auf, die den Strahl instabil machen. Der Nachkommaanteil von  $Q_x$  gibt an wie weit sich ein Teilchen nach einem Umlauf (scheinbar) entlang der Phasenraumellipse bewegt hat. Bei einem ganzzahligen Arbeitspunkt hat ein Teilchen an jeder Position  $s$  in jedem Umlauf die selbe Ablage  $x$ . Es erfährt dann in jedem Umlauf exakt die selben Magnetfelder, sodass sich kleine Ablenkungen durch Feldfehler aufaddieren und zu vollständigem Strahlverlust führen. Analog treiben Feldfehler höherer Ordnungen Resonanzen etwa bei halb- oder drittelzahligem Arbeitspunkt. Deshalb kann ein Kreisbeschleuniger nicht bei Arbeitspunkten

$$m_x Q_x + m_z Q_z + m_s Q_s = PM \quad \text{mit} \quad m_x, m_z, m_s, M \in \mathbb{Z}$$

betrieben werden.  $P$  ist hier die Superperiodizität des Beschleunigers, die besagt aus wie vielen identischen Teilstücken dieser aufgebaut ist. Mehr zu optischen Resonanzen ist beispielsweise in [Wil96, Abschnitt 3.14] zu finden. Abbildung C.1 zeigt ein Beispiel für ein Arbeitspunktdiagramm mit optischen Resonanzen. Darüber hinaus wirken sich die Betatronschwingungen auch auf die Spinbewegung aus: Da die Magnetfeldstärke der Quadrupole linear von der Ablage abhängt, wirken deren Felder mit der sogenannten Betatronfrequenz

$$\omega_x = Q_x \omega_{\text{rev}}$$

auf den Spin, was zu depolarisierenden Resonanzen führt, die in Abschnitt 2.4 erläutert werden.

**Emittanz** Die Betatronschwingungen aller Teilchen haben näherungsweise die gleiche Frequenz. Sie unterscheiden sich aber in den Amplituden, was durch die Einzelteilchenemittanzen  $\epsilon_{x,i}$  beschrieben wird. Die  $\epsilon_{x,i}$  eines Teilchenensembles folgen einer statistischen Verteilung, deren Maximum üblicherweise bei  $\epsilon_{x,i} = 0$  liegt. Über die Standardabweichung dieser Verteilung kann die Emittanz  $\epsilon_x$  des Teilchenstrahls statistisch definiert werden (vgl. [Tur94]). Der Begriff Emittanz bezeichnet üblicherweise diese Ensemble-



Emittanz, über die auch die Strahlbreite

$$\sigma_x(s) = \sqrt{\epsilon_x \beta_x(s)}$$

eines Teilchenstrahls ohne Impulsabweichung definiert ist.

### 2.3.2 Longitudinale lineare Strahldynamik

Der in Abschnitt 2.2.2 definierte Spinarbeitspunkt  $\gamma a$  hängt linear von der Teilchenenergie ab. Dadurch ist die Spinbewegung auch an die longitudinale Strahldynamik gekoppelt. Diese wird hauptsächlich von den zur Beschleunigung eingesetzten Hochfrequenzresonatoren bestimmt, in denen sich eine elektromagnetische stehende Welle der Frequenz  $\omega_{\text{HF}}$  mit longitudinalem elektrischem Feld befindet. Der Energiegewinn oder -verlust  $\Delta E$  eines Teilchens hängt davon ab, bei welcher Phase  $\phi$  des Wechselfeldes es den Resonator passiert, da es eine Beschleunigungsspannung

$$U(\phi) = U_{\text{HF}} \sin(\phi) = U_{\text{HF}} \sin(\omega_{\text{HF}} t) \quad (2.8)$$

erfährt, die seine Energie um  $\Delta E = eU(\phi)$  ändert. Ein Teilchen mit der Sollenergie  $E_0 \hat{=} \gamma_0$  durchläuft den Resonator bei der Sollphase  $\phi_0$ , die dadurch definiert ist, dass das Teilchen stets die Sollenergie behält. Die zugehörige Sollspannung  $U_0 := U(\phi_0)$  weicht in zwei Fällen von null ab: Wenn sich  $E_0$  mit jedem Umlauf ändert, weil der Strahl beschleunigt wird, oder wenn Energieverluste während des Umlaufs auftreten, die im Resonator kompensiert werden müssen (etwa durch Synchrotronstrahlung, siehe Abschnitte 2.5 und 4.2). Die Amplitude der Beschleunigungsspannung wird häufig auch relativ zur Sollspannung über den Überspannungsfaktor

$$q := \frac{U_{\text{HF}}}{U_0} = \frac{1}{\sin(\phi_0)} \quad (2.9)$$

angegeben. Weicht die Energie eines Teilchens von der Sollenergie ab, ändert sich seine Umlaufzeit  $T$ , was mit dem sogenannten Slip-Faktor  $\eta$  angegeben wird:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \eta \frac{\Delta E}{E_0} \quad \text{mit} \quad \eta := \left( \alpha_c - \frac{1}{\gamma^2} \right) \stackrel{\gamma \gg 1}{\approx} \alpha_c .$$

Bei kleinen Energien werden die Teilchen mit steigender Energie schneller, sodass die Umlaufzeit kürzer wird. Für ultrarelativistische Teilchen steigt die Umlaufzeit mit der Energie an, weil die Bahnlänge  $L$  in den Dipolmagneten aufgrund der Impulsabhängigkeit der LORENTZkraft größer wird:

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \alpha_c \cdot \frac{\Delta E}{E_0} . \quad (2.10)$$

Der zugehörige Proportionalitätsfaktor ist der Momentum-Compaction-Faktor  $\alpha_c$ . Er hängt von der Optik des Beschleunigers, genauer der Dispersionsfunktion innerhalb der Dipole, ab (siehe [Hin08, Abschnitt 6.7]). So ändert sich die Phase des Wechselfeldes, bei der das Teilchen den Resonator erreicht, mit jedem Umlauf um  $\Delta\phi = \omega_{\text{HF}} \cdot \Delta T$ . Abbildung 2.3 veranschaulicht, was dies für die Strahldynamik bedeutet. Befindet sich das Teilchen auf der richtigen Flanke des Wechselfeldes, erfährt es durch  $\Delta\phi$  bei kleinerer Energie eine größere Beschleunigungsspannung und bei höherer Energie eine geringere Spannung. Das führt zu einer longitudinalen Fokussierung der Teilchen, die auch als Phasenfokussierung bezeichnet wird. So bilden sich stabile Teilchenpakete, auch Bunche genannt, im Abstand der Wellenlänge

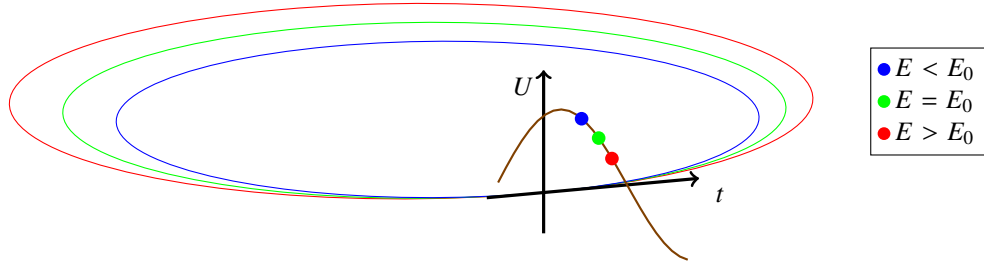


Abbildung 2.3: Phasenfokussierung ultrarelativistischer Teilchen ( $\gamma \gg 1$ ) in einem Kreisbeschleuniger. Sie wird durch das Wechselfeld in einem Resonator und die Energieabhängigkeit der Bahnlänge hervorgerufen.

$\lambda_{\text{HF}}$  des Wechselfeldes. Die Länge der Sollbahn  $L_0$  muss ein Vielfaches dieser Wellenlänge sein. Die maximale Anzahl der Bunche im Beschleuniger  $h := L_0/\lambda_{\text{HF}}$  wird als Harmonischenzahl bezeichnet. Jedes Teilchen schwingt über viele Umläufe um die Sollphase und Sollenergie. Diese Schwingung wird Synchrotronschwingung genannt. Für geringe  $\Delta E$  entspricht die Bewegungsgleichung der eines harmonischen Oszillators mit der Synchrotronfrequenz [Wil96, Abschnitt 5.6]

$$\omega_s = \omega_{\text{rev}} \sqrt{-\frac{eh U_{\text{HF}} \cos(\phi_0)}{2\pi \beta^2 E} \eta} \quad \gamma \gg 1 \quad \approx \quad \omega_{\text{rev}} \sqrt{-\frac{eh U_{\text{HF}} \cos(\phi_0)}{2\pi E} \alpha_c} . \quad (2.11)$$

Die Phase  $\phi$  und die Energie  $\gamma$  (alternativ auch  $p$ ,  $E$  oder  $\delta = \frac{\Delta E}{E_0}$ ) spannen den longitudinalen Phasenraum auf. Analog zur transversalen Ebene bewegen sich die Teilchen im  $\phi$ - $\gamma$ -Phasenraum an jeder Position  $s$  entlang einer Ellipse und der longitudinale Arbeitspunkt

$$Q_s = \frac{\omega_s}{\omega_{\text{rev}}}$$

gibt die Anzahl der Synchrotronschwingungen pro Umlauf an. Im Gegensatz zur transversalen Ebene ist  $Q_s \ll 1$ . Die Synchrotronbewegung eines Elektronenstrahls unter dem Einfluss von Synchrotronstrahlung wird in Kapitel 4 detailliert behandelt.

Insgesamt wird die Strahldynamik eines Teilchens in einem Beschleuniger im sechsdimensionalen Phasenraum beschrieben. Die vollständige Koordinate eines Teilchens wird im Folgenden symbolisiert durch

$$\vec{\mathcal{V}} := (x, x', z, z', \phi, \gamma) .$$

### 2.3.3 Invariantes Spinfeld

Auch die in Abschnitt 2.2.2 eingeführte invariante Spinachse  $\vec{n}_0(s)$  hängt durch die Kopplung der Spinbewegung an die Strahldynamik von der Position eines Teilchens im sechsdimensionalen Phasenraum ab. Die invariante Spinachse kann prinzipiell für jeden Phasenraumpunkt verschieden sein,  $\vec{n}_0$  bezieht sich aber stets auf ein Teilchen, das sich entlang des Orbits bewegt. Deshalb wird das Konzept zum invarianten Spinfeld  $\vec{n}(s, \mathcal{V})$  erweitert. Es gibt für jeden Phasenraumpunkt  $\mathcal{V}$  die Richtung an, entlang der ein Spinvektor Umlauf für Umlauf erhalten bleibt. Tatsächlich nimmt aber kein Teilchen nach einem Umlauf den selben Phasenraumpunkt  $\mathcal{V}$  ein, da dies einer optischen Resonanz mit ganzzahligem Arbeitspunkt (in allen drei Dimensionen) entsprechen würde. Anders als die invariante Spinachse für den umlaufperiodischen Orbit kann das invariante Spinfeld daher auch nicht einfach aus Phasenraum- und Spin-Transfermatrizen für einen Umlauf berechnet werden. Eine detailliertere Diskussion dazu ist

beispielsweise in [Bol13, Kapitel 3] zu finden.

## 2.4 Depolarisierende Resonanzen

In nicht periodischen Beschleunigern, wie (rezirkulierenden) Linearbeschleunigern oder Mikrotronen, genügt es die Spins am Beginn der Strahlführung so auszurichten, dass der Polarisationsvektor nach Durchlaufen aller Magnete in die gewünschte Richtung gedreht ist. In Kreisbeschleunigern hingegen sollen die Spins unabhängig von der Anzahl an Umläufen eine stabile Ausrichtung beibehalten. Deshalb wird ein polarisierter Strahl in aller Regel mit dem Polarisationsvektor parallel zur stabilen invarianten Spinachse  $\vec{n}_0$  injiziert. Doch auch die Polarisation entlang  $\vec{n}_0$  kann nicht in jedem Fall erhalten werden. Grund dafür sind die depolarisierenden Resonanzen. Sie treten in Kreisbeschleunigern auf, wenn horizontale Magnetfelder periodisch in Phase mit der Spinpräzession um die vertikale Achse auf die Spins wirken. Analog zum Einfluss der optischen Resonanzen auf die Strahlblage addieren sich dann über viele Umläufe die für sich genommen kleinen Drehungen der Spins um die horizontale Achse auf und die Spinvektoren werden von der vertikalen Achse in Richtung der horizontalen Ebene gekippt. Diese depolarisierenden Resonanzen sind die zentrale Herausforderung für jeden Kreisbeschleuniger in dem polarisierte Teilchenstrahlen gespeichert oder beschleunigt werden.

Der physikalische Effekt der depolarisierenden Resonanz entspricht dem der Elektronen- beziehungsweise Kernspinresonanzen (NMR), die üblicherweise bei ruhenden oder langsamen Atomen beobachtbar sind. Sie werden für viele praktische Anwendungen genutzt, wie beispielsweise für die Kernspinresonanzspektroskopie zur Untersuchung der Zusammensetzung von Materialien und der Struktur von Molekülen, für die Magnetresonanztomographie (MRT) zur medizinischen Bildgebung oder für Atomuhren. In all diesen Fällen werden Atome in einem starken konstanten Magnetfeld  $\vec{B}_z$  einem senkrecht dazu stehenden Wechselfeld  $\vec{B}_x(t)$  ausgesetzt. Die Elektronen- beziehungsweise Kernspins richten sich entlang  $\vec{B}_z$  aus und präzedieren mit der LARMORfrequenz  $\Omega_L$  um die  $z$ -Achse. Ändert sich  $\vec{B}_x(t)$  beliebig, heben sich die zusätzlichen Drehungen um die  $x$ -Achse im Mittel auf. Nur wenn  $\vec{B}_x(t)$  mit der Frequenz  $\Omega_L$  schwingt, mit der die Spins auch um  $\vec{B}_z$  präzedieren, ist  $\vec{B}_x(t)$  in Phase mit der Präzession um  $\vec{B}_z$  und es tritt ein Resonanzeffekt auf: Die Spins präzedieren insgesamt um die  $x$ -Achse (mit der  $\vec{B}_x$  entsprechenden LARMORfrequenz nach Gleichung (2.3)). Dies wird RABI-Oszillation genannt.

Der Resonanzeffekt lässt sich direkt auf Spins im einem Kreisbeschleuniger übertragen:  $\vec{B}_z$  ist hier das Führungsfeld der Dipolmagnete, um welches die Spins gemäß des in Abschnitt 2.2.2 motivierten Spinarbeitspunktes mit der Frequenz  $\gamma a \omega_{\text{rev}}$  präzedieren. Die zeitlich oszillierenden horizontalen Magnetfelder  $\vec{B}_x(t)$  werden hier allerdings (größtenteils) nicht von Wechselfeldern hervorgerufen, sondern dadurch, dass sich die Teilchen durch die statischen Felder der Magnete entlang des Beschleunigers bewegen. In Kreisbeschleunigern durchlaufen die Teilchen alle Magnete periodisch mit der Umlauffrequenz  $\omega_{\text{rev}}$  und auch ihre Trajektorien sind periodisch mit den Betatronfrequenzen  $\omega_{x,z} = Q_{x,z} \omega_{\text{rev}}$ . Deshalb wirken auch mit entsprechenden Frequenzen wiederkehrende horizontale Felder auf die Teilchen und ihre Spins und treiben, wenn der Spinarbeitspunkt eine dieser Frequenzen annimmt, depolarisierende Resonanzen.

Die Trajektorie eines Teilchens, und damit auch die Magnetfelder entlang dieser Trajektorie, können auf unterschiedliche Weise parametrisiert werden. In Abschnitt 2.3 wurde die Position  $s$  verwendet, die der entlang der Sollbahn zurückgelegten Strecke entspricht. Hier wird stattdessen, wegen der Analogie zu Kernspinresonanzen, die verstrichene Zeit  $t$  eingesetzt. Dies ist für ultrarelativistische Teilchen trivial, weil deren Geschwindigkeit konstant ist und somit  $t = s/c$  gilt. Frequenzen, mit denen etwa ein Magnetfeld auf den Spin wirkt, können so entweder als räumliche Frequenz  $\omega^s$  (Einheit 1/m) oder als zeitliche Frequenz  $\omega$  (Einheit 1/s) angegeben werden. Für die Beschreibung depolarisierender Resonanzen erweist

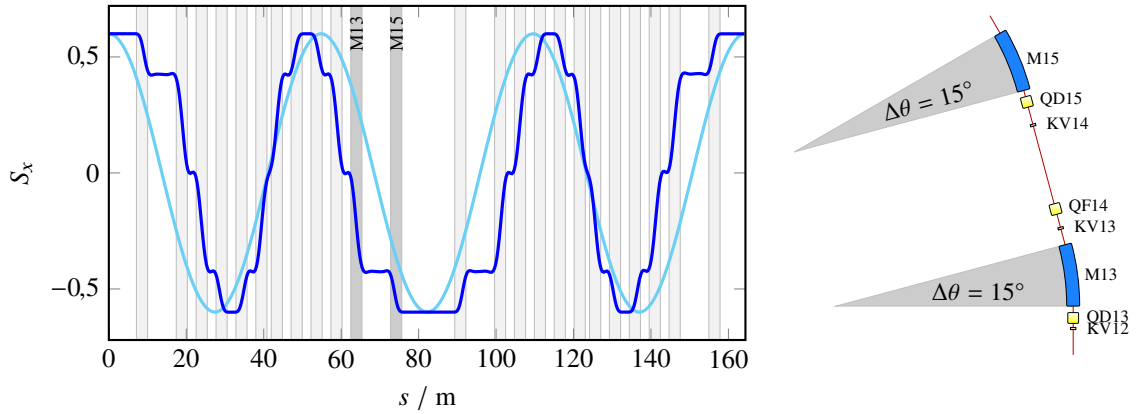


Abbildung 2.4: Veranschaulichung des Unterschiedes zwischen der Spinpräzession um die  $z$ -Achse mit der Frequenz  $\omega^\theta = \gamma a$  und einer Schwingung mit der Frequenz  $\omega^s = \gamma a \omega_{\text{rev}}^s$  anhand eines Umlaufes im ELSA-Ring beim Spinarbeitspunkt  $\gamma a = 3$ . Die unterbrochene Präzession kann über den Umlaufwinkel  $\theta$  parametrisiert werden, der sich in jedem der 24 gleichlangen Dipolmagnete von ELSA um  $360^\circ/24 = 15^\circ$  ändert. Rechts sind exemplarisch M13 und M15 gezeigt.

es sich als sinnvoll einen weiteren Parameter einzuführen. Da die Dipolmagnete nur diskrete Abschnitte des Beschleunigers abdecken, finden die  $\gamma a$  Präzessionen um die  $z$ -Achse nicht kontinuierlich über den gesamten Umlauf statt, sondern sind zwischen den Dipolen unterbrochen. Dies wird in Abb. 2.4 veranschaulicht, die die  $x$ -Komponente eines Spinvektors über einen Umlauf in ELSA zeigt: Der Spin steht zwischen zwei Dipolmagneten konstant bei der selben Phase der Präzession um die  $z$ -Achse. Um das zu beschreiben wird der Parameter

$$\theta(s) := \int_0^s \frac{d\tilde{s}}{R(\tilde{s})} \quad (2.12)$$

eingeführt, der im Folgenden Umlaufwinkel genannt wird.  $\theta$  ändert sich außerhalb der Dipole nicht ( $R \rightarrow \infty$ ) und gibt den Winkel der Sollbahn ausgehend von  $s = 0$  an<sup>5</sup>. Der Umlaufwinkel liegt für einen Umlauf im Intervall  $[0, 2\pi]$ . Die Phase der Spinpräzession kann demnach mit  $\gamma a \theta(s)$  angegeben werden. Eine Parametrisierung mit  $\theta$  ist zur Betrachtung der Magnetfelder, welche eine depolarisierende Resonanz treiben, naheliegend. Dazu muss die Feldverteilung  $\vec{B}(s)$  in Bereichen mit konstantem  $\theta$  über  $s$  integriert werden. Die zugehörigen Frequenzen  $\omega^\theta$  (meist ohne Einheit) können nun direkt den einzelnen depolarisierenden Resonanzen zugeordnet werden, die immer dann auftreten, wenn

$$\vec{B}_x(\omega^\theta = \gamma a) \neq 0$$

ist. Genau auf einer Resonanz präzedieren die Spins effektiv um eine Achse in der horizontalen Ebene, was hier über die Analogie zur Kernspinresonanz motiviert wurde. Die invariante Spinachse hat dann keine vertikale Komponente und präzediert in der horizontalen Ebene mit  $\omega^\theta = \gamma a$  (siehe auch Abb. 2.5).

Die depolarisierenden Resonanzen werden nach den verursachenden Magnetfeldern in drei Klassen eingeteilt, die im Folgenden eingeführt werden.

<sup>5</sup> Gleichung (2.12) berechnet den Winkel als Quotienten der Bogenlänge und des Krümmungsradius.

**Imperfektionsresonanzen** Imperfektionsresonanzen treten bei ganzzahligem Spinarbeitspunkt

$$\gamma a = n \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N} \quad (2.13)$$

auf und werden deshalb auch ganzzahlige Resonanzen (im Englischen “integer resonances”) genannt. Sie werden jeweils von der umlaufperiodischen horizontalen Feldverteilung der Frequenz  $\omega^\theta = n$  getrieben. Zu dieser tragen alle Magnetfelder bei, die bei jedem Umlauf gleich auf ein Teilchen wirken. Dazu zählen Felder, die alle Teilchen aufgrund der vertikalen Ablagen des Orbit von der Sollbahn durchlaufen, Aufstellungs- und Feldfehler von Magneten, sowie Felder von Magneten zur Korrektur des vertikalen Orbit. Den größten Beitrag haben typischerweise die Quadrupole durch den vertikalen Orbit und die Dipole, die eine horizontale Feldkomponente aufweisen, wenn sie nicht perfekt waagrecht aufgestellt, sondern um die Strahlachse ( $s$ ) verkippt sind. Alle diese resonanztreibenden Beiträge sind für jedes Teilchen gleich, also unabhängig von der Trajektorie, und kommen in einem idealen Beschleuniger nicht vor, weil dessen Magnete perfekt sind und dadurch auch der Orbit der Sollbahn entspricht. Dies ist der Grund für die Bezeichnung Imperfektionsresonanz.

**Intrinsische Resonanzen** Intrinsische Resonanzen kommen auch in idealen Beschleunigern vor, weil sie von der Einzelteilchenbewegung getrieben werden. Sie treten allgemein beim Spinarbeitspunkt

$$\gamma a = m_0 + m_p P + m_x Q_x + m_z Q_z + m_s Q_s \quad \text{mit allen} \quad m \in \mathbb{Z} \quad (2.14)$$

auf und ihre Stärke nimmt mit der Ordnung  $O = |m_x| + |m_z| + |m_s|$  ab. Zu allen intrinsischen Resonanzen tragen im Wesentlichen die Felder der Quadrupolmagnete bei, die proportional zur Auslenkung der Trajektorie sind. Am größten ist der Einfluss der vertikalen Betatronschwingungen (Resonanzen mit  $m_z \neq 0$ ), weil diese in den Quadrupolen direkt horizontale Feldverteilungen mit Frequenzen  $\omega^\theta$  proportional zu  $Q_z$  verursachen. Deutlich schwächer sind Resonanzen mit  $m_x \neq 0$ , da der horizontale Arbeitspunkt ausschließlich über Kopplung der horizontalen mit der vertikalen Betatronschwingung zu horizontalen Magnetfeldern in den Quadrupolen führt. Resonanzen mit  $m_s \neq 0$  treten nur durch Kopplung der longitudinalen mit der vertikalen Ebene auf, die bei ebenen Beschleunigern aufgrund der geringen vertikalen Dispersion meist zu vernachlässigen ist. Analog zu den optischen Resonanzen wirkt sich auch die Superperiodizität  $P$  auf die Resonanzbedingung aus, sodass Resonanzen mit  $m_p \neq 0$  stärker sind als solche mit  $m_0 \neq 0$ .

**Parametrische Resonanzen** Darüber hinaus kann bei jedem beliebigen (nicht ganzzahligen) Spinarbeitspunkt eine depolarisierende Resonanz von einem Magneten mit einem horizontalen Wechselfeld angeregt werden. Es wirkt dann nur bei einem  $\theta$  auf die Spins und die Resonanzbedingung kann über die Frequenz  $\omega_B$  des Magnetfeldes eingestellt werden:

$$\gamma a = n + \frac{\omega_B}{\omega_{\text{rev}}} \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}, \quad \omega_B < \omega_{\text{rev}} . \quad (2.15)$$

Diese künstlichen Resonanzen werden in erster Linie zur präzisen Kalibrierung der Strahlenergie eingesetzt.

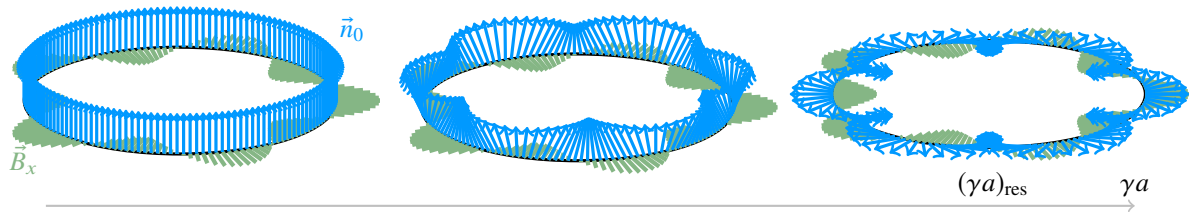


Abbildung 2.5: Invariante Spinachse  $\vec{n}_0$  weit weg von, nahe bei und genau auf einer depolarisierenden Resonanz. Hier ist  $(\gamma a)_{\text{res}} = 5$ . Zusätzlich ist die resonanztreibende Feldverteilung  $\vec{B}_x(\omega^\theta = 5)$  skizziert.

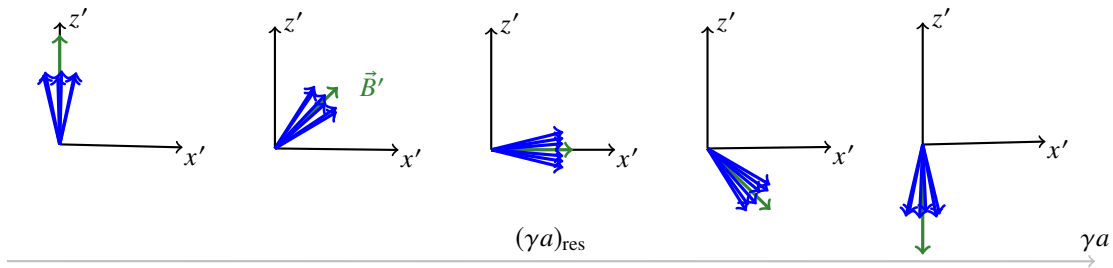


Abbildung 2.6: Effektive Präzessionsachse  $\vec{B}'$  in einem mit dem Spin um die  $z$ -Achse rotierenden Koordinatensystem beim langsamen Kreuzen einer depolarisierenden Resonanz.

### 2.4.1 Resonanzkreuzung

Bei der Energieerhöhung eines Teilchenstrahls, im Folgenden auch als Energierampe bezeichnet, nimmt der Spinarbeitspunkt  $\gamma a$  linear mit der Energie zu. Dadurch werden während einer Energierampe depolarisierende Resonanzen gekreuzt<sup>6</sup>. Dabei nähert sich der Strahl ausgehend von einer stabilen vertikalen Polarisation  $P_i$  (“initial”) einer Resonanz, die invariante Spinachse kippt aus der Vertikalen heraus und liegt auf der Resonanz vollständig in der horizontalen Ebene, wie es in Abb. 2.5 exemplarisch dargestellt ist. Sie oszilliert dann entlang des Rings  $\gamma a$ -mal in der horizontalen Ebene. Wird der Strahl bei der Resonanzenergie längere Zeit gespeichert, fällt die mittlere vertikale Polarisation demnach auf null. Mit zunehmendem Abstand von der Resonanz dreht sich die invariante Spinachse weiter, bis sie wieder parallel zur vertikalen Achse ist und sich eine neue stabile vertikale Polarisation  $P_f$  (“final”) einstellt.

Zur Veranschaulichung der Spinbewegung bei der Resonanzkreuzung kann auch die Betrachtung aus einem rotierenden Koordinatensystem hilfreich sein, welches sich mit dem der Resonanz entsprechenden Spinarbeitspunkt  $(\gamma a)_{\text{res}}$  um die  $z$ -Achse dreht. Abb. 2.6 zeigt den Magnetfeldvektor im rotierenden System. Genau bei der Resonanzenergie findet hier keine Präzession um die  $z$ -Achse statt, es gilt also im rotierenden System  $\vec{B}'_z = 0$ . Hat eine horizontale Feldkomponente die resonanztreibende Frequenz  $\omega_{\text{res}}^\theta$ , ändert  $\vec{B}'_x$  nie das Vorzeichen und bildet eine stabile Achse um die der Spin präzediert. Weit unterhalb der Resonanzenergie präzediert der Spin ausschließlich um  $\vec{B}'_z$ , das umso kleiner wird, je näher die Resonanz kommt. Somit kippt der Magnetfeldvektor, also die effektive Präzessionsachse, immer weiter in Richtung von  $\vec{B}'_x$ . Oberhalb der Resonanzenergie hat  $\vec{B}'_z$  nun das umgekehrte Vorzeichen, da das Koordinatensystem jetzt langsamer als der Spin rotiert.

Die Stärke einer Resonanz wird von der resonanztreibenden Magnetfeldverteilung bestimmt und über die komplexe Resonanzstärke  $\varepsilon$  angegeben, die in Abschnitt 3.4 beschrieben wird. Auch die Breite einer

<sup>6</sup> Parametrische Resonanzen können alternativ auch durch kontinuierliches Ändern der Frequenz  $\omega_B$  des Wechselfeldes gekreuzt werden.

Resonanz, also der Bereich des Spinarbeitspunktes innerhalb dessen die invariante Spinachse  $\vec{n}_0$  nicht parallel zur  $z$ -Achse steht, hängt von der Resonanzstärke ab. Für eine einzelne, isolierte Resonanz gilt unter Vernachlässigung der longitudinalen Dynamik [NT93, Abschnitt 4]

$$\vec{n}_{0,z}(\delta) = \frac{\pm\delta}{\sqrt{\delta^2 + |\varepsilon|^2}} \quad \text{mit} \quad \delta := \gamma a - \gamma a_{\text{res}} . \quad (2.16)$$

Demnach ist  $\vec{n}_{0,z}(\delta = |\varepsilon|) = 1/\sqrt{2}$  und  $\vec{n}_{0,z}(\delta = 3|\varepsilon|) \approx 0,95$ .

Wie die einzelnen Spins, und mit ihnen die Polarisation, der effektiven Präzessionsachse oder invarianten Spinachse folgen, hängt maßgeblich von Resonanzstärke und der Kreuzungsgeschwindigkeit ab. Letztere entspricht der Änderung der für die Resonanzbedingung relevanten Parameter mit der Präzession um die  $z$ -Achse. Für den Spinarbeitspunkt beträgt diese

$$\frac{d(\gamma a)}{d\theta} = \frac{d(\gamma a)}{dt} \frac{dt}{d\theta} = \dot{\gamma} a \cdot \frac{t_{\text{rev}}}{2\pi} = \frac{\dot{\gamma} a}{\omega_{\text{rev}}} .$$

Für intrinsische Resonanzen kommt die Änderung der relevanten Arbeitspunkte hinzu, für parametrische Resonanzen die Änderung von  $\omega_B$ . Demnach ist die Kreuzungsgeschwindigkeit  $\alpha$  beispielsweise

$$\alpha \cdot \omega_{\text{rev}} = \begin{cases} \dot{\gamma} a & \text{für Imperfektionsresonanzen,} \\ \dot{\gamma} a + \dot{Q}_z & \text{für vertikale intrinsische Resonanzen.} \end{cases}$$

Wird eine Resonanz relativ zu ihrer Stärke schnell gekreuzt, präzediert der Spin währenddessen nur wenig und kann der kippenden Achse nicht folgen: Seine Ausrichtung bleibt erhalten ( $P_f/P_i = +1$ ). Ist die Kreuzungsgeschwindigkeit klein, präzediert der Spin währenddessen viele Male um die sich bewegende Präzessionsachse und folgt ihr vollständig. Dann erreicht der Strahl nach der Resonanz die gleiche vertikale Polarisation nur mit anderem Vorzeichen, was Spin-Flip genannt wird ( $P_f/P_i = -1$ ). Zwischen diesen beiden Grenzfällen nimmt der Betrag der vertikale Polarisation bei der Resonanzkreuzung ab, weil die Spins der Präzessionsachse nur teilweise folgen. Beispiele für die zeitliche Entwicklung von  $P_z(t)$  während einer Resonanzkreuzung sind etwa in Abb. 3.11, 4.17 und 4.19 zu finden. Der Verlauf von  $P_f/P_i$  in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  und  $\alpha$  wird von der FROISSART-STORA-Formel [FS60] analytisch beschrieben:

$$\frac{P_f}{P_i} = 2 \exp\left(-\frac{\pi|\varepsilon|^2}{2\alpha}\right) - 1 . \quad (2.17)$$

Sie gilt für eine einzelne, isolierte Resonanz bei einer linearer Energierampe und vernachlässigt longitudinale Magnetfelder und die für jedes Teilchen individuellen Synchrotron- und Betatronschwingungen. Deshalb ist sie in dieser Form nur für Imperfektionsresonanzen gültig und muss für intrinsische Resonanzen modifiziert werden. Deren Resonanzstärke ist für jedes Teilchen verschieden. Unter Voraussetzung einer GAUSS-Verteilung der Teilchen im Phasenraum gilt

$$\frac{P_f}{P_i} = \frac{2}{\frac{\pi|\varepsilon_\sigma|^2}{\alpha} + 1} - 1 , \quad (2.18)$$

wobei  $\varepsilon_\sigma$  die Resonanzstärke zur Betatronschwingungsamplitude bei  $1\sigma$  der Verteilung ist. Beide Funktionen sind in Abb. 2.7 gezeigt.

Um eine Verringerung der vertikalen Polarisation beim Kreuzen einer Resonanz zu verhindern,

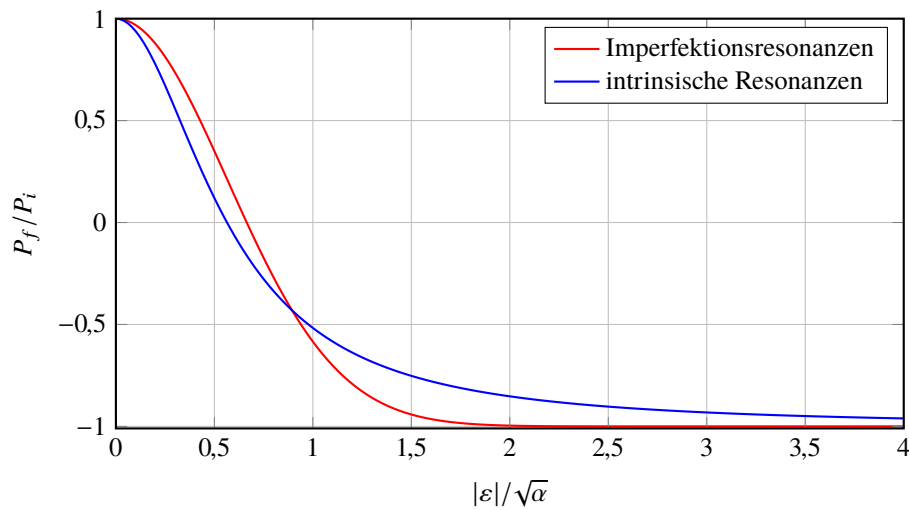


Abbildung 2.7: Änderung der vertikalen Polarisation durch das Kreuzen einer depolarisierenden Resonanz mit Resonanzstärke  $\varepsilon$  und Kreuzungsgeschwindigkeit  $\alpha$  nach der FROISSART-STORA-Formel (2.17) bzw. (2.18).

muss  $|\varepsilon|/\sqrt{\alpha}$  entweder möglichst klein oder ausreichend groß sein. Der eine Ansatz ist demnach die absichtliche Erhöhung der Resonanzstärke über die resonanztreibenden Felder um einen Spin-Flip herbeizuführen, der andere die Abschwächung der Resonanz durch Kompensation der anregenden Felder oder Erhöhung der Kreuzungsgeschwindigkeit. In jedem Fall sind dedizierte Korrekturmaßnahmen für alle während der Energierampe gekreuzten depolarisierenden Resonanz essentiell um einen hohen Polarisationsgrad zu erhalten. Die Wahl der Korrekturverfahren sowie die generelle Notwendigkeit dieses aufwändigen Vorgehens hängen maßgeblich davon ab ob Protonen oder Elektronen beschleunigt werden. Die Unterschiede werden im folgenden Abschnitt erläutert.

## 2.5 Unterschiede zwischen Protonen- und Elektronenstrahlen

Der für die Teilchenbeschleunigung bedeutendste Unterschied zwischen Protonen (p) und Elektronen (e) ist ihre Masse. Weil ein Proton etwa 2000 mal so schwer wie ein Elektron ist, erreicht es Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit erst bei deutlich höherer kinetischer Energie. Beispielsweise ist

$$\beta = 0,999 \quad \text{bei} \quad E_{\text{kin}}^e \approx 11 \text{ MeV} \quad \text{und} \quad E_{\text{kin}}^p \approx 20 \text{ GeV} .$$

Das heißt, Elektronen ändern ihre Geschwindigkeit nach der Vorbeschleunigung in einem wenige Meter langen Linearbeschleuniger kaum noch. Darüber hinaus bestimmt die Masse über die Leistung der Synchrotronstrahlung, die eine beschleunigte elektrische Ladung aussendet (siehe [Jac06, Kapitel 14]). Diese hat gravierende Auswirkungen auf die Strahl- und Spindynamik. Dabei überwiegt im Beschleuniger die abgestrahlte Leistung bei Beschleunigung senkrecht zur Bewegungsrichtung, also bei der Ablenkung in einem Kreisbeschleuniger:

$$P_{\perp} = \frac{ce^2\beta^4}{6\pi\varepsilon_0 (mc^2)^4} \frac{E^4}{R^2} \propto \frac{E^4}{m^4 R^2} . \quad (2.19)$$



Aufgrund der höheren Masse spielt Synchrotronlicht in Protonenbeschleunigern erst im TeV-Bereich eine Rolle, während Elektronen bereits bei  $E = 1$  GeV im ELSA-Ring ( $R \approx 11$  m) bei einem Strahlstrom von 100 mA etwa 2 kW abstrahlen. Ein Elektron verliert so in einem Kreisbeschleuniger pro Umlauf eine Energie von

$$\Delta E_{\text{rev}}/\text{keV} \approx 88,5 \frac{E^4/\text{GeV}}{R/\text{m}}, \quad (2.20)$$

die mit den Hochfrequenzresonatoren nachgeliefert werden muss um die Strahlenergie konstant zu halten. In ELSA verliert jedes Elektron bei  $E = 1,2$  GeV etwa 17 keV pro Umlauf und bei  $E = 3,2$  GeV 845 keV pro Umlauf. Die Beschleunigung mit der schnellen Energierampe von 6 GeV/s (siehe Abschnitt 5.4) erfordert lediglich 3,3 keV pro Umlauf.

Die Synchrotronstrahlung dämpft die Betatronschwingungen, weil durch die Abstrahlung auch transversaler Impuls verloren geht, in den Resonatoren aber nur der longitudinale Impuls erhöht wird. Gleichzeitig wird die horizontale Betatronschwingung aber auch angeregt, da die Änderung des horizontalen Impulses die Bahn des Elektrons in den Ablenkmagneten ändert (Dispersion). Vertikale Betatronschwingungen werden nur durch Kopplung an die horizontale Ebene angeregt. Auch die Synchrotronstrahlung wird gedämpft, weil Elektronen mit größerer Energie mehr abstrahlen, und gleichzeitig angeregt, da jede Emission eines Photons die Teilchenenergie ändert. So ist die Einzelteilchenemittanz eines Elektrons nicht mehr konstant, sondern jedes Teilchen durchläuft mit der Zeit die gesamte Phasenraumfläche des Ensembles. Das Strahlprofil entspricht unter dem Einfluss der stochastischen Abstrahlung einer GAUSS-Verteilung. Es bildet sich ein Strahlungsgleichgewicht, das die Emittanzen, und damit die Strahlbreiten, festlegt. Sie hängen nur noch von der Strahlenergie und der Optik des Beschleunigers ab und sind, nach Ablauf der Dämpfungszeit, unabhängig von den vorherigen Strahlparametern. Dies wird in Abschnitt 4.1 ausführlicher behandelt. Protonen hingegen behalten ihre Schwingungsamplituden bei und hängen damit von der gesamten Historie der Strahldynamik ab. Die Einzelteilchenemittanzen können nur durch dedizierte Verfahren, wie stochastisches Kühlen oder Elektronenkühlen, reduziert werden. Die Strahlprofile sind schärfer begrenzt als bei einem Elektronenstrahl (typischerweise parabelförmig).

Polarisierte Strahlen in Kreisbeschleunigern unterscheidet sich zum einen durch die unterschiedlichen gyromagnetischen Anomalien  $a$ . Dadurch liegen die depolarisierenden Resonanzen bei anderen Strahlenergien. So treten Imperfektionsresonanzen bei Elektronen alle 440,6 MeV und bei Protonen alle 523,3 MeV auf ( $\Delta\gamma a = 1$ ). Zum anderen wirkt sich die Synchrotronstrahlung auch auf die Spindynamik aus. Welche Effekte dabei relevant sind, hängt maßgeblich von der Zeit ab, die der Teilchenstrahl im Beschleuniger verbleibt.

### 2.5.1 Polarisierte Strahlen in Speicherringen

In einem Speicherring wird ein Teilchenstrahl typischerweise über mehrere Stunden bei konstanter Energie gespeichert um in den Ring integrierte Experimente durchzuführen – häufig auch Kollisionen zweier in entgegengesetzter Richtung umlaufender Strahlen. Für den Betrieb mit polarisiertem Strahl muss eine Strahlenergie mit möglichst großem Abstand von depolarisierenden Resonanzen gewählt werden. Dabei sind, aufgrund der langen Speicherzeiten, auch schwache Resonanzen höherer Ordnungen relevant. Da sich der Beschleuniger in einem statischen Zustand befindet, kann die Polarisation mit Hilfe des invarianten Spinfeldes  $\vec{n}$  (siehe Abschnitt 2.3.3) beschrieben werden.

Polarisierte Protonen müssen von einer entsprechenden Teilchenquelle bereitgestellt und unter Erhaltung der Polarisation bis zur gewünschten Energie beschleunigt werden. Zum Erreichen hoher Endenergien muss eine große Anzahl depolarisierender Resonanzen gekreuzt werden. Deshalb werden sogenannte “siberian snakes” und “spin rotators” eingesetzt. Dabei handelt es sich um Magnete, die den Spin

drehen und dadurch den Spinarbeitspunkt so verändern, dass die Resonanzbedingungen möglichst vieler depolarisierender Resonanzen nie erfüllt sind. [MSY05a] bespricht ausführlich diese Entwicklungen, die essentiell für die Bereitstellung polarisierter Protonenstrahlen hoher Energien sind. Der “Relativistic Heavy Ion Collider” RHIC beschleunigt polarisierte Protonenstrahlen auf bis zu 500 GeV [Asc+13].

Bei Elektronen kann vollständig auf die Beschleunigung eines bereits polarisierten Strahls verzichtet werden, da sich durch die Abstrahlung von Synchrotronlicht automatisch Polarisation aufbaut. Diese Selbstpolarisation, auch SOKOLOV-TERNOV-Effekt und im Englischen “radiative polarization” genannt, entsteht dadurch, dass bei der Emission eines Photons mit geringer Wahrscheinlichkeit der Spin des Elektrons umklappt und die Übergangswahrscheinlichkeiten für die beiden Richtungen verschieden sind [ST64; ST86]. So berechneten SOKOLOV und TERNOV die Übergangswahrscheinlichkeiten  $w$  für einen Spin parallel beziehungsweise antiparallel zu den Führungsfeldern der Dipole zu

$$w_{\uparrow\uparrow} = \frac{5\sqrt{3}}{16} \frac{r_e \hbar \gamma^5}{mR^3} \left(1 + \frac{8}{5\sqrt{3}}\right) \quad \text{und} \quad w_{\uparrow\downarrow} = \frac{5\sqrt{3}}{16} \frac{r_e \hbar \gamma^5}{mR^3} \left(1 - \frac{8}{5\sqrt{3}}\right),$$

wobei  $r_e$  der klassische Elektronenradius ist. Daraus ergibt sich eine maximale Polarisation von

$$P_{ST} = \frac{w_{\uparrow\uparrow} - w_{\uparrow\downarrow}}{w_{\uparrow\uparrow} + w_{\uparrow\downarrow}} = \frac{8}{5\sqrt{3}} \approx 92,4\% ,$$

die sich innerhalb der Selbstpolarisationszeit  $\tau_{ST}$  parallel zu den Feldern der Dipolmagnete aufbaut:

$$P_z(t) = P_{ST} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ST}}}\right) \quad \text{mit} \quad \tau_{ST} = \frac{8}{5\sqrt{3}} \frac{mR^3}{r_e \hbar \gamma^5} . \quad (2.21)$$

Da die Wahrscheinlichkeiten für einen Spin-Flip sehr klein sind (etwa  $10^{-10}$ ), liegt die Dauer des Polarisationsaufbaus für viele Speicherringe in der Größenordnung von Stunden. In einem realen Elektronenspeicherring konkurriert die Selbstpolarisation mit den depolarisierenden Effekten, sodass sich eine Gleichgewichtspolarisation einstellt, die in der Nähe einer depolarisierenden Resonanz deutlich kleiner als  $P_{ST}$  sein kann. Für die Gleichgewichtspolarisation gilt

$$\vec{P}(s) = P_{DK} \langle \vec{n} \rangle_{\mathcal{V}} .$$

Ihre Richtung ist durch die Mittelung des invarianten Spinfeldes über den Phasenraum  $\langle \vec{n} \rangle_{\mathcal{V}}$  gegeben. Ihr Betrag wird von  $P_{DK}$  bestimmt, da auch in der Nähe einer Resonanz in der Regel  $|\langle \vec{n} \rangle_{\mathcal{V}}| \approx 1$  gilt (vgl. [BR99]). DERBENEV und KONDRATENKO leiteten eine Formel für den Polarisationsgrad  $P_{DK}$  her [DK73]. Nach [MSY05b, Abschnitt 27.6] gilt in einem ebenen Speicherring die Näherung

$$P_{DK} \approx \frac{8}{5\sqrt{3}} \left(1 + \frac{\tau_{ST}}{\tau_{depol}}\right) \quad \text{mit} \quad \frac{\tau_{ST}}{\tau_{depol}} = \frac{11}{18} \frac{\left\langle \oint R^{-3} \left| \gamma \frac{\partial \vec{n}}{\partial \gamma} \right|^2 d\theta \right\rangle_{\mathcal{V}}}{\oint R^{-3} d\theta} .$$

Maßgeblich für die Gleichgewichtspolarisation ist die partielle Ableitung des invarianten Spinfeldes nach der Energie  $\partial \vec{n} / \partial \gamma$ , die auch als “spin-orbit coupling function” bezeichnet wird, weil sie alle resonanztreibenden Einflüsse der Strahldynamik auf die Spinbewegung enthält: Nahe einer depolarisierenden Resonanz weicht das invariante Spinfeld von der vertikalen Achse ab, die stochastische Energiefluktuation der Elektronen durch die Synchrotronstrahlung führt zu einer Auffächerung der Präzessionsachsen und so zu einer Verringerung der Polarisation innerhalb der Depolarisationszeit  $\tau_{depol}$ .

Die Gleichgewichtspolarisation ist dann nach der Zeit  $\tau_{\text{DK}}$  erreicht, die sich reziprok aus den Zeiten für Polarisationsaufbau und Depolarisation ergibt:

$$\frac{1}{\tau_{\text{DK}}} = \frac{1}{\tau_{\text{ST}}} + \frac{1}{\tau_{\text{depol}}} .$$

Ein Überblick über Algorithmen zur Berechnung der Gleichgewichtspolarisation ist in [BR99] zu finden, [Bol13, Kapitel 3] erläutert die numerische Analyse von Depolarisationszeiten mit dem Programm *Slicktrack*.

### 2.5.2 Polarisierte Strahlen in Synchrotronen

Ein Kreisbeschleuniger, aus dem der Teilchenstrahl nach kurzer Zeit wieder extrahiert wird, weil er entweder als Vorbeschleuniger beziehungsweise Dämpfungsring eingesetzt wird oder aber externe Fixed-Target-Experimente beliefert, wird in dieser Arbeit als Synchrotron bezeichnet. Der Strahl verbleibt in der Regel maximal einige Sekunden im Beschleunigerring. Auch für Elektronenstrahlen kann Selbstpolarisation auf dieser Zeitskala vernachlässigt werden und es werden ausschließlich bereits bei der Injektion polarisierte Strahlen verwendet. Anders als ein Speicherring befindet sich ein Synchrotron nicht in einem statischen Zustand. In vielen Fällen werden eine Magnetrampe zur Erhöhung der Strahlenergie und weitere Elemente mit aktiv zeitabhängigen Feldern eingesetzt um die Strahl- und Spinbewegung zu beeinflussen. Für die Handhabung polarisierter Strahlen ist deshalb tatsächlich der zeitliche Verlauf des dreidimensionalen Polarisationsvektors, also die eigentliche Spindynamik, von Interesse. Das wohl wichtigste Beispiel dafür ist die Kreuzung depolarisierender Resonanzen während einer Energierampe (Abschnitt 2.4.1). Der Einsatz der in Abschnitt 2.5.1 erwähnten “siberian snakes” ist in kleineren Beschleunigern oft schon aus Platzgründen nicht möglich. Zur Erhaltung der Polarisation werden stattdessen möglichst schnelle Energierampen verwendet und zum jeweiligen Zeitpunkt jeder individuellen Resonanzkreuzung dedizierte Korrekturmaßnahmen angewendet, die die Resonanzstärke verändern oder die Kreuzungsgeschwindigkeit lokal erhöhen. Algorithmen zur numerischen Behandlung der Spindynamik in Synchrotronen werden in Kapitel 3 beschrieben.

Die Unterschiede zwischen polarisierten Protonen- und Elektronenstrahlen in Synchrotronen ergeben sich in erster Linie aus den Unterschieden in der Strahldynamik, die für die Betrachtung der Dynamik der Spinpräzession unmittelbar relevant sind. Dies gilt insbesondere für die individuellen Synchrotron-schwingungen der Teilchen, weil diese Energieschwingungen gleichbedeutend mit einer periodischen Änderung des Spinarbeitspunktes  $\gamma a$  sind. Zum einen führen diese zu sogenannten Synchrotronseitenbändern depolarisierender Resonanzen, die in der FROISSART-STORA-Formel in Gleichungen (2.17) und (2.18) vernachlässigt wurden und zum anderen bestimmen die Synchrotron-schwingungen maßgeblich wie schnell Polarisation senkrecht zur invarianten Spinachse abgebaut wird. Beide Effekte werden in Kapitel 4 ausführlich untersucht. Kapitel 5 bis 7 behandeln das Kreuzen depolarisierender Resonanzen in einem Elektronensynchrotron am Beispiel von ELSA.



---

## Spintracking-Verfahren zur numerischen Simulation der Polarisation

---

Zur Untersuchung polarisierter Strahlen in Synchrotronen muss der zeitliche Verlauf des Polarisationsvektors  $\vec{P}(t)$  betrachtet werden. Experimentell stellt dies eine große technische Herausforderung dar, weil insbesondere nichtinvasive Polarimeter komplexe Streuexperimente sind, die für präzise Messungen viel Statistik und lange Messzeiten benötigen (vgl. [Sin98]). Deshalb sind Berechnungen von  $\vec{P}(t)$  nicht nur entscheidend für die Konzeption neuer Beschleuniger, sondern auch ein wichtiges Hilfsmittel bei der Analyse und Optimierung bestehender Anlagen. Dazu wird die Spinbewegung  $\vec{S}(t)$  für viele Teilchen berechnet und der Polarisationsvektor als Mittelwert nach Gleichung (2.1) bestimmt. Dieses Verfahren wird Spintracking genannt.  $\vec{S}(t)$  hängt von den Eigenschaften jedes einzelnen Magneten des Beschleunigers ab. Dazu gehören die Positionen der Magnete entlang der Sollbahn, ihre genaue Ausrichtung, sowie der räumliche und zeitliche Feldverlauf inklusive Feldfehlern. Die Berechnung eines derart komplexen Systems für viele Teilchen ist nur numerisch sinnvoll. Die Rechenzeit ist dabei auf heutigen PCs um viele Größenordnungen länger als die berechnete Zeitspanne.

Aufgrund der Kopplung an die Strahldynamik (Abschnitt 2.3) setzt Spintracking auch eine Berechnung der Teilchenbahnen voraus. Auch diese erfolgt numerisch, was als Teilchentracking bezeichnet wird. Dafür existieren mehrere etablierte Programme, die meist aber kein Spintracking enthalten. Zum Spintracking haben sich noch keine Standardanwendungen entwickelt, weil die Anzahl der Beschleuniger mit polarisiertem Strahl vergleichsweise klein ist und diese zudem unterschiedliche Anforderungen bezüglich der zu untersuchenden Effekte und Zeitskalen haben. Darunter leiden Zugänglichkeit und Kompatibilität der Programme.

In dieser Arbeit liegt der Fokus auf der Spindynamik von Elektronenstrahlen in Synchrotronen innerhalb von Sekunden. Dabei wird insbesondere der Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung untersucht und wie dieser mit verschiedenen numerischen Modellen beschrieben werden kann. Das stellt hohe Anforderungen an die Konfigurierbarkeit des Spintrackings, sodass eine Möglichkeit zur Veränderung des Quellcodes wünschenswert ist. Aufgrund dieser Ausgangssituation wurde bereits im Rahmen von [Bol13] mit der Entwicklung eines eigenen Spintracking-Programms unter dem Namen *pole* begonnen. Dabei wurde ein neuartiger Ansatz für das Spintracking gewählt, der durch Näherungen der Magnetfelder die Rechenzeit verkürzen sollte, sich im Rahmen dieser Arbeit aber letztlich als ungeeignet erwiesen hat. In Abschnitt 3.2 werden das Verfahren erklärt und seine Nachteile aufgezeigt. Als Konsequenz aus diesen Erkenntnissen wurde das Programm *polematrix* entwickelt, welches ein einfaches Standardverfahren zum Spintracking in modernem C++ implementiert und in Abschnitt 3.3 vorgestellt wird. Dieses ist die Grundlage der Studien in Kapitel 4 zu Einflüssen der Synchrotronstrahlung auf die Polarisation.

Die Programme *pole* und *polematrix* verzichten beide auf eine eigene Implementation eines vollständigen Teilcentrackings und greifen stattdessen auf die etablierten Teilcentracking-Programme *MAD-X* [CER] und *elegant* [Bor00] zurück. Als Schnittstelle wird die im Rahmen dieser Arbeit entstandene C++-Bibliothek *palattice* verwendet, die direkt aus C++-Programmen Zugriff auf einen in *MAD-X* oder *elegant* definierten Beschleuniger und die zugehörigen Tracking-Ergebnisse gibt. Deshalb beginnt dieses Kapitel in Abschnitt 3.1 mit einer Einführung der zur Bestimmung der Magnetfelder benötigten Größen und einer Vorstellung von *palattice*.

### 3.1 Magnetfelder in Beschleunigern und die Bibliothek *palattice*

Alle Magnetfeldstärken werden in einem Synchrotron synchron mit der Strahlenergie geändert um die Kraft auf die Teilchen trotz Änderung ihres Impulses konstant zu halten. Beispielsweise definieren die Dipolmagnete den Krümmungsradius  $R$  der Sollbahn, der für alle Strahlenergien gleich bleiben soll. Dazu muss die Feldstärke der Dipole proportional zum Impuls  $p_0$  angepasst werden. Sie beträgt für ein homogenes Magnetfeld, berechnet aus dem Gleichgewicht von LORENTZkraft und Zentripetalkraft,

$$B = \frac{p_0}{q} \frac{1}{R} .$$

$p_0/q$  wird magnetische Steifigkeit des Teilchenstrahls genannt und in der Literatur häufig auch mit  $BR$  oder  $B_0\rho$  bezeichnet.  $1/R$  wird als Dipolstärke bezeichnet. Analog dazu kann die Feldstärke jedes Magneten als Produkt der magnetischen Steifigkeit und einer von der Strahlenergie und Ladung unabhängigen Stärke

$$\vec{\mathcal{B}} := \frac{q}{p_0} \vec{B} \quad (3.1)$$

formuliert werden, die zur Beschreibung der Magnetfelder in einem Synchrotron hilfreich ist. Sie hat die Einheit  $[\mathcal{B}] = 1/\text{m}$  und wird in dieser Arbeit mit der Feldstärke synonym verwendet.

Im Allgemeinen hängt die Feldstärke  $\mathcal{B}$  von der Position im dreidimensionalen Raum ab. Da Magnete von Teilchenbeschleunigern in der Regel so gebaut sind, dass sich ihr Feld entlang der Sollbahn  $s$  über die Länge des Magneten bei Vernachlässigung von Randfeldern nicht ändert, kann die Beschreibung auf die Abhängigkeit von der zweidimensionalen transversalen Position  $\vec{\mathcal{B}}(\vec{\mathcal{X}}) \equiv \vec{\mathcal{B}}(x, z)$  reduziert werden. Die Felder werden durch eine Multipolentwicklung parametrisiert – hier exemplarisch für die vertikale Komponente in Abhängigkeit von der horizontalen Position  $x$ :

$$\mathcal{B}_z(x, 0) = \underbrace{\mathcal{B}_z|_{x=0}}_{k_{0,z}} + \underbrace{\frac{\partial \mathcal{B}_z}{\partial x}|_{x=0}}_{k_1} \cdot x + \frac{1}{2!} \underbrace{\frac{\partial^2 \mathcal{B}_z}{\partial x^2}|_{x=0}}_{k_2} \cdot x^2 + \dots$$

Die ebenfalls auf die magnetische Steifigkeit normierten Feldgradienten  $\vec{k}_0, k_1, k_2, \dots$  sind die beschleunigerphysikalischen Kenngrößen mit denen das Feld eines Magneten, unabhängig von der Strahlenergie, beschrieben wird. Die Feldstärke beträgt bis zur zweiten Ordnung [Wil96, Abschnitt 3.3]

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_x(x, z) &= k_{0,x} + k_1 \cdot z + k_2 \cdot x \cdot z + \dots , \\ \mathcal{B}_z(x, z) &= k_{0,z} + k_1 \cdot x + k_2 \cdot \frac{x^2 - z^2}{2} + \dots . \end{aligned} \quad (3.2)$$

Im Allgemeinen hat jeder Magnet Anteile alle Multipole, in modernen Teilchenbeschleunigern werden aber dedizierte Magnete für die unterschiedlichen Ordnungen verwendet, deren Polschuhe so geformt sind, dass die anderen Multipolanteile möglichst klein sind.

**Dipole und Korrektoren** Der Vektor  $\vec{k}_0$  gibt die homogene Feldstärke für alle drei Dimensionen an. Für einen in der horizontalen Ebene ablenkenden Dipolmagnet (vertikales Feld) ist gerade  $k_{0,z} = 1/R$  und die anderen Komponenten sind null. Alternativ wird ein Dipol auch über seinen Ablenkwinkel  $\Delta\theta$  beschrieben. Dieser entspricht der Änderung des Umlaufwinkels  $\theta$ , da der Dipolmagnet auch die Richtung der Sollbahn um  $\Delta\theta$  ändert (siehe Abb. 2.4). Der Ablenkwinkel  $\alpha$  hängt mit dem Krümmungsradius über die Länge  $l_{\text{eff}}$  des Dipols zusammen, die entlang der Sollbahn definiert wird und deshalb der Bogenlänge der Teilchenbahn entspricht:

$$k_{0,z} = \frac{1}{R} = \frac{\Delta\theta}{l_{\text{eff}}} . \quad (3.3)$$

Kleine Dipolmagnete werden auch zur Korrektur des Orbits eingesetzt. Sie werden Korrektormagnete genannt und haben im Vergleich zu den Dipolen ein um mehrere Größenordnungen schwächeres Feld, welches den Strahl typischerweise um weniger als 1 mrad ablenkt. Die kleinen Ablenkwinkel werden als Kickwinkel  $\alpha$  bezeichnet. Korrektormagnete werden in beiden transversalen Ebenen verwendet. Sogenannte vertikale Korrektoren lenken den Strahl mit ihrem horizontalen Feld ( $k_{0,x}$ ) in der  $z$ -Ebene ab, beeinflussen also den vertikalen Orbit. Entsprechend wirken horizontale Korrektoren mit einem vertikalen Feld ( $k_{0,z}$ ) auf den horizontalen Orbit.

Genau genommen muss beim Zusammenhang zwischen Ablenkwinkel und  $k_0$  zwischen Dipol und Korrektor unterschieden werden, weil ein Korrektormagnet die Sollbahn nicht beeinflusst. Demnach entspricht die Länge  $l_{\text{eff}}$  des Korrektors nicht der Bogenlänge der Teilchenbahn und es gilt für einen Korrektor gemäß Abb. 3.1

$$k_{0,x} = \frac{\sin(\alpha_z)}{l_{\text{eff}}} \quad \text{bzw.} \quad k_{0,z} = -\frac{\sin(\alpha_x)}{l_{\text{eff}}} . \quad (3.4)$$

Aufgrund des kleinen Kickwinkels kann Gleichung (3.4) auch mit Gleichung (3.3) genähert werden. Da ein positiver Kickwinkel einer Ablenkung in positive Richtung der jeweiligen Koordinatenachse entsprechen sollte, muss für  $k_{0,z}$  ein Vorzeichenwechsel berücksichtigt werden: Ein positives vertikales Feld, wie das der Dipole, lenkt den Strahl „nach innen“ ab, also zu kleineren  $x$ .

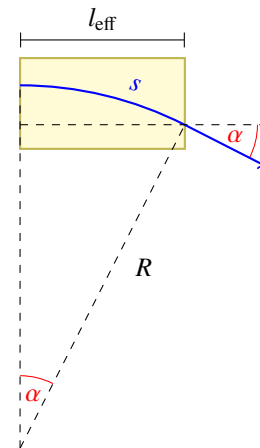


Abbildung 3.1: Der Kickwinkel  $\alpha$  eines Korrektormagneten.

**Quadrupole** Ein Quadrupolfeld ist auf der Sollbahn null und nimmt linear mit der Strahlablage zu. Bei vertikalen Ablagen zeigt das Feld in horizontale Richtung, bei horizontalen Ablagen ist es vertikal ausgerichtet. Die Feldlinien und die Polschuhe eines Quadrupolmagneten sind in Abb. 2.2 zu sehen. Diese Konfiguration führt zu einer linear von der Strahlablage abhängigen Kraft, die den Strahl in einer der transversalen Ebenen fokussiert und in der anderen Ebene defokussiert. Die Quadrupolstärke  $k_1$ , häufig auch mit  $k$  bezeichnet, gibt die Stärke der Fokussierung an und wird auch in den HILLSchen Differentialgleichungen (2.5) und (2.6) verwendet.  $k_1 > 0$  entspricht einer Fokussierung in der horizontalen,  $k_1 < 0$  in der vertikalen Ebene. Über die Quadrupolstärken werden die transversalen Arbeitspunkte  $Q_x$  und  $Q_z$  eingestellt.

**Sextupole** Teilchen mit unterschiedlichem Impuls werden in einem Quadrupolmagneten unterschiedlich stark fokussiert. In Analogie zur Optik wird dies als chromatischer Fokussierungsfehler bezeichnet. Die Impulsabhängigkeit des Arbeitspunktes wird über die sogenannte Chromatizität  $\xi$  parametrisiert [Wil96, Abschnitt 3.16]:

$$\Delta Q_{x,z} = \xi_{x,z} \frac{\Delta p}{p_0} \quad \text{mit} \quad \xi_{x,z} = \frac{1}{4\pi} \oint k_1(s) \beta_{x,z}(s) ds . \quad (3.5)$$

Die Chromatizität wird mit Magneten der nächsthöheren Ordnung eingestellt: Den Sextupolen mit der Sextupolstärke  $k_2$  (oder  $m$ ). Wie alle Multipolfelder höherer Ordnungen können Sextupolfelder nicht mehr durch die lineare Strahldynamik der HILLSchen Differentialgleichungen beschrieben werden und koppeln, wie in Gleichung (3.2) erkennbar ist, die Teilchenbewegungen in  $x$ - und  $z$ -Ebene.

**Solenoid** Longitudinale Magnetfelder kommen, abgesehen von Randfeldern, nur in dedizierten Magneten, sogenannten Solenoiden, vor. Diese Zylinderspulen haben ein näherungsweise homogenes Feld  $\mathcal{B}_s = k_{0,s}$ .

### 3.1.1 Das Lattice eines Beschleunigers

Zur Beschreibung der Magnetfelder entlang der Teilchenbahn in einem Beschleuniger werden, neben der Formel für die Feldstärke der einzelnen Magnete, Informationen über die Struktur des Beschleunigers benötigt. Diese setzt sich aus folgenden Angaben über jeden Magneten, oder allgemeiner über jedes Element, zusammen:

- Typ und Name
- Position  $s$  entlang der Sollbahn
- Länge  $l_{\text{eff}}$  entlang der Sollbahn
- individuelle Kenngrößen (z.B.  $k_1$ , elektrisches Feld, Frequenz, . . .)
- eventuell Aufstellungsfehler und Feldfehler
- eventuell Aperturen (Strahlrohrquerschnitt)

Diese Informationen charakterisieren einen Beschleuniger bezüglich der Strahl- und Spindynamik vollständig und werden das Lattice des Beschleunigers genannt. Neben den Magneten gehören hierzu natürlich auch alle weiteren Elemente – zum Beispiel Hohlraumresonatoren und Strahllagemonitore.

Als Syntax für die Notation eines Lattices haben sich die Formate etabliert, die als Eingangsdateien für bekannte Teilchentacking-Programme wie *MAD-X* oder *elegant* dienen. Allerdings unterscheiden sich diese Formate von Programm zu Programm und sind nicht klar genug strukturiert um mit geringem Aufwand maschinenlesbar zu sein. Zwar gibt es Versuche einen allgemeinen von den Tracking-Programmen unabhängigen Standard zu schaffen [S+06], der konnte sich bisher aber nicht durchsetzen. Er unterstützt in erster Linie Programme der *MAD*-Reihe und ist nicht kompatibel zu *elegant*. Daher wurde im Rahmen dieser Arbeit die C++-Bibliothek *palattice* als Schnittstelle zu den etablierten Lattice-Formaten und auch den Ergebnissen der Tracking-Programme entwickelt. *palattice* steht für “particle accelerator lattice” und wurde als Open-Source-Projekt unter [Scha] veröffentlicht.

Einer der beiden Kernbestandteile von *palattice* ist die Klasse `pal::AccLattice`, die eine C++-Datenstruktur für Beschleunigerlattices bereitstellt. `pal::AccLattice` nutzt Polymorphismus um die Elemente zu verwalten. In Abb. 3.2 sind die derzeit verfügbaren Elementtypen aufgeführt. Alle Typen



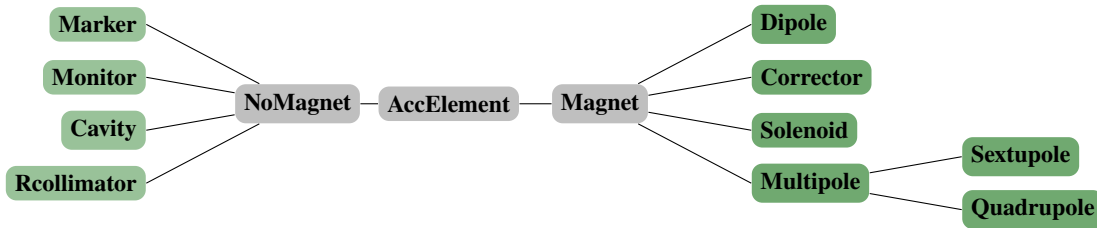


Abbildung 3.2: Hierarchie der in *palattice* implementierten Klassen für Elementtypen. Abstrakte Klassen, von denen keine Objekte angelegt werden können, sind grau dargestellt.

sind von der abstrakten Basisklasse `pal : : AccElement` abgeleitet, sodass zusätzliche Typen sehr leicht implementiert werden können. *palattice* kann ein Lattice automatisch aus einer beliebigen Lattice-Datei im Format von *MAD-X* oder *elegant* einlesen. Dazu führt *palattice* das entsprechende Teilchentacking-Programm aus und liest die benötigten Informationen aus deren Ausgabedateien, weil diese systematischer aufgebaut und damit einfacher zu interpretieren sind als die händisch erstellte Eingangsdatei. So sollte *palattice* mit jedem konventionellen Beschleuniger kompatibel sein, für den ein *MAD-X*- oder *elegant*-Lattice vorliegt. Als Eingangsgrößen für die Magnetfelder werden  $\Delta\theta$ ,  $\alpha_{x,z}$ ,  $k_1$  und  $k_2$  eingelesen. Die Winkel werden dabei nach Gleichungen (3.3) und (3.4) in  $\vec{k}_0$  umgerechnet. In Anhang B ist die Zuordnung der Elementtypen und Parameter von *palattice* zu denen von *MAD-X* und *elegant* dokumentiert.

Die Klasse `pal : : AccLattice` ermöglicht den Zugriff auf die Lattice-Informationen auf verschiedene Weise. Zum Beispiel können Elemente über ihren Namen, eine Position  $s$  oder einen Iterator aufgerufen werden. Einige Code-Beispiele sind in Anhang B zu finden. Für jedes Element ist eine Funktion implementiert, die das auf die magnetische Steifigkeit normierte Magnetfeld  $\vec{B}(\vec{\lambda})$  des Elements zurückgibt<sup>1</sup>. Für Magnete wird dieses nach Gleichung (3.2) berechnet und ist in der Klasse `pal : : Magnet` implementiert (siehe Abb. 3.2). Dabei können grundsätzlich allen Magneten alle Multipolanteile zugewiesen werden. Für andere Elementtypen (Klasse `pal : : NoMagnet`), wie Strahlagementitore oder Resonatoren, gibt die Funktion immer null zurück.

