

# Messung von Polarisationsobservablen in der $2\pi^0$ -Photoproduktion mit dem Crystal-Barrel/TAPS-Experiment

Dissertation  
zur  
Erlangung des Doktorgrades (Dr. rer. nat.)  
der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der  
Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität  
Bonn

vorgelegt von  
Tobias Seifen  
aus  
Neuwied

Bonn, 2020



Dieser Forschungsbericht wurde als Dissertation von der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Bonn angenommen und ist auf dem Hochschulschriftenserver der ULB Bonn <https://bonndoc.ulb.uni-bonn.de/> elektronisch publiziert.

1. Gutachterin: Prof. Dr. Ulrike Thoma  
2. Gutachter: Prof. Dr. Volker Credé

Tag der Promotion: 16.02.21  
Erscheinungsjahr: 2021





# Zusammenfassung

Die Theorie der starken Wechselwirkung ist im Energiebereich ihrer Bindungszustände, der Mesonen und Baryonen, nicht störungstheoretisch behandelbar. Durch die Untersuchung des Anregungsspektrums der Baryonen kann ein besseres Verständnis der inneren Struktur der Baryonen, sowie der wirkenden Kräfte, gewonnen werden. Hierbei ist die Messung unpolarisierter Wirkungsquerschnitte nicht ausreichend um die beitragenden Resonanzen aus den Messdaten zu extrahieren und die Spinfreiheitsgrade der beteiligten Teilchen müssen berücksichtigt werden, was die Messung von Polarisationsobservablen erfordert. Wurden hinreichend viele dieser Polarisationsobservablen vermessen (sogenanntes *vollständiges Experiment*), so können mit Hilfe einer Partialwellenanalyse die Resonanzbeiträge eindeutig bestimmt werden.

In dieser Arbeit wurden Daten des CBELSA/TAPS-Experiments, welche mit linear polarisiertem Photonenstrahl und transversal polarisiertem Butanol-Target aufgenommen wurden, analysiert. Es wurden Targetasymmetrien im Energiebereich 650 MeV bis 2600 MeV und Doppelpolarisationsobservablen im Energiebereich bis 950 MeV in der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$  bestimmt. Die Selektion der Ereignisse lieferte etwa 268.000  $p\pi^0\pi^0$ -Ereignisse im gesamten Energiebereich mit einem mittleren Untergrundanteil von etwa 1,5 %.

Zusätzliche, unter Verwendung eines reinen Kohlenstoff-Targets aufgenommene Daten, erlaubten es, den Anteil der nicht-polarisierbaren Protonen in den Kohlenstoff- und Sauerstoffkernen im Butanol zu bestimmen (Dilutionfaktor). Zur möglichst genauen Bestimmung des Dilutionfaktors kam die Methode der nächsten Nachbarn zum Einsatz, mit der der Dilutionfaktor für jedes Ereignis individuell bestimmt werden konnte.

Zur Bestimmung der Observablen wurde ein ereignisbasierter Maximum-Likelihood-Fit verwendet, welcher insbesondere in kinematischen Bereichen geringer Statistik noch zuverlässige Ergebnisse liefert. Somit war es möglich, neben der zweidimensionalen Bestimmung der Observablen in allen Kombinationen kinematischer Variablen, auch die Korrelationen der kinematischen Variablen im fünfdimensionalen Phasenraum größtenteils zu berücksichtigen und eine vierdimensionale Bestimmung der Observablen durchzuführen. Sowohl die Targetasymmetrien,  $T$  bzw.  $P_x$  und  $P_y$ , als auch die Doppelpolarisationsobservablen,  $\hat{P}$  und  $H$  bzw.  $P_x^s, P_y^s, P_x^c$  und  $P_y^c$ , wurden in dieser Arbeit erstmalig bestimmt.

Im Rahmen der Bonn-Gatchina Partialwellenanalyse trugen diese Polarisationsobservablen dazu bei, eine Vielzahl von Verzweigungsverhältnisse mit erhöhter Genauigkeit zu bestimmen und Hinweise auf die volle Dreikörperdynamik der Baryonen zu untermauern. Die beobachteten systematischen Unterschiede in den Verzweigungsverhältnissen von  $N^*$  und  $\Delta^*$  lassen sich mit der inneren Struktur dieser Anregungszustände begründen. Resonanzen, welche einer Zwei-Oszillator-Anregung der  $SU(6) \times O(3)$ -Symmetrie zugeordnet werden, weisen ein höheres Verzweigungsverhältnis in angeregte Zwischenzustände auf, als solche Resonanzen, die einer Ein-Oszillator-Anregung zugeordnet werden.

Des Weiteren wurden Hinweise auf die mögliche Existenz einer zweiten Resonanz in der  $I(J^P) = 3/2(1/2^+)$  Partialwelle gefunden: Neben einer mit der  $\Delta(1910)1/2^+$  kompatiblen Resonanz, ist erstmals die  $\Delta(1750)1/2^+$  in der BnGa-PWA vertreten. Hierzu haben die in dieser Arbeit analysierten Daten einen wichtigen Beitrag geliefert.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Quantenchromodynamik . . . . .	1
1.1.1. Das Quarkmodell . . . . .	3
1.1.2. Konstituenten-Quarkmodelle . . . . .	6
1.1.3. Gitterrechnungen . . . . .	8
1.2. Baryonspektroskopie . . . . .	9
1.3. Photoproduktion . . . . .	12
1.3.1. Polarisationsobservablen . . . . .	13
1.3.2. Multimeson-Photoproduktion . . . . .	14
1.3.3. Partialwellenanalyse . . . . .	16
1.3.4. Bisherige Datenbasis . . . . .	18
1.4. Motivation der Arbeit . . . . .	21
<b>2. Das CBELSA/TAPS-Experiment</b>	<b>23</b>
2.1. Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA . . . . .	24
2.2. Erzeugung des Photonenstrahls . . . . .	25
2.2.1. Linear polarisierte Photonen . . . . .	26
2.2.2. Zirkular polarisierte Photonen . . . . .	28
2.3. Photonenmarkierungsanlage (Tagger) . . . . .	30
2.4. Target . . . . .	31
2.4.1. Polarisiertes Target . . . . .	31
2.4.2. Kohlenstoff-Target . . . . .	32
2.4.3. Flüssigwasserstoff-Target . . . . .	32
2.5. Innendetektor . . . . .	33
2.6. Crystal-Barrel-Kalorimeter . . . . .	34
2.7. Vorwärtskonus . . . . .	35
2.8. MiniTAPS-Kalorimeter . . . . .	36
2.9. Gas-Cherenkov-Detektor . . . . .	37
2.10. Gamma-Intensitätsmonitor und Flussmonitor . . . . .	38
2.11. Trigger . . . . .	39
<b>3. Kalibrierung und Rekonstruktion</b>	<b>41</b>
3.1. Zeitkalibrierung . . . . .	41
3.2. Energiekalibrierung . . . . .	43
3.2.1. Crystal-Barrel-Detektor . . . . .	43
3.2.2. MiniTAPS-Detektor . . . . .	45
3.3. Rekonstruktion . . . . .	46
3.3.1. Tagger . . . . .	46
3.3.2. Innendetektor . . . . .	47
3.3.3. Crystal-Barrel-Kalorimeter . . . . .	47

3.3.4.	MiniTAPS-Kalorimeter . . . . .	49
3.3.5.	Rekonstruktion von Protonen in den Kalorimetern . . . . .	50
3.3.6.	Rekonstruktion der Ladungsinformation in den Vorwärtskonus- und MiniTAPS-Szintillatoren . . . . .	51
3.3.7.	Zuordnung der Ladungsinformation zur Kalorimeterinformation . . . . .	52
<b>4.</b>	<b>Selektion der Ereignisse</b>	<b>55</b>
4.1.	Die Reaktion $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$ . . . . .	55
4.1.1.	Ladungsschnitt . . . . .	57
4.2.	Zeitschnitt und zufällige Koinzidenzen . . . . .	57
4.3.	Kinematische Schnitte . . . . .	58
4.3.1.	Winkelschnitte . . . . .	59
4.3.2.	Fehlende Masse . . . . .	60
4.3.3.	Mesonmasse . . . . .	61
4.3.4.	Abhängigkeit der Schnitte von den kinematischen Größen . . . . .	63
4.4.	Kinematischer Fit . . . . .	68
4.4.1.	Grundlagen . . . . .	68
4.4.2.	Anwendung des kinematischen Fits . . . . .	69
4.5.	Abschätzung des Untergrundanteils . . . . .	75
4.5.1.	Die $Q$ -Faktor-Methode . . . . .	76
<b>5.</b>	<b>Extraktion der Observablen</b>	<b>85</b>
5.1.	Bestimmung der Polarisationsgrade . . . . .	87
5.1.1.	Strahlpolarisation . . . . .	88
5.1.2.	Targetpolarisation . . . . .	88
5.2.	Dilution-Faktor . . . . .	90
5.2.1.	Binweise Bestimmung des Dilution-Faktors . . . . .	93
5.2.2.	Bestimmung mittels der Methode der nächsten Nachbarn . . . . .	94
5.2.3.	Vergleich der Methoden . . . . .	98
5.3.	Kinematik . . . . .	102
5.3.1.	Quasi-2-Körper Kinematik . . . . .	102
5.3.2.	Komplette 3-Körper Kinematik . . . . .	103
5.4.	Extraktion der Observablen . . . . .	105
5.4.1.	Bestimmung über Verhältnisse von Ereignisraten . . . . .	105
5.4.2.	Der ereignisbasierte Fit . . . . .	115
5.4.3.	Vergleich der Methoden . . . . .	124
5.4.4.	Multidimensionale Bestimmung der Observablen . . . . .	126
5.4.5.	Überprüfung der Symmetrieeigenschaften der Observablen . . . . .	132
5.5.	Systematik . . . . .	134
5.5.1.	Einfluss des Untergrundanteils . . . . .	134
5.5.2.	Einfluss der Größe der Observablen auf den systematischen Fehler . . . . .	135
5.5.3.	Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen . . . . .	136
5.5.4.	Systematischer Fehler . . . . .	140
<b>6.</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>143</b>
6.1.	Vergleich mit Daten anderer Experimente . . . . .	143
6.2.	Vergleich mit PWA-Vorhersagen . . . . .	144

6.3. Die neue BnGa-Lösung . . . . .	145
6.3.1. Verzweigungsverhältnisse . . . . .	146
6.3.2. Bestätigung der Existenz einer zweiten $\Delta 1/2^+$ -Resonanz . . . . .	151
<b>7. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>155</b>
<b>A. Vorzeichen der Observablen</b>	<b>157</b>
<b>B. Abhängigkeit der Grenzen der kinematischen Schnitte</b>	<b>161</b>
<b>C. Skalierung der Fehler für den kinematischen Fit</b>	<b>165</b>
<b>D. Die Doppelpolarisationsobservable <math>\hat{P}</math></b>	<b>171</b>
<b>E. Polarisationsobservablen im <math>(p\pi^0)\pi^0</math>-Fall</b>	<b>173</b>
<b>F. Maximum-Likelihood-Fit: Polarisationsobservablen im <math>p(\pi^0\pi^0)</math>-Fall</b>	<b>177</b>
<b>G. Maximum-Likelihood-Fit: Polarisationsobservablen im <math>(p\pi^0)\pi^0</math>-Fall</b>	<b>183</b>
<b>H. Multidimensionale Ergebnisse im <math>p(\pi^0\pi^0)</math>-Fall</b>	<b>195</b>
<b>I. Multidimensionale Ergebnisse im <math>(p\pi^0)\pi^0</math>-Fall</b>	<b>203</b>
<b>J. Vergleich der Observablen aus den beiden Bestimmungsmethoden</b>	<b>207</b>
<b>K. Effekt der Untergrundkorrektur</b>	<b>209</b>
<b>L. Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen</b>	<b>213</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>217</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>223</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>225</b>



# Kapitel 1.

## Einleitung

Das Standardmodell der Teilchenphysik beschreibt die grundlegenden Wechselwirkungen, denen die Elementarteilchen unterliegen. Dies sind die elektromagnetische Wechselwirkung, beschrieben durch die Quantenelektrodynamik (QED), die schwache Wechselwirkung, mit der elektromagnetischen Wechselwirkung vereinheitlicht zur elektroschwachen Wechselwirkung [Gla61, Sal68, Wei67, GIM70] und die starke Wechselwirkung, beschrieben durch die Quantenchromodynamik (QCD). Die Gravitation spielt auf der Skala der Teilchenphysik keine Rolle und ist nicht Teil des Standardmodells.

Fermionen				Bosonen	
Leptonen		Quarks		Spin 0	Spin 1
e	$\nu_e$	u	d		$\gamma$
$\mu$	$\nu_\mu$	c	s	$H^0$	g
$\tau$	$\nu_\tau$	t	b		$W^\pm, Z^0$

Tabelle 1.1.: Elementarteilchen im Standardmodell.

Tabelle 1.1 zeigt die Elementarteilchen, die vom Standardmodell beschrieben werden. Dies sind neben den Eichbosonen (mit Spin 1), welche die Wechselwirkungen vermitteln, die Fermionen, aus denen die Materie aufgebaut ist. Der Higgs-Mechanismus [EB64, Hig64, GHK64], der die Massen der Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung generiert und im Rahmen der spontanen Symmetriebrechung der elektroschwachen Wechselwirkung auftritt, fordert die Existenz eines weiteren Bosons, des Higgs-Bosons.

Der Higgs-Mechanismus ist verantwortlich für die Massen der Elementarteilchen, nicht jedoch für den Großteil der Masse der Atome. Die Protonen und Neutronen in den Atomkernen sind keine elementaren Teilchen, sondern aus Quarks und Gluonen aufgebaut und beziehen ihre Masse aus der Wechselwirkung der Quarks und Gluonen. Diese Wechselwirkung beschreibt die QCD, auf die im Folgenden eingegangen wird.

### 1.1. Quantenchromodynamik

Die der Quantenchromodynamik zugrunde liegende Ladung ist die Farbladung (engl. colour charge) [Gre64]. Somit beschreibt die QCD die Wechselwirkung von Objekten, welche eine Farbladung tragen [Wei73, FGML73]. Jedes Quark trägt eine von drei verschiedenen Farbladungen (entsprechend trägt ein Antiquark eine Antifarbe), während die Gluonen jeweils eine Farb- wie eine Antifarbladung tragen.

Die Lagrange-Dichte der QCD ist gegeben durch (vgl. [T<sup>+</sup>18]):

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_q \bar{\psi}_q (i\gamma^\mu D_\mu - m_q) \psi_q - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} \quad (1.1)$$

mit den Quarkfeldern  $\psi_q$ , den Gamma-Matrizen  $\gamma^\mu$ , den Quarkmassen  $m_q$  und

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + i\alpha_s t^a A_\mu^a && \text{kovariante Ableitung,} \\ G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - \alpha_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c && \text{Gluon-Feldstärketensor,} \\ [t_a, t_b] &= i f^{abc} t_c && \text{Kommutatorrelation.} \end{aligned}$$

Hierbei sind  $A_\mu^a$  die Gluonfelder,  $\alpha_s$  die starke Kopplungskonstante,  $t_a = \lambda_a/2$  die Generatoren der  $SU(3)_{\text{colour}}$  ( $\lambda_a$ : Gell-Mann-Matrizen) und  $f_{abc}$  die zugehörigen Strukturkonstanten. Die Indizes mit lateinischen Buchstaben bezeichnen hier die Farbindices.

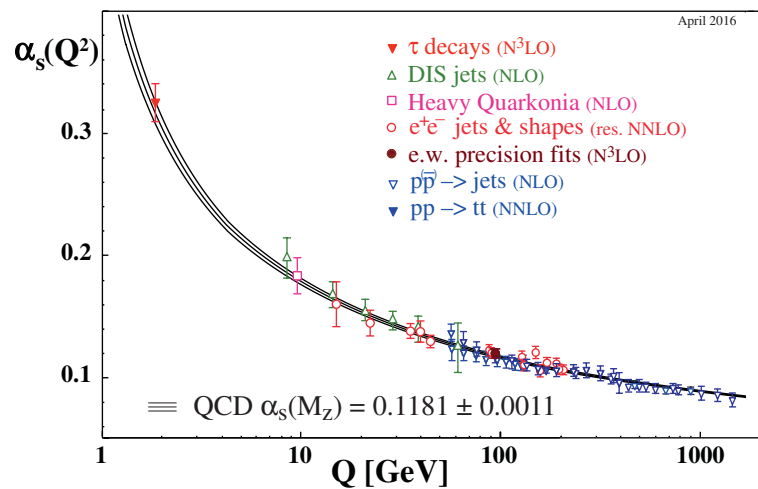


Abbildung 1.1.: Laufende Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung.<sup>1</sup> [T<sup>+</sup>18]

Die QCD ist eine nicht-abelsche Theorie: Der Feldstärketensor enthält Terme, die die Selbstwechselwirkung der Gluonen beschreibt. Die Gluonen tragen eben auch selbst eine Farbladung<sup>2</sup>. Dies führt dazu, dass die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung bei kleinen Energien groß ist und mit steigender Energie abnimmt, wie in Abbildung 1.1 gezeigt. Dies hat einige entscheidende Folgen: Bei hohen Impulsüberträgen (kleinen Abständen) verhalten sich die Quarks annähernd wie freie Teilchen (*asymptotische Freiheit*) [GW73, Pol73] und die QCD kann mit störungstheoretischen Methoden berechnet werden. Bei kleinen Impulsüberträgen (Abständen ab  $\approx 1$  fm) ist die Wechselwirkung zwischen den Quarks groß, was eine Abtrennung eines einzelnen Quarks verhindert (*Confinement*<sup>3</sup>, vgl. [Wil74]). Die Störungstheorie ist hier nicht mehr anwendbar und Ansätze, wie z.B. Quarkmodelle, effektive Feldtheorien oder Gitter-QCD, kommen zum Einsatz. Bei effektiven Theorien, wie z.B. der

<sup>1</sup>In dieser Arbeit wird das in der Teilchenphysik übliche Einheitensystem verwendet, in dem  $\hbar = c = 1$ .

<sup>2</sup>Im Unterschied dazu trägt das Austauscheteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung, das Photon, selbst keine elektrische Ladung.

<sup>3</sup>engl. to confine: einschränken, einsperren



chiralen Störungstheorie [GL84, GL85], werden hadronische Freiheitsgrade (z.B. die leichtesten pseudoskalaren Mesonen) anstelle der Quark- und Gluonfreiheitsgrade verwendet. Die chirale Störungstheorie beruht des Weiteren auf der chiralen Symmetrie der QCD (bei vernachlässigbaren Quarkmassen) und ist insbesondere für die Berechnung der niederenergetischen Eigenschaften der QCD geeignet. Auch niedrige Baryonresonanzen ( $N(1535)1/2^-$ ,  $N(1650)1/2^-$ ) konnten schon berechnet werden [BMM11]. Quarkmodelle (Kapitel 1.1.1) und Gitter-QCD (Kapitel 1.1.3) werden im weiteren Verlauf des Kapitels näher beschrieben.

Aufgrund des Confinements können experimentell nur farbneutrale Objekte und niemals freie Quarks oder Gluonen beobachtet werden. Die einfachsten farbneutralen Objekte sind Bindungszustände aus drei Quarks (qqq, Baryonen) oder einem Quark und einem Antiquark ( $q\bar{q}$ , Mesonen). Weitere Zustände mit mehr Quarks (z.B. Pentaquarks,  $qqqq\bar{q}$ ), gluonischen Freiheitsgraden (Hybride,  $q\bar{q}g$ ) oder gänzlich ohne Valenzquarks (Glueball, z.B.  $gg$ ) sind ebenfalls denkbar.

### 1.1.1. Das Quarkmodell

Das Quarkmodell [GM64, Zwe64a, Zwe64b] ordnet die Mesonen und Baryonen in Multipletts an. Dabei werden meist nur die drei leichtesten Quarksorten (u, d, s) betrachtet, da diese (nahezu) massenentartet sind. Für die u- und d-Quarks ist das hinreichend gut erfüllt (Isospinsymmetrie), das s-Quark bricht diese Flavoursymmetrie allerdings, sodass die Zustände innerhalb der sich ergebenden Flavour-Multipletts nicht mehr massenentartet sind.

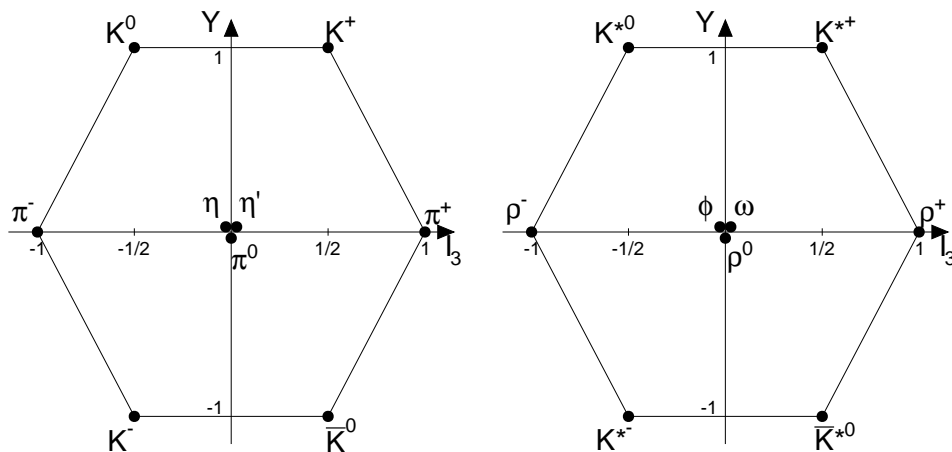


Abbildung 1.2.: Mesonmultipletts im Grundzustand. Links das Flavour-Nonett mit Spin und Parität  $J^P = 0^-$  (Pseudoskalare Mesonen), rechts das Flavour-Nonett mit  $J^P = 1^-$  (Vektormesonen). Die Multipletts werden durch die Achsen Hyperladung  $Y = B + S$  und dritte Komponente des Isospins  $I_3$  aufgespannt. Bei den Mesonen verschwindet die Baryonenzahl  $B$  und die Hyperladung ist gleich der Strangeness  $S$ .