Aufgrund der beschriebenen Datenstruktur ist jedem Element des Lattices nur ein Magnetfeldvektor  $\vec{B}(\vec{\lambda})$  zugeordnet. Somit kann keine innerhalb eines Elements mit der  $s$ -Position variierende Feldstärke abgebildet werden. Deshalb enthält *palattice* keine Feldkarten, Torsion von Magneten, Randfelder oder Kantenfokussierung. Solche Feldverläufe hängen von zahlreichen Parametern wie etwa der Polschuhgeometrie und dem Polschuhabstand ab (siehe z.B. [Eng64; BEM00] und [Wie93, Abschnitt 5.3]), die auch nicht Teil der Lattice-Informationen von *MAD-X* oder *elegant* sind.

**Effektive Länge** Für die Länge eines Magneten entlang der Sollbahn wird in *palattice*, genauso wie in Programmen wie *MAD-X* und *elegant* üblich, die effektive Länge  $l_{\text{eff}}$  verwendet. Diese ist etwas größer als die physische Länge und dient der Berücksichtigung der Randfelder: Wie die Skizze in Abb. 3.3 veranschaulicht, endet das Magnetfeld an den Kanten der Polschuhe nicht abrupt, sondern fällt über eine gewisse Strecke außerhalb des Magneten ab. Da für die Auswirkung auf

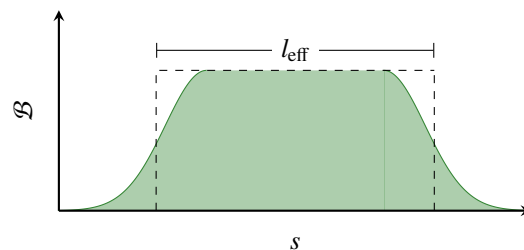


Abbildung 3.3: Die effektive Feldlänge.

<sup>1</sup> `pal : : AccTriple B(pal : : AccPair)`; Der Datentyp `pal : : AccPair` enthält eine zweidimensionale Größe im Beschleunigerkoordinatensystem ( $x$ - und  $z$ -Komponente), z.B. eine transversale Ablage  $\vec{\lambda}$ . `pal : : AccTriple` wird entsprechend für dreidimensionale Größen ( $x, z, s$ ), wie das Magnetfeld  $\vec{B}$ , eingesetzt

den Strahl das entlang der Sollbahn integrierte Feld ausschlaggebend ist, wird dieses inklusive Randfeldern vermessen oder simuliert und dann die Länge  $l_{\text{eff}}$  so definiert, dass der Magnet ohne Randfelder das selbe integrierte Feld hat. Dieses ist dann für das Element  $e$

$$\int_e \vec{\mathcal{B}}(s, \vec{\mathcal{X}}(s)) ds \approx \vec{\mathcal{B}}^e(\vec{\mathcal{X}}^e) \cdot l_{\text{eff}}^e,$$

wobei die Näherung gemacht wird, dass sich die Ablage  $\vec{\mathcal{X}}$  des Teilchens von der Sollbahn innerhalb des Elements nicht ändert<sup>2</sup>.

**Wechselfelder** In Beschleunigern können über die bisher diskutierten Fälle hinaus auch Magnete mit explizit zeitabhängigen Feldern vorkommen. Im Zusammenhang mit polarisierten Strahlen können diese beispielsweise verwendet werden um depolarisierende Resonanzen gezielt anzuregen oder zu kompensieren. Die Parametrisierung solcher Wechselfelder ist nicht Teil der gewöhnlichen Lattice-Dateien und wird von den Teilchentacking-Programmen unterschiedlich gehandhabt. In *palattice* wurde eine Funktion implementiert, die die Feldstärke eines beliebigen Magneten als Funktion des Umlaufes  $T$  periodisch moduliert<sup>3</sup>:

$$\vec{\mathcal{B}}_{\text{rf}}(\vec{\mathcal{X}}, T) = \vec{\mathcal{B}}(\vec{\mathcal{X}}) \cdot \cos \left( 2\pi \left[ Q_{\text{rf}} T + \frac{1}{2} \Delta Q_{\text{rf}} T^2 \right] \right).$$

Die Frequenz kann dabei relativ zur Umlauffrequenz als Arbeitspunkt  $Q_{\text{rf}}$  ebenso eingestellt werden wie eine lineare Frequenzänderung  $\Delta Q_{\text{rf}}$  (“sweep”) und eine Periode, nach der der “sweep” von vorne beginnt.

**Aufstellungsfehler** Aufstellungsfehler der Magnete führen zu Abweichungen der Feldstärke von der idealen Feldverteilung. In *palattice* sind derzeit Verdrehungen um die  $s$ -Achse (Winkel  $\Phi$ ) und transversale Verschiebungen ( $\Delta x, \Delta z$ ) implementiert. Beide werden auch aus *MAD-X* und *elegant* importiert.

Aufstellungsfehler müssen von *palattice* bei der Berechnung der Magnetfelder berücksichtigt werden. Bei homogenen Feldern  $\vec{\mathcal{B}} = \vec{k}_0$  wirken sich Verschiebungen nicht aus und Drehungen erfordern lediglich eine Rotation des Vektors  $\vec{k}_0$  um den entsprechenden Winkel  $\Phi$ . Bei Feldern  $\vec{\mathcal{B}}(\vec{\mathcal{X}})$ , die von der Teilchenbahn abhängen, wird die Verschiebung beziehungsweise Drehung des Magneten dadurch berücksichtigt, dass  $\vec{\mathcal{X}}$  in das System des Magneten transformiert wird:

$$\vec{\mathcal{X}}' = \vec{\mathcal{X}} - \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{pmatrix} \quad \text{beziehungsweise} \quad \vec{\mathcal{X}}' = \mathbf{R}_s(-\Phi) \vec{\mathcal{X}}.$$

Anschließend kann  $\vec{\mathcal{B}}'(\vec{\mathcal{X}}')$  ausgewertet werden. Im Fall der Rotation muss der Magnetfeldvektor dann noch zurück ins ursprüngliche Koordinatensystem gedreht werden:

$$\vec{\mathcal{B}} = \mathbf{R}_s(\Phi) \vec{\mathcal{B}}'.$$

Feldfehler von Magneten sind bisher nicht in *palattice* implementiert.

<sup>2</sup> Das integrierte Feld eines Elements kann in *palattice* mit `pal::AccTriple B_int(pal::AccPair)` abgefragt werden.

<sup>3</sup> Die Feldstärke eines Wechselfeldes kann in *palattice* mit `pal::AccTriple B_rf(pal::AccPair, unsigned int T)` für den Umlauf  $T$  abgefragt werden.

**Kantenwinkel** Insbesondere Dipolmagnete werden häufig so gebaut, dass die Stirnflächen der Polschuhe nicht senkrecht auf der Sollbahn stehen, also nicht parallel zur  $x$ -Achse verlaufen. Die dadurch veränderte Ausrichtung der Randfelder beeinflusst die Strahldynamik – beispielsweise durch sogenannte Kantenfokussierung. Die resultierenden Randfelder können zwar nicht von *palattice* berechnet werden, die Winkel der Magnetstirnflächen sind aber als wichtiger Teil der Lattice-Informationen in *palattice* enthalten und werden aus *MAD-X* und *elegant* importiert. Abbildung 3.4 veranschaulicht die Definition der Kantenwinkel  $\Psi_1$  und  $\Psi_2$  am Ein- beziehungsweise Ausgang eines Magneten: Für einen sogenannten Sektormagneten mit senkrecht zur Sollbahn stehenden Stirnflächen gilt  $\Psi_1 = \Psi_2 = 0$ . Die Vorzeichen der Winkel sind so definiert, dass sie für einen sogenannten Rechteckmagnet mit zueinander parallelen Stirnflächen und gleichem Ein- und Austrittswinkel beide positiv sind. Für einen solchen Rechteckmagneten beträgt  $\Psi_1 = \Psi_2 = +\Delta\theta/2$  je den halben Ablenkwinkel.

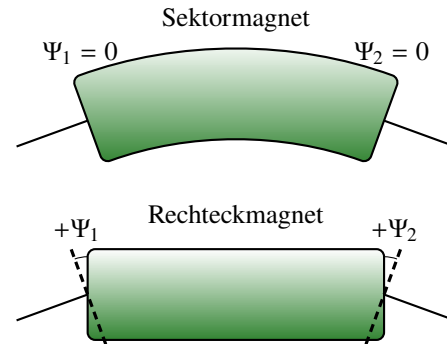


Abbildung 3.4: Die Kantenwinkel  $\Psi$  eines Dipolmagneten.

**Lattice-Export** Zusätzlich kann ein `pal::AccLattice` auch in eine von *MAD-X* oder *elegant* lesbare Lattice-Datei exportiert werden. Dadurch können Arbeitsabläufe, bei denen Änderungen an einem Lattice vorgenommen werden, die dann in eine Simulation mit *MAD-X* oder *elegant* einfließen sollen (etwa veränderte Kickwinkel der Korrektormagnete), sehr leicht in C++ umgesetzt werden. Außerdem erlaubt *palattice* auf diese Weise das Konvertieren von Lattice-Dateien zwischen *MAD-X* und *elegant*. Dazu kann direkt das Programm *convertlattice* genutzt werden, das in *palattice* enthalten ist. Es wird bei ELSA mittlerweile eingesetzt, um die Pflege der Lattice-Informationen zu vereinfachen: Nur die *MAD-X*-Dateien werden händisch aktualisiert und das *elegant*-Lattice wird ausschließlich automatisch aus diesen generiert. Des Weiteren wurde ein  $\LaTeX$ -Export in *palattice* integriert, der es erlaubt eine Skizze des Beschleuniger-Lattices zu generieren. Diese basiert auf dem  $\LaTeX$ -Paket *tikz-palattice* [Schc], mit dem auch die Übersicht der Beschleunigeranlage ELSA in Abb. 5.1 erstellt wurde.

*palattice* wird nicht nur an ELSA eingesetzt, sondern wurde auch mit Lattices mehrerer anderer Beschleuniger getestet. In Abschnitt 3.2.3 wird eine Simulation für den ILC-Dämpfungsring gezeigt. Im Rahmen von [Dob15] wurde *palattice* erfolgreich zum Konvertieren zwischen den Lattice-Formaten von *MAD-8*, *MAD-X* und *elegant* für ANKA, BESSY II und FCC-ee eingesetzt. Die verwendete Version des FCC-ee Lattice [HH14] ist 99,48 km lang und besteht unter anderem aus 6 528 Dipol- und 3 984 Quadrupolmagneten.

### 3.1.2 Import von Ergebnissen des Teilchentrackings aus *MAD-X* und *elegant*

Für die Berechnung der Magnetfelder, die Teilchen  $i$  durchläuft, wird seine Teilchenbahn  $\vec{x}_i(t)$  benötigt. Es ist sinnvoll diese mit etablierten Teilchentracking-Programmen wie *MAD-X* oder *elegant* zu ermitteln. Die Programme speichern ihre Ergebnisse als Funktion der Position  $s$  in Dateien ab. Die zweite Kernaufgabe von *palattice* ist das automatisierte Einlesen eben solcher Tracking-Ergebnisse, wie etwa Orbit, Trajektorien oder Twissparameter. Die C++-Bibliothek stellt diese dann als Objekte der Klasse `pal::FunctionOfPos` bereit, die Zugriff auf die Daten zu einem beliebigen  $s$  ermöglicht. Die Tracking-Programme speichern Ergebnisse zu diskreten Positionen, den Referenzpositionen der Elemente, ab. Umlaufperiodische Größen werden üblicherweise an jedem Element gespeichert, während Trajektorien

in jedem Umlauf nur bei speziell dafür konfigurierten<sup>4</sup> Positionen aufgezeichnet werden. Sinnvoll sind dafür die Positionen aller Quadrupole, da die Extrema der Trajektorien in den Quadrupolen liegen.

Zwischen diesen Stützstellen müssen die Daten interpoliert werden. *palattice* verwendet dazu die Methode nach Akima [Aki70] in der Implementation der *GNU Scientific Library* (GSL) [GNU]. Bei umlaufperiodischen Größen werden für die Interpolation periodische Randbedingungen mit dem Umfang des Beschleunigers als Periode gewählt. Trajektorien werden ohne periodische Randbedingungen interpoliert. Damit Interpolation an jedem Ort entlang der Sollbahn möglich ist, muss in beiden Fällen darauf geachtet werden, dass die Daten den gesamten Umlauf abdecken. Bei periodischen Größen kann dies nachträglich gewährleistet werden, indem der erste und letzte Datenpunkt in den nächsten beziehungsweise vorherigen Umlauf projiziert werden. Bei Trajektorien muss das Tracking-Programm Datenpunkte bei  $s = 0$  und am Ende des Lattices anlegen. Die Interpolation muss, sofern sich die Datenpunkte nicht ändern, nur einmal berechnet werden und wird dann zwischengespeichert. Jedes `pal::FunctionOfPos`-Objekt verwaltet deshalb seinen Zustand und berechnet die Interpolation nur bei der ersten Abfrage nach einer Änderung der Daten. Darüber hinaus ermöglicht die `pal::FunctionOfPos`-Klasse weitere Operationen wie beispielsweise FOURIERtransformation der Daten.

Der Import der Tracking-Ergebnisse basiert, wie auch der des Lattice, darauf, dass *palattice* das Tracking-Programm beim Import ausführt und dann dessen Ausgabedateien liest. Werden mehrere Größen importiert, wird das Tracking-Programm nicht öfter als nötig ausgeführt. Dazu wird eine Instanz der Klasse `pal::SimToolInstance` angelegt und mit einem Tracking-Programm und einer Lattice-Datei verknüpft. Mit diesem Objekt können dann Lattices und Tracking-Ergebnisse initialisiert werden. Ab diesem Zeitpunkt unterscheidet sich die Handhabung der `pal::SimToolInstance` für verschiedene Tracking-Programme praktisch nicht mehr.

*MAD-X* und *elegant* können mit einer Vielzahl von Parametern in Steuerdateien konfiguriert werden (für *elegant* Dateiendung `.ele`; für *MAD-X* typischerweise `.madx`). Damit die Ausgabedateien kompatibel zu *palattice* sind, verwendet die Bibliothek eigene Steuerdateien, die sie in das jeweilige Arbeitsverzeichnis kopiert. Ist die Datei bereits vorhanden, wird sie allerdings nicht überschrieben, sodass der Nutzer jederzeit eigene Anpassungen vornehmen kann. Einige wichtige Parameter, wie die die Strahlenergie oder die Anzahl der Umläufe für das Teilchenttracking, kann man auch über die `pal::SimToolInstance` einstellen. Sie werden dann vor dem Ausführen des Tracking-Programms automatisch in die Steuerdatei geschrieben.

Wurde eine `pal::FunctionOfPos` mit einer `pal::SimToolInstance` initialisiert, kann ein beliebiges Tracking-Ergebnis, wie Orbit oder Twissparameter, unter Angabe der Ausgabedatei und des Namens der gewünschten Größe importiert werden. Darüber hinaus können einzelne vom Tracking-Programm berechnete Parameter direkt über die `pal::SimToolInstance` abgefragt werden. Dabei handelt es sich um von der Position  $s$  unabhängige Zahlenwerte wie beispielsweise den Umfang des Beschleunigers, den Arbeitspunkt, die Chromatizität oder den Momentum-Compaction-Faktor. Einige Code-Beispiele sind in Anhang B zu finden.

Insbesondere das Aufzeichnen der Trajektorien vieler Teilchen über viele Umläufe erzeugt große Datenmengen. Deshalb schreibt *elegant* seine Ergebnisse nicht in Textdateien, sondern verwendet ein eigenes binäres, komprimiertes Dateiformat namens *SDDS*. Diese “Self Describing Data Sets” enthalten zusätzliche Metainformationen, die die abgespeicherten Daten beschreiben. Eine umfangreiche Sammlung von Kommandozeilen-Programmen ermöglicht den Zugriff auf die *SDDS*-Dateien und diverse Manipulationen (Filtern, Sortieren, Umrechnen). Außerdem gibt es Schnittstellen für *Java*, *Python* und *Matlab*<sup>®</sup>. Diese basieren alle auf der C Programmierschnittstelle, die kürzlich auch direkt als Bibliothek *libSDDS1* zugänglich gemacht wurde [Arg; BS06]. Diese verwendet *palattice* um auf die binären *SDDS*-

---

<sup>4</sup> In *MAD-X* werden diese über den Befehl `ptc_observe` konfiguriert, in *elegant* durch das Anlegen von WATCH-Elementen.

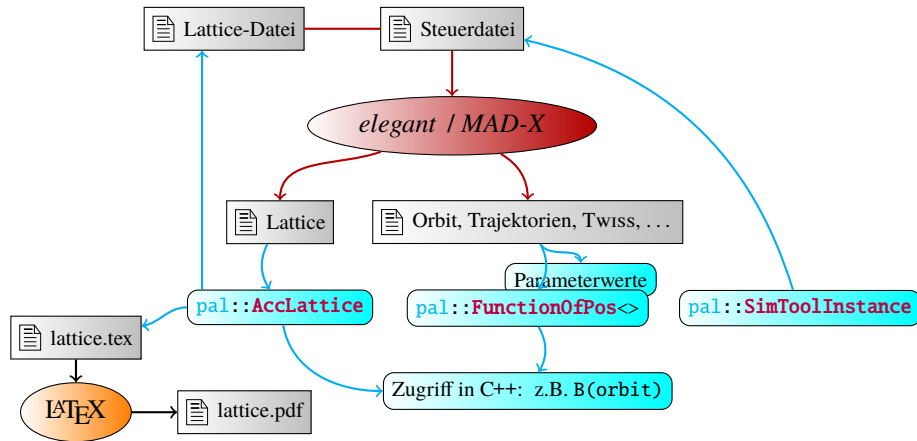


Abbildung 3.5: Überblick über das Zusammenspiel der Bibliothek *palattice* mit den Teilchenttracking-Programmen *elegant* und *MAD-X*.

Dateien zuzugreifen und so die Daten schneller einlesen und ein Tracking über deutlich längere Zeiträume verarbeiten zu können. Dies ist für entsprechende Anwendungen ein starkes Argument für die Bevorzugung von *elegant* gegenüber *MAD-X*. Speichert man für den ELSA-Ring die 6D Phasenraumkoordinaten an allen 32 Quadrupolen über 100 ms (ca. 182 500 Umläufe) mit 100 Teilchen, fallen im *SDDS*-Format trotz der Komprimierung über 30 GB Daten an. Die Erfahrung zeigt, dass Einlesen und Interpolieren nur dann effizient funktionieren, wenn die Dateien vollständig in den Arbeitsspeicher geladen werden können. Demnach begrenzt der verfügbare Arbeitsspeicher die für den Einsatz dieses Verfahrens sinnvolle Trackingdauer und Teilchenzahl.

Abbildung 3.5 fasst das Zusammenspiel von *palattice* mit *MAD-X* und *elegant* zusammen. Die für ein Spintracking benötigten auf ein Teilchen wirkenden Magnetfelder können mit Hilfe von *palattice* in wenigen Zeilen C++ unter Angabe einer *MAD-X* oder *elegant* Lattice-Datei bereitgestellt werden. Ein Beispiel für die Syntax ist in Codeblock B.4 zu finden.

## 3.2 Spintracking mit Frequenzfilterung der Magnetfelder

### 3.2.1 Das Programm *pole*

Die Spinbewegung in Teilchenbeschleunigern wird von der THOMAS-BMT-Gleichung (2.4) beschrieben. Deshalb ist das numerische Lösen dieser Gleichung ein gebräuchlicher Ansatz für Spintracking. Setzt man die auf die magnetische Steifigkeit des Teilchens normierten Magnetfelder  $\vec{\mathcal{B}}$  nach Gleichung (3.1) ein und vernachlässigt elektrische Felder, erhält man die THOMAS-BMT-Gleichung in der Form

$$\frac{d\vec{S}}{dt} \approx -c \cdot \left[ (1 + \gamma a)\vec{\mathcal{B}}_{\perp} + (1 + a)\vec{\mathcal{B}}_{\parallel} \right] \times \vec{S}. \quad (3.6)$$

Um die Gleichung in das mitrotierende Beschleunigerkoordinatensystem zu transformieren, wird wie in Abschnitt 2.2.2 die Umlauffrequenz  $\omega_{\text{rev}}$  von  $\Omega_{\text{TBMt}}$  abgezogen und man erhält bei expliziter Angabe der Zeitabhängigkeit

$$\frac{d\vec{S}(t)}{dt} \approx -c \cdot \left[ \gamma(t)a\vec{\mathcal{B}}_{\perp}(t) + a\vec{\mathcal{B}}_{\parallel}(t) \right] \times \vec{S}(t). \quad (3.7)$$

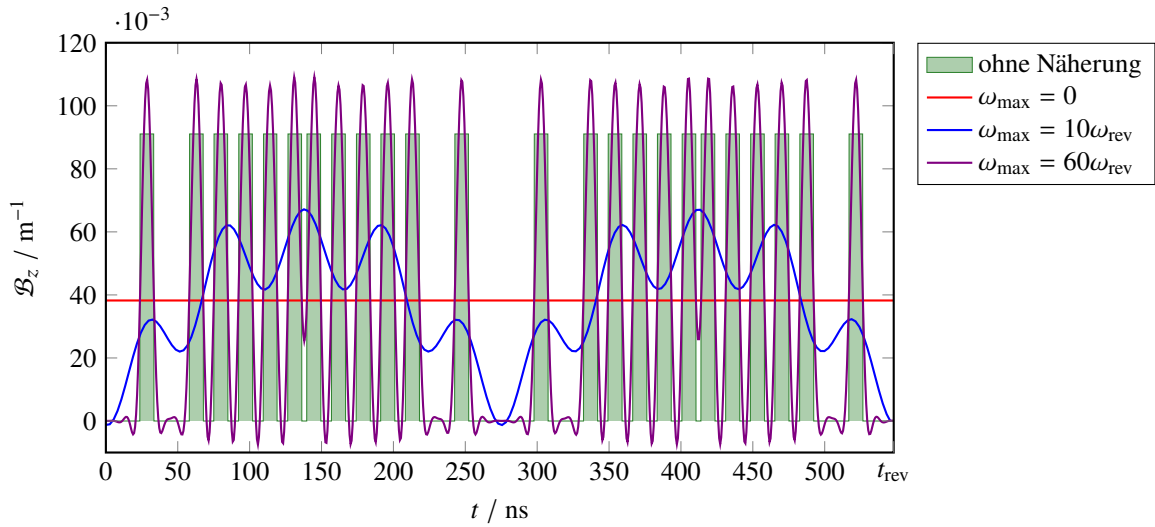


Abbildung 3.6: Beispiel einer vertikalen Magnetfeldverteilung für einen Umlauf im ELSA-Ring und deren Näherung durch FOURIERREIHEN mit unterschiedlicher Grenzfrequenz  $\omega_{\max}$  nach Gleichung (3.8).

Diese Gleichung wird von dem im Rahmen von [Bol13] konzipierten Spintracking-Programm *pole* für ein gewünschtes Zeitintervall für viele Teilchen numerisch gelöst. Dabei hängt  $\vec{S}_i(t)$  für Teilchen  $i$  von dem zeitlichen Verlauf seiner Energie  $\gamma_i(t)$  und den durchlaufenen Magnetfeldern  $\vec{B}_i(t)$  ab. Ersteres beinhaltet sowohl eine mögliche Änderung der Strahlenergie durch eine Energierampe als auch die longitudinale Dynamik des Teilchens. Letztere enthalten das Lattice des Beschleunigers sowie die Teilchenbahn  $\vec{\chi}_i(t)$ , also die transversale Dynamik.  $\mathcal{B}$  ist unabhängig von der Strahlenergie.  $\gamma_i(t)$  wird durch verschiedene in *pole* implementierte Modelle [Bol13, Kapitel 6] beschrieben.  $\vec{B}_i(t)$  wurde ursprünglich aus MAD-X mit einem in [Sch12] entwickelten Programm berechnet, das inzwischen vollständig auf *palattice* basiert (siehe Abschnitt 3.1). Das im Folgenden beschriebene Funktionsprinzip von *pole* wird auch in [Sch+15a] zusammengefasst.

Ausgangspunkt für die Entwicklung von *pole* war die Simulation der Kreuzung von Imperfektionsresonanzen. Dabei sollte der Nutzer die Möglichkeit haben die Rechenzeit der Simulation auf Kosten der Genauigkeit zu reduzieren, um systematische Studien vieler Resonanzkreuzungen zu erleichtern. Wie in Abschnitt 2.4 erläutert, werden Imperfektionsresonanzen ausschließlich von umlaufperiodischen Feldverteilungen der Frequenz  $\omega^\theta = n$  mit  $n \in \mathbb{N}$  angeregt. Deshalb muss bei der Berechnung der Magnetfelder nur der Orbit und nicht die Trajektorien berücksichtigt werden.  $\vec{B}(t)$  ist in diesem Fall also für alle Teilchen identisch und ihre Spinbewegung unterscheidet sich nur durch  $\gamma_i(t)$ . Insbesondere ist also die gesamte Feldverteilung  $\vec{B}(t)$  umlaufperiodisch und muss nur für einen Umlauf berechnet werden. Unter diesen Bedingungen ist es naheliegend eine Näherung der Feldverteilung über eine FOURIERREIHE einzuführen:

$$\vec{B}(t) \approx \sum_{j=0}^{j_{\max}} \vec{A}_j \cos(\omega_j t + \vec{\varphi}_j) \quad \text{mit} \quad \omega_j = j \cdot \omega_{\text{rev}}. \quad (3.8)$$

Die Amplituden  $\vec{A}_j$  und Phasen  $\vec{\varphi}_j$  zu den Umlaufharmonischen  $\omega_j$  werden über die FOURIERTRANSFORMATION von  $\mathcal{B}_x$ ,  $\mathcal{B}_z$  und  $\mathcal{B}_s$  berechnet [Sch12, Abschnitt 3.3]. Diese Näherung entspricht einem Tiefpassfilter der Feldverteilung, dessen Grenzfrequenz  $\omega_{\max} = j_{\max} \omega_{\text{rev}}$  die Genauigkeit der Näherung bestimmt.

Abb. 3.6 zeigt ein Beispiel für die vertikale Feldverteilung für einen Umlauf im ELSA-Ring. Es sind nur die Führungsfelder der 24 Dipolmagnete erkennbar, da die Felder der anderen Magnete deutlich

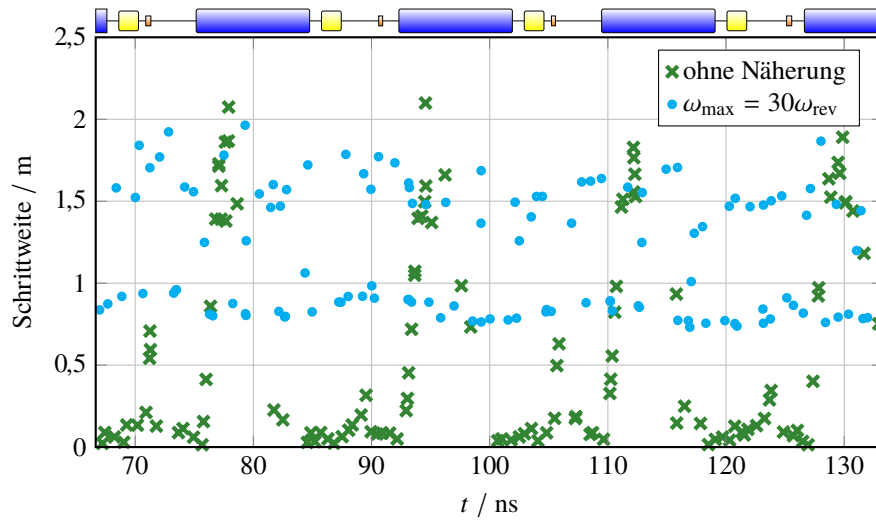


Abbildung 3.7: Beispiel für die adaptiven Schrittweiten beim Spintracking mit *pole*. Die Schrittweiten wurden für einen Abschnitt des ELSA-Rings über viele Umläufe aufgezeichnet.

schwächer sind. Mit steigendem  $\omega_{\max}$  wird die Verteilung immer besser angenähert. Das über den ganzen Umlauf integrierte Feld ist dabei unabhängig von  $\omega_{\max}$ , sodass der Spinarbeitspunkt selbst bei einem Spintracking mit  $\omega_{\max} = 0$  korrekt wiedergegeben wird. Lediglich die Aufteilung der Präzessionen auf den Umlauf ändert sich: Bei  $\omega_{\max} = 0$  präzediert der Spin kontinuierlich, wie die harmonische Schwingung in Abb. 2.4. Zur Berechnung der Amplituden  $\vec{A}_j$  und Phasen  $\vec{\varphi}_j$  mit *palattice* wird die Feldverteilung für jede Achse entlang eines Umlaufes an äquidistanten Stützstellen berechnet und in ein `pal::FunctionOfPos`-Objekt gespeichert. Dieses beherrscht FOURIERtransformation der gespeicherten Daten unter Verwendung der *GNU Scientific Library* [GNU]. Das Spektrum der Feldverteilung liefert die benötigten Parameter.

*pole* berechnet die Spinbewegung durch numerische Integration von Gleichung (3.7) mit einem RUNGE-KUTTA-Verfahren höherer Ordnung (siehe etwa [But87]), das für mehrere Spins parallel ausgeführt werden kann. Dabei wird  $\vec{B}$  über die beschriebene Frequenzfilterung genähert. Die benötigten Amplituden und Phasen werden vor Beginn des Spintrackings einmal ermittelt und dann das Feld bei jedem Integrationsschritt zum gewünschten Zeitpunkt  $t$  nach Gleichung (3.8) berechnet. Durch die Umlaufperiodizität ist dies für beliebige  $t$  möglich. Der verwendete Integrationsalgorithmus nutzt eine adaptive Schrittweite, passt diese also nach jedem Schritt automatisch so an, dass eine vorgegebene Genauigkeit eingehalten wird. Detailliertere Schilderungen der Funktionsweise und des Aufbaus von *pole* sind in [Bol13, Kapitel 5] zu finden.

Abbildung 3.7 veranschaulicht den Einfluss der Frequenzfilterung auf die Schrittweite anhand eines Abschnitts des ELSA-Rings. Aufgetragen sind die Schrittweiten gegen die Position  $s$  von der aus der Algorithmus den jeweiligen Schritt gemacht hat. Diese Schrittweiten wurden während eines Spintrackings über viele Umläufe aufgezeichnet. Ohne Näherung der Felder sind die Schrittweiten an den Kanten von Magneten klein, da sich die Feldstärken dort stark ändern. Genau genommen kann der Algorithmus nicht über unstetige Feldänderungen integrieren, weshalb hier Randfelder der Magnete durch einen stetigen Anstieg beziehungsweise Abfall der Feldstärke an den Kanten modelliert wurden. Innerhalb längerer Magnete oder Driftstrecken erhöht sich die Schrittweite immer weiter. Mit Frequenzfilter werden die einzelnen Magnete nicht mehr aufgelöst und die Steigung von  $\mathcal{B}$  ist geringer. Die Schrittweiten werden im Mittel größer und ihre Schwankung kleiner. Dadurch sinkt die Rechenzeit.

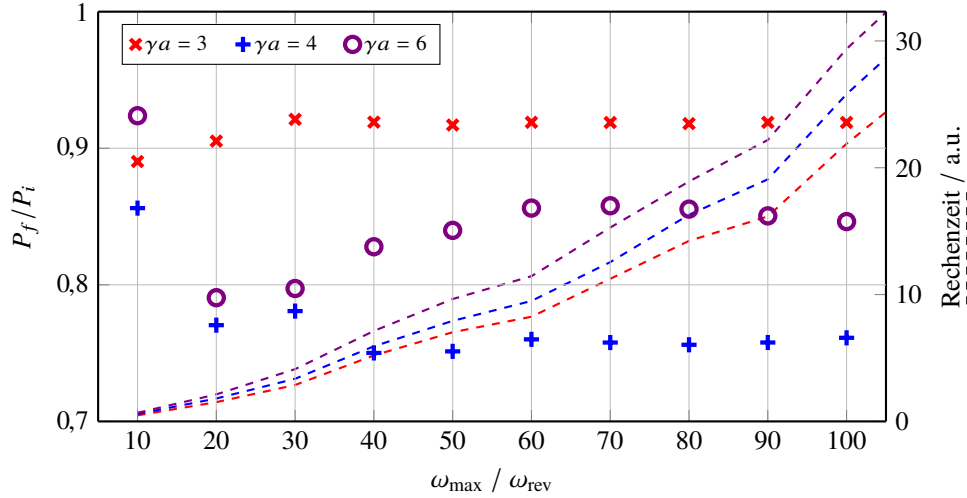


Abbildung 3.8: Beispiel für die Konvergenz der mit *pole* simulierten vertikalen Polarisation nach dem Kreuzen einer Imperfektionsresonanz im ELSA-Ring mit zunehmender Genauigkeit der Näherung der Magnetfelder.

Zur Simulation der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = n$  reicht es nicht aus die Feldverteilung mit dem Summand  $j = n$  der FOURIERreihe zu nähern. Der Grund dafür sind die unterschiedlichen in Abschnitt 2.4 diskutierten Bezugssysteme: Die Resonanz wird von der Feldkomponente der Frequenz  $\omega^\theta = n$  bezüglich des Umlaufwinkels  $\theta$  getrieben, die FOURIERreihe enthält aber die Frequenzen  $\omega$  bezüglich der Zeit  $t$ . So ist allgemein nicht klar, welches  $\omega_{\max}$  notwendig ist, um das Kreuzen einer bestimmten Resonanz korrekt zu simulieren. Abbildung 3.8 zeigt die vertikale Polarisation nach einer mit *pole* simulierten Resonanzkreuzung im ELSA-Ring in Abhängigkeit von  $\omega_{\max}$ . Für die Resonanz  $\gamma a = 3$  konvergiert das Simulationsergebnis ab etwa  $\omega_{\max} = 40\omega_{\text{rev}}$ . Es können also einige zehn Frequenzen ausreichen um einen Polarisationswert zu erhalten, der sich beim Erhöhen von  $\omega_{\max}$  um weniger als 1 % ändert. Dann kann die Schrittweite größer sein als die Länge eines Magneten und die Rechenzeit ist vergleichsweise kurz. Mit steigendem Spinarbeitspunkt der Resonanz nimmt die benötigte Grenzfrequenz verständlicherweise zu. Sie hängt darüber hinaus auch von der konkreten Feldverteilung ab, sodass der Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenzeit im Grunde in jedem Einzelfall untersucht werden muss. Die Rechenzeit steigt schneller als linear mit  $\omega_{\max}$  an.

### 3.2.2 Erweiterung zur Berücksichtigung der Trajektorien

Im Rahmen dieser Arbeit konnte gezeigt werden, dass das Konzept prinzipiell auch auf nicht umlaufperiodische Felder erweitert werden kann, um die gesamte Spindynamik zu behandeln. Dazu muss  $\vec{\mathcal{B}}_i(t)$  unter Einbeziehung der Trajektorien über ausreichend viele Umläufe berechnet werden. Liegt die Feldverteilung über  $N_u$  Umläufe vor, ergibt die FOURIERtransformation Magnetfeldspektren mit der Frequenzauflösung

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{\text{rev}}}{N_u}, \quad (3.9)$$

sodass die Spektren je  $N_u \cdot \omega_{\max}/\omega_{\text{rev}}$  Beiträge enthalten. Viele Beiträge sind aber klein, da die Trajektorien in der Regel nur mit den Arbeitspunkten schwingen. Deshalb kann die Zahl der Terme für die FOURIERreihe durch zusätzliches Herausfiltern von Amplituden unterhalb einer Schwelle  $A_{\min}$  so reduziert werden, dass nur einige wenige zusätzliche Terme zu den Umlaufharmonischen hinzukommen. Im Beispiel in Abb. 3.9 wurde eine horizontale Feldverteilung für  $N_u = 1000$  Umläufe berechnet. Der Amplitudenfilter



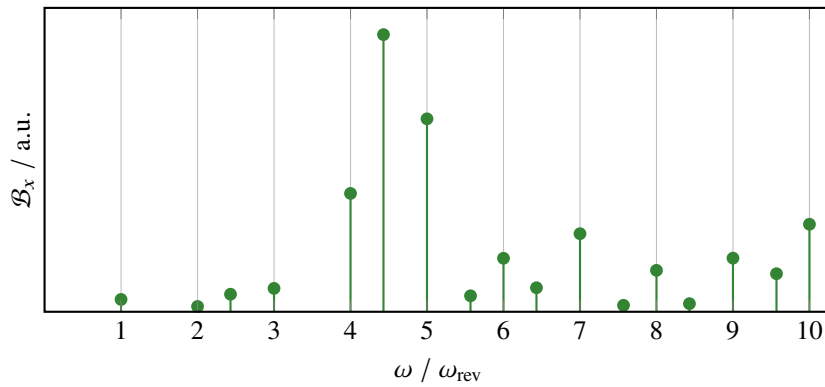


Abbildung 3.9: Beispiel eines horizontalen Magnetfeldspektrums für 1 000 Umläufe im ELSA-Ring. Die Zahl der Beiträge wurde durch eine Amplitudenschwelle deutlich reduziert.

Grenzfrequenz $\omega_{\text{max}}$	$10\omega_{\text{rev}}$	$30\omega_{\text{rev}}$	$60\omega_{\text{rev}}$
KOSINUS für FOURIERREIHE	80 %	86 %	88 %
AUSWERTUNG THOMAS-BMT-GLEICHUNG	11 %	9 %	8 %
RUNGE-KUTTA-SCHRITT	7 %	2,5 %	1 %

Tabelle 3.1: Anteile verschiedener Funktionsaufrufe an der Rechenzeit von *pole* (commit 4a5d1dc). Diese wurden mit dem Programm *callgrind* während des Trackings eines einzelnen Spins über 20 ms im ELSA-Ring für verschiedene Grenzfrequenzen ermittelt. *pole* wurde mit *gcc* Version 5.4.0 unter Verwendung des Optimierers (-O3) kompiliert.

wurde so gewählt, dass keiner der umlaufharmonischen Beiträge herausgefiltert wird. Bei  $\omega_{\text{max}} = 10\omega_{\text{rev}}$  bleiben dann nur 17 der 10 000 Beiträge übrig. Allerdings ist die Berechnung des Spektrums für große  $N_u$  und  $\omega_{\text{max}}$  zeitaufwändig und muss für jedes Teilchen separat mit seiner individuellen Trajektorie durchgeführt werden. Die FOURIERtransformationen können dann einen erheblichen Anteil der Rechenzeit ausmachen. Stehen mehrere Spintracking-Berechnungen mit der selben Feldverteilung an, können die Spektren natürlich wiederverwendet werden.

### 3.2.3 Beschränkungen von *pole*

Vorrangiger Grund für den ungewöhnlichen Ansatz der Frequenzfilterung der Magnetfelder war der Wunsch nach einem möglichst schnellen Spintracking-Algorithmus. Allerdings zeigt sich, dass die Rechenzeit von *pole* nicht vom RUNGE-KUTTA-Integrator dominiert wird: Beim Tracking eines einzelnen Spins über 20 ms im ELSA-Ring (etwa 40 000 Umläufe) werden 80 bis 90 % der Zeit für die Berechnung der Kosinusfunktionen beim Auswerten der FOURIERreihen benötigt (Details in Tabelle 3.1). Demnach ist dies der einzige Teil des Programms, für den eine weitere Optimierung hinsichtlich der Rechenzeit sinnvoll erscheint. Möglich wäre etwa ein Zwischenspeicher für die Magnetfeldverteilung. Die darin enthaltenen  $\mathcal{B}(t)$  müssten dabei allerdings zusätzlich interpoliert werden, da die variable Schrittweite in jedem Umlauf zu anderen Stützstellen führt. In jedem Fall ist das Spintracking mit *pole* nur angemessen, wenn wenige zehn Frequenzen ausreichen. Eine sinnvolle Bewertung der Geschwindigkeit von *pole* ist nur über den Vergleich mit einem anderen Spintracking-Algorithmus möglich. Ein solcher wird im folgenden Abschnitt 3.3 vorgestellt.

Darüber hinaus gibt es ein grundlegendes Problem bei der Verwendung von *pole* für beliebige

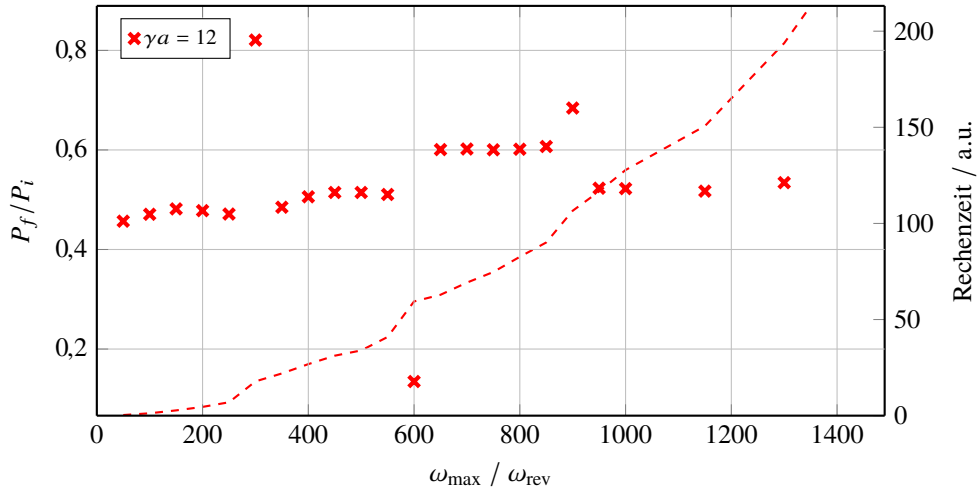


Abbildung 3.10: Untersuchung der Konvergenz der mit *pole* simulierten Polarisation analog zu Abb. 3.8. Hier wurde ein Entwurf des über 3 200 m langen Dämpfungsringes des ILC anstatt des 164 m langen ELSA-Rings simuliert.

Beschleuniger. Dieses wird klar, wenn man die räumliche Auflösung der genäherten Feldverteilung betrachtet. Ein Maß dafür ist die der Grenzfrequenz  $\omega_{\max}$  entsprechende Wellenlänge

$$\lambda_{\min} = \frac{2\pi c}{\omega_{\max}} = \frac{L_0}{j_{\max}}$$

mit der Länge  $L_0$  des Beschleunigers. Daraus folgt, dass die Grenzfrequenz, die benötigt wird um einen Magneten einer festen Länge auflösen zu können, mit der Länge des Beschleunigers zunimmt. Das bedeutet, dass ein Spintracking vergleichbarer Genauigkeit umso mehr Rechenzeit benötigt je größer der simulierte Beschleuniger ist. Abbildung 3.10 zeigt ein Beispiel für einen Entwurf des 3 239 m langen Dämpfungsringes des ILC. Im Bereich bis  $\omega_{\max} = 1\,000\omega_{\text{rev}}$  schwankt die berechnete Polarisation deutlich. Starke Änderungen treten dabei sprunghaft bei Vielfachen von  $300\omega_{\text{rev}}$  auf, was auf eine Symmetrie der Magnetfeldverteilung hindeutet. Oberhalb davon wurden bis  $\omega_{\max} = 1\,500\omega_{\text{rev}}$  noch Änderungen um 1 bis 2 % beobachtet. Eine Grenzfrequenz von  $1\,000\omega_{\text{rev}}$  erscheint daher geeignet. Die selbe räumliche Auflösung wird für den ELSA-Ring mit etwa  $50\omega_{\text{rev}}$  erreicht, was konsistent mit dem Konvergenzverhalten in Abb. 3.8 ist. Eine Verringerung der Anzahl der Terme der FOURIERreihe wäre über eine zusätzliche Amplitudenschwelle wie in Abb. 3.9 möglich, die aber genauso wie die Grenzfrequenz für jeden Fall hinsichtlich der Konvergenz untersucht werden müsste. In Hinblick auf die schneller als linear mit  $\omega_{\max}$  ansteigende Rechenzeit ist von der Verwendung von *pole* für mehr als etwa 200 m lange Beschleuniger abzuraten.

### 3.3 Spintracking über Drehmatrizen mit *polematrix*

In Folge der beschriebenen Nachteile von *pole* wurde im Rahmen dieser Arbeit das Spintracking-Programm *polematrix* entwickelt. Es soll einen einfachen, bekannten Algorithmus verwenden, der keine freien Parameter hat, damit keine umfangreichen Untersuchungen zu Genauigkeit und Konvergenz der Ergebnisse nötig sind. Dadurch wird die Zugänglichkeit des Programms für andere Nutzer deutlich verbessert und der Schwerpunkt der Studien kann wie ursprünglich geplant auf den Einfluss der Synchrotronstrahlung gelegt werden. Das Verfahren soll für beliebige Beschleuniger einsetzbar sein und insbesondere nicht

von der Länge des Beschleunigers abhängen. Die Berechnung der Magnetfelder basierend auf den Teilcentracking-Programmen *MAD-X* und *elegant* soll ohne Neuentwicklung aus *pole* übernommen werden und auch in *polematrix* wahlweise nur den Orbit oder auch die Trajektorien berücksichtigen. Schließlich soll auch *polematrix* das Tracking mehrerer Spins parallel ausführen um die Rechenzeit zu reduzieren.

*polematrix* berechnet die Spinbewegung als Rotation des dreidimensionalen Spinvektors über Drehmatrizen. Dieses bereits in Abschnitt 2.2 erwähnte Verfahren hat zunächst den Vorteil, dass es die Länge des Spinvektors nicht ändert, was bei *pole* noch über eine ausreichend hohe Genauigkeit der Integration sichergestellt werden musste. Die Drehung des Spinvektors zwischen den Positionen  $s_1$  und  $s_2$  wird über

$$\vec{S}(s_2) = \mathbf{R}_{\hat{r}}(\vartheta) \cdot \vec{S}(s_1) \quad (3.10)$$

mit Hilfe der allgemeinen dreidimensionalen Drehmatrix

$$\mathbf{R}_{\hat{r}}(\vartheta) = \begin{pmatrix} \hat{r}_x^2 (1 - \cos \vartheta) + \cos \vartheta & \hat{r}_x \hat{r}_s (1 - \cos \vartheta) - \hat{r}_z \sin \vartheta & \hat{r}_x \hat{r}_z (1 - \cos \vartheta) + \hat{r}_s \sin \vartheta \\ \hat{r}_s \hat{r}_x (1 - \cos \vartheta) + \hat{r}_z \sin \vartheta & \hat{r}_s^2 (1 - \cos \vartheta) + \cos \vartheta & \hat{r}_s \hat{r}_z (1 - \cos \vartheta) - \hat{r}_x \sin \vartheta \\ \hat{r}_z \hat{r}_x (1 - \cos \vartheta) - \hat{r}_s \sin \vartheta & \hat{r}_z \hat{r}_s (1 - \cos \vartheta) + \hat{r}_x \sin \vartheta & \hat{r}_z^2 (1 - \cos \vartheta) + \cos \vartheta \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

für eine Drehung um den Winkel  $\vartheta$  um die Achse  $\hat{r}$  berechnet. Die Rotation wird im mitbewegten Beschleunigerkoordinatensystem (Abb. 2.1), also relativ zur Sollbahn, beschrieben. Drehwinkel und -achse ergeben sich aus der integrierten, nach Gleichung (3.1) normierten Magnetfeldstärke  $\vec{B}$  und den Frequenzen der THOMAS- beziehungsweise LARMORPRÄZSSION wie in der THOMAS-BMT-Gleichung (3.7):

$$\vec{\vartheta}_{x,z} = \gamma a \int_{s_1}^{s_2} \vec{B}_{x,z} ds \quad \text{und} \quad \vec{\vartheta}_s = a \int_{s_1}^{s_2} \vec{B}_s ds . \quad (3.12)$$

Der Drehwinkel ist dann der Betrag  $\vartheta = |\vec{\vartheta}|$  und die Drehachse die Richtung  $\hat{r} = \vec{\vartheta}/\vartheta$ . In den Driftstrecken zwischen den Magneten präzediert der Spin nicht ( $\mathcal{B} = 0$ ). Deshalb kann das Spintracking Element für Element durchgeführt werden. *polematrix* stellt für jedes Element eine Drehmatrix auf und wendet diese dann nacheinander auf den Spinvektor an.

Dabei wird das Magnetfeld  $\vec{B}(\vec{X}_i(s))$ , welches auf Teilchen  $i$  wirkt, genauso wie in *pole* mit *palattice* berechnet (siehe Abschnitt 3.1). Weil die Ablage  $\vec{X}_i(s)$  von der Sollbahn dabei nur in Quadrupolen und Sextupolen relevant ist und sich innerhalb eines solchen Magneten nur wenig ändert, wird die Feldstärke innerhalb eines Elements in guter Näherung als konstant angenommen<sup>5</sup>, sodass das integrierte Feld in Gleichung (3.12) das Produkt der Feldstärke und der effektiven Länge  $l_{\text{eff}}$  ist (vgl. Abb. 3.3):

$$\vec{\vartheta}_{x,z} \approx \gamma a \cdot \vec{B}_{x,z}(\vec{X}_i) l_{\text{eff}} \quad \text{und} \quad \vec{\vartheta}_s \approx a \cdot \vec{B}_s(\vec{X}_i) l_{\text{eff}} . \quad (3.13)$$

Die longitudinale Strahldynamik geht auch bei *polematrix* über  $\gamma(t)$  ein.

Die Auflösung und damit Genauigkeit des Trackings könnte weiter erhöht werden, indem man einige oder alle Magnete in mehrere Scheiben (“slices”) unterteilt und für jede Scheibe eine eigene Matrix aufstellt. So könnten die Teilchenbahnen  $\vec{X}_i$  mit höherer Auflösung verwendet werden. Dies wurde bisher allerdings nicht in *polematrix* implementiert, da es sich für keine der bisherigen Studien als notwendig erwiesen hat. Umgekehrt könnten die Matrizen der Elemente zur Spin-Transfermatrix  $\mathbf{T}$  für einen gesamten Umlauf zusammengefasst werden (siehe Abschnitt 2.2.2), wenn nur der Orbit anstelle der individuellen Trajektorien verwendet wird, weil dann alle Felder umlaufperiodisch sind. Das würde das

<sup>5</sup> Es wird  $\vec{X}_i(s)$  an der Referenzposition des Elements eingesetzt.

Tracking zwar beschleunigen, da nur noch eine Matrixmultiplikation pro Umlauf erforderlich wäre, es könnte aber auch keine longitudinale Strahldynamik mit Synchrotronlichtabstrahlung simuliert werden. Deshalb ist auch dies bisher nicht vorgesehen.

Da das Spintracking nach Gleichung (3.10) Element für Element durchgeführt wird, entsprechen die berechneten Zeitpunkte  $t$  beziehungsweise Positionen  $s$  in jedem Umlauf den Referenzpositionen der Elemente. Dadurch sind auch Ausgaben der Spinvektoren nur zu den entsprechenden Zeitpunkten (Positionen) möglich. Für einen Kreisbeschleuniger werden mit dem Spintracking in der Regel aber ohnehin Vorgänge simuliert, die tausende Umläufe dauern und eine deutlich geringere Schrittweite der Ausgaben erfordern.

### 3.3.1 Implementierung

*polematrix* ist in C++ geschrieben. Um den einfachen Ablauf des Spintrackings zu erläutern, ist in Codeblock 3.1 die Implementation des Trackings für einen Spin gezeigt, welches in der Klasse `TrackingTask` umgesetzt wurde. Die Funktion parametrisiert den Ort entlang der Sollbahn über die Position  $\text{pos} = ct$ , die hier fortlaufend über alle Umläufe verwendet wird. Zunächst wird das Element des Beschleunigers bestimmt, an dem das Tracking beginnt. Dazu wird die vom Nutzer in Form eines Zeitpunktes konfigurierte Startposition abgefragt (Z. 4). Dann wird ein Iterator zum nächsten darauf folgenden Element angelegt (Z. 7-8) und die Position des Elements berechnet (Z. 9). Beides übernimmt die Bibliothek *palattice* mit den in Abschnitt 3.1 vorgestellten Klassen für das Lattice (`pal::AccLattice lattice`) und die Teilchenbahn (`pal::FunctionOfPos orbit`). Während des Trackings werden dann für jedes Element folgende Schritte durchgeführt:

1. Die Teilchenenergie  $\gamma(\text{pos})$  wird nach einem der implementierten Modelle bestimmt, die in Kapitel 4 diskutiert werden. Das Modell wird vom Nutzer konfiguriert und über einen Funktionspointer vor Beginn des Trackings zugewiesen (Z. 11).
2. Die Drehung  $\vec{\theta}$  wird nach Gleichung (3.13) berechnet. Dabei wird das integrierte Magnetfeld des aktuellen Elements abgefragt und die Trajektorie an der Referenzposition des Elements verwendet (Z. 12-13). Letztere ist ebenfalls über einen Funktionspointer umgesetzt, da sie vom Nutzer als Orbit oder Trajektorie konfiguriert werden kann. *palattice* erlaubt in beiden Fällen den Zugriff über ein beliebiges `pos`, indem es dieses in den jeweiligen Datenbereich abbildet.
3. Die Matrixmultiplikation wird mit der nach Gleichung (3.11) berechneten Matrix ausgeführt (Z. 16). Dazu wird die Lineare-Algebra-Bibliothek *Armadillo* [SC16] verwendet.
4. Wenn sich die Position mindestens um das konfigurierte Intervall für die Ausgabe erhöht hat, wird der aktuelle Spinvektor in eine Datei geschrieben und zusätzlich für die spätere Berechnung des Polarisationsvektors zwischengespeichert (Z. 18).
5. Abschließend wird `pos` um den Abstand zum nächsten Element (Z. 21) erhöht und der Iterator inkrementiert (Z. 22). Einem Kreisbeschleuniger entsprechend folgt dabei nach dem letzten Element wieder das erste.

Das Tracking vieler Spins wurde mit Hilfe von `std::thread` parallelisiert. Dazu reiht *polematrix* alle `TrackingTask`-Objekte in eine Warteschlange ein, die von allen Threads gemeinsam abgearbeitet wird. Jeder Thread führt die Funktion `Tracking::processQueue()` aus, die die `TrackingTasks` über einen Iterator auf die Warteschlange zuweist. Der parallele Zugriff muss ausschließlich beim Inkrementieren des Iterators gesperrt werden. Zusätzlich wird ein Thread gestartet, der den Fortschritt aller laufenden

---

```

1 void TrackingTask::matrixTracking()
2 {
3     arma::colvec3 s = config->s_start();
4     double pos = config->pos_start();
5     [...]
6
7     // set start lattice element and position
8     pal::AccLattice::const_iterator currentElement =
9     lattice->behind( orbit->posInTurn(pos), pal::Anchor::end );
10    pos = (orbit->turn(pos)-1) * lattice->circumference() + currentElement.pos();
11
12    while (pos < pos_stop) {
13        double currentGamma = (this->*gamma)(pos);
14        pal::AccTriple omega =
15        currentElement.element()->B_int( (this->*trajectory)(pos) ) * config->a_gyro;
16        omega.x *= currentGamma;
17        omega.z *= currentGamma; // omega.s: suppressed by factor gamma (->TBMT)
18
19        s = rotMatrix(omega) * s; // spin rotation
20
21        if (pos >= pos_nextOut) { // output
22            storeStep(pos,s);
23            pos_nextOut += dpos_out;
24        }
25
26        pos += currentElement.distanceNext(); // step to next element
27        currentElement.revolve();
28    }
29 }

```

---

Codeblock 3.1: Implementierung des Trackings eines einzelnen Spins in *polematrix*.

Trackings ausgibt. Diese Ablaufsteuerung ist in der Klasse `Tracking` untergebracht. Die Konfiguration von *polematrix* ist in der Klasse `Configuration` implementiert, über die alle Parameter direkt in C++ gelesen und gesetzt werden können. Üblicherweise wird *polematrix* aber über eine leicht lesbare *xml*-Datei konfiguriert. Ein `Configuration`-Objekt kann aus dieser Datei geladen und auch wieder gespeichert werden. Dies wurde mit der Bibliothek *Boost.PropertyTree* [KR] umgesetzt, die Parameter aller gängigen Datentypen in einer Baumstruktur organisiert, diese in Dateien speichern und aus Dateien laden kann und dabei auch Standardwerte für optionale Parameter unterstützt. Die Konfiguration ist als `std::shared_pointer` in der `Tracking`-Klasse hinterlegt und wird an jede `TrackingTask` übergeben.

**Kantenfokussierung** Die mit *palattice* berechneten Magnetfelder enthalten aufgrund der Datenstruktur keine Kantenfokussierung (siehe Abschnitt 3.1.1). In *polematrix* können die resultierenden Magnetfelder aber berücksichtigt werden, weil nur die integrierte Feldstärke benötigt wird. Für die Spindynamik sind nur die horizontalen Felder relevant, weil sie zu depolarisierenden Resonanzen beitragen können.

Kantenfokussierung tritt auf, wenn die Endflächen der Polschuhe nicht senkrecht auf der Sollbahn stehen – also der Kantenwinkel  $\Psi \neq 0$  ist. Dann weisen die Feldlinien des Randfeldes, die senkrecht auf den Polschuhen stehend nach außen drängen und normalerweise in *s*-Richtung zeigen, eine *x*-Komponente auf. Dieses horizontale Feld verschwindet bei  $z = 0$ , weil die Feldlinien dort vertikal orientiert sind, und nimmt mit dem Abstand von der Sollbahn zu. So entsteht eine vertikale Fokussierung mit der Brennweite

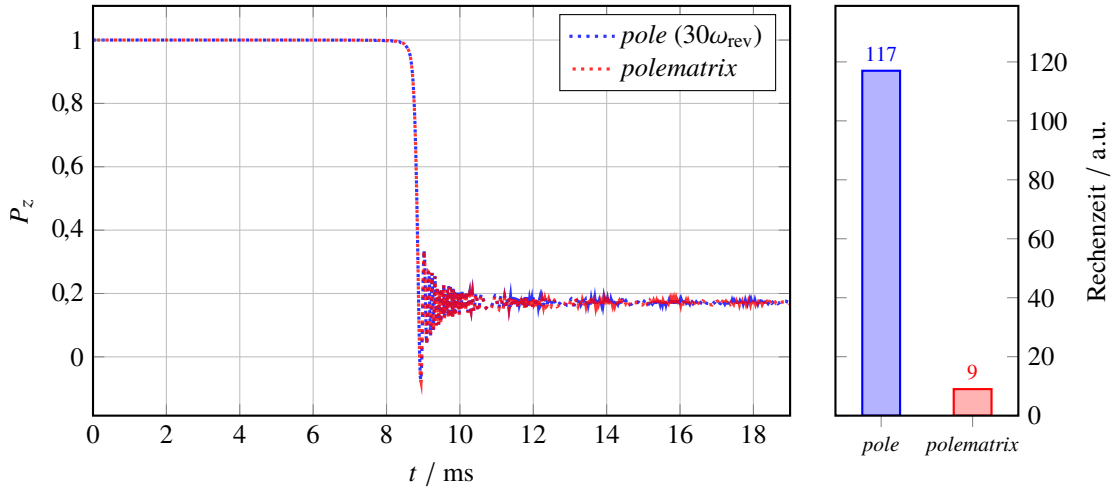


Abbildung 3.11: Simulation einer Kreuzung der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 4$  im ELSA-Ring mit 6 GeV/s. Zum Vergleich wurde das Spintracking sowohl mit *pole* als auch mit *polematrix* ausgeführt. Die Berechnung dauert hier mit *pole* ( $\omega_{\text{max}} = 30\omega_{\text{rev}}$ ) 13 mal so lange wie mit *polematrix*.

[Wil96, Abschnitt 3.4]

$$f_K = \frac{R}{\tan(\Psi)}$$

und der Quadrupolstärke

$$k_K = -\frac{1}{f_k \cdot l_K} = -\frac{\tan(\Psi)}{R \cdot l_K}$$

mit der Länge  $l_K$  entlang der Sollbahn, über die die Kantenfokussierung wirkt. Diese ist im Allgemeinen nicht bekannt. Bei der Berechnung der integrierten horizontalen Feldstärke eines Magneten kann dieser näherungsweise als Abfolge dreier Bereiche konstanter Feldstärke betrachtet werden: Zu dem ursprünglichen Feld  $\mathcal{B}_x$ , das über die Strecke  $l_{\text{eff}}$  anliegt, kommen die zwei Randfeldbereiche mit der Feldstärke  $\mathcal{B}_{x,K}(z) = k_K \cdot z$  (nach Gleichung (3.2)) und der Länge  $l_K$  hinzu. Daraus folgt für das integrierte Feld

$$\int_{s_1}^{s_2} \mathcal{B}_x = k_{K,1} \cdot z_1 \cdot l_{K,1} + \mathcal{B}_x \cdot l_{\text{eff}} + k_{K,2} \cdot z_2 \cdot l_{K,2} = \mathcal{B}_x \cdot l_{\text{eff}} - \frac{z(s_1) \tan(\Psi_1) + z(s_2) \tan(\Psi_2)}{R}.$$

Dieser Ausdruck hängt nicht mehr von  $l_K$  ab und kann aus den bekannten Lattice-Informationen und Trajektorien berechnet werden. Der Zusatzterm wurde in *polematrix* für Dipolmagnete implementiert und kann in der Konfigurationsdatei mit der Option `<edgeFocussing>` aktiviert werden. Darüber hinaus bewirkt die Kantenfokussierung auch eine horizontale Defokussierung (siehe [Wil96, Abschnitt 3.4]), deren vertikales Feld aber keinen signifikanten Einfluss auf die Spindynamik hat.

### 3.3.2 Vergleich mit *pole*

In Abb. 3.11 ist beispielhaft die Simulation einer Resonanzkreuzung im ELSA-Ring mit *pole* und *polematrix* zu sehen. Beide basieren auf dem selben aus *MAD-X* eingelesenen Orbit und es wurde keine longitudinale Strahldynamik simuliert. Die berechnete Polarisation stimmt über den gesamten Zeitbereich sehr gut überein. Die Änderung der vertikalen Polarisation bei der Resonanzkreuzung

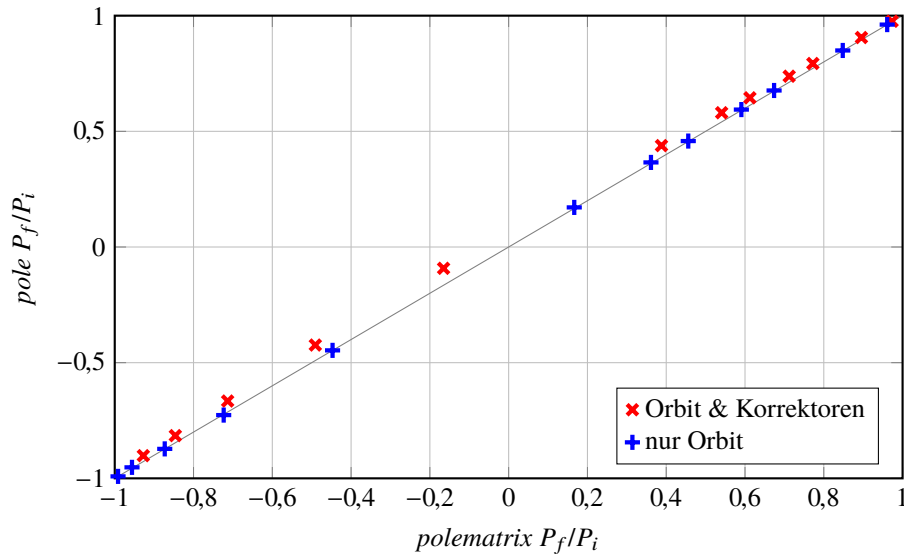


Abbildung 3.12: Korrelation der Polarisation nach Kreuzung von  $\gamma a = 4$  wie in Abb. 3.11 berechnet von *pole* und *polematrix* für verschiedene Resonanzstärken. Die Resonanz wurde durch Ablagen des Orbits und Felder der Korrektormagnete angeregt.

$P_f/P_i := P_z(19 \text{ ms})/P_z(0 \text{ ms})$  unterscheidet sich zwischen beiden Programmen um weniger als 0,005.

Weitere Simulationen mit unterschiedlichen Resonanzstärken bestätigen dieses Bild. In Abb. 3.12 sind die Ergebnisse  $P_f/P_i$  von *pole* und *polematrix* gegeneinander aufgetragen. Es wurde jeweils die gleiche Resonanzkreuzung mit unterschiedlich starken horizontalen Feldern simuliert. Dazu wurden die Feldstärken aller Korrektormagnete um den selben Faktor variiert. Zusätzlich ändert sich dadurch der von *MAD-X* berechnete vertikale Orbit und damit die horizontalen Felder in den Quadrupolmagneten. Beides ändert die Resonanzstärke. Um die Effekte zu unterscheiden, wurde jeweils eine zusätzliche Simulation durchgeführt, bei der der selbe Orbit importiert, aber die Korrektormagnete für das Spintracking ausgeschaltet wurden. Bei ausgeschalteten Korrektormagneten sind die Ergebnisse sehr gut korreliert. Mit Korrektormagneten liefert *pole* eine um einige Prozent größere Polarisation, also eine geringe Stärke der Resonanz. Der Grund für diese Abweichung ist, dass *pole* nur mit  $\omega_{\max} = 30\omega_{\text{rev}}$  verwendet wurde, sodass die Felder der nur etwa 13 cm langen Korrektormagnete nicht aufgelöst werden konnten und ihr Beitrag zur Resonanz fehlt.

Zusätzlich sind in Abb. 3.11 die benötigten Rechenzeiten gegenübergestellt: *polematrix* kommt hier in weniger als 8 % der Zeit zum selben Ergebnis wie *pole*, obwohl dieses nur  $\omega_{\max} = 30\omega_{\text{rev}}$  verwendet. Das bestätigt deutlich, dass der mit *pole* getestete neuartige Ansatz nicht zur gewünschten Verkürzung der Rechenzeit beim Spintracking führt, sondern in seiner jetzigen Form schon bei vergleichsweise kleinen Beschleunigern nicht mit einem einfachen elementweisen Matrixverfahren mithalten kann. Vorteile hat *pole* gegebenenfalls durch die adaptive Schrittweite, wenn ein Schritt pro Element nicht ausreichend genau ist. Kommen jedoch explizit zeitabhängige Felder oder Einzelteilchentrajektorien hinzu, erhöht sich der Aufwand für *pole*, da für jedes Teilchen eine eigene FOURIERtransformation der individuellen Feldverteilung über viele Umläufe berechnet werden muss. Für *polematrix* können Magnete mit zeitabhängigem Feld leicht implementiert werden, da die Felder direkt für jedes Element mit *palattice* abgefragt werden. Ein Beispiel dazu ist in Abb. 7.2 zu finden.

In Abschnitt 4.6 werden genauere Angaben zur Rechenzeit von *polematrix* gemacht. Mit *polematrix* durchgeführte Simulationen werden in den Abschnitten 4.3 bis 4.5, 6.4, 6.5, 7.1 und 7.4 verwendet.

*polematrix* wurde als Open-Source-Programm veröffentlicht [Schb] und ist somit jedem zur Nutzung und Weiterentwicklung zugänglich. Die Konfiguration ist in Anhang A dokumentiert.

### 3.4 Bestimmung von Resonanzstärken

Die Änderung der vertikalen Polarisierung  $P_f/P_i$  beim Kreuzen einer einzelnen, isolierten Resonanz während einer linearen Energierampe kann auch mit der FROISSART-STORA-Formel (2.17) beziehungsweise (2.18) berechnet werden – sofern die Resonanzstärke  $\varepsilon$  bekannt ist. In diesen Fällen kann ein Algorithmus zur Bestimmung der Resonanzstärke also eine Alternative zum gegebenenfalls deutlich aufwändigeren Spintracking sein. Außerdem erlauben die Resonanzstärken den direkten Vergleich verschiedener Feldverteilungen bezüglich depolarisierender Resonanzen.

Die Berechnung von Resonanzstärken wurde von COURANT und RUTH in [CR80] ausführlich beschrieben. Sie erhalten [CR80, Gl. (26)]

$$\varepsilon(\gamma a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \zeta(\theta) e^{i\gamma a \theta} d\theta \stackrel{(2.12)}{=} \frac{1}{2\pi} \int_0^{L_0} \frac{\zeta(s)}{R(s)} e^{i\gamma a \theta(s)} ds. \quad (3.14)$$

Dabei handelt es sich um die FOURIERTRANSFORMATION von  $\zeta(\theta)$  bezüglich des für die Spinpräzession relevanten Parameters  $\theta$ , dem Umlaufwinkel (siehe Abschnitt 2.4). Über die zugehörige Frequenz  $\omega^\theta \equiv \gamma a$  kann jede Resonanz eindeutig als ein Beitrag in diesem Spektrum der Resonanzstärken identifiziert werden.

Folglich enthält  $\zeta$  die Magnetfelder in der horizontalen  $x$ - $s$  Ebene, weil diese depolarisierende Resonanzen treiben können. Es ist definiert als [CR80, Gl. (17) und (22)]

$$\zeta := i\Omega_s^\theta - \Omega_x^\theta, \quad (3.15)$$

wobei  $\vec{\Omega}^\theta$  die Frequenz der Spinpräzession gemäß der mit  $\theta$  parametrisierten THOMAS-BMT-Gleichung

$$\frac{d\vec{S}}{d\theta} = \vec{\Omega}^\theta \times \vec{S}$$

ist.

#### 3.4.1 Berechnung mit DEPOL

COURANT und RUTH bestimmen  $\zeta$  in einer linearen Näherung [CR80, Gl. (74)]:

$$\zeta(s) \approx -R(s) \cdot \left[ (1 + \gamma a) \left( z''(s) + i \frac{z'(s)}{R(s)} \right) - i(1 + a) \left( \frac{z(s)}{R(s)} \right)' \right].$$

Durch Einsetzen der Näherung in Gleichung (3.14) ergeben die drei Summanden drei voneinander unabhängige Integrale. Weil  $k(s)$  und  $1/R(s)$  Stufenfunktionen sind, die nur innerhalb einiger Magnete von Null verschieden sind, können die Integrale wiederum für jeden Magneten getrennt gelöst werden. Im ersten Integral kann mit Hilfe der HILL'schen Differentialgleichung (2.6)  $z''(s) = -k(s) \cdot z(s)$  eingesetzt werden. In den anderen beiden Termen kann  $z'$  durch partielle Integration in  $z$  überführt werden.

Zur Berechnung der Resonanzstärke sind dann nur die Lattice-Informationen und die vertikale Teilchenbahn  $z(s)$  erforderlich. Die so ermittelten Resonanzstärken enthalten vor allem die Felder



der Quadrupolmagnete<sup>6</sup> ( $k$ ). Die Methode wurde von COURANT in dem Fortran-Programm *DEPOL* implementiert, welches Lattice, Orbit und Twissparameter aus der Ausgabe von *MAD-8* einliest. Später wurde *DEPOL* zur Verwendung mit *MAD-X* angepasst.

### 3.4.2 Berechnung mit *polematrix*

Neben der Tatsache, dass *DEPOL* eine lineare Näherung der Strahldynamik vornimmt, werden auch verschiedene Magnetfelder nicht berücksichtigt, die maßgeblich zur Stärke depolarisierender Resonanzen beitragen können. Dazu zählen insbesondere Felder von Korrektormagneten und Aufstellungsfehler – zum Beispiel horizontale Felder, die durch Verkippung der Dipole um die Strahlachse (Winkel  $\Phi$ ) auftreten. Deshalb ist es wünschenswert  $\zeta$  allgemeiner aus einer beliebigen Magnetfeldverteilung auf Grundlage eines vollständigen Teilchentrackings zu berechnen.  $\vec{\Omega}^\theta$  kann aus der Präzessionsfrequenz  $\vec{\Omega}_{\text{TBMT}}$  der gewöhnlichen, mit der Zeit parametrisierten THOMAS-BMT-Gleichung berechnet werden:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{S}}{dt} &= \vec{\Omega}_{\text{TBMT}} \times \vec{S} \\ \frac{d\vec{S}}{ds} &= \frac{d\vec{S}}{dt} \frac{dt}{ds} = \frac{1}{c} \cdot \vec{\Omega}_{\text{TBMT}} \times \vec{S} \\ \frac{d\vec{S}}{d\theta} &= \frac{d\vec{S}}{ds} \frac{ds}{d\theta} = \underbrace{\frac{R(s)}{c}}_{=: \vec{\Omega}^\theta} \cdot \vec{\Omega}_{\text{TBMT}} \times \vec{S}.\end{aligned}$$

Wird die THOMAS-BMT-Gleichung in der Näherung aus Gleichung (3.6) unter Vernachlässigung elektrischer Felder verwendet, ergibt sich

$$\vec{\Omega}^\theta = \frac{R(s)}{c} \vec{\Omega}_{\text{TBMT}} \approx -R(s) \cdot \left[ \gamma a \vec{\mathcal{B}}_\perp + a \vec{\mathcal{B}}_\parallel \right]$$

und somit durch Einsetzen in Gleichung (3.15)

$$\zeta(s) = R(s) \cdot \left[ (1 + \gamma a) \mathcal{B}_x(s) - i(1 + a) \mathcal{B}_s(s) \right].$$

Das Integral in Gleichung (3.14) kann Element für Element gelöst werden, da in den Driftstrecken  $\zeta = 0$  gilt. Innerhalb eines Elements  $E$  wird das Magnetfeld, und damit  $\zeta(s)$ , als konstant angenommen. Das heißt insbesondere auch, dass die Teilchenbahn innerhalb eines Elements, wie auch beim Spintracking mit *polematrix*, als konstant genähert wird. Es wird die Referenzposition  $s_E$  des jeweiligen Elements verwendet. Dann gilt

$$\varepsilon(\gamma a) = \sum_E \varepsilon_E(\gamma a, s_E), \quad (3.16)$$

wobei zwischen Dipolen und anderen Elementen unterschieden werden muss, da sich  $\theta$  nur in Dipolen ändert ( $\theta_1 \rightarrow \theta_2$ ). Mit der Definition des Umlaufwinkels  $\theta$  nach Gleichung (2.12) ist deshalb

$$\varepsilon_{\text{Dipol}}(\gamma a, s) \approx \frac{\zeta(s)}{2\pi} \cdot \frac{R}{i\gamma a} \left( e^{i\gamma a \theta_2(s)} - e^{i\gamma a \theta_1(s)} \right)$$

<sup>6</sup> Sextupole können prinzipiell über eine positionsabhängige Quadrupolstärke  $k(\vec{\lambda}_i)$  hinzugefügt werden.

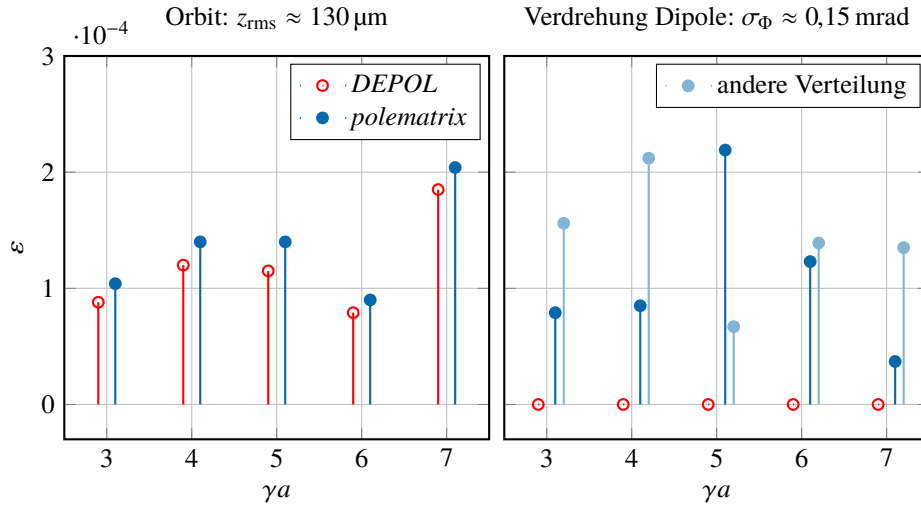


Abbildung 3.13: Beispiele für Resonanzstärken von Imperfektionsresonanzen im berechnet mit *DEPOL* und *polematrix*. Links wurde ausschließlich ein von der Referenzbahn abweichender Orbit in *MAD-X* eingestellt. Rechts bewegen sich die Teilchen entlang des Referenzorbits, aber alle Dipole sind um die Strahlachse verdreht. Die Drehwinkel  $\Phi$  sind GAUSSverteilt und es sind Ergebnisse für zwei verschiedene Verteilungen aufgetragen.

und für andere Elemente mit der Länge  $l_{\text{eff}}$

$$\varepsilon_{\text{andere}}(\gamma a, s) \approx \frac{\zeta(s)}{2\pi} \cdot e^{i\gamma a \theta(s)} \cdot l_{\text{eff}}.$$

Dieses Verfahren wurde in *polematrix* implementiert<sup>7</sup>. Eine sehr ähnliche Methode wird auch in [Luo+15] beschrieben. In *polematrix* werden für die Bestimmung der Resonanzstärken die gleichen auf *palattice* basierenden Methoden wie für das Spintracking verwendet: Die Ergebnisse des Teilchentrackings werden aus *elegant* oder *MAD-X* importiert und auch alle Magnetfelder werden auf identische Weise berechnet. Alle Einstellungen werden aus den vom Spintracking bekannten Einträgen in der Konfigurationsdatei übernommen.

Abbildung 3.13 zeigt zwei Beispiele für mit *DEPOL* und *polematrix* bestimmte Resonanzstärken von Imperfektionsresonanzen im ELSA-Ring. Da *DEPOL* viele Magnetfelder nicht berücksichtigt, wurde im linken Teil ausschließlich ein von der Referenzbahn abweichender Orbit verwendet, den beide Programme beherrschen. Dazu wurden die Ausgabedateien von *MAD-X* nachträglich verändert und alle anderen Felder vor dem Import durch *DEPOL* und *polematrix* entfernt. Die Ergebnisse beider Programme unterscheiden sich nur wenig. Die genaue Größe der Abweichung und deren Vorzeichen unterscheiden sich je nach Feldverteilung (Orbit). Im rechten Beispiel wurden hingegen nur Aufstellungsfehler verwendet, indem die Orbit-Ablagen nachträglich in den Ausgabedateien auf null gesetzt wurden. *DEPOL* erkennt daraufhin keine Resonanzstärken mehr. Die Aufstellungsfehler sind hier Verdrehungen aller Dipolmagnete (um die Strahlachse), die um den Winkel  $\Phi = 0$  (keine Verdrehung) GAUSSverteilt sind. *polematrix* wurde für zwei verschiedene statistische Verteilungen der Winkel  $\Phi$  mit gleicher Breite  $\sigma_{\Phi}$  ausgeführt. Dies veranschaulicht, dass die individuelle Anordnung der Felder im Ring ausschlaggebend für die resultierenden Resonanzstärken ist und sich diese nicht ohne genaue Kenntnisse aller Aufstellungsfehler berechnen lassen.

<sup>7</sup> Die Bestimmung von Resonanzstärken wird als eigener Modus von *polematrix* alternativ zum Spintracking ausgeführt und mit der Kommandozeilenoption `-R` gestartet (siehe Anhang A).

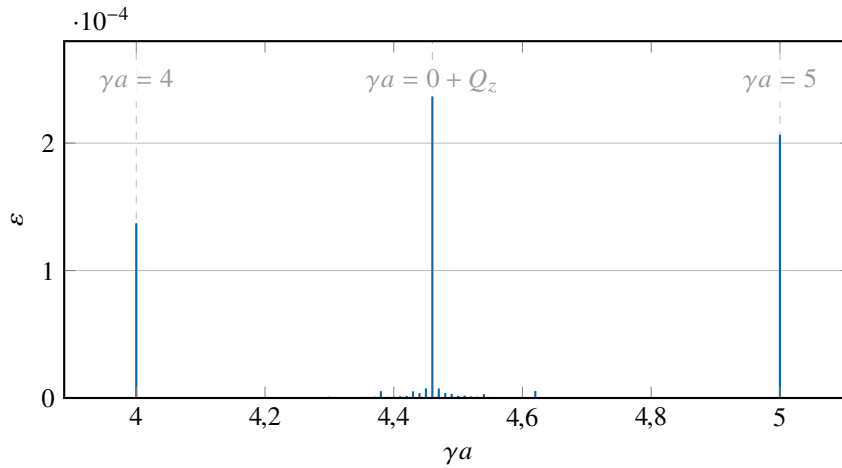


Abbildung 3.14: Beispiel für mit *polematrix* berechnete Resonanzstärken im ELSA-Ring unter Einbeziehung der individuellen Trajektorien von 100 Teilchen über 1 000 Umläufe. Die Trajektorien wurden mit *elegant* simuliert.

**Intrinsische Resonanzen** Die FOURIERtransformation in Gleichung (3.14) beziehungsweise (3.16) wird aus der Feldverteilung für nur einen Umlauf  $s \in [0, L_0]$  berechnet und kann deshalb auch nur ganzzahlige, also umlaufharmonische, Frequenzen  $\omega^\theta \equiv \gamma a \in \mathbb{N}$  enthalten (vergleiche *pole*, Abschnitt 3.2). Analog zu den FOURIERreihen in *pole* muss die Feldverteilung über  $N_u$  Umläufe bestimmt werden um eine Spinarbeitspunkt-Auflösung von  $\Delta\gamma a = 1/N_u$  zu erhalten (siehe Gleichung (3.9)). Dazu wird in Gleichung (3.16) die Summation über alle Elemente  $N_u$  mal ausgeführt, wobei im Umlauf  $n \in [0, N_u)$  die Position  $s_E$  durch  $s_E + n \cdot L_0$  ersetzt wird. Abschließend wird  $\varepsilon$  auf  $N_u$  normiert.

Wie auch beim Spintracking kann  $\vec{B}(\vec{X})$  wahlweise nur entlang des Orbits oder entlang der Trajektorien  $\vec{X}_i$  einzelner Teilchen ausgewertet werden. Im ersten Fall ist die gesamte Feldverteilung umlaufperiodisch (sofern keine Wechselfelder verwendet werden) und es sind nur die Imperfektionsresonanzen bei ganzzahligen  $\gamma a$  sichtbar. Im zweiten Fall sind auch intrinsische Resonanzen enthalten und nur dafür ist eine Verwendung von  $N_u > 1$  erforderlich. Weil die Stärke der intrinsischen Resonanzen aufgrund der individuellen Trajektorien für jedes Teilchen  $i$  unterschiedlich ist, sollte Gleichung (3.16) dann außerdem für  $N$  Teilchen mit einer realistischen Phasenraumverteilung berechnet und die Resonanzstärke anschließend gemittelt werden:

$$\varepsilon(\gamma a) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i(\gamma a).$$

Alternativ kann als Referenzwert  $\varepsilon_\sigma$  eines Teilchens mit einer Betatronschwingungsamplitude bei  $1\sigma$  der Phasenraumverteilung betrachtet werden, der auch in die FROISSART-STORA-Formel (2.18) eingeht. Allerdings ist dies bei Berechnung aus einem realistischen Teilchenttracking für Elektronen streng genommen nicht möglich, weil sich die Schwingungsamplituden aller Teilchen aufgrund der Synchrotronstrahlung mit der Zeit ändern.

In Abb. 3.14 sind exemplarisch mit *polematrix* über 1 000 Umläufe von 100 Teilchen im ELSA-Ring berechnete Resonanzstärken aufgetragen. Die Trajektorien wurden mit *elegant* simuliert. Die intrinsische Resonanz  $\gamma a = 0 + Q_z = 4,46$  ist deutlich zu erkennen. Durch die individuelle Dynamik der Teilchen hat die Resonanz eine gewisse Breite und es treten verschiedene Seitenbänder auf, die umso stärker unterdrückt werden, je mehr Teilchen zur Berechnung verwendet werden.

### **3.4.3 Zusammenfassung**

Die numerische Bestimmung von Resonanzstärken ist gut geeignet um einen relativen Vergleich depolarisierender Resonanzen und insbesondere der Auswirkungen verschiedener Einstellungen des Beschleunigers auf die Stärke der Resonanzen durchzuführen. So kann etwa die Beurteilung von Korrekturverfahren gegebenenfalls schneller erfolgen als mit Spintracking-Simulationen. Das in *poematrix* implementierte Verfahren berücksichtigt alle in *palattice* implementierten Magnetfelder.

Ungeeignet ist die Methode hingegen zur präzisen Bestimmung von Polarisationsgraden, insbesondere wenn mehrere Resonanzen gekreuzt werden oder die longitudinale Dynamik berücksichtigt werden soll, die im hier beschriebenen Verfahren gar nicht enthalten ist. Ihr Einfluss auf die Polarisation wird im folgenden Kapitel [4](#) thematisiert.

---

## Depolarisation und Synchrotronstrahlung

---

Die wesentlichen Abweichungen der Spindynamik in einem Elektronensynchrotron von der in einem Protonensynchrotron ergeben sich aus den Unterschieden in der longitudinalen Strahldynamik. In Folge der stochastischen Synchrotronlichtabstrahlung ist es erforderlich Elektronensynchrotrone mit einem deutlich höheren Überspannungsfaktor zu betreiben, was zu einer deutlich höheren Synchrotronfrequenz führt. Darüber hinaus verändert der stochastische Energieverlust den individuellen Verlauf der Energieschwingungen. Wie in Abschnitt 2.5.2 erläutert, ist die Spindynamik direkt an die longitudinale Strahldynamik gekoppelt, weil der Spinarbeitspunkt  $\gamma a$  proportional zur Teilchenenergie ist. Unbedingte Voraussetzung für numerische Studien der Spindynamik in Elektronensynchrotronen ist deshalb ein 6D Teilchentracking mit einem realistischen Modell der longitudinalen Dynamik, welches Synchrotronstrahlung berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dafür *elegant* gewählt, weil es, neben den in Abschnitt 3.1.2 beschriebenen Vorteilen für den Import der Tracking-Ergebnisse in das Spintracking, auch ein realistisches Modell der Synchrotronlichtabstrahlung bietet.

Das Ziel der in diesem Kapitel vorgestellten Untersuchungen ist es, die Einflüsse der longitudinalen Strahldynamik auf die Polarisation mit *polematrix* zu simulieren. Dies geschah zunächst auf Basis des etablierten *elegant*-Trackings, um darauf aufbauend dann ein eigenes Modell in *polematrix* zu implementieren, damit auf das zeitaufwändige Einlesen der Trackingergebnisse von *elegant* verzichtet werden kann.

In Abschnitt 4.1 werden die Auswirkungen der Synchrotronstrahlung auf die Strahldynamik anhand von mit *elegant* simulierten Beispielen zusammengefasst und anschließend in Abschnitt 4.2 das eigene in *polematrix* implementierte Modell beschrieben und mit *elegant* verglichen. In den folgenden Abschnitten werden dann die Studien der Spindynamik mit verschiedenen Modellen der longitudinalen Strahldynamik vorgestellt. Sie werden in zwei verschiedene Szenarien unterteilt: Abschnitt 4.3 widmet sich mit einer konstanten Energie gespeicherten Elektronenstrahlen und dem Verschwinden der Polarisation senkrecht zur invarianten Spinachse. In Abschnitt 4.4 wird dann der Einfluss der longitudinalen Strahldynamik auf das Kreuzen depolarisierender Resonanzen behandelt.

### 4.1 Auswirkungen von Synchrotronstrahlung auf die Strahldynamik

#### 4.1.1 Strahlungsgleichgewicht

Die Abstrahlung von Synchrotronlicht führt dazu, dass die Elektronen Energie verlieren, die im Mittel in den Hochfrequenzresonatoren wieder zugeführt wird (Gleichung (2.20)). Wie in Abschnitt 2.5 beschrieben, werden Betatron- und Synchrotronschwingungen dadurch sowohl gedämpft als auch angeregt, sodass ein

Gleichgewichtszustand entsteht, in dem die Strahlbreiten und Emittanzen durch die Strahlenergie und die Optik des Beschleunigers festgelegt sind und nicht mehr von der Vorgeschichte des Teilchenstrahls, etwa der Injektion oder einer temporären Anregung, abhängen. Die Dämpfungskonstanten für die Schwingungen der Teilchen können wie folgt berechnet werden [Wil96, Kapitel 6]:

$$\alpha_{x,z,s} = \frac{\Delta E_{\text{rev}}}{2E_0 T_0} \cdot J_{x,z,s} \quad \text{mit} \quad J_x = 1 - \mathcal{D}, \quad J_z = 1, \quad J_s = 2 + \mathcal{D}. \quad (4.1)$$

$\mathcal{D}$  wird von der Optik des Beschleunigers bestimmt. Nach dem sogenannten ROBINSONTHEOREM ist die Summe der Dämpfungszahlen  $J_x + J_z + J_s = 4$  erhalten. In einem ebenen<sup>1</sup> Kreisbeschleuniger mit getrennten Dipol- und Quadrupolmagneten (“separated function”) gilt  $\mathcal{D} \ll 1$  und damit  $J_x \approx J_z \approx 1$  und  $J_s \approx 2$ , was einer Dämpfung der Teilchenschwingungen in allen drei Ebenen entspricht. Die Dämpfungszeiten  $\tau_{x,z,s} = \alpha_{x,z,s}^{-1}$  betragen beispielsweise bei einer Strahlenergie von 2,35 GeV im ELSA-Ring  $\tau_x \approx \tau_z \approx 10$  ms und  $\tau_s \approx 5$  ms.

Die Strahlbreiten im Gleichgewichtszustand lassen sich aus Anregung und Dämpfung berechnen. In der longitudinalen Ebene ergibt sich die Energiebreite im Gleichgewicht [San71, Abschnitt 5.2]

$$\left(\frac{\sigma_E}{E_0}\right)^2 = \gamma^2 \frac{C_q}{J_s R} \quad \text{mit} \quad C_q = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{m_e c} \approx 3,84 \cdot 10^{-13} \text{ m}. \quad (4.2)$$

Bei 2,35 GeV im ELSA-Ring entspricht dies  $\sigma_E/E_0 \approx 6 \cdot 10^{-4}$ . Aus der Energiebreite kann über die Phasenfokussierung (siehe Abschnitt 2.3.2) auch auf die zeitliche Verteilung der Teilchen geschlossen und damit die Bunchlänge  $\sigma_t$  berechnet werden [San71, Abschnitt 5.4]:

$$\sigma_t = \frac{\alpha_c}{\omega_s} \frac{\sigma_E}{E_0}. \quad (4.3)$$

Die transversalen Strahlbreiten sind beispielsweise in [San71, Abschnitt 5.5, 5.6] zu finden.

Die Strahlungsdämpfung kann auch mit *elegant* simuliert werden. Die Synchrotronstrahlung berechnet *elegant*, indem es für jedes Elektron beim Passieren eines Dipols würfelt wie viele Photonen welcher Energie abgestrahlt werden und die Teilchenenergie entsprechend reduziert. Um diese Funktion zu nutzen werden im *elegant*-Lattice alle Dipolmagnete als Elemente vom Typ CSBEND angegeben und die Abstrahlung über deren Option `use_rad_dist=1` aktiviert. Dabei muss die Genauigkeit des Trackings hoch genug gewählt werden, damit die Weglänge der Elektronen im Dipol, und damit ihre Energie, ausreichend präzise berechnet wird<sup>2</sup>. Abbildung 4.1 zeigt eine Simulation der Dämpfung der Betatron- und Synchrotronoschwingungen in allen drei Ebenen bei 2,35 GeV im ELSA-Ring. Dazu wurden 50 Elektronen über etwa 36 500 Umläufe verfolgt und ihre Koordinaten in jedem Umlauf hinter dem Quadrupol QF8 aufgezeichnet. Die Startpositionen der Elektronen im Phasenraum wurden explizit so gewählt, dass die Emittanzen in allen drei Ebenen größer als die Gleichgewichtswerte sind, damit die Dämpfung deutlich sichtbar ist. In Abb. 4.1 sind exemplarisch die Trajektorien einiger Elektronen dargestellt. Auf der betrachteten Zeitskala sind die einzelnen Schwingungen nicht zu erkennen, sondern lediglich der Verlauf der Amplituden. Neben der Dämpfung zeigen sich insbesondere in der horizontalen und longitudinalen Ebene auch die kurzfristigen Amplitudenänderungen einzelner Teilchen aufgrund der stochastischen

<sup>1</sup> Ein Beschleuniger wird als „eben“ bezeichnet, wenn die gesamte Sollbahn auf einer Höhe liegt, also kein Dipolmagnet vertikal ablenkt.

<sup>2</sup> Die Genauigkeit der Integration wird über den Parameter `N_KICKS` jedes Magneten eingestellt. Der Standardwert 4 führt im Fall des ELSA-Rings zu einer um etwa 200 bis 300 keV zu kleinen Sollenergie. Deshalb wurde für die Dipole `N_KICKS=40`, für die Quadrupole `N_KICKS=20` und für die Sextupole `N_KICKS=10` gewählt.

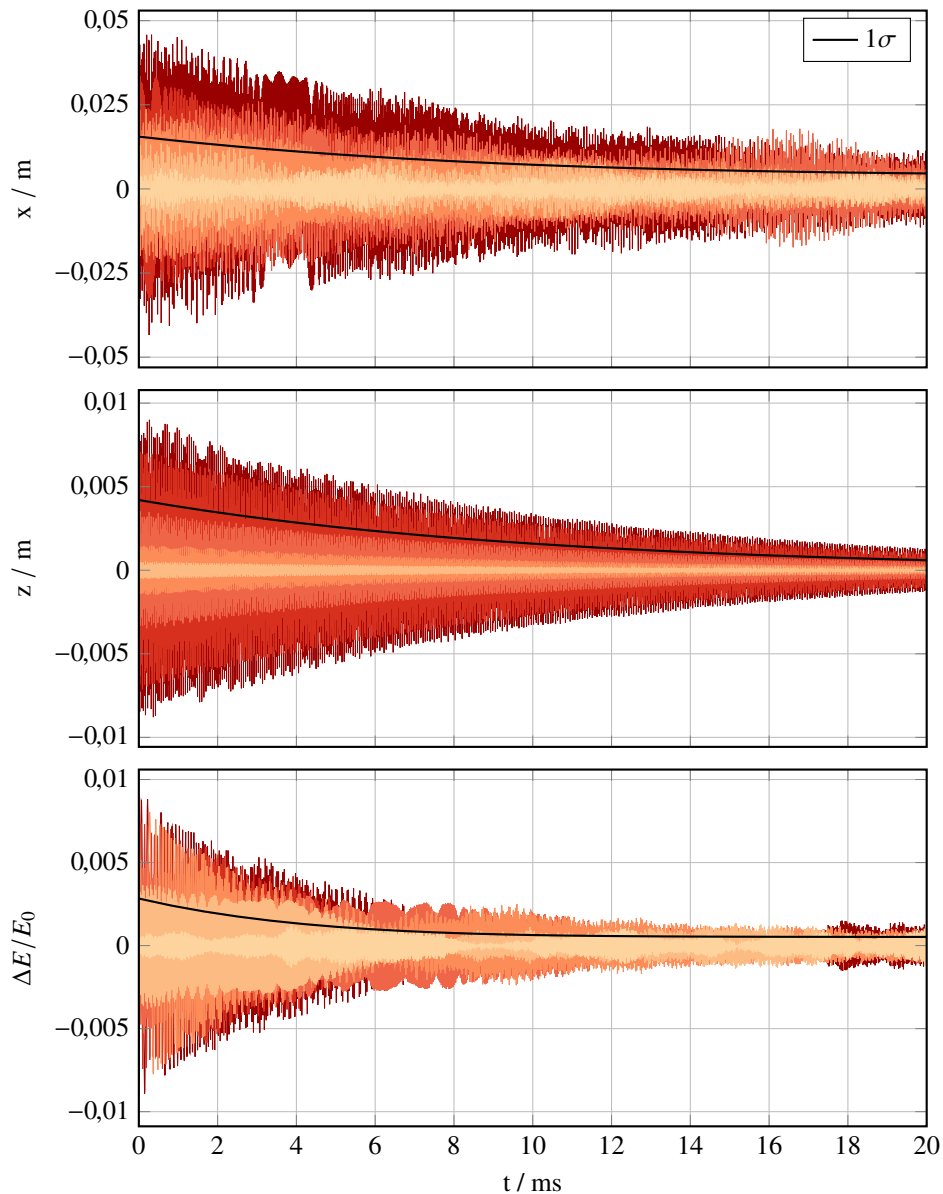


Abbildung 4.1: *elegant*-Simulation der Strahlungsdämpfung der Betatron- beziehungsweise Synchrotron-schwingungen in allen drei Ebenen. Es wurden 50 Elektronen bei 2,35 GeV im ELSA-Ring an der Position des Quadrupols QF8 aufgezeichnet. In allen Ebenen wurden die Startwerte der Emittanzen größer als der Wert im Gleichgewicht gewählt. Der zeitliche Verlauf der Strahlbreiten wurde hier als Standardabweichung der 50 Trajektorien berechnet.

#### Abstrahlung.

Die Strahlbreite kann aus einem solchen Teilchenttracking statistisch über die Breite der Verteilung bestimmt werden. Hier wurden die Strahlbreiten in allen drei Ebenen in jedem Umlauf als Standardabweichung der 50 Trajektorien berechnet, weil diese für einen Elektronenstrahl GAUSSverteilt sind (vgl. Abb. 4.6). Die Strahlbreiten  $\sigma$  sind ebenfalls in Abb. 4.1 aufgetragen. Um daraus die Dämpfungszeit  $\tau$  und die Strahlbreite im Gleichgewicht  $\sigma_0$  abzuschätzen wird der zeitliche Verlauf mit der Exponentialfunktion

$$\sigma^2(t) = (\sigma_{\text{start}}^2 - \sigma_0^2) \cdot e^{-2t/\tau} + \sigma_0^2 \quad (4.4)$$

nachgebildet. Dabei ist zu beachten, dass der Verlauf der Strahlbreite von der Dämpfung der Amplituden

$$A(t) \propto e^{-t/\tau}$$

der einzelnen Trajektorien abweicht, wenn  $\sigma_0$  nicht vernachlässigbar ist. Für die longitudinale Schwingung kann dies mit [San71, Gl. (5.27), (5.28)] motiviert werden. Diese geben die Differentialgleichung für den Erwartungswert  $\langle A^2 \rangle$  an, der unter Annahme einer harmonischen Schwingung (Sinus)  $2\sigma^2$  entspricht (vgl. [San71, Gl. (5.30)]). Daraus folgt

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = X - \frac{2}{\tau} \cdot \sigma^2$$

mit einem zu  $\sigma^2$  proportionalen Dämpfungsterm und einer von  $\sigma^2$  unabhängigen Anregung  $X$ . Setzt man ein, dass im Gleichgewicht  $d\sigma^2/dt = 0$  und  $\sigma^2 := \sigma_0^2$  gelten, folgt die Differentialgleichung

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = \frac{2}{\tau} \cdot (\sigma_0^2 - \sigma^2(t)) ,$$

welche von Gleichung (4.4) gelöst wird.

So konnten aus Abb. 4.1 die Dämpfungszeiten  $\tau_z = (10,2 \pm 0,2)$  ms und  $\tau_x = (10,9 \pm 0,2)$  ms bestimmt werden, die recht gut mit dem erwarteten Wert übereinstimmen. Durch die stochastische Abstrahlung streuen die Ergebnisse in der horizontalen und longitudinalen mehr als in der vertikalen Ebene. Weil die longitudinale Dynamik für die Anwendung beim Spintracking von besonderem Interesse ist, wurden hier viele Simulationen durchgeführt<sup>3</sup>, deren Ergebnisse gemittelt und die Standardabweichung als systematischer Fehler verwendet. So erhält man  $\tau_s = (5,1 \pm 0,2)$  ms und  $\sigma_E/E_0 = \sigma_0 = (6,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$ . Zusätzlich wurden Simulationen durchgeführt, die bereits im Gleichgewichtszustand beginnen. Aus diesen resultiert im Mittel  $\sigma_E/E_0 = (5,8 \pm 0,5) \cdot 10^{-4}$ . Alle Resultate sind mit den erwarteten Werten verträglich.

#### 4.1.2 Phasenraum

*elegant* kann so konfiguriert werden, dass die Phasenraumverteilung bereits zum Start des Teilchen-trackings dem Gleichgewichtszustand entspricht<sup>4</sup>. Abbildung 4.2 demonstriert, welchen Einfluss die Synchrotronstrahlung in diesem Fall noch auf den longitudinalen Phasenraum hat: Ohne Abstrahlung von Synchrotronlicht in den Dipolen (`use_rad_dist=0`) verbleibt jedes Teilchen auf einer festen Ellipse im Phasenraum – die Einzelteilchenemittanzen verändern sich nicht. Durch die Synchrotronstrahlung (`use_rad_dist=1`) ändert sich die Energie stochastisch. Damit variieren auch die Amplituden der Synchrotronoschwingung und jedes Elektron durchläuft mit der Zeit die gesamte Phasenraumfläche. Die Energien (und Phasen) der Teilchen sind zu jedem Zeitpunkt um die Sollenergie  $E_0$  (und Sollphase  $\phi_0$ ) GAUSSverteilt.

Dieser Effekt ist in dieser Simulation nur erkennbar, weil lediglich 20 Teilchen und 1 000 Umläufe simuliert wurden und dadurch die einzelnen Ellipsen ohne Synchrotronstrahlung noch unterschieden werden können. Andere Effekte wiederum, die das Tracking vieler Teilchen erfordern, sind in Abb. 4.2 nicht beobachtbar. So kann ein Elektron durch die Synchrotronstrahlung mit geringer Wahrscheinlichkeit sehr große  $\Delta E$  erreichen. Dann kann die Synchrotronfrequenz nicht mehr als energieunabhängig genähert

<sup>3</sup> Die Simulationen unterscheiden sich ausschließlich durch die stochastische Synchrotronlichtabstrahlung.

<sup>4</sup> Dazu werden für den `bunched_beam`-Befehl die Optionen `use_twiss_command_values=1`, `sigma_s = "(Sz0)"` und `sigma_dp = "(Sdelta0)"` verwendet.



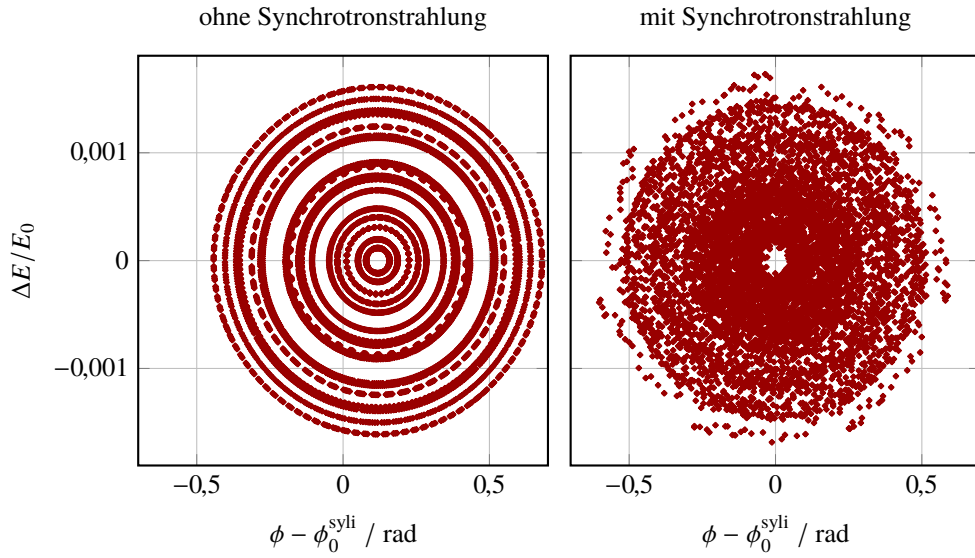


Abbildung 4.2: *elegant*-Simulation des longitudinalen Phasenraums im ELSA-Ring bei 2,35 GeV ohne und mit Synchrotronlichtabstrahlung. Es wurden 20 Teilchen über 1 000 Umläufe berechnet und der Phasenraum bei  $s = 0$  m aufgetragen. In beiden Fällen wurde die anfängliche Verteilung der Elektronen dem Strahlungsgleichgewicht entsprechend gewählt und ist der Nullpunkt der Phase die Sollphase  $\phi_0^{\text{syli}}$  des Falls mit Synchrotronstrahlung.

werden (siehe Gleichung (2.11)) und nichtlineare Effekte führen zu einer Verzerrung der Phasenraumfläche. Außerdem startet in Abb. 4.2 keines der 20 Teilchen genau bei der Sollenergie, sodass das Zentrum der Phasenraumfläche unbelegt ist. Dieses „Loch“ bleibt auch im Fall mit Synchrotronstrahlung erhalten, da zufällig innerhalb der etwa 50 Perioden der Synchrotronschwingung keines der Elektronen eine kleinere Schwingungsamplitude erhält.

Im Fall mit Synchrotronstrahlung liegt der Schwerpunkt der Phasenraumverteilung erwartungsgemäß bei der Sollenergie  $E_0$  und der entsprechenden Sollphase  $\phi_0^{\text{syli}} \approx \pi - 0,12$  rad (siehe Gleichung (4.9)). Ohne Synchrotronstrahlung schwingen die Teilchen um die Sollphase  $\pi$ , weil sie keine Energie abstrahlen und somit das Sollteilchen auch keine Beschleunigungsspannung benötigt. Es durchläuft den Resonator dann beim Nulldurchgang  $U_{\text{HF}} = 0$ . Um diesen Unterschied sichtbar zu machen, wurde in Abb. 4.2 in beiden Fällen die von der Abstrahlung definierte Sollphase  $\phi_0^{\text{syli}}$  als Nullpunkt der Achse gewählt.

Das Strahlprofil eines Elektronenstrahls, der Synchrotronstrahlung emittiert, ist GAUSSFÖRMIG. Die Strahlbreiten entsprechen der Breite  $\sigma$  der GAUSSVERTEILUNG. Das heißt, dass immer auch einige Elektronen große Ablagen beziehungsweise Energieabweichungen  $\frac{\Delta E}{E_0}$  haben, die um ein Vielfaches größer als die Strahlbreite sind. Deshalb gehen immer Elektronen durch Aperturbegrenzungen verloren und die Lebensdauer eines Elektronenstrahls ist begrenzt. Für die longitudinale Dynamik ist diese Begrenzung durch das Wechselfeld der Hochfrequenzresonatoren gegeben: Wird die Amplitude der Synchrotronschwingung zu groß, verlässt das Elektron den stabilen Phasenbereich (englisch “bucket”), in dem es zur Sollphase hin fokussiert wird – zum Beispiel indem es das Maximum des elektrischen Feldes überschreitet. Um eine lange Lebensdauer des Strahls zu gewährleisten muss für einen Elektronenstrahl deshalb ein hoher Überspannungsfaktor  $q$  (siehe Gleichung (2.9)) bereitgestellt werden. Gemäß Gleichung (2.11) haben Elektronenstrahlen deshalb im Vergleich zu Protonenstrahlen eine deutlich höhere Synchrotronfrequenz.

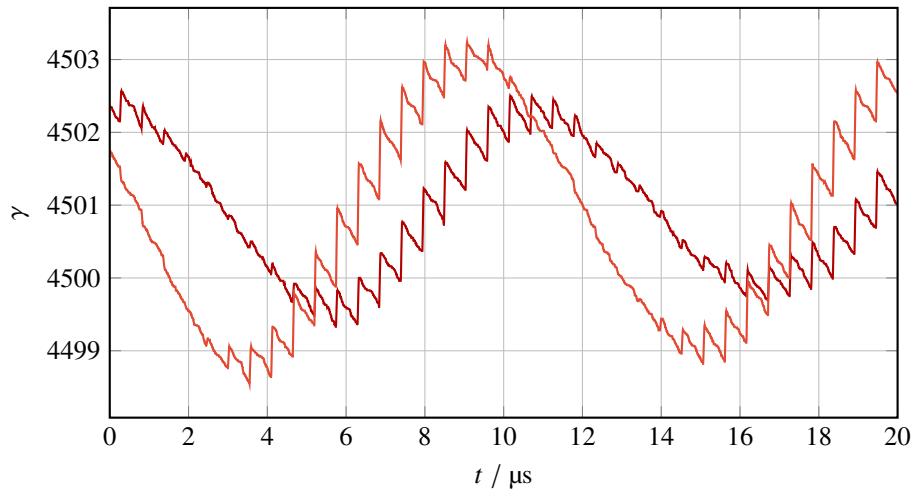


Abbildung 4.3: Beispiel für die Synchrotronoschwingung zweier Elektronen bei 2,3 GeV über etwa 40 Umläufe, simuliert mit *elegant*.

### 4.1.3 Synchrotronoschwingung

Für die Spindynamik direkt relevant ist zunächst der zeitliche Verlauf der Energie  $E(t) = \gamma(t)mc^2$ . Abbildung 4.3 zeigt diese exemplarisch für zwei Elektronen in einem wesentlich kürzeren Zeitbereich als Abb. 4.1. Innerhalb von etwa 40 Umläufen im ELSA-Ring sind hier etwa zwei Perioden der Synchrotronoschwingung erkennbar. Bei 2,3 GeV und dem Überspannungsfaktor  $q = 9$  beträgt die Synchrotronfrequenz  $f_s = \omega_s/2\pi \approx 89$  kHz. Einmal pro Umlauf steigt die Energie an, wenn das Elektron die Hochfrequenzresonatoren durchläuft. Über den Rest des Umlaufs nimmt die Energie in jedem Dipolmagneten ab. Auf der steigenden Flanke der Schwingung ist der Energiegewinn größer als der Verlust, auf der fallenden Flanke gewinnt das Elektron nur noch wenig Energie oder durchläuft die Resonatoren sogar bei einer Phase, bei der es Energie verliert.

## 4.2 Ein numerisches Modell für die longitudinale Strahldynamik

Um den Einfluss der Synchrotronstrahlung auf möglichst effiziente Weise beim Spintracking simulieren zu können, wurde ein eigenes Modell der longitudinalen Strahldynamik mit stochastischer Abstrahlung von Photonen in *polematrix* implementiert. In diesem Abschnitt werden die verwendeten Berechnungen erläutert und die resultierende Strahldynamik mit den in Abschnitt 4.1 vorgestellten Ergebnissen von *elegant* verglichen. Da das Spintracking mit *polematrix* elementweise durchgeführt wird, berechnet *polematrix* auch die longitudinale Strahldynamik, also die Teilchenenergie  $\gamma(t)$  und die Phase bezüglich der Beschleunigungsspannung  $\phi(t)$ , Element für Element. Dabei wird

- $\gamma$  in jedem Dipol durch die stochastisch emittierten Photonen verringert (Abschnitt 4.2.1),
- $\gamma$  in jedem Hochfrequenzresonator gemäß der aktuellen Phase  $\phi$  angepasst (Abschnitt 4.2.2) und
- $\phi$  in jedem Dipol geändert (Abschnitt 4.2.2).

In die Berechnung der Spinpräzession geht nach Gleichung (3.13) nur  $\gamma(t)$  ein.  $\phi(t)$  wird nur für die Bestimmung der Energieänderung in den Hochfrequenzresonatoren benötigt. Nur beim stochastischen Energieverlust in den Dipolmagneten handelt es sich direkt um eine Folge der Synchrotronstrahlung. Setzt

man diesen im vorliegenden Modell auf Null, erhält man deterministische Synchrotronoschwingungen wie die eines Protonenstrahls. Alle Berechnungen verwenden allerdings die Ruhemasse und gyromagnetische Anomalie von Elektronen. Protonen sind bisher nicht in *poematrix* implementiert.

### 4.2.1 Abstrahlung von Photonen in Dipolmagneten

In jedem Dipolmagneten strahlt ein Elektron Synchrotronlicht ab und verliert dadurch Energie. Um diesen Energieverlust zu berechnen, müssen die Anzahl der abgestrahlten Photonen und dann die Energie jedes Photons ermittelt werden. Beide Größen werden gemäß der zugrunde liegenden statistischen Verteilungen zufällig bestimmt. Die in diesem Abschnitt verwendeten Formeln und ihre Herleitung können in [San71, Kapitel 5] nachgelesen werden.

Die Synchrotronstrahlung hat ein breites Spektrum von Photonenenergien  $u = h\nu$ . Die sogenannte kritische Energie

$$u_c(\gamma) = \frac{3}{2} \frac{\hbar c \gamma^3}{R} \quad \text{mit} \quad [u_c] = \text{J} \quad (4.5)$$

teilt das Spektrum in zwei Bereiche gleicher abgestrahlter Leistung. In Einheiten einer Emissionsrate (Anzahl Photonen pro Elektron und Zeit) kann das Spektrum folgendermaßen beschrieben werden:

$$n(u/u_c) = \frac{P_{\perp}}{u_c^2} \int_{u/u_c}^{\infty} K_{5/3}(\xi) d\xi . \quad (4.6)$$

Dabei ist  $P_{\perp}$  die mit dem Synchrotronlicht abgestrahlte Leistung, die in Gleichung (2.19) angegeben ist, und  $K_{5/3}$  eine modifizierte BESSELfunktion. Das Integral kann mit Hilfe einer einfachen Reihenentwicklung numerisch gelöst werden [Kos80]. Ein entsprechendes Verfahren ist beispielsweise auch in der *GNU Scientific Library* implementiert (`gsl_sf_synchrotron_1(u_per_uc)`). Die Funktion  $n(u/u_c)$  kann direkt als Wahrscheinlichkeitsverteilung der auf die kritische Energie normierten Photonenenergien verwendet werden. In *poematrix* wird dazu die Bibliothek *Boost.Random* [MW] genutzt. Sie stellt eine `boost::random::piecewise_linear_distribution<>` zur Verfügung, die aus einer Liste beliebiger Stützstellen  $u/u_c$  und zugehöriger Gewichtungen  $n(u/u_c)$  eine stückweise lineare Wahrscheinlichkeitsverteilung erzeugt. Diese wird für jedes Elektron einmal zu Beginn des Trackings initialisiert und liefert dann unter Verwendung eines Zufallszahlengenerators vom Typ `boost::random::mt11213b` normierte Photonenenergien  $u/u_c$ . Diese müssen dann mit der zur aktuellen Energie des Elektrons passenden kritischen Energie  $u_c(\gamma)$  multipliziert werden, die nach Gleichung (4.5) berechnet wird.  $u_c$  wird zusätzlich mit einem Faktor  $\gamma_0/\gamma$  korrigiert, weil der im Lattice hinterlegte Ablenkradius  $R$  nur für ein Teilchen mit Sollenergie gilt. Der tatsächliche Ablenkradius ändert sich proportional mit der Energie und damit  $u_c$  entsprechend antiproportional. Die Energie  $u$  jedes Photons kann dann von der Energie des Elektrons als

$$\Delta\gamma = -\frac{u}{m_e c^2}$$

abgezogen werden.

Aus dem Spektrum in Gleichung (4.6) kann die totale Emissionsrate

$$N = \int_0^{\infty} n(u) du = \frac{15\sqrt{3}}{8} \frac{P_{\perp}}{u_c} \approx 3,1 \frac{P_{\perp}}{u_c}$$

berechnet werden. Unter der Annahme, dass sich ein Elektron mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, erhält

man daraus die mittlere Anzahl der pro Radian der mit  $R$  gekrümmten Trajektorie emittierten Photonen:

$$\mathcal{N}_{\text{rad}}(\gamma) = \frac{5}{2\sqrt{3}} \frac{\gamma}{137} .$$

Sie hängt ausschließlich von der Energie des Elektrons ab. Durch Multiplizieren mit dem Ablenkwinkel kann diese Form direkt auf einen Dipolmagneten mit (Bogen-)länge  $l_{\text{eff}}$  und Ablenkradius  $R$  angepasst werden:

$$\mathcal{N}_{\text{Dipol}}(\gamma) = \frac{5}{2\sqrt{3}} \frac{\gamma}{137} \frac{l_{\text{eff}}}{R} .$$

Die tatsächlich beim Durchlaufen des Magneten emittierte Anzahl von Photonen folgt einer POISSON-Verteilung, deren Erwartungswert  $\mathcal{N}_{\text{Dipol}}$  ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass  $m$  Photonen emittiert werden, beträgt also

$$p(m) = \frac{\left(\mathcal{N}_{\text{Dipol}}\right)^m}{m!} e^{-\mathcal{N}_{\text{Dipol}}} .$$

In *poematrix* wird dies mit einer `boost::random::poisson_distribution<unsigned int>` implementiert, die in jedem Dipol neu mit dem jeweils aktuellen  $\mathcal{N}_{\text{Dipol}}(\gamma)$  initialisiert wird und dann unter Verwendung des oben genannten Zufallszahlengenerators eine Photonenanzahl  $m$  liefert. Für jedes der  $m$  Photonen wird dann seine Energie wie oben beschrieben gewürfelt und von der Energie des Elektrons abgezogen.

Beispielsweise werden im ELSA-Ring bei 2,3 GeV von jedem Elektron im Mittel  $\mathcal{N}_{\text{Dipol}} \approx 12,4$  Photonen pro Dipol abgestrahlt und die kritische Energie liegt bei  $u_c \approx 2,5$  keV. Da jedes Elektron pro Umlauf  $\Delta E_{\text{rev}} \approx 225$  keV an Energie verliert (Gleichung (2.20)) und der ELSA-Ring 24 Dipole enthält, beträgt die mittlere Photonenenergie

$$\langle u \rangle = \frac{\Delta E_{\text{rev}}}{24 \mathcal{N}_{\text{Dipol}}} \approx 0,76 \text{ keV} \approx 0,3 u_c .$$

Diese Überschlagsrechnung stimmt gut mit dem Wert überein, der allgemein über

$$\langle u \rangle = \frac{1}{N} \int_0^\infty u \cdot n(u) du = \frac{8}{15\sqrt{3}} u_c \approx 0,308 u_c$$

bestimmt werden kann.

#### 4.2.2 Änderung der Energie in Hochfrequenzresonatoren

Beim Durchlaufen eines Hochfrequenzresonators ändert sich die Energie des Elektrons durch die Beschleunigungsspannung nach Gleichung (2.8) um

$$\Delta E = e U_{\text{HF}} \sin(\phi) .$$

Dabei kann die Amplitude der Beschleunigungsspannung  $U_{\text{HF}}$  über den Überspannungsfaktor  $q$  und die Sollspannung  $U_0$  ausgedrückt werden:

$$U_{\text{HF}} = q \cdot U_0 = q \cdot \frac{\Delta E_{\text{rev}}}{e} .$$

Die Sollspannung  $U_0$  entspricht gerade dem Energieverlust durch Synchrotronstrahlung pro Umlauf  $\Delta E_{\text{rev}}$ , sodass die Beschleunigungsspannung alleine über den Überspannungsfaktor festgelegt wird. Diesen übernimmt *poematrix* wahlweise aus *elegant* oder aus einem direkt in der Konfigurationsdatei von *poematrix* eingetragenen Wert.  $U_{\text{HF}}$  muss nur neu berechnet werden, wenn sich die Sollenergie des Strahls ändert. Sind in einem Kreisbeschleuniger mehrere Resonatoren eingebaut, können Beschleunigungsspannung und Überspannungsfaktor durch Wahl der Amplituden und der Phasenbeziehung der Wechselfelder beliebig auf die Resonatoren verteilt werden (vgl. [Der16, Kapitel 4]). Momentan sind diese Freiheitsgrade allerdings nicht in *poematrix* implementiert. Stattdessen wird die Amplitude  $U_{\text{HF}}$  zu gleichen Teilen auf alle  $N_{\text{HF}}$  Resonatoren des Lattices verteilt. So wird die Änderung von  $\gamma(t)$  in jedem Resonator mit

$$\Delta\gamma = \frac{\Delta E}{m_e c^2} = \frac{1}{m_e c^2} \frac{q \Delta E_{\text{rev}}(E_0)}{N_{\text{HF}}} \cdot \sin(\phi) \quad (4.7)$$

berechnet.

Entscheidend für den Wert von  $\Delta\gamma$  ist die Phase  $\phi$  des Hochfrequenzfeldes, bei der das Elektron den Resonator passiert. Für lange Resonatoren kann sich die Phase bereits signifikant ändern während das Elektron den Resonator durchläuft. Dieser Laufzeit-Effekt wird hier nicht berücksichtigt, da nur ein Tracking-Schritt pro Element gemacht wird. Auch unter Berücksichtigung der Laufzeit stellt sich die Sollphase so ein, dass das entlang der Teilchenbahn integrierte Feld der hier berechneten Beschleunigungsspannung entspricht. Die Änderung der Phase wird während des Trackings über den Momentum-Compaction-Faktor  $\alpha_c$  bestimmt. Analog zur relative Änderung der Umlaufzeit oder Bahnlänge mit der Energie nach Gleichung (2.10) gilt für die relative Änderung der Phase

$$\frac{\Delta\phi}{2\pi h} = \alpha_c \frac{\Delta E}{E_0}.$$

Dabei wurde der Gesamtphasenvorschub während eines Umlaufs über die Harmonisenzahl  $h$  ausgedrückt. Für das Tracking muss  $\Delta\phi$  für die einzelnen Elemente des Beschleunigers anstatt für einen gesamten Umlauf berechnet werden. Weil die Bahnlängenänderungen hauptsächlich in den Dipolmagneten auftreten, wird nur dort eine Phasenänderung bestimmt und mit dem Anteil der jeweiligen Dipollänge  $l_{\text{eff}}$  an der gesamten Bogenlänge  $L_{\text{Bogen}}$ , der Summe aller Dipollängen, gewichtet. Somit wird in jedem Dipolmagneten die Phase  $\phi$  des Elektrons um

$$\Delta\phi = 2\pi h \cdot \frac{l_{\text{eff}}}{L_{\text{Bogen}}} \cdot \alpha_c \frac{\Delta E}{E_0} \quad (4.8)$$

geändert. Bei dieser Form handelt es sich um eine gebräuchliche lineare Näherung der Energieabhängigkeit der Bahnlänge. In *poematrix* wurde auch die nächst höhere Ordnung implementiert, was in Abschnitt 4.3 behandelt wird.

### 4.2.3 Vergleich der Strahldynamik mit *elegant*

Mit diesem Modell können alle wesentlichen Charakteristika der longitudinalen Strahldynamik unter dem Einfluss der Synchrotronlichtabstrahlung nachgebildet werden. Abbildung 4.4 zeigt analog zu Abb. 4.3 etwa zwei Perioden der Synchrotronschwingung zweier Elektronen bei 2,3 GeV im ELSA-Ring, die sich qualitativ genau so verhalten, wie die von *elegant* simulierten Energieschwingungen. Auch hier sind der stochastische Energieverlust in den Dipolmagneten und der Energiegewinn in den Hochfrequenzresonatoren erkennbar.

Die Startwerte für die Phasenraumverteilung werden von *poematrix* automatisch so berechnet, dass der Elektronenstrahl zu Beginn des Trackings bereits im Gleichgewicht ist. Dazu werden GAUSSverteilte  $\phi$

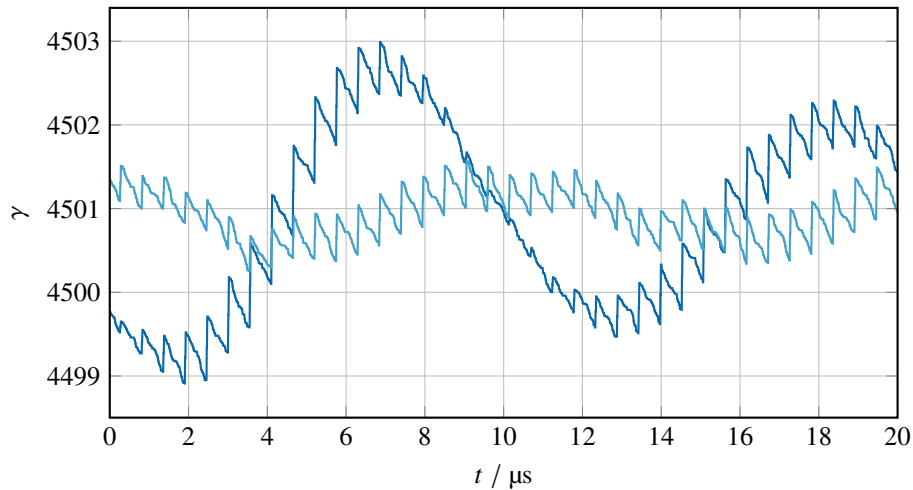


Abbildung 4.4: Exemplarische *polematrix*-Simulation der Energieschwingungen zweier Elektronen bei 2,3 GeV über etwa 40 Umläufe analog zu Abb. 4.3.

und  $\gamma$  für alle Elektronen bestimmt, indem jeweils eine `boost::random::normal_distribution<>` angelegt wird. Als Erwartungswert der Phasen wird die Sollphase  $\phi_0$  eingesetzt, die nach Gleichung (2.9) aus dem Überspannungsfaktor  $q$  zu

$$\phi_0 = \pi - \arcsin\left(\frac{1}{q}\right) \quad (4.9)$$

berechnet wird. Die Verschiebung um  $\pi$  ist nötig, weil die durch die Phasenfokussierung stabile Phase für einen Elektronenstrahl auf der fallenden Flanke des Sinus liegt. Die Breite der Verteilung der Phasen wird aus der Bunchlänge nach Gleichung (4.3) bestimmt und in eine Phase umgerechnet:

$$\sigma_\phi = \frac{\alpha_c \sigma_E}{\omega_s E_0} \cdot \frac{hc}{L_0}.$$

Die Energien  $\gamma$  der Elektronen werden um die eingestellte Sollenergie mit der Breite nach Gleichung (4.2) verteilt. Auf diese Weise erhält man beispielsweise für 10 Elektronen, die 1000 mal bei 2,35 GeV im ELSA-Ring umlaufen, die in Abb. 4.5 aufgetragene Phasenraumverteilung. Sie stimmt sehr gut mit der durch *elegant* simulierten Verteilung aus Abb. 4.2 überein, die zum Vergleich hier erneut im Hintergrund eingezeichnet ist. Die Amplituden der Synchrotronschwingungen hängen bei einer so geringen Teilchenzahl natürlich maßgeblich von den hier konkret gewürfelten Startpositionen ab. Abbildung 4.6 zeigt deshalb einen aussagekräftigeren Vergleich der Strahlprofile zu einem festen Zeitpunkt innerhalb der 1000 Umläufe für 1000 Elektronen. Die Energiebreiten stimmen sehr gut überein und entsprechen dem nach Gleichung (4.2) erwarteten Wert.

Der zeitliche Verlauf einzelner  $\gamma_i(t)$  kann aufgrund der stochastischen Abstrahlung nicht direkt verglichen werden. Als ein vergleichbares Maß wurden für jedes von 200 Elektronen über 1000 Umläufe der zeitliche Mittelwert  $\langle\gamma(t)\rangle$  und die zugehörige Standardabweichung  $\sigma_\gamma$  bestimmt. Abbildung 4.7 zeigt die statistische Verteilung dieser Größen. Sie unterscheiden sich kaum zwischen *elegant* und *polematrix*, was den qualitativen Eindruck aus Abb. 4.4 bestätigt.

Abschließend ist in Abb. 4.8 die Simulation eines längeren Zeitraums bei 2,35 GeV dargestellt. Dabei wurde als Startwert eine Phasenraumverteilung gewählt, die deutlich breiter als der Gleichgewichtszustand ist. Wie in Abb. 4.1 kann auch mit dem *polematrix*-Modell die Strahlungsdämpfung beobachtet werden. Bei

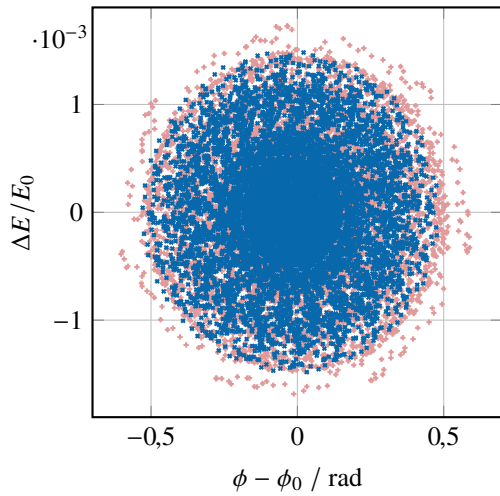


Abbildung 4.5: *polematrix*-Simulation des longitudinalen Phasenraums analog zu Abb. 4.2 (im Hintergrund).

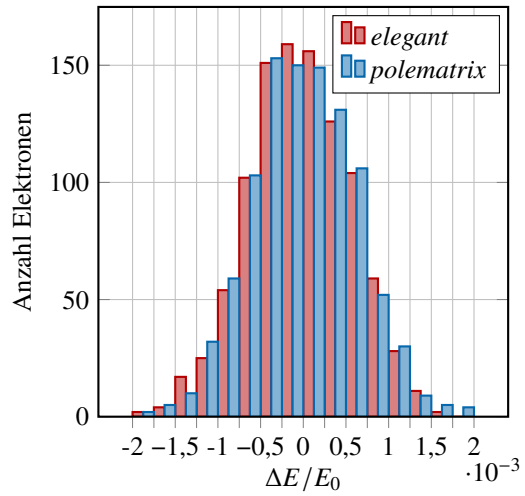


Abbildung 4.6: Energieprofil eines Strahls aus 1000 Elektronen bei 2,3 GeV im ELSA-Ring aus beiden Simulationsprogrammen.

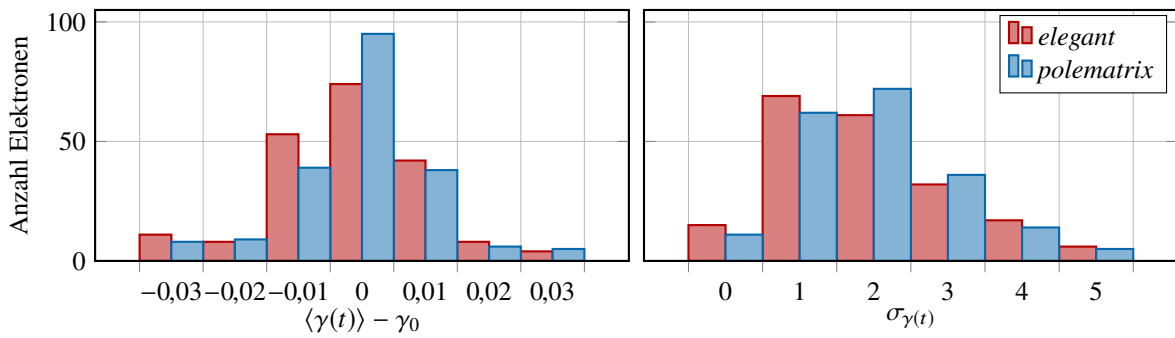


Abbildung 4.7: Vergleich beider Simulationsprogramme über Mittelwert und Standardabweichung von  $\gamma(t)$  über 1000 Umläufe für jedes von 200 Elektronen bei 2,3 GeV.

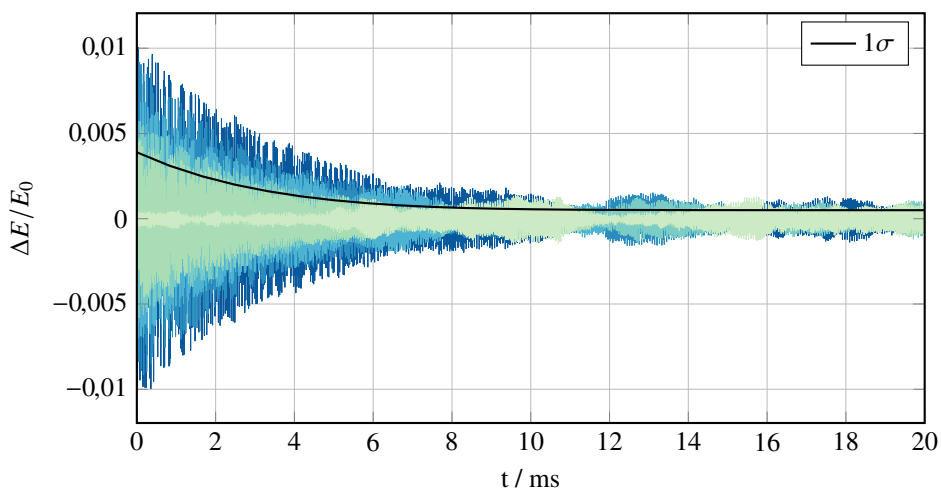


Abbildung 4.8: *polematrix*-Simulation der Strahlungsdämpfung der Synchrotronschwingungen analog zur *elegant*-Simulation in Abb. 4.1.

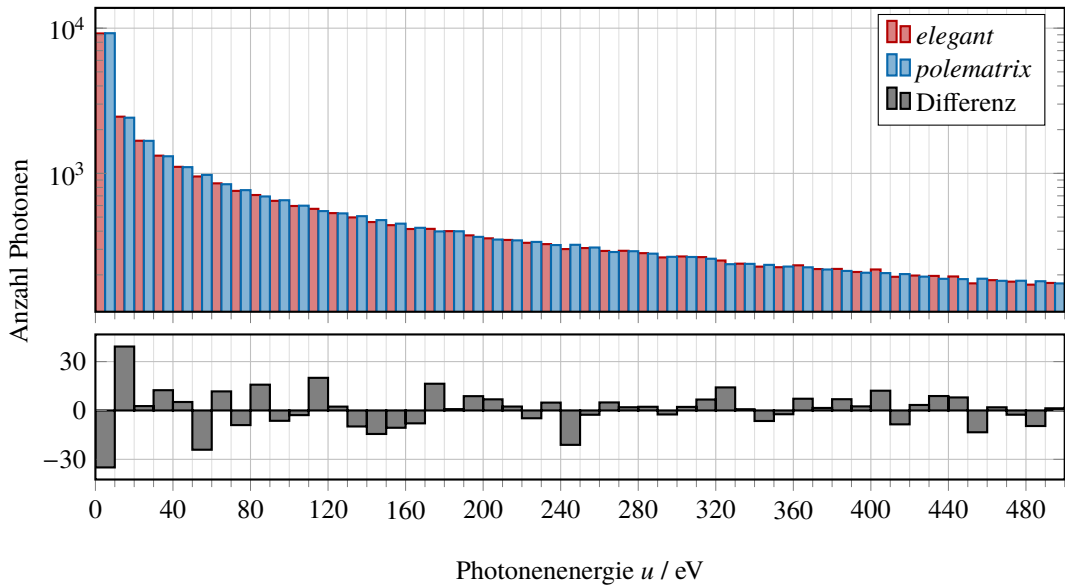


Abbildung 4.9: Vergleich beider Simulationsprogramme über das Energiespektrum der in einem Dipol im ELSA-Ring bei 2,35 GeV abgestrahlten Photonen. Es wurden etwa 450 000 Photonen mit bis zu 10 keV aufgezeichnet.

der quantitativen Auswertung fallen allerdings Abweichungen auf. Die Energiebreite wurde dazu, wie für *elegant*, als Standardabweichung  $\sigma$  der Trajektorien von 50 Elektronen bestimmt. Mit Gleichung (4.4) folgt daraus eine Dämpfungszeit von  $\tau_s = (3,8 \pm 0,3)$  ms und eine Energiebreite im Strahlungsgleichgewicht von  $\sigma_E/E_0 = (4,9 \pm 0,5) \cdot 10^{-4}$ . Letztere wurde auch hier zusätzlich aus Simulationen ermittelt, die bereits im Gleichgewichtszustand beginnen. Diese liefern  $\sigma_E/E_0 = (5,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$ . Die Dämpfungszeit ist etwa 20 % kürzer als erwartet. Der für das Spintracking wichtigere Gleichgewichtswert der Energiebreite ist etwa 10 % zu klein. Um die Ursache dieser Abweichungen einzugrenzen wurden weitere Vergleiche mit *elegant* angestellt. Abbildung 4.9 zeigt, dass sich die Energien der in den Dipolmagneten abgestrahlten Photonen<sup>5</sup> zwischen beiden Modellen nicht signifikant unterscheiden. Deshalb kann die Berechnung der Abstrahlung nach Abschnitt 4.2.1 als Ursache der Abweichungen ausgeschlossen werden. Einen Hinweis gibt eine Option von *elegant*, die es erlaubt transversale Impulsänderungen der Elektronen durch die Abstrahlung von Photonen auszuschalten<sup>6</sup>. Dieser Effekt der transversalen Dynamik wird von dem rein longitudinalen Modell von *polematrix* nicht berücksichtigt. Wird er in *elegant* ausgeschaltet, fällt die longitudinale Dämpfungszeit auch in *elegant* deutlich um  $(12 \pm 4)$  % unter den erwarteten Wert. Folglich entstehen die beobachteten Unterschiede wahrscheinlich bei der Berechnung der Phasenänderung, die in *polematrix* nur über den Momentum-Compaction-Faktor durchgeführt wird (Abschnitt 4.2.2), während sie in *elegant* aus dem 6D Teilchenttracking resultiert.

Für die im Folgenden beschriebenen Studien der Spindynamik stehen somit zwei realistische Modelle der longitudinalen Dynamik bereit von denen eines zusätzlich die vollständige transversale Dynamik enthält. So sind vergleichende Spintracking-Simulationen möglich, die die Auswirkungen der verschiedenen Anteile der Strahldynamik aufzeigen können.

<sup>5</sup> In *elegant* können Parameter der Photonen über die Option `photon_output_file` der CSBEND-Elemente ausgegeben werden.

<sup>6</sup> Für einen Dipolmagneten vom Typ CSBEND deaktiviert die Option `add_opening_angle=0` die Berücksichtigung der transversalen Impulsänderung gemäß des Öffnungswinkels der abgestrahlten Photonen.



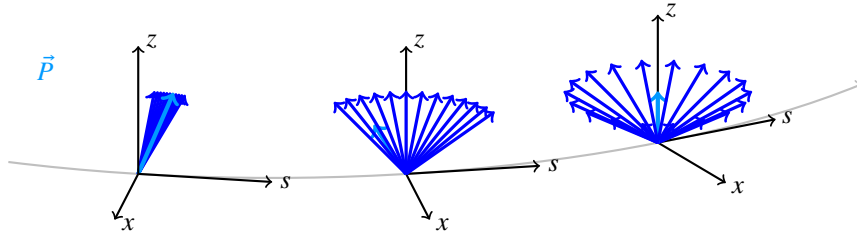


Abbildung 4.10: Mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten um die  $z$ -Achse präzedierende Spinvektoren verteilen sich mit der Zeit in der  $x$ - $s$ -Ebene, sodass sich der Polarisationsgrad auf  $|\vec{P}| = P_z$  verringert.

### 4.3 Depolarisation durch Dekohärenz der Spinbewegungen

In diesem Abschnitt wird die Depolarisation eines bei einer konstanten Energie gespeicherten Elektronenstrahls behandelt. Abseits depolarisierender Resonanzen entspricht die invariante Spinachse überall im Beschleuniger der vertikalen  $z$ -Achse, die von den Führungsfeldern der Dipolmagnete definiert wird. Alle Spins präzedieren um diese Achse, sodass sich  $S_z$  nicht verändert und die vertikale Polarisation  $P_z$ , auf der betrachteten Zeitskala von Millisekunden bis Sekunden, konstant ist. Die zeitliche Entwicklung der anderen Komponenten  $P_x$  und  $P_s$  hängt aber davon ab, mit welchen Geschwindigkeiten die einzelnen Spins um die  $z$ -Achse präzedieren. Sind die Geschwindigkeiten identisch, bleibt die Polarisation vollständig erhalten. Abb. 4.10 veranschaulicht was passieren kann, wenn die Spins mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten präzedieren: Mit der Zeit können sich die Spins in der  $x$ - $s$ -Ebene verteilen und der Polarisationsgrad  $|\vec{P}|$  nimmt ab. Schlimmstenfalls verschwindet die Polarisation senkrecht zur invarianten Spinachse vollständig und es verbleibt nur ein Polarisationsgrad von  $|\vec{P}| = P_z$ . Dieses „Auseinanderlaufen“ der Spinvektoren wird als Dekohärenz bezeichnet<sup>7</sup>. Einmal auf diese Weise verlorene Polarisation kann in der Regel nicht wiederhergestellt werden. Dies ist der Hauptgrund dafür, dass Spins typischerweise vertikal ausgerichtet werden.