Die Quarks bilden hier eine fundamentale Darstellung der  $SU(3)_{\text{flavour}}$  mit Dimension  $\mathbf{3}$ , die Antiquarks bilden die konjugierte Darstellung  $\bar{\mathbf{3}}$ . Für die Mesonen ( $q\bar{q}$ ) und Baryonen (qqq)

ergeben sich damit folgende Flavour-Multipletts:

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1}$$

$$\mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_{M_S} \oplus \mathbf{8}_{M_A} \oplus \mathbf{1}_A.$$

Die Indizes bezeichnen hierbei die Symmetrieeigenschaften der Multipletts bezüglich Vertauschung der Quarks. S steht für komplett symmetrisch, A für komplett antisymmetrisch und  $M_S$  ( $M_A$ ) für gemischt (anti)symmetrisch, d.h. (anti)symmetrisch unter Vertauschung der ersten beiden Quarks.

Der Spin der Teilchen wird durch die  $SU(2)_{\text{spin}}$  beschrieben. Analog zum Flavour gilt für Mesonen- und Baryonen-Spins:

$$\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{3}_S \oplus \mathbf{1}_A$$

$$\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{4}_S \oplus \mathbf{2}_{M_S} \oplus \mathbf{2}_{M_A}.$$

In Kombination von Spin und Flavour wird deutlich, dass es bei den Mesonen (im Grundzustand, verschwindender Bahndrehimpuls zwischen den Quarks) sowohl ein Flavour-Oktett und ein Flavour-Singulett im Spin-Singulett (Spin 0) als auch im Spin-Triplett (Spin 1) gibt. Da das Flavour-Singulett die gleichen Quantenzahlen hat wie der entsprechende (Isospin = 0) Zustand im Oktett, sind die physikalisch realisierten Zustände Mischungen des Singulett- und Oktettzustandes. Oktett und Singulett werden deshalb zu einem Nonett zusammengefasst. Abbildung 1.2 zeigt die beiden Nonetts der Grundzustandsmesonen.

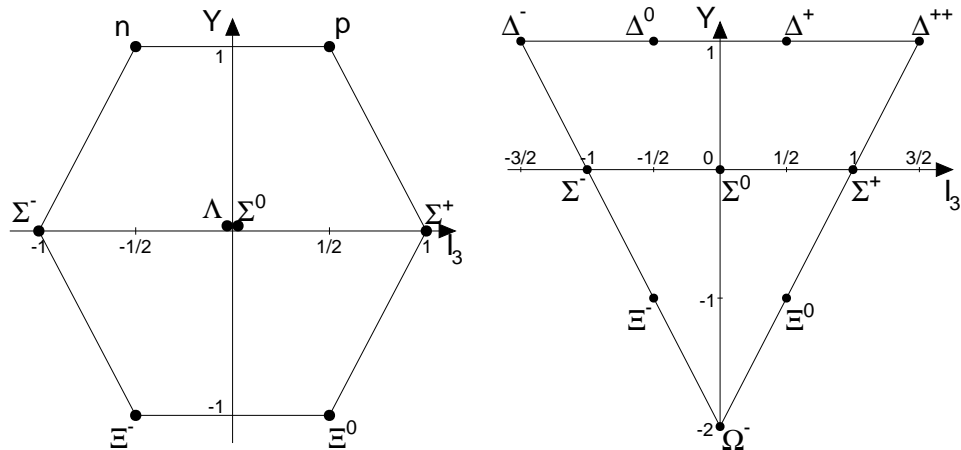


Abbildung 1.3.: Baryonmultipletts im Grundzustand. Links das Flavour-Oktett mit Spin und Parität  $J^P = \frac{1}{2}^+$ , rechts das Flavour-Dekuplett mit  $J^P = \frac{3}{2}^+$ . Die Multipletts werden durch die Achsen Hyperladung  $Y = B + S$  und dritte Komponente des Isospins  $I_3$  aufgespannt. Bei den Baryonen ist  $B = 1$ .

Bei den Baryonen ergeben sich in  $SU(6)_{\text{spin-flavour}} = SU(2)_{\text{spin}} \otimes SU(3)_{\text{flavour}}$  andere Multipletts:

$$\mathbf{6} \otimes \mathbf{6} \otimes \mathbf{6} = \mathbf{56}_S \oplus \mathbf{70}_{M_S} \oplus \mathbf{70}_{M_A} \oplus \mathbf{20}_A$$

Wobei  $\mathbf{56}_S = \mathbf{10}^4 \oplus \mathbf{8}^2$

$$\mathbf{70}_M = \mathbf{10}^2 \oplus \mathbf{8}^4 \oplus \mathbf{8}^2 \oplus \mathbf{1}^2$$

$$\mathbf{20}_A = \mathbf{8}^2 \oplus \mathbf{1}^4.$$

Hier sind (Flavour-Multiplett)<sup>(Spin-Multiplett)</sup> die Zerlegungen in Spin- und Flavour-Anteile. Da die Baryonen halbzahligen Spin haben, also Fermionen sind und aus drei Fermionen (Quarks) aufgebaut sind, muss die Gesamtwellenfunktion antisymmetrisch sein (Pauli-Prinzip). Da Baryonen nur als Colour-Singulets vorkommen und somit die Colorwellenfunktion antisymmetrisch ist<sup>4</sup>, muss die restliche Wellenfunktion, bestehend aus Orts-, Spin- und Flavouranteil, symmetrisch sein. Im Grundzustand (symmetrische Ortswellenfunktion) ist damit nur das Spin-Flavour **56**-plet mit dem Spin-1/2 Oktett<sup>5</sup> und dem Spin-3/2 Dekuplett, dargestellt in Abbildung 1.3, realisiert.

$N$	$L$	Symmetrie (Raum-Spin-Flavour)	$SU(6) \otimes O(3)$	Nonstrange Baryonen
0	0	SSS	<b>(56, 0<sup>+</sup>)</b>	$\Delta$ 3/2 <sup>+</sup>
0	0	$S(M_S M_S + M_A M_A)$		N 1/2 <sup>+</sup>
1	1	$(M_S M_S + M_A M_A)S$	<b>(70, 1<sup>-</sup>)</b>	$\Delta$ 1/2 <sup>-</sup> , 3/2 <sup>-</sup>
1	1	$(M_A M_A - M_S M_S)M_S + (M_S M_A + M_A M_S)M_A$		N 1/2 <sup>-</sup> , 3/2 <sup>-</sup>
1	1	$M_S S M_S + M_A S M_A$		N 1/2 <sup>-</sup> , 3/2 <sup>-</sup> , 5/2 <sup>-</sup>
2	0	SSS	<b>(56, 0<sup>+</sup>)</b>	$\Delta$ 3/2 <sup>+</sup>
2	0	$S(M_S M_S + M_A M_A)$		N 1/2 <sup>+</sup>
2	0	$(M_S M_S + M_A M_A)S$	<b>(70, 0<sup>+</sup>)</b>	$\Delta$ 1/2 <sup>+</sup>
2	0	$(M_A M_A - M_S M_S)M_S + (M_S M_A + M_A M_S)M_A$		N 1/2 <sup>+</sup>
2	0	$M_S S M_S + M_A S M_A$		N 3/2 <sup>+</sup>
2	1	$A(M_A M_S - M_S M_A)$	<b>(20, 1<sup>+</sup>)</b>	N 1/2 <sup>+</sup> , 3/2 <sup>+</sup>
2	2	SSS	<b>(56, 2<sup>+</sup>)</b>	$\Delta$ 1/2 <sup>+</sup> , 3/2 <sup>+</sup> , 5/2 <sup>+</sup> , 7/2 <sup>+</sup>
2	2	$S(M_S M_S + M_A M_A)$		N 3/2 <sup>+</sup> , 5/2 <sup>+</sup>
2	2	$(M_S M_S + M_A M_A)S$	<b>(70, 2<sup>+</sup>)</b>	$\Delta$ 3/2 <sup>+</sup> , 5/2 <sup>+</sup>
2	2	$(M_A M_A - M_S M_S)M_S + (M_S M_A + M_A M_S)M_A$		N 3/2 <sup>+</sup> , 5/2 <sup>+</sup>
2	2	$M_S S M_S + M_A S M_A$		N 1/2 <sup>+</sup> , 3/2 <sup>+</sup> , 5/2 <sup>+</sup> , 7/2 <sup>+</sup>

Tabelle 1.2.: Symmetrie der Grundzustände ( $N = 0$ ) und ersten angeregten Zustände von Nukleon- und Deltaresonanzen (nach [KM12]). Neben der Hauptquantenzahl  $N = 2n_\rho + 2n_\lambda + l_\rho + l_\lambda$  und dem Bahndrehimpuls  $L = l_\rho \oplus l_\lambda$ , ist die Symmetrie der Anteile der Wellenfunktion und das  $SU(6) \otimes O(3)$ -Supermultiplett angegeben. Die letzte Spalte listet Spin und Parität der resultierenden Zustände auf.

Für angeregte Zustände wird die  $SU(6) \otimes O(3)$ -Symmetrie mit einem harmonischen-Oszillator-Potential betrachtet (siehe z.B. [FH68]). Dazu werden zwei Oszillatoren ( $\rho$  und  $\lambda$ ), einer zwischen  $q_1$  und  $q_2$ , der andere dazwischen und  $q_3$ , betrachtet, die radial oder orbital angeregt werden können (vgl. Insert in Abbildung 1.4). Für den Grundzustand ( $L = 0$ ) ergibt sich wie oben beschrieben ein **(56, 0<sup>+</sup>)**-plet. Die erste Anregung (mit Hauptquantenzahl  $N = 2n_\rho + 2n_\lambda + l_\rho + l_\lambda = 1$  und  $L = l_\rho \oplus l_\lambda = 1$ ) hat gemischte (Raum-)Symmetrie, sodass auch ein gemischt-symmetrischer Spin-Flavour-Teil benötigt wird und ein **(70, 1<sup>-</sup>)**-plet entsteht. Für  $N = 2$  sind neben  $L = 2$  auch Zustände mit radialer Anregung ( $n_\rho = 1$  oder  $n_\lambda = 1$ ) möglich. Eine weitere Möglichkeit bei  $N = 2$   $L = 1$  zu erreichen geht mit einer antisymmetrischen

<sup>4</sup>Analog zur  $SU(3)_{\text{flavour}}$  entstehen  $\mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_{M_S} \oplus \mathbf{8}_{M_A} \oplus \mathbf{1}_A$ , wobei nur das Singulett komplett farbneutral ist.

<sup>5</sup>Dieses Oktett entsteht aus der Linearkombination der beiden gemischt-(anti)symmetrischen Flavour-Oktetts:  $\frac{1}{\sqrt{2}}[(\mathbf{8}_{M_S}, \mathbf{2}_{M_S}) + (\mathbf{8}_{M_A}, \mathbf{2}_{M_A})]$ .

Ortswellenfunktion einher<sup>6</sup>, womit ein  $(\mathbf{20}, 1^+)$ -plet zustande kommt. Tabelle 1.2 gibt eine Übersicht aller Kombinationsmöglichkeiten von Orts-, Spin- und Flavourwellenfunktionen bis  $N = 2$ , die insgesamt symmetrisch ist. Außerdem sind Spin und Parität der resultierenden Nukleon- und Delta-Zustände angegeben.

In Abbildung 1.4 sind die möglichen Multipletts nach Orbitalanregung der drei Quarks  $L_{3q}$  und Hauptquantenzahl  $N$  angeordnet.

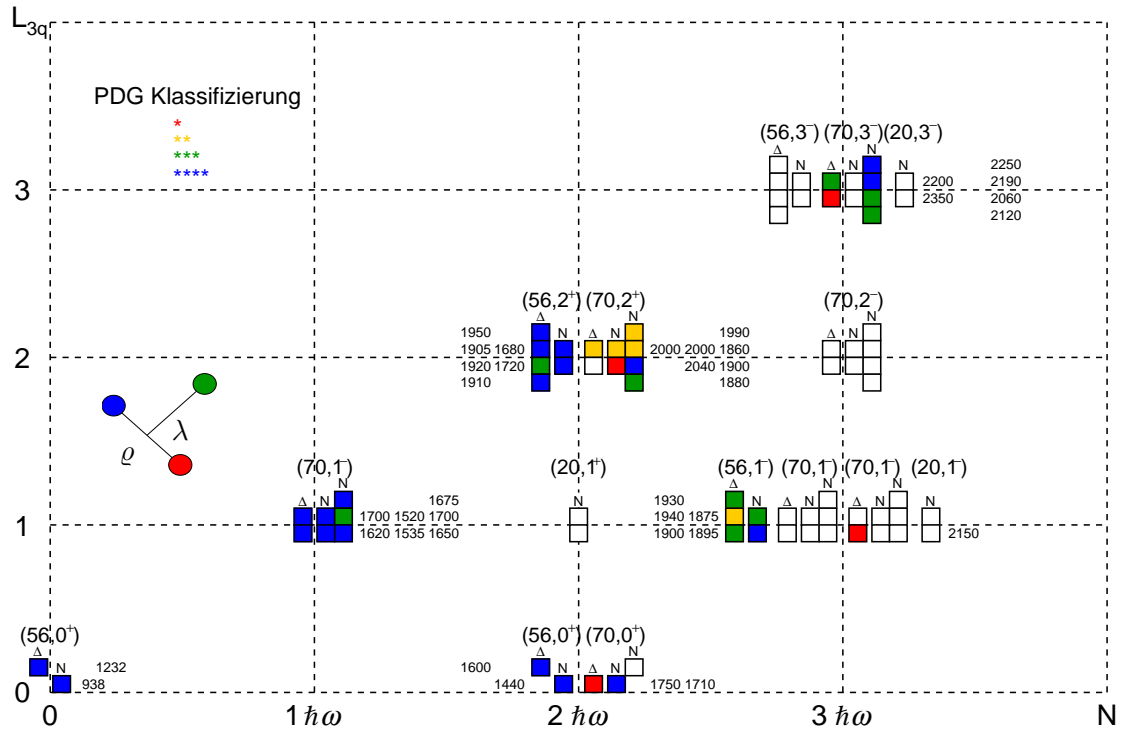


Abbildung 1.4.: Supermultipletts der  $SU(6) \otimes O(3)$ -Symmetrie aufgetragen in Orbitalanregung  $L_{3q}$  gegen Hauptquantenzahl  $N$  des  $3q$ -Systems. Betrachtet werden hier nur die  $N$ - und  $\Delta$ -Zustände. Nominelle Massen der experimentell gefundenen Resonanzen [T<sup>+</sup>18] sind nebenstehend in MeV angegeben, die PDG-Klassifizierung (Sterne)<sup>7</sup> ist farblich gekennzeichnet. Die Zuordnung der Resonanzen zu den Multipletts ist nicht eindeutig.

### 1.1.2. Konstituenten-Quarkmodelle

Die Bindungszustände der starken Wechselwirkung wie z.B. Proton und Neutron, befinden sich im nicht-störungstheoretisch zugänglichen Bereich der QCD. Ein Ansatz um das Anregungsspektrum der Nukleonen zu berechnen, beruht auf der Verwendung von Konstituentenquarkmodellen. Dabei wird angenommen, dass die Nukleonen aus drei Konstituentenquarks,

<sup>6</sup>Hier sind beide Oszillatoren einfach angeregt und  $L = (l_\rho = 1) \oplus (l_\lambda = 1) = 1$ .

<sup>7</sup>Eine größere Anzahl Sterne bedeutet eine größere Existenzwahrscheinlichkeit. Für eine detaillierte Erklärung der Klassifizierung siehe [T<sup>+</sup>18]

welche je etwa ein Drittel der Nukleonmasse besitzen, aufgebaut sind<sup>8</sup>. Die Quarks bewegen sich in einem Confinement-Potential, wobei eine Restwechselwirkung weitere Interaktionen beschreibt. Für diese zusätzliche Wechselwirkung gibt es verschiedene Ansätze: z.B. auf Ein-Gluon-Austausch basierend (nicht-relativistisch [IK77, IK78], relativistische Effekte berücksichtigend [CI86, CR93]), Goldstone-Boson-Austausch (z.B. [GR96] für die niedrigen Massen) oder Instanton-induzierte Wechselwirkung in einem relativistischen Ansatz [LKMP01].

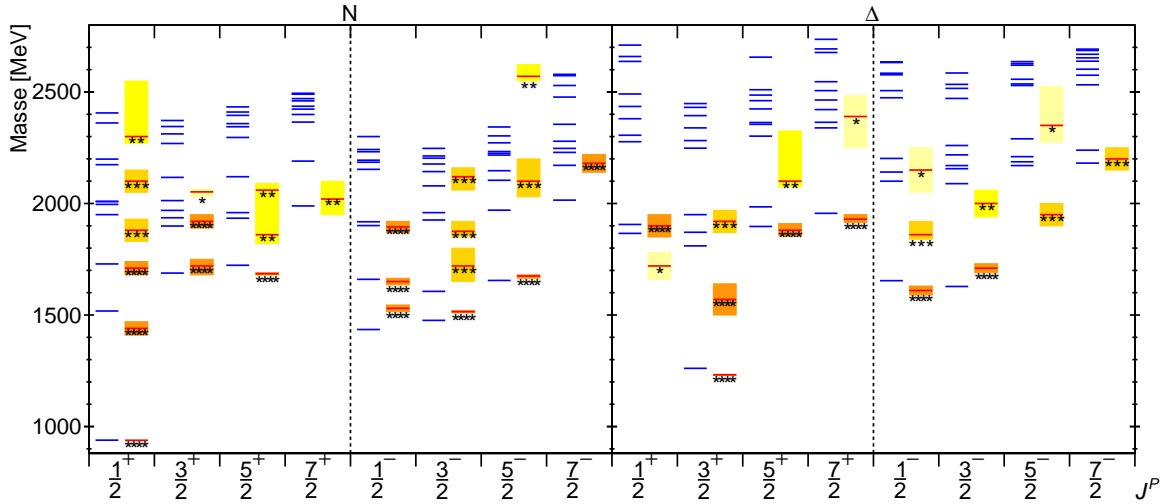


Abbildung 1.5.: Vergleich des vorhergesagten N- und  $\Delta$ -Spektrums aus dem Bonn-Modell (blaue Linien, aus [LMP01]) mit den experimentell beobachteten Resonanzen (rote Linien, aus [T<sup>+</sup>18]). Die farbigen Balken geben die Unsicherheit der Masse der Resonanzen an.

Die Vorhersage des Anregungsspektrums der Nukleonen im Bonn-Modell [LKMP01] ist in Abbildung 1.5 gezeigt. Hier sind die vorhergesagten Anregungszustände als blaue Linien nach Gesamtdrehimpuls und Parität ( $J^P$ ) aufgetragen und mit experimentell gefundenen Zuständen (rote Linien), welche nach ihrer Signifikanz klassifiziert sind (Sterne), verglichen. Die Unsicherheit auf die Masse der experimentellen Zustände sind als farbige Balken dargestellt. Für Massen bis etwa 1800 MeV stimmen die vorhergesagten Zustände in Zahl und Position mehr oder weniger gut mit den experimentell beobachteten überein. Eine nennenswerte Abweichung stellen die ersten beiden Anregungen mit  $J^P = 1/2^\pm$  dar: In der Vorhersage liegt die erste  $1/2^-$ -niedriger als die erste  $1/2^+$ -Anregung, genau umgekehrt zur experimentellen Beobachtung.

Für höhere Massen treten deutlichere Diskrepanzen auf. So gibt es eine Vielzahl von vorhergesagten Zuständen, jedoch wurden bislang nur wenige Zustände beobachtet. Dieses als *fehlende Resonanzen* bekannte Problem tritt allgemein in Quarkmodellen auf.

Des Weiteren treten die vorhergesagten Zustände mit steigender Masse abwechselnd in positiver wie negativer Parität auf<sup>9</sup>. Die experimentell beobachteten Zustände sind jedoch oftmals

<sup>8</sup>Hier werden nur aus u- und d-Quarks aufgebaute Baryonen betrachtet. Werden zusätzlich Baryonen mit s-Quarks berücksichtigt, so wird ein weiteres Konstituentenquark mit etwa 150 MeV höherer Masse benötigt.