In der Praxis ist diese Depolarisation senkrecht zur invarianten Spinachse immer dann relevant, wenn der Polarisationsvektor aus der Vertikalen herausgedreht wird. Dreht sich  $\vec{P}$  beispielsweise bei einer Resonanzkreuzung, führt eine anschließende Abnahme der Polarisation auf  $|\vec{P}| = P_z$  dazu, dass  $P_z$  danach, etwa durch eine weitere Resonanz, nicht wieder ansteigen kann und sich so durch viele aufeinander folgende Resonanzkreuzungen immer weiter verringert. Der Polarisationsvektor kann aber auch absichtlich in die horizontale Ebene gekippt werden – zum Beispiel um Polarisationsmessungen oder Streuexperimente durchzuführen, die longitudinale Polarisation erfordern.

Die Geschwindigkeit der Spinpräzession ist durch den Spinarbeitspunkt  $\gamma a$  gegeben und dadurch direkt proportional zur individuellen Energie  $\gamma_i(t)$  des jeweiligen Elektrons. Um die Wirkung auf die Polarisation nachzuvollziehen, werden hier zunächst zwei vereinfachte Modelle der longitudinalen Strahldynamik betrachtet. Auch diese wurden zu Demonstrationszwecken in *polematrix* implementiert. Die Wahl des Modells erfolgt in der Konfigurationsdatei über den Eintrag `<gammaMode1>` (siehe Anhang A).

<sup>7</sup> Diese Bezeichnung kann als Analogie zur Kohärenz von Wellen bei einer festen Phasenbeziehung zueinander verstanden werden. Der Begriff der Dekohärenz stammt aber aus der Quantenphysik – siehe z.B. [Joo00].

### 4.3.1 Konstante Energieverschiebung

Die wohl einfachste Möglichkeit einer Energieverteilung ist eine für jedes Teilchen  $i$  statische, also zeitlich konstante, Verschiebung von der Sollenergie:

$$\gamma_i = \gamma_0 + \Delta\gamma_i . \quad (4.10)$$

Dieses Modell wird in *polematrix* „offset“ genannt und im Folgenden mit „konstantes  $\Delta\gamma$ “ bezeichnet. Die  $\Delta\gamma_i$  werden dabei gemäß des GAUSSSchen Energieprofils nach Gleichung (4.2) gewählt. Das entspricht einer Verschmierung des Spinarbeitspunktes mit der Breite

$$\sigma_{\gamma a} = \gamma^2 \sqrt{\frac{C_q}{J_s R}} \cdot a .$$

Abbildung 4.11 zeigt eine Simulation von  $|\vec{P}|(t)$  unter Verwendung dieses Modells. Zusätzlich sind Ergebnisse zweier weiterer Modelle eingetragen, die im folgenden Abschnitt 4.3.2 beschrieben werden. Es wurde ein Elektronenstrahl mit 3,2 GeV im ELSA-Ring simuliert, der anfänglich vollständig longitudinal polarisiert ist ( $P_s = 1$  und  $P_x = P_z = 0$ ). Der Spinarbeitspunkt beträgt bei dieser Energie  $\gamma a \approx 7,26$ . Durch die Energieverschiebungen präzedieren die Spins mit konstanten aber unterschiedlichen Geschwindigkeiten und verteilen sich genau so wie in Abb. 4.10 gezeigt.  $|\vec{P}|$  fällt innerhalb von etwa 50  $\mu$ s, 100 Umläufen oder 7 000 Spinpräzessionen auf null. Diese Dekohärenzzeit kann nach [MSY05b, Abschnitt 21.2] zu

$$N_{\text{decoh}} = \frac{1}{\gamma_0 a} \frac{E}{\sigma_E}$$

Umläufen abgeschätzt werden, was hier etwa 160 Umläufe ergibt. Das verbliebene Rauschen des Polarisationsgrades wird von der Mittlung über die begrenzte Anzahl von 500 Spins verursacht.

Dieses Modell kann für einen gespeicherten Protonenstrahl verwendet werden, wenn keine Hochfrequenzresonatoren eingesetzt werden. Da Protonen keine Energie abstrahlen, sind Hochfrequenzresonatoren zur Speicherung des Strahls nicht zwingend erforderlich. Dann vollführen die Protonen keine Synchrotron-schwingungen, sondern behalten ihre ursprüngliche Energieverteilung bei und verlieren die longitudinale Fokussierung in einzelne Bunche vollständig („coasting beam“). In diesem Fall tritt Dekohärenz der Spins nach einer kurzen Zeitspanne auf, die wesentlich von der Energiebreite und -verteilung des Strahls abhängt.

### 4.3.2 Harmonische Synchrotron-schwingung

Nähert man sich der realen Strahldynamik an, indem man harmonische Schwingungen um die Sollenergie einsetzt, ändert sich das Verhalten grundlegend. Die Synchrotron-schwingungen werden in diesem zweiten Modell durch

$$\gamma_i(t) = \gamma_0 + \Delta\gamma_i \cos(\omega_s t + \psi_i) \quad (4.11)$$

nachgebildet. Dabei werden die  $\Delta\gamma_i$  des GAUSSSchen Energieprofils diesmal als Amplituden verwendet und zufällige (gleichverteilte) Startphasen  $\psi_i$  gewählt. Die Frequenz  $\omega_s$  ist die realistische Synchrotronfrequenz nach Gleichung (2.11). Das Modell wird in *polematrix* „oscillation“ genannt. Das Ergebnis in Abb. 4.11 zeigt, dass mit diesem Modell keine Depolarisation mehr auftritt. Der Grund für dieses Verhalten ist, dass alle Spins im zeitlichen Mittel mit der gleichen Geschwindigkeit präzedieren, die Spinarbeitspunkte  $\gamma_i a$  sich also nur innerhalb einer Periode der Synchrotron-schwingung unterscheiden. Deshalb nimmt  $|\vec{P}|$  zunächst leicht ab, der Polarisationsgrad steigt dann aber periodisch mit der Synchrotronfrequenz wieder

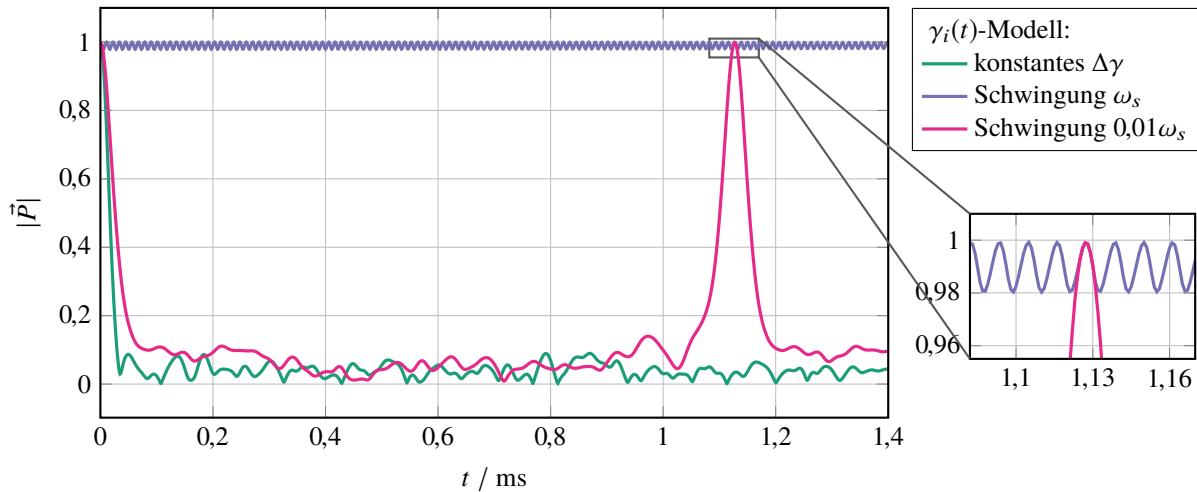


Abbildung 4.11: Depolarisation durch Dekohärenz simuliert mit *polematrix* auf Grundlage verschiedener vereinfachter Modelle der longitudinalen Strahldynamik für den ELSA-Ring bei 3,2 GeV.

auf eins an (vgl. [MSY05b, Abschnitt 21.5]). Entscheidend dafür ist das Verhältnis der Synchrotronfrequenz  $\omega_s \approx 0,05\omega_{\text{rev}}$  zur Präzessionsfrequenz  $\gamma a \omega_{\text{rev}}$ . Hier ist  $\omega_s$  so hoch, dass die Präzessionsgeschwindigkeiten nur so kurz von einander abweichen, dass keine signifikante Dekohärenz auftritt.

Im dritten in Abb. 4.11 aufgetragenen Fall wurde die Synchrotronfrequenz auf  $0,01\omega_s$  verringert. Dann dauern die Schwingungsperioden relativ zur Spinpräzession lange genug, sodass sie wie zeitlich konstante Energieverschiebungen wirken und der Polarisationsgrad ähnlich schnell fällt. Allerdings kehrt die Polarisation aufgrund der Periodizität der  $\gamma_i(t)$  auch hier mit der Schwingungsfrequenz  $0,01\omega_s$  zurück. Diese Wiederkehr der Polarisation tritt nur dann nicht auf, wenn die  $\gamma_i(t)$  mit unterschiedlichen Synchrotronfrequenzen schwingen, weil die Konfiguration der Spinvektoren dann keine einheitliche Periode aufweist. Dies kann der Fall sein, weil  $\omega_s$  nach Gleichung (2.11) von der Energie abhängt. Allerdings oszillieren alle Teilchen im zeitlichen Mittel mit der selben Frequenz  $\omega_s(\gamma_0)$ . Die Überlegung motiviert aber, dass eine Wiederkehr einmal verlorener Polarisation in der Realität aufgrund von möglichen Fluktuationen und der sehr viel höheren Teilchenzahl unwahrscheinlich ist. Für Elektronenstrahlen ist sie wegen der stochastischen Abstrahlung von Energie unmöglich.

Dieses Modell einer deterministischen Synchrotronoschwingung eignet sich scheinbar für die Beschreibung eines Protonenstrahls in einem Synchrotron mit Hochfrequenzresonatoren. Da die Protonen keine Energie abstrahlen, liegt die Sollphase im Nulldurchgang des Feldes und die Resonatoren werden ausschließlich zur longitudinalen Fokussierung eingesetzt. Ob Dekohärenz der Spins auftritt, hängt dabei von der Synchrotronfrequenz ab, die für Protonen typischerweise geringer ist, weil kein hoher Überspannungsfaktor notwendig ist. Allerdings zeigen die Untersuchungen mit den realistischen Modellen im folgenden Abschnitt 4.3.3, dass für die Dekohärenz vor allem ein Aspekt der longitudinalen Strahldynamik entscheidend ist, der auch für Protonenstrahlen gilt. Außerdem sei darauf hingewiesen, dass die hier gezeigten Beispiele auch schon deshalb keine realistischen Simulationen eines Protonenstrahls sind, weil *polematrix* die gyromagnetische Anomalie  $a$  und den LORENTZ-Faktor  $\gamma$  des Elektrons verwendet.

**Betatronschwingungen** Analog zu den longitudinalen Synchrotronoschwingungen könnten auch die transversalen Betatronschwingungen die Dekohärenz der Spins beeinflussen. Ihre Frequenzen sind allerdings deutlich höher als die der Synchrotronoschwingungen: Typischerweise sind die transversalen Arbeitspunkte  $Q_x$  und  $Q_z$  deutlich größer als eins und bei kleinen Strahlenergien auch größer als der

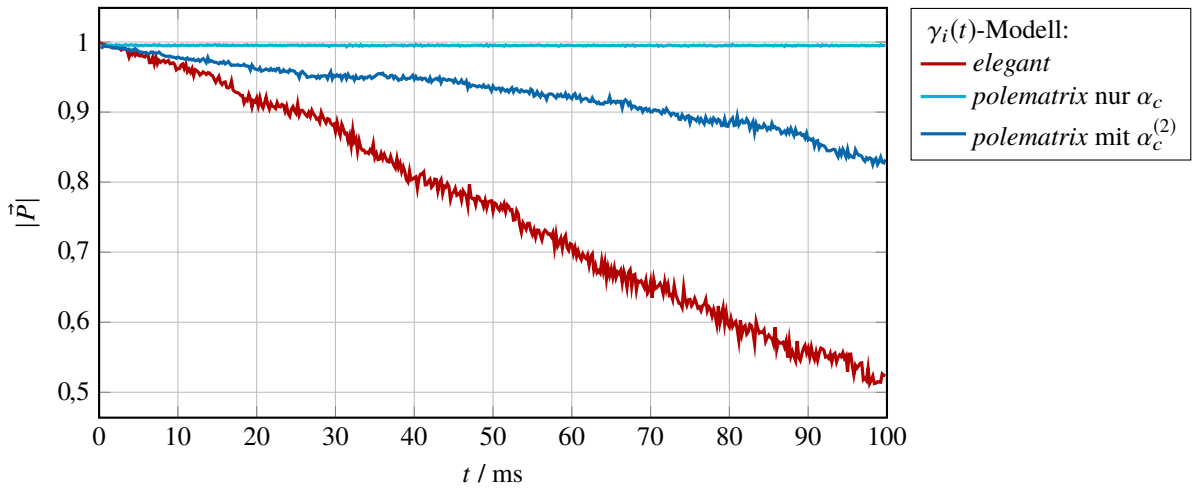


Abbildung 4.12: Depolarisation durch Dekohärenz simuliert mit *polematrix* auf Grundlage der in den Abschnitten 4.1 und 4.2 beschriebenen realistischen Modelle der longitudinalen Strahldynamik für den ELSA-Ring bei 3,2 GeV. Das *polematrix*-Modell zeigt, dass Depolarisation nur auftritt, wenn über den Momentum-Compaction-Faktor zweiter Ordnung  $\alpha_c^{(2)}$  nichtlineare Strahldynamik berücksichtigt wird.

Spinarbeitspunkt  $\gamma a$ . Die vorangegangenen Überlegungen zu den Auswirkungen der Synchrotronoschwingungen haben gezeigt, dass die Depolarisation bei höheren Schwingungsfrequenzen abnimmt und bereits  $\omega_s = 0,05\omega_{\text{rev}}$  zu keiner signifikanten Depolarisation führt. Deshalb ist davon auszugehen, dass die transversale Strahldynamik für die Dekohärenz der Spinbewegungen vernachlässigbar ist (vgl. [MSY05b, Abschnitt 21.4]).

### 4.3.3 Realistische Modelle von *elegant* und *polematrix*

Die Diskussion der verschiedenen vereinfachten Modelle hat gezeigt, dass die Simulation von Depolarisation durch Dekohärenz entscheidend von der Nachbildung der longitudinalen Strahldynamik abhängt. Deshalb wurden die in den Abschnitten 4.1 und 4.2 beschriebenen realistischen Modelle in das Spintracking implementiert. Um das Modell von *elegant* für das Spintracking zu verwenden, wird beim Teilchentracking die Energie  $\gamma_i(t)$  jedes Teilchens gemeinsam mit den transversalen Teilchenbahnen an jedem Quadrupolmagneten in jedem Umlauf in eine *SDDS*-Datei geschrieben und kann dann anschließend, genauso wie die Trajektorien, mit *palattice* automatisiert eingelesen und interpoliert werden (siehe Abschnitt 3.1.2). Dieses Modell kann in der Konfigurationsdatei von *polematrix* über den `<gammaModel>` „simtool“ aktiviert werden, wenn als `<simTool>` „elegant“ gewählt ist (siehe Anhang A). In diesem Fall wird automatisch ein *elegant*-Tracking über den für das Spintracking eingestellten Zeitraum gestartet. Das in Abschnitt 4.2 eingeführte selbst implementierte Modell wird über den `<gammaModel>` „radiation“ angewählt und im Folgenden als *polematrix*-Modell bezeichnet, weil das longitudinale Teilchentracking in diesem Fall, im Gegensatz zum *elegant*-Modell, direkt von dem Spintracking-Programm durchgeführt wird.

In Abb. 4.12 sind Ergebnisse von *polematrix* unter Verwendung beider Modelle dargestellt. Wie zuvor wurde ein anfänglich vollständig longitudinal polarisierter Elektronenstrahl bei 3,2 GeV im ELSA-Ring simuliert. Wie das einfache Modell einer harmonischen Synchrotronoschwingung bereits vermuten ließ, tritt auf der dort betrachteten Zeitskala von 1 ms mit keinem der realistischen Modelle signifikante Depolarisation auf. Deshalb wurde hier ein deutlich längerer Zeitraum von 100 ms simuliert. Es wurden 100 Elektronen verwendet. Das *elegant*-Modell führt innerhalb dieser Zeitspanne zu einer deutlichen

Depolarisation von etwa 50 %, wobei  $|\vec{P}|$  näherungsweise linear mit der Zeit abnimmt. So gelingt es mit Hilfe des etablierten Teilchentracking-Programms die Dekohärenz der Spinpräzessionen zu simulieren, die hier auf einer Zeitskala von 100 000 Umläufen stattfindet und mit keinem vereinfachten Modell beschrieben werden konnte. Ob die transversale Strahldynamik ebenfalls realistisch aus dem *elegant*-Tracking übernommen wird oder sich alle Teilchen entlang des Orbits bewegen, hat keinen erkennbaren Einfluss auf die Depolarisation, was die vorhergehende Argumentation bezüglich der Betatronschwingungen bestätigt.

Die Ergebnisse mit dem *polematrix*-Modell helfen dabei, der physikalischen Ursache der Dekohärenz auf den Grund zu gehen. Die Simulation mit dem Modell in seiner bisher beschriebenen Form führt auch über 100 ms zu keinerlei Depolarisation und unterscheidet sich in diesem Aspekt daher nicht von dem einfachen Synchrotronschwingungs-Modell, obwohl die Strahldynamik nach allen Beispielen in Abschnitt 4.2.3 sehr gut mit der des *elegant*-Modells übereinstimmt. Der entscheidende Unterschied besteht darin, dass das *polematrix*-Modell lineare Strahldynamik zugrunde legt, die Dekohärenz aber ein nichtlinearer Effekt ist (vgl. [MSY05b, Abschnitt 21.7]). Das *polematrix*-Modell berechnet die Änderung der Phase  $\Delta\phi$  in den Dipolmagneten nach Gleichung (4.8), die lediglich eine lineare Näherung der Energieabhängigkeit der Bahnlänge ist (vgl. [Joh56]). Unter Berücksichtigung der nächsthöheren Ordnung lautet Gleichung (2.10)

$$\frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\Delta\phi}{2\pi h} = \alpha_c \frac{\Delta E}{E_0} + \alpha_c^{(2)} \left( \frac{\Delta E}{E_0} \right)^2 + \dots$$

und Gleichung (4.8) für die Änderung der Phase entsprechend

$$\Delta\phi = 2\pi h \cdot \frac{l_{\text{eff}}}{L_{\text{Bogen}}} \cdot \left[ \alpha_c \frac{\Delta E}{E_0} + \alpha_c^{(2)} \left( \frac{\Delta E}{E_0} \right)^2 \right]. \quad (4.12)$$

Diese Form wurde dann in *polematrix* implementiert. Ebenso wie der Momentum-Compaction-Faktor  $\alpha_c$  wird auch sein Pendant zweiter Ordnung  $\alpha_c^{(2)}$  von *elegant* berechnet und kann von *polematrix* automatisch übernommen und in Gleichung (4.12) eingesetzt werden, sodass diese Änderung sehr leicht umgesetzt werden konnte. Die hier verwendete Definition von  $\alpha_c^{(2)}$  weicht von der in [Joh56] ab, wird aber in dieser Form von *elegant* verwendet [Bor17, twiss\_output]. Abbildung 4.12 zeigt, dass diese Änderung dazu führt, dass auch mit dem *polematrix*-Modell Depolarisation auftritt und damit der entscheidende Schritt zur Simulation der Dekohärenz gemacht wurde.

Die Depolarisation beträgt gut ein Drittel derer, die bei Verwendung des *elegant*-Modells auftritt, was nahelegt, dass die Beschreibung der nichtlinearen longitudinalen Strahldynamik mit Gleichung (4.12) noch nicht ausreichend präzise ist. Möglich ist, dass weitere höhere Ordnungen des Momentum-Compaction-Faktors signifikant beitragen. Diese in *polematrix* zu implementieren ist nicht mit geringem Aufwand möglich, da *elegant* keine weiteren Ordnungen des Momentum-Compaction-Faktors ausgibt und deren Berechnung kompliziert ist (vgl. [Ng91; Cha+13, Abschnitt 2.3.11]). *elegant* selbst verwendet Gleichung (4.12) nicht, weil die  $\Delta\phi$  beim 6D-Teilchentracking aus den unterschiedlichen Ankunftszeiten der Teilchen in den Resonatoren folgen, die sich wiederum automatisch aus den transversalen Bahnen in den Dipolmagneten ergeben. Auch wenn sich die transversalen Trajektorien selbst nicht signifikant auf die Depolarisation auswirken, ist möglicherweise ein nichtlineares transversales Teilchentracking unumgänglich um die Einflüsse der gesamten Magneto-optik auf die Umlaufzeiten der Teilchen, und damit auf die longitudinale Strahldynamik, präzise genug abzubilden. Um dieser Frage nachzugehen und zu untersuchen, welche Beschleunigerparameter überhaupt Einfluss auf die Depolarisation haben, wurden Simulationen mit beiden  $\gamma_i(t)$ -Modellen durchgeführt, bei denen verschiedene Beschleunigerparameter

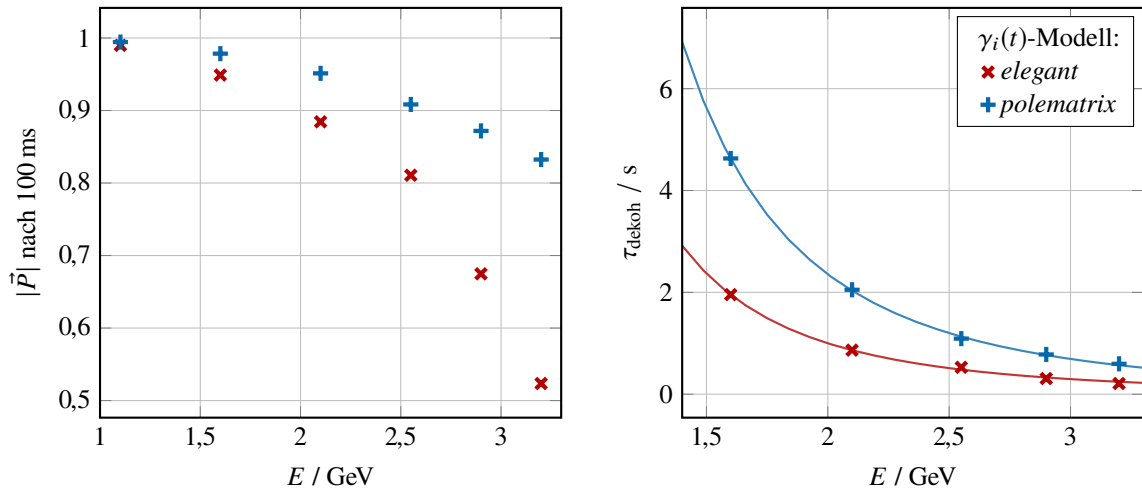


Abbildung 4.13: Abhängigkeit der Depolarisation durch Dekohärenz von der Strahlenergie simuliert mit *polematrix*. Jeder Punkt ist das Ergebnis einer Simulation über 100 ms für den ELSA-Ring mit 100 anfänglich longitudinal polarisierten Elektronen. Die Werte bei 3,2 GeV stammen aus der in Abb. 4.12 gezeigten Simulation.

systematisch variiert wurden. Die Ergebnisse werden im folgenden Abschnitt vorgestellt.

#### 4.3.4 Einflüsse auf die Spinkohärenzzeit

Um wie viel die Polarisation eines Elektronenstrahls innerhalb welcher Zeitspanne abnimmt, hängt von verschiedenen Parametern des Beschleunigers ab, von denen einige in diesem Abschnitt diskutiert werden. Dazu ist es hilfreich eine Kenngröße zu definieren, die die Zeitabhängigkeit der Depolarisation quantifiziert. Ausgehend von den Simulationen eines anfänglich vollständig polarisierten Elektronenstrahls wird dazu zunächst der Polarisationsgrad  $|\vec{P}|(t_1)$  nach einer festgelegten Zeit  $t_1$ , etwa 100 ms, verwendet, der direkt aus einem Simulationsergebnis abgelesen werden kann. Des Weiteren kann daraus durch lineare Extrapolation die Zeitspanne abgeschätzt werden, nach der der Polarisationsgrad auf null gefallen ist, das Ensemble also vollständig unpolarisiert ist:  $\tau_{\text{dekoh}} := t_1 / (1 - |\vec{P}|(t_1))$ . Sie wird in dieser Arbeit Dekohärenzzeit  $\tau_{\text{dekoh}}$  genannt. Typischerweise wird diese Größe als Spinkohärenzzeit bezeichnet, weil das Ziel in der Regel der Erhalt der Kohärenz der Spinbewegung ist. Um zu betonen, dass in dieser Arbeit die Zeitspanne über vollständige Depolarisation von  $|\vec{P}| = 1$  auf  $|\vec{P}| = 0$  definiert wird, wird die eigene Bezeichnung Dekohärenzzeit  $\tau_{\text{dekoh}}$  verwendet. Es sei außerdem darauf hingewiesen, dass im Zusammenhang mit der Gleichgewichtspolarisation in einem Speicherring die sogenannte Depolarisationszeit  $\tau_{\text{depol}}$  definiert wird (siehe Abschnitt 2.5.1). Diese bezieht sich auf Depolarisation entlang der invarianten Spinachse anstatt senkrecht zu dieser und beschreibt somit nicht den selben physikalischen Effekt wie die Kohärenz- beziehungsweise Dekohärenzzeit.

**Energie** Zunächst einmal bestimmt die Strahlenergie die Geschwindigkeit der Spinpräzession und den Energieverlust durch die Synchrotronlichtabstrahlung, was sich auch auf die Zeitskala der Dekohärenz auswirkt. Um den Zusammenhang  $|\vec{P}|(E)$  zu ermitteln, wurde die in Abb. 4.12 gezeigte Simulation mehrfach bei verschiedenen Strahlenergien wiederholt und der nach 100 ms verbliebene Polarisationsgrad in Abb. 4.13 gegen die Energie aufgetragen. Dabei wurde der Überspannungsfaktor mit der Energie angepasst, sodass sich die Synchrotronfrequenz nicht ändert ( $f_s \approx 89$  kHz). Zusätzlich wurde bei jeder Energie die Dekohärenzzeit  $\tau_{\text{dekoh}}$  durch lineare Extrapolation von  $|\vec{P}|$  abgeschätzt und im rechten Teil

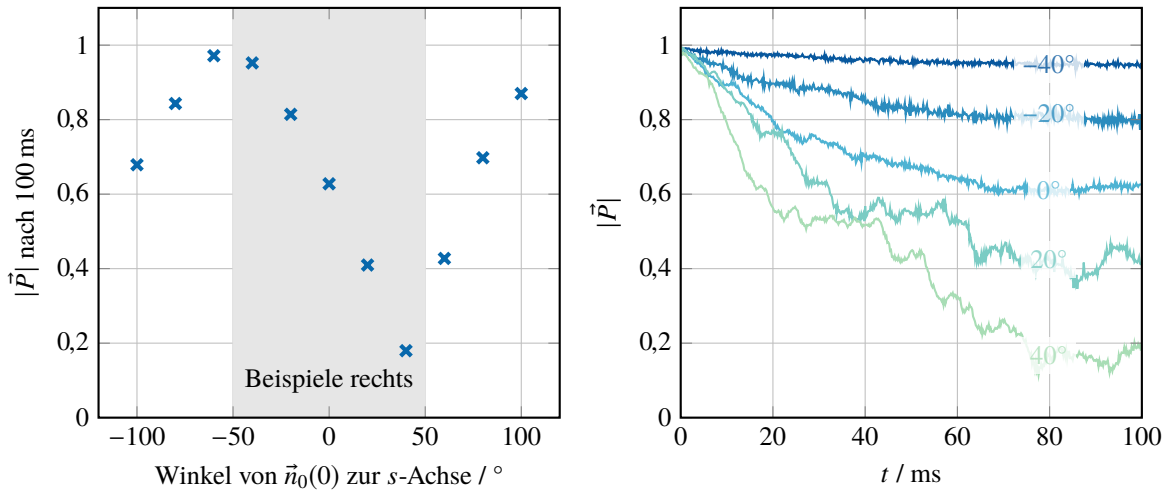


Abbildung 4.14: *polematrix* Simulationen der Depolarisation durch Dekohärenz für einen genau auf der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 7$  (3,08454 GeV) gespeicherten Elektronenstrahl im ELSA-Ring. Da die invariante Spinachse  $\vec{n}_0$  in der horizontalen Ebene liegt, hängt die Depolarisation von der anfänglichen Ausrichtung von  $\vec{P}$  ab. Nur der zu  $\vec{n}_0$  senkrechte Anteil depolarisiert. Rechts ist der eigentlich simulierte zeitliche Verlauf  $|\vec{P}|(t)$  für den Winkelbereich  $-40$  bis  $40^\circ$  gezeigt.

der Abbildung aufgetragen. Die Depolarisation tritt bei höheren Energien schneller auf, das heißt die Dekohärenzzeit nimmt mit steigender Strahlenergie ab. Dies entspricht der Erwartung, weil die Spins bei höherer Energie schneller präzedieren. Ein Anpassung der Funktion

$$\tau_{\text{dekoh}}(E) = aE^{-\kappa}$$

mit den Parametern  $a$  und  $\kappa$  zeigt, dass die Dekohärenzzeit mit der dritten Potenz der Energie abnimmt:

$$\begin{aligned} \kappa &= 3,0 \pm 0,1 && \textit{elegant-Modell} , \\ \kappa &= 3,02 \pm 0,03 && \textit{polematrix-Modell} . \end{aligned}$$

Dies sollte nicht mit der Depolarisationszeit verwechselt werden, die die Abnahme der Polarisation entlang der invarianten Spinachse beschreibt und mit  $E^{-7}$  skaliert (siehe z.B. [Bol13, Abschnitt 3.4]). Beide Modelle der longitudinalen Strahldynamik stimmen bezüglich der Energieabhängigkeit der Dekohärenzzeit sehr gut überein. Der Unterschied in den Dekohärenzzeiten muss allerdings beachten werden, wenn aus den Ergebnissen quantitative Aussagen abgeleitet werden sollen.

Bei einer Strahlenergie, die genau einer depolarisierenden Resonanz entspricht, liegt die invariante Spinachse in der horizontalen Ebene und präzediert, genauso wie der Polarisationsvektor, entlang des Rings  $\gamma a$ -mal um die  $z$ -Achse (siehe Abb. 2.5). Da Dekohärenz nur bei Komponenten des Polarisationsvektors  $\vec{P}$  senkrecht zur invarianten Spinachse  $\vec{n}_0$  auftritt, hängt die Depolarisation bei einer solchen Resonanzenergie davon ab, unter welchem Winkel  $\vec{P}$  zu  $\vec{n}_0$  steht<sup>8</sup>. Die in Abb. 4.14 gezeigten Simulationen bestätigen dies für die Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 7$  (3,08454 GeV). Dazu wurden mehrfach 100 Elektronen im ELSA-Ring mit dem *polematrix*-Modell über 100 ms simuliert und dabei ausschließlich die anfängliche Ausrichtung des Polarisationsvektors in der  $x$ - $s$ -Ebene variiert. Der linke Teil der Abbildung zeigt den nach 100 ms verbleibenden Polarisationsgrad als Funktion des Winkels von  $\vec{P}$  zur  $s$ -Achse zu Beginn des

<sup>8</sup> Auch bei halbzahligem  $\gamma a$  wurden leichte Abweichungen der Depolarisation von dem Verlauf in Abb. 4.13 festgestellt.

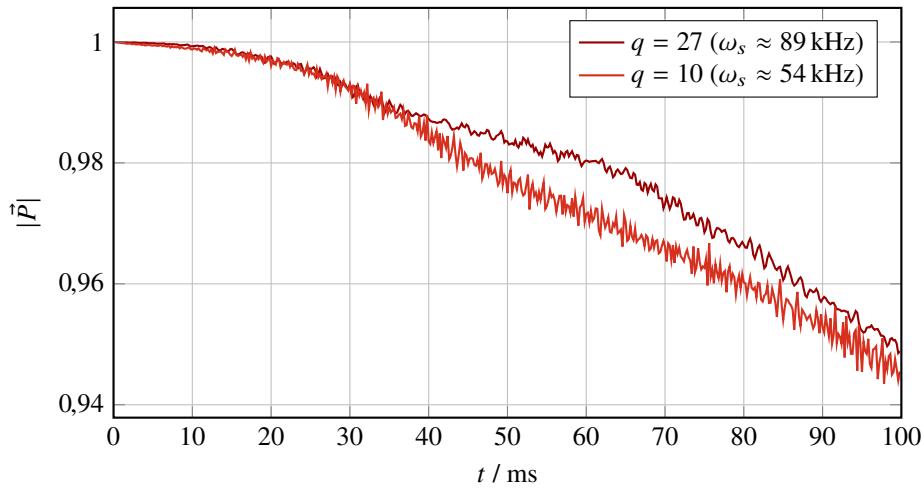


Abbildung 4.15: Beispiel für die Depolarisation durch Dekohärenz in Abhängigkeit des Überspannungsfaktors  $q$  simuliert mit *polematrix* und dem *elegant*-Modell der longitudinalen Strahldynamik bei 1,6 GeV im ELSA-Ring.

Spintrackings (Position  $s = 0$ ). Es ist klar erkennbar, dass  $\vec{n}_0$  in diesem Fall an der Startposition  $s = 0$  etwa unter  $-50^\circ$  zur  $s$ -Achse steht. Ist  $\vec{P}$  dazu um  $90^\circ$  gedreht, depolarisiert der Strahl nahezu vollständig. Ein weiteres Maximum ist bei  $130^\circ$  zu erwarten, da die Polarisation parallel und antiparallel zu  $\vec{n}_0$  stabil ist. Im rechten Teil der Abbildung ist der zeitliche Verlauf des Polarisationsgrades für eine Auswahl der Fälle zu sehen. Nach etwa 40 bis 80 ms ist ein stabiler Wert von  $|\vec{P}|$  erreicht. Dann sind alle Anteile senkrecht zu  $\vec{n}_0$  verschwunden.

**Überspannungsfaktor** Ein weiterer möglicher Einfluss auf die Depolarisation ist die Synchrotronfrequenz  $\omega_s$ , die über den Überspannungsfaktor  $q$  eingestellt wird. In Abb. 4.15 ist ein Beispiel bei 1,6 GeV aufgetragen. Mit dem *elegant*-Modell wurde bei zwei deutlich unterschiedlichen  $\omega_s$  simuliert. Es zeigt sich, dass die unterschiedlichen individuellen  $\gamma_i(t)$  zwar zu einem leicht abweichenden Verlauf von  $|\vec{P}|$  führen, die Polarisationsgrade nach 100 ms unterscheiden sich aber kaum. Der Vergleich mit der harmonischen Synchrotronoschwingung aus Abschnitt 4.3.2 lässt vermuten, dass erst um mehrere Größenordnungen abweichende  $\omega_s$  zu einer signifikanten Änderung führen.

**Sextupolstärke** In Abschnitt 4.3.3 wurde gezeigt, dass die Depolarisation maßgeblich von nichtlinearer Strahldynamik abhängt. Diese wird hauptsächlich von den Sextupolfeldern des Beschleunigers festgelegt. Deshalb kann die Dekohärenzzeit deutlich durch die Einstellung von Sextupolmagneten verändert werden. Abbildung 4.16 zeigt dazu eine Simulation für den ELSA-Ring bei 3,2 GeV. Im ELSA-Ring gibt es zwei frei einstellbare Sextupolfamilien. Darüber hinaus haben die Dipolmagnete Sextupolanteile, deren Sextupolstärke basierend auf Messungen und Simulationen aus [Kei00, Abschnitt 11.4.4] mit  $k_{2,dip} \approx -0,085 \text{ m}^{-3}$  angenommen wird. Bei den hier durchgeführten Simulationen wurde die Sextupolstärke  $k_{2,F}$  der horizontal fokussierenden Sextupolfamilie im *elegant*-Lattice variiert und die horizontal defokussierende Sextupolfamilie immer bei  $k_{2,D} = -2 \text{ m}^{-3}$  betrieben. In allen vorangegangenen Simulationen wurde  $k_{2,F} = 3,5 \text{ m}^{-3}$  verwendet.

Im oberen Teil der Abbildung ist die Dekohärenzzeit, die wieder durch lineare Extrapolation des über 50 ms simulierten Polarisationsgrades abgeschätzt wurde, gegen die Sextupolstärke aufgetragen. Dies ist der einzige untersuchte Fall, bei dem sich deutlich auch ein qualitativer Unterschied zwischen den beiden Modellen der longitudinalen Strahldynamik zeigt. Während das *polematrix*-Modell zu einem Anstieg der



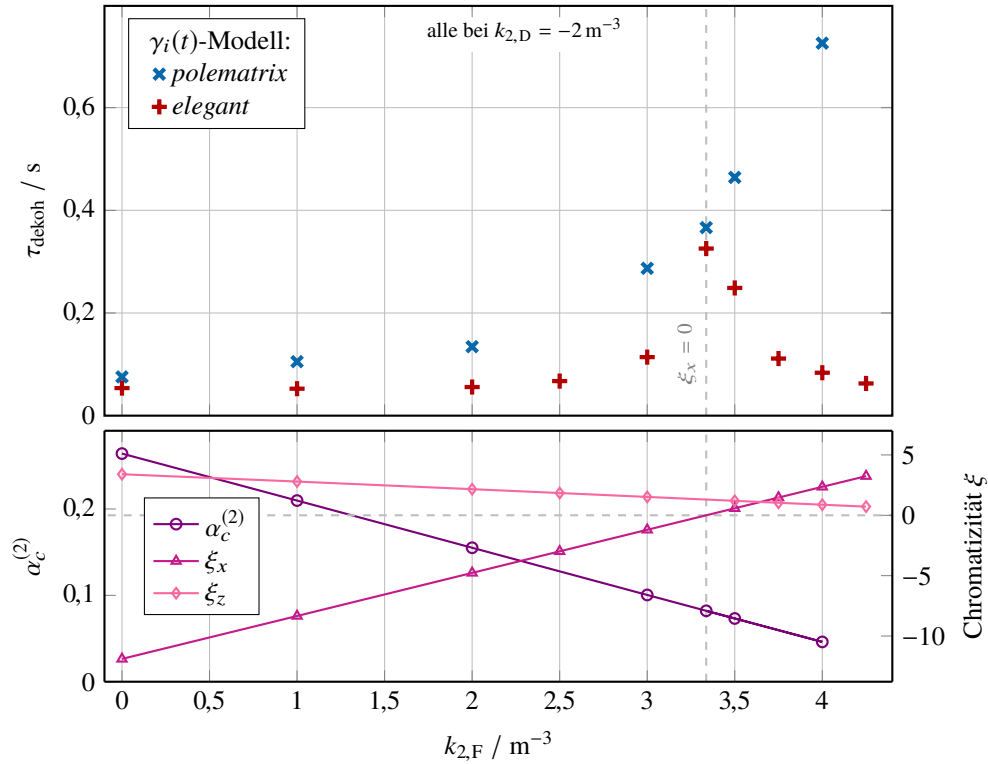


Abbildung 4.16: Abhängigkeit der Depolarisation durch Dekohärenz von der Sextupolstärke  $k_2$  simuliert mit *polematrix* für 3,2 GeV im ELSA-Ring. Über die Sextupolstärke wird der Momentum-Compaction-Faktor zweiter Ordnung  $\alpha_c^{(2)}$  und die Chromatizität  $\xi$  eingestellt, die beide im unteren Teil der Abbildung aufgetragen sind. Hier wurde die Stärke der horizontal fokussierenden Sextupolfamilie (F) variiert. In dieser Anwendung zeigen sich deutlich auch qualitative Unterschiede der beiden  $\gamma_i(t)$ -Modelle.

Dekohärenzzeit mit  $k_{2,F}$  über den gesamten untersuchten Bereich führt, hat die mit dem *elegant*-Modell simulierte Dekohärenzzeit ein klares Maximum innerhalb des Bereichs.

Der Zusammenhang mit der Optik des Beschleunigers wird klar, wenn man den unteren Teil der Abbildung hinzuzieht. In diesem sind verschiedene Beschleunigerparameter aufgetragen, die alle linear von der verwendeten Sextupolstärke abhängen. Einer davon ist der Momentum-Compaction-Faktor zweiter Ordnung  $\alpha_c^{(2)}$ , der bei Verwendung des *polematrix*-Modells alleinige Ursache für das Auftreten von Depolarisation ist<sup>9</sup>. Je kleiner  $\alpha_c^{(2)}$  wird, umso länger wird deshalb auch die mit dem *polematrix*-Modell bestimmte Dekohärenzzeit. Bei  $\alpha_c^{(2)} = 0$  ( $k_{2,F} \approx 4,85 \text{ m}^{-3}$ ) tritt keinerlei Dekohärenz auf<sup>10</sup>, was der Beobachtung aus Abb. 4.12 entspricht. Der zweite durch die Sextupolstärke einstellbare Parameter ist die Chromatizität  $\xi$ , die die Energieabhängigkeit der transversalen Arbeitspunkte angibt (siehe Gleichung (3.5)).  $k_{2,F}$  stellt vor allem die horizontale Chromatizität  $\xi_x$  ein. Bei den Simulationen mit dem *elegant*-Modell tritt das Maximum der Dekohärenzzeit genau dann auf, wenn  $\xi_x$  verschwindet.  $\tau_{\text{dekoh}}$  ist dann mehr als fünf mal so groß wie für  $|\xi_x| > 5$ . Während der Polarisationsgrad nach 50 ms bei  $k_{2,F} = 2 \text{ m}^{-3}$  nur noch 10 % und bei  $k_{2,F} = 4,25 \text{ m}^{-3}$  nur 20 % beträgt, sind bei korrigierter Chromatizität noch 85 % übrig. Die längste Dekohärenzzeit wird durch Korrektur der Chromatizität in beiden Ebenen

<sup>9</sup> Der Wert des Momentum-Compaction-Faktors ist unabhängig von  $k_{2,F}$  und liegt bei  $\alpha_c \approx 0,06$ .

<sup>10</sup> Theoretisch gilt dann  $\tau_{\text{dekoh}} \rightarrow \infty$ . Da  $\tau_{\text{dekoh}}$  hier aber über lineare Extrapolation von  $|\vec{P}|(50 \text{ ms})$  abgeschätzt wird, nimmt die Genauigkeit von  $\tau_{\text{dekoh}}$  für geringe Depolarisation, also  $|\vec{P}|(50 \text{ ms}) \rightarrow 1$ , ab.

erreicht ( $\xi_x = \xi_z = 0$ ). Sie ist allerdings kaum größer als das hier gezeigte Maximum, da  $\xi_z$  hier bereits klein ist. Genau dieses Verhalten wurde auch in Messungen mit polarisierten Deuteronen am Kühlersynchrotron COSY beobachtet [Gui15]. Dort wurde die Spinkohärenzzeit mithilfe des EDDA-Polarimeters [Bag+14] in Abhängigkeit von den Sextupolstärken gemessen und die maximale Spinkohärenzzeit bei vollständiger Korrektur der Chromatizität erreicht.

In den Simulationen mit verschiedenen Sextupolstärken zeigt sich die Ursache für die unterschiedlichen Dekohärenzzeiten der beiden Modelle der longitudinalen Strahldynamik. Das *elegant*-Modell bezieht durch das 6D Teilchentracking auch Einflüsse der transversalen auf die longitudinale Strahldynamik mit ein. Das *poematrix*-Modell hingegen bildet die nichtlineare Dynamik allein über den Momentum-Compaction-Faktor zweiter Ordnung ab. Ist dieser groß, stimmen die Dekohärenzzeiten recht gut überein. Je kleiner er aber wird, umso größer werden die Abweichungen der Dekohärenzzeiten. Der Einfluss der Chromatizität wird vom *poematrix*-Modell gar nicht wiedergegeben.

Die Sextupole erweisen sich als das entscheidende Werkzeug um die Depolarisation durch Dekohärenz einzustellen. Um die Depolarisation zu minimieren, sollte die Chromatizität in beiden Ebenen korrigiert werden.

## 4.4 Kreuzung depolarisierender Resonanzen

In diesem Abschnitt wird die Depolarisation beim Kreuzen depolarisierender Resonanzen behandelt. Auch diese wird von der Strahldynamik bestimmt und damit von der Abstrahlung von Synchrotronlicht beeinflusst. Um Resonanzkreuzung mit den unterschiedlichen Modellen der longitudinalen Strahldynamik simulieren zu können, müssen für alle Modelle Energierampen implementiert werden. Bei den vereinfachten Modellen kann dazu in den Gleichungen (4.10) und (4.11) ein  $\gamma_0(t)$  eingeführt werden. Auch beim *poematrix*-Modell muss lediglich  $\gamma_0$  in den Formeln zur Berechnung der abgestrahlten Energie (2.20), der Phasenverschiebung (4.12) und des Resonatorfeldes (4.7) während des Trackings aktualisiert werden. Dies wird derzeit bei jedem Durchlaufen eines Resonators ausgeführt. Beim *elegant*-Modell muss die Energierampe in *elegant* vor dem Teilchentracking konfiguriert werden. Dazu muss ein Element vom Typ RAMP in das Lattice eingefügt und mit einer in einer *SDDS*-Datei hinterlegten Rampe verknüpft werden. Diese Schritte führt *palattice* automatisch aus, sodass die in *poematrix* eingestellte Energierampe ohne Zutun des Nutzers in *elegant* übertragen wird.

### 4.4.1 Synchrotronseitenbänder

Wenn eine Resonanz auf jedes Teilchen gleich wirkt, kippen die Spinvektoren zwar von der vertikalen Achse weg, allerdings alle um den selben Winkel, sodass der Polarisationsgrad vollständig erhalten bleibt. In diesem Fall nimmt lediglich die vertikale Polarisation ab – die Ausrichtung des Polarisationsvektors ändert sich, sein Betrag bleibt aber erhalten. Genau genommen handelt es sich also nicht um Depolarisation, da der Prozess vollständig reversibel ist. Diese Überlegung trifft bei Imperfektionsresonanzen zu, weil sie von Aufstellungs- und Feldfehlern getrieben werden, die unabhängig von der individuellen Dynamik der Teilchen sind. Dennoch tritt bei Imperfektionsresonanzen aus zwei Gründen Depolarisation auf: Zum einen nimmt der Betrag des nach der Resonanzkreuzung nicht mehr vertikal ausgerichteten Polarisationsvektors wegen der Dekohärenz der Spinpräzessionen ab, die im vorangegangenen Abschnitt 4.3 thematisiert wurde. Zum anderen verursacht die longitudinale Strahldynamik sogenannte Synchrotronseitenbänder aller Resonanzen.

Die Synchrotronseitenbänder werden von den Synchrotronoschwingungen verursacht. Da die Energie der Teilchen mit der Synchrotronfrequenz  $\omega_s$  schwingt, wird diese Oszillation auch auf den Spinarbeitspunkt

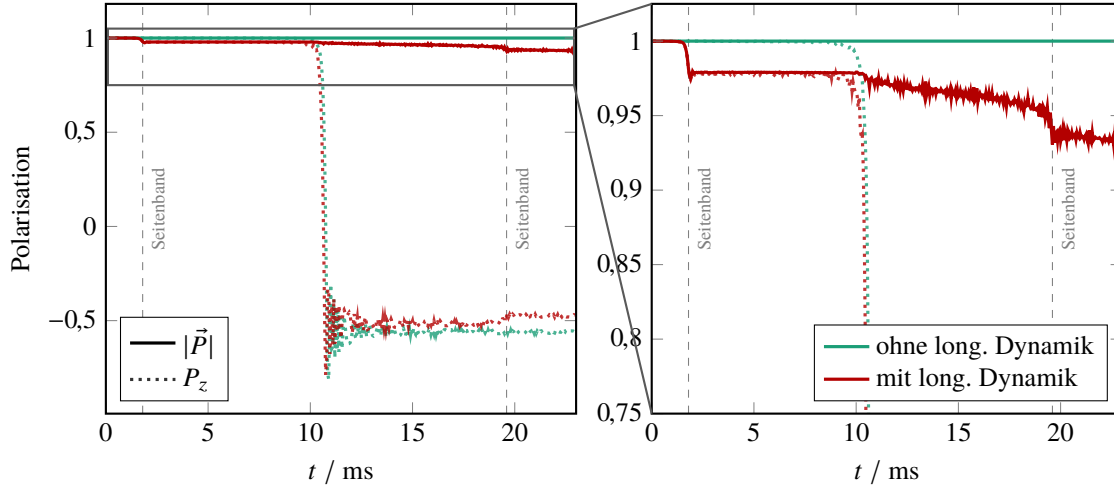


Abbildung 4.17: Exemplarische Simulation der Kreuzung der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 4$  im ELSA-Ring mit 4 GeV/s. Wird in *polematrix* die longitudinale Strahldynamik berücksichtigt, wie hier mit dem *elegant*-Modell, können Synchrotronseitenbänder und Dekohärenz simuliert werden.

$\gamma a$  jedes Teilchens moduliert. Das führt, im Frequenzraum betrachtet, zu Synchrotronseitenbändern der Spinpräzessionsfrequenz  $\Omega'_{\text{TBM},z} = \gamma a \omega_{\text{rev}}$  bei  $\pm \omega_s$  beziehungsweise zu Synchrotronseitenbändern des Spinarbeitspunkt  $\gamma a = \Omega'_{\text{TBM},z} / \omega_{\text{rev}}$  beim longitudinalen Arbeitspunkt  $\pm Q_s := \pm \omega_s / \omega_{\text{rev}}$ . Für jede depolarisierende Resonanz ist die Resonanzbedingung (siehe Gleichungen (2.13) bis (2.15)) demnach zusätzlich bei einer um

$$\Delta\gamma = \pm \frac{\omega_s}{a\omega_{\text{rev}}} \equiv \pm \frac{Q_s}{a}$$

verschobenen Strahlenergie erfüllt. Dies sind die Synchrotronseitenbänder depolarisierender Resonanzen. Beim Kreuzen einer Resonanz mit einer Energierampe der Geschwindigkeit  $\dot{E}$  treten sie

$$\Delta t = \pm \frac{\Delta\gamma mc^2}{\dot{E}} = \pm \frac{Q_s}{a} \frac{mc^2}{\dot{E}} \quad (4.13)$$

vor und nach der Hauptresonanz auf. Weil die Amplituden und Phasen der Synchrotronschwingungen der Teilchen individuell verschieden sind, sind diese Seitenbänder auch für jedes Teilchen unterschiedlich stark, sodass die Spinvektoren unterschiedlich weit gekippt werden und der Polarisationsgrad spontan abnimmt.

Abbildung 4.17 zeigt ein Beispiel für das Kreuzen der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 4$  im ELSA-Ring, welches mit *polematrix* und dem *elegant*-Modell der longitudinalen Strahldynamik simuliert wurde. Beide depolarisierenden Effekte sind gut erkennbar. Die Synchrotronseitenbänder vor und hinter der Resonanz reduzieren den Polarisationsgrad sofort. Sie sind etwa 8 ms von der Hauptresonanz entfernt, was dem nach Gleichung (4.13) erwarteten Abstand bei der hier gewählten Rampengeschwindigkeit  $\dot{E} = 6 \text{ GeV/s}$  und Synchrotronfrequenz  $f_s \approx 125 \text{ kHz}$  entspricht. Die Synchrotronfrequenz wurde hier absichtlich größer als der für ELSA übliche Wert gewählt, damit der Abstand der Seitenbänder größer ist und so der zweite depolarisierende Effekt deutlicher sichtbar ist: Nach der Hauptresonanz ist die vertikale Polarisation  $P_z$  kleiner als  $|\vec{P}|$ , sodass auch Depolarisation durch Dekohärenz auftritt, die ausführlich im vorangegangenen Abschnitt 4.3 behandelt wurde.

Die Seitenbänder beeinflussen die Änderung der vertikalen Polarisation  $P_f/P_i$  bei der Resonanzkennung und deshalb die in Abschnitt 2.4.1 eingeführte FROISSART-STORA-Kurve. In Abb. 4.18 ist ein

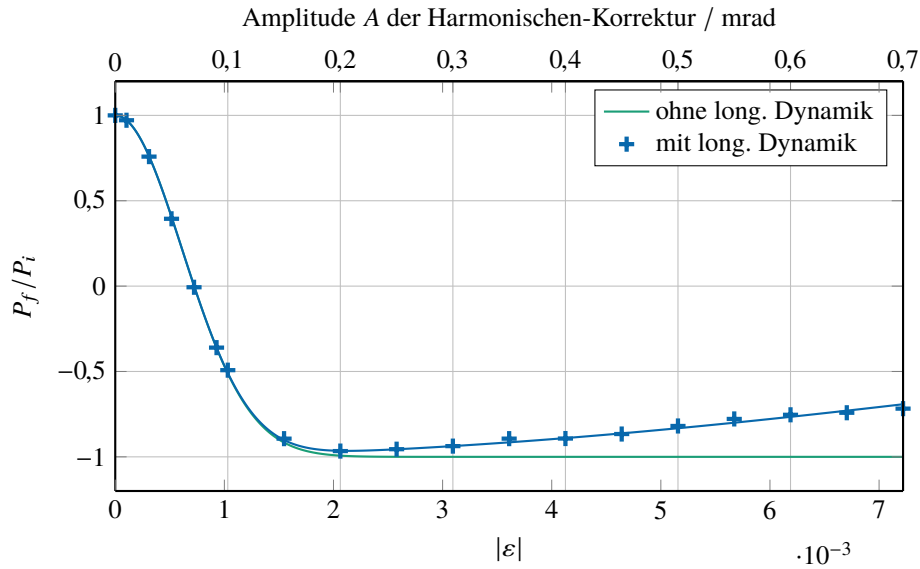


Abbildung 4.18: Exemplarische *polematrix*-Simulation der FROISSART-STORA-Kurve der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 5$  im ELSA-Ring. Die Resonanz wurde hier mit den vertikalen Korrektormagneten über die sogenannte Harmonischen-Korrektur (Abschnitt 5.3) angeregt. Die durch die longitudinale Strahldynamik verursachten Synchrotronseitenbänder, die hier mit dem *polematrix*-Modell simuliert wurden, führen dazu, dass bei großen Resonanzstärken kein vollständiger Spinflip möglich ist.

mit *polematrix* simulierter Verlauf der Kurve unter Berücksichtigung der longitudinalen Strahldynamik zu sehen. Dazu wurde hier das *polematrix*-Modell verwendet. In diesem Fall wurde für ELSA die Kreuzung von  $\gamma a = 5$  bei gleichbleibender Kreuzungsgeschwindigkeit  $\alpha \approx 1,188 \cdot 10^{-6}$  (6 GeV/s) simuliert und die Resonanzstärke variiert. Dazu wurde das in Abschnitt 5.3 erläuterte Verfahren der Harmonischen-Korrektur eingesetzt, bei dem eine Imperfektionsresonanz gezielt mit den vertikalen Korrektormagneten durch eine Feldverteilung der Amplitude  $A$  angeregt wird. Die Kickwinkel der Korrektormagnete wurden mit der vom ELSA-Kontrollsystem verwendeten Bibliothek *libclo* [Thi17] berechnet und mit *palattice* in das *elegant*-Lattice geschrieben, welches dann zur Verwendung mit *polematrix* exportiert wurde. Bei kleinen Resonanzstärken wirken sich die Seitenbänder nicht aus, weil auch ihre Stärke mit der Resonanzstärke skaliert. Bei großen Resonanzstärken führt die Depolarisation in den Seitenbändern allerdings dazu, dass kein vollständiger Spinflip mehr möglich ist, sondern  $|P_z|$  mit zunehmender Resonanzstärke wieder abnimmt.

Für eine analytische Beschreibung dieses Effekts muss die FROISSART-STORA-Formel modifiziert werden. Es existiert keine allgemeine Form um das Kreuzen beliebiger, eng beieinander liegender Resonanzen zu beschreiben (vgl. [MSY05b, Abschnitt 6.5]). Allerdings untersuchte [Yok83] den Einfluss der Synchrotronseitenbänder. Daraus kann die modifizierte FROISSART-STORA-Formel

$$\frac{P_f}{P_i} = \left( 2 \exp\left(-\frac{\pi|\varepsilon|^2}{2\alpha}\right) - 1 \right) \cdot \left( 2 \exp\left(-\frac{\pi|\varepsilon_s|^2}{2\alpha}\right) - 1 \right)^2 \quad (4.14)$$

abgeleitet werden, wobei  $\varepsilon_s$  die Stärke der Seitenbänder angibt. In Abb. 4.18 wurde Gleichung (4.14) an die *polematrix*-Simulation angepasst. Bei ELSA konnten mit diesem Verfahren auch Messungen der modifizierten FROISSART-STORA-Formel durchgeführt werden, die sich gut mit den Simulationen decken. Deren Ergebnisse und eine detailliertere Erläuterung der Methode sind in Abschnitt 7.4 zu finden. Die

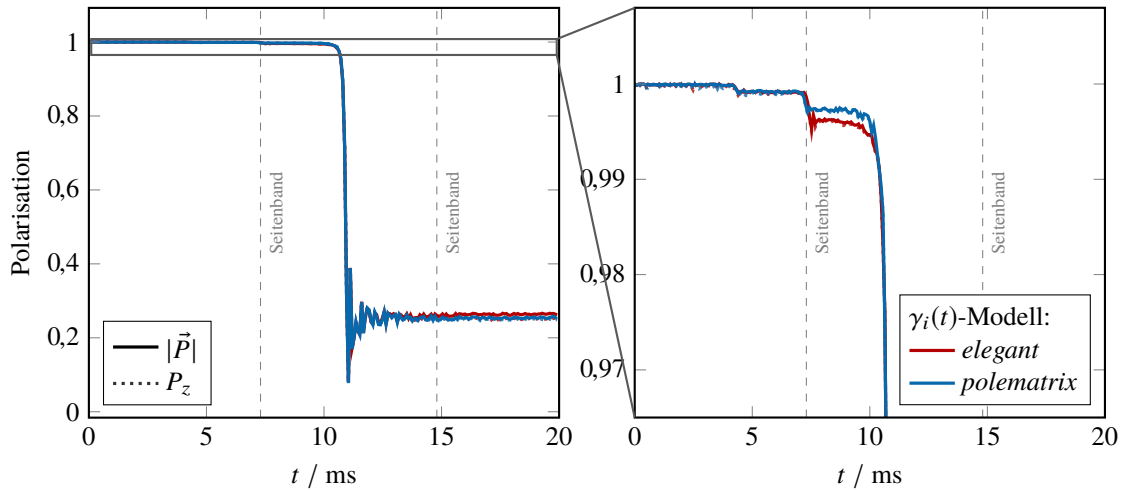


Abbildung 4.19: Exemplarische *polematrix*-Simulation der Kreuzung der intrinsischen Resonanz  $\gamma a = 0 + Q_z$  im ELSA-Ring mit 6 GeV/s. Die Trajektorien der 150 simulierten Elektronen wurden aus einem *elegant* Teilchenttracking mit vertikaler Emittanz  $\epsilon_z = 2,2 \cdot 10^{-7}$  m rad übernommen. Der Polarisationsgrad nimmt auch beim Kreuzen der Hauptresonanz ab, sodass stets  $|\vec{P}| \approx |P_z|$  gilt und  $P_z$  nicht zu erkennen ist. Mit beiden Modellen der longitudinalen Strahldynamik sind auch hier Synchrotronseitenbänder sichtbar.

dafür wichtige Harmonischen-Korrektur wird in Kapitel 6 ausführlich behandelt.

Diese Verringerung von  $|P_z|$  bei großen Resonanzstärken tritt nur auf, weil die Seitenbänder, wie in Abb. 4.17 zu sehen, als isolierte Resonanzen unabhängig von der Hauptresonanz gekreuzt werden. Protonenstrahlen haben in der Regel um Größenordnungen kleinere Synchrotronfrequenzen als Elektronenstrahlen, da ohne Synchrotronlichtabstrahlung ein wesentlich kleinerer Überspannungsfaktor ausreicht um Strahlverlust zu verhindern (stabiler Phasenbereich der Synchrotronoschwingung, siehe z.B. [Wil96, Abschnitt 5.7]). Deswegen fallen die Synchrotronseitenbänder bei Protonen typischerweise mit der Hauptresonanz zusammen (siehe Gleichung (4.13)), sodass die ursprüngliche FROISSART-STORA-Formel (2.17) gilt. So kann Depolarisation durch eine Imperfektionsresonanz an Protonenbeschleunigern dadurch verhindert werden, dass die Resonanz absichtlich angeregt wird um einen vollständigen Spinflip zu induzieren. Dabei muss lediglich sichergestellt werden, dass die Anregung ausreichend stark ist. An Elektronenbeschleunigern führt die longitudinale Strahldynamik dazu, dass die Polarisation auch bei zu starker Anregung wieder abnimmt und Imperfektionsresonanzen somit nur durch präzise dosierte Korrekturen auf  $P_f/P_i = \pm 1$  eingestellt werden können. Das an ELSA eingesetzte Korrekturverfahren wird in Abschnitt 5.3 beschrieben.

#### 4.4.2 Intrinsische Resonanzen

Bisher wurden in diesem Abschnitt ausschließlich Imperfektionsresonanzen behandelt. Alle genannten Depolarisationseffekte treten auch bei intrinsischen Resonanzen auf. Zusätzlich depolarisiert der Teilchenstrahl dort aber auch schon beim Kreuzen der Hauptresonanz, weil intrinsische Resonanzen von den Betatronschwingungen angeregt werden und ihre Stärke somit von der Amplitude der Betatronschwingung abhängt und für jedes Teilchen unterschiedlich ist. Dies ist in Abb. 4.19 erkennbar, für die exemplarisch das Kreuzen der intrinsischen Resonanz  $\gamma a = 0 + Q_z$  im ELSA-Ring mit 6 GeV/s mit *polematrix* simuliert wurde. Die Trajektorien wurden automatisch aus dem *elegant*-Tracking übernommen. Um eine höhere Resonanzstärke zu erhalten, wurde zuvor in *elegant* eine vergrößerte vertikale Emittanz von  $\epsilon_z = 2,2 \cdot 10^{-7}$  m rad als Startbedingung des mit 150 Teilchen simulierten Elektronenstrahls eingestellt.

Wie zuvor bereits bei den Synchrotronseitenbändern beobachtet, fällt  $|\vec{P}|$  instantan mit  $P_z$ , sodass  $P_z$  in der Abbildung überhaupt nicht erkennbar ist. Starke intrinsische Resonanzen führen also in der Regel zu erheblich mehr Depolarisation als Imperfektionsresonanzen.

Auch bei der intrinsischen Resonanz in Abb. 4.19 sind Synchrotronseitenbänder zu erkennen, die im Vergleich mit Abb. 4.17 aufgrund der geringeren Resonanzstärke allerdings schwächer ausfallen. Der Abstand von der Hauptresonanz stimmt auch hier für beide Modelle der longitudinalen Dynamik mit Gleichung (4.13) überein ( $f_s \approx 89$  kHz). Lediglich die Stärke des unteren Seitenbandes unterscheidet sich leicht zwischen den Modellen. Im Gegensatz zur Imperfektionsresonanz ist sogar ein unteres Synchrotronseitenband zweiter Ordnung bei  $\Delta\gamma a = -2Q_s$  erkennbar. Mit beiden Modellen ist das untere Seitenband stärker ausgeprägt als das obere. Der Grund dafür ist aber die Berechnung der Polarisation aus zu wenigen Teilchen, was im folgenden Abschnitt untersucht wird.

## 4.5 Anforderungen quantitativer Simulationen

Es gibt grundsätzlich zwei mögliche Zielsetzungen bei Spintracking-Simulationen. Entweder soll das Ergebnis rein qualitativ verwendet werden um mehrere Simulationen miteinander zu vergleichen – etwa um die Abhängigkeit einer Resonanzstärke von einem bestimmten Parameter zu untersuchen oder Verfahren zur Kompensation depolarisierender Resonanzen zu bewerten. Oder aber die Polarisation soll tatsächlich quantitativ bestimmt werden. Dies setzt zunächst einmal voraus, dass das dem Spintracking zugrunde liegende Modell des Beschleunigers so genau wie möglich der Realität entspricht. Dies stellt eine große Herausforderung dar, weil Orbit, Trajektorien und resonanztreibende Felder von Aufstellungs- und Feldfehlern der Magnete beeinflusst werden (siehe auch Abb. 5.7 und Kapitel 6). Der einzige freie Parameter des Spintrackings selbst ist die Anzahl der Teilchen für die das Tracking durchgeführt wird und deren Spinvektoren dann zum Polarisationsvektor gemittelt werden. Die Unterschiede der Bewegung der Spinvektoren durch die longitudinale Dynamik sind die einzige Ursache für Depolarisation. Im Zweifelsfall sollte bei einer quantitativen Simulation immer die Abhängigkeit des Ergebnisses von der Teilchenzahl untersucht werden. In diesem Abschnitt werden zwei Beispiele für ELSA gezeigt um einen Eindruck von den Größenordnungen zu vermitteln.

**Depolarisation durch Dekohärenz** Für Abb. 4.20 wurde die Depolarisation durch Dekohärenz im ELSA-Ring bei 3,2 GeV über 50 ms simuliert. Damit die Depolarisation möglichst stark ist, wurde  $k_{2,F} = 1 \text{ m}^{-3}$  gesetzt. Mit beiden  $\gamma_i(t)$ -Modellen konvergiert der Polarisationsgrad, wenn ausreichend viele Teilchen simuliert werden. Ab etwa 150 Teilchen ist  $|\vec{P}|$  auf  $\pm 0,01$  stabil.  $\tau_{\text{dekoh}}$  schwankt dann nur noch um etwa 2 ms. Von 10 bis 150 Teilchen schwankt  $|\vec{P}|$  um bis zu 0,15 ( $\tau_{\text{dekoh}}$  hier um bis zu 20 ms). Die Abweichungen zwischen den beiden Modellen wurden in Abschnitt 4.3.4 diskutiert.

**Synchrotronseitenbänder** Abbildung 4.21 zeigt die Änderung der vertikalen Polarisation beim Kreuzen der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 5$  im ELSA-Ring. Die Hauptresonanz ist dabei für alle Teilchen gleich stark, sodass für deren Simulation nur ein einziges Teilchen erforderlich ist. Deshalb wurden hier die resonanztreibenden Felder so stark eingestellt, dass die Synchrotronseitenbänder maßgeblich das Ergebnis bestimmen (siehe Abb. 4.18). In diesem Fall ändert sich  $P_f/P_i$  mit der Anzahl der simulierten Teilchen um 0,05 bis 0,1. Alle Simulationen mit einem Modell wurden mit den gleichen Zufallszahlen für die Erzeugung der longitudinalen Phasenraumverteilung (“Seed”) durchgeführt. Bei wenigen Teilchen kann das Ergebnis andernfalls auch von der gewürfelten Phasenraumverteilung abhängen.

Mit dem *polematrix*-Modell ändert sich das Ergebnis, wie auch im ersten Beispiel, ab etwa 150 Teilchen nur noch um weniger als  $\pm 0,01$ . Im rechten Teil der Abbildung ist exemplarisch für zwei Teilchenzahlen

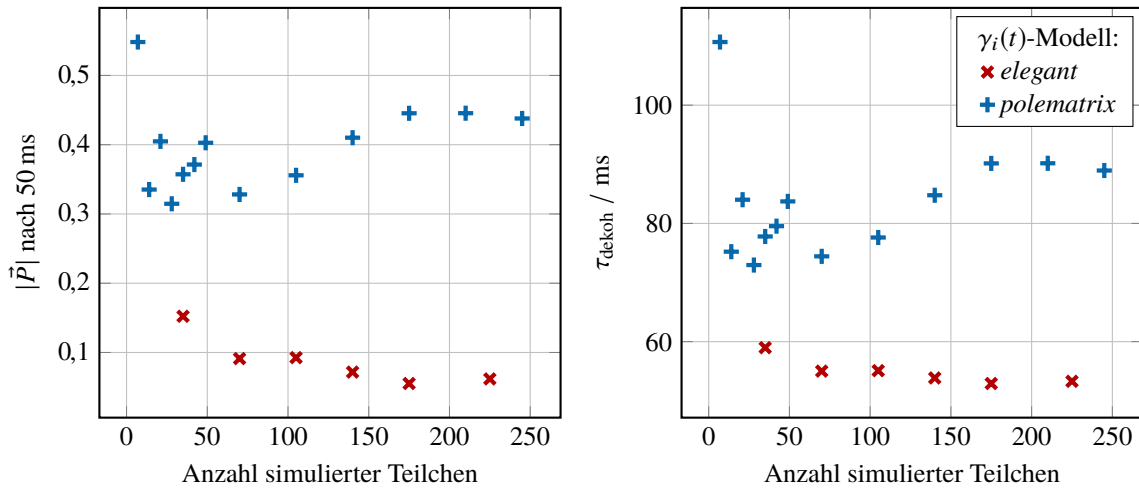


Abbildung 4.20: Beispiel für die Abhängigkeit der mit *polematrix* simulierten Depolarisation durch Dekohärenz von der Anzahl der Teilchen, die zur Berechnung des Polarisationsvektors verwendet wird. Es wurde der ELSA-Ring bei 3,2 GeV mit  $k_{2,F} = 1 \text{ m}^{-3}$  simuliert, damit starke Depolarisation auftritt.

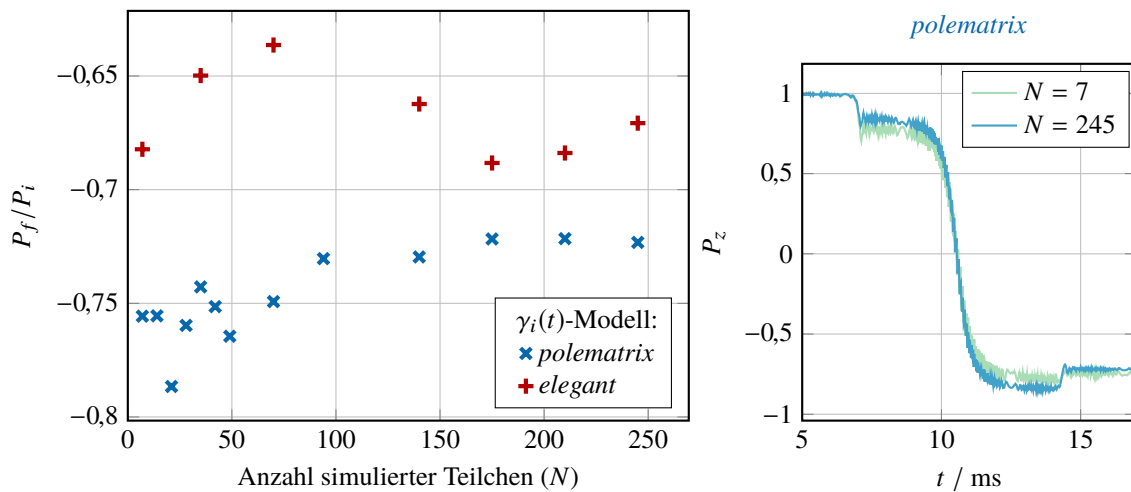


Abbildung 4.21: Beispiel für die Abhängigkeit der mit *polematrix* simulierten Kreuzung einer Imperfektionsresonanz mit Seitenbändern von der Anzahl der Teilchen, die zur Berechnung des Polarisationsvektors verwendet wird. Es wurde die Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 5$  im ELSA-Ring mit hoher Resonanzstärke simuliert, damit die Synchrotronseitenbänder stark beitragen.

$P_z(t)$  aufgetragen. Hier ist ein Effekt gut erkennbar, der in vielen Simulationen beobachtet werden konnte: Bei zu geringer Teilchenzahl ist in der Regel das untere Synchrotronseitenband zu stark und das obere Synchrotronseitenband zu schwach ausgeprägt. Mit steigender Teilchenzahl gleichen sich diese aneinander an. Bei Verwendung des *elegant*-Modells bleiben die Änderungen im Bereich von 0,03 und der Grenzwert kann aus den untersuchten Fällen noch nicht eindeutig abgeschätzt werden. Die Ergebnisse der beiden Modelle liegen etwa 0,05 auseinander. Ein weiterer Grund hierfür kann die um etwa 10% voneinander abweichende Energiebreite (siehe Abschnitt 4.2.3) sein. Bei geringeren Resonanzstärken ist der Unterschied der Ergebnisse natürlich kleiner und sie schwanken weniger mit der Anzahl der simulierten Teilchen.

$\gamma_i(t)$ -Modell	<gammaModel>	Kurzbeschreibung
ohne long. Dynamik	linear	$\gamma_i(t) = \gamma_0$
konstantes $\Delta\gamma$	offset	$\gamma_i(t) = \gamma_0 + \Delta\gamma_i$
Schwingung mit $\omega_s$	oscillation	$\gamma_i(t) = \gamma_0 + \Delta\gamma_i \cos(\omega_s t + \psi_i)$
<i>elegant</i>	simtool	Import von $\gamma_i(t)$ aus <i>elegant</i> -Teilchentracking
<i>polematrix</i>	radiation	Synchrotronlichtabstrahlung nach Abschnitt 4.2

Tabelle 4.1: Zusammenfassung der unterschiedlichen Modelle der longitudinalen Strahldynamik in *polematrix*. Mit den bei <gammaModel> angegebenen Bezeichnungen können sie in der Konfiguration von *polematrix* aktiviert werden. Details zur Konfiguration von *polematrix* sind in Anhang A zu finden.

## 4.6 Zusammenfassung

Mit den vorliegenden Studien konnte ein klares Verständnis der Vorgänge erreicht werden, die zu Depolarisation in Elektronensynchrotronen führen. Durch Dekohärenz der Spinpräzessionen nehmen die Komponenten des Polarisationsvektors senkrecht zur invarianten Spinachse mit der Zeit ab. Ausschlaggebende Ursache dafür ist nicht die stochastische Synchrotronlichtabstrahlung selbst, sondern vielmehr der nichtlineare Anteil der longitudinalen Strahldynamik. Deshalb kann die Dekohärenzzeit über Sextupolmagnete eingestellt werden. Sie ist maximal, wenn die Chromatizität vollständig korrigiert ist. Das gilt genauso für Protonenstrahlen, die kein Synchrotronlicht abstrahlen. Sofern Hochfrequenzresonatoren verwendet werden und so Phasenfokussierung auftritt, sind die Dekohärenzzeiten deutlich länger als das naive Modell aus Abschnitt 4.3.2 vermuten lässt. Die Synchrotronstrahlung beeinflusst dies eher indirekt durch die Festlegung verschiedener Strahlparameter wie der Synchrotronfrequenz. Außerdem tritt Depolarisation beim Kreuzen von intrinsischen Resonanzen auf, sowie beim Kreuzen von Synchrotronseitenbändern aller depolarisierenden Resonanzen. Aufgrund der Abstrahlung von Synchrotronlicht sind bei Elektronenstrahlen größere Synchrotronfrequenzen als bei Protonenstrahlen erforderlich, sodass die Synchrotronseitenbänder als separate Resonanzen gekreuzt werden.

Derzeit sind in *polematrix* zwei einfache und zwei realistische Modelle der longitudinalen Strahldynamik implementiert, die in Tabelle 4.1 zusammengefasst sind. Nach allen hier analysierten Simulationen kann *polematrix* mit dem *elegant*-Modell uneingeschränkt für realistische Spintracking-Simulationen von Elektronenstrahlen verwendet werden – mit Ausnahme von Selbstpolarisation, die aber in der Regel erst auf Zeitskalen von Minuten bis Stunden signifikant beiträgt. Erste Ergebnisse mit dem *elegant*-Modell wurden auch in [Sch+16] veröffentlicht. Der Nachteil des *elegant*-Modells ist aber die vergleichsweise hohe Rechenzeit. Diese liegt zunächst einmal daran, dass vor dem Spintracking das 6D Teilchentracking mit *elegant* ausgeführt wird. Bei Verwendung anderer Modelle der longitudinalen Dynamik ist dies nur dann erforderlich, wenn die Trajektorien der Teilchen benötigt werden – zum Beispiel um intrinsische Resonanzen zu simulieren. Hinzu kommt, dass auch die Rechenzeit des Spintrackings selbst vergleichsweise hoch ist, weil die Trackingergebnisse von *elegant* zunächst in Dateien auf die Festplatte geschrieben und dann von *polematrix* wieder eingelesen werden müssen. Die Erfahrung zeigt, dass dies nur dann in akzeptabler Zeit gelingt, wenn die *SDDS*-Dateien beim Einlesen vollständig im Arbeitsspeicher zwischengespeichert werden können, da *libSDDS* für jedes Teilchen auf alle Dateien zugreifen muss. Wie in Abschnitt 3.1.2 angegeben, sind diese bei 100 Teilchen und 100 ms Trackingdauer über 30 GB groß. Deshalb ist die bei Verwendung des *elegant*-Modells mögliche Teilchenzahl und Trackingdauer durch den verfügbaren Arbeitsspeicher limitiert. Bei den hier gezeigten Simulationen wurde ein Rechner mit 40 GB Arbeitsspeicher eingesetzt.

Wenn weniger Arbeitsspeicher zur Verfügung steht oder ein schnelleres Tracking gewünscht ist,



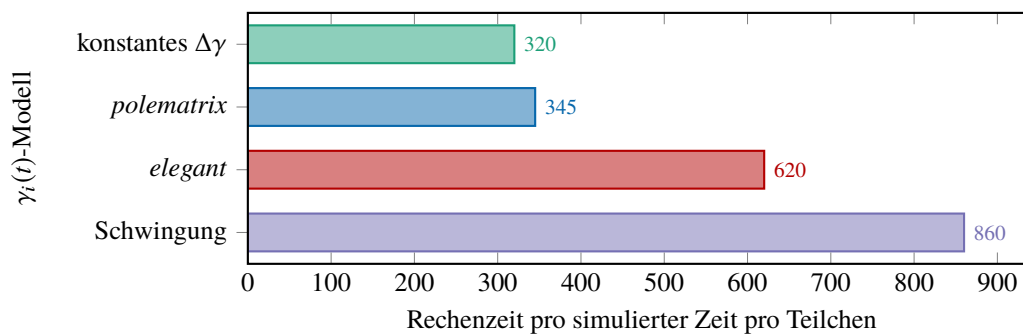


Abbildung 4.22: Rechenzeiten des Spintrackings mit *polematrix* für verschiedene Modelle der longitudinalen Strahldynamik normiert auf die simulierte Zeitspanne und die Anzahl der simulierten Teilchen. Die Rechenzeiten wurden auf einem PC mit dem *Intel® Core™ i7* Prozessor *3930K* und 40 GB Arbeitsspeicher bei Verwendung von zehn Threads gemessen und über viele Simulationen gemittelt. Bei Verwendung der individuellen Trajektorien aus *elegant* erhöht sich hier, unabhängig vom Modell, die normierte Rechenzeit um etwa 200.

empfeht sich die Verwendung des selbst implementierten *polematrix*-Modells. Abbildung 4.22 zeigt einen Vergleich der Rechenzeiten des Spintrackings bei Verwendung der verschiedenen Modelle der longitudinalen Strahldynamik. Die Dauer des *elegant*-Teilchentrackings ist nicht enthalten und alle Fälle wurden ohne Berücksichtigung der transversalen Dynamik simuliert<sup>11</sup>. Die Rechenzeiten wurden auf die simulierte Zeitspanne (z.B. 50 ms) sowie die Teilchenzahl normiert, die beide linear eingehen, und über viele Simulationen gemittelt. Alle wurden mit zehn Threads, also je zehn gleichzeitig berechneten Teilchen, auf einem PC mit dem *Intel® Core™ i7* Prozessor *3930K* und 40 GB Arbeitsspeicher durchgeführt. Das Spintracking dauert unter Verwendung des *elegant*-Modells etwa doppelt so lang wie ohne realistische longitudinale Dynamik – sofern genügend Arbeitsspeicher zur Verfügung steht. Überraschend ist, dass das einfache Schwingungs-Modell noch mehr Zeit benötigt. Das bestätigt die negativen Erfahrungen mit der Rechenzeit trigonometrischer Funktionen bei *pole* (Abschnitt 3.3.2). Das direkt in *polematrix* implementierte realistische Modell benötigt hingegen trotz stochastischer Synchrotronlichtabstrahlung nur etwa 8 % mehr Rechenzeit als ohne longitudinale Dynamik und erfordert, unabhängig von Trackingdauer und Teilchenzahl, wenig Arbeitsspeicher. Dafür muss der Verzicht auf die indirekten Einflüsse der transversalen Dynamik in Kauf genommen werden. Dennoch wird die Verwendung des *polematrix*-Modells empfohlen, das auch als Standard voreingestellt ist. Lediglich wenn bei einer Simulation die Depolarisation durch Dekohärenz im Mittelpunkt steht und quantitativ bestimmt werden soll, muss derzeit auf das *elegant*-Modell verwiesen werden. Die qualitative Übereinstimmung mit den Messungen an COSY ist ein starkes Indiz dafür, dass *polematrix* mit dem *elegant*-Modell auch realistische Simulationen der Depolarisation durch Dekohärenz ermöglicht.

<sup>11</sup> Bei Verwendung der individuellen Trajektorien aus *elegant* erhöht sich hier, unabhängig vom  $\gamma_i(t)$ -Modell, die normierte Rechenzeit um etwa 200.



---

## Polarisationsoptimierung an ELSA

---

Polarisierte Elektronen im GeV-Bereich werden weltweit nur von sehr wenigen Beschleunigern bereitgestellt. CEBAF an der Thomas Jefferson National Accelerator Facility besteht aus zwei supraleitenden Linearbeschleunigern, die mit fünf separaten Strahlführungen verbunden sind, sodass die Elektronen die Beschleunigungsstrecken bis zu fünfmal durchlaufen können und dabei eine Energie von bis zu 12 GeV erreichen (vgl. [Fre15]). MAMI an der Universität Mainz ist eine einzigartige Kaskade von vier Mikrotronen mit einer Strahlenergie von bis zu 1,6 GeV. ELSA ist derzeit das weltweit einzige Synchrotron mit polarisiertem Elektronenstrahl und erreicht einen Polarisationsgrad von gut 70 % bei 2,35 GeV und über 60 % bei 3 GeV.

Im Gegensatz zu CEBAF und MAMI treten hier während der Beschleunigung depolarisierende Resonanzen auf. Ohne dedizierte Korrekturverfahren zur Kompensation aller Resonanzen beträgt der Polarisationsgrad bei 2,35 GeV deshalb weniger als 40 % und bei 3 GeV ist keine Polarisation mehr messbar. Die Korrekturverfahren müssen für jede einzelne Resonanz zu Beginn einer Strahlzeit empirisch optimiert werden, weil Resonanzbedingungen und -stärken von der Strahldynamik und Aufstellungsfehlern der Magnete abhängen und sich deshalb mit der Zeit verändern. Diese für die Bereitstellung des polarisierten Strahls essentielle Prozedur wird als Polarisationsoptimierung bezeichnet. In diesem Kapitel werden die Beschleunigeranlage ELSA vorgestellt, der Ablauf der Polarisationsoptimierung erläutert und aktuelle Ergebnisse zusammengefasst.

### 5.1 Die Beschleunigeranlage ELSA

Den Grundstein für die Beschleunigeranlagen am Physikalischen Institut der Universität Bonn legte WOLFGANG PAUL, der dort in den 1950er Jahren den ersten stark fokussierenden Beschleuniger Europas baute. Auf diesem Erfolg aufbauend ging 1967 das 2,5 GeV Synchrotron in Betrieb, welches seit 1987 als Vorbeschleuniger für den ELSA-Ring dient (siehe [Hil06]). Abbildung 5.1 zeigt die Anlage in ihrer heutigen Form. Sie besteht aus einem 26 MeV Linearbeschleuniger, dem in der Regel bei 1,2 GeV betriebenen Booster-Synchrotron und dem ELSA-Ring, der Akkumulation, Speicherung und langsame Extraktion des Strahls zu drei Experimentierplätzen bei jeder Strahlenergie bis 3,2 GeV ermöglicht [Hil+17]. Genutzt wird der Strahl derzeit von den Hadronenphysik-Experimenten Crystal Barrel/TAPS [BT17] und BGO-OD [SK17] sowie für Tests von neuen Detektorentwicklungen (vgl. [Swi+16]) – zum Beispiel für den ATLAS-Detektor am CERN.

Die Bonner Beschleunigeranlage hat eine lange Tradition in der Bereitstellung polarisierter Elektronenstrahlen. Das 2,5 GeV Synchrotron war das weltweit erste Synchrotron in dem polarisierte Elektronen beschleunigt wurden [Bre+85]. Von 2000 bis 2002 wurden mit dem GDH Experiment erstmals Messun-

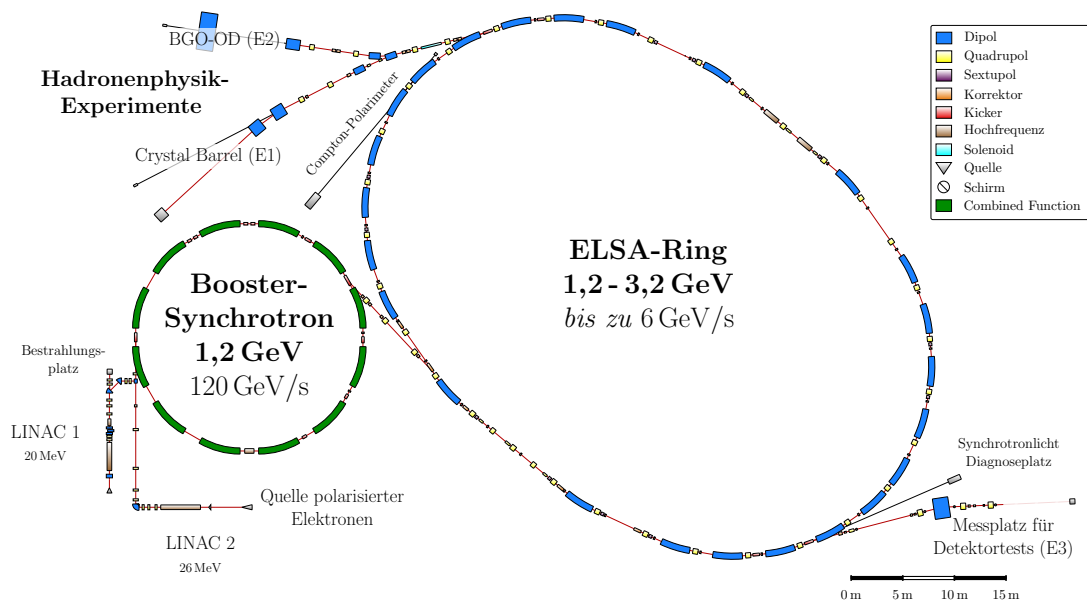


Abbildung 5.1: Die Beschleunigeranlage ELSA am Physikalischen Institut der Universität Bonn.

gen mit einem polarisierten Strahl aus dem ELSA-Ring durchgeführt [Dut+03]. In der Folge begannen im Rahmen des Sonderforschungsbereichs SFB/TR 16 „Elektromagnetische Anregung subnuklearer Systeme“ Doppelpolarisationsexperimente mit dem Crystal Barrel/TAPS Experiment. Dabei wird ein polarisierter Photonenstrahl verwendet um polarisierte Nukleonen in energiereichere Zustände, sogenannte Baryonenresonanzen, anzuregen, welche dann über ihre Zerfallsprodukte charakterisiert werden können. Die Festlegung der Spinausrichtung von Strahl und Target ermöglicht es die angeregten Zustände bezüglich ihres Spins zu filtern und so auch die energetisch überlappenden Resonanzen getrennt zu vermessen (siehe [BT17]).

Der polarisierte Photonenstrahl wird wenige Meter vor dem Target über Bremsstrahlung aus dem Elektronenstrahl erzeugt. Zirkularpolarisierte Photonen setzen dabei einen polarisierten Elektronenstrahl voraus (vgl. [BT17, Abschnitt 3.4]). Die Nukleonen im Target werden in einem äußeren Magnetfeld mit Hilfe der sogenannten “Dynamic Nucleon Polarization” polarisiert (siehe [GMR02] für einen Überblick). Durch Abkühlen des sogenannten “frozen spin targets” auf wenige Millikelvin gelingt es die Polarisation nach Ersetzen des Feldes durch ein schwächeres Haltefeld über mehrere Tage aufrecht zu erhalten [DGM17].

Im Folgenden werden die Bestandteile der Anlage vorgestellt, wobei der Schwerpunkt auf den für den Betrieb mit polarisierten Elektronen relevanten Aspekten liegt.

### 5.1.1 Die Quelle polarisierter Elektronen

Zwar kann im ELSA-Ring auch die Selbstpolarisation über den SOKOLOV-TERNOV-Effekt verwendet werden um einen polarisierten Strahl zu erhalten (siehe Abschnitt 2.5.2), allerdings ist dies für den Betrieb der externen Fixed-Target-Experimente nicht praktikabel, da der Aufbau der Polarisation im ELSA-Ring nach Gleichung (2.21) je nach Strahlenergie 7 min bis über 14 h dauert, eine Füllung aber in der Regel innerhalb von deutlich weniger als 1 min extrahiert wird. Deshalb ist eine Quelle zur Erzeugung eines niederenergetischen polarisierten Elektronenstrahls Grundvoraussetzung für eine effiziente Versorgung der Experimente an ELSA mit polarisierten Elektronen. Bereits vor dem Bau des ELSA-Rings wurden in

Bonn mehrere Quellen für polarisierte Elektronen gebaut (z.B. [Dra+77]).

Die aktuelle Quelle ist seit dem Jahr 2000 in Betrieb [Hi100] und wurde inzwischen durch ein die Verfügbarkeit verbesserndes neues Schleusensystem und eine Erhöhung des Strahlstroms von 100 mA auf 200 mA erweitert [Hei14]. Die Quelle basiert auf einer Strained-Layer-Superlattice-GaAs-Photokathode. Der spezielle Aufbau des Kathodenmaterials führt zu einer Aufhebung der Entartung der Energieniveaus bezüglich der Spinausrichtung (magnetische Quantenzahl  $m$ ) im Valenzband. So werden durch die Wahl der Wellenlänge und Polarisation des eingestrahlt Lichts nur Elektronen aus genau einem der Niveaus ins Leitungsband angehoben, sodass sich dort theoretisch Elektronen mit einem Polarisationsgrad von 100 % befinden. Diese können den Kristall nur dann verlassen, wenn die Austrittsarbeit durch eine spezielle Präparation der Oberfläche der Kathode verringert wurde. Dazu wird sie abwechselnd mit Cäsium und Sauerstoff bedampft um im Mittel eine einzige Lage CsO aufzutragen. In Kombination mit der vorherigen Reinigung der Kristalloberfläche wird so eine Quantenausbeute<sup>1</sup> von bis zu 1 % und ein Polarisationsgrad von etwa 86 % erreicht [Hei14, Abschnitt 4.2].

Die empfindliche Oberfläche der Photokathode wird mit der Zeit durch chemische Reaktionen mit Restgasmolekülen und durch vom Elektronenstrahl ionisiertes Restgas beschädigt, sodass die Quantenausbeute abnimmt und nur durch erneute Reinigung und Erneuerung der CsO-Schicht wiederhergestellt werden kann. Deshalb ist ein geringer Druck und damit das Vakuumsystem für den Betrieb der Quelle polarisierter Elektronen von entscheidender Bedeutung. Derzeit ist der Totaldruck kleiner als  $1 \cdot 10^{-11}$  mbar.

Zum Auslösen der Elektronen aus der Kathode wird ein durchstimmbarer Titan-Saphir-Laser mit einer Wellenlänge im Bereich von 750 bis 900 nm verwendet, der 10  $\mu$ s lange Pulse mit einer Leistung von etwa 10 kW und einer Wiederholrate von 50 Hz generiert, aus denen 1  $\mu$ s lange Pulse ausgeschnitten werden. Die Wiederholrate entspricht gerade dem Zyklus des Booster-Synchrotrons (siehe folgender Abschnitt 5.1.2). Detaillierte Beschreibungen des Funktionsprinzips der Photokathode und des Aufbaus der Quelle sind in [Hei14; Hi100] zu finden.

Die Elektronen werden mit einer statischen Hochspannung zwischen Kathode und Anode auf 48,6 keV beschleunigt. Die Quelle wird dabei in der Raumladungsbegrenzung betrieben um einen wohldefinierten konstanten Strahlstrom zu erhalten. Der Polarisationsvektor zeigt, bedingt durch die von der Photokathode definierte Quantisierungsachse, in Bewegungsrichtung des Elektronenstrahls. Vor der Injektion in die Kreisbeschleuniger müssen die Spins in die Vertikale gedreht werden, damit sie parallel zur invarianten Spinachse stehen und die Polarisation erhalten bleiben kann. Dazu wird die letzte Ablenkung des Elektronenstrahls vor dem Linearbeschleuniger mit einem elektrostatischen Deflektor ausgeführt, der den Impuls des Teilchens um 90° dreht, dessen Einfluss auf den Spin für niederenergetische Elektronen aber zu vernachlässigen ist [Hof01, Abschnitt 3.7].

### 5.1.2 Vorbeschleunigung

Die Quelle polarisierter Elektronen befindet sich vor dem Linearbeschleuniger LINAC2, der den Elektronenstrahl auf 26 MeV beschleunigt. Entlang des Linearbeschleunigers befinden sich einige Solenoide zur Fokussierung des Strahls, die den Polarisationsvektor um die Strahlachse drehen. Diese Drehung kann mit den Doppelsolenoiden DSol1 bis DSol3 in der Strahlführung vor dem Linearbeschleuniger empirisch kompensiert werden, indem man den Polarisationsvektor so verdreht, dass im ELSA-Ring die maximale Polarisation gemessen wird.

Das Booster-Synchrotron [Alt+68] ist 69,6 m lang und enthält nur eine einzige Magnetfamilie. Die 12 "Combined Function"-Magnete lenken den Strahl auf die Kreisbahn und fokussieren ihn zusätzlich

<sup>1</sup> Als Quantenausbeute wird das Verhältnis der Anzahl der eingestrahlt Photonen zur Anzahl der aus der Kathode ausgelösten Elektronen bezeichnet.

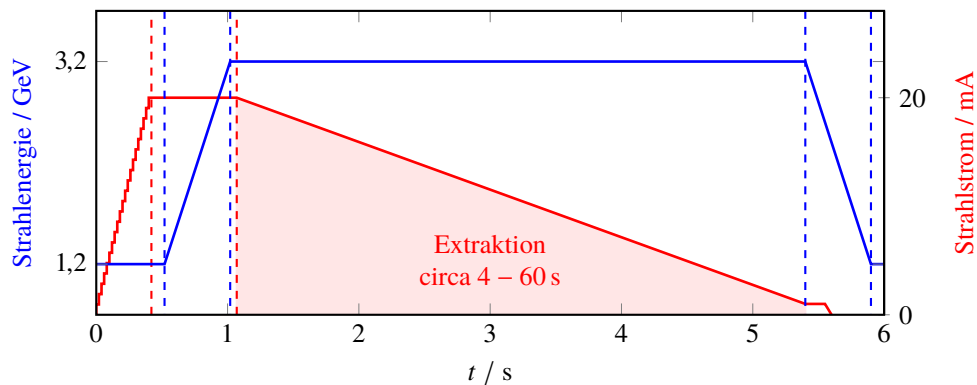


Abbildung 5.2: Beschleunigerzyklus von ELSA im sogenannten Nachbeschleunigungs- oder “Booster”modus. Während der gesamten mit Extraktion gekennzeichneten Phase wird dem gewählten Experiment ein konstanter einstellbarer Strahlstrom bereitgestellt. [Sch15, Abb. 1.2]

durch die spezielle Form der Polschuhe. Sie bestehen aus F- und D-Sektoren, in denen der Abstand der Polschuhe radial (in  $x$ -Richtung) nach außen ab- beziehungsweise zunimmt [Alt+68, Abschnitt 4.1]. Die Energierampe des Booster-Synchrotrons ist außergewöhnlich schnell. Die Elektronen werden in weniger als 10 ms auf 1,2 GeV beschleunigt, was einer mittleren Rampengeschwindigkeit  $\dot{E}$  von 120 GeV/s entspricht. Dies wurde in den 1960er Jahren realisiert, indem die Spulen aller 12 Magnete zusammen mit einer Vielzahl an Kondensatoren zu einem analogen 50 Hz Schwingkreis verbunden wurden. Mit einem zusätzlichen Gleichstromanteil wird das Magnetfeld so verschoben, dass fast während der gesamten steigenden Flanke des mit 50 Hz oszillierenden Feldes Elektronen beschleunigt werden können. Im Booster-Synchrotron werden die ersten beiden Imperfektionsresonanzen  $\gamma a = 1$  und  $\gamma a = 2$  gekreuzt. Die hohe Rampengeschwindigkeit ist aber gleichbedeutend mit einer hohen Kreuzungsgeschwindigkeit depolarisierender Resonanzen (siehe Abschnitt 2.4.1). Deshalb ist keine signifikante Depolarisation im Booster-Synchrotron messbar, obwohl dort keinerlei Maßnahmen zur Kompensation der Resonanzen angewendet werden. Problematisch wären lediglich Resonanzen nahe der Extraktionsenergie, wenn die Energierampe langsamer ist. Nach Messungen aus dem Jahr 2001 beträgt die Depolarisation im Booster-Synchrotron weniger als 3 % [Hof01, Abschnitt 3.8].

### 5.1.3 Der ELSA-Ring

Der ELSA-Ring [HS88] ist 164,4 m lang und besteht, wie alle modernen Beschleuniger, aus separaten Dipol-, Quadrupol- und Sextupolmagneten (“Separated Function”). Zur Beschleunigung werden zwei fünfzellige 500 MHz PETRA Hochfrequenzresonatoren eingesetzt.

Neben der Maximalenergie wurde mit der Erweiterung des Bonner Beschleunigers zur „Elektronen-Stretcher-Anlage“ ELSA vor allem das makroskopische Tastverhältnis für die externen Experimente verbessert. Es bezeichnet den Anteil der Zeit, in dem ein Teilchenstrahl am Experiment bereitgestellt wird. Mit der Methode der sogenannten Resonanzextraktion wird über mehrere Sekunden ein kontinuierlicher<sup>2</sup> Elektronenstrahl aus dem ELSA-Ring extrahiert, dessen Intensität typischerweise mindestens sieben Größenordnungen kleiner als der intern gespeicherte Strahlstrom ist. Dazu wird der horizontale Arbeitspunkt absichtlich in die Nähe der drittelzahligen optischen Resonanz  $Q_x = 4\frac{2}{3}$  verschoben und

<sup>2</sup> Ein Teilchenstrahl aus einem Beschleuniger wird als kontinuierlich bezeichnet, wenn über den betrachteten Zeitraum jeder Bunch Teilchen enthält. Mit einer zeitlichen Auflösung von Nanosekunden betrachtet ist er nicht kontinuierlich, weil ihm das beschleunigende Wechselfeld eine Bunchstruktur aufprägt.

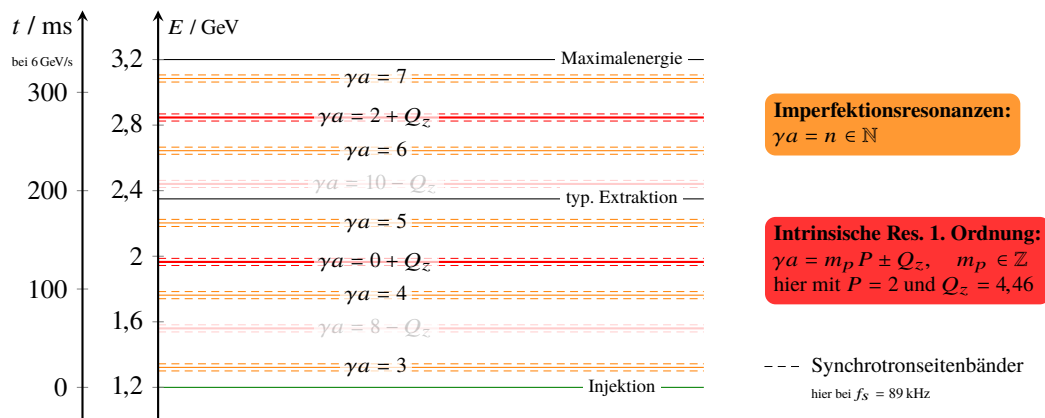


Abbildung 5.3: Depolarisierende Resonanzen im ELSA-Ring. Es sind nur Imperfektionsresonanzen und vertikale intrinsische Resonanzen erster Ordnung eingetragen, da das Kreuzen anderer Resonanzen aufgrund der schnellen Energierampe nicht zu Depolarisation führt. Die blasser dargestellten Resonanzen haben bei 6 GeV/s ebenfalls keinen signifikanten Einfluss.

diese mit dedizierten Sextupolmagneten angeregt, sodass sich der stabile Phasenraumbereich kontrolliert verkleinert und verformt (siehe z.B. [Zan13, Abschnitt 5.5]). Dadurch erreichen einige wenige Elektronen große horizontale Ablagen und gelangen über die Schneide eines Septum genannten Magneten zu den Experimenten ohne dass der im ELSA-Ring umlaufende Strahl zerstört wird.

Dies ermöglicht den in Abb. 5.2 skizzierten Beschleunigerzyklus, der Nachbeschleunigungs- oder “Booster”modus genannt wird. Dank des schnellen Booster-Synchrotrons können innerhalb einer halben Sekunde typischerweise 20 mA bei 1,2 GeV im ELSA-Ring akkumuliert werden. Diese werden dann zur gewünschten Endenergie beschleunigt. Verlauf und Geschwindigkeit der Energierampe im ELSA-Ring können flexibel eingestellt werden. Üblich ist eine lineare Energierampe, die mit einer Geschwindigkeit von maximal 6 GeV/s ausgeführt werden kann. Dadurch ist die Präparation eines Elektronenstrahls bei ELSA innerhalb von einer Sekunde abgeschlossen. Anschließend kann mittels Resonanzextraktion über viele Sekunden ein konstanter einstellbarer Strahlstrom an einem der Experimentierplätze bereitgestellt werden. Die Dauer der Extraktionsphase hängt vom Verhältnis des gespeicherten zum extrahierten Strahlstrom ab. Anschließend werden die Magnete wieder auf die Injektionsenergie heruntergefahren. Dabei können im Beschleuniger verbliebene Elektronen wieder abgebremst und im nächsten Zyklus erneut beschleunigt oder durch entsprechende Wahl der Arbeitspunkte absichtlich entfernt werden. Beim Betrieb mit polarisiertem Strahl müssen sie entfernt werden, da die Polarisationsrichtung in jedem Zyklus zwischen  $\pm P_z$  wechselt<sup>3</sup> um dies als Quelle für systematische Fehler am Experiment auszuschließen. Das Tastverhältnis liegt in diesem Betriebsmodus in der Regel deutlich über 80 %. Der extrahierte Strahlstrom kann mehrere Nanoampere betragen und über viele Größenordnungen bis hin zu Einzelelektronen mit einer Rate von wenigen zehn Kilohertz reduziert werden<sup>4</sup> [Swi+16].

**Depolarisierende Resonanzen** Die Rampgeschwindigkeit im ELSA-Ring ist zwar ebenfalls hoch, reicht aber nicht mehr aus um Polarisationsverluste durch das Kreuzen depolarisierender Resonanzen zu verhindern. Abbildung 5.3 zeigt, welche depolarisierenden Resonanzen im ELSA-Ring relevant sind

<sup>3</sup> Die Polarisationsrichtung wird von der Polarisation des Titan-Saphir-Lasers an der Quelle bestimmt, die mit Hilfe einer Pockelszelle zwischen zirkular-links und -rechts umgeschaltet wird (siehe [Hei14, Abschnitt 4.4.1]).

<sup>4</sup> Kürzlich wurde sogar mit einer Rate von nur 200 Hz extrahiert. Das entspricht der Extraktion eines Elektrons alle etwa 9 000 Umläufe.

und bei welcher Strahlenergie sie auftreten. Es handelt sich zum einen um die Imperfektionsresonanzen  $\gamma a = 3$  bis  $\gamma a = 7$  und zum anderen um vertikale intrinsische Resonanzen erster Ordnung. Wie in Abschnitt 2.4 erläutert, sind intrinsische Resonanzen, die von  $Q_x$  oder  $Q_s$  abhängen, sowie Resonanzen höherer Ordnungen schwächer. Sie wirken sich bei der vergleichsweise hohen Rampengeschwindigkeit nicht aus, können aber selbstverständlich bei einer langsameren Rampe oder bei gespeichertem Strahl zu Depolarisation führen (vgl. [Bol13, Abschnitt 3.5]). Die zur Kompensation der Resonanzen verwendeten Korrekturverfahren werden in den Abschnitten 5.3 und 5.2 beschrieben.

Für den Betrieb mit polarisiertem Strahl ist die genaue Kenntnis der tatsächlichen Strahlenergie von großer Bedeutung, damit Maßnahmen zur Kompensation der Resonanzen zum richtigen Zeitpunkt während der Energierampe appliziert werden und für einen gespeicherten Strahl eine Energie abseits aller Resonanzen gewählt werden kann. Tatsächlich werden Imperfektionsresonanzen in Kreisbeschleunigern typischerweise verwendet um die Strahlenergie zu kalibrieren, siehe Abschnitt 7.1. Für den ELSA-Ring ergab die letzte Kalibration 2014 bei  $\gamma a = 5$  eine Abweichung von  $(13,9 \pm 0,1)$  MeV, was etwa 65 % des Abstandes zwischen Hauptresonanzen und Synchrotronseitenbändern entspricht.

Für die Lage der intrinsische Resonanzen besteht eine weitere Unsicherheit im Wert des Arbeitspunktes  $Q_z$  (und ggf. auch  $Q_x$  und  $Q_s$ ). Zum einen führen verschiedene Effekte zu Abweichungen des tatsächlichen Arbeitspunktes von dem theoretisch über die Ströme in den Quadrupolmagneten eingestellten Wert. Zum Beispiel hängt der Arbeitspunkt durch Raumladungseffekte vom Strahlstrom ab und durch Sextupolfelder vom Orbit. Einige Beispielmessungen von Einflüssen auf den Arbeitspunkt sind in Abb. C.2 zu finden. Zum anderen schwankt der Arbeitspunkt während der schnellen Energierampe. Ursache dafür sind insbesondere Ungenauigkeiten bei der Synchronisation der Rampen der verschiedenen Magnetfamilien [Sch15, Abb. 7.4]. Falls der Orbit während der Rampe nicht stabil ist, tragen auch Multipolfelder durch in den Vakuumkammern der Dipolmagnete induzierte Wirbelströme bei [Kei00, Abschnitt 13.5]. Aus den gemessenen Arbeitspunktverschiebungen lässt sich eine maximale Verschiebung der Resonanzenergien in der Größenordnung von 10 MeV (1,7 ms bei 6 GeV/s) abschätzen. Deshalb ist für eine zuverlässige Kompensation der intrinsischen Resonanzen (siehe Abschnitt 5.2) eine Arbeitspunktkorrektur während der Energierampe erforderlich.

**Spintransport nach der Extraktion** Nach der Extraktion aus dem ELSA-Ring muss der Polarisationsvektor wieder in die longitudinale Richtung gedreht werden um am Crystal Barrel/TAPS Experiment zirkularpolarisierte Photonen zu erzeugen. Dazu werden die Spins zunächst mit einem supraleitenden Solenoidmagneten in die horizontale Ebene gedreht und präzedieren dann in den zwei folgenden Dipolmagneten in die longitudinale Richtung (siehe [Hof01, Abschnitt 3.4]). Weil die Feldstärke dieser Dipolmagnete durch den erforderlichen Ablenkwinkel der Elektronen festgelegt ist, kann der Polarisationsvektor nur für eine einzige Strahlenergie exakt longitudinal ausgerichtet werden. Am Crystal Barrel/TAPS Experiment gelingt dies nicht vollständig, da die maximale integrierte Feldstärke des Solenoids von etwa 12 T m nur bis 2,46 GeV ausreicht um die Spins vollständig in die horizontale Ebene zu drehen, die Präzession in den Dipolen aber erst bei etwa 2,65 GeV zu einer vollständig longitudinalen Ausrichtung führt [Kam09, Abschnitt 3.4].

#### 5.1.4 Polarimetrie

Die Messung der Polarisation des Elektronenstrahls ist eine Grundvoraussetzung für die Bereitstellung eines polarisierten Strahls. Zum einen geht die longitudinale Polarisation am Target in die Auswertung des jeweiligen Experiments ein und zum anderen können zahlreiche Parameter zur Justage der Spinausrichtung und Korrektur depolarisierender Resonanzen im ELSA-Ring ausschließlich empirisch optimiert werden – siehe Abschnitte 5.2 und 5.3. Alle Polarimeter nutzen elektromagnetische Streuprozesse,



deren Wirkungsquerschnitt von der Polarisierung des Elektronenstrahls abhängt. Eine Einführung in die verschiedenen Methoden der Polarimetrie von Elektronenstrahlen ist beispielsweise in [Sin98] zu finden. Bei allen Verfahren gilt, dass der statistische Fehler mit zunehmender Messdauer (gezählte Ereignisse) abnimmt. Die gemessene Polarisierung wird in dieser Arbeit in Prozent mit rein statistischem Fehler angegeben, der stets als absoluter Fehler zu verstehen ist.

**MOTT-Polarimeter** An der Quelle polarisierter Elektronen kann die vertikale Polarisierung nach dem elektrostatischen Deflektor mit einem MOTT-Polarimeter gemessen werden. MOTT-Streuung bezeichnet die elastische Streuung von Elektronen an (spinlosen) Atomkernen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt hängt aufgrund der Spin-Bahn-Wechselwirkung zwischen dem Spin des Elektrons und seinem Bahndrehimpuls bei der Ablenkung von der Spinausrichtung ab. Deshalb kann die Polarisierung aus einer links-rechts Zählratenasymmetrie der gestreuten Elektronen abgeleitet werden, die für große Streuwinkel maximal ist. Dieses Funktionsprinzip wird beispielsweise in [Dun94] erläutert. Im vorliegenden Aufbau [Hil00, Abschnitt 4.4.3] werden die Elektronen an einer Goldfolie gestreut und die Zählratenasymmetrie bei  $\pm 120^\circ$  mit zwei Detektoren gemessen.

**MØLLER-Polarimeter** Die longitudinale Polarisierung des GeV-Elektronenstrahls am Crystal Barrel/TAPS Experiment kann mit einem MØLLER-Polarimeter gemessen werden. Die MØLLER-Streuung bezeichnet die elektromagnetische Wechselwirkung zweier Elektronen. Diese hängt von der Spinausrichtung beider Stoßpartner ab. Deshalb wird ein polarisiertes Target benötigt, das über eine Folie in einem Magnetfeld realisiert wird. Ist die Polarisierung der Elektronen im Target bekannt, kann die des Strahls aus der Zählratenasymmetrie zwischen Stößen mit parallelen und antiparallelen Spins ermittelt werden. Dazu wird bei ELSA die Polarisierungsrichtung des Elektronenstrahls an der Quelle in jedem Zyklus umgekehrt (siehe Abschnitt 5.1.3). Das Targetelektron wird aus der Folie herausgeschlagen und beide Elektronen werden in Koinzidenz detektiert. Die Detektoren sollten dabei so angebracht sein, dass sie Ereignisse zählen, bei denen beide Elektronen im Schwerpunktsystem um  $90^\circ$  abgelenkt wurden, da unter diesem Winkel die Asymmetrie maximal ist.

Am Crystal Barrel/TAPS Experiment wird die magnetisierte Folie direkt als Bremsstrahlungstarget eingesetzt, sodass die Polarisierung während der Datennahme permanent gemessen werden kann. Aufbau und Funktionsweise des Polarimeters werden in [Kam09] beschrieben. Eine Polarisationsmessung mit einem (absoluten) statistischen Fehler von 2 % dauerte bei bisherigen Messungen bei einer Strahlenergie von 2,35 GeV je nach extrahiertem Strom etwa 5 bis 15 min. Bei niedrigeren und höheren Strahlenergien nimmt die detektierte Zählrate relativ zum Untergrund ab, weil sich der Öffnungskegel der gestreuten Elektronen ändert, die Detektoren aber nicht verschiebbar sind. Bei niedrigeren Energien kann der Öffnungskegel außerdem so groß sein, dass die Elektronen mit dem Eisenjoch des Taggermagneten kollidieren. Deshalb waren aussagekräftige Messungen im Rahmen dieser Arbeit fast ausschließlich bei 2,35 GeV möglich. Bei dieser Energie stimmt die gemessene longitudinale Polarisierung am Experiment in guter Näherung mit der vertikalen Polarisierung im ELSA-Ring überein.

**COMPTON-Polarimeter** Mit einem COMPTON-Polarimeter kann direkt die Polarisierung der in einem Kreisbeschleuniger gespeicherten Elektronen zerstörungsfrei gemessen werden. An ELSA könnte damit Polarimetrie unabhängig von der Extraktion und bei allen Strahlenergien durchgeführt werden. Deshalb wurde ein solches Polarimeter für ELSA konzipiert [Hil00, Abschnitt 5.2]. Das Messverfahren basiert auf der COMPTON-Streuung zirkular polarisierter Photonen am Elektronenstrahl und ist mit beachtlichen technischen Herausforderungen verbunden. Ein kontinuierlicher Laserstrahl wird im ELSA-Ring frontal auf den umlaufenden Elektronenstrahl gerichtet und das Profil der rückgestreuten Photonen

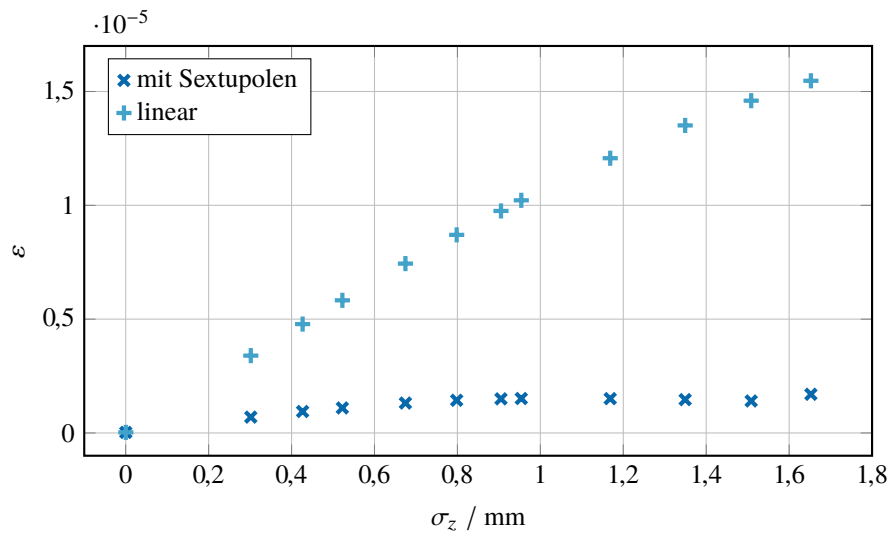


Abbildung 5.4: Beispiel für die Abhängigkeit der Resonanzstärke der intrinsischen Resonanz  $\gamma a = 0 + Q_z$  von der vertikalen Strahlbreite  $\sigma_z$  in ELSA berechnet mit *polematrix*. Es wurden die *elegant*-Trajektorien von 100 Teilchen über 1 000 Umläufe und die mittlere Strahlbreite über alle Umläufe bei  $s = 0$  verwendet. Für den „linearen“ Fall wurden alle Felder höherer Ordnungen aus dem *elegant*-Lattice entfernt.

mit einem Siliziumstreifendetektor gemessen. Der Schwerpunkt dieses Profils verschiebt sich bei Umkehr der Polarisationsrichtung von Photonen- oder Elektronenstrahl proportional zur Polarisation. Diese Verschiebung, aus der die Polarisation abgeleitet werden kann, beträgt auf dem Detektor in 15 m Entfernung von der Wechselwirkungszone maximal etwa  $70 \mu\text{m}$ . Das Profil wird von einem Untergrund aus Gasbremsstrahlung des Elektronenstrahls überlagert. Für ein ausreichendes Verhältnis von Signal zu Untergrund sind mehr als zehn Watt Laserleistung (Wellenlänge um  $515 \text{ nm}$ ) erforderlich.

Zuletzt wurden große Fortschritte bei der Inbetriebnahme des COMPTON-Polarimeters erzielt [KSH16; Hin15] und seine Funktionsfähigkeit über den gesamten Energiebereich von ELSA im Nachbeschleunigungsmodus erfolgreich demonstriert [Swi17] (siehe Abb. 5.14). Im Rahmen dieser Arbeit konnte es allerdings nicht mehr für eine Polarisationsoptimierung verwendet werden.

## 5.2 Korrektur von intrinsischen Resonanzen

Wie in Abschnitt 5.1.3 beschrieben, sind während der schnellen Energierampe im ELSA-Ring nur solche intrinsische Resonanzen relevant, die in erster Ordnung von den vertikalen Betatronschwingungen getrieben werden. Die Resonanzstärke hängt demnach von den Amplituden der vertikalen Trajektorien in allen Quadrupolen, also der vertikalen Strahlbreite  $\sigma_z$ , ab. In Abb. 5.4 sind exemplarisch mit *polematrix* ermittelte Resonanzstärken (siehe Abschnitt 3.4) von  $\gamma a = 0 + Q_z$  dargestellt, für die Trajektorien bei verschiedenen Strahlbreiten mit *elegant* simuliert wurden. Dabei wurde in *elegant* eine feste Strahlenergie verwendet und verschiedene Startwerte für die  $\sigma_z$  eingestellt. Durch die Strahlungsdämpfung ändert sich  $\sigma_z$  während des Trackings. Die angegebenen Werte wurden über alle Umläufe gemittelt. Die Resonanzstärke steigt mit  $\sigma_z$  an und hängt stark von den Feldern der Sextupolmagnete ab. Die vertikale Strahlbreite und Emittanz ist bei einem Elektronenstrahl durch das Strahlungsgleichgewicht gegeben und in der Regel deutlich kleiner als in der horizontalen Ebene, weil die vertikalen Schwingungen nur über die Kopplung mit der horizontalen Ebene angeregt werden. Deshalb sollte die Resonanzstärke durch Verringerung der Kopplung reduziert werden können. Über eine Anregung der Betatronschwingungen

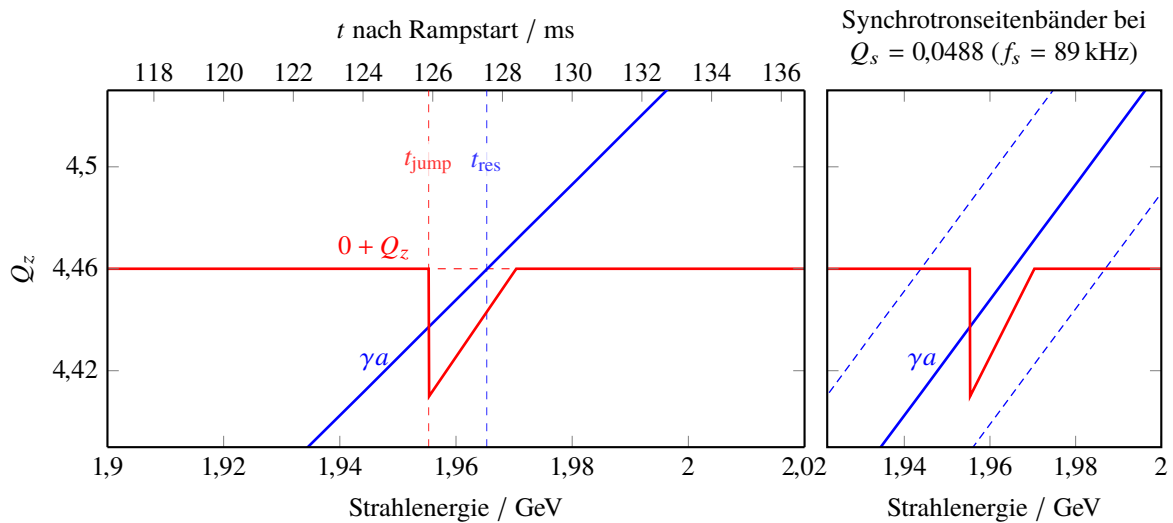


Abbildung 5.5: Schematische Darstellung eines Arbeitspunktsprunges zur Korrektur einer intrinsischen Resonanz, hier am Beispiel von  $\gamma a = 0 + Q_z$ . Rechts sind zusätzlich die Synchrotronseitenbänder des Spinarbeitspunktes bei der in ELSA üblichen Synchrotronfrequenz eingezeichnet, die von dem hier exemplarisch gezeigten Arbeitspunktsprung nicht mit übersprungen werden, weil Amplitude und Breite zu gering sind.

hingegen, kann die Resonanzstärke vergrößert werden (siehe Abschnitt 7.3).

Zur Korrektur von intrinsischen Resonanzen im ELSA-Ring wird aber nicht Einfluss auf die Resonanzstärke genommen, sondern stattdessen die Kreuzungsgeschwindigkeit durch schnelle Veränderung des vertikalen Arbeitspunktes erhöht. Ein solcher sogenannter “tune jump” ist in Abb. 5.5 am Beispiel der Resonanz  $\gamma a = 0 + Q_z$  schematisch dargestellt. Während der Energierampe wird, kurz bevor die Resonanzbedingung erfüllt ist, der vertikale Arbeitspunkt innerhalb von einigen  $10 \mu\text{s}$  um mehrere  $10^{-2}$  verringert, sodass die Resonanz dabei sehr schnell gekreuzt wird. Anschließend steigt der Arbeitspunkt über circa 15 ms wieder auf den ursprünglichen Wert. Bei Resonanzen mit  $\gamma a \propto -Q_z$  ( $m_z = -1$  in Gleichung (2.14)) muss der Arbeitspunkt hingegen erhöht werden, weil der resonanztreibende Arbeitspunkt dann mit steigender Strahlenergie fällt (z.B.  $Q_z = 8 - \gamma a$ ). Diese Arbeitspunktsprünge werden mit zwei dedizierten gepulsten Quadrupolmagneten ausgelöst [Ste+99; Hof98; Ste99]. Das Verfahren wird auch an verschiedenen Protonenbeschleunigern, wie beispielsweise AGS [Sch+12] und COSY [Leh+99], erfolgreich angewendet.

Für jeden Arbeitspunktsprung müssen sowohl Amplitude und Länge beider Flanken als auch der Sprungzeitpunkt  $t_{\text{jump}}$  eingestellt werden. Eine wichtige Voraussetzung dafür ist, dass der tatsächliche Arbeitspunkt mit dem theoretischen (im Kontrollsystem eingestellten) Wert übereinstimmt und während der Energierampe unverändert bleibt. Dazu ist eine dedizierte Arbeitspunktkorrektur unverzichtbar, die mittlerweile mit dem Bunch-by-Bunch-Feedback-System durchgeführt wird – siehe Abschnitt 5.4.2.

**Amplitude** Die Amplitude sollte im Idealfall groß genug sein um auch die Synchrotronseitenbänder einer Resonanz mit zu überspringen. In der Praxis ist das bei einer Synchrotronfrequenz von  $f_s = 89 \text{ kHz}$  und dementsprechend  $\Delta\gamma a = \pm Q_s = \pm 0,0488$  schwierig, weil der Arbeitspunktsprung mindestens  $\Delta Q_z = 0,1$  groß sein müsste und das erfahrungsgemäß zu vollständigem Strahlverlust durch optische Resonanzen führt. Das bestätigt auch das Arbeitspunktdiagramm in Abb. C.1, welches ein Ergebnis der präzisen Vermessung der Lage und Stärke von optischen Resonanzen in ELSA aus dem Jahr 2015 [Pro17] ist. In begrenztem Rahmen kann Strahlverlust entgegengewirkt werden, indem man  $Q_z$  vor der

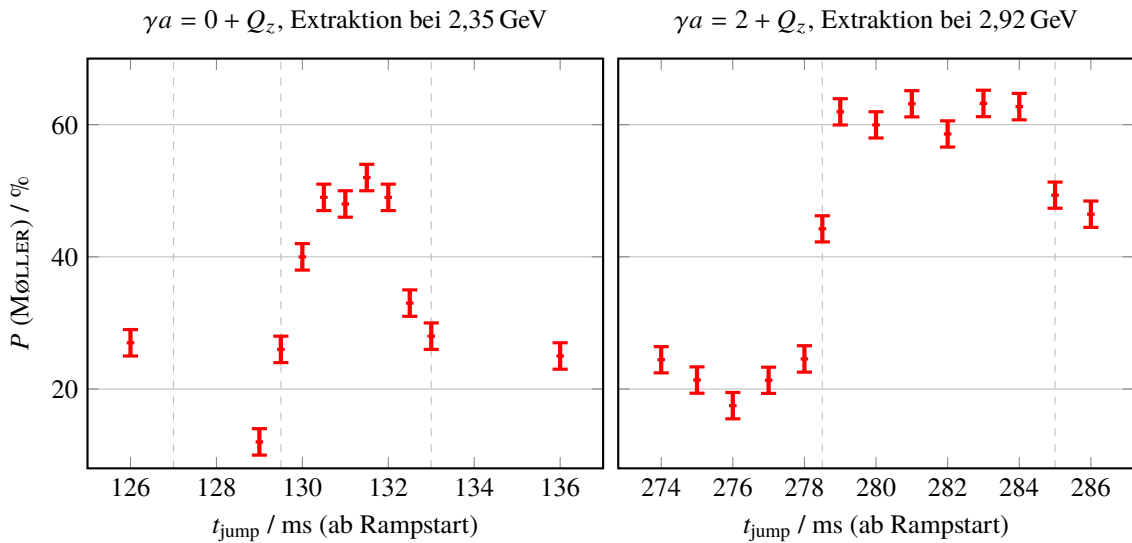


Abbildung 5.6: Beispiele für die empirische Optimierung von Arbeitspunktsprüngen zur Korrektur intrinsischer Resonanzen im ELSA-Ring von März 2014. Die Polarisation wurde dazu in Abhängigkeit vom Sprungzeitpunkt mit dem MØLLER-Polarimeter am Crystal Barrel/TAPS Experiment gemessen.

Resonanzkreuzung in die entgegengesetzte Richtung verschiebt und so mehr Arbeitspunkthub ermöglicht. Darüber hinaus wäre es vorteilhaft, die Synchrotronfrequenz soweit wie möglich zu verkleinern, also den Überspannungsfaktor zu reduzieren. Dies geht aber, insbesondere bei höheren Energien, auf Kosten der longitudinalen Strahlstabilität (Lebensdauer). Falls die Synchrotronseitenbänder nicht mit übersprungen werden, kommt es aber nur dann zu Polarisationsverlusten, wenn die Resonanz so stark ist, dass die Seitenbänder nennenswert beitragen.

**Länge der Flanken** Bei den Flanken ist in erster Linie darauf zu achten, dass die Rückkehr zum ursprünglichen  $Q_z$  langsam genug ist, sodass die Resonanz nicht erneut gekreuzt wird.

**Sprungzeitpunkt** Der Sprungzeitpunkt  $t_{\text{jump}}$  muss nach Festlegung von Amplitude und Flanken für jede Resonanz empirisch optimiert werden. Das liegt vor allem daran, dass die tatsächliche Strahlenergie von der theoretischen abweichen kann (siehe Abschnitt 5.1.3). Deshalb wird für verschiedene Sprungzeitpunkte die Polarisation nach der Energierampe gemessen. Zwei solche Messreihen sind in Abb. 5.6 aufgetragen. Hier wurden die Messungen mit dem MØLLER-Polarimeter am Crystal Barrel/TAPS Experiment durchgeführt. Erfolgt der Arbeitspunktsprung viel zu früh oder zu spät, wird die Resonanzkreuzung gar nicht beeinflusst. Bei einem nur wenige Millisekunden zu frühen Zeitpunkt ist die Resonanzbedingung während der langsamen Flanke länger erfüllt als ohne Arbeitspunktsprung, sodass die Polarisation sogar noch abnimmt. Dann folgt in der Messreihe ein Plateau in der Polarisation. In diesem Bereich wird die Resonanz erfolgreich kompensiert. Die Breite des Plateaus hängt von der Amplitude des Arbeitspunktsprunges und der Steigung der langsamen Flanke ab. Im linken Beispiel konnte die Polarisation bei 2,35 GeV durch die Korrektur von  $\gamma a = 0 + Q_z$  um etwa 20 % gesteigert werden. Im rechten Beispiel erhöht die Korrektur von  $\gamma a = 2 + Q_z$  die Polarisation bei 2,92 GeV um etwa 15 %. Die maximale Polarisation ist in den beiden Beispielen nicht vergleichbar, da im linken Fall noch nicht alle Imperfektionsresonanzen korrigiert waren. Details zur maximal erreichten Polarisation sind in Abschnitt 5.5 zu finden.

### 5.3 Korrektur von Imperfektionsresonanzen

Da die Resonanzbedingungen von Imperfektionsresonanzen nur von der Strahlenergie abhängen, gibt es bei Verwendung der höchstmöglichen Rampgeschwindigkeit kein weiteres Mittel um die Kreuzungsgeschwindigkeit zu steigern. Deshalb können diese Resonanzen nur durch Beeinflussung der Resonanzstärke kompensiert werden. Die Imperfektionsresonanz  $\gamma a = n$  wird von der umlaufperiodischen horizontalen Feldverteilung der Frequenz  $\omega^\theta = n$  getrieben (siehe Abschnitt 2.4). Diese ist proportional zur Resonanzstärke und kann im Koordinatensystem des Umlaufwinkels  $\theta$  als Schwingung

$$\mathcal{B}_x(\theta) \propto A \cos(\gamma a \cdot \theta - \varphi) \quad (5.1)$$

mit der Frequenz  $\gamma a$  beschrieben werden. Die Resonanzstärke wird folglich durch alle Magnetfelder beeinflusst, die zu dieser Feldverteilung beitragen. In Abschnitt 4.4.1 wurde erläutert, dass das Verstärken der Resonanz für Elektronenstrahlen keine adäquate Methode zur Vermeidung von Polarisationsverlusten ist, weil aufgrund der Synchrotronseitenbänder dabei im Allgemeinen kein vollständiger Spinflip auftritt. Deshalb wird im ELSA-Ring zur Kompensation jeder Imperfektionsresonanz eine zusätzliche harmonische Feldverteilung nach Gleichung (5.1) gerade so appliziert, dass sie die vorhandene Feldverteilung destruktiv überlagert und dadurch die Resonanzstärke minimiert. Es muss also eine Feldverteilung erzeugt werden, die die selbe Amplitude wie die vorhandene resonanztreibende Verteilung hat ( $\Delta A = 0$ ), deren Phase aber um  $\Delta\varphi = 180^\circ$  verschoben ist. Die Felder überlagern sich dabei nicht räumlich, sondern im  $\theta$ -Koordinatensystem. Da  $\theta$  jeweils zwischen zwei Dipolmagneten konstant ist, können sich die Spinpräzessionen um horizontale Felder mehrerer Magnete innerhalb eines solchen Bereichs gegenseitig aufheben. Diese Methode wird Harmonischen-Korrektur genannt und wurde bei ELSA erstmals im Jahr 2000 im Rahmen von [Ste99] und [Hof01] implementiert.

Zu den resonanztreibenden horizontalen umlaufharmonischen Feldern tragen fast alle Magnete des Beschleunigers bei:

- Alle Magnete mit homogenen, horizontalen, nicht zeitabhängigen Feldern ( $k_{0,x} \neq 0$ ), wie zum Beispiel
  - die vertikalen Korrektormagnete und
  - Dipole, die um die  $s$ -Achse verdreht sind (Aufstellungsfehler  $\Phi$ ).
- Alle Magnete mit höheren Multipolen (Quadrupole, Sextupole), in denen der Orbit von der Sollbahn abweicht. Hier dominieren horizontale Felder der Quadrupolmagnete, die durch den vertikalen Orbit auf den Strahl wirken.

Abbildung 5.7 zeigt wie verschiedene Felder zur Resonanzstärke beitragen. Dazu wurden die Resonanzstärken von  $\gamma a = 5$  mit *polematrix* berechnet (siehe Abschnitt 3.4) und dabei analog zu Abb. 3.13 jeweils alle Felder außer dem angegebenen Beitrag aus dem zugrunde liegenden Ergebnis von *elegant* entfernt. Der vertikale Orbit, die Verdrehung der Dipole und die vertikalen Korrektormagnete beeinflussen die Resonanzstärke erwartungsgemäß linear. Deshalb ist die Minimierung von Aufstellungsfehlern wünschenswert und die Minimierung der vertikalen Orbit-Ablagen (Abschnitt 5.4.1) ein essentieller Schritt zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen. Für den Orbit und die Verdrehung der Dipole sind jeweils Resonanzstärken bei zwei unterschiedlichen Feldverteilungen aufgetragen. Die vertikalen Ablagen der beiden Orbits haben dabei entlang des ELSA-Rings den gleichen RMS und die Drehwinkel der 24 Dipole sind in beiden Fällen GAUSSverteilt mit dem gleichen Mittelwert ( $\Phi = 0$ ) und der gleichen Breite. Trotzdem unterscheiden sich die resultierenden Resonanzstärken teils erheblich. Dies bestätigt nochmals, dass der genaue Wert der Resonanzstärke von der individuellen Zusammensetzung der gesamten

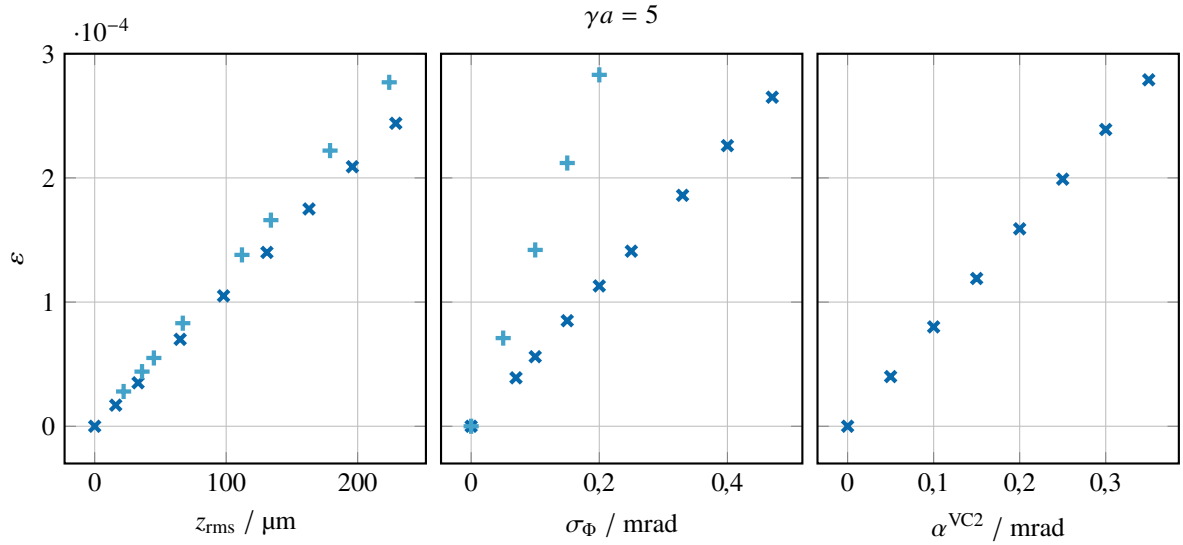


Abbildung 5.7: Beispiele für die Abhängigkeit der Resonanzstärke von Imperfektionsresonanzen von verschiedenen horizontalen Feldern im ELSA-Ring berechnet mit *polematrix*. Es sind (von links nach rechts) Einflüsse des vertikalen Orbits, der Verdrehung aller Dipole um die Strahlachse (um Winkel  $\Phi = 0$  GAUSSverteilt) und des Kickwinkels des vertikalen Korrektormagneten VC2 aufgetragen. Im ersten Fall sind Ergebnisse für zwei verschiedene Orbits mit gleichem RMS zu sehen, im zweiten Fall für zwei verschiedene Winkelverteilungen gleicher Breite.

horizontalen Feldverteilung abhängt und sich die unterschiedlichen Beiträge, je nach Phase bezüglich  $\theta$ , auch gegenseitig kompensieren können. Dies ist gerade das Prinzip der Harmonischen-Korrektur.

Alle diese Beiträge können prinzipiell auch für die Harmonischen-Korrektur-Feldverteilung verwendet werden. Im ELSA-Ring wird sie mit den vertikalen Korrektormagneten appliziert. Die zusätzlichen Kickwinkel (Gleichung (3.4)) der Korrektoren werden so berechnet, dass eine Kickwinkelverteilung

$$\alpha^{\text{HC}}(\theta) = A \cos(\gamma a \cdot \theta - \varphi) \equiv S \sin(\gamma a \cdot \theta) + C \cos(\gamma a \cdot \theta)$$

entsteht. Die Verteilung kann im ELSA-Kontrollsystem sowohl über das Parameterpaar Amplitude und Phase ( $A, \varphi$ ) als auch über Sinus- und Kosinusanteil ( $S, C$ ) eingestellt werden. Die Parameter können über

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{S^2 + C^2} & S &= A \sin \theta \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{S}{C}\right) & C &= A \cos \theta \end{aligned} \quad (5.2)$$

ineinander umgerechnet werden. Die Harmonischen-Korrektur wurde seit ihrer Einführung durch ein neues Schema zur Berechnung der Kickwinkelverteilung verbessert. Details dazu und ein Vergleich der beiden Schemata sind in Kapitel 6 zu finden. Zeitlich wird jede Harmonischen-Korrektur während der Energierampe für 10 bis 20 ms um die jeweilige Resonanzenergie appliziert (siehe Abb. 5.10), sodass sowohl Synchrotronseitenbänder ( $\Delta t < 4$  ms) als auch Abweichungen der Energiekalibration (z.B.  $\Delta t \approx 2,3$  ms, siehe Abschnitt 7.1) problemlos abgedeckt werden.

Das Parameterpaar ( $A, \varphi$ ), beziehungsweise ( $S, C$ ), muss zu Beginn einer Strahlzeit für jede Resonanz empirisch eingestellt werden, da die Parameter der zu kompensierenden resonanztreibenden Verteilung unbekannt sind und sich mit der Zeit ändern können, weil Aufstellungsfehler der Magnete erheblich zu Imperfektionsresonanzen beitragen. Dabei muss jeder Parameter separat variiert und für jede Einstellung

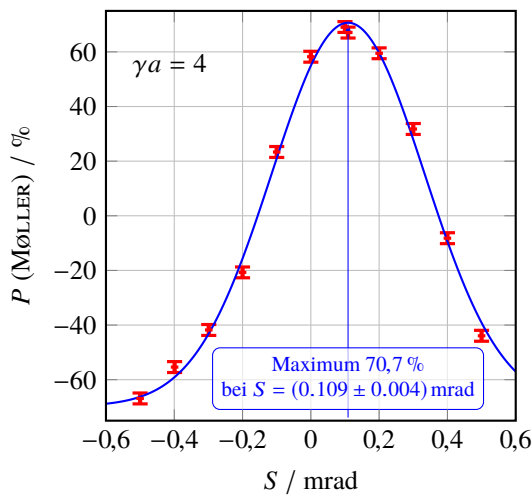


Abbildung 5.8: Beispiel für die empirische Einstellung der Harmonischen-Korrektur: Optimierung des  $S$ -Parameters für  $\gamma a = 4$  durch Anpassen einer GAUSSfunktion von März 2014.