<sup>9</sup>Der Nukleonsektor des Bonn-Modells stellt eine Ausnahme dar, bei dem die alternierenden Abfolge nicht zu erkennen ist. Dies liegt an der Instanton-Wechselwirkung. Da diese nur auf Anteile der Wellenfunktion

nahezu entartet in der Masse: z.B. die Nukleonen um 1700 MeV mit  $1/2^\pm$  bis  $5/2^\pm$  oder die  $\Delta$ -Resonanzen bei 1900 MeV mit  $1/2^\pm$  bis  $5/2^\pm$ , vgl. Abbildung 1.5.

Eine Erweiterung des Bonn-Modells [RM11] sagt zwar unter anderem die Reihenfolge der ersten  $J^P = 1/2^\pm$ -Anregung korrekt vorher, ändert aber an der Zahl der vorhergesagten Resonanzen (insbesondere bei den hohen Massen) nichts.

Insbesondere in der Vergangenheit war ein Erklärungsversuch für das Fehlen der vorhergesagten Resonanzen, dass die experimentelle Datenbasis durch die Pion-Nukleon-Streudaten dominiert waren und die Kopplung der fehlenden Resonanzen an  $\pi N$  möglicherweise klein ist oder sogar verschwindet. Deshalb ist es wichtig auch andere Kanäle, wie z.B. photo-induzierte Reaktionen, zu untersuchen. In der Tat wurden mit Hilfe von Photoproduktionsdaten weitere Resonanzen vor allem in den  $(\mathbf{70}, 2^+)$ - und  $(\mathbf{56}, 1^-)$ -Multipletts (vgl. Abbildung 1.4) gefunden [ABK<sup>+</sup>12]. Des Weiteren wurde die Klassifizierung einiger Resonanzen hochgestuft. Somit sind mit Ausnahme des  $(\mathbf{20}, 1^+)$ -Multipletts alle  $SU(6) \otimes O(3)$ -Multipletts bis  $N = 2$  vollständig oder vollständig bis auf einen Zustand. Dennoch bleibt ein Großteil der Resonanzen bei hohen Massen unentdeckt.

Andererseits könnten die Quarkmodelle nicht die Freiheitsgrade benutzen, welche in der Natur realisiert sind. So wäre es möglich, dass nicht drei freie Quarks die zugrunde liegenden Freiheitsgrade sind, sondern z.B. sich ein Quarkpaar in einem eng gebundenen relativen  $S$ -Wellen-Zustand befindet (sog. *Diquark*, für eine Übersicht solcher Modelle siehe z.B. [APE<sup>+</sup>93]). Dies würde die Anzahl der möglichen Zustände reduzieren: So würde es unter anderem das  $(\mathbf{20}, 1^+)$ -Multiplett (vgl. Tabelle 1.2) nicht mehr geben. Zustände dieses Multipletts konnten in der Tat experimentell bislang noch nicht sicher nachgewiesen werden. Andererseits gibt es Zustände bei denen beide Oszillatoren angeregt sind [S<sup>+</sup>15]. Entsprechende Zustände finden sich beispielsweise im  $(\mathbf{70}, 2^+)$ -Multiplett (vgl. Abbildung 1.4) mit den Nukleonresonanzen positiver Parität bei etwa 1900 MeV. Somit sind Modelle mit nicht-anregbaren Diquarks ausgeschlossen.

### 1.1.3. Gitterrechnungen

In Quarkmodellen werden einige Annahmen gemacht, um das Anregungsspektrum der Nukleonen zu berechnen. Ein komplementärer Ansatz ist die Gittertheorie. Hier wird das Anregungsspektrum ohne Modellannahmen ausgehend von den fundamentalen Gleichungen der QCD auf einem (endlichen) Gitter der diskretisierten euklidischen Raum-Zeit gelöst [Wil74]. Da die Rechnungen sehr rechenintensiv sind, wird meist die Masse des Pions (als leichtestes Hadron) deutlich größer als die physikalische Masse gewählt, was zu einer Verringerung des Rechenaufwandes führt. So kann mit höherer Pionmasse bei gleichem Rechenaufwand z.B. ein kleineres Gitter und damit ein kleinerer Gitterabstand verwendet werden, ohne die *finite Volume*-Effekte, welche proportional zu  $\exp(-m_\pi L)$  sind [Lüs86], zu vergrößern. Die Ergebnisse der Gitterrechnung müssen schließlich zur kontinuierlichen Raum-Zeit (Gitterabstand  $a \rightarrow 0$ , Größe des Gitters  $L \rightarrow \infty$ ) und physikalischer Pionmasse hin extrapoliert werden.

Das Ergebnis einer Gitterrechnung für das Anregungsspektrum der Nukleon- und Deltaresonanzen mit (räumlichem) Gitterabstand  $a = 0,123$  fm, Gittergröße  $L \approx 2$  fm und Pionmasse  $m_\pi = 396$  MeV [EDRW11] ist in Abbildung 1.6 gezeigt. Genau wie bei den Konstituentenquarkmodellen stimmt die Anzahl der ersten angeregten Zustände mit den

---

wirkt, welche Flavour-antisymmetrisch oder Spin-antisymmetrisch sind, ist im Deltasektor die in der Parität alternierende Abfolge der Zustände klar zu erkennen.

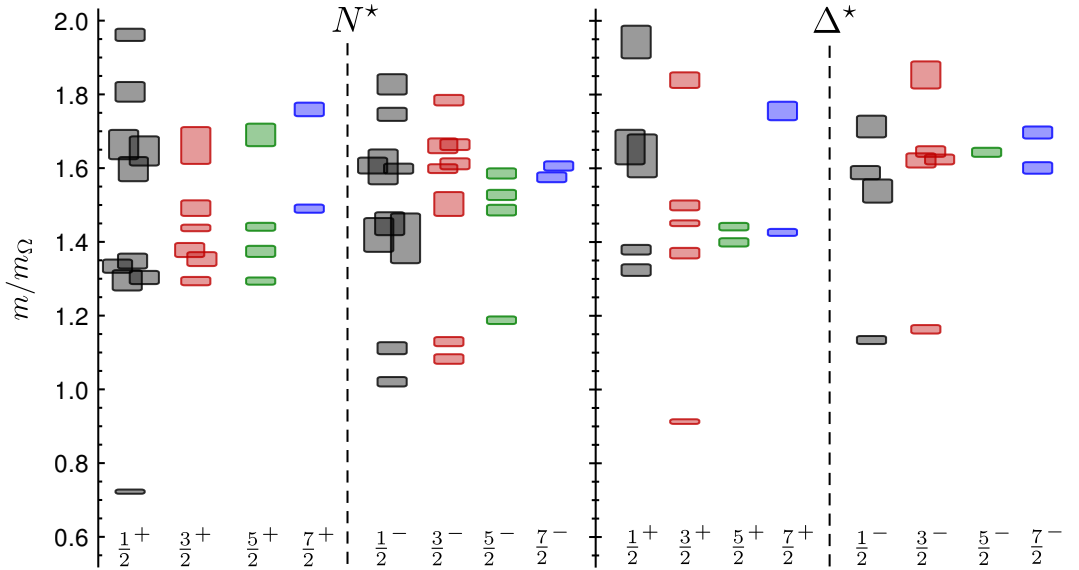


Abbildung 1.6.: N- und  $\Delta$ -Spektrum aufgetragen gegen die Quantenzahlen  $J^P$  aus der Gitterbereichsrechnung bei einer Pionmasse von  $m_\pi = 396$  MeV. Die Masse der Zustände ist in Einheiten der berechneten  $\Omega$ -Masse angegeben. [EDRW11]

Erwartungen des (nicht-relativistischen) Quarkmodells überein: vier, fünf, drei und ein Zustand mit  $J^P = 1/2^+, 3/2^+, 5/2^+$  und  $7/2^+$  und zwei, zwei, ein und kein Zustand mit  $J^P = 1/2^-, 3/2^-, 5/2^-$  und  $7/2^-$  (vgl. Tabelle 1.2). Es wechseln sich mit steigender Masse Gruppen von Resonanzen mit alternierenden Parität ab, analog zum nicht-relativistischen Quarkmodell. Die Anzahl der Resonanzen bei hohen Massen übersteigt hier ebenfalls die Zahl der experimentell beobachteten Zustände.

Es ist allerdings zu beachten, dass die Zustände in dieser Gitterbereichsrechnung nicht zerfallen können, was dort auch Einfluss auf die Anzahl der Zustände haben kann.

## 1.2. Baryonspektroskopie

Ziel der Baryonspektroskopie ist es, das Anregungsspektrum und Eigenschaften der Baryonen zu vermessen und daraus Rückschlüsse die innere Struktur der Baryonen und die zugrunde liegenden Freiheitsgrade zu ziehen. Dazu werden typischerweise Protonen oder Neutronen mittels beschleunigter hadronischer ( $\pi^\pm$ ) oder elektromagnetischer Sonden ( $e^-, \gamma$ ) angeregt. Die angeregten Zustände gehen über Aussendung ein oder mehrerer Mesonen wieder in den Grundzustand über. Eine mögliche Reaktion könnte also wie folgt aussehen:

$$\gamma B \rightarrow B (n \cdot M),$$

wobei  $B$  für ein Baryon und  $n \cdot M$  für eine Anzahl  $n$  (verschiedener) Mesonen  $M$  steht. Erfolgt die Reaktion über einen resonanten Zwischenzustand, so wäre zunächst, analog zum Emissionsspektrum in der Atomphysik, ein Peak im Wirkungsquerschnitt zu erwarten. Da allerdings die resonanten Zustände über die starke Wechselwirkung zerfallen, ist eine Breite in der Größenordnung von  $\mathcal{O}(100 \text{ MeV})$  zu erwarten, was in etwa dem Abstand zwischen den

Resonanzen entspricht. Folglich ist damit zu rechnen, dass die Resonanzen nicht mehr klar getrennt sind und interferieren können. Zusätzlich erschweren nicht-resonante Beiträge die Identifikation der Resonanzen.

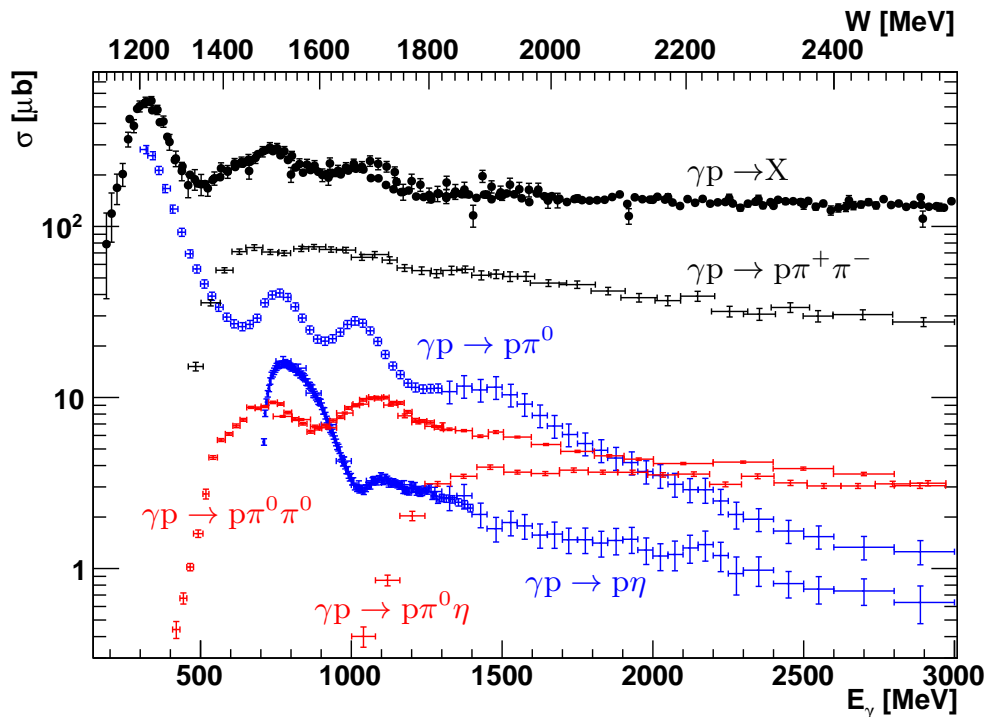


Abbildung 1.7.: Totaler Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion am Proton [T<sup>+</sup>18] in Abhängigkeit der Photonenstrahlenergie  $E_\gamma$  und der Schwerpunktsenergie  $W$ . Außerdem sind Photoproduktionswirkungsquerschnitte ausgewählter Endzustände ( $p\pi^+\pi^-$  [ABB68],  $p\pi^0$  [B<sup>+</sup>05],  $p\eta$  [C<sup>+</sup>05, M<sup>+</sup>10],  $p\pi^0\pi^0$  [S<sup>+</sup>15],  $p\pi^0\eta$  [H<sup>+</sup>08]) gezeigt.

In Abbildung 1.7 ist der totale Photoproduktionswirkungsquerschnitt am Proton sowie die Photoproduktion verschiedener Endzustände gezeigt. Deutlich zu erkennen ist ein Peak bei  $W = 1232$  MeV, welcher der Delta-Resonanz entspricht. Im Bereich zwischen  $W = 1400$  MeV und  $1800$  MeV sind noch peak-artige Strukturen zu erkennen, darüber zeigt der Wirkungsquerschnitt keine klaren Strukturen mehr. Beim Vergleich verschiedener Endzustände wird deutlich, dass in den unterschiedlichen Endzuständen unterschiedliche Strukturen an unterschiedlichen Positionen auftreten. Dies lässt sich damit erklären, dass die verschiedenen Endzustände an unterschiedliche Resonanzen koppeln, bzw. die Kopplungen unterschiedlich stark sind. Somit kann die Untersuchung verschiedener Endzustände die Identifikation der Resonanzen unterstützen.

Um die verschiedenen Resonanzbeiträge zu ermitteln, ist es offensichtlich nicht ausreichend nur den totalen Wirkungsquerschnitt zu messen. Zusätzliche Observablen, z.B. solche welche sich die Spinausrichtung der Teilchen zunutze machen (Polarisationsobservablen), sowie Methoden der Partialwellenanalyse (PWA) werden benötigt.

Multimeson-Endzustände wie z.B.  $p\pi^0\pi^0$  oder  $p\pi^0\eta$ , spielen besonders bei hohen Energien



eine wesentliche Rolle, wo ihr Wirkungsquerschnitt den der Einfach-Meson-Photoproduktion sogar übersteigt. Gerade dort sind viele der fehlenden Resonanzen vorhergesagt. Vielen der beobachteten Resonanzen höherer Masse haben ein signifikantes Verzweigungsverhältnis in angeregte Nukleon- bzw. Deltazustände oder angeregte Mesonen, womit sich Zerfallskaskaden bilden. Dies ließe sich z.B. damit erklären, dass die Wellenfunktion solcher Resonanzen Anteile mit Anregungen beider Oszillatoren (siehe Abschnitt 1.1.1) hat [T<sup>+</sup>15, S<sup>+</sup>15]. Somit sind Zerfallskaskaden wie sie in  $2\pi^0$ -Photoproduktion beobachtet werden, ein vielversprechender Ansatz fehlende Resonanzen zu finden.

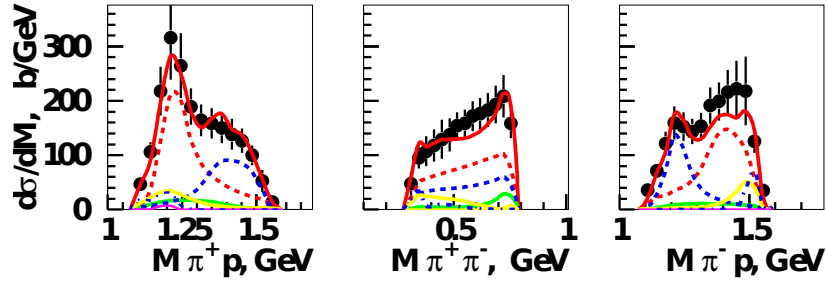


Abbildung 1.8.: Differentieller Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{dM}$  in  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  bei einer Schwerpunktsenergie von  $(1,70 - 1,73)$  GeV [G<sup>+</sup>19]. Die rote durchgezogene Kurve stellt das Ergebnis des JLab-Moskau-Modells [M<sup>+</sup>16] dar. Beiträge von  $\Delta^{++}\pi^-$ ,  $\Delta^0\pi^+$  und  $N\rho$  sind als gestrichelte rote, blaue bzw. grüne Kurve eingezeichnet. Beiträge direkter  $2\pi$ -Produktion sind in gelb,  $\pi^+N(1520)$  in magenta dargestellt.

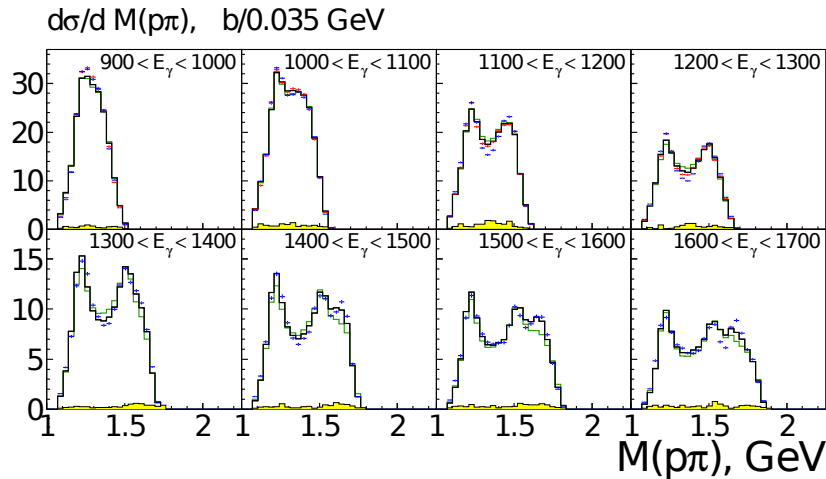


Abbildung 1.9.: Differentieller Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{dM}$  in  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$  bei einer Schwerpunktsenergie von  $(1,60 - 2,02)$  GeV [S<sup>+</sup>15]. Die Datenpunkte sind als rote und blaue Punkte eingetragen, die systematischen Unsicherheiten als gelbes Band. Die BnGa2014-Lösung [G<sup>+</sup>14b] mit (ohne)  $N(1900)3/2^+$  ist als schwarze (grüne) Kurve dargestellt.

Der in dieser Arbeit untersuchte Kanal  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$  zeichnet sich dadurch aus, dass er im Gegensatz zu  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  wenig nicht-resonante Anteile hat, die die Entdeckung neuer Resonanzen erschweren. Dies wird z.B. im totalen Wirkungsquerschnitt (Abbildung 1.7) ersichtlich, wo sich der  $p\pi^+\pi^-$ -Kanal quasi strukturlos zeigt während in  $p\pi^0\pi^0$  Resonanzbereiche sichtbar sind.  $p\pi^+\pi^-$  wird besonders bei niedrigen Energien durch den  $\Delta$ -Kroll-Ruderman-Term (Kontaktterme zwischen Pion, Photon und Delta) dominiert, welcher bei neutralen Pionen nicht auftritt. Bei höheren Energien gewinnt die diffraktive  $\rho$ -Produktion an Bedeutung, welche ebenfalls bei  $p\pi^0\pi^0$  nicht möglich ist: Das  $\rho$  kann aufgrund des Isospins nicht in zwei neutrale Pionen zerfallen. Born-Terme sowie  $t$ -Kanal sind gegenüber den geladenen Endzuständen unterdrückt, so ist z.B.  $\pi$ -Austausch im  $p\pi^0\pi^0$ -Kanal nicht möglich. [ML95, TvPS<sup>+</sup>05]

Somit ist der  $p\pi^0\pi^0$ -Kanal besonders empfindlich auf Resonanzbeiträge. Dies wird auch im differentiellen Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{dM}$  deutlich: Abbildung 1.8 zeigt diesen für Daten des geladenen Pion-Kanals, Abbildung 1.9 für den neutralen Pion-Kanal. Während in letzterem deutliche Resonanzstrukturen, hervorgerufen durch  $\Delta(1232)$ ,  $N(1520)$  und (insbesondere bei den hohen Energien)  $N(1680)$ , erkennbar sind, ist im  $p\pi^+\pi^-$ -Kanal nur die  $\Delta(1232)$ -Resonanz zu sehen. Diese wird durch den Kroll-Ruderman-Term in  $\Delta^{++}\pi^-$  (rot gestrichelte Linie in Abbildung 1.8) hervorgerufen. Das  $\rho$ -Meson spielt aufgrund der geringen Schwerpunktsenergie in Abbildung 1.8 nur eine untergeordnete Rolle.

### 1.3. Photoproduktion

Allgemein kann der differentielle Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion pseudoskalarer Mesonen in Streumatrixelementen in der Basis der Pauli-Spinoren ausgedrückt werden [CGLN57]:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \frac{q}{k} |\langle m_f | F_{\text{CGLN}} | m_i \rangle|^2 \quad (1.2)$$

wobei  $k$  der Impulsbetrag des einlaufenden Photons,  $q$  der des auslaufenden Mesons,  $m_i$  und  $m_f$  Spin-Quantenzahlen des einlaufenden bzw. auslaufenden Nukleons sind. Der Operator  $F_{\text{CGLN}}$  kann hierbei durch vier komplexe Amplituden<sup>10</sup>  $F_1$  bis  $F_4$  ausgedrückt werden [CGLN57]:

$$F_{\text{CGLN}} = i(\vec{\sigma} \cdot \vec{\varepsilon}) F_1 + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{q})(\vec{\sigma} \cdot (\vec{k} \times \vec{\varepsilon}))}{qk} F_2 + i \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{k})(\vec{q} \cdot \vec{\varepsilon})}{qk} F_3 + i \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{q})(\vec{q} \cdot \vec{\varepsilon})}{q^2} F_4 \quad (1.3)$$

Hier sind  $\vec{\sigma}$  der Pauli Spin-Operator und  $\vec{\varepsilon}$  der Photon-Polarisationsvektor. Die CGLN-Amplituden sind Funktionen der kinematischen Variablen, was in der Einfach-Meson-Photoproduktion nur zwei sind: z.B. Schwerpunktsenergie  $W(= \sqrt{s})$  und Streuwinkel  $\cos\vartheta(\propto t)$ . Alternativ kann auch eine andere Amplitudenbasis zur Beschreibung der Streumatrix herangezogen werden. Neben den CGLN-Amplituden werden die Helizitätsamplituden und die Transversity-Amplituden häufig benutzt. Eine Transformation von CGLN-Amplituden in Helizitätsamplituden findet sich z.B. in [FTS92], eine Transformation von Helizitätsamplituden in Transversity-Amplituden z.B. in [CT97].

<sup>10</sup>Die Anzahl vier ergibt sich daraus, dass je zwei Spin-Freiheitsgrade für  $\gamma$ ,  $p_i$  und  $p_f$  möglich sind und im Einfach-Mesonen-Fall die Paritätserhaltung die Gesamtanzahl halbiert. In der Photoproduktion zweier pseudoskalarer Mesonen verbleiben acht komplexe Amplituden.

### 1.3.1. Polarisationsobservablen

Aus experimenteller Sicht sind die CGLN-Amplituden nicht direkt zugänglich. Folglich ist es sinnvoll, experimentell messbare Größen einzuführen, die durch die Amplituden ausgedrückt werden können. Dies sind die Polarisationsobservablen, welche auftreten, wenn die Spinausrichtung des Strahlphotons oder des Targetnukleons fixiert oder die des Rückstoßnukleons gemessen wird. So ist z.B. der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt gegeben durch die Summe der Betragsquadrate der Helizitätsamplituden  $\mathcal{M}_i^\pm$  [RO05]:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = |\mathcal{M}_1^-|^2 + |\mathcal{M}_1^+|^2 + |\mathcal{M}_2^-|^2 + |\mathcal{M}_2^+|^2 + |\mathcal{M}_3^-|^2 + |\mathcal{M}_3^+|^2 + |\mathcal{M}_4^-|^2 + |\mathcal{M}_4^+|^2. \quad (1.4)$$

Die Targetasymmetrie  $T$  hingegen ist proportional zu Interferenztermen der Helizitätsamplituden:

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot T = -2 \Im \left( \mathcal{M}_1^- \mathcal{M}_3^{-*} + \mathcal{M}_1^+ \mathcal{M}_3^{+*} + \mathcal{M}_2^- \mathcal{M}_4^{-*} + \mathcal{M}_2^+ \mathcal{M}_4^{+*} \right). \quad (1.5)$$

Eine Auflistung aller Polarisationsobservablen ausgedrückt in CGLN-, Helizitäts- oder Transversity-Amplituden findet sich z.B. in [FTS92, CT97, RO05].

Der differentielle Wirkungsquerschnitt der pseudoskalaren Einfach-Meson-Photoproduktion ist dann gegeben durch [SHKL11]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \left\{ 1 \left[ 1 - \delta_\ell \Lambda_y \Lambda'_{y'} \cos(2\phi) \right] + \Sigma \left[ -\delta_\ell \cos(2\phi) + \Lambda_y \Lambda'_{y'} \right] \right. \\ + T \left[ \Lambda_y - \delta_\ell \Lambda'_y \cos(2\phi) \right] + P \left[ \Lambda'_{y'} - \delta_\ell \Lambda_y \cos(2\phi) \right] \\ + E \left[ \delta_\odot \Lambda_z - \delta_\ell \Lambda_x \Lambda'_{y'} \sin(2\phi) \right] + G \left[ \delta_\ell \Lambda_z \sin(2\phi) + \delta_\odot \Lambda_x \Lambda'_{y'} \right] \\ + F \left[ \delta_\odot \Lambda_x + \delta_\ell \Lambda_z \Lambda'_{y'} \sin(2\phi) \right] + H \left[ \delta_\ell \Lambda_x \sin(2\phi) - \delta_\odot \Lambda_z \Lambda'_{y'} \right] \\ + C_{x'} \left[ \delta_\odot \Lambda'_{x'} - \delta_\ell \Lambda_y \Lambda'_{z'} \sin(2\phi) \right] + C_{z'} \left[ \delta_\odot \Lambda'_{z'} + \delta_\ell \Lambda_y \Lambda'_{x'} \sin(2\phi) \right] \\ + O_{x'} \left[ \delta_\ell \Lambda'_{x'} \sin(2\phi) + \delta_\odot \Lambda_y \Lambda'_{z'} \right] + O_{z'} \left[ \delta_\ell \Lambda'_{z'} \sin(2\phi) - \delta_\odot \Lambda_y \Lambda'_{x'} \right] \\ + L_{x'} \left[ \Lambda_z \Lambda'_{x'} + \delta_\ell \Lambda_x \Lambda'_{z'} \cos(2\phi) \right] + L_{z'} \left[ \Lambda_z \Lambda'_{z'} - \delta_\ell \Lambda_x \Lambda'_{x'} \cos(2\phi) \right] \\ + T_{x'} \left[ \Lambda_x \Lambda'_{x'} - \delta_\ell \Lambda_z \Lambda'_{z'} \cos(2\phi) \right] + T_{z'} \left[ \Lambda_x \Lambda'_{z'} + \delta_\ell \Lambda_z \Lambda'_{x'} \cos(2\phi) \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (1.6)$$

wobei  $\delta_\ell(\delta_\odot)$  den Grad der linearen (zirkularen) Strahlpolarisation,  $\phi$  den Winkel der Reaktionsebene ( $x$ - $z$ -Ebene) zur Polarisationssebene ( $y$ - $z$ -Ebene),  $\vec{\Lambda}$  den Grad der Targetpolarisation und  $\vec{\Lambda}'$  den Polarisationsgrad des Rückstoßnukleons beschreibt. Die Koordinaten  $x$ ,  $y$  und  $z$  beziehen sich dabei auf die Reaktionsebene, welche vom einlaufenden Photon und einem der auslaufenden Teilchen im Schwerpunktsystem (CMS), mit Impuls  $\vec{p}'$ , aufgespannt wird und werden üblicherweise wie folgt definiert (vgl. z.B. [BDS75], [RO05]):

$$\vec{z} = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}, \quad \vec{y} = -\frac{\vec{p} \times \vec{q}}{|\vec{p} \times \vec{q}|}, \quad \vec{x} = \vec{y} \times \vec{z}. \quad (1.7)$$

Hier sind  $\vec{k}$  der Impuls des Photons,  $\vec{p}$  der Impuls des einlaufenden Protons und  $\vec{q}$  der Impuls des auslaufenden Teilchens, welches entgegengerichtet zu  $\vec{p}'$  ist<sup>11</sup>.

<sup>11</sup>Im Falle mehrerer Mesonen im Endzustand ist  $\vec{q}$  die Impulssumme aller Endzustandsteilchen außer  $\vec{p}'$ , vgl. Abbildung 1.10.

Des Weiteren wird ein Koordinatensystem definiert bei dem die  $z'$ -Achse durch die auslaufenden Teilchen (mit Impulsen  $\vec{q}$  und  $\vec{p}' = -\vec{q}$ ) gegeben ist:

$$\vec{z}' = \frac{\vec{q}}{|\vec{q}|}, \quad \vec{y}' = -\frac{\vec{k} \times \vec{p}'}{|\vec{k} \times \vec{p}'|} = \vec{y}, \quad \vec{x}' = \vec{y}' \times \vec{z}' \quad (1.8)$$

Abbildung 1.10 veranschaulicht die Definition der Koordinatensysteme und der Reaktions-ebene.

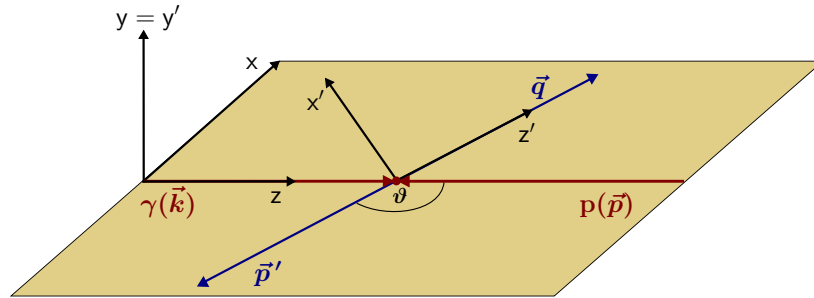


Abbildung 1.10.: Definition der Koordinatensysteme. Die einlaufenden Teilchen (Photon und Proton) sind in rot dargestellt, die auslaufenden Impulse in blau. Ist  $\vec{p}'$  der Impuls des gestreuten Protons, so ist  $\vec{q}$  die Summe der Pionimpulse. Entsprechend ist für  $\vec{p}' = \vec{p}_{\pi_1}$  dann  $\vec{q} = \vec{p}_p + \vec{p}_{\pi_2}$ . Die von ein- und auslaufenden Teilchen aufgespannte Reaktionsebene ist ebenfalls eingezeichnet.

Jede der 16 Polarisationsobservablen in Gleichung 1.6 lässt sich auf zwei Arten messen (zwei Summanden in den eckigen Klammern). So kann z.B. die Rückstoßasymmetrie  $P$  zum einen durch Messung der Rückstoßpolarisation  $A'_y$ , aber auch unter Verwendung linear polarisierter Photonen und Targetpolarisation in  $y$ -Richtung bestimmt werden.

Um die CGLN-Amplituden eindeutig<sup>12</sup> zu bestimmen und somit ein *vollständiges Experiment* durchgeführt zu haben, ist es ausreichend von den 16 Observablen acht geeignet gewählte zu messen [CT97]. Eine genau Auflistung welche Observablen für ein vollständiges Experiment nötig sind, finden sich z.B. in [CT97].

### 1.3.2. Multimeson-Photoproduktion

Im Falle eines Multimeson-Endzustandes verkompliziert sich die Beschreibung. Zunächst sind mehr kinematische Variablen nötig um den Prozess zu beschreiben als nur zwei bei der Einfach-Meson-Photoproduktion. Von den fünf Vierervektoren der Eingangs- und Ausgangsteilchen verbleiben nach Abzug der bekannten Größen und Erhaltungssätzen noch fünf unabhängige Größen, siehe Tabelle 1.3.

Eine mögliche Wahl der kinematischen Variablen ist die Strahlenergie  $E_\gamma$  (oder die quadratische Schwerpunktsenergie  $s$ ), der Kosinus des Streuwinkels  $\cos \vartheta$  (oder die Mandelstammvariable  $t$ ), die invariante Masse der zwei Pionen  $m_{\pi^0\pi^0}$  (oder  $s_{\pi^0\pi^0}$ ) und zwei Winkel  $\phi^*$  und  $\theta^*$ . Die Definition der Winkel ist in Abbildung 1.11 veranschaulicht.

<sup>12</sup>Die Amplituden lassen sich nur bis auf eine energie- und winkelabhängige Phase ( $e^{i\phi(W,\theta)}$ ) bestimmen.

$5 \cdot 4 =$	20	5 Vierervektoren
	-3	Strahlphoton entlang der $z$ -Achse
	-4	Targetproton in Ruhe
	-4	Energie-Impulserhaltung
	-3	Massen der Endzustandsteilchen
	-1	Rotationsfreiheitsgrad (Azimutwinkel)
	$= 5$	unabhängige kinematische Variablen

Tabelle 1.3.: Kinematische Größen im 3-Körper-Endzustand.

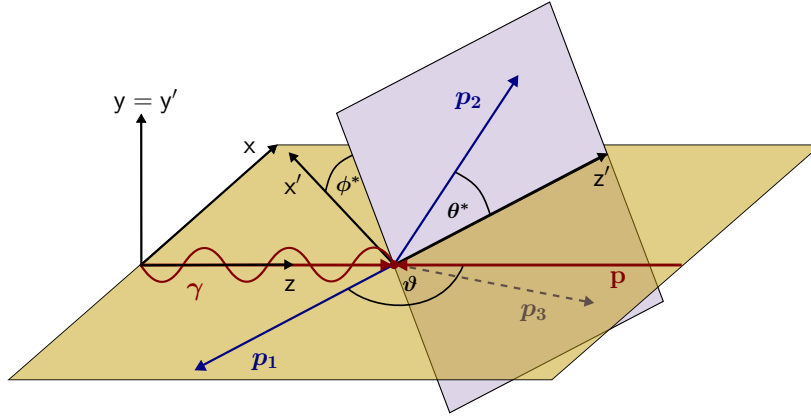


Abbildung 1.11.: Definition der kinematische Variablen, insbesondere der Winkel:  $\vartheta$  ist der Streuwinkel zwischen einlaufendem Proton und auslaufendem Impuls  $p_1$ ,  $\phi^*$  der Winkel zwischen der Reaktionsebene und der von  $p_2$  und  $p_3$  aufgespannten Ebene und  $\theta^*$  der Winkel zwischen dem Impuls  $p_2$  und der  $z'$ -Achse.

Schließlich ist der Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion zweier Pionen gegeben durch [RO05]:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \left\{ \right. & \left[ 1 + \vec{\Lambda} \cdot \vec{P} + \vec{\sigma} \cdot \vec{P}' + \Lambda^\alpha \sigma^{\beta'} \mathcal{O}_{\alpha\beta'} \right] \\
 & + \delta_\odot \cdot \left[ I^\odot + \vec{\Lambda} \cdot \vec{P}^\odot + \vec{\sigma} \cdot \vec{P}^{\odot'} + \Lambda^\alpha \sigma^{\beta'} \mathcal{O}_{\alpha\beta'}^\odot \right] \\
 & + \delta_\ell \sin(2\phi) \cdot \left[ I^s + \vec{\Lambda} \cdot \vec{P}^s + \vec{\sigma} \cdot \vec{P}^{s'} + \Lambda^\alpha \sigma^{\beta'} \mathcal{O}_{\alpha\beta'}^s \right] \\
 & \left. + \delta_\ell \cos(2\phi) \cdot \left[ I^c + \vec{\Lambda} \cdot \vec{P}^c + \vec{\sigma} \cdot \vec{P}^{c'} + \Lambda^\alpha \sigma^{\beta'} \mathcal{O}_{\alpha\beta'}^c \right] \right\} \quad (1.9)
 \end{aligned}$$

Hierbei bezeichnet  $I$  die Strahlpolarisationsobservable, wobei der hochgestellte Index die benötigte Strahlpolarisation anzeigt,  $I^\odot$  für zirkulare,  $I^s$  oder  $I^c$  für lineare Polarisation. Des Weitern treten Vektoren von Polarisationsobservablen auf, bei denen eine Targetpolarisation vorhanden sein ( $\vec{P}$ ) bzw. die Rückstoßpolarisation gemessen werden muss ( $\vec{P}'$ ). Schließlich sind  $\mathcal{O}_{\alpha\beta'}$  die Polarisationsobservablen, die sowohl Targetpolarisation (in Richtung  $\alpha$ ) als auch Rückstoßpolarisation (in Richtung  $\beta'$ ) benötigen. Ein zusätzlicher hochgestellter Index zeigt auch bei diesen Observablen die benötigte Strahlpolarisation an. Somit zeigt (sofern

die Vektorkomponenten ausgeschrieben werden) die Anzahl der Indizes direkt an, ob es sich um eine Einfach-, Doppel- oder Tripelpolarisationsobservable handelt.

Anders als in der Einfach-Meson-Photoproduktion, wo aufgrund der Paritätserhaltung die Hälfte der möglichen Observablen wegfallen und jede verbleibende Observable zweimal auftaucht, gibt es in der Doppel-Pion-Photoproduktion 64 Observablen [RO05]. Aufgrund dieser zusätzlichen Freiheitsgrade sind für ein vollständiges Experiment nicht mehr nur die Messung von acht, sondern 16 Observablen nötig [RO05]. Dabei ist zu beachten, dass diese Observablen an *jedem* 5-dimensionalen kinematischen Punkt gemessen werden müssen.

Eine weitere Schwierigkeit ist die Tatsache, dass die benötigte Mindestanzahl von Observablen für das vollständige Experiment unendliche Präzision voraussetzt. Mit der experimentell realistisch zur Verfügung stehenden Statistik verbleiben auch mit einer mathematisch gesehen vollständigen Messung Uneindeutigkeiten in den Amplituden [SHKL11].

### 1.3.3. Partialwellenanalyse

Um den Beitrag der Baryonresonanzen am Wirkungsquerschnitt aus den experimentellen Daten zu bestimmen, wird eine Partialwellenanalyse (PWA) benötigt. Allgemein kann der Übergang des Eingangszustandes  $i$  in den Ausgangszustand  $f$  mit der Matrix  $\mathbf{S}$  ausgedrückt werden (vgl. Gleichung 1.2):

$$\langle f | \mathbf{S} | i \rangle = \langle f | i \rangle + 2i \langle f | \boldsymbol{\rho} A(s, t) | i \rangle, \quad (1.10)$$

mit der Streumatrix  $A(s, t)$  (häufig auch als  $\mathbf{T}$  bezeichnet) und der Diagonalmatrix der Phasenraumelemente  $\boldsymbol{\rho}$ .

Die Resonanzen in der Streuamplitude  $A(s, t)$  müssen dabei parametrisiert werden. Zunächst ist es möglich, Winkel- und Energieabhängigkeiten zu trennen, indem in Partialwellen entwickelt wird:

$$A(s, t) \propto \sum_{\ell} (2\ell + 1) A(s) P_{\ell}(t). \quad (1.11)$$

Hierbei treten die Legendre-Polynome  $P_{\ell}$  auf, welche die Winkelabhängigkeit beinhalten. Eine Beschreibung der Resonanzen mittels Breit-Wigner-Parametrisierung ist nur für eine einzelne Resonanz fernab jeglicher Schwellen sinnvoll. Deshalb ist eine Beschreibung über die K-Matrix-Näherung [Ait72, CBH<sup>+</sup>95] zielführender. Die Streuamplitude lässt sich hierbei schreiben als:

$$A(s) = \mathbf{K}(\mathbf{1} - i\boldsymbol{\rho}\mathbf{K})^{-1}, \quad (1.12)$$

mit der Einheitsmatrix  $\mathbf{1}$ , der reellen K-Matrix  $\mathbf{K}$  und der Diagonalmatrix der Phasenraumelemente  $\boldsymbol{\rho}$ . Ein Element  $K_{if}$  der K-Matrix beinhaltet den Übergang des Eingangszustandes  $i$  in den Ausgangszustand  $f$  über Resonanzen  $\alpha$ , d.h. die K-Matrix verknüpft Übergänge zwischen verschiedenen Kanälen.

Die K-Matrix beinhaltet die Resonanzen als Pole

$$K_{if} = \sum_{\alpha} \frac{g_i^{(\alpha)} g_f^{(\alpha)}}{m_{\alpha}^2 - s} + c_{if}. \quad (1.13)$$

$g_i^{(\alpha)}, g_f^{(\alpha)}$  sind die Kopplungen des Pols  $\alpha$  an den Eingangs- bzw. Ausgangszustand,  $m_\alpha$  die Masse des K-Matrix Pols  $\alpha$  und  $c_{if}$  nicht-resonante Untergrundterme (direkter Übergang von  $i$  nach  $f$ ).

Im Falle einer einzelnen Resonanz ist die mittels K-Matrix-Ansatz berechnete Streuamplitude identisch zur Breit-Wigner-Beschreibung.

Für die Photoproduktionsamplitude lässt sich Gleichung 1.12 vereinfachen zu

$$A_f = P_j(\mathbb{1} - i\rho\mathbf{K})_{fj}^{-1}, \quad (1.14)$$

mit dem sogenannten P-Vektor  $\mathbf{P}$ , welcher analog zur K-Matrix mit festen Anfangszustand  $i = \gamma N$  gegeben ist, wobei dann  $g_i^{(\alpha)}$  die Kopplung der Resonanz  $\alpha$  an den Anfangszustand  $\gamma N$  beschreibt (vgl. [Ait72, CBH<sup>+</sup>95]).

Im Folgenden werden zwei Beispiel für Partialwellenanalysen näher beschrieben, deren Vorhersagen in Kapitel 5 gezeigt werden. Auf weitere Modelle, wie z.B. die SAID-Analyse [BDH<sup>+</sup>19], das Jülich-Bonn-Modell [RDH<sup>+</sup>13], das Laget-Modell [ML96] oder das Valencia-Modell [NO02], wird hier nicht eingegangen.