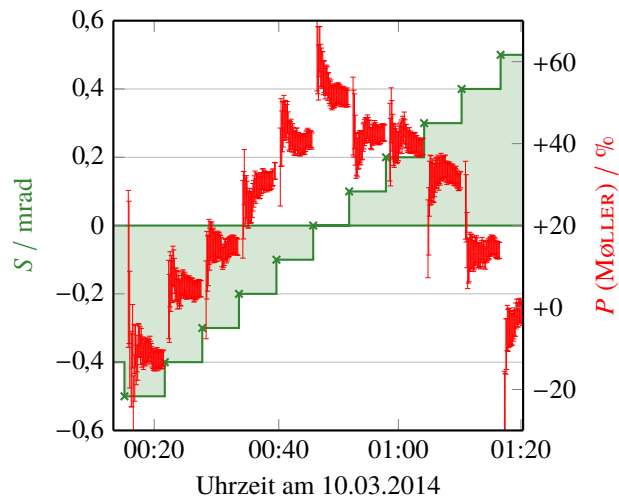


Abbildung 5.9: Beispiel für den zeitlichen Ablauf der Harmonischen-Korrektur: Empirische Optimierung des  $S$ -Parameters einer Resonanz durch Polarisationsmessungen mit dem MØLLER-Polarimeter des Crystal Barrel/TAPS Experiments. Die Daten wurden aus der Historiendatenbank des ELSA-Kontrollsystems [Pro+14] extrahiert.

die Polarisation nach der Energierampe gemessen werden. Als Beispiel ist in Abb. 5.8 eine solche Optimierung für den  $S$ -Parameter der Resonanz  $\gamma a = 4$  dargestellt. Der  $C$ -Parameter wurde dabei nicht verändert. Für elf Parameterwerte wurde jeweils die Polarisation am Crystal Barrel/TAPS Experiment mit dem MØLLER-Polarimeter gemessen und der Parameterwert mit der maximalen Polarisation über das Anpassen einer GAUSSfunktion<sup>5</sup> ermittelt. Bei großen Amplituden des Korrekturfeldes (großes  $|S|$ ) wird die Resonanz verstärkt. Die Polarisation bei  $S = 0$  lässt nicht direkt auf die Stärke der Resonanz schließen, da auch der  $C$ -Parameter zur Amplitude der Korrektur beiträgt. Während der hier gezeigten Optimierung konnte die Polarisation bei 2,35 GeV durch die Harmonischen-Korrektur von  $\gamma a = 3, 4, 5$  insgesamt um etwa 20 % Prozent gesteigert werden.

Abbildung 5.9 veranschaulicht wie eine solche Polarisationsoptimierung abläuft. Gezeigt ist eine Optimierung des  $S$ -Parameters einer Resonanz. Die Polarisation wurde mit dem MØLLER-Polarimeter am Crystal Barrel/TAPS Experiment für jede Einstellung der Harmonischen-Korrektur so lange gemessen, bis der statistische Fehler 2 % unterschreitet. Jede Messung dauerte hier nur etwa 6 min, sodass nach gut einer Stunde das Maximum bestimmt werden konnte. Unter optimalen Bedingungen und bei Extraktion bei 2,35 GeV lässt sich die reine Messzeit für die Optimierung der Harmonischen-Korrektur von  $\gamma a = 3, 4, 5$  mit dem MØLLER-Polarimeter des Crystal Barrel/TAPS Experiment demnach auf mindestens 7 Stunden abschätzen. In der Praxis hängt die Dauer der Optimierung allerdings stark von der geschickten Wahl von Anzahl und Parameterwerten der Messpunkte für jede Messreihe ab. Es ist empfehlenswert die maximale Polarisation abschließend mit einer erneuten Messung zu bestätigen.

<sup>5</sup> Die Verwendung einer GAUSSfunktion ist nicht physikalisch motiviert. Die Erfahrung zeigt aber, dass sie für die Bestimmung des Maximums gut geeignet ist.

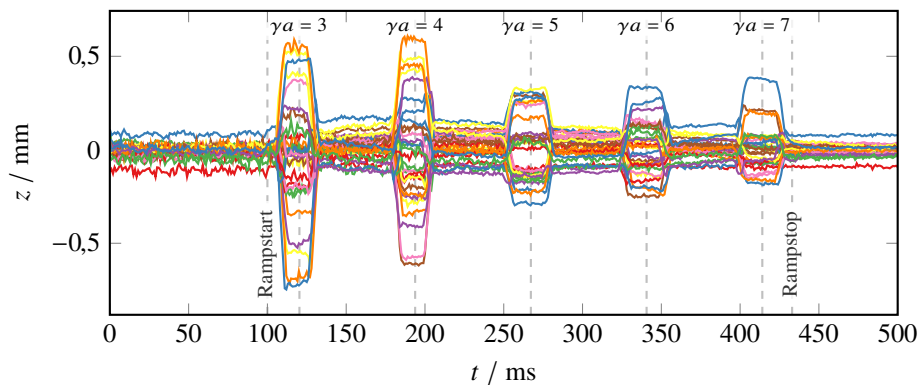


Abbildung 5.10: Beispielmessung des vertikalen Orbits während einer 6 GeV/s Energierampe im ELSA-Ring. Jede Spur zeigt die gemessene Ablage in einem BPM an einem Quadrupol. Hier ist die Harmonischen-Korrektur für alle Imperfektionsresonanzen aktiv. Die zusätzlichen Felder der Korrektormagnete führen zu zusätzlichen Ablagen.

## 5.4 Weiterentwicklungen des Beschleunigers

Die Bonner Beschleunigeranlage und insbesondere der ELSA-Ring wurden kontinuierlich durch beschleunigerphysikalische Forschung und neue technische Systeme weiterentwickelt. In diesem Abschnitt werden einige bisher nicht erwähnte Neuerungen zusammengefasst, die im Zeitraum dieser Arbeit fertiggestellt wurden und Einfluss auf den Betrieb mit polarisiertem Elektronenstrahl haben.

### 5.4.1 Korrektorsystem und Orbitkorrektur

Die schnelle Energierampe stellt hohe Anforderungen an die Magnete des Beschleunigers und deren Netzgeräte, die schnelle Feldänderungen ermöglichen müssen. Die Korrektormagnete werden besonders durch die Harmonischen-Korrektur gefordert. Die dafür benötigten Feldstärken sind oft um ein Vielfaches größer als die für die Orbitkorrektur erforderlichen Felder und sie sollen möglichst kurz während der entsprechenden Resonanzkreuzung anliegen. Insbesondere muss bis zum Kreuzen der nächsten Imperfektionsresonanz eine andere Feldverteilung appliziert werden können, für die gegebenenfalls eine vollständige Feldumkehr nötig ist. Schon in [Hof01, Abschnitt 5.3 und 5.4] wurde erkannt, dass das bestehende Korrektorsystem dafür bei Rampgeschwindigkeiten über 4,5 GeV/s zu langsam war und die maximalen Feldstärken die Amplituden der Harmonischen-Korrektur bei höheren Energien ( $\gamma a = 6, 7$ ) limitieren. Im Rahmen von [Thi17] wurde ein neu entwickeltes Korrektorsystem in Betrieb genommen, das aus neuen Netzgeräten und 30 neuen vertikalen Korrektormagneten besteht. Es ermöglicht eine integrale Feldstärke von 9,8 mT m und vollständige Feldumkehr innerhalb von 20 ms [Thi+14]. Als horizontale Korrektormagnete werden im neuen System ausschließlich Korrekturwicklungen der 24 Dipolmagnete eingesetzt, die ebenfalls mit den neu entwickelten Netzgeräten betrieben werden. Auch die Berechnung der Orbitkorrektur wurde in der C++-Bibliothek *libclo* vollständig neu implementiert [Thi17]. Inzwischen wird die Korrektur ausschließlich aus den während der Energierampe im Nachbeschleunigungsmodus gemessenen Ablagen berechnet. Diese können mit den Strahllagemonitoren an den 32 Quadrupolmagneten mit einer Zeitauflösung von einer Millisekunde aufgezeichnet werden. So kann die Korrektur jederzeit während des Betriebs verbessert oder neu erstellt werden. Schleppfehlerkorrekturen sind wegen der höheren Bandbreite des Systems nicht mehr erforderlich.

Abbildung 5.10 zeigt ein Beispiel für den vertikalen Orbit im ELSA-Ring während einer Energierampe mit 6 GeV/s. Die Ablagen von der Sollbahn sind dabei  $z_{\text{rms}} < 50 \mu\text{m}$ . Außerdem sind die Auswirkungen der Harmonischen-Korrektur zu erkennen, deren zusätzliche Felder der Korrektormagnete den Orbit alle



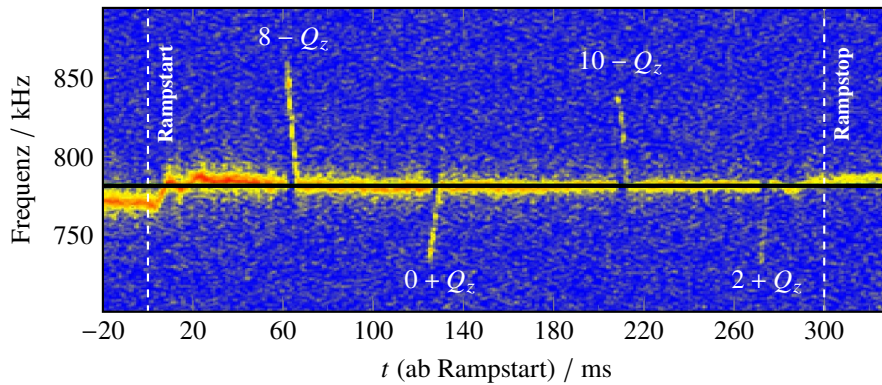


Abbildung 5.11: Beispielmessung des vertikalen Arbeitspunktes über die Betatronfrequenz während einer 6 GeV/s Energierampe im ELSA-Ring nach bereits erfolgter Arbeitspunktkorrektur. Hier sind vier Arbeitspunktsprünge zur Korrektur der intrinsischen Resonanzen aktiv. [Sch15, Abb. 7.5]

73 ms deutlich verändern. Der zeitliche Verlauf der Harmonischen-Korrektur wurde schon in [Sch12, Abschnitt 4.2] so umgestellt, dass zusammen mit dem neuen Korrektorsystem das rechtzeitige Anliegen der Korrektur während Hauptresonanz und Synchrotronseitenbändern sichergestellt ist. So ermöglicht das neue Korrektorsystem eine Erhöhung der Kreuzungsgeschwindigkeit depolarisierender Resonanzen im ELSA-Ring um über 30 %.

#### 5.4.2 Bunch-by-Bunch-Feedback-System

Im ELSA-Ring wird ein Bunch-by-Bunch-Feedback-System [Sch15, Kapitel 6] zur Unterdrückung von kohärenten Multi-Bunch-Instabilitäten (siehe z.B. [Sch15, Kapitel 4]) verwendet. Es basiert auf einer Messung der dreidimensionalen Position jedes Bunches bei jedem Umlauf, die über die Hochfrequenzsignale eines Strahlmonitors erfasst und von einem FPGA-basierten System digitalisiert und ausgewertet wird. Das hieraus berechnete Korrektursignal wird auf den Elektronenstrahl übertragen und kann so Schwingungen der Bunche dämpfen, den Strahl stabilisieren und die Strahlqualität verbessern. Für den Betrieb mit polarisierten Elektronen sind zwei Aspekte relevant, die im Rahmen von [Sch15] umgesetzt wurden: Erstens stellt der Einsatz des Bunch-by-Bunch-Feedback-Systems während der Energierampe sicher, dass bei der Beschleunigung mit 6 GeV/s kein Strahlverlust auftritt und ein größerer Strahlstrom beschleunigt werden kann, was die Messzeiten der Polarimeter verkürzt. Zweitens ermöglicht das Bunch-by-Bunch-Feedback-System zeitaufgelöste Messungen des Arbeitspunktes in allen drei Dimensionen, auf deren Grundlage die Korrektur der transversalen Arbeitspunkte neu implementiert wurde [Sch15, Kapitel 7]. Dabei wird bei einer Zeitauflösung von 1 ms eine Genauigkeit von  $\Delta Q = 0,005$  erreicht. Abbildung 5.11 zeigt eine Beispielmessung des bereits korrigierten vertikalen Arbeitspunktes. Aufgetragen ist die vertikale Betatronfrequenz gegen die Zeit ab Beginn der Energierampe. Als einzigen Abweichungen des Arbeitspunktes sind die vier während der Messung aktiven Arbeitspunktsprünge deutlich zu erkennen.

#### 5.4.3 LLRF-System

Zusätzlich wurde die Ansteuerung des Hochfrequenzsystems des ELSA-Rings durch ein digitales LLRF-System ersetzt [Sch15, Kapitel 12], welches Beschleunigungsspannung und Phase des Feldes in den Hochfrequenzresonatoren aktiv regeln kann. Mit dem LLRF-System wurden Amplituden- und Phasenrampen des Hochfrequenzsystems eingeführt, die die Synchrotronfrequenz während der Energierampe

bei typischerweise etwa 90 kHz konstant halten. Das vorherige System hat lediglich die Amplitude stabilisiert, was während einer Rampe von 1,2 bis 3,2 GeV Änderungen der Synchrotronfrequenz in der Größenordnung von 50 kHz verursacht. Damit weicht der Abstand der Synchrotronseitenbänder der depolarisierenden Resonanzen von den Hauptresonanzen (siehe Gleichung (4.13)) bei der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Polarisationsoptimierung teilweise deutlich von denen bei vorherigen Optimierungen ab<sup>6</sup>, weil mit dem LLRF-System erstmals ein definierter und kontrollierbarer longitudinaler Arbeitspunkt vorliegt. Wegen der in Abschnitt 5.2 geschilderten Problematik die Synchrotronseitenbänder bei den Arbeitspunktsprüngen einzuschließen, könnte das LLRF-System zu einer unvollständigen Korrektur der intrinsischen Resonanzen bei der Polarisationsoptimierung 2014 geführt haben. Dies kann durch Messungen mit kleinerer Synchrotronfrequenz oder einer Synchrotronfrequenz-Rampe überprüft werden.

#### 5.4.4 Timingsystem und neue Magnetansteuerung

Nach der letzten Polarisationsoptimierung wurden im Rahmen von [Pro17] ein neues Timingsystem und eine neue Magnetansteuerung in Betrieb genommen. Hier werden kurz die daraus entstandenen Vorteile für den zukünftigen Betrieb von ELSA mit polarisiertem Strahl zusammengefasst.

Das neue Timingsystem [Pro+15] umfasst ein „schnelles“ System, das den Ablauf der Injektion bestimmt und beliebige Füllstrukturen im ELSA-Ring ermöglicht, sowie ein „langsameres“ System, welches den gesamten Beschleunigerzyklus steuert. Beide basieren auf einem FPGA und sind vollständig per Software kontrollierbar. Durch das neue Timingsystem kann ELSA mit variabler Zykluslänge betrieben werden. Die Injektion endet dann, sobald der gewünschte Strahlstrom erreicht ist. Dadurch verkürzt sich die Dauer der Polarisationsmessungen. Des Weiteren ist es denkbar in Zukunft Fehlmessungen durch Zeiten ohne Strahlstrom zu verhindern, da das neue Timingsystem einem Polarimeter über ein Vetosignal am Zyklusende mitteilen kann, wenn zu wenig Strahlstrom im ELSA-Ring zur Verfügung stand. Außerdem wurde ein spezieller Injektionsmodus implementiert, der erstmals die Verwendung der polarisierten Quelle im Speichermodus von ELSA (siehe z.B. [Sch15, Abschnitt 1.1]) für Messungen mit dem COMPTON-Polarimeter ermöglicht.

Die neue Magnetansteuerung NAUDIS [P+15] wird für die Dipole, Quadrupole, Sextupole und Korrektormagnete im ELSA-Ring eingesetzt. Sie erhöht die Genauigkeit der analogen Sollwertvorgaben für die Netzgeräte um den Faktor vier<sup>7</sup>. Dabei verbessert sich auch die Energieauflösung. Außerdem bietet NAUDIS eine Istwertanzeige aller Magnete im Nachbeschleunigungsmodus. Diese ist bei polarisiertem Strahl besonders für die Korrektormagnete hilfreich um die Orbit- und Harmonischen-Korrektur zu überwachen, weil Ausfälle nicht zwingend zu Strahlverlust, aber zur Verringerung des Polarisationsgrades führen. Die neue Ansteuerung erfordert möglicherweise eine neue Energiekalibration.

### 5.5 Ablauf der Polarisationsoptimierung

Für den Betrieb mit polarisiertem Strahl muss eine Extraktionsenergie abseits aller depolarisierenden Resonanzen gewählt werden, weil der Strahl während der Extraktion für mehrere Sekunden gespeichert wird und so auch schwächere Resonanzen höherer Ordnungen zu Polarisationsverlusten führen können. Geeignete Energiebereiche können am besten aus Simulationen der Gleichgewichtspolarisation abgeleitet werden, wie sie in [Boll13, Abschnitt 3.5] zu finden sind, da diese auch die Breiten der Resonanzen erkennen lassen. Im Zweifelsfall ist eine Energiekalibration (siehe Abschnitt 7.1) im gewünschten

---

<sup>6</sup> Wie groß die Abweichung bei welcher Energie (und damit Resonanz) ist, hängt davon ab, mit welcher Amplitude das alte System im jeweiligen Fall betrieben wurde.

<sup>7</sup> Zuvor wurden 14 bit DACs eingesetzt, das neue System verwendet DACs mit 16 bit.

Energiebereich zu empfehlen. Bisher wurden beispielsweise 1,27 GeV, 2,35 GeV und 2,92 GeV für den Betrieb mit polarisierten Elektronen verwendet. Bei der Polarisationsoptimierung sind folgende Schritte erforderlich:

1. Optimierung der Polarisationsrichtung vor dem LINAC2 mit den Doppelsolenoiden „DSol1“ bis „DSol3“
2. Orbitkorrektur während der Energierampe im ELSA-Ring für möglichst kleine vertikale Ablagen
3. Arbeitspunktkorrektur während der Energierampe im ELSA-Ring für einen zeitlich konstanten vertikalen Arbeitspunkt (bei ausgeschalteten Arbeitspunktsprüngen)
4. Iterative Optimierung der Arbeitspunktsprünge zur Korrektur der intrinsischen Resonanzen
5. Iterative Optimierung der Harmonischen-Korrektur zur Kompensation der Imperfektionsresonanzen

Da Änderungen des Orbits aufgrund der Sextupolfelder den Arbeitspunkt verschieben (siehe Abb. C.2), sollte die Orbitkorrektur in jedem Fall vor der Arbeitspunktkorrektur durchgeführt werden. Eine regelmäßige Überprüfung des vertikalen Orbits und Arbeitspunktes ist empfehlenswert. Wenn sich der Orbit dann mit der Zeit verändert, kann der vorherige Zustand durch erneute Orbitkorrektur wiederhergestellt werden.

Die Schritte 1, 4 und 5 erfordern Polarisationsmessungen und basieren alle darauf Änderungen der Polarisation bei Variation eines Parameters zu messen und daraus eine Einstellung für maximale Polarisation abzuleiten. Es ist also entscheidend, dass bei praktikablen Messzeiten signifikante Änderungen der Polarisation beobachtbar sind. Der statistische Messfehler der Polarisation beträgt in der Regel mindestens 2%. Je höher die Maximalpolarisation also bereits ist, umso besser lässt sie sich weiter optimieren. Idealerweise sollte deshalb für Schritt 1 bei einer Extraktionsenergie unterhalb aller Resonanzen im ELSA-Ring, zum Beispiel bei 1,27 GeV, gemessen werden. Sollte dort keine Messung möglich sein, empfiehlt es sich Schritt 1 bis nach Schritt 4 zu verschieben. Auch für die Korrektur der Resonanzen kann es hilfreich sein die Extraktionsenergie sukzessive zu erhöhen. Alternativ sollten zunächst die intrinsischen Resonanzen beginnend mit der stärksten Resonanz ( $\gamma a = 0 + Q_z$ ) korrigiert werden, weil dies aufgrund des breiten Plateaus einfacher ist als die Optimierung der Harmonischen-Korrektur.

Die Polarisationsoptimierung wurde im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich mit dem MØLLER-Polarimeter des Crystal Barrel/TAPS Experiments durchgeführt. Die Koinzidenzsignale der beiden Detektoren des Polarimeters stehen der Beschleunigergruppe seit 2014 direkt zur Verfügung. Sie werden über einen VME-Zähler an das ELSA-Kontrollsystem angebunden, sodass nun die Berechnung der Polarisation und Steuerung der Datennahme durch das ELSA-Kontrollsystem möglich ist. Im zugehörigen Kontrollsystemmenü<sup>8</sup> kann eine „Überwachung“ der Messung aktiviert werden. Diese stoppt die Messung automatisch sobald der statistische Fehler den gewünschten Wert unterschreitet. In Folge dessen konnte der Ablauf der einzelnen Messreihen für die Schritte 1, 4 und 5 vollständig automatisiert werden. Im zugehörigen Kontrollsystemmenü<sup>9</sup> kann die gewünschte Messung (z.B. Harmonischen-Korrektur  $\gamma a = 3$ , C-Parameter) gewählt und eine Liste von Parameterwerten eingetragen werden, für die die Polarisation dann automatisch nacheinander gemessen, aufgetragen und das Maximum bestimmt wird. Die Ergebnisse werden in eine wählbare Textdatei geschrieben, sodass eine bestehende Messreihe auch nachträglich um weitere Parameterwerte ergänzt oder erneut ausgewertet werden kann.

<sup>8</sup> Das Menü `ext_exp_moeller.phys` kann über Einstellungen/Polarisation/Møller-Polarimeter aufgerufen werden.

<sup>9</sup> Das Menü `polarisationsoptimierung.phys` kann über Einstellungen/Polarisation/automatische Polarisationsoptimierung aufgerufen werden.

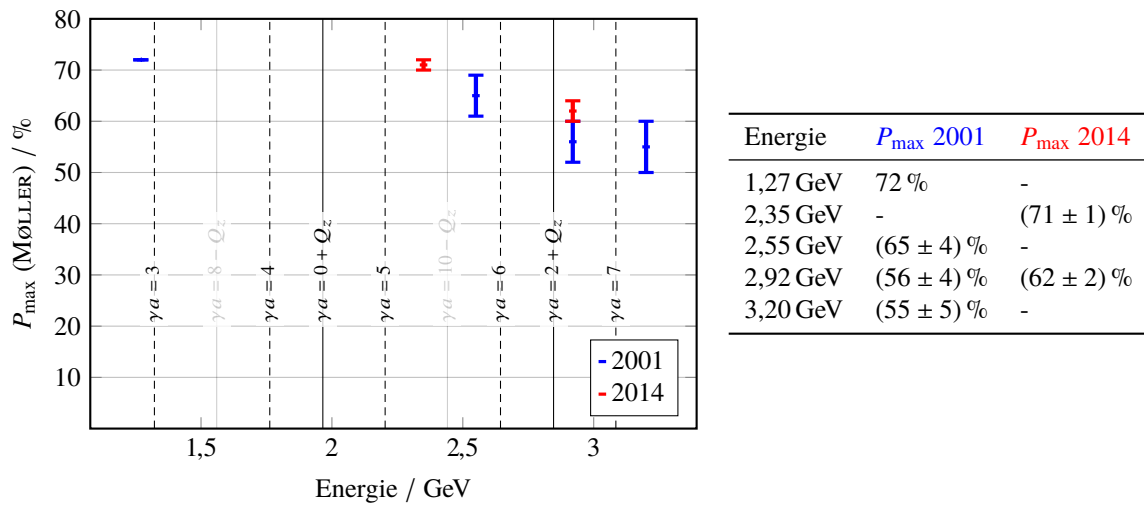


Abbildung 5.12: Maximale gemessene Polarisation nach der Extraktion aus dem ELSA-Ring 2001 und 2014 für verschiedene Strahlenergien. Die Werte von 2001 sind [Hof01, Abschnitt 5.4] entnommen. Die Messungen 2014 wurden mit dem MøLLER-Polarimeter des Crystal Barrel/TAPS Experiments durchgeführt.

## 5.6 Aktueller Stand der Polarisationsoptimierung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden mehrere Polarisationsoptimierungen durchgeführt. Allerdings konnten aufgrund eingeschränkter Funktionsfähigkeit des MøLLER-Polarimeters nur während der Messungen im März 2014 maximale Polarisationsgrade erreicht werden. In Abb. 5.12 ist die nach der Extraktion aus dem ELSA-Ring gemessene Polarisation für verschiedene Extraktionsenergien aufgetragen. Zum Vergleich sind auch Ergebnisse von 2001 dargestellt [Hof01, Abschnitt 5.4].

2014 wurden bei 2,35 GeV  $(71 \pm 1)$  % erreicht. Dabei handelt es sich um den Mittelwert aus 7 Messungen mit je 2 % statistischem Fehler. Eine Polarisation über 70 % konnte mehrfach, auch nach erneuter Optimierung der Harmonischen-Korrektur und mit einem zeitlichen Abstand von 12 Stunden, reproduziert werden. In der Vergangenheit wurden bei dieser Energie Maximalwerte um 65 % erreicht [H+11]. Die Daten von 2001 enthalten nur eine Messung bei 2,55 GeV. Da zwischen diesen Energien keine signifikant beitragende depolarisierende Resonanz liegt, ist aber davon auszugehen, dass dieser Wert auch für 2,35 GeV galt. Unklar bleibt, ob beim Kreuzen der Resonanzen im ELSA-Ring bis 2,35 GeV noch Polarisationsverluste auftreten, weil 2014 keine Messung bei 1,27 GeV durchgeführt werden konnte. Der Vergleich mit den Daten von 2001 ist hier nur bedingt möglich, da an der polarisierten Quelle inzwischen andere Kristalle verwendet werden, für die mit dem MOTT-Polarimeter eine Polarisation von etwa 86 % gemessen wurde [Hei14, Abschnitt 4.2].

Bei Extraktion bei 2,92 GeV konnten 2014  $(62 \pm 2)$  % erreicht werden (Mittelung über 6 Messungen). Als Ursachen für die Polarisationsverluste oberhalb von 2,35 GeV kommen der Arbeitspunktsprung bei  $\gamma a = 2 + Q_z$  oder die Harmonischen-Korrektur von  $\gamma a = 6$  in Betracht. Beispielsweise wäre es möglich, dass die Synchrotronseitenbänder von  $\gamma a = 2 + Q_z$  nicht mit übersprungen wurden (siehe Abschnitt 5.2).

Abbildung 5.13 zeigt den sukzessiven Anstieg der Polarisation während der Optimierung im März 2014. Nach der bestmöglichen Korrektur des Orbits, der Stabilisierung der Arbeitspunkte während der Energierampe und der Optimierung der Polarisationsrichtung vor dem LINAC2 wurden bei 2,35 GeV etwa 30 % Polarisation gemessen. Alle folgenden Werte sind Abschätzungen mit einer Ungenauigkeit in der Größenordnung von  $\pm 5$  %, weil sich die Polarisation während der laufenden Optimierung häufig durch diverse Veränderungen der Beschleunigereinstellungen immer wieder verändert hat. So ändert sich

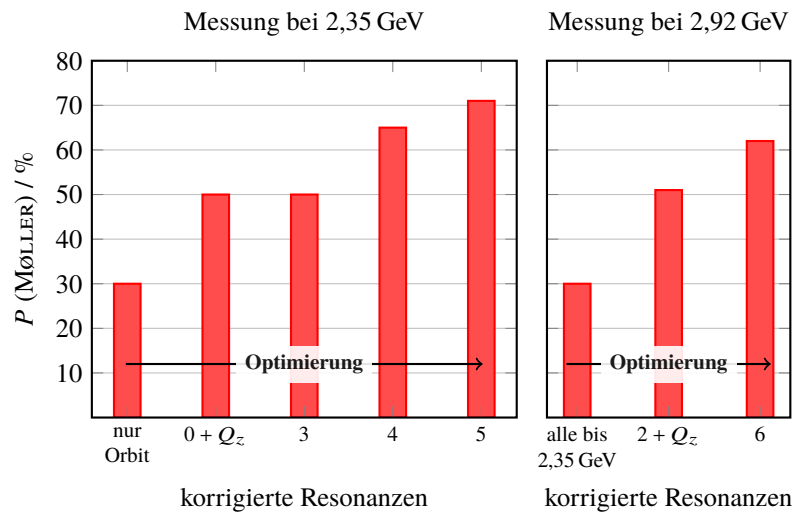


Abbildung 5.13: Entwicklung der gemessenen Polarisation während der iterativen Polarisationsoptimierung in ELSA im März 2014. Alle Polarisationswerte sind als Abschätzungen (etwa  $\pm 5\%$ ) anzusehen. Der Wert bei „3“ bedeutet, dass bei der Messung  $\gamma a = 3$  und alle links davon aufgeführten Resonanzen bereits korrigiert waren.

beispielsweise in den ersten Tagen des Betriebs die Temperatur im Beschleunigertunnel, sodass etwa der Orbit kontinuierlich driftet und gelegentlich neu korrigiert werden muss.

Bei 2,35 GeV steigerten der Arbeitspunktsprung über  $\gamma a = 0 + Q_z$  und die Harmonischen-Korrektur von  $\gamma a = 3, 4$  und  $5$  die Polarisation jeweils um etwa 20 bis 25 %. Bei den Imperfektionsresonanzen hatte  $\gamma a = 3$  keinen signifikanten Einfluss und  $\gamma a = 4$  war stärker als  $\gamma a = 5$ . Bei Beschleunigung auf 2,92 GeV fiel die Polarisation trotz aller vorherigen Optimierungen wieder auf etwa 30 % ab. Dazu trugen sowohl  $\gamma a = 2 + Q_z$  als auch  $\gamma a = 6$  bei. Der Arbeitspunktsprung über  $\gamma a = 2 + Q_z$  und die zugehörige Arbeitspunkt Korrektur erhöhten die Polarisation, ähnlich wie bei  $\gamma a = 0 + Q_z$ , um etwa 20 %. Die Harmonischen-Korrektur hatte bei  $\gamma a = 6$  ähnlichen Einfluss wie bei  $\gamma a = 4$ .

Für eine belastbare Aussage zur Stärke der einzelnen Resonanzen sind Polarisationsmessungen in ELSA unterhalb aller Resonanzen (1,27 GeV) und nach jeder einzelnen Resonanzkreuzung erforderlich. Nur so kann auch beurteilt werden, ob eine Resonanz vollständig kompensiert wurde und damit eine eindeutige Bewertung und Verbesserung der Korrekturmaßnahmen erfolgen. Solche Messungen sind mit dem MØLLER-Polarimeter des Crystal Barrel/TAPS Experiments aufgrund der in Abschnitt 5.1.4 beschriebenen Einschränkungen nicht möglich. Während des erfolgreichen Tests des COMPTON-Polarimeters im Januar 2017 konnte gezeigt werden, dass dieses die Erwartungen erfüllt und Messungen über den gesamten Energiebereich von ELSA ermöglicht [Swi17]. Abbildung 5.14 zeigt ein vorläufiges Ergebnis dieser Messungen mit nicht kalibrierten Polarisationswerten. Die vertikale Polarisation im ELSA-Ring wurde über den gesamten Energiebereich ohne Polarisationsoptimierung gemessen. Dabei wurde der Nachbeschleunigungsmodus mit einer Rampgeschwindigkeit von 6 GeV/s verwendet und die Messung jeweils während der Extraktionsphase durchgeführt. Die Messwerte weisen auf hohe Resonanzstärken von  $\gamma a = 4$  und  $\gamma a = 0 + Q_z$  und geringe Auswirkungen von  $\gamma a = 3$  und  $5$  hin. Ab  $\gamma a = 6$  ist keine Polarisation mehr messbar, sodass über die Stärke dieser Resonanzen keine Aussage gemacht werden kann.

Die Erfahrungen der letzten Jahre haben bestätigt, dass systematische Studien zu verbliebenen Polarisationsverlusten in ELSA nur mit Hilfe des COMPTON-Polarimeters sinnvoll sind und nur so eine weitere Erhöhung der Polarisation über den gesamten Energiebereich möglich ist.

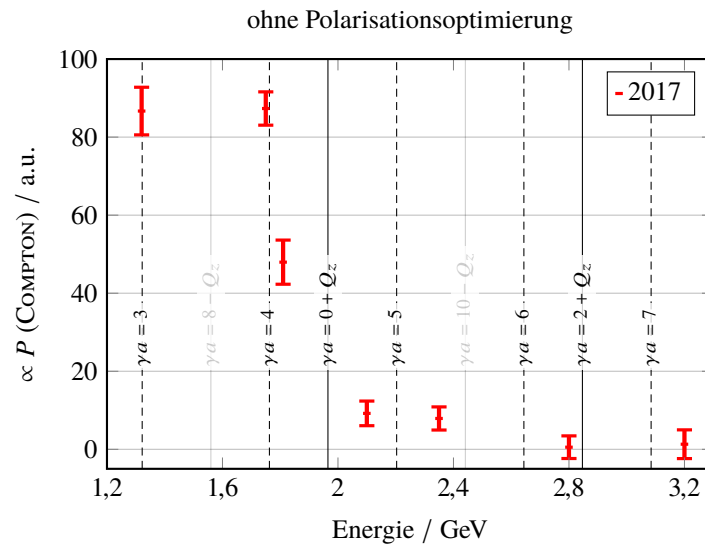


Abbildung 5.14: Vorläufiges Ergebnis von Polarisationsmessungen im ELSA-Ring mit dem COMPTON-Polarimeter im Januar 2017 ohne Polarisationsoptimierung. Die vertikale Polarisation wurde während der Extraktionsphase im Nachbeschleunigungsmodus bei verschiedenen Energien gemessen. Das Polarimeter war dabei noch nicht kalibriert.

## Vergleich zweier Schemata zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen

In Abschnitt 5.3 wird die Harmonischen-Korrektur beschrieben, die im ELSA-Ring zur Korrektur von Imperfektionsresonanzen eingesetzt wird. Dabei wird mit den vertikalen Korrektormagneten eine zusätzliche horizontale Magnetfeldverteilung entlang des Rings appliziert, die die jeweilige resonanztreibende Feldverteilung destruktiv überlagert. Das Schema zur Berechnung dieser Feldverteilung wurde im Rahmen von [Bol13] überarbeitet. Die Änderungen konnten aber erst mit Fertigstellung des neuen Korrektorsystems (Abschnitt 5.4.1) angewendet werden. In diesem Kapitel werden die beiden Schemata anhand von Messungen und Spintracking-Simulationen verglichen und die Auswirkungen des modifizierten Schemas diskutiert.

### 6.1 Zwei Schemata zur Harmonischen-Korrektur

Für die Harmonischen-Korrektur (HC) muss eine horizontale Feldverteilung appliziert werden, die im  $\theta$ -Koordinatensystem entlang des ELSA-Rings mit der Frequenz  $\omega^\theta = \gamma a$  oszilliert (siehe Gleichung (5.1)). Für die empirische Optimierung muss die Feldverteilung über das Parameterpaar Amplitude und Phase ( $A, \varphi$ ) oder Sinus- und Kosinusanteil ( $S, C$ ) eingestellt werden können:

$$\alpha^{\text{HC}}(\theta) \stackrel{!}{=} A \cos(\gamma a \cdot \theta - \varphi) \equiv S \sin(\gamma a \cdot \theta) + C \cos(\gamma a \cdot \theta). \quad (6.1)$$

Typischerweise wird die Harmonischen-Korrektur nicht als Feldstärke  $B$ , sondern als energieunabhängiger Kickwinkel  $\alpha$  angegeben (Umrechnung nach Gleichung (3.4)). Die beiden Parameterpaare können mit Gleichung (5.2) ineinander umgerechnet werden.

#### 6.1.1 Ursprüngliches Schema

Ursprünglich wurde diese Feldverteilung (HC) direkt auf die vertikalen Korrektormagnete (VC) gegeben:

$$\alpha^{\text{VC}}(\theta) = S \sin(\gamma a \cdot \theta) + C \cos(\gamma a \cdot \theta).$$

Dabei wird allerdings vernachlässigt, dass die Kickwinkel der Korrektormagnete den vertikalen Orbit verändern, wie es auch in Abb. 5.10 deutlich sichtbar ist. Dies führt zu zusätzlichen horizontalen Feldern, beziehungsweise Kickwinkeln, in den Quadrupolmagneten (Q). Das Beispiel in Abb. 6.1 veranschaulicht die Konsequenzen für die Harmonischen-Korrektur. Es sind die Kickwinkel gegen  $\theta$  in jedem der 24

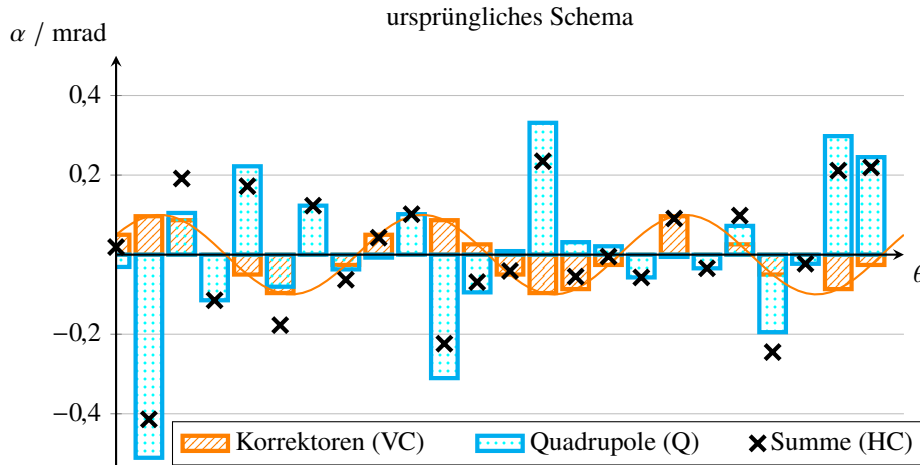


Abbildung 6.1: Beispiel für das ursprüngliche Schema der Harmonischen-Korrektur.

Segmente  $i$  zwischen den 24 Dipolmagneten aufgetragen<sup>1</sup>. Die Kickwinkel der Korrektoren sind zwar harmonisch verteilt, aber die resultierenden zusätzlichen Kickwinkel der Quadrupole führen dazu, dass die Harmonischen-Korrektur insgesamt eine Kickwinkelverteilung  $\alpha^{\text{HC}}(\theta)$  bewirkt, die keineswegs der geforderten Oszillation aus Gleichung (6.1) entspricht. Dieser Effekt wurde erstmals in [Sch10] untersucht und daraufhin ein verbessertes Korrekturschema entwickelt.

### 6.1.2 Modifiziertes Schema

Das modifizierte Schema [Bol13, Abschnitt 7.3] berücksichtigt die zusätzlichen Kickwinkel der Quadrupole. Das heißt, es werden Kickwinkel für die Korrektormagnete berechnet, die in der Summe mit den resultierenden Quadrupol-Kickwinkeln die gewünschte Verteilung  $\alpha^{\text{HC}}(\theta)$  ergeben. Dazu muss die Orbitänderung  $\Delta z_j$ , die sogenannte „orbit response“, am Ort des Quadrupols  $j$  durch jeden Korrektormagneten  $m$  einbezogen werden. Weil dieser Effekt linear ist, kann er mit der sogenannten Orbit-Response-Matrix  $O$  beschrieben werden:

$$O_{jm} := \frac{\partial z_j}{\partial \alpha_m^{\text{VC}}}.$$

Für den ELSA-Ring ist  $O$  eine  $32 \times 30$  Matrix, deren Einträge beispielsweise mit *elegant* simuliert werden können. Da die Strahlagemonitore dicht bei den Quadrupolen liegen, kann die Orbit-Response-Matrix näherungsweise auch gemessen werden [Thi17]. So beträgt der von den Kickwinkeln aller Korrektoren  $\vec{\alpha}^{\text{VC}} = (\alpha_1^{\text{VC}}, \alpha_2^{\text{VC}}, \dots, \alpha_{30}^{\text{VC}})$  verursachte Kickwinkel des Quadrupols  $j$  mit Länge  $l := l_{\text{eff}}$  und Quadrupolstärke  $k := k_1$

$$\alpha_j^{\text{Q}} = l_j k_j \cdot \Delta z_j = l_j k_j \cdot \vec{O}_j \cdot \vec{\alpha}^{\text{VC}}. \quad (6.2)$$

Damit kann die „Harmonischen-Korrektur-Matrix“  $\mathcal{H} \in \mathbb{R}_{24 \times 30}$  definiert werden, die den Gesamtbeitrag jedes Korrektors  $m$  zum Kickwinkel im Segment  $i \in [0, 23]$  zwischen zwei Dipolmagneten angibt:

$$\mathcal{H}_{im} := \delta_{m,i}^{\text{VC}} + \sum_{j \in \text{Q}} \delta_{j,i}^{\text{Q}} l_j k_j \cdot O_{jm}.$$

<sup>1</sup> Der Umlaufwinkel  $\theta$  im Segment  $i$  beträgt  $\theta_i = i \cdot \frac{360^\circ}{24} = i \cdot 15^\circ$  mit  $i \in [0, 23]$



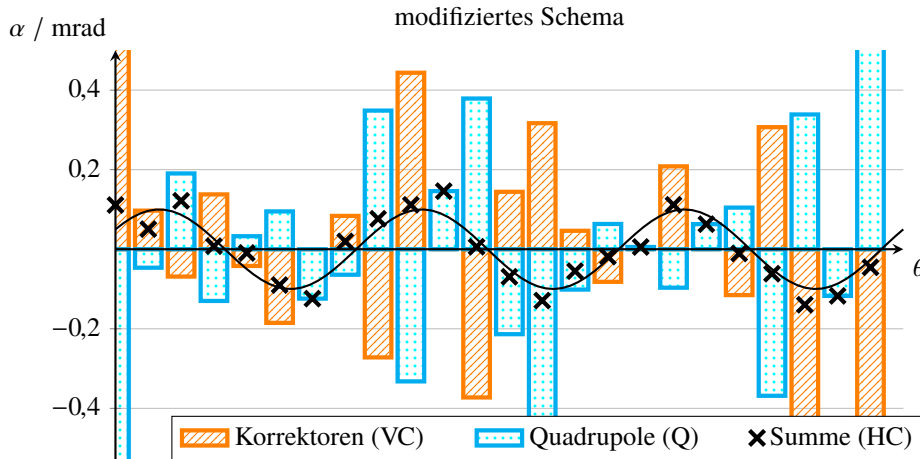


Abbildung 6.2: Beispiel für das modifizierte Schema der Harmonischen-Korrektur.

Die  $\delta$ -Funktionen enthalten dabei die Information über die Positionen der Elemente im Lattice, da nur die Magnete beitragen, die innerhalb des jeweiligen Segmentes stehen:

$$\delta_{m,i}^{\text{VC}} := \begin{cases} 1 & \text{wenn Korr. } m \text{ im Segment } i \text{ ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{und} \quad \delta_{j,i}^{\text{Q}} := \begin{cases} 1 & \text{wenn Quad. } j \text{ im Segment } i \text{ ist} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Mit der „Harmonischen-Korrektur-Matrix“ kann die vollständige Kickwinkelverteilung  $\vec{\alpha}^{\text{HC}} \in \mathbb{R}_{24}$  aus der Korrektor-Kickwinkelverteilung  $\vec{\alpha}^{\text{VC}} \in \mathbb{R}_{30}$  über

$$\vec{\alpha}^{\text{HC}} = \mathcal{H} \vec{\alpha}^{\text{VC}}$$

berechnet werden. Um die erforderlichen Korrektor-Kickwinkel aus der nach Gleichung (6.1) gewünschten harmonischen Verteilung  $\vec{\alpha}^{\text{HC}}$  zu berechnen, muss die „Harmonischen-Korrektur-Matrix“ invertiert werden:

$$\vec{\alpha}^{\text{VC}} = \mathcal{H}^{-1} \vec{\alpha}^{\text{HC}}. \quad (6.3)$$

Dies geschieht numerisch mittels Singulärwertzerlegung („singular value decomposition“, SVD) und wurde in die Orbitkorrektur-Bibliothek *libclo* integriert [Thi17]. Das Beispiel in Abb. 6.2 verdeutlicht die Funktionsweise des modifizierten Schemas. Die Summe aus Korrektor- und Quadrupol-Kickwinkeln folgt der eingestellten harmonischen Funktion. Abweichungen entstehen hauptsächlich, weil in einigen Segmenten aus Platzgründen kein Korrektormagnet eingebaut ist.

## 6.2 Vergleich über den Orbit

Zunächst soll überprüft werden, dass das im vorangegangenen Abschnitt beschriebene modifizierte Schema tatsächlich funktioniert und die resultierenden Parameter der Harmonischen-Korrektur den eingestellten Werten entsprechen. Dazu wurde der vertikale Orbit bei ausgeschalteter und eingeschalteter Harmonischen-Korrektur gemessen und die resultierenden Quadrupol-Kickwinkel nach Gleichung (6.2) aus den gemessenen Orbitänderungen  $\Delta z_j$  anstatt aus der Orbit-Response-Matrix berechnet. Aus diesen Quadrupol-Kickwinkeln und den eingestellten Korrektor-Kickwinkeln wurde dann die vollständige Kickwinkelverteilung wie in Abb. 6.1 und 6.2 ermittelt und der harmonische Anteil der Frequenz  $\gamma a$

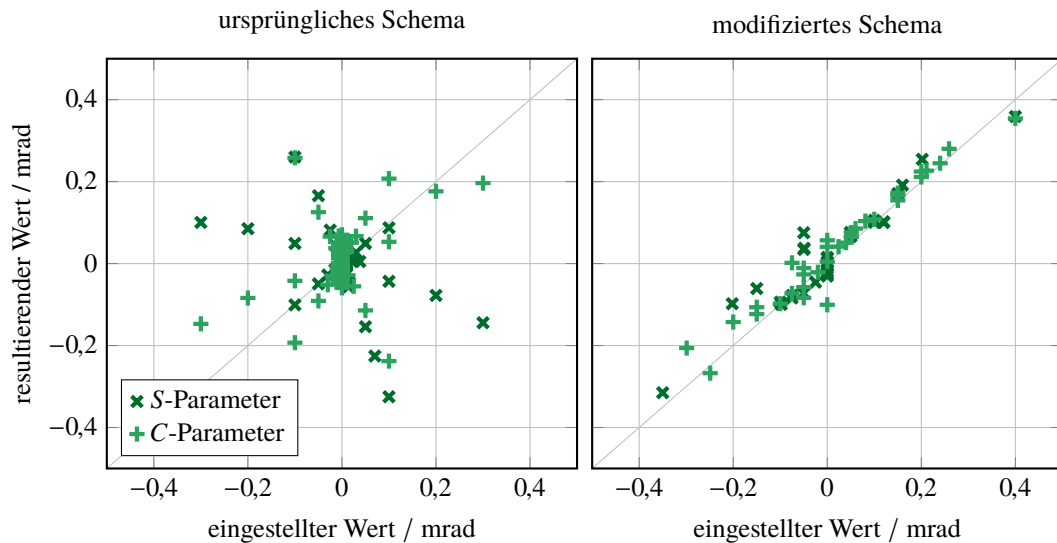


Abbildung 6.3: Korrelation der eingestellten und resultierenden Parameterwerte ( $S$ ,  $C$ ) der Harmonischen-Korrektur. Die resultierenden Werte wurden aus dem gemessenen vertikalen Orbit bestimmt.

durch FOURIERtransformation der Verteilung bestimmt. Daraus können resultierende Werte für die Parameterpaare ( $A$ ,  $\varphi$ ) beziehungsweise ( $S$ ,  $C$ ) abgeleitet werden.

Diese Analyse wurde für Orbitmessungen mit vielen verschiedenen Parameterwerten für die Imperfektionsresonanzen  $\gamma a = 3$  bis 5 mit beiden Korrekturschemata durchgeführt [Sch+14]. Die Ergebnisse sind in Abb. 6.3 dargestellt. Dort ist für das Parameterpaar ( $S$ ,  $C$ ) die Korrelation der eingestellten Werte mit den aus dem gemessenen Orbit abgeleiteten, resultierenden Werten aufgetragen. Für das ursprüngliche Schema gibt es erwartungsgemäß keinen festen Zusammenhang zwischen eingestellten und resultierenden Parameterwerten. Wird ein Parameter linear verändert, ändert sich häufig auch der resultierende Wert linear – allerdings mit beliebiger Steigung. Für das modifizierte Schema stimmen die eingestellten und resultierenden Parameter in den meisten Fällen gut überein, was die Funktionsfähigkeit der Methode bestätigt. Nicht berücksichtigt werden bei dieser Analyse Abweichungen der Magnete von den eingestellten Quadrupolstärken beziehungsweise Kickwinkeln.

Bei der Harmonischen-Korrektur kann es gelegentlich zu Abweichungen kommen – etwa wenn einzelne Korrektormagnete ausfallen oder in Sättigung sind. Zur permanenten Überwachung der Harmonischen-Korrektur wurde die hier beschriebene Analyse in das ELSA-Kontrollsystem integriert. Ist der sogenannte „Harmonischen-Korrektur-Monitor“<sup>2</sup> aktiviert, wird die Auswertung der resultierenden Parameter jedes Mal automatisch gestartet, wenn die Strahlablagen während der Energierampe gemessen werden. Für jede zu diesem Zeitpunkt aktive Harmonischen-Korrektur werden die Ergebnisse in der angegebenen Datei gespeichert und wie in Abb. 6.3 aufgetragen.

### 6.3 Vergleich bei der Polarisationsoptimierung

Während der Strahlzeiten mit polarisiertem Elektronenstrahl 2014 wurden beide Schemata erfolgreich zur Optimierung der Harmonischen-Korrektur angewendet. Ein direkter Vergleich bei maximaler Polarisierung war leider nicht möglich, da das modifizierte Schema erst nach März 2014 zur Verfügung stand.

<sup>2</sup> Der „Harmonischen-Korrektur-Monitor“ ist im Kontrollsystemmenü `harmcorrMonitor_meas.phys` zu finden.

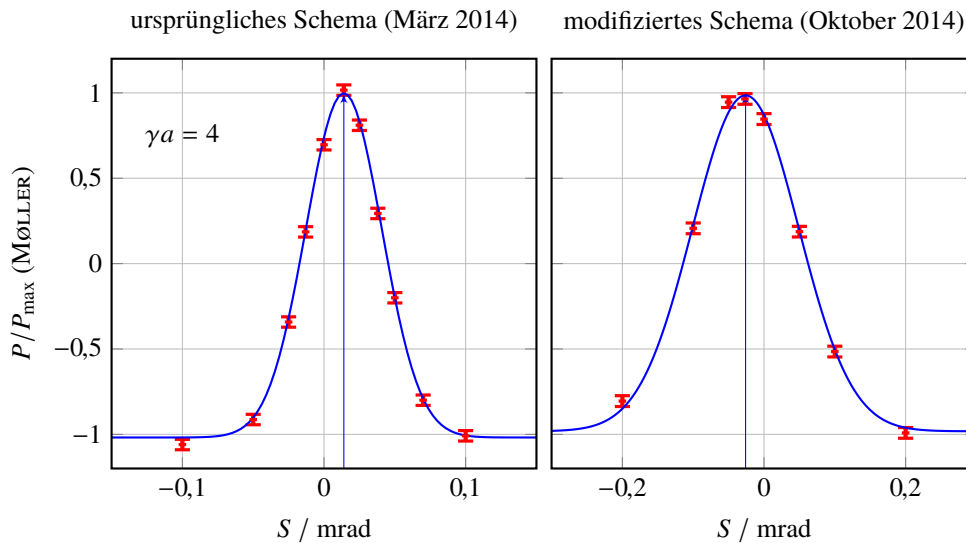


Abbildung 6.4: Exemplarische Optimierungen des  $S$ -Parameters der Harmonischen-Korrektur für  $\gamma a = 4$  mit beiden Schemata. Die Polarisation wurde mit dem MØLLER-Polarimeter am Crystal Barrel/TAPS Experiments gemessen und hier zum Vergleich auf den Maximalwert normiert, weil sie bei unterschiedlichem Stand der Optimierung aufgenommen wurden.

Abbildung 6.4 zeigt Beispiele für den  $S$ -Parameter der Resonanz  $\gamma a = 4$ , die etwa im Abstand von einem halben Jahr aufgenommen wurden. In beiden Fällen durchlaufen die Messwerte den gesamten Bereich  $-P_{\max} \leq P_z \leq P_{\max}$ , was darauf schließen lässt, dass die Resonanz vollständig kompensiert wird. Allerdings liegt das Maximum bei unterschiedlichen Parameterwerten und auch die Breite der Kurven ist verschieden.

Zu der unterschiedlichen Position des Maximums trägt zunächst einmal die Veränderung der resonanztreibenden Felder zwischen den beiden Messungen bei, die nicht bekannt ist (Aufstellungsfehler). Falls sich die resonanztreibenden Felder nicht signifikant verändert haben, muss auch die resultierende Harmonischen-Korrektur-Feldverteilung (HC) im Maximum gleich sein<sup>3</sup>. Diese Feldverteilung kann sich aber aus unterschiedlichen Verteilungen der Korrektoren (VC) und Quadrupole (Q) zusammensetzen. Es kann sich also um verschiedene Lösungen von Gleichung (6.3) handeln. Auch falls die Lösung zufällig die selbe ist, können sich die eingestellten Parameter unterscheiden, weil sie beim ursprünglichen Schema die Verteilung der Korrektoren (VC) und beim modifizierten Schema die resultierende Verteilung (HC) parametrisieren.

Mit dem modifizierten Schema ist die Kurve in Abb. 6.4 breiter. Das heißt, dass sich die resultierenden Wertepaare  $(S, C)$  beim ursprünglichen Schema in diesem Fall stärker ändern als die eingestellten Werte. In anderen Fällen wurde auch das umgekehrte Verhalten beobachtet.

Die bisher durchgeführten Messungen deuten darauf hin, dass das modifizierte Schema trotz der offensichtlichen und anhand der Orbitmessungen überprüften Verbesserungen nicht unmittelbar Vorteile bei der Polarisationsoptimierung bringt. Allerdings ist entscheidend, dass die beiden Parameter  $S$  und  $C$  (beziehungsweise  $A$  und  $\varphi$ ) unabhängig voneinander variiert werden können. Nur dann ist sichergestellt, dass das bei der iterativen Optimierung beider Parameter ermittelte Maximum das globale Maximum ist.

<sup>3</sup> Genau genommen muss der Anteil der Resonanzfrequenz  $\gamma a$  gleich sein. Die Amplitude muss der resonanztreibenden Verteilung entsprechen und die Phase um  $180^\circ$  verschoben sein. Das modifizierte Schema unterdrückt Anteile anderer Frequenzen, die für die Harmonischen-Korrektur aber irrelevant sind.

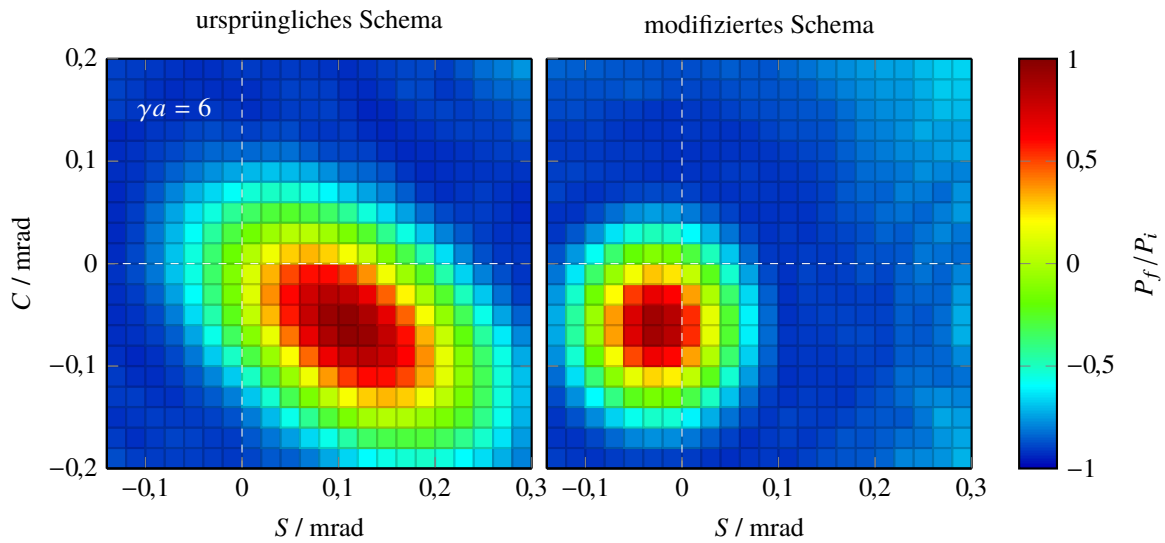


Abbildung 6.5: Exemplarische Simulation der Harmonischen-Korrektur von  $\gamma a = 6$  mit beiden Schemata. Für jeden Punkt wurde das Kreuzen der Resonanz bei der entsprechenden Einstellung der Korrektoren mit *polematrix* berechnet. Dabei wurde die longitudinale Strahldynamik zur Minimierung der Rechenzeit nur mit 10 Teilchen simuliert.

Die in Abb. 6.3 erkennbaren großen Schwankungen des resultierenden Parameterwertes bei gleichem eingestellten Wert weisen darauf hin, dass diese Anforderung bei dem ursprünglichen Schema nicht in allen Fällen erfüllt ist. Dieser Vermutung wird im folgenden Abschnitt nachgegangen.

## 6.4 Vergleich über Simulationen

Da die detaillierte Untersuchung der Harmonischen-Korrektur über Polarisationsmessungen sehr aufwendig ist und außerdem nur einen, den realen, Satz von Resonanzstärken abdeckt, wurde die Harmonischen-Korrektur auch mit Hilfe von Spintracking-Simulationen untersucht. Mit *pole* wurden in [Sch12, Abschnitt 4.4] das ursprüngliche Schema und in [Mön14] beide Schemata analysiert. Die größte Schwierigkeit bestand dabei stets in der Wahl der räumlichen Auflösung der Magnetfeldnäherung (Maximalfrequenz  $\omega_{\max}$ , siehe Abschnitt 3.2). Wird diese zur Reduzierung der Rechenzeit zu gering gewählt, werden die nur etwa 10 cm langen Korrektormagnete nicht mehr berücksichtigt (siehe Abb. 3.12), was gerade bei der Harmonischen-Korrektur mit großen Korrektorfeldern zu Abweichungen der simulierten Polarisation führen kann. Deshalb wurden nochmal beide Schemata exemplarisch für  $\gamma a = 6$  mit *polematrix* simuliert.

Dazu wurde in *elegant* eine resonanztreibende Feldverteilung durch die Verdrehung aller Dipole mit  $\sigma_{\phi} = 0,3$  mrad eingestellt und die über das ELSA-Kontrollsystem berechneten Korrektorkickwinkel für die Harmonischen-Korrektur in das *elegant*-Lattice eingetragen. Dann wurde das Kreuzen von  $\gamma a = 6$  für viele Parameterwerte ( $S, C$ ) und beide Schemata mit *polematrix* simuliert. Die Polarisation  $P_f/P_i$  ist in Abb. 6.5 gegen die eingestellten Parameter der Harmonischen-Korrektur aufgetragen. Um ein ausreichend hoch aufgelöstes Bild in der Parameterebene ( $S, C$ ) zu erhalten, wurden mit beiden Schemata je etwa 500 Resonanzkreuzungen simuliert. Dabei wurde die longitudinale Strahldynamik mit dem *polematrix*-Modell simuliert. Es wurden aber nur 10 Teilchen verwendet um die Rechenzeit zu minimieren. Die Verringerung des Polarisationsgrades für große Amplituden der Korrektur wegen der Synchrotronseitenbänder der Resonanz (siehe Abschnitt 4.4) ist deshalb nur näherungsweise abgebildet (siehe Abschnitt 4.5). Hier

steht allerdings der für das bei ELSA angewendete Korrekturverfahren relevante Bereich um  $P_f/P_i = +1$  im Fokus.

Für beide Schemata gibt es einen Parameterbereich, der die vollständige Kompensation der Resonanz ermöglicht. In der Theorie ist dies genau ein Wertepaar, welches die selbe Amplitude und entgegengesetzte Phase wie die resonanztreibende Verteilung hat. Die Polarisation sollte in der  $(S, C)$ -Ebene rotationssymmetrisch um diesen Wert abfallen. Das modifizierte Schema erfüllt in der Simulation diese Erwartung. Beim ursprünglichen Schema hingegen verläuft der Bereich hoher Polarisation diagonal in der  $(S, C)$ -Ebene, weil die Parameter nicht unabhängig voneinander sind. Dies illustriert genau die oben beschriebene Problematik bei der iterativen Optimierung: Wird zunächst  $S$  bei  $C = 0$  mrad optimiert, findet man das Maximum bei etwa  $S = -0,02$  mrad. Die bei dieser Einstellung folgende Optimierung von  $C$  endet bei einer Einstellung, die nicht dem globalen Maximum entspricht. Wenn der zweite Parameter während der ersten Optimierung auf 0 mrad gesetzt wird, wirkt sich dieses Problem um so deutlicher aus, je stärker die Resonanz ist, weil das Maximum dann weiter vom Ursprung entfernt liegt. Die Verzerrung hängt jeweils individuell davon ab, wie groß die Abweichung der resultierenden von den eingestellten Parameterwerten im relevanten Parameterbereich bei der fraglichen Resonanz ist.

Im hier gezeigten Fall könnte das globale Maximum durch eine dritte Iteration, die erneute Optimierung des  $S$ -Parameters, erreicht werden. Die große Schwierigkeit bei der empirischen Polarisationsoptimierung besteht aber darin, dass das Maximum wegen der Messzeit der Polarimeter von mindestens 5 min aus deutlich weniger als den hier simulierten Datenpunkten bestimmt werden muss. Eine dreidimensionale Vermessung mit der hier gezeigten Auflösung würde für jede Resonanz mindestens 40 Stunden dauern. Deshalb sollte zukünftig ausschließlich das modifizierte Schema zur Harmonischen-Korrektur von Imperfektionsresonanzen verwendet werden.

## 6.5 Extraktion mit horizontaler Polarisation

Der Polarisationsvektor muss nach der Extraktion aus dem ELSA-Ring gedreht werden um an den Experimentierplätzen die gewünschte longitudinale Polarisation bereitstellen zu können (siehe Abschnitt 5.1.3). Dies erfordert hohen technischen Aufwand, weil aus Platzgründen ein supraleitender Solenoid eingesetzt werden muss, und gelingt für das Crystal Barrel/TAPS Experiment oberhalb von etwa 2,5 GeV nicht vollständig, da die integrierte Feldstärke des Solenoids nicht ausreicht [Kam09, Abschnitt 3.4]. Deshalb ist insbesondere für höhere Strahlenergien eine alternative Methode interessant, bei der der Polarisationsvektor bereits vor der Extraktion im ELSA-Ring in die horizontale Ebene gedreht wird. Dabei spielt die Harmonischen-Korrektur eine entscheidende Rolle. Das Verfahren wurde bereits im Rahmen von [Hof01] und [Boll13] getestet, seine Funktionsfähigkeit konnte allerdings nicht uneingeschränkt nachgewiesen werden. In diesem Abschnitt wird mit Hilfe von Simulationen mit *polematrix* gezeigt, dass die beobachteten Abweichungen auf das ursprüngliche Schema der Harmonischen-Korrektur zurückzuführen sind und mit dem modifizierten Schema nicht mehr auftreten.

Der Betrieb mit horizontaler Polarisation basiert darauf, dass der Elektronenstrahl genau bei der Energie einer Imperfektionsresonanz aus dem ELSA-Ring extrahiert wird. Dann liegt die invariante Spinachse  $\vec{n}_0$  genau in der horizontalen  $x$ - $s$ -Ebene (siehe Gleichung (2.16)). Ist die Energierampe langsam genug, folgen die Spinvektoren dabei der invarianten Spinachse aus der Vertikalen in die horizontale Ebene und der Polarisationsgrad bleibt vollständig erhalten. Die Extraktionsenergie sollte dabei nicht mehr als 0,1 MeV von der Resonanzenergie abweichen [Hof01, Abb. 6.19], was etwa der Genauigkeit der Energiekalibration entspricht (siehe Abschnitt 7.1). Um Depolarisation durch andere Resonanzen während der Energierampe zu vermeiden, wird zunächst die reguläre schnelle Rampe verwendet und die Geschwindigkeit nur für den letzten Teil, den Einflussbereich der genutzten Imperfektionsresonanz, auf

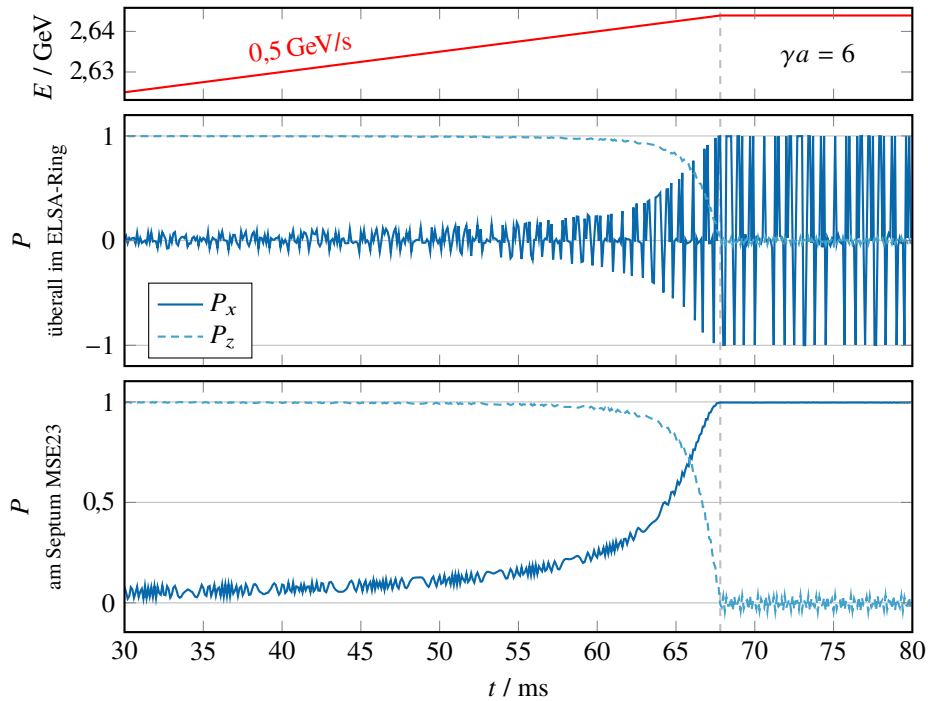


Abbildung 6.6: Exemplarische *polematrix*-Simulation der Annäherung an die Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 6$ . Die Energierampe endet genau bei der Resonanzenergie, sodass der Polarisationsvektor vollständig in die horizontale  $x$ - $s$ -Ebene gekippt wird und dort stabil präzediert.

etwa 0,1 GeV/s reduziert. Abbildung 6.6 zeigt eine *polematrix*-Simulation einer solchen Annäherung an  $\gamma a = 6$ . Es wurde eine Energierampe mit 0,5 GeV/s verwendet, die bei 2,64391 GeV endet<sup>4</sup>. Dabei fällt die vertikale Komponente des Polarisationsvektors auf Null, während die horizontale (und auch die longitudinale) Komponente zunimmt. Im oberen Teil der Abbildung sind alle Phasen der Oszillation  $-1 < P_x < 1$  sichtbar, da der Abstand der Datenpunkte kein Vielfaches der Umlaufzeit ist und jeder Polarisationswert deshalb von einer anderen Positionen  $s$  im ELSA-Ring stammt. In allen bisher gezeigten Simulationen spielte dies keine Rolle. Im unteren Teil wurden alle Werte ausschließlich an der Position des Extraktionsseptums MSE23 aufgezeichnet<sup>5</sup>, sodass erkennbar ist, dass  $P_x$  an einer festen Position  $s$  einen festen Wert annimmt.  $P_x$  weicht hier, im Gegensatz zum oberen Teil der Abbildung, bereits zu Beginn des abgebildeten Zeitbereichs etwas von Null ab, da der Spinarbeitspunkt schon nahe am ganzzahligen Wert ist. Die Ausrichtung von  $P_x$  beziehungsweise  $P_s$  wird von der Orientierung der invarianten Spinachse bestimmt (vergleiche auch Abb. 4.14).

Die invariante Spinachse oszilliert bei der Resonanzenergie im  $\theta$ -Bezugssystem  $\gamma a$  mal entlang der Sollbahn um die  $z$ -Achse (siehe Abb. 2.5). An einer festen Position  $s$  zeigt sie zeitunabhängig in die selbe Richtung, weil der Spinarbeitspunkt bei Imperfektionsresonanzen ganzzahlig ist. Deshalb kann über die Ausrichtung der invarianten Spinachse am Extraktionsseptum die Polarisationsrichtung im Moment der Extraktion und damit am Experiment<sup>6</sup> eingestellt werden. Die invariante Spinachse

<sup>4</sup> Zu diesem Zweck wurde die Option `<Emax>` in *polematrix* implementiert (siehe Anhang A).

<sup>5</sup> Zu diesem Zweck wurde die Option `<outElement>` in *polematrix* implementiert (siehe Anhang A).

<sup>6</sup> In den Dipolmagneten der Strahlführung zum Experimentierplatz präzedieren die Spins um einen bekannten Winkel um die  $z$ -Achse (siehe [Hof01, Abschnitt 3.4]), der bei der Einstellung der Ausrichtung am Extraktionsseptum vorgehalten werden kann.

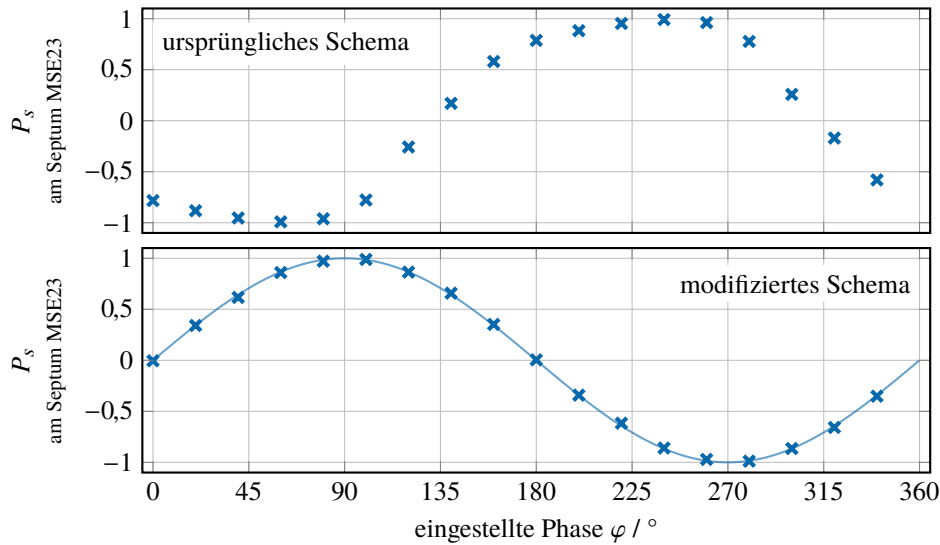


Abbildung 6.7: *polematrix*-Simulation der Ausrichtung des Polarisationsvektors in der horizontalen Ebene mit Hilfe der Phase  $\varphi$  der Harmonischen-Korrektur bei der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 6$ . Jeder Datenpunkt entstammt einer Simulation wie sie in Abb. 6.6 gezeigt ist.

wird von der resonanztreibenden Feldverteilung vorgegeben. Das heißt, die Phase der invarianten Spinachse kann über die Phase der resonanztreibenden horizontalen Feldverteilung variiert werden. Dies ist für Imperfektionsresonanzen im ELSA-Ring leicht möglich, weil die Feldverteilung von der Harmonischen-Korrektur dominiert wird, sofern deren Amplitude nur ausreichend groß ist. So kann der Polarisationsvektor mit der Phase  $\varphi$  der Harmonischen-Korrektur beliebig in der  $x$ - $s$ -Ebene ausgerichtet werden.