### BnGa-PWA

Die BnGa-Partialwellenanalyse [G<sup>+</sup>14b] verwendet einen *coupled-channel*-Ansatz, bei dem Pion-Streudaten und Photoproduktionsdaten mit verschiedenen Endzuständen gleichzeitig beschrieben werden. So werden differentielle Wirkungsquerschnitte sowie Einfach- und Doppelpolarisationsobservablen für z.B.  $p\pi^0$ ,  $p\eta$ ,  $n\pi^+$ ,  $\Lambda K^+$ ,  $\Sigma^+ K^0$ ,  $\Sigma^0 K^+$  und auch Multimeson-Endzustände wie  $p\pi^0\pi^0$  und  $p\pi^0\eta$  berücksichtigt.

Die BnGa-PWA verwendet eine auf Dispersionsrelationen beruhende Abwandlung des K-Matrix-Ansatz. Für die 2-Körper-Endzustände wird dabei der Realteil der Schleifendiagramme in Unterschied zum Standard K-Matrix-Formalismus nicht vernachlässigt, statt der Diagonalmatrix  $\rho$  wird die vollständige Matrix  $\mathbf{B}$  in Gleichung 1.12 verwendet [A<sup>+</sup>16]:  $i\rho \mapsto \mathbf{B} = \Re\mathbf{B} + i\rho$ .

### 2 $\pi$ -MAID

Die 2 $\pi$ -MAID [FA05] ist ein Isobar-Modell, welches die Reaktionsamplitude als Summe von Born-Termen und Resonanztermen beschreibt, wobei die Resonanzen im  $p\pi\pi$ -Endzustand über die Isobaren  $\rho$ ,  $\sigma$  und  $\Delta$  eingefügt werden. Verwendet wurden alle  $***$ -Resonanzen<sup>13</sup> der Particle Data Group von 2000 [G<sup>+</sup>00] im Energiebereich bis 1,8 GeV, mit Ausnahme der  $N(1650)1/2^-$  und  $N(1710)1/2^+$  bei welchen eine vernachlässigbare Kopplung an  $p\pi\pi$  angenommen wurde. Es wurden nur die hadronischen Kopplungen an die Zerfallsbreiten angepasst, nicht jedoch die Wirkungsquerschnitte.

In Abbildung 1.12 sind die dominanten Resonanzbeiträge der 2 $\pi$ -MAID (links) bzw. die dominanten Partialwellen der BnGa2014-02 (rechts) dargestellt. In der 2 $\pi$ -MAID sind die  $N(1520)3/2^-(D_{13})$  und die  $N(1680)5/2^+(F_{15})$  die dominanten Beiträge. Diese sind auch in der BnGA-PWA als dominante Beiträge in den entsprechenden Partialwellen zu erkennen, jedoch sind deutliche Beiträge der  $3/2^+$ - und besonders im Bereich des zweiten Peaks, der

<sup>13</sup>Höchste Stufe der Resonanzklassifizierung der Particle Data Group: "Existence is certain."

$1/2^+$ -Partialwelle ersichtlich. Die verschiedenen PWA-Lösungen haben also unterschiedliche Zusammensetzungen, was aufgrund der limitierten Datenbasis, insbesondere im  $p\pi^0\pi^0$ -Endzustand, nicht zu Unstimmigkeiten mit den bislang veröffentlichten Daten führt.

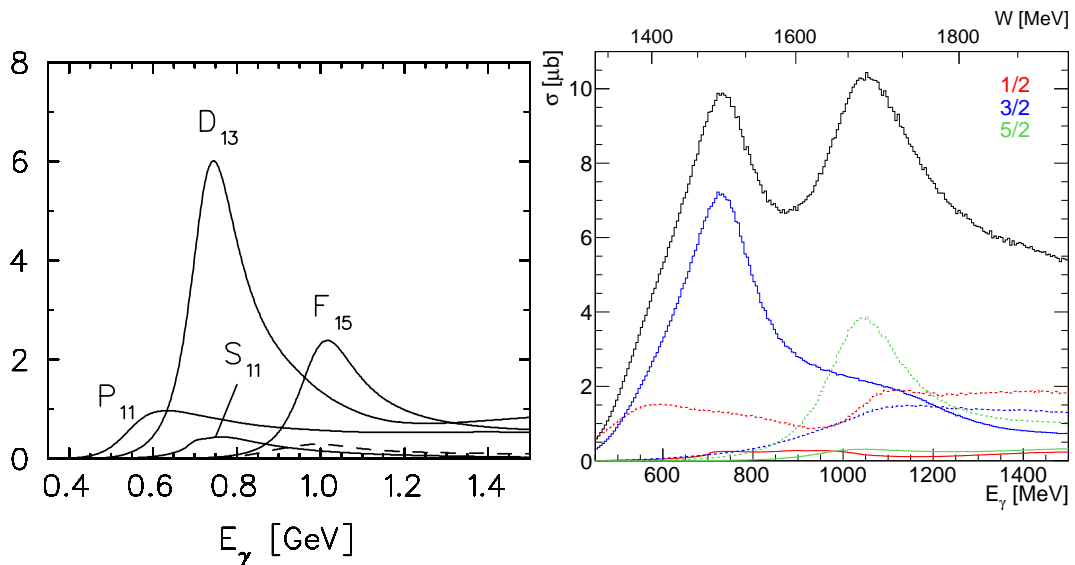


Abbildung 1.12.: Links: Dominante Resonanzbeiträge in der  $2\pi$ -MAID [FA05]. Neben der  $N(1440)1/2^+(P_{11})$ ,  $N(1520)3/2^-(D_{13})$ ,  $N(1535)1/2^-(S_{11})$  und  $N(1680)5/2^+(F_{15})$ , sind die Beiträge von  $\Delta(1620)1/2^-$ ,  $N(1720)3/2^+$  und  $N(1675)5/2^-$  als gestrichelte Linie dargestellt. Rechts: Dominante Partialwellen in der BnGa2014-02 (vgl. [S+15]). Verschiedene Drehimpulse sind in unterschiedlichen Farben, positive Paritäten als gestrichelte, negative als durchgezogene Linie dargestellt. Der totale Wirkungsquerschnitt ist als schwarze Linie eingezeichnet.

### 1.3.4. Bisherige Datenbasis

Die Datenbasis ist gerade in der Photoproduktion zweier neutraler Pionen weit entfernt von den für das vollständige Experiment benötigten Messungen. Die Observable, welche am genauesten vermessen wurde, ist der unpolarisierte totale bzw. der differentielle Wirkungsquerschnitt. Als Beispiel des totalen Wirkungsquerschnitts seien hier [A+03, T+08] und [K+12] genannt, die in Abbildung 1.13 dargestellt sind.

Messungen von Polarisationsobservablen sind nur wenige veröffentlicht und diese wurden meist nur mit polarisiertem Strahl und unpolarisiertem Target durchgeführt. Eine nennenswerte Ausnahme bildet die Messung des helizitätsabhängigen Wirkungsquerschnitts  $\sigma_{1/2}$ ,  $\sigma_{3/2}$  im Strahlenergiebereich (400-800) MeV [A+05], welche ein longitudinal polarisiertes Target und einen zirkular polarisierten Photonenstrahl erfordert.

Die Strahlasymmetrie  $I^\odot$  wurde in Abhängigkeit des Winkels  $\phi^*$  am MAMI-Beschleuniger in Mainz mit zirkular polarisiertem Strahl im Energiebereich 560-810 MeV gemessen [K+09].

Messungen mit linear polarisiertem Strahl wurden am GRAAL-Experiment durchgeführt [A+03]. Die Strahlasymmetrie  $\Sigma$  wurde im Energiebereich von 650 MeV bis 1450 MeV in



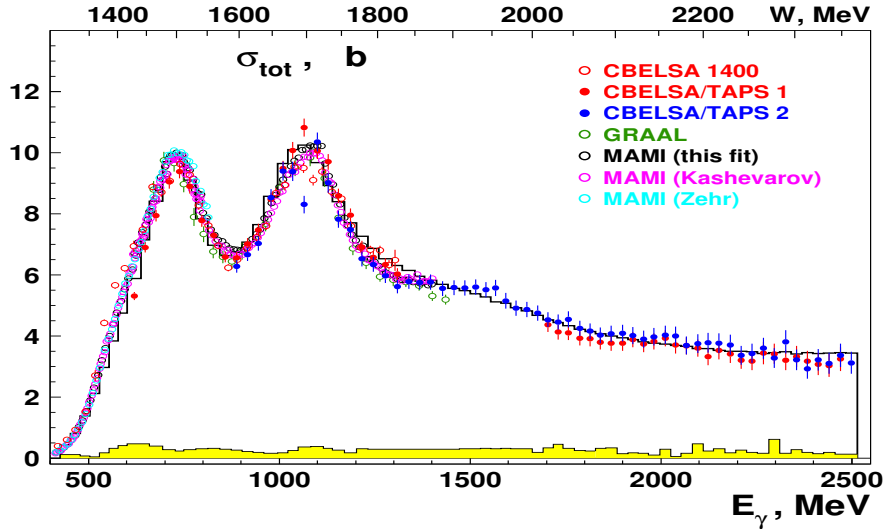


Abbildung 1.13.: Totaler Wirkungsquerschnitt der Doppel-Pion-Photoproduktion. Daten aus [T<sup>+</sup>08, S<sup>+</sup>08] (CB-ELSA, offene Symbole), [S<sup>+</sup>15] (CB-ELSA, geschlossene Symbole), [A<sup>+</sup>03] (GRAAL) und [K<sup>+</sup>12, Z<sup>+</sup>12] (MAMI). Das Histogramm ergibt sich aus der Integration der BnGa2014-PWA. Das gelbe Band stellt die Größe der systematischen Unsicherheit der geschlossenen Symbole dar. Bild aus [S<sup>+</sup>15].

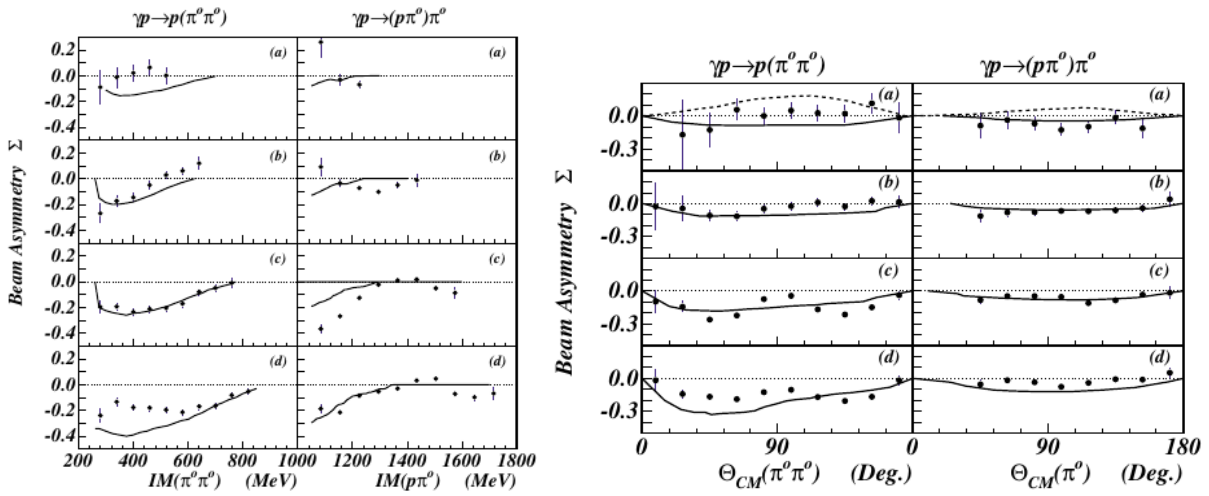


Abbildung 1.14.: Strahlasymmetrie  $\Sigma$  als Funktion der invarianten Masse (links) und des Streuwinkels (rechts) gemessen im GRAAL-Experiment. Die Strahlenergie liegt bei 650-780 MeV (a), 780-970 MeV (b), 970-1200 MeV (c) bzw. 1200-1450 MeV (d). Die durchgezogene Kurve stellt die Ergebnisse des Laget-Modells [ML96] dar, die gestrichelte Kurve die Berechnung der Valencia-PWA-Gruppe [NO02]. Bild aus [A<sup>+</sup>03].

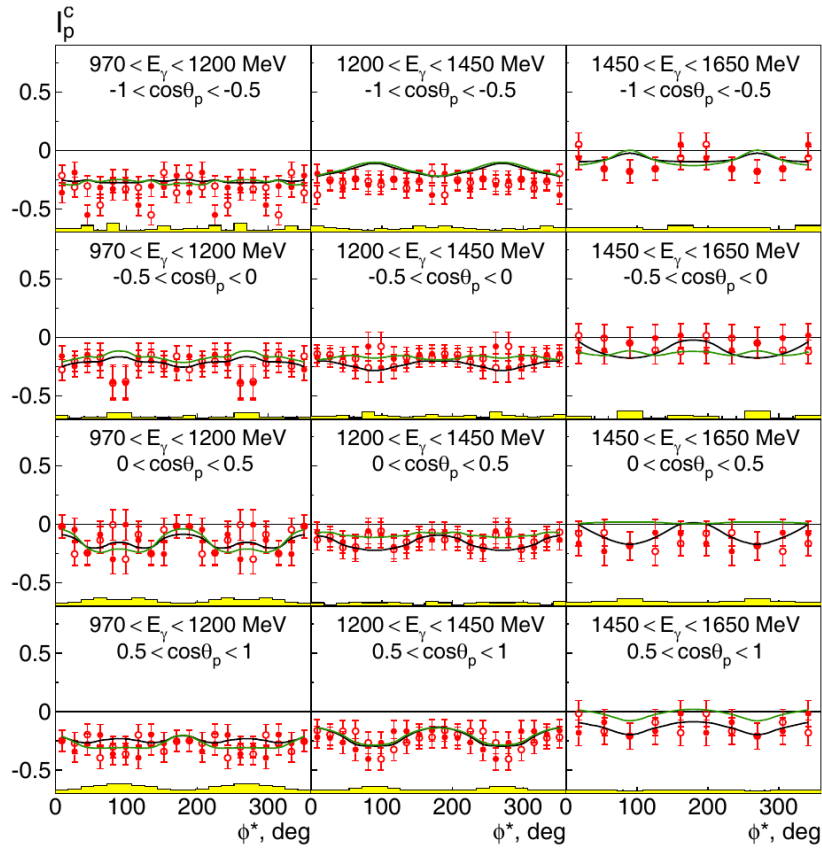


Abbildung 1.15.: Strahlasymmetrie  $I^c$  als Funktion des Winkels  $\phi^*$  in drei Energie- und vier  $\cos\vartheta$ -Bins. Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften der Strahlasymmetrie  $I^c$  (vgl. Kapitel 5.4). Die Kurven stellen die Vorhersage der BnGa2014-PWA mit (schwarz) bzw. ohne (grün) die  $N(1900)3/2^+$  dar. Die systematischen Unsicherheiten sind in gelb eingetragen. [S<sup>+</sup>15]

Abhängigkeit des Streuwinkels  $\vartheta$  bzw. der invarianten Masse zweier Endzustandsteilchen bestimmt, siehe Abbildung 1.14.

Im CB-ELSA-Experiment [S<sup>+</sup>15] wurden neben der Strahlasymmetrie  $\Sigma$  als Funktion von  $\cos\vartheta$  bzw. der invarianten Masse auch die Strahlasymmetrien  $I^s$  und  $I^c$  in Abhängigkeit des Winkels  $\phi^*$  bestimmt. Der abgedeckte Energiebereich beträgt hierbei 970-1650 MeV in der Strahlenergie.

Zusätzlich zu diesen 2-dimensionalen Ergebnissen sind in [S<sup>+</sup>15] die Observablen  $I^s$  und  $I^c$  ebenfalls 3-dimensional als Funktion von Strahlenergie  $E_\gamma$ , Winkel  $\phi^*$  und Streuwinkel  $\cos\vartheta$  bzw. invarianter Masse  $m$  bestimmt. Als Beispiel dafür ist die Strahlasymmetrie  $I^c$  in Abbildung 1.15 dargestellt.

Daten zu Target- oder Doppelpolarisationsobservablen sind im  $\pi\pi^0\pi^0$ -Kanal bislang nicht veröffentlicht. Somit stellen die im Rahmen dieser Arbeit extrahierten Observablen einen wichtigen Schritt dar, die Ambiguitäten in den PWA-Lösungen aufzulösen.

## 1.4. Motivation der Arbeit

Wie in Kapitel 1.3.1 gezeigt, ist die Messung von Polarisationsobservablen unabdingbar für die Suche nach Resonanzen. Dies gilt insbesondere für die Photoproduktion zweier neutraler Pionen. Hier wurden bislang lediglich differentieller Wirkungsquerschnitt und Strahlasymmetrien veröffentlicht. Die Messung weiterer Polarisationsobservablen mit vollständigerer Phasenraumabdeckung ist folglich dringend erforderlich. Die im Rahmen dieser Arbeit bestimmten Target- und Doppelpolarisationsobservablen im Energiebereich  $650 \text{ MeV} \leq E_\gamma \leq 2600 \text{ MeV}$  (Targetasymmetrien) bzw.  $650 \text{ MeV} \leq E_\gamma \leq 950 \text{ MeV}$  (Doppelpolarisationsobservablen) erweitern den vorhandenen Datensatz erheblich.

Zusammen mit weiteren Daten in  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$ , z.B. Strahlasymmetrien [S<sup>+</sup>15], sowie Daten anderer Kanäle, wie z.B. die Polarisationsobservablen  $E$  [G<sup>+</sup>14a],  $G$  [T<sup>+</sup>12],  $T, P, H$  [H<sup>+</sup>14] in  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$  oder  $\gamma p \rightarrow p\eta$  [MHG<sup>+</sup>20], oder des differentiellen Wirkungsquerschnitts in  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  [G<sup>+</sup>19], ist es im Rahmen einer Partialwellenanalyse möglich, Hinweise auf neue Resonanzen zu finden oder solche Hinweise zu bestätigen und Verzweungsverhältnisse von Resonanzen zu bestimmen. So ist die Existenz einiger Resonanzen, z.B. der  $\Delta(1750)$  (vgl. Abbildung 1.4), fraglich und eine Bestätigung durch weitere Analysen basierend auf neuen Daten ist von Nöten.

Die neuen Daten sollen helfen Mehrdeutigkeiten in den Lösungen der Partialwellenanalysen aufzulösen. Z.B. ergaben sich in der BnGa-PWA von 2014 [G<sup>+</sup>14b] zwei Klassen von Lösungen, welche sich in den Eigenschaften der  $N(1710)1/2^+$  und  $N(1990)7/2^+$  unterschieden aber alle im Fit berücksichtigten Daten ähnlich gut beschrieben.

Des Weiteren erlaubt es die Multimeson-Photoproduktion, Zerfallskaskaden zu untersuchen und damit die Verzweungsverhältnisse hoch angeregter Resonanzen, z.B.  $\Delta(1940)3/2^-$ , in (teils angeregte) Zwischenzustände, wie z.B.  $\Delta\pi$  oder  $N(1535)\pi$ , zu bestimmen. So wurden mit den Daten aus [S<sup>+</sup>15] Systematiken in den Verzweungsverhältnissen festgestellt [T<sup>+</sup>15, S<sup>+</sup>15]: Resonanzen mit Anteilen in der Ortswellenfunktion, bei denen beide Oszillatoren angeregt sind, haben einen signifikantes Verzweungsverhältnis in einen Zustand, bei dem weiterhin ein Oszillator angeregt ist. Im Gegensatz dazu zerfallen Resonanzen deren Wellenfunktion nur Anteile mit einem angeregten Oszillator hat, dominant in die Grundzustände, z.B. in  $N\pi$  oder  $\Delta\pi$ . Mit den hier bestimmten Polarisationsobservablen ist eine genauere Bestimmung der Verzweungsverhältnisse und somit eine Überprüfung und mögliche Bestätigung dieser Schlussfolgerung möglich.



## Kapitel 2.

# Das CBELSA/TAPS-Experiment

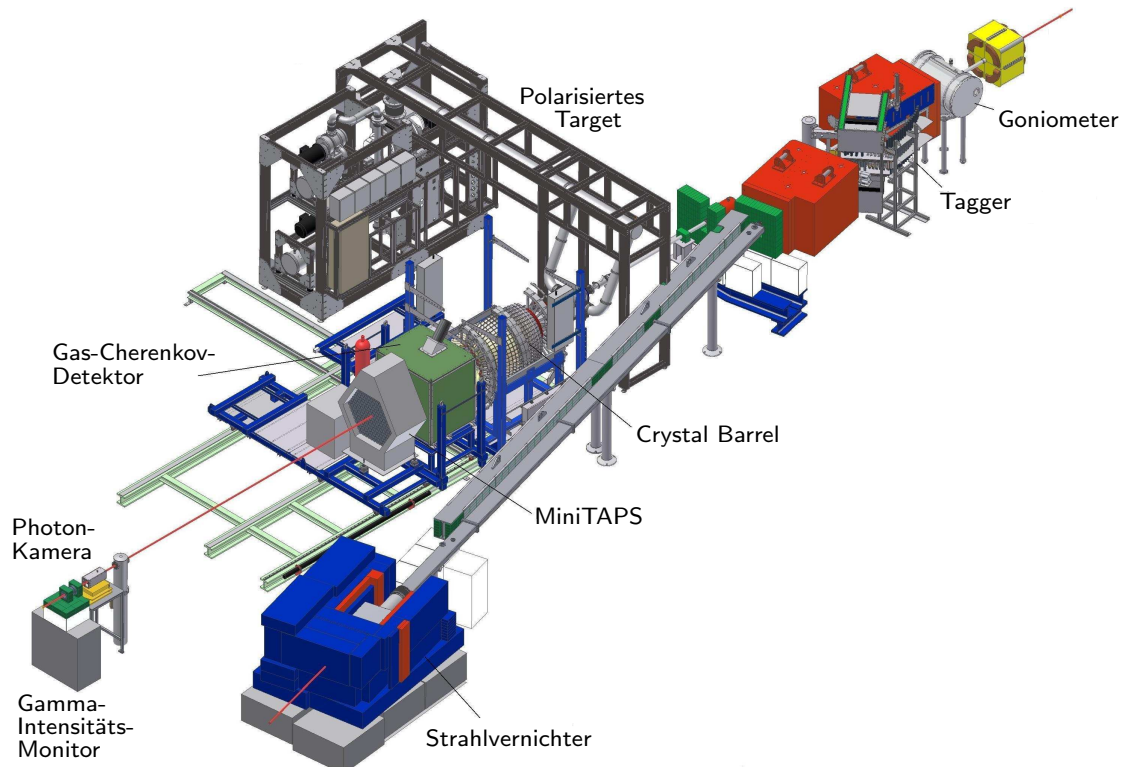


Abbildung 2.1.: Aufbau des CBELSA/TAPS-Experimentes. [Wal09]

Die im Rahmen dieser Arbeit analysierten Daten wurden mit dem CBELSA/TAPS-Experiment aufgenommen, welches sich an der Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA in Bonn befindet. Mittels Photoproduktion werden angeregte Zustände des Nukleons erzeugt, deren Zerfallsprodukte in den Detektoren nachgewiesen werden können. Das CBELSA/TAPS-Experiment ist vor allem auf die Untersuchung von Photoproduktion neutraler Mesonen, welche in Photonen zerfallen, ausgelegt, weshalb die Kalorimeter eine sehr hohe Detektionseffizienz und Auflösung für Photonen besitzen. Ein weiteres herausragendes Merkmal des CBELSA/TAPS-Experimentes ist die Messung mit polarisierten Eingangsteilchen, also Strahlphoton und Targetnukleon.

Zunächst soll ein kurzer Überblick über den Aufbau des CBELSA/TAPS-Experimentes gegeben werden, bevor in den folgenden Abschnitten ausführlicher auf ELSA und die einzelnen Komponenten des Experiments eingegangen wird.

Abbildung 2.1 zeigt den Aufbau des CBELSA/TAPS-Experiments: Die von ELSA beschleunigten Elektronen treffen im Goniometer auf ein Radiatortarget, an dem mittels Bremsstrahlung Photonen erzeugt werden. Die Energie der Elektronen wird danach durch Ablenkung im Magnetfeld im Tagger<sup>1</sup>-Hodoskop gemessen. Elektronen, die keine Energie verloren haben, werden in den Strahlvernichter abgelenkt. Die erzeugten Photonen können am Target, welches sich im Innern des Crystal-Barrel-Kalorimeters befindet, Reaktionen auslösen. Die Reaktionsprodukte werden dann in den Detektoren (Innendetektor, Crystal-Barrel, Mini-TAPS) nachgewiesen. Zwischen Crystal-Barrel und MiniTAPS befindet sich der Gas-Cherenkov-Detektor, mit welchem sich elektromagnetischer Untergrund identifizieren lässt. Photonen die keine Reaktion im Target auslösen, treffen auf Flussmonitor (FluMo) und Gamma-Intensitäts-Monitor (GIM), bevor sie im Photonstrahlvernichter gestoppt werden.

## 2.1. Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA

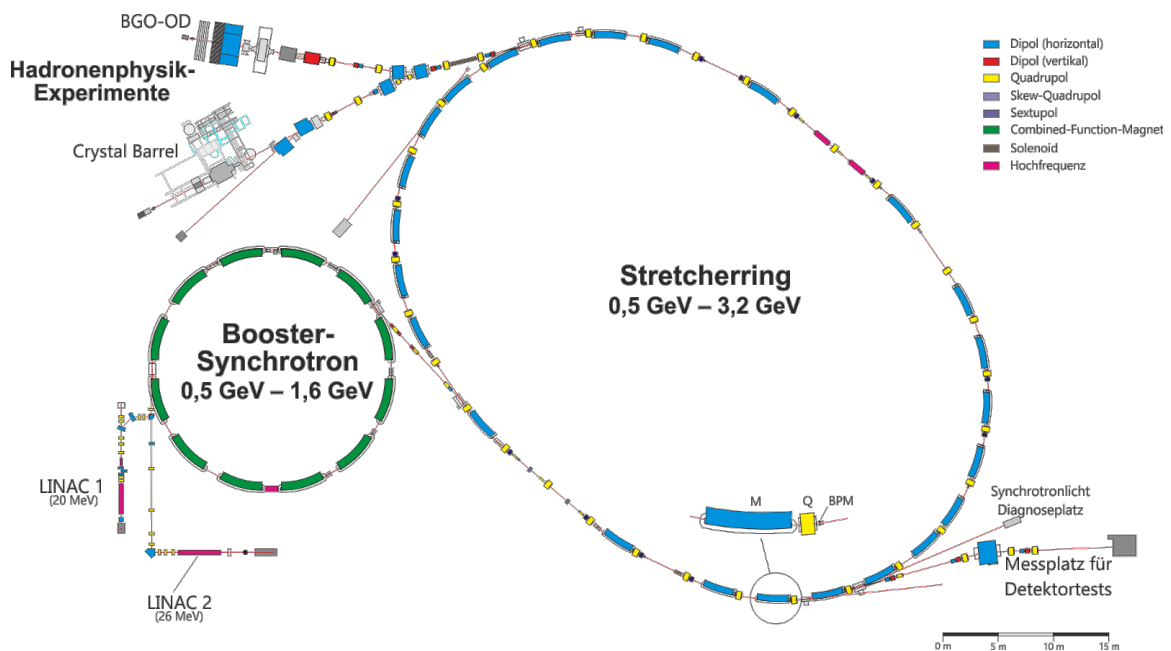


Abbildung 2.2.: Übersicht über den Elektronenbeschleuniger ELSA. [els]

Die Elektronen-Stretcher-Anlage ELSA (Abbildung 2.2), die sich unter dem Physikalischen Institut der Universität Bonn befindet, beschleunigt Elektronen in drei Stufen bis zu einer maximalen Energie von 3,5 GeV [Hil06]. Zunächst werden Elektronen in einer Quelle erzeugt, mittels Linearbeschleuniger (LINAC) auf 26 MeV beschleunigt und in das Booster-Synchrotron injiziert. In diesem ca. 70 m langen Ring werden sie in einem nächsten Schritt auf typischerweise 1,2 GeV weiter beschleunigt und schließlich in den ca. 165 m langen Stretcherring weitergeleitet. Dort erfolgt die letzte Beschleunigung auf maximal 3,5 GeV und die Extraktion zu den Experimenten. Im Nachbeschleunigungsmodus des Stretcherrings werden mehrere Pulse<sup>2</sup> des Synchrotrons injiziert, innerhalb weniger Zehntelsekunden beschleunigt

<sup>1</sup>engl. to tag: markieren

<sup>2</sup>Das Synchrotron wird mit der Netzfrequenz von 50 Hz gepulst betrieben.

und über mehrere Sekunden extrahiert. Abbildung 2.3 zeigt schematisch einen Zyklus des Nachbeschleunigermodus. Die Geschwindigkeit, mit der die Energie der Elektronen erhöht wird (Rampengeschwindigkeit) liegt typischerweise bei 4 GeV/s bei Extraktionszeiten von 1–60 s. Das somit erreichte Tastverhältnis am Experiment, also die Extraktionszeit im Verhältnis zum gesamten Beschleunigungszyklus, liegt damit bei etwa 75 % bis 95 %.[Ebe10] Typischerweise wurden Extraktionszeiten von 4 s bei der Datennahme für die in dieser Arbeit analysierten Daten verwendet.

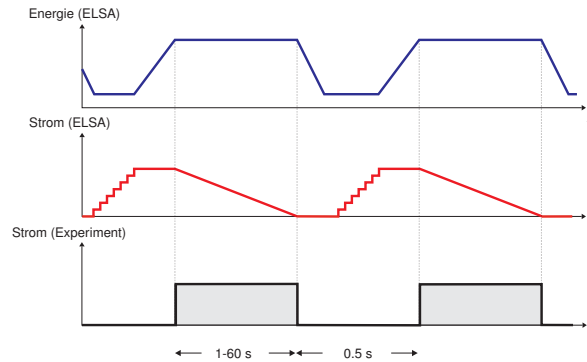


Abbildung 2.3.: Schematische Darstellung eines ELSA-Zyklus im Nachbeschleunigungsmodus [Hil00]. Deutlich zu erkennen ist die kurze Beschleunigungszeit und die lange Extraktionszeit, die zu einem großen Tastverhältnis führen.

Die Extraktion aus dem Stretcherring benutzt die Methode der Resonanzextraktion [Gen99, Nec93]. Dabei wird eine drittelzahlige Resonanz im Ring angeregt, was dazu führt, dass ein Teil des Elektronenstrahls instabil wird und größere transversale Schwingungen um die Sollbahn (Betatronschwingung) ausführt. Diese Elektronen werden dann über einen Septummagneten extrahiert.

## 2.2. Erzeugung des Photonenstrahls

Aus dem von ELSA extrahierten Elektronenstrahl wird am Experiment mit Hilfe des Bremsstrahlungsprozesses ein Photonenstrahl erzeugt. Dazu stehen verschiedene Radiatortargets zur Verfügung, die mit einem Goniometer im Elektronenstrahl positioniert werden können. Abbildung 2.4b) zeigt die Scheibe, in der sich Kupferfolien verschiedener Dicke (12–300  $\mu\text{m}$ ), ein Fluoreszenzschirm (Chromox-Schirm) und je ein horizontaler und vertikaler Draht zur Strahlpositionsbestimmung, sowie in der Mitte ein Diamantkristall (500  $\mu\text{m}$  dick) befinden. Letzterer dient zur Erzeugung eines linear polarisierten Photonenstrahls aus einem unpolarisierten Elektronenstrahl (siehe Abschnitt 2.2.1). Die amorphen Kupferradiatoren werden zur Erzeugung eines unpolarisierten Photonenstrahls genutzt. Mittels eines longitudinal polarisierten Elektronenstrahls lassen sich zirkular polarisierte Bremsstrahlungsphotonen erzeugen (siehe Abschnitt 2.2.2). Ihr Polarisationsgrad lässt sich aus dem Polarisationsgrad des Elektronenstrahls bestimmen. Dazu befindet sich eine polarisierte Folie im Goniometer, Abbildung 2.4a), an der mittels Møllerstreuung des longitudinal polarisierten Elektronenstrahls, dessen Polarisation gemessen wird.

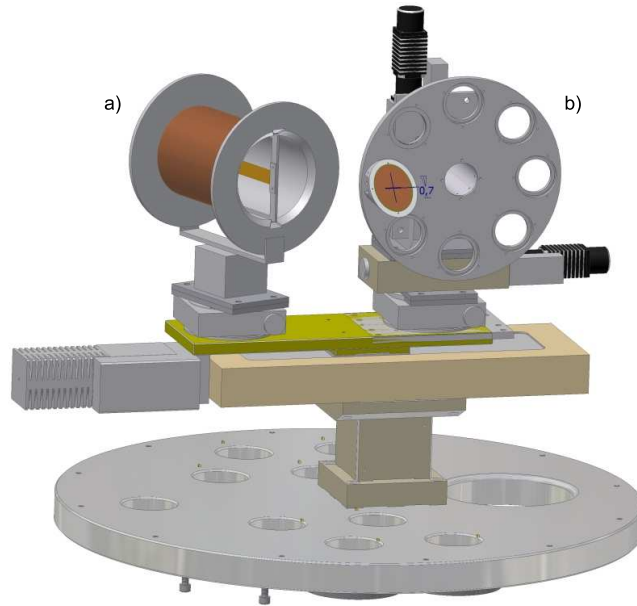


Abbildung 2.4.: Goniometer mit Møllerfolie im Solenoid a) und Radiatorfolien b). [Wal09]

Der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung eines hochenergetischen Elektrons im Coulombfeld eines Kerns mit Kernladungszahl  $Z$  ist durch den Bethe-Heitler-Wirkungsquerschnitt gegeben [BH34]:

$$\frac{d\sigma}{dk} = \frac{4Z^2\alpha r_0^2}{E_0^2} \frac{1}{k} \left[ E_0^2 + E^2 - \frac{2}{3}E_0E \right] \cdot \left[ \ln \left( \frac{2E_0E}{k m_e} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (2.1)$$

Hierbei ist  $\alpha$  die Feinstrukturkonstante,  $r_0$  der klassische Elektronenradius,  $E_0 \gg m_e$  die Energie des einlaufenden Elektrons,  $k$  die Energie des abgestrahlten Photons und  $E = E_0 - k$  die Energie des auslaufenden Elektrons<sup>3</sup>. Die Energie des erzeugten Photons kann durch Messung der Energie des auslaufenden Elektrons bestimmt werden. Dies geschieht in der Photonenmarkierungsanlage (oder Tagger), wie in Abschnitt 2.3 beschrieben wird. Bei der Bremsstrahlung ist eine Vielfachstreuung des Elektrons zu vermeiden, da sonst die Energieinformation des Elektrons und damit auch des Bremsstrahlungsphotons verfälscht werden. Es wird deshalb ein möglichst dünner Radiator verwendet.

### 2.2.1. Linear polarisierte Photonen

Für die Erzeugung linear polarisierter Photonen spielt der Rückstoßimpuls  $\vec{q}$  auf den Kern eine wichtige Rolle. Aufgrund der Rotationsymmetrie bezüglich des Impulses des einlaufenden Elektrons  $p_0$ , wird der Rückstoßimpuls in longitudinale ( $q_\ell$ ) und transversale ( $q_t$ ) Komponenten relativ zu  $p_0$  zerlegt. Der kinematisch erlaubte Bereich in  $q_\ell$  und  $q_t$ , in dem Bremsstrahlung möglich ist, wurde in [Tim69] berechnet und lässt sich mit  $x = k/E_0$  schrei-

<sup>3</sup>Die Rückstoßenergie auf den Kern kann aufgrund der großen Kernmasse und der hier betrachteten Impulse vernachlässigt werden.



ben als

$$0 \leq q_t \leq m_e \quad (2.2)$$

$$\delta + \frac{\hat{q}_t^2}{2E_0} \leq q_\ell \leq \begin{cases} 2\delta, & q_t = 0 \\ \frac{\delta}{x}, & q_t = \hat{q}_t = m_e. \end{cases} \quad (2.3)$$

Hierbei ist  $\hat{q}_t$  der maximale transversale Rückstoßimpuls bei gegebenem  $q_\ell$  und  $\delta$  der minimale longitudinale Impulsübertrag, für den gilt:

$$q_\ell^{\min} =: \delta = \frac{m_e}{2E_0} \frac{x}{1-x}. \quad (2.4)$$

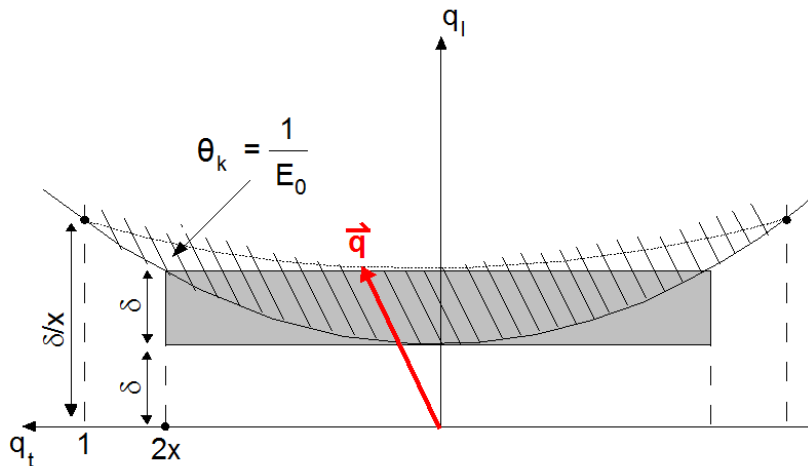


Abbildung 2.5.: Kinematisch erlaubter Bereich des Rückstoßimpulses (Pancake) als Funktion der longitudinalen und transversalen Rückstoßkomponente (schraffiert). Das graue Rechteck stellt eine Näherung des Pancake dar, wie sie in [Übe56] verwendet wird. Es ist zu beachten, dass  $q_\ell \ll q_t$  gilt und die Impulse in Einheiten der Elektronenmasse  $m_e$  angegeben sind. Bild: [Kam10].

Der kinematisch erlaubte Bereich ist in Abbildung 2.5 als schraffierter Bereich dargestellt und wird aufgrund seiner flachen und in der  $q_t$ -Ebene runden Form als *Pancake* bezeichnet [Übe56]. Gut zu erkennen ist die Parabelform der unteren Grenze wie sie aus Gleichung 2.3 ersichtlich ist. Im Gegensatz zur oberen Grenze stellt die untere Grenze des longitudinalen Rückstoßimpulses eine scharfe Grenze dar, was entscheidende Auswirkungen für die kohärente Bremsstrahlung hat.

Bei einer periodischen Gitterstruktur eines Kristalls sind nur diskrete reziproke Gittervektoren als Rückstoßimpuls möglich (Bragg-Bedingung). Diese lassen sich durch Ausrichtung des Kristalls relativ zum Elektronenstrahl auswählen. Bremsstrahlung kann nun an allen Kernen einer Gitterebene stattfinden deren reziproker Gittervektor sich innerhalb des Pancake befindet. Da diese nicht unterscheidbar sind, spricht man von *kohärenter* Bremsstrahlung. Für größer werdende  $x = k/E_0$  und damit größer werdende Photonenergien verschiebt sich der kinematisch erlaubte Bereich und weitere reziproke Gittervektoren gelangen in den Pancake während andere herausfallen. Aufgrund der scharfen unteren Grenze des Pancake fällt

die Intensität der kohärenten Bremsstrahlung abrupt ab, wenn ein reziproker Gittervektor den Pancake verlässt. Dieser als kohärente Kante bezeichnete Abfall ist in Abbildung 2.6 gut zu erkennen, wobei hier aufgrund der Elektronstrahldivergenz, also effektiv der Winkelvariationen bezüglich der Sollrichtung des Strahls, der Abfall der Kante deutlich flacher ausfällt.

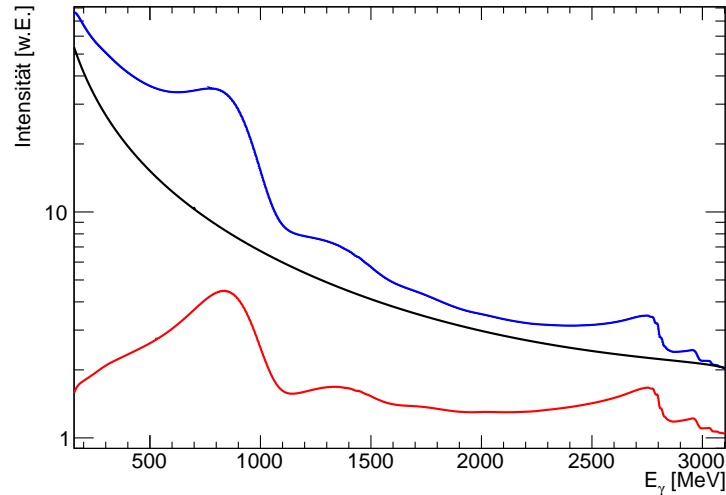


Abbildung 2.6.: Bremsstrahlspektrum am Diamant (blau) und am Kupferradiator (schwarz) aus einer Anpassung an Daten der Oktober 2010 Strahlzeit [Ebe12]. Das Verhältnis der beiden Spektren (rot) zeigt deutlich die kohärenten Überhöhungen.

Um eine definierte kohärente Kante einzustellen, müssen die Winkeldifferenzen des Kristalls zum einlaufenden Elektronenstrahl bekannt sein. Um diese zu bestimmen, wird die sogenannte *Stonehenge*-Methode [Liv09] verwendet, die darauf beruht die Kristallwinkel zu variieren und die kohärente Überhöhung selbst zur Bestimmung der Winkeldifferenzen zu benutzen. Eine detaillierte Beschreibung der *Stonehenge*-Methode findet sich in [Liv09] und [Els07]. Zur Bestimmung des Polarisationsgrades der Photonen wird zunächst das Intensitätsspektrum des Kristalls durch das eines amorphen Radiators (hier 50  $\mu\text{m}$  Cu) geteilt. In diesem relativen Intensitätsspektrum tritt der kohärente Anteil deutlicher hervor (vgl. rote Kurve in Abbildung 2.6). Dieses Spektrum wird mit einer analytischen Berechnung basierend auf dem ANB<sup>4</sup>-Programm [NGH<sup>+</sup>03] verglichen, welche Eigenschaften des Elektronenstrahls (u.A. Energie und Divergenz), des Radiators (u.A. Material und Dicke) und die Kollimation parametrisiert und daraus den Polarisationsgrad berechnet.