Diese Drehung des Polarisationsvektors wurde in [Bol13, Abschnitt 7.4] für  $\gamma a = 3$  mit dem MØLLER-Polarimeter am Crystal Barrel/TAPS Experiment gemessen. Die erwartete Rotation  $P_s = \sin(\varphi_0 + \varphi)$  wurde dabei nur in verzerrter Form beobachtet. Um die Ursache dafür zu untersuchen, wurde das Verfahren jetzt mit *polematrix* simuliert. In Abb. 6.7 sind die Ergebnisse für  $\gamma a = 6$  dargestellt. Jeder Datenpunkt entspricht einer Spintracking-Simulation wie sie in Abb. 6.6 zu sehen ist. Dabei wurde ausschließlich die Phase  $\varphi$  der Harmonischen-Korrektur variiert, welche (wie für Abb. 6.5) über das ELSA-Kontrollsystem berechnet und als Kickwinkel der Korrektoren im *elegant*-Lattice eingetragen wurde. Als Amplitude wurde dabei  $A = 0,2$  mrad gewählt. Aufgetragen ist jeweils die longitudinale Polarisation  $P_s$  nach Erreichen der Resonanz an der Position des Extraktionsseptums MSE23. Mit dem ursprünglichen Schema der Harmonischen-Korrektur, das bei den Messungen in [Bol13, Abschnitt 7.4] verwendet wurde, tritt auch in der Simulation eine verzerrte Schwingung auf. Der Grund dafür ist, analog zu der Argumentation in Abschnitt 6.4, die Abweichung der resultierenden Parameter der Harmonischen-Korrektur von den eingestellten Werten. Mit dem modifizierten Schema hingegen stimmt die Ausrichtung des Polarisationsvektors sehr gut mit dem erwarteten Verhalten überein. Da die Funktionsfähigkeit des modifizierten Schemas im Zusammenspiel mit dem neuen Korrektorsystem in der Praxis bestätigt wurde und dessen Feldstärken auch bei  $\gamma a = 6$  und  $7$  für die Harmonischen-Korrektur ausreichen, besteht jetzt die realistische Möglichkeit die Extraktion mit horizontaler Polarisation bei Energien oberhalb von  $2,5$  GeV für das Crystal Barrel/TAPS Experiment anzuwenden.

Zwei Aspekte müssen zur Bestätigung der Machbarkeit noch experimentell untersucht werden. Erstens ist unklar, wie hoch Gleichgewichtspolarisation und Depolarisationszeit  $\tau_{\text{depol}}$  von  $\vec{P} \parallel \vec{n}_0$  (siehe

Abschnitt 2.5.1) auf der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 6$  und 7 in Abhängigkeit von der Amplitude der Harmonischen-Korrektur sind. Messungen mit horizontaler Polarisation wurden bisher nur für  $\gamma a = 2$  und 3 durchgeführt. Zweitens müssen bei der Wahl der Energierampe signifikante Polarisationsverluste durch das untere Synchrotronseitenband der Imperfektionsresonanz vermieden werden. Dessen Einfluss ist durch die starke Harmonischen-Korrektur und die langsame Rampe groß und es ist bei höheren Energien grundsätzlich ausgeprägter. Wenn möglich, sollte deshalb die Rampengeschwindigkeit erst nach dem Seitenband reduziert oder die Harmonischen-Korrektur erst nach dem Seitenband eingeschaltet werden. Beides müsste so kurz wie möglich nach dem Seitenband erfolgen, damit das Kippen des Polarisationsvektors vor der Hauptresonanz erfolgreich kontrolliert werden kann. In der Simulation wurde die erste Variante angewendet. Während der schnellen Rampe mit 6 GeV/s beträgt der Abstand von Seitenband und Hauptresonanz nur 3,6 ms (Synchrotronfrequenz 90 kHz), was bereits an der Grenze der Reaktionszeit der Dipolmagnete ist. Bei der zweiten Variante wird das Seitenband langsam und unkorrigiert gekreuzt, was nur bei einer schwachen Resonanz zu empfehlen ist. Bei 0,5 GeV/s liegen zwischen Seitenband und Hauptresonanz etwa 40 ms, in denen die Korrektoren zweimal die volle Feldumkehr schaffen.

In jedem Fall müssen die Zeitpunkte der Reduzierung der Rampengeschwindigkeit und des Beginns der Harmonischen-Korrektur sowie die Extraktionsenergie und Amplitude und Phase der Harmonischen-Korrektur empirisch optimiert werden. Liegen einmal Erfahrungswerte vor, sind diese aber unabhängig von den Aufstellungsfehlern und sollten demnach auch für weitere Strahlzeiten gelten. Dennoch ist der Zeitaufwand vermutlich höher als bei der gewöhnlichen Harmonischen-Korrektur. Da bei Verwendung des modifizierten Schemas nicht von Polarisationsverlusten bei der Kreuzung von Imperfektionsresonanzen auszugehen ist, kann die Extraktion mit horizontaler Polarisation nur über die Vermeidung der unvollständigen Spindrehung im supraleitenden Solenoid und den Verzicht auf dessen Betrieb gerechtfertigt werden.

Für die Anwendung des Verfahrens ist die präzise Kenntnis der Strahlenergie entscheidend, deren Kalibration im folgenden Abschnitt 7.1 beschrieben wird.



---

## Bestimmung von Beschleunigerparametern durch Polarisationsmessungen

---

Polarisationsmessungen können über die reine Diagnose des Polarisationsgrades hinaus auch zur experimentellen Bestimmung verschiedener beschleunigerphysikalischer Parameter verwendet werden. In diesem Kapitel werden einige in Kreisbeschleunigern mögliche Messungen vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit am ELSA-Ring durchgeführt wurden.

Prinzipiell können diese Messverfahren an jedem Elektronen-Speicherring genutzt werden, an dem ein Polarimeter zur Verfügung steht, weil sich aufgrund der Selbstpolarisation nach endlicher Zeit automatisch eine Gleichgewichtspolarisation einstellt (siehe Abschnitt 2.5.1). Im ELSA-Ring kann ein polarisierter Elektronenstrahl wegen der polarisierten Quelle und des schnellen Booster-Synchrotrons innerhalb von einer Sekunde bereitgestellt werden. Damit können systematische Polarisationsmessungen deutlich schneller durchgeführt werden.

### 7.1 Energiekalibration

Eine präzise Kalibrierung der Strahlenergie ist für jeden Beschleuniger, insbesondere aber für den Betrieb mit polarisiertem Strahl (siehe Abschnitt 5.1.3), von großer Bedeutung. Ein etabliertes Kalibrationsverfahren nutzt dafür depolarisierende Resonanzen.

#### 7.1.1 Energiekalibration über Imperfektionsresonanzen

Die Resonanzbedingung von Imperfektionsresonanzen hängt von keinen äußeren Parametern ab. Die Strahlenergie, bei der die Resonanzen auftreten, ist also physikalisch fest vorgegeben und mit der Genauigkeit der gyromagnetischen Anomalie  $a$  bekannt. Weil der Einflussbereich der Resonanzen nur etwa 1 MeV breit ist, kann über die Messung der Resonanzenergie  $E^{\text{res}}$  die Abweichung des Beschleunigers von der Sollenergie bei der jeweiligen Energie bestimmt werden.

Genau bei der Resonanzenergie liegt die invariante Spinachse vollständig in der horizontalen Ebene (siehe Gleichung (2.16)). Da der Strahl während der Extraktion mehrere Sekunden bei der jeweiligen Energie gespeichert wird, beträgt die vertikale Polarisierung bei der Resonanzenergie exakt null. Weit unterhalb der Resonanzenergie ist kein Einfluss auf die Polarisierung messbar. Bei Messungen weit oberhalb der Resonanzenergie wird die Resonanz noch während der Energierampe gekreuzt. Die Polarisierung während der Extraktion hängt dann gemäß der FROISSART-STORA-Kurve von Resonanzstärke und Kreuzungsgeschwindigkeit ab. Ist die Resonanz schwach, wird die gleiche Polarisierung wie unterhalb

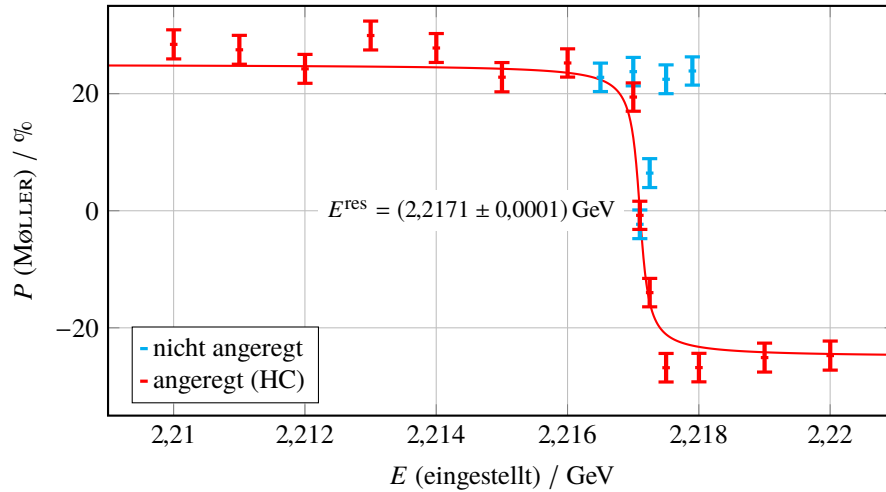


Abbildung 7.1: Energiekalibration im ELSA-Ring an der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 5$  gemessen mit dem MøLLER-Polarimeter des Crystal Barrel/TAPS Experiments im Juli 2014. Um eine ausreichend große Resonanzstärke für einen Spin-Flip zu erhalten, wurde die Resonanz mit Hilfe der Harmonischen-Korrektur angeregt.

der Resonanzenergie gemessen. Ist die Resonanz stark, tritt ein Spin-Flip auf und die gemessene Polarisation hat das umgekehrte Vorzeichen. Dieser Fall ist für die Energiekalibration wünschenswert, weil die Resonanzenergie dann aus der Messung durch Anpassung der Funktion

$$P(E) = P_0 \cdot \arctan (C \cdot (E - E^{\text{res}})) \quad (7.1)$$

abgeleitet werden kann. Im Bereich nahe der Resonanzenergie ändert sich die Polarisation. Der genaue Verlauf kann aber nicht analytisch ermittelt werden, weil die Resonanz nur teilweise gekreuzt wird und die Kreuzungsgeschwindigkeit am Ende der Energierampe nicht konstant ist. Tritt ein Spin-Flip auf, ist dieser Verlauf für die Bestimmung der Resonanzenergie unerheblich.

Abbildung 7.1 zeigt eine Messung im ELSA-Ring an  $\gamma a = 5$ , die 2014 mit dem MøLLER-Polarimeter des Crystal Barrel/TAPS Experiments aufgenommen wurde. Der Startwert des Polarisationsgrades war dabei gering, weil zuvor keine Optimierung durchgeführt wurde. Für die Messung wurde die eingestellte Strahlenergie für die Extraktion variiert und jeweils die Polarisation gemessen. Die Messung mit der natürlichen Resonanzstärke fällt zwar bei der Resonanzenergie auf  $P = 0$ , ergibt oberhalb der Resonanz aber die ursprüngliche Polarisation. Für die zweite Messreihe wurde die Resonanz deshalb mit Hilfe der Harmonischen-Korrektur zusätzlich angeregt, sodass ein Spin-Flip auftritt und Gleichung (7.1) angepasst werden kann. Daraus ergibt sich

$$E_5^{\text{res}} = (2,2171 \pm 0,0001) \text{ GeV} ,$$

was etwa 14 MeV größer als die theoretische Resonanzenergie ist. Das bedeutet, dass die tatsächliche Strahlenergie im ELSA-Ring (bei 2,2 GeV) geringer als die eingestellte Energie ist. Die relative Genauigkeit dieser Messung beträgt  $\Delta E/E \approx 5 \cdot 10^{-5}$ .

Die Strahlenergie wird von der Feldstärke der Dipolmagnete festgelegt. Das entlang eines Umlaufes integrierte vertikale Magnetfeld  $\oint B_z dl$  bestimmt, bei welcher Energie Elektronen mit der richtigen Bahnlänge umlaufen. Die Bahnlänge wird von der Frequenz  $\omega_{\text{HF}}$  der beschleunigenden Felder in den Hochfrequenzresonatoren vorgegeben, weil diese die Länge der "buckets" festlegt. Ändert sich das integrierte vertikale Feld, verschiebt sich die Phase zu der die Teilchen die Resonatoren passieren.

Dadurch ändert sich ihre Energie bis sich die von  $\omega_{\text{HF}}$  festgelegte Bahnlänge wieder eingestellt hat. So beeinflussen prinzipiell alle vertikalen Magnetfelder die Kalibrierung der Strahlenergie. Felder, die sich unabhängig von der eingestellten Energie ändern können, tragen zum systematischen Fehler der Messung bei:

- Die Messung wurde mit korrigiertem Orbit durchgeführt. Die Felder der horizontalen Korrektormagnete tragen zum integrierten vertikalen Feld bei. Bei der während der Messung gesetzten Orbitkorrektur betrug der maximale Kickwinkel eines Korrektors 0,5 mrad. Durch die unterschiedlichen Vorzeichen heben sich die Beiträge der Korrektoren zum integrierten Feld aber größtenteils wieder auf. Im betrachteten Fall war die Summe aller Kickwinkel  $\alpha_{\text{sum}} = 0,1$  mrad, woraus sich eine relative Energieverschiebung von  $\Delta E/E = \alpha_{\text{sum}}/2\pi \approx 2 \cdot 10^{-5}$  abschätzen lässt.
- Die horizontalen Ablagen des Orbits führen in den Quadrupolen zu vertikalen Feldern. Während der Messung betrug der RMS der Ablagen 270  $\mu\text{m}$ . Der Beitrag jedes Quadrupols  $q$  zum integrierten Feld hängt von seiner Quadrupolstärke  $k_q$  und der Ablage  $x_q$  an der Position des Magneten ab, die beide beliebige Vorzeichen haben können. Daraus lässt sich für den Orbit während der Energiekalibration eine Energieverschiebung von  $\Delta E/E = \sum_q k_q x_q L_q / 2\pi \approx 3 \cdot 10^{-5}$  berechnen.
- Eine Änderung des Orbits führt durch dessen transversalen Anteil auch zu einer Änderung der Bahnlänge, welche sich automatisch durch eine Energieverschiebung ausgleicht. Vergleichsweise groß waren während der Messung die Ablagen des vertikalen Orbits von bis zu 1,3 mm, weil die Resonanz mit der Harmonischen-Korrektur angeregt wurde (vgl. Abb. 5.10). Die Abweichung von der Sollbahn entsprach einer Längenänderung  $\Delta L/L_0 = 4 \cdot 10^{-9}$  und damit einer Energieverschiebung von  $\Delta E/E \approx 7 \cdot 10^{-8}$ , die im Vergleich zu den anderen beiden Beiträgen vernachlässigt werden kann.

Die Verschiebung der Strahlenergie während der Energiekalibration durch die horizontale Orbitkorrektur und den horizontalen Orbit ist etwa so groß wie der statistische Fehler der Messung. Bei Betrieb mit korrigiertem Orbit ist folglich auch nicht mit einer signifikanten Abweichung von der kalibrierten Strahlenergie zu rechnen. Hingegen beträgt die Energieverschiebung durch einen unkorrigierten horizontalen Orbit mit einem RMS von knapp 4 mm  $\Delta E/E \approx 1 \cdot 10^{-4}$  ( $6 \cdot 10^{-6}$  aus Bahnlängenänderung).

Die Energiekalibration wurde bereits um das Jahr 2000 für alle Imperfektionsresonanzen im ELSA-Ring durchgeführt [Hof01, Abschnitt 6.4]. Die Resonanzenergie von  $\gamma a = 5$  wurde damals mit  $E_5^{\text{res}} = (2,2180 \pm 0,0002)$  GeV gemessen, was nur etwa 1 MeV von dem 2014 ermittelten Wert abweicht. Im Rahmen der Inbetriebnahme des COMPTON-Polarimeters wurde im Januar 2017 außerdem  $\gamma a = 3$  vermessen [Swi17]. Das Ergebnis

$$E_3^{\text{res}} = (1,3262 \pm 0,0001) \text{ GeV}$$

stimmt innerhalb von 0,5 MeV mit der früheren Messung ( $E_3^{\text{res}} = (1,32585 \pm 0,00005)$  GeV) überein. Das lässt den Schluss zu, dass sich die Strahlenergie des ELSA-Rings in den vergangenen fünfzehn Jahren nicht signifikant verändert hat. Mit der derzeit erfolgenden Inbetriebnahme der neuen Magnetansteuerung (siehe Abschnitt 5.4.4) wird es aber vermutlich zu Veränderungen kommen, weil die Ursache für die Energieabweichungen gerade die Kalibration der Feldstärke der Dipolmagnete ist, die die Strahlenergie bestimmt. Eine Kalibration schließt dabei die gesamte Kette von Sollwertvorgaben durch die Ansteuerungselektronik, über den Strom in den Magnetspulen, bis hin zur resultierenden Feldstärke mit ein (siehe [Pro17]). Somit ist eine erneute Energiekalibration mit der neuen Magnetansteuerung ratsam. Die höhere Energieauflösung des neuen Systems kann dabei zu einer weiteren Verbesserung der Genauigkeit führen.

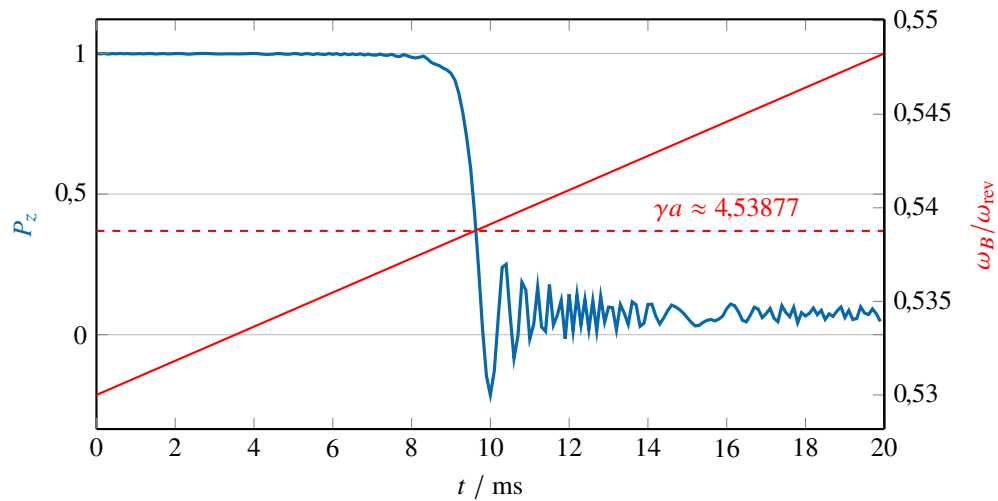


Abbildung 7.2: Mit *polematrix* simuliertes Beispiel für das Kreuzen einer parametrischen Resonanz im ELSA-Ring bei 2 GeV. Sie wird von einem hypothetischen Wechselfeld angeregt, dessen Frequenz  $\omega_B$  linear ansteigt und den Nachkommaanteil des Spinarbeitspunktes kreuzt.

### 7.1.2 Energiekalibration über parameterische Resonanzen

Alternativ kann die Energiekalibration mit einer parametrischen Resonanz durchgeführt werden, die durch ein Wechselfeld angeregt wird. Der Vorteil dieser Methode ist, dass sie bei jeder beliebigen Strahlenergie anwendbar ist. Die Resonanzbedingung hängt nach Gleichung (2.15) von der Frequenz des anregenden Feldes und der Umlauffrequenz ab, die beide mit hoher Genauigkeit bekannt sind. Die Resonanz wird in diesem Fall nicht durch eine Energierampe gekreuzt, sondern durch eine lineare Änderung der Frequenz des anregenden Wechselfeldes (“sweep”). Abb. 7.2 zeigt als Beispiel eine *polematrix*-Simulation einer solchen Resonanzkreuzung. Dazu wurde im ELSA-Ring ein hypothetisches Wechselfeld appliziert, dessen Frequenz mit der Zeit linear ansteigt. Da die auf die Umlauffrequenz normierte Frequenz den Nachkommaanteil des Spinarbeitspunktes kreuzt, tritt eine parametrische Resonanz auf. Wie alle Resonanzen hat sie eine endliche Breite (vgl. Gleichung (2.16)), die von der Resonanzstärke und der Energiebreite des Strahls abhängt.

Bei einer Messung zur Energiekalibration kann über die Polarisation detektiert werden, ob die resonanztreibende Frequenz innerhalb des durchlaufenen Frequenzbereichs liegt. Die Strahlenergie wird so durch die Variation des Frequenzbereichs ermittelt, die beispielsweise als Intervallschachtelung ausgeführt werden kann. Eine ausreichend starke Änderung der Polarisation muss bei diesem Verfahren über die geeignete Wahl der Kreuzungsgeschwindigkeit, also der Geschwindigkeit der Frequenzänderung, sichergestellt werden. Diese korreliert natürlich mit der Feldstärke der Anregung, welche deshalb die Dauer der Messung bestimmt.

In dieser Simulation wurde das Wechselfeld mit einer Frequenz von etwa 1 MHz dem vertikalen Korrektormagneten KV01 aufgeprägt, der in der Realität allerdings nur eine Bandbreite von etwa 200 Hz hat [Thi+14]. Stattdessen könnte für diese Methode der transversale Stripline-Kicker [Sch11] des Bunch-by-Bunch-Feedback-Systems eingesetzt werden, dessen elektrisches Feld bisher allerdings nicht mit *polematrix* simuliert werden kann.

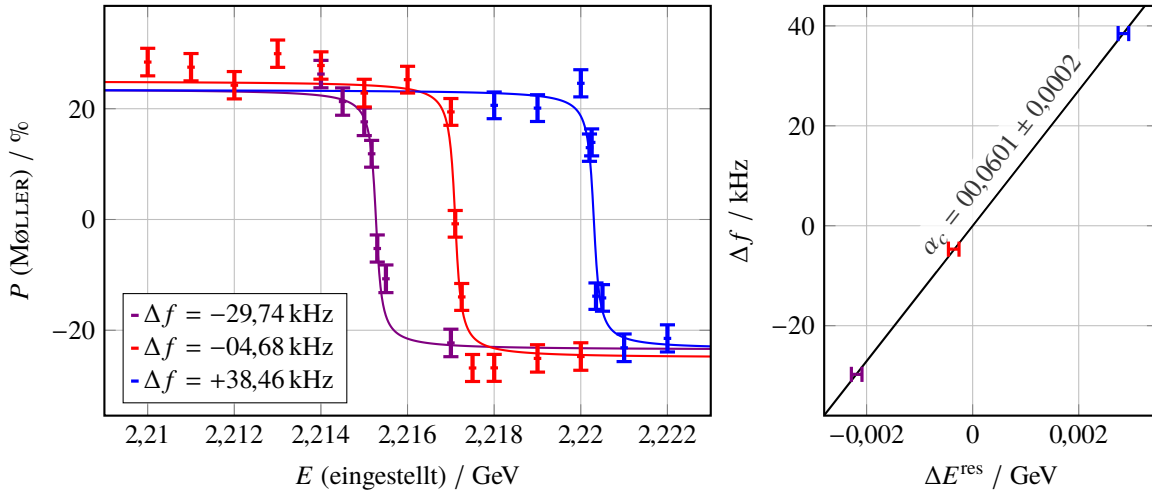


Abbildung 7.3: Messung des Momentum-Compaction-Faktors  $\alpha_c$  im ELSA-Ring im Juli 2014 über die Energiekalibration an der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 5$  mit verschiedenen Frequenzen der beschleunigenden Hochfrequenzresonatoren.

## 7.2 Momentum-Compaction-Faktor

Im vorangegangenen Abschnitt 7.1 wurde erläutert, dass die Frequenz  $f := \omega_{\text{HF}}/2\pi$  der beschleunigenden Felder in den Hochfrequenzresonatoren die Bahnlänge festlegt. Damit kann bei gleichbleibender Feldstärke der Dipolmagnete die Strahlenergie über  $f$  variiert werden. Der Zusammenhang zwischen Bahnlänge und Strahlenergie wird mit dem Momentum-Compaction-Faktor  $\alpha_c$  nach Gleichung (2.10) beschrieben:

$$-\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta L}{L_0} = \alpha_c \cdot \frac{\Delta E}{E_0}.$$

Die im vorangegangenen Abschnitt zur Energiekalibration gemessene Resonanzenergie  $E^{\text{res}}$  verschiebt sich also mit der Frequenz  $f$ . Da die Energie  $E^{\text{res}}$ , welche eingestellt werden muss um die Resonanz zu treffen, größer wird, wenn die tatsächliche Strahlenergie kleiner ist, gilt

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \alpha_c \cdot \frac{\Delta E^{\text{res}}}{E_0^{\text{res}}}.$$

So kann der Momentum-Compaction-Faktor mit hoher Genauigkeit gemessen werden, indem die Energiekalibration mehrfach für unterschiedliche Frequenzen  $f$  wiederholt wird.

In Abb. 7.3 ist eine solche Messung für den ELSA-Ring über die Energiekalibration an der Imperfektionsresonanz  $\gamma a = 5$  dargestellt [Sch+15b]. Zusätzlich zu der Messung aus Abb. 7.1 mit geringer Frequenzverschiebung  $\Delta f$  wurden zwei weitere Messreihen aufgenommen. Die daraus bestimmten Resonanzenergien sind im rechten Teil der Abbildung gegen die Frequenzverschiebung aufgetragen. Als Sollfrequenz  $f_0$  wurde dabei die ELSA-Standardfrequenz 499,669 MHz gewählt. Die Anpassung einer linearen Funktion liefert den Momentum-Compaction-Faktor als Steigung. Der Wert von  $E_0^{\text{res}}$  wurde für die Abbildung nachträglich aus den Parametern der angepassten Gerade errechnet. Die Wahl einer anderen Sollfrequenz innerhalb des Datenbereichs hat keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis. Der

resultierende Momentum-Compaction-Faktor beträgt

$$\alpha_c = 0,0601 \pm 0,0002 .$$

Der mit *MAD-X* und *elegant* berechnete Momentum-Compaction-Faktor liegt etwa im Bereich von 0,061 bis 0,062. Für eine noch genauere Übereinstimmung muss das Modell besser an den realen Beschleuniger angepasst werden – etwa durch die strahlbasierte Optimierungsmethode LOCO, die im Rahmen von [Thi17] für den ELSA-Ring umgesetzt wird.

### 7.3 Dämpfungszeit

Intrinsische Resonanzen eignen sich nicht zur Energiekalibration, weil die theoretische Resonanzenergie vom Arbeitspunkt abhängt. Deshalb ist die Resonanzenergie nicht mit ausreichender Genauigkeit bekannt und die Resonanz nicht schmal genug für die gewünschte Präzision. Dafür sind intrinsische Resonanzen eine Möglichkeit für einen experimentellen Zugang zu den Betatronschwingungen der Teilchen, da die Resonanzstärke proportional zu den Schwingungsamplituden beziehungsweise der Strahlbreite ist.

Die Betatronschwingungen sind im Allgemeinen inkohärent, das heißt ihre Amplitude und Phase ist für jedes Teilchen unterschiedlich, sodass sich der Schwerpunkt eines Bunches nicht bewegt. Deshalb können inkohärente Schwingungen nicht mit Strahllagemonitoren, und damit auch nicht mit dem Bunch-by-Bunch-Feedback-System, beobachtet werden. Dies ist nur mit Diagnosemethoden möglich, die sensitiv für die Strahlbreite sind. Anhand der zeitlichen Entwicklung der Strahlbreite kann etwa die Strahlungsdämpfung der inkohärenten Betatronschwingungen beobachtet und die inkohärente Dämpfungszeit (siehe Abschnitt 4.1) gemessen werden. Dafür ist eine zeitaufgelöste Messung im Millisekunden-Bereich erforderlich, weil die Dämpfungszeiten im ELSA-Ring in der Größenordnung von 10 ms liegen. Klassische Synchrotronlichtmonitore (siehe z.B. [Zan13, Kapitel 4]) sind dafür zu langsam. Seit 2013 sind Messungen der Dämpfungszeiten im ELSA-Ring aber mit einer sogenannten “Streak Camera” möglich [Swi+14b; Swi+14a]. Alternativ kann eine solche Messung indirekt über den Polarisationsgrad nach dem Kreuzen einer intrinsischen Resonanz durchgeführt werden. Bei der in [Bol13, Abschnitt 7.1] vorgeschlagene Methode wird eine intrinsische Resonanz während der Energierampe gekreuzt und davor durch Anregung der Betatronschwingungen künstlich verstärkt. Für die hier durchgeführte Messung wurde die Resonanz  $\gamma a = 0 + Q_z$  im ELSA-Ring gewählt und der Strahl mit einem vertikalen Kicker-Magneten [Ebe10, Kapitel 9] angeregt. Dessen etwa 500 ns kurzer Puls (ca. ein Umlauf) verursacht zunächst kohärente vertikale Betatronschwingungen, die innerhalb von 1 ms abklingen, weil die Schwingungen der Elektronen aufgrund der individuellen Dynamik auseinanderlaufen (LANDAU-Dämpfung). Es verbleiben aber die inkohärenten Schwingungen der einzelnen Elektronen, die erst nach der zu messenden vertikalen Dämpfungszeit  $\tau_z$  durch Strahlungsdämpfung in den Gleichgewichtszustand zurückkehren. Deren Amplituden zum Zeitpunkt der Resonanzkreuzung sind proportional zur Resonanzstärke [Bol13, Abschnitt 7.1]

$$\varepsilon_\sigma + \varepsilon_k \exp\left(\frac{t_{\text{kick}} - t_{\text{res}}}{\tau_z}\right) . \quad (7.2)$$

Sie setzt sich aus der natürlichen Resonanzstärke  $\varepsilon_\sigma$  und der künstlichen Resonanzstärke  $\varepsilon_k$  zusammen, die exponentiell mit der Dämpfungszeit  $\tau_z$  abnimmt, je weiter der Zeitpunkt der Anregung  $t_{\text{kick}}$  vor dem Zeitpunkt der Resonanzkreuzung  $t_{\text{res}}$  liegt. Bei der Messung wird  $t_{\text{kick}}$  um den Resonanzzeitpunkt herum variiert und jeweils die Polarisation bestimmt.

Abbildung 7.4 zeigt die Messung mit dem MØLLER-Polarimeter des Crystal Barrel/TAPS Experiments.

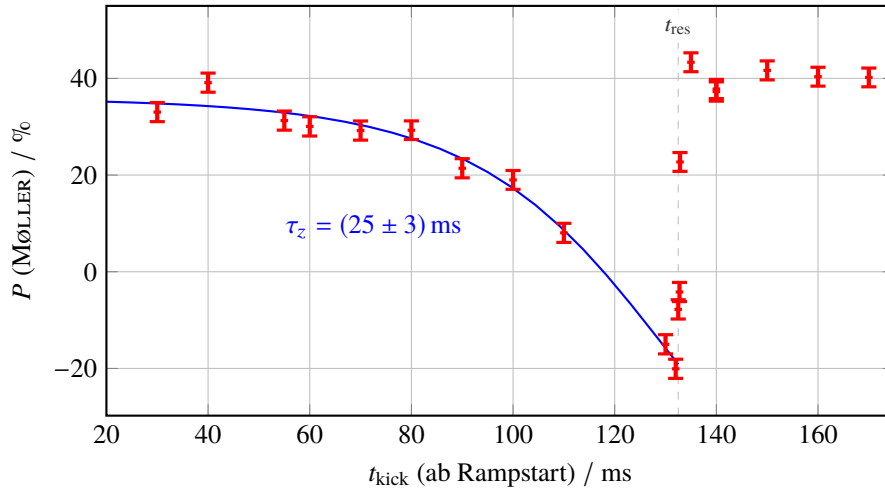


Abbildung 7.4: Messung der Dämpfungszeit  $\tau_z$  der vertikalen Betatronschwingungen im ELSA-Ring über Polarisationsmessungen im Oktober 2014. Durch kurze Anregung mit einem Kicker-Magneten zu verschiedenen Zeitpunkten  $t_{\text{kick}}$  wird die Stärke der intrinsischen Resonanz  $\gamma a = 0 + Q_z$  (gekreuzt bei  $t_{\text{res}}$ ) verändert.

Der Polarisationsgrad ist nicht maximal, weil die Messung natürlich nur bei ausgeschalteter Korrektur der Resonanz durchgeführt werden kann. Werden die Betatronschwingungen weit vor der Resonanzkreuzung angeregt ( $t_{\text{kick}} \ll t_{\text{res}}$ ), ist die Stärke der Resonanz unverändert ( $\varepsilon_\sigma$ ), weil die Trajektorien bei der Resonanzkreuzung bereits wieder im Gleichgewichtszustand sind. Je näher die Anregung an die Resonanz heranrückt, um so stärker wird die Resonanz und umso geringer die Polarisation. Sobald die Anregung erst nach der Resonanzkreuzung geschieht ( $t_{\text{kick}} > t_{\text{res}}$ ), hat sie keinen Einfluss mehr auf die Polarisation. Die gemessene Polarisation lässt sich theoretisch mit der FROISSART-STORA-Formel (2.18) für intrinsische Resonanzen beschreiben. Durch Einsetzen der Resonanzstärke aus Gleichung (7.2) ergibt sich

$$\frac{P_f(t_{\text{kick}})}{P_i} = 2 \left[ \frac{\pi \left| \varepsilon_\sigma + \varepsilon_k \exp\left(\frac{t_{\text{kick}} - t_{\text{res}}}{\tau_z}\right) \right|^2}{\alpha} + 1 \right]^{-1} - 1 .$$

Die freien Parameter bei der Anpassung sind neben  $\tau_z$  auch  $\varepsilon_\sigma$ ,  $\varepsilon_k$  und  $P_i$ .  $t_{\text{res}}$  kann aus der Messung abgelesen werden und stimmt mit dem bei der Optimierung des Arbeitspunktsprunges ermittelten Wert überein. Das Ergebnis aus dieser Messung ist

$$\tau_z = (25 \pm 3) \text{ ms} .$$

Der theoretische Wert nach Gleichung (4.1) liegt bei einer konstanten Strahlenergie von 2 GeV bei etwa 17 ms. Die Resonanzstärken  $\varepsilon_\sigma$  und  $\varepsilon_k$  können mit dieser Messung nicht präzise bestimmt werden, da ihr Fehler etwa 70 bis 80 % beträgt, weil sie stark mit  $P_i$  korreliert sind. Dies könnte durch mehr Messwerte weit vor der Resonanz verbessert werden. Außerdem könnte  $\varepsilon_\sigma$  vorab aus Polarisationsmessungen mit und ohne Arbeitspunktsprung abgeschätzt werden.

## 7.4 FROISSART-STORA-Formel

Durch Variation der Resonanzstärke oder Kreuzungsgeschwindigkeit einer depolarisierenden Resonanz kann die in Abschnitt 2.4.1 eingeführte FROISSART-STORA-Formel nachgemessen werden. Dabei kann in einem Elektronensynchrotron wie dem ELSA-Ring auch der Einfluss der Synchrotronseitenbänder gezeigt werden, den die modifizierte FROISSART-STORA-Formel (4.14) beschreibt. Eine Anpassung der Formel an die Messdaten erlaubt auch die experimentelle Bestimmung von Resonanzstärken – sowohl für die Hauptresonanzen, als auch für die Synchrotronseitenbänder.

Für die in Abb. 7.5 gezeigten Vermessungen der Imperfektionsresonanzen  $\gamma a = 5$  und  $\gamma a = 3$  wurde die Geschwindigkeit der Energierampe nicht variiert (6 GeV/s, Kreuzungsgeschwindigkeit  $\alpha \approx 1,1881 \cdot 10^{-6}$ ). Stattdessen wurde die Resonanzstärke mit der Harmonischen-Korrektur verändert. Durch die Verwendung des modifizierten Schemas (siehe Kapitel 6) ist die Amplitude  $A$  der Harmonischen-Korrektur proportional zum Betrag der Resonanzstärke  $|\varepsilon|$ . Die Messungen zeigen deutlich den Verlauf der FROISSART-STORA-Formel. Während die Synchrotronseitenbänder bei  $\gamma a = 3$  (1,322 GeV) noch wenig Einfluss haben, ist die Verringerung des Polarisationsgrades bei großen Resonanzstärken durch die Synchrotronseitenbänder bei  $\gamma a = 5$  (2,203 GeV) klar zu erkennen. Weil die Harmonischen-Korrektur zur Kompensation der Resonanz eingesetzt wird, liegt die maximale Polarisation  $P_f/P_i = 1$  nicht bei  $A = 0$ , sondern ist um eine Amplitude  $A_0$  verschoben. Um die modifizierte FROISSART-STORA-Formel (4.14) an die Messdaten anzupassen wird diese folgendermaßen formuliert:

$$\frac{P_f(A)}{P_i} = \left( 2 \exp \left( -\frac{\pi |\tilde{\varepsilon}(A - A_0)|^2}{2\alpha} \right) - 1 \right) \cdot \left( 2 \exp \left( -\frac{\pi |\tilde{\varepsilon}_s(A - A_0)|^2}{2\alpha} \right) - 1 \right)^2 .$$

Aus den Parametern  $\tilde{\varepsilon}$ ,  $\tilde{\varepsilon}_s$  und  $A_0$  können die Resonanzstärken der Hauptresonanz  $\varepsilon$  und der Seitenbänder  $\varepsilon_s$  abgeleitet werden. Die Messung von  $\gamma a = 5$  ergibt

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \tilde{\varepsilon} A_0 = (1,4 \pm 0,3) \cdot 10^{-4} , \\ \varepsilon_s &= \tilde{\varepsilon}_s A_0 = (5 \pm 1) \cdot 10^{-6} . \end{aligned}$$

Für  $\gamma a = 3$  sind die Resonanzstärken so klein, dass mit dieser Methode keine aussagekräftigen Ergebnisse erzielt werden können. Die Anpassung liefert  $\varepsilon = (5 \pm 3) \cdot 10^{-5}$  und  $\varepsilon_s = (1 \pm 1) \cdot 10^{-6}$ . Ein alternatives Messverfahren ist die Variation der Kreuzungsgeschwindigkeit. Dieses ermöglicht vermutlich eine höhere Genauigkeit, da die zu bestimmende Resonanzstärke fix ist, und könnte im ELSA-Ring aufgrund der flexiblen Rampgeschwindigkeit ebenso realisiert werden. Der Aufwand bei der Messung ist jedoch größer, weil sich mit der Rampgeschwindigkeit auch die Zeitpunkte anderer Resonanzkreuzungen ändern und damit die Arbeitspunkt- und Orbitkorrektur möglicherweise für jeden Messpunkt erneuert werden müssen. Dabei muss sichergestellt werden, dass die Veränderung der Polarisation ausschließlich auf die untersuchte Resonanz zurückzuführen ist. Es empfiehlt sich deshalb die Geschwindigkeit der Energierampe nur lokal um die gewünschte Resonanz zu variieren. Darüber hinaus vereinfacht das COMPTON-Polarimeter die Messung, weil direkt nach dem Kreuzen der untersuchten Resonanz gemessen werden kann.

Zusätzlich sind in Abb. 7.5 *polematrix*-Simulationen dieser Messung dargestellt, die für  $\gamma a = 5$  bereits in Abb. 4.18 gezeigt wurden. Sie wurden mit den selben vom ELSA-Kontrollsystem berechneten Korrektorkickwinkeln der Harmonischen-Korrektur durchgeführt, die auch für die Messung verwendet wurden. Lediglich die natürliche Resonanzstärke einer Imperfektionsresonanz, und damit die Verschiebung  $A_0$ , kann von der Simulation nicht nachgebildet werden, weil die resonanztreibenden Aufstellungsfehler nicht präzise bekannt sind. Deshalb wurden die Simulationen ohne Aufstellungsfehler durchgeführt und die Ergebnisse in der Abbildung um den aus der Messung bestimmten Wert  $A_0$  verschoben. Auch die Stärke



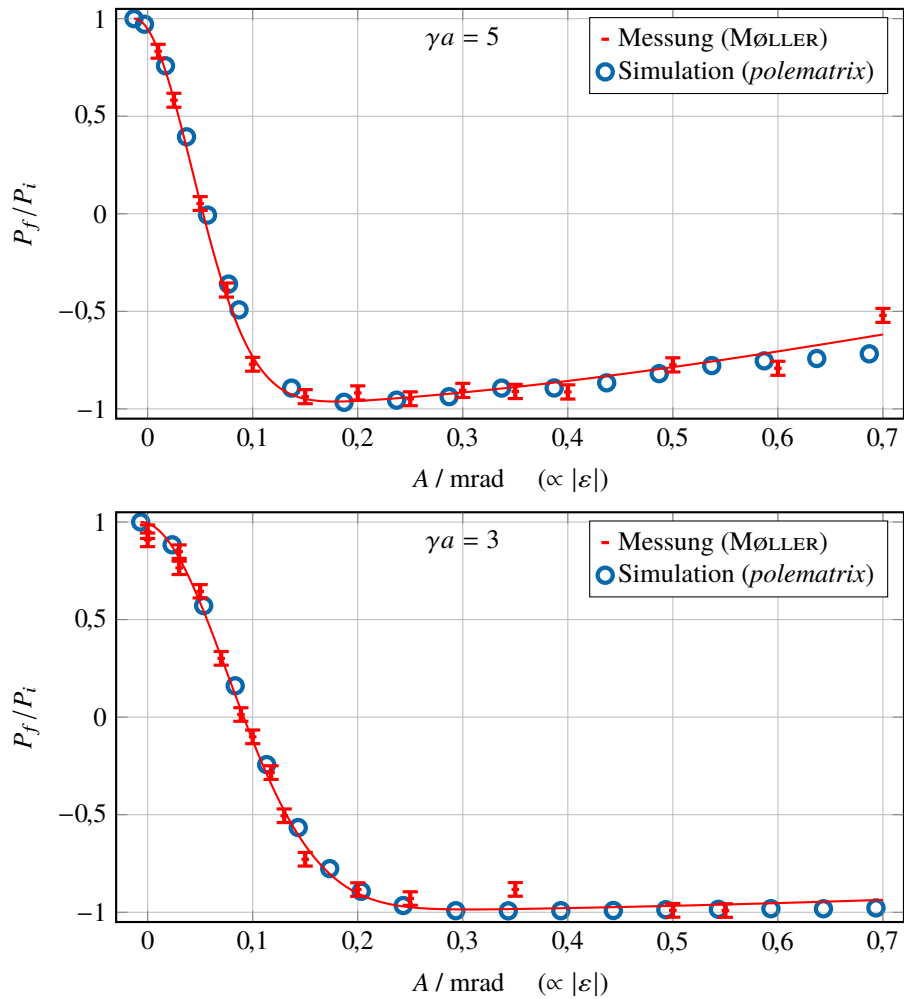


Abbildung 7.5: Messung und *polematrix*-Simulation der modifizierten FROISSART-STORA-Formel für die Imperfektionsresonanzen  $\gamma a = 5$  und  $\gamma a = 3$  im ELSA-Ring. Die Resonanzstärke wurde durch Anregung mit der Amplitude  $A$  der Harmonischen-Korrektur variiert.

der Synchrotronseitenbänder entspricht dem gemessenen Verhalten. Sie wurde hier mit 100 Teilchen durch das *polematrix*-Modell der longitudinalen Dynamik simuliert, welches in Kapitel 4 vorgestellt und diskutiert wird. Die gute Übereinstimmung von Messung und Simulation bestätigt die Eignung von *polematrix* für realistische Studien der Polarisation im ELSA-Ring und anderen Elektronensynchrotronen.



---

## Diskussion und Ausblick

---

In diesem Kapitel werden der Status und mögliche zukünftige Erweiterungen des Spintracking-Programms *polematrix* diskutiert und der aktuelle Stand der Maßnahmen für die Erhaltung der Polarisation im ELSA-Ring zusammengefasst.

### 8.1 Spintracking für Elektronensynchrotrone

Im Rahmen dieser Arbeit konnte mit *polematrix* ein Spintracking-Programm entwickelt werden, das durch die Verwendung des *elegant*-Teilchentrackings den vollständigen sechsdimensionalen Phasenraum eines Elektronenstrahls inklusive der Synchrotronlichtabstrahlung berücksichtigt. Das im Vorfeld konzipierte Programm *pole* stellte sich dafür als ungeeignet heraus, weil das Tracking zu langsam und der Konfigurationsaufwand ( $\omega_{\max}$ ), gerade für den unerfahrenen Benutzer, zu hoch ist. Außerdem ist die Umrechnung der Felder über die FOURIERtransformation zu unflexibel für die Berücksichtigung von transversalem Phasenraum und zeitabhängigen Feldern. Das in der Folge entwickelte Programm *polematrix* ermöglichte umfangreiche Studien zu den Auswirkungen der Synchrotronstrahlung auf die Spindynamik. Diese zeigen, dass die stochastische Abstrahlung selbst nicht zu Depolarisation führt. Dekohärenz der Spinpräzessionen tritt, ebenso wie bei Protonenstrahlen, nur aufgrund der nichtlinearen longitudinalen Strahldynamik auf und ist bei vollständig korrigierter Chromatizität minimal (siehe Abb. 4.16). Die Synchrotronstrahlung beeinflusst die Spindynamik in erster Linie dadurch, dass sie zahlreiche Strahlparameter, wie Synchrotronfrequenz und Emittanz, mit bestimmt.

Das in *polematrix* integrierte eigene Modell der longitudinalen Strahldynamik („*polematrix*-Modell“) enthält die stochastische Abstrahlung von Synchrotronlicht und benötigt dafür nur etwa 8 % mehr Rechenzeit als das Spintracking ohne longitudinale Dynamik (siehe Abb. 4.22). Dieses Modell genügt in der Regel allen Ansprüchen an die Simulation von Resonanzkreuzungen in Elektronensynchrotronen. Lediglich der Einfluss der Optik des Beschleunigers auf Depolarisation durch Dekohärenz kann nur mit einem vollständigen 6D Teilchentracking ermittelt werden. Auch dies ist mit *polematrix* durch das Einbinden von *elegant* problemlos möglich und erfordert nicht mehr als die Auswahl des *elegant*-Modells in der Konfigurationsdatei (siehe Anhang A). Ebenso leicht können zusätzlich die Trajektorien der Elektronen aus *elegant* importiert werden. So ermöglicht *polematrix* dem mit *elegant* vertrauten Anwender die Berücksichtigung aller Strahldynamik-Effekte, die mit *elegant* simuliert werden können. Der Preis dafür ist die zusätzliche Rechenzeit für das *elegant*-Tracking. Außerdem wird ein Computer mit viel Arbeitsspeicher benötigt (für 100 Teilchen und Tracking über 100 ms mehr als 30 GB).

**Imperfektionsresonanzen** *polematrix* eignet sich ohne Einschränkungen um das Kreuzen von Imperfektionsresonanzen inklusive ihrer Synchrotronseitenbänder zu simulieren. Dazu sind keine Trajektorien aus *elegant* erforderlich. Die qualitative und quantitative Übereinstimmung mit Messergebnissen wurde insbesondere durch die Anwendung des modifizierten Schemas der Harmonischen-Korrektur bestätigt (Abschnitte 6.4 und 7.4). Die Harmonischen-Korrektur hat dabei den Vorteil, dass sie die Resonanzstärke bei großen Amplituden vollständig dominiert und die Polarisierung so nicht mehr von den unbekanntem Aufstellungsfehlern abhängt. Präzisere quantitative Benchmarks der Resonanzstärken wären vermutlich über solche Messungen der FROISSART-STORA-Formel möglich, bei denen die Rampgeschwindigkeit bei konstanter Resonanzstärke variiert wird. Wenn die Resonanz dabei durch eine starke Harmonischen-Korrektur angeregt wird, sollten Resonanzstärke und Kreuzungsgeschwindigkeit in der Simulation mit hoher Genauigkeit reproduziert werden können. Für die Synchrotronseitenbänder sollten dabei mindestens 150 bis 200 Teilchen simuliert und die leichten Unterschiede zwischen *elegant*- und *polematrix*-Modell (siehe Abschnitt 4.5) weiter untersucht werden. Die Genauigkeit des Abgleichs ist hier durch die statistischen und systematischen Fehler der Polarisationsmessung begrenzt.

**Intrinsische Resonanzen** Auch das Kreuzen intrinsischer Resonanzen und ihrer Synchrotronseitenbänder kann von *polematrix* simuliert werden, wenn die Trajektorien aus *elegant* importiert werden (siehe Abb. 4.19). Ein Vergleich mit Messungen steht allerdings aus. Infrage kommen hier etwa Simulationen des Arbeitspunktsprungs (Abb. 5.6) oder der Anregung mit einem Kicker-Magneten (Abb. 7.4). Entscheidend wird dabei die Kalibration der *elegant*-Simulation bezüglich der Größe des Arbeitspunktsprungs beziehungsweise der Stärke der Anregung sein. Falls neue Messungen zu diesem Zweck durchgeführt werden können, ist auch hier die Vermessung der FROISSART-STORA-Formel durch Variation der Rampgeschwindigkeit empfehlenswert. Wenn zusätzlich die vertikale Emittanz im ELSA-Ring gemessen wird (siehe [Zan13, Kapitel 6]), erlaubt dies im Rahmen der Messfehler einen realistischen Vergleich von Messung und Simulation unter Einbeziehung der Synchrotronseitenbänder.

**Parametrische Resonanzen** Mit *polematrix* können auch parametrische Resonanzen simuliert werden (siehe Abb. 7.2). Dazu wird die in *palattice* implementierte Funktion für harmonische Wechselfelder verwendet. Frequenz und Frequenz“sweep” des Wechselfeldes sind nicht Bestandteil des MAD-X- oder *elegant*-Lattices, sondern werden in der Konfigurationsdatei von *polematrix* gesetzt (siehe Anhang A). Deshalb sind eventuelle Auswirkungen des Wechselfeldes auf die Trajektorien nicht automatisch enthalten, sondern müssten durch die zusätzliche Konfiguration des Wechselfeldes im Teilchentracking-Programm einbezogen werden. Prinzipiell eignen sich auch parametrische Resonanzen gut für einen Abgleich von Messungen und Simulationen, sofern die Amplitude des Wechselfeldes bekannt ist.

**Depolarisation durch Dekohärenz** Sowohl das *polematrix*-Modell der longitudinalen Strahldynamik als auch das *elegant*-Modell führen zum langsamen Verschwinden der Polarisation senkrecht zur invarianten Spinachse. Nur das *elegant*-Modell zeigt durch die Einbeziehung des 6D Teilchentrackings die selbe Abhängigkeit von der Optik des Beschleunigers wie sie auch in Messungen bei COSY beobachtet wurde (siehe Abschnitt 4.3.4). Ein quantitativer Vergleich wäre entweder über Simulationen mit dem COSY-Lattice oder über eine Messung der Dekohärenzzeit im ELSA-Ring möglich. Letzteres erfordert Polarimetrie der horizontalen oder longitudinalen Polarisation mit einer zeitlichen Auflösung von weniger als einer Sekunde. Solche Messungen wären von großem Interesse für das Verständnis der Depolarisation in Elektronensynchrotronen. Die longitudinale Polarisation könnte mit einem modifizierten COMPTON-Polarimeter leicht gemessen werden, weil sie zu einer Zählratenasymmetrie der rückgestreuten Photonen führt und keine Messung der Rückstreuprofile erfordert (vgl. [Bec+02; Pas+98]). Ausreichende Statistik

für eine Zeitaufösung von weniger als einer Sekunde könnte aber auch mit dem COMPTON-Polarimeter nur durch Integration über viele aufeinander folgende Messungen erzielt werden. Die quantitative Simulation der Dekohärenzzeit stellt hohe Anforderungen an die Übereinstimmung des Modells mit dem realen Beschleuniger, die in Abschnitt 8.2 kommentiert wird.

### Anwendungsbereich und Zugänglichkeit

*polematrix* kann grundsätzlich mit jedem *MAD-X*- oder *elegant*-Lattice eines Elektronenbeschleunigers verwendet werden. Dabei werden die Magnetfelder aller Elementtypen berücksichtigt, die von *palattice* unterstützt werden (siehe Anhang B). Sollen über Lattice und Orbit hinaus auch Trajektorien oder die longitudinale Dynamik importiert werden, ist die Nutzung von *elegant* wegen des Modells der Synchrotronstrahlung und der komprimierten Ausgabedateien zu empfehlen.

Auch Spintracking durch nicht periodische Beschleuniger und Strahlführungen kann mit *polematrix* durchgeführt werden. Der Anwender muss lediglich die Trackingdauer sinnvoll wählen, da *polematrix* das Lattice sonst periodisch wiederholt. Darüber hinaus ist nur zu beachten, dass das *polematrix*-Modell der Synchrotronlichtabstrahlung für diese Anwendung nicht sinnvoll ist, da es nur für Kreisbeschleuniger gültige Formeln verwendet (z.B. Energieverlust pro Umlauf).

Die Spindynamik von Protonen kann derzeit nicht mit *polematrix* simuliert werden. Sie ist aber für ultrarelativistische Protonen durch Anpassung der gyromagnetischen Anomalie leicht zu implementieren. Eine variable Geschwindigkeit der Teilchen ist bisher nicht vorgesehen. Derzeit *nicht* in *polematrix* enthalten sind

- elektrische Felder,
- nichtlineare Energierampen,
- anharmonisch zeitabhängige Felder  $\vec{B}(t)$  und
- innerhalb eines Magneten longitudinal variierende Feldstärken  $\vec{B}(s)$ .

Für das Spintracking in elektrischen Feldern bestand bisher keine Notwendigkeit, es könnte aber gemäß dem zusätzlichen Term in der THOMAS-BMT-Gleichung (2.4) in *polematrix* implementiert werden. Darüber hinaus müssten dann elektrische Felder in *palattice* ergänzt werden. Beliebige Energierampen können auch mit dem bestehenden Programm über einen Umweg genutzt werden, indem man sie direkt in *elegant* einstellt und über das *elegant*-Modell in *polematrix* importiert. Während beliebige Energierampen und zeitabhängige Felder leicht in *polematrix* beziehungsweise *palattice* implementiert werden könnten, wäre der letzte Punkt aufgrund der Datenstruktur deutlich aufwändiger. Bereits möglich ist allerdings eine Unterteilung eines Magneten im Lattice in mehrere aufeinander folgende Elemente mit unterschiedlichen Parametern.

*polematrix* ist für potenzielle zukünftige Nutzer leicht zugänglich, weil es als Eingangsdaten nur ein gewöhnliches *MAD-X*- oder *elegant*-Lattice benötigt und alle Funktionen in einer einfach zu lesenden Konfigurationsdatei einstellbar sind, die das Programm selbst auch jederzeit als Vorlage erzeugen kann und deren Einträge in Anhang A dokumentiert sind. Durch die Open-Source-Veröffentlichung [Schb] ist das Programm für Nutzung, Benchmarks und Weiterentwicklungen verfügbar.

Die Bibliothek *palattice* ist auch unabhängig von *polematrix* als C++-Schnittstelle zu *MAD-X* und *elegant* nützlich und wird bereits von mehreren Programmen des ELSA-Kontrollsystems verwendet. Außerdem enthält *palattice* das Programm *convertlattice* zum Konvertieren von Lattice-Dateien zwischen *MAD-X* und *elegant*. Mit seiner Hilfe wurde bei ELSA ein Standardverfahren für die konsistente Pflege der Lattice-Informationen etabliert. Es wurde unter anderem erfolgreich für ANKA, BESSY II und FCC-ee eingesetzt [Dob15]. Auch *palattice* wurde als Open-Source-Programm veröffentlicht [Scha].

### Die Alternative *zgoubi*

*zgoubi* ist ein Spintracking-Programm, das möglicherweise ebenfalls für Elektronensynchrotrone geeignet ist. Es umfasst sowohl Teilchen- als auch Spintracking sowie ein mit *elegant* vergleichbares Modell der Synchrotronstrahlung und ist ebenfalls als Open-Source-Programm verfügbar. *zgoubi* verwendet ein grundlegend anderes Trackingverfahren, welches in der Dokumentation [Méo12] ausführlich erläutert wird. Das sogenannte “ray tracing” berechnet die Änderungen des Positionsvektors  $\vec{R}$ , des normierten Geschwindigkeitsvektors  $\vec{u} = \vec{v}/|\vec{v}|$  und des Spinvektors  $\vec{S}$  beim Schritt von  $R_0$  nach  $R_1$  mit abbrechenden TAYLORreihen:

$$\begin{aligned}\vec{R}(R_1) &\approx \vec{R}(R_0) + \vec{u}(R_0)\Delta s + \dots & \text{mit } \vec{u}(R_1) &\approx \vec{u}(R_0) + \vec{u}'(R_0)\Delta s + \dots, \\ \vec{S}(R_1) &\approx \vec{S}(R_0) + \vec{S}'(R_0)\Delta s + \dots\end{aligned}$$

Die Änderung der Geschwindigkeit folgt dabei über die LORENTZkraft

$$\vec{u}'(R_0) = \vec{u}(R_0) \times \vec{\mathcal{B}}(R_0)$$

und die Änderung des Spinvektors über die THOMAS-BMT-Gleichung

$$\vec{S}'(R_0) = \frac{1}{c} \cdot \vec{\Omega}_{\text{TBMt}}(R_0) \times \vec{S}(R_0)$$

aus dem Magnetfeldvektor  $\vec{\mathcal{B}}$  am Ort  $R_0$ . Das Programm verwendet die TAYLORreihen bis zur sechsten Ordnung und berechnet die höheren Ableitungen von  $\vec{u}$  und  $\vec{S}$  dabei iterativ aus den vorherigen Ableitungen und den räumlichen Ableitungen des Magnetfeldvektors [Méo12]. So kann *zgoubi* beliebige Feldkarten berücksichtigen und dadurch beispielsweise auch Randfelder oder Beschleuniger ohne diskrete Elemente, wie Zyklotrone, simulieren. Ein Nachteil von *zgoubi* ist das eigene, keinesfalls intuitive Format der Lattice-Dateien, das vermutlich der Programmiersprache *Fortran* geschuldet ist, in der *zgoubi* geschrieben wurde.

Das Spintracking mit *zgoubi* wurde bisher unter anderem für Protonen in AGS und RHIC [Méo14] und für Elektronen in SuperB [Méo+11] angewendet. Benchmarks zu Depolarisation unter dem Einfluss von Synchrotronstrahlung sind laut mündlicher Mitteilung des Entwicklers François Méot noch nicht abgeschlossen. Die Ausweitung der in dieser Arbeit durchgeführten Studien auf *zgoubi* und dessen Anwendung für ELSA wären deshalb von großem Interesse für die Evaluation von Spintracking-Programmen für Elektronensynchrotrone. Ein naheliegender Ansatz dafür wäre die Implementierung des Lattice-Formates von *zgoubi* in *palattice*, was systematische Vergleiche von *zgoubi* und *poematrix* hinsichtlich der Ergebnisse und Rechenzeit ermöglichen würde.

## 8.2 Betrieb von ELSA mit polarisierten Elektronen

Bei der Polarisationsoptimierung im März 2014 wurde bei 2,35 GeV mit  $(71 \pm 1) \%$  und bei 2,92 GeV mit  $(62 \pm 2) \%$  jeweils die bisher höchste Polarisation im ELSA-Ring erreicht (siehe Abschnitt 5.6). Die Steigerung von etwa 5% im Vergleich zu früheren Polarisationsoptimierungen ist vermutlich auf die verschiedenen Weiterentwicklungen des Beschleunigers (siehe Abschnitt 5.4), wie das neue Korrektorsystem, das Bunch-by-Bunch-Feedback-System und das LLRF-System, zurückzuführen. Sie haben die vertikalen Orbit-Ablagen und die Anstiegszeit der Harmonischen-Korrektur verringert, die Genauigkeit der Arbeitspunktkorrektur erhöht und die Strahlstabilität verbessert. Allerdings gibt es nach

wie vor eine unverstandene Diskrepanz zu der mit dem MOTT-Polarimeter an der polarisierten Quelle gemessenen Polarisation von etwa 86 % [Hei14, Abschnitt 4.2].

Nach 2014 konnten aufgrund von Problemen mit dem MØLLER-Polarimeter keine Polarisationsmessungen mehr durchgeführt werden. So bleiben wichtige Fragen für die weitere Optimierung der Polarisation bis zur Maximalenergie von 3,2 GeV offen:

- Treten vor der Injektion in den ELSA-Ring Polarisationsverluste auf?
- Werden alle depolarisierenden Resonanzen im ELSA-Ring bis 2,35 GeV vollständig kompensiert?
- Welche der depolarisierenden Resonanzen im ELSA-Ring sind für die Polarisationsverluste oberhalb von 2,35 GeV verantwortlich?

Zwingende Voraussetzung für die Beantwortung diese Fragen und die daraus resultierenden weiteren Maßnahmen zur Erhöhung des Polarisationsgrades ist das COMPTON-Polarimeter. Nur damit sind Messungen über den gesamten Energiebereich des ELSA-Rings möglich (siehe Abschnitt 5.6). Außerdem können während der Polarisationsoptimierung Zeit und Geld gespart werden, wenn der Strahl nicht extrahiert und der Solenoid nicht betrieben werden muss.

Bei einer zukünftigen Polarisationsoptimierung sollte überprüft werden, ob die Synchrotronseitenbänder der intrinsischen Resonanzen mit den Arbeitspunktsprüngen erfolgreich korrigiert werden. Eventuell ist dies bei einer mit dem LLRF-System eingestellten Synchrotronfrequenz um 90 kHz nicht möglich (siehe Abschnitt 5.2). Sollten dadurch Polarisationsverluste auftreten, ist eine temporäre Verringerung der Synchrotronfrequenz denkbar.

Messungen und Simulationen bestätigen, dass die Korrektur der Imperfektionsresonanzen mit dem modifizierten Schema der Harmonischen-Korrektur ohne Einschränkungen funktioniert (siehe Kapitel 6). Darüber hinaus ist ein erneuter Test der Extraktion mit horizontaler Polarisation mit dem modifizierten Schema vielversprechend. Das Verfahren muss aber insbesondere bezüglich des zeitlichen Ablaufs bei höheren Energien experimentell untersucht werden (siehe Abschnitt 6.5).

## Spintracking für ELSA

Die Spintracking-Simulationen mit *polematrix* haben wertvolle Studien bezüglich der Harmonischen-Korrektur und der Extraktion mit horizontaler Polarisation ermöglicht. So steht mit *polematrix* ein Werkzeug bereit, das zukünftige Bemühungen um die Maximierung des Polarisationsgrades des von der Beschleunigeranlage ELSA bereitgestellten Elektronenstrahls unterstützen kann. Für realistische quantitative Simulationen der Resonanzstärken müssen aber alle Abweichungen des Modells vom realen Beschleuniger minimiert werden, um zum Beispiel den Orbit und aus der eingestellten Optik resultierende Arbeitspunkte und Chromatizitäten zu reproduzieren. Auch Aufstellungsfehler und Feldfehler sind dabei entscheidend.

Eine Möglichkeit diese strahlbasiert zu bestimmen ist das Optimierungsverfahren LOCO (“Linear Optics from Closed Orbits”) [Saf97]. Dabei wird die simulierte Orbit-Response-Matrix durch Optimierung der Parameter des Modells an die gemessene Orbit-Response-Matrix angepasst. Das Verfahren wird derzeit im Rahmen von [Thi17] für den ELSA-Ring basierend auf *elegant* umgesetzt. Wenn die Genauigkeit der Ergebnisse ausreicht, eröffnet das Verfahren ganz neue Perspektiven für quantitative Spintracking-Simulationen der Polarisationsoptimierung im ELSA-Ring. Dann könnten beispielsweise die optimalen Einstellungen der Harmonischen-Korrektur vorhergesagt oder Polarisationsverluste durch die Synchrotronseitenbänder intrinsischer Resonanzen in Abhängigkeit von den Arbeitspunktsprüngen systematisch untersucht werden.





## Die Konfiguration von *polematrix*

Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Spintracking-Programm *polematrix* kann unter [Schb] heruntergeladen und mit Hilfe der beigefügten Anleitung installiert werden. Es wird mit dem Befehl

```
polematrix [options] [CONFIGURATION FILE]
```

aufgerufen. Einige Einstellungen werden direkt über Kommandozeilenoptionen ([options]) vorgenommen:

-h [ --help ]	Hilfe/Optionen anzeigen
-V [ --version ]	Programmversion anzeigen
-T [ --template ]	Vorlage für eine Konfigurationsdatei erzeugen (template.pole)
-R [ --resonance-strengths ]	Resonanzstärken-Modus anstatt Spintracking (siehe Abschnitt 3.4)
-t [ --threads ] arg	Anzahl der Threads (paralleles Tracking mehrerer Spins) setzen
-o [ --output-path ] arg	Pfad für Ausgabedateien setzen
-v [ --verbose ]	zusätzliche Statusausgaben einschalten
-n [ --no-progressbar ]	Fortschrittsbalken während des Spintrackings ausschalten (z.B. beim Umleiten in eine Log-Datei)
-a [ --all ]	zusätzliche Ausgabedateien aktivieren (z.B. Lattice und Orbit)
-s [ --spintune ] arg	im Resonanzstärken-Modus direkt $\varepsilon$ für den gegebenen Spinarbeitspunkt ausgeben

Tabelle A.1: Kommandozeilenoptionen des Spintracking-Programms *polematrix*.

Alle Parameter des Spintrackings können in einer *xml*-Konfigurationsdatei ([CONFIGURATION FILE]) hinterlegt werden. Die einzelnen Einträge sind zur besseren Übersicht in Gruppen unterteilt:

```
<GruppeA>
  <Eintrag1> Wert </Eintrag1>
  <Eintrag2> Wert </Eintrag2>
</GruppeA>
<GruppeB>
  <Eintrag42> Wert </Eintrag42>
</GruppeB>
```

Die Reihenfolge der Gruppen und Einträge ist beliebig. Viele Einträge haben Standardwerte und müssen daher nicht zwingend angegeben werden. Im Folgenden sind alle Einträge dokumentiert (Stand: *polematrix* Version 0.99). Eine stets aktuelle Fassung dieser Dokumentation ist auch unter [[Schb](#)] zu finden.

## spintracking

Die Gruppe `<spintracking>` enthält die Einstellungen für das Spintracking.

`<t_start>` TYP: **double** EINHEIT: s STANDARDWERT: 0.0  
Zeit  $t_{\text{start}}$  für den Beginn des Spintrackings

`<t_stop>` TYP: **double** EINHEIT: s  
Zeit  $t_{\text{stop}}$  für das Ende des Spintrackings

`<E0>` TYP: **double** EINHEIT: GeV  
Strahlenergie zum Zeitpunkt  $t = 0$  s

`<dE>` TYP: **double** EINHEIT: GeV/s  
Geschwindigkeit der linearen Energierampe

`<Emax>` TYP: **double** EINHEIT: GeV STANDARDWERT:  $10^{10}$   
Maximalenergie zum Begrenzen der Energierampe. Erreicht die Energierampe die Maximalenergie, wird diese bis zum Ende des Trackings beibehalten. Dieser Parameter wurde für die Simulationen in Abb. 6.6 und 6.7 verwendet.

`<s_start>` GRUPPE  
Startwert des Spinvektors  $\vec{S}(t_{\text{start}})$ . Dieser wird für alle Spins verwendet, sodass das Tracking immer mit dem Polarisationsgrad  $|\vec{P}|(t_{\text{start}}) = 1$  beginnt. Die drei Komponenten des Vektors werden jeweils als eigener Eintrag angegeben:

`<x>` TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 0.0  
horizontale Komponente  $S_x$  des Startwertes

`<z>` TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 1.0  
vertikale Komponente  $S_z$  des Startwertes

`<s>` TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 0.0  
longitudinale Komponente  $S_s$  des Startwertes

`<numParticles>` TYP: **unsigned int** EINHEIT: STANDARDWERT: 1  
Anzahl der Teilchen (Spinvektoren) für das Spintracking

`<dt_out>` TYP: **double** EINHEIT: s STANDARDWERT:  $(t_{\text{stop}} - t_{\text{start}})/1000$   
Schrittweite für die Ausgabe von  $\vec{P}$  und  $\vec{S}_i$

`<outElement>` TYP: **string** EINHEIT:  
Name eines bestimmten Elements im Lattice. Wenn angegeben, werden die Ergebnisse für  $\vec{P}$  und  $\vec{S}_i$  nur beim Passieren dieses Elements ausgegeben. Dadurch kann die Polarisation an einer bestimmten Position in einem Kreisbeschleuniger beobachtet werden (z.B. an einem Detektor oder

---

Extraktionselement). Immer wenn ein Zeitschritt `<dt_out>` erreicht ist, werden die Daten beim nächsten Passieren des Elements ausgegeben.

**<gammaModel>** TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT: radiation

Modell für  $\gamma_i(t)$ , mit dem die longitudinale Strahldynamik während des Spintrackings nachgebildet wird. Die zwei realistischen und drei einfachen Modelle werden in Kapitel 4 beschrieben und diskutiert und sind in Abschnitt 4.6 zusammengefasst.

**radiation** Das in *polematrix* implementierte Modell, das in Abschnitt 4.2 beschrieben wird.

**simtool**  $\gamma_i(t)$  wird aus dem Teilchenttracking übernommen, welches unter `<simTool>` in der Gruppe `<palattice>` ausgewählt ist (s.u.). Dies ist wegen des Modells der Synchrotronlichtabstrahlung nur mit *elegant* sinnvoll.