### 2.2.2. Zirkular polarisierte Photonen

Werden für den Bremsstrahlungsprozess am amorphen Radiator longitudinal polarisierte Elektronen verwendet, so besitzen die erzeugten Photonen (je nach Vorzeichen der Elektronpolarisation) positive oder negative Helizität.

<sup>4</sup>ANalytic Bremsstrahlungs calculation

Für den Helizitätstransfer gilt nach [OM59]:

$$\frac{\delta_{\odot}}{\delta_e} = \frac{1 + \frac{1}{3}(1-x)}{1 + (1-x)^2 - \frac{2}{3}(1-x)} \cdot x = \frac{4x - x^2}{4 - 4x + 3x^2}, \quad (2.5)$$

wobei  $\delta_{\odot}$  der zirkulare Polarisationsgrad der Photonen,  $\delta_e$  der longitudinale Polarisationsgrad der Elektronen und  $x = E_{\gamma}/E_e$  der vom Elektron auf das Photon übertragene Energieanteil ist. Der Verlauf von Gleichung 2.5 ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Es wird deutlich, dass der Photonpolarisationsgrad mit steigendem Energietransfer größer wird.

Für einen möglichst hohen Photonpolarisationsgrad ist somit ein hoher Polarisationsgrad der aus ELSA extrahierten Elektronen nötig. An ELSA steht eine Quelle polarisierter Elektronen zur Verfügung, die Elektronen bei 50 keV und einem Polarisationsgrad von bis zu 83 % bereitstellt [Hei14]. Bei der Beschleunigung polarisierter Elektronen müssen verschiedene depolarisierende Resonanzen in den Beschleunigerringen überquert werden, was zu einer Verringerung der Elektronpolarisation führt. Letztlich kann bei einer Strahlenergie von  $\leq 2,55$  GeV ein Polarisationsgrad der extrahierten Elektronen von etwa 65 % erreicht werden<sup>5</sup>. Bei höheren Energien treten stärkere Depolarisationen auf, sodass im CBELSA/TAPS-Experiment für Messungen mit zirkular polarisierten Photonen typischerweise eine Elektronenstrahlenergie von 2,4 GeV gewählt wird.[Hil00]

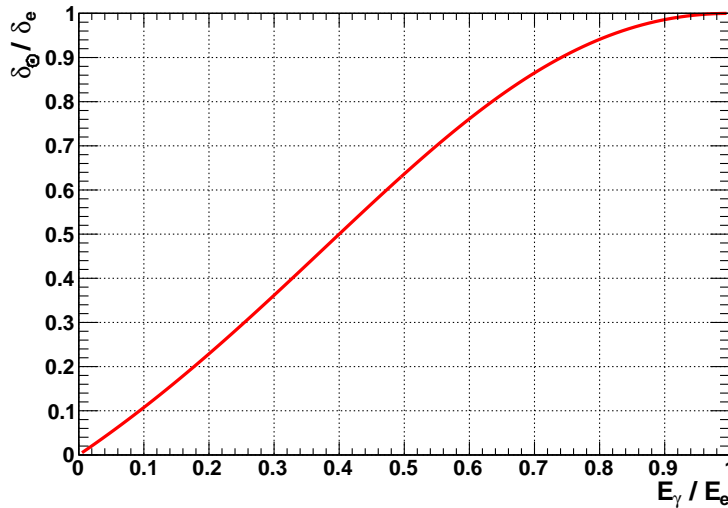


Abbildung 2.7.: Helizitätstransfer  $\delta_{\odot}/\delta_e$  in Abhängigkeit der relativen Photonenergie  $E_{\gamma}/E_e$ .

Um den Polarisationsgrad der Photonen zu bestimmen, ist es nach Gleichung 2.5 ausreichend die Energie der Photonen und den Polarisationsgrad der einlaufenden Elektronen zu kennen. Ersteres kann über die Elektronenstrahlenergie und die Energie der auslaufenden Elektronen bestimmt werden, welche im Tagger gemessen wird (siehe Abschnitt 2.3). Die Bestimmung des Polarisationsgrades der extrahierten Elektronen erfolgt mittels Møllerstreuung: Im Goniometer befindet sich eine Folie mit Elektronen bekannter Polarisation als

<sup>5</sup>Dies beinhaltet den Verlust aufgrund der Drehung des Elektronenspins mittels supraleitenden Solenoid- und Dipolmagneten, aus der vertikalen in die gewünschte longitudinale Richtung, welche für typische Extraktionsenergien nicht mehr vollständig erfolgt.[Kam10]

Streutarget (Abbildung 2.4 a). Die gestreuten Elektronen werden in vier Bleiglasdetektoren hinter dem Tagger detektiert. Da der Streuquerschnitt abhängig ist von der Spinausrichtung der Elektronen, kann die Polarisierung der einlaufenden Elektronen als Zählratenasymmetrie gemessen werden.[Kam10]

### 2.3. Photonenmarkierungsanlage (Tagger)

Für die Bestimmung der Polarisierung der Photonen, zur vollständigen Kenntnis der Reaktionskinematik oder um ins Centre-of-Mass-System (CMS) zu boosten, ist es essenziell die Energie der einlaufenden Photonen der Reaktion zu kennen. Dies geschieht in der Photonenmarkierungsanlage oder Tagger. Hierbei wird die Photonenenergie  $E_\gamma$  indirekt über die Energie der Elektronen  $E_e$  bzw. deren Ablenkung im Magnetfeld und der Kenntnis der Primärelektronenenergie  $E_0$  bestimmt:

$$E_\gamma = E_0 - E_e . \quad (2.6)$$

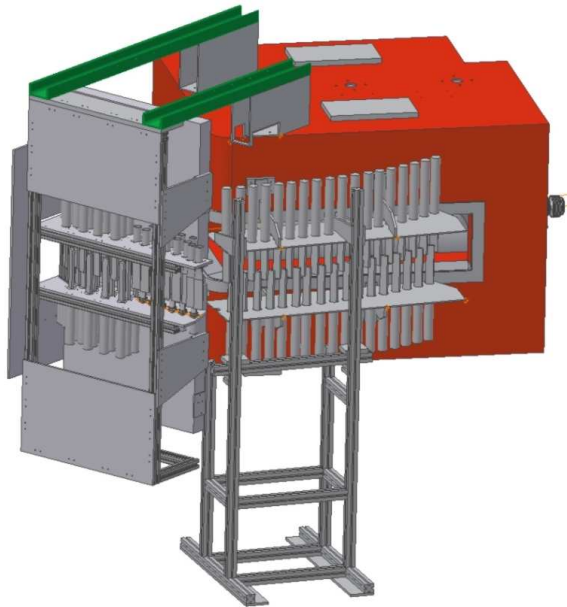


Abbildung 2.8.: Taggermagnet (rot) mit Szintillatorlatten (grau) und szintillierenden Fasern (im linken grauen Teil). [Wal09]

Je mehr Energie die Elektronen durch die Bremsstrahlung verloren haben, desto stärker werden sie im Tagging-Magneten abgelenkt (Impulsselektion). Über die Stärke der Ablenkung kann die Energie der Elektronen bestimmt werden, weshalb im Tagger nur der Auftreffort der Elektronen und nicht deren Energie gemessen wird. Wie in Abbildung 2.8 gezeigt, befinden sich anschließend an den Tagging-Magneten 96 überlappende Plastikszintillatorlatten, die einen Elektronen-Energiebereich von 2,1 % bis 82,5 % in  $E_0$  abdecken. Um die Zahl der Untergrundereignisse in den detektierten Daten zu reduzieren, sind die Szintillatorlatten so angeordnet, dass für Elektronen aus dem Radiatortarget immer mindestens zwei Latten triggern und somit eine Koinzidenz aus zwei benachbarten Latten gebildet werden kann.

Um eine bessere Energieauflösung besonders bei kleinen Photonenenergien zu erzielen wird der Bereich von 16,6 % bis 87,1 % in  $E_0$  zusätzlich von 480 szintillierenden Fasern (6 cm lang, 2 mm Durchmesser) abgedeckt. Diese sind in zwei Lagen vor den Szintillatorlatten angebracht. [FP09] Damit kann bei einer Primärstrahlenergie von 3176,1 MeV ein Energiebereich der Photonen von 410 MeV bis 3109 MeV energiemarkiert werden.

Die Primärelektronen, die keine Bremsstrahlungsphotonen ausgesendet haben, werden mit einem weiteren Dipolmagneten in den Strahlvernichter gelenkt.

## 2.4. Target

Ziel des CBELSA/TAPS-Experiments ist es, hadronische Reaktionen an Nukleonen zu untersuchen, die durch die Bremsstrahlungsphotonen ausgelöst wurden. Dazu stehen verschiedene Targets im Zentrum des Crystal-Barrel-Kalorimeters zur Verfügung. Für die Messung der hier extrahierten Polarisationsobservablen wird ein Butanol-Target mit polarisierten Nukleonen benötigt. Zudem wird ein Kohlenstoffschaum-Target genutzt, um den Anteil an Reaktionen an gebundenen Nukleonen zu ermitteln. Außerdem für diese Arbeit relevant ist das Flüssigwasserstoff-Target, welches für Messungen an unpolarisierten Protonen zum Einsatz kommt.

### 2.4.1. Polarisiertes Target

Für die Messung an polarisierten Nukleonen wird das Bonn-Frozen-Spin-Target (BoFroST) verwendet (vgl. Abbildung 2.9), welches Butanol ( $C_4H_9OH$ ) als Targetmaterial benutzt. Hierbei sind nur die Protonen in den Wasserstoffkernen polarisiert, die Nukleonen in den Kohlenstoff- und Sauerstoffkernen können nicht polarisiert werden. Es kann ebenfalls deuteriertes Butanol verwendet werden um Messungen an polarisierten Neutronen durchzuführen, was im Rahmen dieser Arbeit aber nicht relevant ist.



Abbildung 2.9.: Bonn-Frozen-Spin-Target mit Kryostat. [Wal09]

Die Polarisation wird mit der Methode der dynamischen Nukleon-Polarisation (DNP) erreicht. Dabei werden bei Temperaturen von etwa 300 mK und einem Magnetfeld von 2,5 T die Elektronpolarisation paramagnetischer Störstellen mittels Einstrahlung einer Mikrowellenfrequenz auf die Protonen übertragen. Die Polarisationsrichtung kann dabei, je nach Frequenz, parallel oder antiparallel zum Magnetfeld ausgerichtet werden. Das Magnetfeld wird hierbei durch einen supraleitenden Solenoiden, der um das Target platziert wird erzeugt. Durch Abkühlung des Targets auf 50–60 mK reicht ein Magnetfeld von  $\approx 0,6$  T, das von

einer Haltespule im Innern des Kryostaten erzeugt wird, aus um eine Relaxationszeit der Protonenspins von mehreren Hundert Stunden zu erzielen. Diese Methode ist als Frozen-Spin-Methode bekannt.[BDP<sup>+</sup>99]

In der in dieser Arbeit analysierten Strahlzeit wurde das Target alle zwei bis drei Tage neu aufpolarisiert, wozu die Datennahme unterbrochen werden musste. Es wurden dabei maximale Polarisationsgrade von 85 % erreicht.

#### 2.4.2. Kohlenstoff-Target

Zusätzlich zu den Reaktionen an den Wasserstoffkernen im Butanol (freie Protonen) können auch Reaktionen an den in Kohlenstoff- oder Sauerstoffkernen gebundenen Nukleonen stattfinden. Da diese Nukleonen einen a priori unbekanntes Fermi-Impuls<sup>6</sup> besitzen und zum anderen unpolarisiert sind, muss ihr Anteil bestimmt werden, wozu Messungen mit einem Kohlenstoffschaum-Target (Abbildung 2.10) durchgeführt wurden. Um die äußeren Gegebenheiten im Hinblick auf die Systematik möglichst gleich zum Butanol-Target zu halten, wurde das Kohlenstoff-Target im Frozen-Spin-Kryostaten bei  $\approx 1$  K betrieben, womit sich auch das zur Kühlung notwendige He im Target befand. Die Targetflächendichte entspricht ebenfalls in etwa der des Kohlenstoffs und Sauerstoffs im Butanol-Target (vgl. Tabelle 2.1).



Abbildung 2.10.: Kohlenstoff-Target mit Targetcontainer. [Grü16]

#### 2.4.3. Flüssigwasserstoff-Target

Um auch Messungen an einem reinen Protonentarget durchführen zu können, steht dem Crystal-Barrel-Experiment ein Flüssigwasserstoff-Target zur Verfügung. Es besteht aus einem Wärmetauscher, der die 5,26 cm lange und 3 cm durchmessende Targetzelle aus Kapton mit flüssigem Wasserstoff versorgt. Typische Betriebsparameter der Zelle sind ein Druck von  $\approx 1450$  mbar und eine Temperatur von  $\approx 20$  K.[Ham09]

Da die Bindungsenergie des Wasserstoffs (13,6 eV) vernachlässigbar ist im Vergleich zur Energie des Photonenstrahls, können die Protonen im Wasserstoff als freie Teilchen angenommen werden. Somit tritt hier im Gegensatz zu im Kern gebundenen Nukleonen kein Fermi-Impuls auf.

<sup>6</sup>Aufgrund des Pauli-Prinzips können sich die Protonen im Kern nicht alle im gleichen Zustand befinden. Der Impuls des höchsten besetzten Zustands (relativ zum niedrigsten) wird als Fermi-Impuls bezeichnet. Er liegt typischerweise in der Größenordnung 250 MeV.

Target	Material	Länge	(effektive) Dichte	Flächendichte der p
BoFroST	C <sub>4</sub> H <sub>9</sub> OH	2,000 cm	0,94 g/cm <sup>3</sup> · 0,61 = 0,57 g/cm <sup>3</sup>	3,90 · 10 <sup>23</sup> cm <sup>-2</sup> (alle p) 0,93 · 10 <sup>23</sup> cm <sup>-2</sup> (nur p in H)
Kohlenstoff- schaum	C	2,040 cm	0,5000 g/cm <sup>3</sup>	3,07 · 10 <sup>23</sup> cm <sup>-2</sup>
Flüssig- wasserstoff	H <sub>2</sub>	5,26 cm	0,0694 g/cm <sup>3</sup>	2,2 · 10 <sup>23</sup> cm <sup>-2</sup>

Tabelle 2.1.: Parameter der verschiedenen Targets. Beim polarisierten Target muss die Dichte des Butanols mit dem Füllungsfaktor der Targetzelle multipliziert werden um so die effektive Dichte des Targetmaterials zu berechnen. Die Dichte des Flüssigwasserstoff bezieht sich auf die Siedetemperatur beim verwendeten Druck von 1,44 bar in der Targetzelle. Daten aus [RD04], [Grü16], [Ham09] und [Ham17].

## 2.5. Innendetektor

Während der Messung ist das Target vom Innendetektor umschlossen, welcher aus 513 szintillierenden Fasern mit 400 mm Länge und 2 mm Durchmesser besteht. Der Innendetektor deckt einen Polarwinkelbereich von etwa 21° – 167° ab. Die Fasern sind sensitiv auf geladene Teilchen, sodass Protonen und Photonen unterschieden werden können. Minimal-ionisierende Teilchen deponieren beim Durchgang der vollen 1,94 mm sensitiven Dicke etwa 400 keV Energie in einer Faser. Wie in Abbildung 2.11 gezeigt, ist der Innendetektor in drei Lagen angeordnet, deren Fasern um -24,5° bzw. +25,7° relativ zueinander verdreht sind. Dadurch existiert immer ein eindeutiger Schnittpunkt sobald zwei Fasern aus verschiedenen Lagen angesprochen haben. Mit dieser Positionsinformation kann einem entsprechenden Treffer im Crystal-Barrel-Kalorimeter eine Ladungsinformation zugeordnet werden. Zur Auslese werden die Signale der Fasern mittels Lichtleiter auf 16-fach-Photomultiplier geführt. [Grü06, S<sup>+</sup>05]

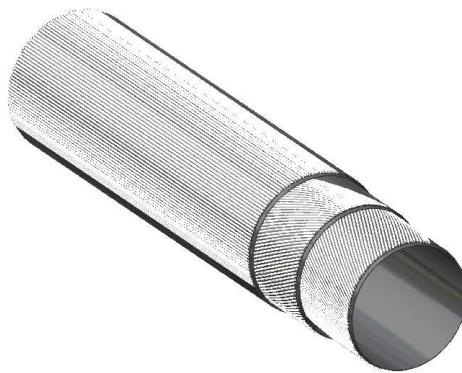


Abbildung 2.11.: Anordnung der Faserlagen des Innendetektors. [Wal09]



## 2.6. Crystal-Barrel-Kalorimeter

Target und Innendetektor werden vom Crystal-Barrel-Kalorimeter (Abbildung 2.12) umschlossen, dem Herzstück des Crystal-Barrel/TAPS-Experiments. Das Kalorimeter besteht aus 1230 Cäsiumjodid-Kristallen, die mit Thallium dotiert sind. Der Detektor ist aus 20 Ringen mit je 60 Kristallen und einem weiteren Ring in Rückwärtsrichtung mit 30 Kristallen aufgebaut. Die Kristalle decken jeweils  $6^\circ$  in  $\theta$  und  $6^\circ$  (im letzten Ring  $12^\circ$ ) in  $\phi$  ab. Somit werden  $30 - 156^\circ$  im Polarwinkel und der gesamte Azimutwinkelbereich vom Kalorimeter abgedeckt. Die Kristalle sind 30 cm lang, was in CsI(Tl)  $16,1$  Strahlungslängen ( $X_0$ ) entspricht (vgl. Tabelle 2.2). [A<sup>+</sup>92]

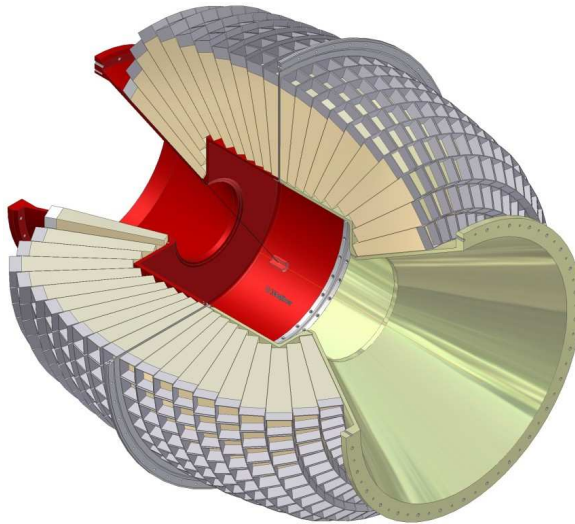


Abbildung 2.12.: Crystal-Barrel-Kalorimeter. [Wal09]

Hochenergetische Photonen oder Elektronen erzeugen durch Paarbildung und Bremsstrahlung elektromagnetische Schauer beim Durchgang durch Materie. Dadurch wird nicht nur im Kristall in dem das Photon oder Elektron auftrifft Energie deponiert, sondern auch in benachbarten Kristallen. Die transversale Schauerausbreitung wird durch die Molière-Theorie beschrieben: In einem Zylinder mit Radius  $R_M(\text{CsI}) = 3,57$  cm um den Auftreffort werden 90 % der Energie deponiert. Durch dieses Aufschauern kann für Photonen eine (energieabhängige) Winkelauflösung von  $\approx 1 - 2^\circ$ , also deutlich besser als die Kristallabmessung erzielt werden [Mül07]. Bei einer Kristalllänge von 30 cm werden bei einer Photonenenergie von 2 GeV noch 99 % der Energie im Kristall deponiert [B<sup>+</sup>86].

Minimal-ionisierende oder andere geladene Teilchen schauern nicht auf und deponieren somit nur in einem oder wenigen Kristallen Energie. Ihre Ortsauflösung ist damit durch die Kristallabmessungen gegeben. Des Weiteren werden minimal-ionisierende Teilchen in der Regel nicht in den Kristallen gestoppt, womit ihre Energie nicht der in den Kristallen gemessenen entspricht.

Da das Crystal-Barrel-Kalorimeter ursprünglich in einem Magnetfeld betrieben wurde (siehe [A<sup>+</sup>92]), erfolgt die Auslese der Kristalle mit PIN-Photodioden. Eine erste Vorverstärkung erfolgt noch im sogenannten Hütchen am Ende jeden Kristalls (Abbildung 2.13), welches Wellenlängenschieber (zur Sammlung des Szintillationslichts über die Kristallendfläche sowie



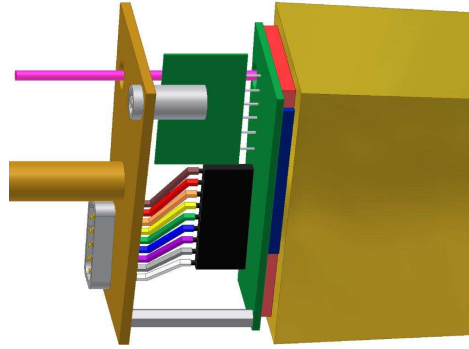


Abbildung 2.13.: Auslese-Hütchen des CsI(Tl)-Kristalls: Wellenlängenschieber (rot) an der Endfläche des Kristalls (beige) und PIN-Diode (blau) sind ebenso zu sehen wie der Lichtleiter zur Einkopplung des Lichtpulsers (pink, vgl. Kapitel 3.2.1). [Wal09]

der Verschiebung in den sensitiven Bereich und Leitung zur Photodiode), PIN-Diode und Vorverstärker enthält. Die Anstiegszeit des Vorverstärkersignals liegt in der Größenordnung  $10\ \mu\text{s}$ , weshalb keine Zeitinformation der Crystal-Barrel-Treffer verwendet wird.