**linear** Deaktivierung der longitudinalen Dynamik. Alle Teilchen folgen dann ausschließlich der linearen Energierampe:  $\gamma_i(t) = \gamma_0$

**offset** Jedes Teilchen erhält eine zeitlich konstante Energieverschiebung  $\gamma_i(t) = \gamma_0 + \Delta\gamma_i$ .

**oscillation** Näherung der longitudinalen Dynamik durch harmonische Schwingungen:  
$$\gamma_i(t) = \gamma_0 + \Delta\gamma_i \cos(\omega_s t + \psi_i)$$

**<trajectoryModel>** TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT: closed orbit

Modell für die transversalen Teilchenbahnen  $\vec{X}_i(t)$ , über das die transversalen Ablagen der Teilchen in das Spintracking eingehen. Dabei sind bisher zwei Modelle wählbar:

**closed orbit** Für alle Teilchen wird der Orbit als Teilchenbahn verwendet. Auf alle Spins wirken dann die selben Magnetfelder, die (abgesehen von explizit zeitabhängigen Feldern) ausschließlich umlaufharmonische Anteile haben. Um den Orbit zu bestimmen ist kein Teilchenttracking erforderlich. Dieses Modell ist ausreichend, wenn keine intrinsischen Resonanzen simuliert werden sollen.

**trajectory** Die individuellen Trajektorien werden aus dem Teilchenttracking-Programm übernommen, welches unter `<simTool>` in der Gruppe `<palattice>` ausgewählt ist (s.u.).

**<edgeFocussing>** TYP: **bool** EINHEIT: STANDARDWERT: false

Schaltet die Berücksichtigung der horizontalen Magnetfelder an den Kanten von Dipolmagneten ein oder aus. Die Berechnung wird in Abschnitt 3.3.1 beschrieben.

## palattice

In der Gruppe `<palattice>` werden Lattice-Import und Teilchenttracking konfiguriert. Als Schnittstelle zu *MAD-X* und *elegant* wird die Bibliothek *palattice* eingesetzt (siehe Abschnitt 3.1).

**<simTool>** TYP: **string** EINHEIT:

Auswahl des Teilchenttracking-Programms. Mögliche Werte: *elegant* oder *maxd*. Es wird die Verwendung von *elegant* empfohlen, da einige Funktionen von *polematrix* nur mit *elegant* möglich sind. Ein *MAD-X*-Lattice kann mit Hilfe von *palattice* in ein *elegant*-Lattice umgewandelt werden.

**<mode>** TYP: **string** EINHEIT:

Auswahl des Betriebsmodus für den Import aus dem Teilchentracking-Programm.

**online** In diesem Modus wird das Teilchentracking-Programm automatisch konfiguriert und ausgeführt. Normalerweise sollte dieser Modus verwendet werden.

**offline** In diesem Modus werden nur die bereits vorliegenden Ausgabedateien des Teilchentrackings eingelesen. Dieser Modus kann nützlich sein um eine unnötige Wiederholung des Teilchentrackings zu verhindern oder um *polematrix* zu verwenden, wenn *MAD-X* oder *elegant* nicht verfügbar sind.

**<file>** TYP: **string** EINHEIT:

Datei in der das Lattice für das Spintracking gespeichert ist. Das Format muss dem unter **<simTool>** gewählten Programm entsprechen.

Welche Datei angegeben werden muss, hängt von dem unter **<mode>** eingestellten Modus ab:

- Im **online**-Modus ist die Lattice-Datei anzugeben (*.lte* für *elegant*, meist *.madx* für *MAD-X*).
- Im **offline**-Modus ist die *.param*-Datei (*elegant*) beziehungsweise die *.twiss*-Datei (*MAD-X*) anzugeben.

**<saveGamma>** TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT:

Diese Option ist nur im Zusammenhang mit **<gammaModel>** *simtool* sinnvoll. Sie enthält eine Liste der Teilchennummern  $i$ , für die das aus dem Teilchentracking eingelesene  $\gamma_i(t)$  als Textdatei ausgegeben werden soll. Die Teilchennummern werden durch Kommata getrennt (z.B. 0, 2, 7). Außerdem können Bereiche durch Bindestriche angegeben werden (z.B. 0, 3-6, 8). Die Dateien werden unter dem Namen *gammaSimTool\_i.dat* (mit Teilchennummer  $i$ ) gespeichert.

Achtung: Die in *elegant* verwendete *particleID* wird beginnend bei 1 gezählt. In *polematrix* wird diesem Teilchen die Nummer 0 zugewiesen.

**<simToolRamp>** GRUPPE

Wenn ein Teilchentracking mit *elegant* ausgeführt wird, kann die in der Gruppe **<spintracking>** konfigurierte Energierampe automatisch auch für das Teilchentracking in *elegant* gesetzt wird. Für *MAD-X* ist dies nicht implementiert.

**<set>** TYP: **bool** EINHEIT: STANDARDWERT: **true**

Diese Option bestimmt ob die Energierampe auf *elegant* übertragen wird. Sie kann mit **true** oder 1 aktiviert und mit **false** oder 0 deaktiviert werden.

**<steps>** TYP: **unsigned int** EINHEIT: STANDARDWERT: 200

Wenn die Übergabe der Energierampe an *elegant* aktiv ist, wird diese an diskreten Stützstellen in eine *SDDS*-Datei geschrieben. Hier kann die Anzahl dieser Stützstellen festgelegt werden, die äquidistant über den Bereich von  $t_{\text{start}}$  bis  $t_{\text{stop}}$  verteilt sind.

**<rfMagnets>** GRUPPE

Mit diesen Optionen können die Magnetfelder beliebiger Elemente des Lattices als Wechselfelder konfiguriert werden (siehe Abschnitt 3.1.1). Die Einstellungen wirken sich nur auf die Magnetfelder während des Spintrackings aus und nicht auf das Teilchentracking mit *MAD-X* oder *elegant*. Soll

---

der Einfluss eines Wechselfeldes auf die Strahldynamik einbezogen werden, muss dieses zusätzlich manuell im jeweiligen Trackingprogramm eingerichtet werden.

Es können beliebig viele Elemente mit Wechselfeldern eingerichtet werden, da alle folgenden Optionen die Eingabe mehrerer Werte als durch Kommata getrennte Liste erlauben. Alle Optionen müssen gleich viele Einträge enthalten, die dann entsprechend der Liste in `<elements>` den Elementen zugeordnet werden.

`<elements>` TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT:

Namen des Elements für das das Wechselfeld aktiviert werden soll (mehrere Elemente mit Kommata getrennt).

`<Q1>` TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT:

Frequenz des Wechselfeldes zu Beginn des Trackings (Umlauf 1) normiert auf die Umlauffrequenz, also als einheitenloser Arbeitspunkt (oder für mehrere Elemente mit Kommata getrennt).

`<dQ>` TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT:

Änderung der Frequenz pro Umlauf (Frequenz-“sweep”) – ebenfalls als einheitenloser Arbeitspunkt (für mehrere Elemente mit Kommata getrennt).

`<period>` TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT:

Länge des Frequenz-“sweeps” in Umläufen. Danach beginnt der “sweep” von vorne (für mehrere Elemente mit Kommata getrennt).

## radiation

In dieser Gruppe wird das in *polematrix* implementierte Modell der longitudinalen Strahldynamik unter Einbeziehung von Synchrotronstrahlung konfiguriert. Dementsprechend ist die gesamte Gruppe nur dann relevant, wenn unter `<spintracking>` der `<gammaModel>` radiation gewählt ist. Andernfalls kann die Gruppe vollständig weggelassen werden.

`<seed>` TYP: **int** EINHEIT: STANDARDWERT: zufällig

Der “seed” für den Zufallszahlengenerator, der die Startverteilung der Teilchen und die stochastische Abstrahlung bestimmt. Durch Angabe des selben Wertes bei mehreren Simulationen können die Ergebnisse exakt reproduziert werden.

`<savePhaseSpace>` GRUPPE

Analog zu `<saveGamma>` in der Gruppe `<palattice>` können hier Teilchennummern  $i$  gewählt werden, für die die Koordinate im longitudinalen Phasenraum ( $\phi, \gamma$ ) während des Spintrackings in einer Textdatei aufgezeichnet werden soll.

`<list>` TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT:

Diese Option enthält eine Liste der Teilchennummern  $i$ , für die die Aufzeichnung aktiviert werden soll. Die Teilchennummern werden durch Kommata getrennt (z.B. 0, 2, 7). Außerdem können Bereiche durch Bindestriche angegeben werden (z.B. 0, 3-6, 8). Die Dateien werden unter dem Namen `longPhaseSpace_i.dat` (mit Teilchennummer  $i$ ) gespeichert. Die Ausgabe erfolgt in jedem Umlauf an der Position des unter `<elementName>` angegebenen Elements.

**<elementName>** TYP: **string** EINHEIT: STANDARDWERT:

Der Name des Elements im Lattice, an dessen Position die Phasenraumkoordinaten aufgezeichnet werden sollen. Die Option muss gesetzt werden, wenn **<savePhaseSpace>** verwendet werden soll. Sonst erfolgt keine Ausgabe.

**<startDistribution>** GRUPPE

*polematrix* berechnet die Startkoordinaten der Teilchen im longitudinalen Phasenraum zum Beginn des Spintrackings ( $t_{\text{start}}$ ) automatisch so, dass die  $\phi_i$  und  $\gamma_i$  GAUSSverteilt sind und Schwerpunkt und Breite der Verteilungen dem Strahlungsgleichgewicht entsprechen (siehe Abschnitt 4.2). Mit diesen beiden Optionen können die Startwerte der Verteilungen in ihrer Breite verändert werden. Dann ist beispielsweise die Strahlungsdämpfung erkennbar (siehe Abb. 4.8).

**<sigmaPhaseFactor>** TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 1.0

Faktor zur Skalierung der Breite der GAUSSverteilung der Phasen  $\phi_i$ . Der Wert 1 entspricht dem Strahlungsgleichgewicht.

**<sigmaGammaFactor>** TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 1.0

Faktor zur Skalierung der Breite der GAUSSverteilung der Teilchenenergien  $\gamma_i$ . Der Wert 1 entspricht dem Strahlungsgleichgewicht.

Bei den folgenden Optionen handelt es sich um physikalische Parameter des Beschleunigers, die zur Berechnung der Synchrotronlichtabstrahlung benötigt werden. Sie werden von dem verwendeten Teilchenttracking-Programm berechnet und automatisch übernommen, wenn die jeweilige Option nicht angegeben ist (Standardwert 0,0). Die Optionen können verwendet werden um abweichende Werte zu erzwingen.

**<momentum\_compaction\_factor>** TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 0.0

der Momentum-Compaction-Faktor  $\alpha_c$

**<momentum\_compaction\_factor\_2>** TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 0.0

der Momentum-Compaction-Faktor zweiter Ordnung  $\alpha_c^{(2)}$

**<overvoltage\_factor>** TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 0.0

der Überspannungsfaktor  $q$

**<harmonic\_number>** TYP: **unsigned int** EINHEIT: STANDARDWERT: 0

die Harmonisenzahl  $h$

**<bending\_radius>** TYP: **double** EINHEIT: m STANDARDWERT: 0.0

der mittlere Ablenkradius  $R$  der Dipolmagnete

**<longitudinal\_damping\_partition\_number>** TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 0.0

die longitudinale Dämpfungszahl  $J_s$

---

## resonancestrengths

Diese Gruppe dient der Einstellung der Berechnung von Resonanzstärken depolarisierender Resonanzen, die über die Kommandozeilenoption `-R` aktiviert wird. Soll *polematrix* für das Spintracking verwendet werden, kann die gesamte Gruppe weggelassen werden. Die Implementation der Berechnung von Resonanzstärken ist in Abschnitt 3.4 beschrieben.

### <spintune> GRUPPE

Die Resonanzstärke wird für diskrete Werte des Spinarbeitspunktes  $\gamma a$  berechnet und in die Textdatei `resonance-strengths.dat` geschrieben. Hier können Bereich und Schrittweite der Berechnung und Ausgabe konfiguriert werden.

<min> TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 0.0

minimaler Spinarbeitspunkt  $\gamma a$

<max> TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 10.0

maximaler Spinarbeitspunkt  $\gamma a$

<step> TYP: **double** EINHEIT: STANDARDWERT: 1.0

Schrittweite  $\Delta\gamma a$  für Berechnung und Ausgabe des Spinarbeitspunktes

### <turns> TYP: **unsigned int** EINHEIT: STANDARDWERT: 0

Wenn Resonanzstärken nicht nur für ganzzahlige  $\gamma a$  berechnet werden sollen, müssen die individuellen Trajektorien der Teilchen berücksichtigt werden und die Resonanzstärken über alle Teilchen gemittelt werden (siehe Abschnitt 3.4). Dazu wird der Import der Trajektorien aus dem Teilchentracking analog zum Spintracking in der Gruppe <palattice> konfiguriert. Die Anzahl der Teilchen, wird aus der Option <numParticles> (Gruppe <spintracking>) übernommen.

Hier kann die Anzahl der Umläufe  $N_u$  eingestellt werden, über die die Resonanzstärken berechnet werden. Wenn der Standardwert 0 gewählt ist, wird die für die gewählte Auflösung <step> benötigte Mindestanzahl  $N_u = 1/\Delta\gamma a$  verwendet.





---

## Über *palattice*

---

Die C++-Bibliothek *palattice* wird in Abschnitt 3.1 beschrieben. Der Quellcode kann unter [Scha] heruntergeladen und mit Hilfe der beigefügten Anleitung installiert werden. Dieser Anhang enthält weitere Angaben und Beispiele zur Benutzung von *palattice*.

### convertlattice

*palattice* enthält das Programm *convertlattice* mit dem Lattice-Dateien zwischen den Formaten von *MAD-X* und *elegant* konvertiert werden können. Ist die Eingangsdatei [FILE] im *MAD-X*-Format wird der Konverter mit

---

```
convertlattice -m [FILE] [other options]
```

---

aufgerufen und erzeugt in der Standardeinstellung die *elegant*-Lattice-Datei [FILE]\_converted.lte. Für die umgekehrte Richtung muss -e anstatt -m angegeben werden. Tabelle B.1 listet alle unter [other options] möglichen Kommandozeilenoptionen auf.

---

-h	Hilfe/Optionen anzeigen
-l	zusätzliche Ausgabe im $\LaTeX$ -Format (Paket <i>tikz-palattice</i> [Schc]) einschalten
-L	<i>MAD-X</i> -Ausgabe von SEQUENCE auf LINE (inklusive Driftstrecken) umschalten
-o [name]	Name der Ausgabedateien ändern ([name].lte/madx/tex) [name]=stdout führt zu Ausgabe im Terminal
-a	alle drei unterstützen Formate ausgeben ( <i>MAD-X</i> , <i>elegant</i> und $\LaTeX$ )
-n	verwendet den <i>offline</i> -Modus von <i>palattice</i> (siehe unten)

---

Tabelle B.1: Kommandozeilenoptionen des Programms *convertlattice*.

**Erläuterung zum Offline-Modus** *palattice* enthält einen *offline*-Modus, bei dem kein Teilchentracking-Programm ausgeführt wird. Dieser kann auch verwendet werden, wenn *MAD-X* und *elegant* nicht verfügbar sind. Stattdessen müssen dann direkt die entsprechenden Ausgabedateien bereitgestellt werden. Zum Einlesen eines Lattices (zum Beispiel mit *convertlattice*) ist die Eingangsdatei ([FILE]) dann für *MAD-X* eine *.twiss*-Datei und für *elegant* eine *.param*-Datei.

## Code-Beispiele

Dieser Abschnitt enthält einige ergänzende Code-Beispiele zu Abschnitt 3.1, die dem mit C++ vertrauten Leser veranschaulichen wie *palattice* verwendet werden kann.

Codeblock B.1 zeigt wie Objekte verschiedener Elementtypen angelegt und in ein Lattice eingefügt werden. Neben der gezeigten manuellen Methode (Z. 1-4) kann ein Lattice automatisch aus einer beliebigen Lattice-Datei im Format von *MAD-X* oder *elegant* eingelesen werden (Z. 5-6). Elementtypen, die bisher nicht implementiert sind, werden beim Import ignoriert. Driftstrecken werden nicht als Elemente behandelt, sondern befinden sich automatisch überall dort, wo kein Element liegt.

---

```
1 pal::AccLattice al;
2 al.mount(pos1, pal::Corrector("HC1",leff_c));
3 pal::Quadrupole q("QD1", leff_q, pal::F, k1);
4 al.mount(pos2, q);

5 pal::SimToolInstance sim(pal::elegant, pal::online, "elsa.lte");
6 pal::AccLattice elsa(sim);
```

---

Codeblock B.1: Beispiele für das Anlegen eines Lattices in *palattice*. Es können entweder manuell Elemente hinzugefügt werden (Z. 1-4) oder eine Lattice-Datei von *MAD-X* oder *elegant* (Z. 5-6) importiert werden.

Die Klasse `pal::AccLattice` ermöglicht den Zugriff auf die Lattice-Informationen auf verschiedene Weise. Einige Beispiele sind in Codeblock B.2 zu sehen. Zum Beispiel können Elemente direkt über ihren Namen aufgerufen werden (Z. 1). Eine Abfrage mit einer Position  $s$  (Z. 2) gibt das Element zurück, innerhalb dessen man sich an dieser Position befindet. Außerdem wurden Iteratoren implementiert um Schleifen über die Elemente in einem Lattice zu vereinfachen (Z. 3-6). Als Referenzposition  $s$  der Elemente entlang der Sollbahn kann Beginn, Mitte oder Ende der Elemente im Konstruktor von `pal::AccLattice` gewählt werden.

---

```
1 pal::AccLattice::iterator it = elsa["QD1"];
2 const pal::AccElement* e = elsa[42.0];

3 for (const pal::AccElement* e : elsa)
4     std::cout << e->name << ", " << e->length << std::endl;

5 for (pal::AccLattice::iterator it=elsa.begin(); it!=elsa.end(); ++it)
6     std::cout << it.pos() << ", " << it.element()->k1 << std::endl;
```

---

Codeblock B.2: Beispiele für den Zugriff auf Elemente eines Lattices in *palattice* über deren Name, eine Position oder Iteratoren. Das `AccLattice elsa` wurde zuvor, wie in Codeblock B.1 gezeigt, aus *elegant* importiert.

Der zweite Hauptbestandteil von *palattice* ist Import von und Zugriff auf Ergebnisse von *elegant* und *MAD-X* mit der Klasse `pal::FunctionOfPos`. Codeblock B.3 demonstriert dies anhand einiger Beispiele. Wurde eine `pal::FunctionOfPos` mit einer `pal::SimToolInstance` initialisiert (Z. 2), kann ein beliebiges Tracking-Ergebnis, wie etwa der Orbit oder Twissparameter unter Angabe der Ausgabedatei und des Namens der gewünschten Größe eingelesen werden (Z. 3-4). Zwei- und dreidimensionale Größen sind dabei ebenso möglich, indem die  $x$ -,  $z$ - und  $s$ -Komponenten je einer Größe zugewiesen werden. Tracking-Ergebnisse für einzelne Teilchen erfordern zusätzlich eine Auswahl der Teilchennummer. Für Orbit (Z. 5-7) und Trajektorien (Z. 8-10) sind die Namen bereits in speziellen Import-Funktionen hinterlegt. Das Einlesen sogenannter Parameter kommt ohne die Verwendung der `pal::FunctionOfPos`

aus. Parameter sind einzelne Zahlenwerte, die vom Tracking-Programm berechnet wurden und unabhängig von  $s$  sind – wie beispielsweise der Umfang des Beschleunigers, der Arbeitspunkt, die Chromatizität oder der Momentum-Compaction-Faktor. Sie können direkt über die `pal::SimToolInstance` mit speziellen Funktionen (Z. 11), die in Tabelle B.2 aufgelistet sind, oder allgemein mit Hilfe des Parameternamens (Z. 12) abgefragt werden.

---

```

1 pal::SimToolInstance sim(pal::elegant, pal::online, "elsa.lte");
2 pal::FunctionOfPos<double> betax(sim);
3 betax.readSimToolColumn(sim, "libpalattice.twi", "s", "betax");
4 std::cout << "hor. Betafunktion bei s=32.24m: " << betax.interp(32.24) << std::endl;

5 pal::FunctionOfPos<pal::AccPair> orbit(sim);
6 orbit.simToolClosedOrbit(sim);
7 std::cout << "vertikaler Orbit: " << orbit.interp(32.24).z << std::endl;

8 pal::FunctionOfPos<pal::AccPair> traj(sim);
9 traj.simToolTrajectory(sim, 2);
10 std::cout << "hor. Position von Teilchen 2: " << traj.interp(32.24).x << std::endl;

11 double Qx = sim.readTune().x;
12 double I2 = sim.readParameter<double>("libpalattice.twi", "I2");

```

---

Codeblock B.3: Beispiele für den Import von und Zugriff auf Ergebnisse von *elegant* mit *palattice*. Für Ergebnisse von *MAD-X* sind, neben den Dateinamen, nur wenige Änderungen nötig: Die `SimToolInstance` muss mit `pal::madx` initialisiert werden (Z. 1) und für die Betafunktion müssen die Spaltennamen zu "S", "BETX" (Z. 3) und "SYNCH\_2" (Z. 12) geändert werden.

Für jedes Element eines Lattices ist die Funktion `pal::AccTriple B(pal::AccPair)` implementiert, die das Magnetfeld als Funktion der Ablage eines Teilchens zurückgibt. Für Dipole, Korrektoren und Solenoide existiert außerdem `B()`, das nur die homogene Feldstärke  $k_0$  zurückgibt. Ein Beispiel für den Zugriff auf das Magnetfeld  $\vec{B}(s)$  an einer beliebigen Position  $s$  ist in Codeblock B.4 zusammengefasst.

---

```

1 // Import des elegant-Lattice aus der Datei elsa.lte
2 pal::SimToolInstance sim(pal::elegant, pal::online, "elsa.lte");
3 pal::AccLattice elsa(sim);

4 // Import der Trajektorie von Teilchen 2 bei p=2.35 GeV/c über 1000 Umläufe
5 sim.setMomentum_MeV(2350);
6 sim.setTurns(1000);
7 sim.setNumParticles(5);
8 pal::FunctionOfPos<pal::AccPair> traj(sim);
9 traj.simToolTrajectory(sim, 2);

10 // Abrufen des auf Teilchen 2 wirkenden Magnetfeldes an der Position s
11 double s = 26.02;
12 pal::AccTriple B = elsa[s]->B(traj.interp(s));

```

---

Codeblock B.4: Beispiel für die Bereitstellung der auf ein Teilchen entlang seiner Trajektorie wirkenden Magnetfelder in C++ mit *palattice*.

## Zuordnung von Bezeichnungen in *elegant* und *MAD-X*

In diesem Abschnitt ist aufgeschlüsselt wie einige Elemente und Parameter eines Beschleunigers jeweils in *palattice*, *elegant* und *MAD-X* bezeichnet werden. *palattice* verwendet beim Import und Export die hier aufgelisteten Zuordnungen. Tabelle B.2 beinhaltet die in *palattice* für den Import vordefinierten Parameter des Beschleunigers wie den Umfang oder den Momentum-Compaction-Faktor. Die angegebenen Funktionen sind Memberfunktionen der Klasse `pal::SimToolInstance`. Tabelle B.3 enthält die Namen der Elementtypen. In *palattice* sind dies die Namen der von `pal::AccLattice` abgeleiteten Klassen, die auch in Abb. 3.2 eingetragen sind. Tabelle B.4 listet schließlich die Namen aller Eigenschaften der Elemente auf, die von *palattice* importiert und exportiert werden. Alle sind Membervariablen der Klasse `pal::AccElements`.

<i>palattice</i> Importfunktion	<i>elegant</i> Parameter	<i>MAD-X</i> Parameter
<b>double</b> readCircumference()	s <sup>1</sup>	LENGTH
<b>double</b> readGammaCentral()	pCentral	GAMMA
<b>double</b> readAlphaC()	alphac	ALFA
<b>double</b> readAlphaC2()	alphac2	–
<b>AccPair</b> readTune()	nux, nuy	Q1, Q2
<b>AccPair</b> readChromaticity()	dnux/dp, dnuy/dp	DQ1, DQ2
<b>AccTriple</b> readDampingPartitionNumber_syli()	Jx, Jy, Jdelta	SYNCH_2, SYNCH_4 <sup>2</sup>

Tabelle B.2: Zuordnung der in *palattice* für den Import vordefinierten Parameter des Beschleunigers zu den entsprechenden Parameternamen in *elegant* und *MAD-X*. Die angegebenen Importfunktionen sind Memberfunktionen der Klasse `pal::SimToolInstance`.

<i>palattice</i>	<i>elegant</i>	<i>MAD-X</i>
<b>Dipole</b>	CSBEND	SBEND
<b>Corrector</b>	(H,V)KICK oder KICKER	(H,V)KICKER,
<b>Solenoid</b>	SOLE	SOLENOID
<b>Quadrupole</b>	KQUAD	QUADRUPOLE
<b>Sextupole</b>	KSEXT	SEXTUPOLE
<b>Multipole</b>	MULT	MULTIPOLE
<b>Marker</b>	MARK	MARKER
<b>Monitor</b>	MONI	MONITOR
<b>Cavity</b>	RFCA	RFCAVITY
<b>Rcollimator</b>	RCOL	RCOLLIMATOR
<b>Drift</b>	DRIF	DRIFT

Tabelle B.3: Zuordnung der Klassen für Elementtypen in *palattice* zu den Typen in *elegant* und *MAD-X*.

<sup>1</sup> Es wird die Position (das Ende) des letzten Elements (ggf. Drift) verwendet.

<sup>2</sup> Es werden die beiden Synchrotronintegrale  $I_2$  und  $I_4$  eingelesen und  $J_x = 1 - I_4/I_2$  sowie  $J_z = 1$  und  $J_s = 2 + I_4/I_2$  zurückgegeben.

---

<i>palattice</i>	<i>elegant</i>	<i>MAD-X</i>
name	ElementName	NAME
length	L	L
k0.x	sin([V]KICK)/L	sin(VKICK)/L
k0.z	ANGLE/L - sin([H]KICK)/L	ANGLE/L - sin(HKICK)/L
k0.s	KS	KSI/L
k1	K1	K1L/L
k2	K2	K2L/L
e1	E1	E1
e2	E2	E2
tilt	TILT	TILT + DPSI
displacement.x	DX	DX
displacement.z	DY	DY
halfWidth.x	X_MAX	APER_1
halfWidth.z	Y_MAX	APER_2
volt	VOLT	VOLT
freq	FREQ	FREQ

Tabelle B.4: Zuordnung der Membervariablen der Klasse `pal::AccElement` in *palattice* zu den Namen der Parameter der Elemente in *elegant* und *MAD-X* aus denen sie importiert werden. Sonderfälle: In *elegant* muss bei `k0.x` und `k0.z` zwischen den Elementtypen KICK (Parameter HKICK und VKICK) und HKICK und VKICK (Parameter KICK) unterschieden werden. Aus *MAD-X* wird die Apertur (`APER_1` und `APER_2`) nur eingelesen, wenn zusätzlich der `APERTYPE` den Wert `RECTANGLE` hat.



## Abbildungen zum Arbeitspunkt im ELSA-Ring

Dieser Anhang enthält zwei Abbildungen zum Arbeitspunkt im ELSA-Ring, auf die in Kapitel 5 verwiesen wird.

**Arbeitspunktdiagramm** Abbildung C.1 zeigt ein Arbeitspunktdiagramm mit den im ELSA-Ring relevanten optischen Resonanzen. Werden diese gekreuzt, geht der Strahl teilweise oder vollständig verloren. Das Diagramm veranschaulicht, dass die maximal mögliche Größe eines Arbeitspunktsprungs zur Korrektur einer intrinsischen Resonanz vom gewählten Arbeitspunkt abhängt (Abschnitt 5.2, Seite 85).

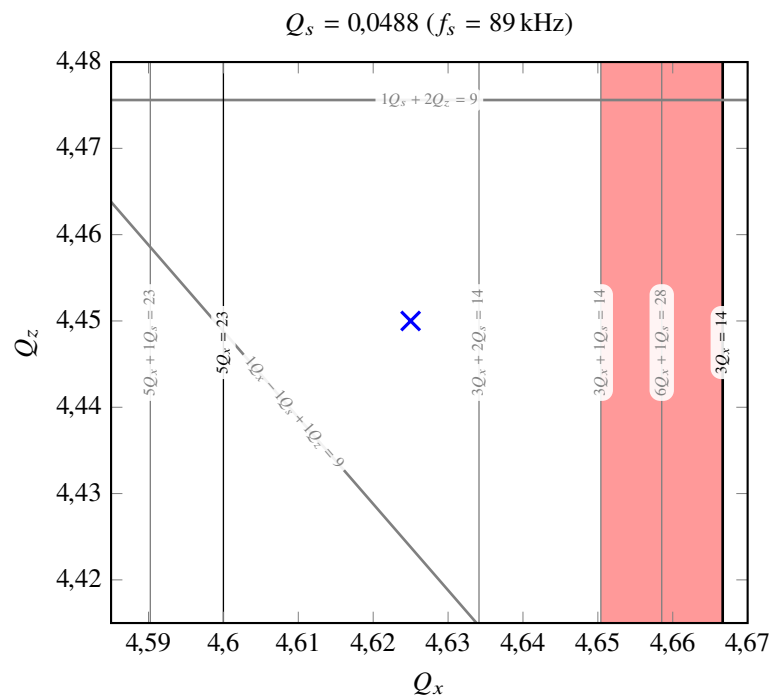


Abbildung C.1: Arbeitspunktdiagramm für den ELSA-Ring. Es sind alle optischen Resonanzen eingezeichnet, für die signifikanter Strahlverlust messbar ist. Details zu den 2015 durchgeführten Messungen sind in [Pro17] zu finden. Das blaue Kreuz ist ein Beispiel für einen üblicherweise gewählten Arbeitspunkt (ohne Extraktion). Die Resonanzextraktion wird an der Resonanz  $Q_x = 4^2/3$  durchgeführt. Bei eingeschalteten Extraktionssextupolen ist im gesamten rot eingefärbten Bereich keine Speicherung des Strahls möglich.

**Einflüsse auf den Arbeitspunkt** In Abb. C.2 sind einige Beispiele für Einstellungen und Effekte aufgeführt, die den transversalen Arbeitspunkt im ELSA-Ring beeinflussen. Diese verursachen Abweichungen des tatsächlichen vom eingestellten Arbeitspunkt und sorgen so dafür, dass sich auch die Resonanzenergie von intrinsischen Resonanzen verschiebt (Abschnitt 5.1.3, Seite 82). Bei der Polarisationsoptimierung muss insbesondere die Abhängigkeit des Arbeitspunktes vom Orbit bedacht werden: Die Arbeitspunktkorrektur sollte erst nach der Orbitkorrektur erfolgen (Abschnitt 5.5, Seite 93).

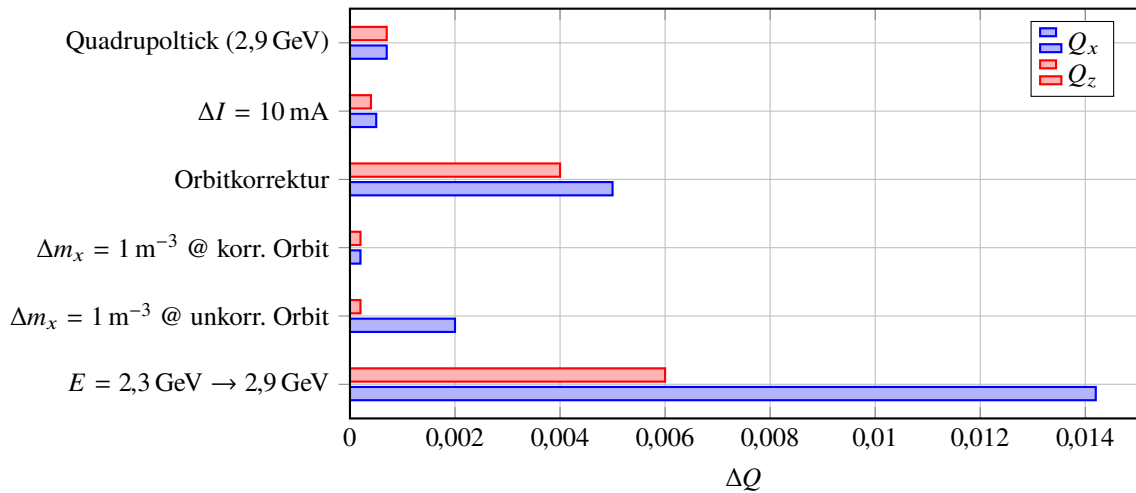


Abbildung C.2: Ungefähre Stärke verschiedener Einflüsse auf den Arbeitspunkt im ELSA-Ring basierend auf Arbeitspunktmessungen mit dem Bunch-by-Bunch-Feedback-System. Details zu den 2015 durchgeführten Messungen sind in [Pro17] zu finden. „Quadrupoltick“ zeigt zum Vergleich die kleinstmögliche Änderung mit den Quadrupolmagneten. Ähnlich stark ändert sich der Arbeitspunkt, wenn der Strahlstrom  $I$  um 10 mA variiert wird. Großen Einfluss haben die Strahlenergie und der Orbit. Wenn der Orbit korrigiert ist, hängt der Arbeitspunkt kaum von der Sextupolstärke  $m_x$  der Extraktionssextupole ab.



# Literatur

---

- [Aki70] H. Akima,  
*A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures*,  
*Journal of the ACM* **17** (1970) 589 (siehe S. 30).
- [Alt+68] K. H. Althoff u. a., *The 2,5 GeV electron synchrotron of the University of Bonn*,  
*Nuclear Instruments and Methods* **61** (1968) 1 (siehe S. 79, 80).
- [Arg] Argonne National Laboratory, *SDDSToolkit-devel Paket*,  
URL: [www.aps.anl.gov/Accelerator\\_Systems\\_Division/Accelerator\\_Operations\\_Physics/software.shtml#SDDSbinaries](http://www.aps.anl.gov/Accelerator_Systems_Division/Accelerator_Operations_Physics/software.shtml#SDDSbinaries) (siehe S. 30).
- [Asc+13] E.-C. Aschenauer u. a., *The RHIC SPIN program: achievements and future opportunities*,  
(2013), arXiv: [1304.0079](https://arxiv.org/abs/1304.0079) [nucl-ex] (siehe S. 1, 20).
- [Bag+14] Z. Bagdasarian u. a., *Measuring the polarization of a rapidly precessing deuteron beam*,  
*Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams* **17** (2014) 052803 (siehe S. 68).
- [Bec+02] M. Beckmann u. a., *The longitudinal polarimeter at HERA*,  
*Nuclear Instruments and Methods Section A* **479** (2002) 334 (siehe S. 118).
- [BEM00] M. Berz, B. Erdély und K. Makino, *Fringe field effects in small rings of large acceptance*,  
*Physical Review Special Topics – Accelerators and Beams* **3** (2000) 124001 (siehe S. 27).
- [BMT59] V. Bargmann, L. Michel und V. Telegdi,  
*Precession of the polarization of particles moving in a homogeneous electromagnetic field*,  
*Physical Review Letters* **2** (1959) 435 (siehe S. 6).
- [Bol13] O. Boldt, *Spindynamik von Elektronenstrahlen in Kreisbeschleunigern*,  
Dissertation: Universität Bonn, 2013  
(siehe S. 13, 21, 23, 32, 33, 65, 82, 92, 97, 98, 103, 105, 112).
- [Bor00] M. Borland, *elegant: A Flexible SDDS-Compliant Code for Accelerator Simulation*,  
Report LS-287, Advanced Photon Source, 2000 (siehe S. 24).
- [Bor17] M. Borland, *User's Manual for elegant*, Advanced Photon Source, 2017,  
URL: [www.aps.anl.gov/Accelerator\\_Systems\\_Division/Accelerator\\_Operations\\_Physics/manuals/elegant\\_latest/elegant.html](http://www.aps.anl.gov/Accelerator_Systems_Division/Accelerator_Operations_Physics/manuals/elegant_latest/elegant.html) (siehe S. 63).
- [BR99] D. P. Barber und G. Ripken,  
*Radiative polarization, computer algorithms and spin matching in electron storage rings*,  
(1999), arXiv: [physics/9907034](https://arxiv.org/abs/physics/9907034) [physics.acc-ph] (siehe S. 20, 21).
- [Bre+85] W. Brefeld u. a., *Measurement of the polarization degree of accelerated polarized electrons at the 2,5 GeV synchrotron in Bonn for energies between 0,85 GeV and 2 GeV*,  
*Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* **228** (1985) 228  
(siehe S. 77).

- [BS06] M. Borland und R. Soliday, *Application Programmer's Guide for SDDS Version 1.5*, 2006, URL: [www.aps.anl.gov/Accelerator\\_Systems\\_Division/Accelerator\\_Operations\\_Physics/manuals/sdds/SDDS.html](http://www.aps.anl.gov/Accelerator_Systems_Division/Accelerator_Operations_Physics/manuals/sdds/SDDS.html) (siehe S. 30).
- [BT17] R. Beck und U. Thoma, *Spectroscopy of baryon resonances*, *EPJ Web of Conferences* **134** (2017) 02001 (siehe S. 1, 77, 78).
- [But87] J. C. Butcher, *The numerical analysis of ordinary differential equations: Runge-Kutta and general linear methods*, Wiley-Interscience, 1987 (siehe S. 33).
- [CER] CERN Accelerator Beam Physics Group, *MAD – Methodical Accelerator Design*, URL: [madx.web.cern.ch](http://madx.web.cern.ch) (siehe S. 24).
- [Cha+13] A. W. Chao u. a., *Handbook of Accelerator Physics and Engineering*, World scientific, 2013 (siehe S. 63).
- [CR80] E. D. Courant und R. D. Ruth, *The Acceleration of Polarized Protons in Circular Accelerators*, Report BNL-51270, Brookhaven National Lab., 1980 (siehe S. 42).
- [Der16] J. Derksen, *A second RF-station for ELSA*, Masterarbeit: Universität Bonn, 2016 (siehe S. 55).
- [DGM17] H. Dutz, S. Goertz und W. Meyer, *Polarized Solid State Target*, *EPJ Web of Conferences* **134** (2017) 05001 (siehe S. 78).
- [DK73] Y. S. Derbenev und A. M. Kondratenko, *Sov. Phys. JETP* **37** (1973) 968 (siehe S. 20).
- [Dob15] A. Doblhammer, *Investigation of Synchrotron Radiation Integrals and Equilibrium Emittances in Electron Storage Rings with Different Accelerator Codes*, Projektarbeit: Technische Universität Wien, 2015 (siehe S. 29, 119).
- [Dra+77] W. von Drachenfels u. a., *A pulsed source for polarized electrons with high repetition rate*, *Nuclear Instruments and Methods* **140** (1977) 47 (siehe S. 79).
- [Dun94] F. B. Dunning, *Mott electron polarimetry*, *Nuclear Instruments and Methods Section A* **347** (1994) 152 (siehe S. 83).
- [Dut+03] H. v. Dutz u. a., *First Measurement of the Gerasimov-Drell-Hearn Sum Rule for  $^1\text{H}$  from 0.7 to 1.8 GeV at ELSA*, *Physical review letters* **91** (2003) 192001 (siehe S. 78).
- [Ebe10] M. Eberhardt, *Messung und Korrektur der Arbeitspunkte während der Energierampe am Stretcherring von ELSA*, Dissertation: Universität Bonn, 2010 (siehe S. 112).
- [Eng64] H. A. Enge, *Effect of Extended Fringing Fields on Ion-Focusing Properties of Deflecting Magnets*, *Review of Scientific Instruments* **35** (1964) 278 (siehe S. 27).
- [Fre15] A. Freyberger, „Commissioning and Operation of 12 GeV CEBAF“, *Proceedings IPAC'15*, (Richmond VA), MOXGB2, 2015 (siehe S. 77).
- [FS60] M. Froissart und R. Stora, *Depolarisation d'un faisceau de protons polarises dans un synchrotron*, *Nuclear Instruments and Methods* **7** (1960) 297 (siehe S. 17).
- [GMR02] S. Goertz, W. Meyer und G. Reicherz, *Polarized H, D and  $^3\text{He}$  targets for particle physics experiments*, *Progress in Particle and nuclear Physics* **49** (2002) 403 (siehe S. 78).

- [GNU] GNU, *Scientific Library*, URL: [www.gnu.org/software/gsl/](http://www.gnu.org/software/gsl/) (siehe S. 30, 33).
- [Gui15] G. Guidoboni on behalf of the JEDI Collaboration, *Spin coherence time studies of a horizontally polarized deuteron beam at COSY*, *Physica Scripta* **2015** (2015) 014036 (siehe S. 68).
- [H+11] W. Hillert, O. Boldt u. a., „Crossing of Depolarizing Resonances in Circular Electron Accelerators“, *Proceedings IPAC'11*, (San Sebastián), WEPC053, 2011 (siehe S. 94).
- [Hei14] D. Heiliger, *Erzeugung intensiver spinpolarisierter Elektronenstrahlen an der Beschleunigeranlage ELSA*, Dissertation: Universität Bonn, 2014 (siehe S. 79, 81, 94, 121).
- [HFG08] D. Hanneke, S. Fogwell und G. Gabrielse, *New measurement of the electron magnetic moment and the fine structure constant*, *Physical Review Letters* **100** (2008) 120801, arXiv: [0801.1134](https://arxiv.org/abs/0801.1134) [[physics.atom-ph](https://arxiv.org/archive/physics)] (siehe S. 5).
- [HH14] B. Härer und B. J. Holzer, „Challenges and Status of the FCC-ee Lattice Design“, *Proceedings HF2014*, (Peking), THT4B3, 2014 (siehe S. 29).
- [Hil+17] W. Hillert u. a., *Beam and spin dynamics in the fast ramping storage ring ELSA: Concepts and measures to increase beam energy, current and polarization*, *EPJ Web of Conferences* **134** (2017) 05002 (siehe S. 2, 77).
- [Hil00] W. Hillert, *Erzeugung eines Nutzstrahls spinpolarisierter Elektronen an der Beschleunigeranlage ELSA*, Habilitationsschrift: Universität Bonn, 2000 (siehe S. 79, 83).
- [Hil06] W. Hillert, *The Bonn electron stretcher accelerator ELSA: Past and future*, *The European Physical Journal A – Hadrons and Nuclei* **28** (2006) 139 (siehe S. 2, 77).
- [Hin08] F. Hinterberger, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik*, Springer-Verlag, 2008 (siehe S. 11).
- [Hin15] F. Hinterkeuser, *Setup and Studies of the Laser Beamline at the Compton Polarimeter at ELSA*, Masterarbeit: Universität Bonn, 2015 (siehe S. 84).
- [Hof01] M. Hoffmann, *Beschleunigung polarisierter Elektronen in der Bonner Elektronen-Beschleunigeranlage ELSA*, Dissertation: Universität Bonn, 2001 (siehe S. 79, 80, 82, 87, 90, 94, 103, 104, 109).
- [Hof98] M. Hoffmann, *Bau und Test gepulster Quadrupolmagnete zur Querung intrinsischer depolarisierender Resonanzen in ELSA*, Diplomarbeit: Universität Bonn, 1998 (siehe S. 85).
- [HS88] D. Husmann und W. Schwille, *ELSA – die neue Bonner Elektronen-Stretcher-Anlage*, *Physikalische Blätter* **44** (1988) 40 (siehe S. 80).
- [HW04] H. Haken und H. C. Wolf, *Atom- und Quantenphysik: Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen*, 8. Aufl., Springer-Lehrbuch, 2004 (siehe S. 5).
- [Jac06] J. D. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*, Walter de Gruyter, 2006 (siehe S. 18).
- [Joh56] K. Johnsen, „Effects of non-linearities on the phase-transition“, *Proc. of CERN Symposium on High Energy Accelerators and Pion Physics*, (Genf), Bd. 1, CERN, 1956 106 (siehe S. 63).

- [Joo00] E. Joos, „Elements of environmental decoherence“, *Decoherence: Theoretical, experimental, and conceptual problems*, Springer, 2000, arXiv: [9908008 \[physics.quant-ph\]](#) (siehe S. 59).
- [Kam09] S. Kammer, *Strahlpolarimetrie am CBELSA/TAPS Experiment*, Dissertation: Universität Bonn, 2009 (siehe S. 82, 83, 103).
- [Kei00] J. Keil, *Messung, Korrektur und Analyse der Gleichgewichtsbahn an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Dissertation: Universität Bonn, 2000 (siehe S. 66, 82).
- [Kos80] V. O. Kostroun, *Simple numerical evaluation of modified Bessel functions  $K_\nu(x)$  of fractional order and the integral  $\int_x^\infty K_\nu(\eta)d\eta$* , *Nuclear Instruments and Methods* **172** (1980) 371 (siehe S. 53).
- [KR] M. Kalicinski und S. Redl, *The Boost C++ Libraries: Boost.PropertyTree*, URL: [www.boost.org/doc/libs/1\\_61\\_0/doc/html/property\\_tree.html](http://www.boost.org/doc/libs/1_61_0/doc/html/property_tree.html) (siehe S. 39).
- [KSH16] R. Koop, M. Switka und W. Hillert, „Compton Polarimetry at ELSA – Beamline and Detector Optimization“, *Proceedings IPAC’16*, (Busan), MOPMB010, 2016 (siehe S. 84).
- [Leh+99] A. Lehrach u. a., „Acceleration of the Polarized Proton Beam in the Cooler Synchrotron COSY“, *Proceedings PAC’99*, (New York), 1999 (siehe S. 85).
- [Luo+15] Y. Luo u. a., „Spin Resonance Strength Calculation through Single Particle Tracking for RHIC“, *Proceedings IPAC’15*, (Richmond VA), MOPMN029, 2015 (siehe S. 44).
- [Méo+11] F. Méot u. a., „Spin Dynamic Tool Developments and Study Regarding the Super-B Project“, *Proceedings IPAC’11*, (San Sebastián), THPZ001, 2011 (siehe S. 120).
- [Méo12] F. Méot, *Zgoubi user’s guide*, Report BNL-98726-2012-IR, Brookhaven National Lab., 2012, URL: [zgoubi.sourceforge.io](http://zgoubi.sourceforge.io) (siehe S. 120).
- [Méo14] F. Méot, *The ray-tracing code Zgoubi – Status*, *Nuclear Instruments and Methods Section A* **767** (2014) 112 (siehe S. 120).
- [MNT15] P. J. Mohr, D. B. Newell und B. N. Taylor, *CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2014*, (2015), arXiv: [1507.07956 \[physics.atom-ph\]](#) (siehe S. 5).
- [Mön14] S. Mönig, *Zwei Methoden zur Kompensation depolarisierender Imperfektionsresonanzen bei ELSA*, Bachelorarbeit: Universität Bonn, 2014 (siehe S. 102).
- [Moo+08] G. Moortgat-Pick u. a., *Polarized positrons and electrons at the linear collider*, *Physics Reports* **460** (2008) 131 (siehe S. 1).
- [MSY05a] S. Mane, Y. M. Shatunov und K. Yokoya, *Siberian Snakes in high-energy accelerators*, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **31** (2005) R151 (siehe S. 20).
- [MSY05b] S. Mane, Y. M. Shatunov und K. Yokoya, *Spin-polarized charged particle beams in high-energy accelerators*, *Reports on Progress in Physics* **68** (2005) 1997 (siehe S. 20, 60–63, 70).

- [MW] J. Maurer und S. Watanabe, *The Boost C++ Libraries: Boost.Random*,  
URL: [www.boost.org/doc/libs/1\\_61\\_0/doc/html/boost\\_random.html](http://www.boost.org/doc/libs/1_61_0/doc/html/boost_random.html)  
(siehe S. 53).
- [Ng91] K. Y. Ng, *Higher-Order Momentum Compaction for a Simplified FODO Lattice and Comparison with SYNCH*, Report FN-578, Fermilab, 1991 (siehe S. 63).
- [NT93] P. Nghiem und A. Tkatchenko, *Simulation of proton spin motion in circular accelerators using one-turn spinor transfer maps*,  
*Nuclear Instruments and Methods Section A* **335** (1993) 349 (siehe S. 17).
- [P+15] D. Proft, T. Perlitius u. a.,  
„Development of New Microcontroller Based Power Supply Control Units at ELSA“,  
*Proceedings IPAC'15*, (Richmond VA), WEPMA014, 2015 (siehe S. 92).
- [Pas+98] I. Passchier u. a.,  
*A Compton backscattering polarimeter for measuring longitudinal electron polarization*,  
*Nuclear Instruments and Methods Section A* **414** (1998) 446 (siehe S. 118).
- [Pre13] J. Pretz,  
*Measurement of permanent electric dipole moments of charged hadrons in storage rings*,  
(2013), arXiv: [1301.2937](https://arxiv.org/abs/1301.2937) [[hep-ex](https://arxiv.org/abs/1301.2937)] (siehe S. 1).
- [Pro+14] D. Proft u. a., „Setup of a History Storage Engine based on Hypertable at ELSA“,  
*Proceedings IPAC'14*, (Dresden), THPRO101, 2014 (siehe S. 89).
- [Pro+15] D. Proft u. a., „A new FPGA based timing system at ELSA“, *Proceedings IPAC'15*,  
(Richmond VA), MOPHA013, 2015 (siehe S. 92).
- [Pro17] D. Proft, Dissertation in Vorbereitung: Universität Bonn, 2017  
(siehe S. 85, 92, 109, 137, 138).
- [S+06] D. Sagan, M. Forster u. a.,  
„The Accelerator Markup Language and the Universal Accelerator Parser“,  
*Proceedings EPAC'06*, (Edinburgh), WEPCH150, 2006 (siehe S. 26).
- [Saf97] J. Safranek,  
*Experimental determination of storage ring optics using orbit response measurements*,  
*Nuclear Instruments and Methods Section A* **388** (1997) 27 (siehe S. 121).
- [San71] M. Sands, *The Physics of Electron Storage Rings. An Introduction.*, Report SLAC-121,  
Stanford Linear Accelerator Center, 1971, URL: <https://doi.org/10.2172/4064201>  
(siehe S. 48, 50, 53).
- [SC16] C. Sanderson und R. Curtin, *Armadillo: a template-based C++ library for linear algebra*,  
*Journal of Open Source Software* (2016) (siehe S. 38).
- [Scha] Schmidt, Jan Felix, *palattice C++ library*, URL: [github.com/janfschmidt/palattice](https://github.com/janfschmidt/palattice)  
(siehe S. 26, 119, 131).
- [Schb] Schmidt, Jan Felix, *polematrix: a spin tracking code for electron accelerators using elegant*,  
URL: [github.com/janfschmidt/polematrix](https://github.com/janfschmidt/polematrix) (siehe S. 42, 119, 123, 124).
- [Schc] Schmidt, Jan Felix, *tikz-palattice LaTeX package*,  
URL: [www.ctan.org/pkg/tikz-palattice](http://www.ctan.org/pkg/tikz-palattice) (siehe S. 29, 131).
- [Sch+12] V. Schoefer u. a., „Increasing the AGS Beam Polarization with 80 Tune Jumps“,  
*Proceedings IPAC'12*, (New Orleans LA), TUXA03, 2012 (siehe S. 85).

- [Sch+14] J. F. Schmidt u. a., „Optimizing Polarization with an improved Integer Resonance Correction Scheme at ELSA“, *Proceedings IPAC'14*, (Dresden), TUPRO039, 2014 (siehe S. 100).
- [Sch+15a] J. F. Schmidt u. a., „Magnetic Field Parametrization for efficient Spin Tracking with POLE“, *Proceedings IPAC'15*, (Richmond VA), MOPHA014, 2015 (siehe S. 32).
- [Sch+15b] J. F. Schmidt u. a., „Measurement of Momentum Compaction Factor via Depolarizing Resonances at ELSA“, *Proceedings IPAC'15*, (Richmond VA), MOPHA015, 2015 (siehe S. 111).
- [Sch+16] J. F. Schmidt u. a., „Studies on Depolarization by Synchrotron Radiation using Elegant Particle Tracking“, *Proceedings IPAC'16*, (Busan), MOPOR046, 2016 (siehe S. 74).
- [Sch07] F. Schwabl, *Quantenmechanik*, 7. Aufl., Springer-Lehrbuch, 2007 (siehe S. 3).
- [Sch10] J. F. Schmidt, *Analyse der Korrektur von Imperfektionsresonanzen an der Beschleunigeranlage ELSA*, Bachelorarbeit: Universität Bonn, 2010 (siehe S. 98).
- [Sch11] M. Schedler, *Dämpfung transversaler Multibunchinstabilitäten am Elektronenbeschleuniger ELSA*, Masterarbeit: Universität Bonn, 2011 (siehe S. 110).
- [Sch12] J. F. Schmidt, *Modellierung der Spindynamik zur Untersuchung von Imperfektionsresonanzen*, Masterarbeit: Universität Bonn, 2012 (siehe S. 32, 91, 102).
- [Sch15] M. Schedler, *Intensitäts- und Energieerhöhung an ELSA*, Dissertation: Universität Bonn, 2015 (siehe S. 80, 82, 91, 92).
- [Sin98] C. K. Sinclair, „Electron beam polarimetry“, *AIP Conference Proceedings*, 1998 23 (siehe S. 23, 83).
- [SK17] H. Schmieden und F. Klein, *Photoproduction of Mesons*, [EPJ Web of Conferences 134 \(2017\) 03001](#) (siehe S. 77).
- [SN12] J. J. Sakurai und J. J. Napolitano, *Modern Quantum Mechanics*, Pearson, 2012 (siehe S. 3, 4).
- [ST64] A. A. Sokolov und I. M. Ternov, *On polarization and spin effects in the theory of synchrotron radiation*, *Sov. Phys. Doklady* **8** (1964) 1203 (siehe S. 2, 20).
- [ST86] A. A. Sokolov und I. M. Ternov, *Radiation from Relativistic Electrons*, American Institute of Physics (1986) (siehe S. 2, 20).
- [Ste+99] C. Steier u. a., „Crossing Intrinsic Depolarizing Resonances in ELSA with Pulsed Betatron Tune Jump Quadrupoles“, *Proceedings PAC'99*, (New York), 1999 (siehe S. 85).
- [Ste99] C. Steier, *Polarisierte Elektronen in der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Dissertation: Universität Bonn, 1999 (siehe S. 85, 87).
- [Swi+14a] M. Switka u. a., „Dual Transverse and Longitudinal Streak Camera Imaging at ELSA“, *Proceedings IPBIC2014*, (Monterey CA), MOPD05, 2014 (siehe S. 112).
- [Swi+14b] M. Switka u. a., „Synchrotron Radiation Diagnostics Performance at ELSA“, *Proceedings IPAC'14*, (Dresden), THPME099, 2014 (siehe S. 112).

- 
- [Swi+16] M. Switka u. a., „Single Electron Extraction at the ELSA Detector Test Beamline“, *Proceedings IPAC'16*, (Busan), THPOW029, 2016 (siehe S. 77, 81).
- [Swi17] M. Switka, Dissertation in Vorbereitung: Universität Bonn, 2017 (siehe S. 84, 95, 109).
- [Thi+14] J.-P. Thiry u. a., „High Bandwidth Closed Orbit Control for an Fast Ramping Electron Accelerator“, *Proceedings IPAC'14*, (Dresden), TUPRO040, 2014 (siehe S. 90, 110).
- [Thi17] J.-P. Thiry, Dissertation in Vorbereitung: Universität Bonn, 2017 (siehe S. 70, 90, 98, 99, 112, 121).
- [Tho27] L. H. Thomas, *The kinematics of an electron with an axis*, *Philosophical Magazine* **3** (1927) 1 (siehe S. 6).
- [Tur94] S. Turner, Hrsg., *CERN Accelerator School, 5th General Accelerator Physics Course*, (Jyvaeskylae, Finnland), 1994, URL: <http://dx.doi.org/10.5170/CERN-1994-001> (siehe S. 10).
- [Wie93] H. Wiedemann, *Particle Accelerator Physics*, Springer-Verlag, 1993 (siehe S. 27).
- [Wil96] K. Wille, *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*, 2. Aufl., B. G. Teubner, 1996 (siehe S. 9, 10, 12, 24, 26, 40, 48, 71).
- [Yok83] K. Yokoya, *Effects of radiative diffusion on the spin-flip in electron storage rings*, *Particle Accelerators* **14** (1983) 39, URL: <https://cds.cern.ch/record/143879/files/p39.pdf> (siehe S. 70).
- [Zan13] S. Zander, *Optische Strahldiagnose an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA*, Dissertation: Universität Bonn, 2013 (siehe S. 81, 112, 118).





# Abbildungsverzeichnis

---

2.1	Beschleunigerkoordinatensystem	6
2.2	Quadrupolmagnet	8
2.3	Phasenfokussierung	12
2.4	Unterbrochene Spinpräzession und Schwingung	14
2.5	Resonanzkreuzung: Invariante Spinachse	16
2.6	Resonanzkreuzung: Effektive Präzessionsachse	16
2.7	FROISSART-STORA-Kurve	18
3.1	Kickwinkel	25
3.2	Elementtypen in <i>palattice</i>	27
3.3	Effektive Länge eines Magneten	27
3.4	Kantenwinkel eines Dipolmagneten	29
3.5	Zusammenspiel von <i>palattice</i> mit <i>elegant</i> und <i>MAD-X</i>	31
3.6	FOURIERREIHENNÄHERUNG einer Magnetfeldverteilung ( <i>pole</i> )	32
3.7	Adaptive Schrittweiten beim Spintracking ( <i>pole</i> )	33
3.8	Konvergenz der Polarisierung im ELSA-Ring ( <i>pole</i> )	34
3.9	Magnetfeldspektrum im ELSA-Ring ( <i>pole</i> )	35
3.10	Konvergenz der Polarisierung im ILC-Dämpfungsring ( <i>pole</i> )	36
3.11	Vergleich <i>pole</i> und <i>polematrix</i> : Resonanzkreuzung und Rechenzeit	40
3.12	Vergleich <i>pole</i> und <i>polematrix</i> : Korrelation	41
3.13	Resonanzstärken von Imperfektionsresonanzen ( <i>DEPOL</i> und <i>polematrix</i> )	44
3.14	Resonanzstärken ( <i>polematrix</i> )	45
4.1	Strahlungsdämpfung ( <i>elegant</i> )	49
4.2	Longitudinaler Phasenraum ( <i>elegant</i> )	51
4.3	Synchrotronoschwingung zweier Elektronen ( <i>elegant</i> )	52
4.4	Synchrotronoschwingung zweier Elektronen ( <i>polematrix</i> )	56
4.5	Longitudinaler Phasenraum ( <i>polematrix</i> )	57
4.6	Energieprofil ( <i>elegant</i> und <i>polematrix</i> )	57
4.7	Zeitlicher Mittelwert und Standardabweichung der Energie ( <i>elegant</i> und <i>polematrix</i> )	57
4.8	Strahlungsdämpfung ( <i>polematrix</i> )	57
4.9	Photonenenergie ( <i>elegant</i> und <i>polematrix</i> )	58
4.10	Auseinanderlaufende Spinpräzessionen	59
4.11	Depolarisation durch Dekohärenz (einfache Modelle)	61
4.12	Depolarisation durch Dekohärenz ( <i>polematrix</i> )	62
4.13	Depolarisation durch Dekohärenz: Energieabhängigkeit ( <i>polematrix</i> )	64
4.14	Depolarisation durch Dekohärenz: Auf Imperfektionsresonanz ( <i>polematrix</i> )	65
4.15	Depolarisation durch Dekohärenz: Überspannungsfaktor ( <i>polematrix</i> )	66

4.16	Depolarisation durch Dekohärenz: Sextupolstärke ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	67
4.17	Kreuzen einer Imperfektionsresonanz ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	69
4.18	FROISSART-STORA-Kurve ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	70
4.19	Kreuzen einer intrinsischen Resonanz ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	71
4.20	Depolarisation durch Dekohärenz: Teilchenzahl ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	73
4.21	Kreuzen einer Imperfektionsresonanz: Teilchenzahl ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	73
4.22	Rechenzeit der Modelle der longitudinalen Dynamik in <i>polematrix</i> . . . . .	75
5.1	Die Beschleunigeranlage ELSA . . . . .	78
5.2	Nachbeschleunigungsmodus von ELSA . . . . .	80
5.3	Depolarisierende Resonanzen im ELSA-Ring . . . . .	81
5.4	Resonanzstärke einer intrinsischen Resonanz: Strahlbreite ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	84
5.5	Arbeitspunktsprung (Schema) . . . . .	85
5.6	Optimierung Arbeitspunktsprung (Messung) . . . . .	86
5.7	Resonanzstärke einer Imperfektionsresonanz: Abhängigkeiten ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	88
5.8	Optimierung Harmonischen-Korrektur (Messung) . . . . .	89
5.9	Optimierung Harmonischen-Korrektur: Ablauf (Messung) . . . . .	89
5.10	Vertikaler Orbit (Messung) . . . . .	90
5.11	Vertikaler Arbeitspunkt während Energierampe (Messung) . . . . .	91
5.12	Maximale Polarisation nach Energie . . . . .	94
5.13	Maximale Polarisation während Optimierung . . . . .	95
5.14	Polarisation nach Energie (Messung COMPTON-Polarimeter) . . . . .	96
6.1	Ursprüngliches Schema der Harmonischen-Korrektur . . . . .	98
6.2	Modifiziertes Schema der Harmonischen-Korrektur . . . . .	99
6.3	Vergleich der Schemata der Harmonischen-Korrektur (Orbit) . . . . .	100
6.4	Vergleich der Schemata der Harmonischen-Korrektur (Polarisationsmessung) . . . . .	101
6.5	Vergleich der Schemata der Harmonischen-Korrektur ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	102
6.6	Extraktion mit horizontaler Polarisation: Rampe ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	104
6.7	Extraktion mit horizontaler Polarisation: Ausrichtung ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	105
7.1	Energiekalibration über Imperfektionsresonanz (Messung) . . . . .	108
7.2	Energiekalibration über parametrische Resonanz ( <i>polematrix</i> ) . . . . .	110
7.3	Messung des Momentum-Compaction-Faktors . . . . .	111
7.4	Messung der vertikalen Dämpfungszeit . . . . .	113
7.5	FROISSART-STORA-Kurve (Messung und <i>polematrix</i> ) . . . . .	115
C.1	Arbeitspunktdiagramm . . . . .	137
C.2	Einflüsse auf den Arbeitspunkt im ELSA-Ring . . . . .	138

# Index

---

- A**
- Ablage ..... 9, 90  
Arbeitspunkt ..... 10, 12  
Arbeitspunkt Korrektur ..... 82, 91, 93  
Arbeitspunktsprung ..... 85  
Aufstellungsfehler ..... 28
- B**
- Beschleunigerkoordinatensystem ..... 6  
Beschleunigungsspannung ..... 11, 54  
Betatronfrequenz ..... 10  
Betatronschwingung ..... 9, 10, 19, 47  
Booster-Synchrotron ..... 79  
Boostermodus ..... *siehe*  
Nachbeschleunigungsmodus  
Bunch ..... 11  
Bunchlänge ..... 48
- C**
- Chromatizität ..... 26, 67  
closed orbit ..... *siehe* Orbit
- D**
- Dämpfungszeit ..... 48  
Dekohärenzzeit ..... 64  
Depolarisationszeit ..... 21, 64  
depolarisierende Resonanzen ..... 13, 68  
Dipolmagnet ..... 9, 25, 53  
Drehmatrix ..... 7, 8, 37
- E**
- effektive Länge ..... 27  
Elektronenspinresonanz ..... 13  
ELSA-Ring ..... 77, 80  
Emittanz ..... 10  
Energiebreite ..... 48, 56  
Energieprofil ..... 56
- F**
- Froissart-Stora-Formel ..... 17, 69, 114
- G**
- Gleichgewichtsbahn ..... *siehe* Orbit  
Gleichgewichtspolarisation ..... 20  
gyromagnetische Anomalie ..... 5
- H**
- Harmonischenzahl ..... 12  
Hochfrequenzresonator ..... 11, 51, 54
- I**
- Imperfektionsresonanz ..... 15  
intrinsische Resonanz ..... 15  
invariante Spinachse ..... 8, 12, 16, 104  
invariantes Spinfeld ..... 12, 19
- K**
- Kantenfokussierung ..... 39  
Kantenwinkel ..... 29, 39  
Kernspinresonanz ..... 13  
Korrektormagnet ..... 25  
Kreuzungsgeschwindigkeit ..... 17  
kritische Energie ..... 53
- L**
- Larmorpräzession ..... 5  
Lattice ..... 26
- M**
- magnetische Steifigkeit ..... 24  
magnetisches Moment ..... 5  
Momentum-Compaction-Faktor ..... 11, 55, 63
- N**
- Nachbeschleunigungsmodus ..... 81
- O**
- optische Resonanzen ..... 10  
Orbit ..... 9, 90  
Orbit-Response-Matrix ..... 98, 121  
Orbitkorrektur ..... 25, 90, 93

**P**  
 parametrische Resonanz ..... 15  
 Phasenraum ..... 9, 12, 50, 56  
 Polarisation ..... 4  
 Polarisationsgrad ..... 4

**Q**  
 Quadrupolmagnet ..... 8, 10, 25

**R**  
 Resonanzextraktion ..... 80  
 Resonanzstärke ..... 16, 42

**S**  
 Selbstpolarisation ..... 20  
 Selbstpolarisationszeit ..... 20  
 Sextupolmagnet ..... 26, 66  
 Sokolov-Ternov-Effekt *.siehe* Selbstpolarisation  
 Sollbahn ..... 7, 9, 13  
 Sollphase ..... 11, 51, 56  
 Speicherring ..... 19  
 Spin-Erwartungswert ..... 3  
 Spinarbeitspunkt ..... 7, 13, 15  
 Spinkohärenzzeit ..... *siehe* Dekohärenzzeit  
 Spintracking ..... 23, 31, 36  
 Strahlablage ..... *siehe* Ablage

Strahlungsdämpfung ..... 19, 47, 112  
 Synchrotron ..... 21  
 Synchrotronfrequenz ..... 12, 51  
 SynchrotronSchwingung ..... 12, 19, 47  
 Synchrotronseitenband ..... 68  
 Synchrotronstrahlung ..... 18, 47

**T**  
 Thomas-BMT-Gleichung ..... 6, 31  
 Thomaspräzession ..... 6  
 Trajektorie ..... 9  
 tune jump ..... *siehe* Arbeitspunktsprung

**U**  
 Überspannungsfaktor ..... 11, 51, 54, 66  
 Umlauffrequenz ..... 7, 13  
 Umlaufwinkel ..... 14, 25, 42

**V**  
 Verdrehung ..... *siehe* Aufstellungsfehler

**W**  
 Wechselfeld ..... 28, 110

**Z**  
 Zyklotronfrequenz ..... *siehe* Umlauffrequenz

# Danksagung

---

Diese Arbeit konnte ich nur schreiben, weil mir viele wunderbare Menschen geholfen und mich unterstützt haben. Einen großen Anteil daran hatte die gesamte ELSA-Mannschaft. Es war mir eine Freude in diesem einzigartigen Umfeld an der Bonner Beschleunigeranlage arbeiten und lernen zu dürfen und Teil dieser bemerkenswert hilfsbereiten Arbeitsgruppe zu sein. Ein großes Dankeschön an die ELSA-Crew! Stellvertretend möchte ich einige persönlich erwähnen.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Herrn Prof. Dr. Wolfgang Hillert, der mir die Möglichkeit zur Promotion gegeben hat. Ich danke ihm für sein Vertrauen, das essentiell für die selbstständige wissenschaftliche Arbeit der Doktoranden bei ELSA ist, sowie für seine begeisternden Vorlesungen, die mich in die Beschleunigerphysik geführt haben.

Herrn Prof. Dr. Klaus Desch danke ich sehr für die Übernahme des Koreferates. Vielen Dank auch an Herrn Prof. Dr. Bastian Kubis und Herrn Prof. Dr. Gerd Bendas dafür, dass sie sich als Mitglieder der Promotionskommission zur Verfügung gestellt haben.

Seit Beginn meiner Masterarbeit durfte ich mit Dennis Proft, Jens-Peter Thiry und Dennis Sauerland ein Büro teilen. Ihnen sowie Nikolas Heurich und Michael Switka danke ich ganz herzlich – stellvertretend für all die großartigen Kollegen. Wir haben so vieles voneinander gelernt, miteinander erreicht und erlebt und gemeinsam so viel Spaß gehabt. Ich wünsche mir, dass wir uns auch in Zukunft nicht aus den Augen verlieren.

Sehr dankbar bin ich auch meinem Vorgänger Oliver Boldt, der mir die Spindynamik näher gebracht hat. Viele Ergebnisse dieser Arbeit sind Früchte der von ihm angestoßenen Projekte.

Für die Unterstützung bei den Polarisationsstrahlzeiten danke ich Frank Frommberger und Dominik Heiliger, sowie insbesondere Manuel Schedler und Jens-Peter Thiry, die zahlreiche Nachtschichten durchgestanden und dabei auch noch hilfreiche Software entwickelt haben.

Bei Philipp Hänisch bedanke ich mich für die hervorragende Zusammenarbeit bei der Realisierung des Laborbeschleunigers LAB. Nur durch seine Begeisterung und seinen Einsatz konnte dieser einmalige Praktikumsversuch entstehen, bei dessen Entwicklung und Aufbau ich viel gelernt habe.

Frank Frommberger, Dennis Proft, Dennis Sauerland, Manuel Schedler, Michael Switka und Jens-Peter Thiry danke ich für das Korrekturlesen meiner Arbeit und die hilfreichen Anregungen.

Außerdem danke ich allen Entwicklern und Unterstützern freier Software. Programme wie  $\LaTeX$ , *pgfplots*, *GCC*, *git*, *Emacs* und viele weitere haben diese Arbeit erst möglich gemacht.

Schließlich danke ich ganz herzlich meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, Christiane und Jochen, und meiner Schwester Marie, für all ihre Unterstützung, Fürsorge und Verlässlichkeit. Meiner Frau Cordula bin ich unendlich dankbar, dass sie immer für mich da ist, für ihre klugen Ratschläge, ihr Verständnis und ganz viel Fröhlichkeit und Liebe. Ich freue mich so sehr auf den gemeinsamen Weg, der vor uns liegt.