## 2.7. Vorwärtskonus

Für ein Fixed-Target-Experiment ist der Vorwärtsbereich aufgrund des Lorentz-Boosts besonders wichtig. Deshalb wurden drei Ringe des ursprünglichen Crystal-Barrels umgebaut und bilden nun den Vorwärtskonus, der in Abbildung 2.14 dargestellt ist. Er besteht aus 90 CsI(Tl)-Kristallen, die in  $(\theta, \phi)$   $6^\circ \times 12^\circ$  abmessen.

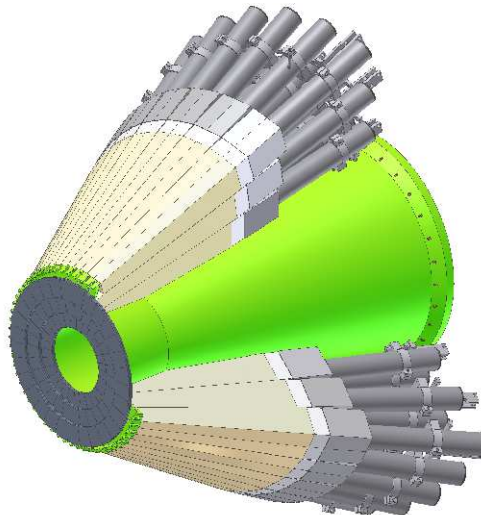


Abbildung 2.14.: Aufbau des Vorwärtskonus. Kristalle (hell beige) mit Photomultiplier (grau) und Szintillatorplättchen vor den Kristallen (dunkelgrau). [Wal09]

Aufgrund der Haltestruktur zeigen die Kristalle nicht genau auf den Targetmittelpunkt, sondern auf einen Punkt 3 cm weiter in Strahlrichtung. Die Raumwinkelabdeckung ist damit  $11,2^\circ$  bis  $27,5^\circ$  in  $\theta$  und der volle Azimutwinkel. Im Gegensatz zu den Crystal-Barrel-Kristallen werden die Signale der Vorwärtskonuskristalle mittels Plexiglaslichtleiter auf Photomultipliern geleitet. Damit lassen sich sowohl Zeitinformationen extrahieren als auch der Vorwärtskonus im Trigger verwenden. [Fun08]

Vor jedem der drei Kristallringe sind jeweils 60 Plastikszintillatorplättchen in zwei Lagen angebracht, die geladene Teilchen detektieren sollen. Der Überlapp der beiden Lagen sorgt dafür, dass trotz der  $12^\circ$ -Abdeckung in  $\phi$  eine Auflösung von  $6^\circ$  erreicht werden kann. Die  $\theta$ -Abdeckung beträgt ebenfalls  $6^\circ$ . Bei einer Dicke der Plättchen von 3 mm sollten geladene Teilchen mindestens 600 keV Energie deponieren. [Wen08]

## 2.8. MiniTAPS-Kalorimeter

Für den Bereich kleiner Polarwinkel, der vom Vorwärtskonus nicht abgedeckt wird, befindet sich im Abstand von 210 cm vom Targetmittelpunkt der MiniTAPS-Detektor (Abbildung 2.15(a)). Er besteht aus 216 hexagonalen  $\text{BaF}_2$ -Kristallen mit einem Innenkreisdurchmesser von 5,9 cm und einer Länge von 25 cm, was 12,3 Strahlungslängen entspricht. Die letzten 2,5 cm der Kristalle sind zylindrisch geformt, um eine bessere Magnetfeldabschirmung der (ebenfalls zylindrischen) Photomultiplier mittels eines  $\mu$ -Metallzylinders zu erreichen. Das MiniTAPS-Kalorimeter deckt  $\lesssim 1-12^\circ$  im Polarwinkel und den gesamten Azimutwinkelbereich ab. Um eine Ladungsinformationen zu erhalten, ist vor jedem Kristall ein 5 mm dickes Plastikszintillatorplättchen angebracht. [Nov91]

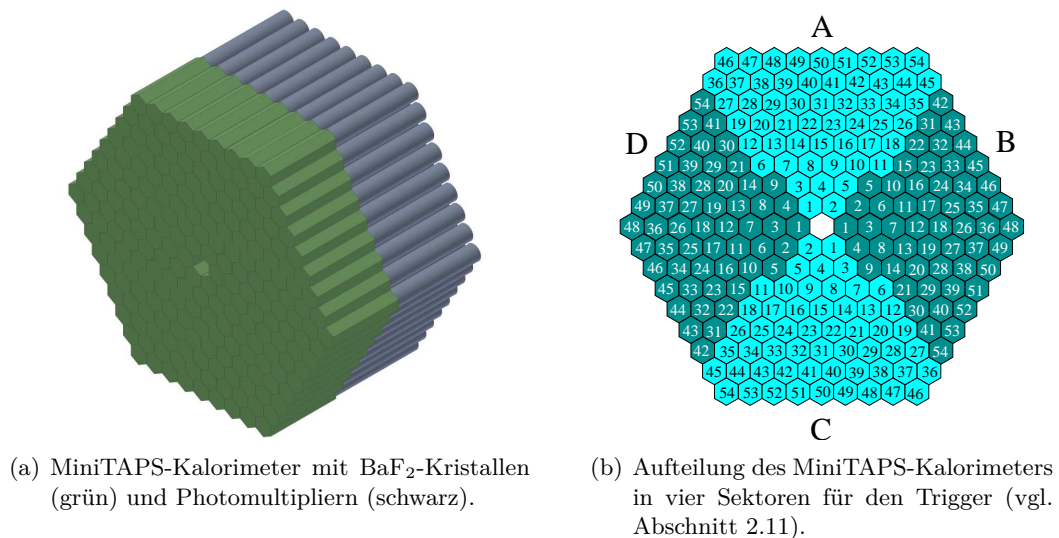


Abbildung 2.15.: MiniTAPS-Kalorimeter. [Wal09]

Das Szintillationslicht in  $\text{BaF}_2$  besitzt eine schnelle und eine langsame Komponente, die je nach Teilchenart unterschiedlich stark angeregt wird. Damit lässt sich prinzipiell zwischen z.B. Photonen und Protonen unterscheiden [Nov91]. Des Weiteren erlaubt die im Vergleich

zu CsI(Tl) recht kurze Abklingzeit des Signals (vgl. Tabelle 2.2) eine höhere Ratenfestigkeit wie sie für kleine Polarwinkel bei einem Fixed-Target-Experiment nötig ist.

Material	Länge	Dichte	$X_0$	$R_M$	$\tau_{\text{decay}}$
CsI(Tl)	30 cm	4,51 g/cm <sup>3</sup>	1,86 cm	3,57 cm	7 $\mu\text{s}$ ; 0,9 $\mu\text{s}$
BaF <sub>2</sub>	25 cm	4,89 g/cm <sup>3</sup>	2,03 cm	3,10 cm	650 ns; 0,9 ns

Tabelle 2.2.: Eigenschaften der verwendeten Kristalle. [A<sup>+</sup>92, T<sup>+</sup>18]

Insgesamt decken die Kalorimeter des Crystal-Barrel-Experiments den Polarwinkelbereich zwischen  $\lesssim 1^\circ$  und  $156^\circ$  ab bei kompletter Azimutwinkelabdeckung. Das ergibt 94,6% des gesamten Raumwinkels im Laborsystem.

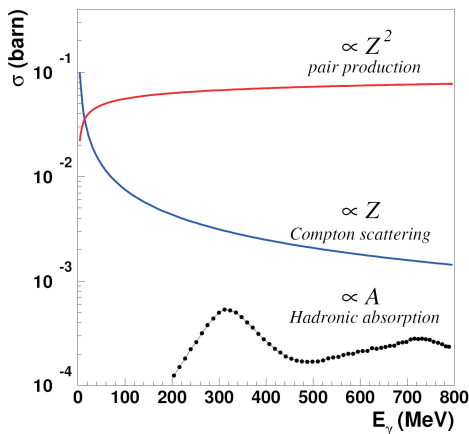


Abbildung 2.16.: Totaler Wirkungsquerschnitt für Paarproduktion, Comptoneffekt und hadronische Reaktionen am Wasserstofftarget. [Kai07]

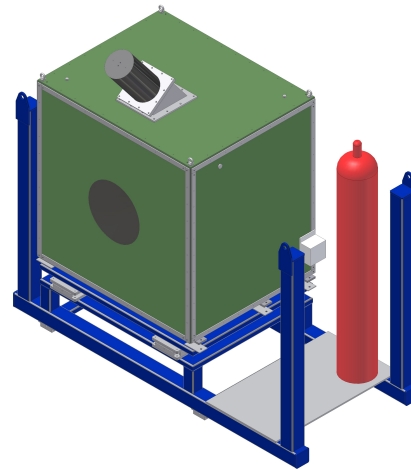


Abbildung 2.17.: Gas-Cherenkov-Detektor mit Photomultiplier (schwarz). [Wal09]

## 2.9. Gas-Cherenkov-Detektor

Wie in Abbildung 2.16 zu sehen, ist der Wirkungsquerschnitt für elektromagnetische Reaktionen, vor allem Paarbildung und Comptoneffekt, um Größenordnungen höher als der für hadronische Reaktionen. Ein Cherenkov-Detektor (Abbildung 2.17) kommt zur Identifizierung der elektromagnetischen Reaktionen zum Einsatz, womit deren Anteil in den aufgenommenen Daten reduziert werden kann. Da aufgrund des Boosts die erzeugten Elektronen und Positronen vornehmlich in Vorwärtsrichtung fliegen, befindet sich der 1,0 m lange und 1,2 m  $\times$  1,2 m breite und hohe Cherenkov-Detektor zwischen dem Crystal-Barrel-Kalorimeter und dem MiniTAPS-Kalorimeter. Das Cherenkovlicht wird mittels eines Hohlspiegels auf einen Photomultiplier fokussiert. Als Cherenkovmedium wurde CO<sub>2</sub> gewählt. Mit einem Brechungsindex von  $n = 1,00043$  erzeugen Elektronen und Positronen ab einer Energie von

17,4 MeV Cherenkovlicht, während (geladene) Pionen, als leichteste hadronische Teilchen, dafür eine Energie von 4761 MeV also jenseits der maximalen ELSA-Energie benötigen. [Kai07]

## 2.10. Gamma-Intensitätsmonitor und Flussmonitor

Um Wirkungsquerschnitte messen zu können oder zur Zählratennormalisierung verschiedener Strahlzeiten, um diese miteinander vergleichen zu können, ist es nötig den Fluss an einlaufenden Photonen zu bestimmen. Diese Aufgabe erfüllen der Gamma-Intensitätsmonitor (GIM) und der Flussmonitor (FluMo), dargestellt in Abbildung 2.18, welche sich direkt vor dem Photonenstrahlabsorber befinden. Der GIM besteht aus  $4 \times 4$  PbF<sub>2</sub>-Kristallen, in denen die Photonen  $e^+e^-$ -Paare bilden. Diese senden Cherenkovlicht aus, das mit Photomultipliern ausgelesen wird. Bei hohen Raten kommt es aufgrund von Totzeit<sup>7</sup> allerdings zu einer Verringerung der Nachweiseffizienz des GIM. So werden ab einer GIM-Rate von etwa 7 MHz über 10 % der Ereignisse nicht mehr registriert [Har08].

Um auch bei hohen Raten den Photonenfluss bestimmen zu können, wurde vor dem GIM der FluMo-Detektor installiert. An einer Konversionsfolie erzeugt ein Bruchteil der Photonen  $e^+e^-$ -Paare, die in zwei Plastikszintillationszählern nachgewiesen werden. Da der Wirkungsquerschnitt der Paarbildung genau bekannt ist, kann der Bruchteil der Photonen, die  $e^+e^-$ -Paare erzeugen, berechnet werden. Um nur  $e^+e^-$ -Paare aus der Konversionsfolie zu zählen, befindet sich vor der Folie ein weiterer Plastikszintillator als Veto-Detektor, der geladene Teilchen, welche vom Photonenstrahl mitgeführt werden können, erkennt. [Die08]

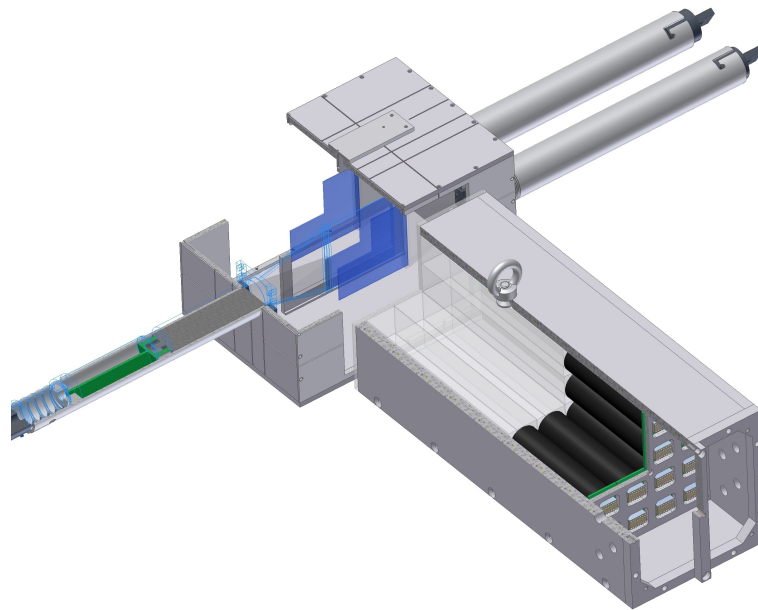


Abbildung 2.18.: Gamma-Intensitätsmonitor und Fluss-Monitor: Links oben der Fluss-Monitor mit den Plastikszintillatoren (blau). Rechts unten der GIM mit den 16 PbF<sub>2</sub>-Kristallen und den Photomultipliern (schwarz). [Wal09]

<sup>7</sup>Nachdem ein Kristall ein Ereignis registriert hat, kann (bedingt durch die Ausleseelektronik) für eine bestimmte Zeit kein weiteres Ereignis mehr registriert werden. Diese Zeit wird als Totzeit bezeichnet.

## 2.11. Trigger

Der Trigger sorgt dafür, dass der Anteil an gewünschten hadronischen Ereignissen in den weggeschriebenen Daten möglichst groß ist. Dazu sollen an Hand der Ereignistopologie elektromagnetische Reaktionen, die einen wesentlich höheren Wirkungsquerschnitt haben (vgl. Abbildung 2.16), erkannt werden und im Gegensatz zu den gewünschten hadronischen Reaktionen nicht weggeschrieben werden.

Der Trigger des Crystal-Barrel-Experimentes arbeitet in zwei Stufen. In der ersten Stufe (1st-Level) werden die Signale aller Detektoren berücksichtigt, die innerhalb von ca. 250 ns bereitstehen. Das trifft auf Tagger, Innendetektor, Vorwärtskonus, MiniTAPS und Cherenkov-Detektor zu. Die Signale des Crystal-Barrel-Kalorimeters sind nicht schnell genug weshalb sie nur in der zweiten Triggerstufe (2nd-Level) verwendet werden. Diese besteht aus dem auf Zellularlogik beruhenden Fast-Cluster-Encoder (FACE) [Fle01], der Bereiche zusammenhängender Kristallsignale (Cluster<sup>8</sup>) oberhalb einer Einzelkristallschwelle (ca. 15–17 MeV<sup>9</sup>) erkennt und deren Anzahl als Signal liefert. Dies dauert abhängig von der Clusterzahl mehrere Mikrosekunden.

Die im 1st-Level verwendeten Signale der einzelnen Detektoren sind eine Koinzidenz zweier überlappender Szintillatorplatten im Tagger, Koinzidenz mindestens zweier Lagen im Innendetektor, Anzahl Cluster im Vorwärtskonus, Anzahl Sektoren oberhalb der Schwelle in MiniTAPS (vgl. Abbildung 2.15(b)) und (Veto-)Signal im Cherenkov-Detektor. Der Vorwärtskonus verfügt über einen Clusterfinder, der die Anzahl der Cluster über einen Vergleich mit Lookup-Tabellen ermittelt [Fun08]. Wird das transversale Target verwendet, so werden hierbei Einzelkristallschwellen von 30–35 MeV verwendet. Diese relativ hohen Schwellen wurden gewählt um elektromagnetischen Untergrund, welcher durch das transversale Feld in den Vorwärtskonus gelenkt wird, im Trigger zu unterdrücken [Har17]. Das MiniTAPS-Kalorimeter ist für die Erzeugung eines Triggersignals in vier Sektoren aufgeteilt (siehe Abbildung 2.15(b)). Es wird unterschieden zwischen einem Cluster innerhalb eines Sektors oberhalb der Schwelle LED\_high (hier 80 MeV) und Cluster in zwei Sektoren oberhalb der Schwelle LED\_low (ebenfalls 80 MeV).

1st-Level	2nd-Level (FACE)
Tagger $\wedge$ Innen $\wedge$ NO Cherenkov	$\geq 2$
Tagger $\wedge$ FP1 $\wedge$ NO Cherenkov	$\geq 1$
Tagger $\wedge$ FP2 $\wedge$ NO Cherenkov	–
Tagger $\wedge$ FP1 $\wedge$ MiniTAPS1 $\wedge$ NO Cherenkov	–
Tagger $\wedge$ MiniTAPS1 $\wedge$ NO Cherenkov	$\geq 1$
Tagger $\wedge$ MiniTAPS2 $\wedge$ NO Cherenkov	–

Tabelle 2.3.: Trigger-Bedingungen (*trig42c*): geforderte Detektor-Signale und Anzahl gefundener Cluster in FACE. Tagger steht für einen Treffer im Tagger, Innen für ein Signal im Innendetektor, FP1/2 für genau ein bzw. mindestens zwei Cluster im Vorwärtskonus, MiniTAPS1/2 ein bzw. zwei Sektoren in MiniTAPS oberhalb der Schwelle und NO Cherenkov für kein Veto-Signal im Cherenkov-Detektor.

<sup>8</sup>engl. cluster: Anhäufung

<sup>9</sup>Im späteren Analyseverlauf werden nur Cluster mit mindestens einem Kristall über 20 MeV (also oberhalb der FACE-Schwelle) rekonstruiert, vgl. Kapitel 3.3.3.

Da die Datenauslese ca. 1 ms dauert, wird mit der Auslese bereits begonnen, sobald die Triggerbedingung der ersten Stufe erfüllt ist. Wird in der zweiten Stufe die Triggerbedingung nicht erfüllt, so wird die Auslese abgebrochen (fast-reset).

Die Triggerbedingungen eines typischen Datentriggers (*trig42c*) sind in Tabelle 2.3 gegeben. Es ist ein Zwei-Teilchen-Trigger, d.h. es müssen mindestens zwei Teilchen in den Kalorimetern nachgewiesen worden sein, um die Daten auszulesen, da Mesonen, die in zwei Photonen zerfallen, nachgewiesen werden sollen. Zusätzlich wird immer eine Koinzidenz mit dem Trigger gefordert, um sicherzustellen, dass der Eingangszustand der Reaktion bekannt ist. Dieser Trigger ist darauf ausgelegt Reaktionen wie  $\gamma p \rightarrow N M \rightarrow N \gamma \gamma$  zu akzeptieren, wobei M für ein Meson steht, das in zwei Photonen zerfällt, wie z.B.  $\pi^0$  oder  $\eta$ . Da die Reaktion überbestimmt ist (Eingangszustand ist bekannt), reicht es aus zwei der drei Teilchen im Endzustand zu detektieren. Somit ist die Triggerbedingung bei zwei Teilchen im Vorwärtskonus oder in MiniTAPS oder bei jeweils einem Teilchen in Vorwärtskonus und MiniTAPS bereits erfüllt und es muss nicht mehr auf eine Entscheidung der FACE Rücksicht genommen werden. Bei einem Teilchen entweder im Vorwärtskonus oder in MiniTAPS muss noch ein weiteres Teilchen in Crystal-Barrel und damit ein Cluster durch FACE gefunden werden. Gibt es nur ein Signal im Innendetektor, kann dieses nur vom Proton stammen womit zwei Cluster in FACE gefordert werden.

Diese Triggerbedingung erlaubt es ebenfalls Reaktionen mit mehr als zwei Photonen im Endzustand, wie z.B.  $p\pi^0\pi^0$  oder  $p\eta \rightarrow p3\pi^0$ , zu akzeptieren.

# Kapitel 3.

## Kalibrierung und Rekonstruktion

Die Detektorkomponenten des Crystal-Barrel/TAPS-Experiments liefern nach Digitalisierung zunächst nur TDC- oder ADC-Werte, die eine Zeit- bzw. Energieinformation beinhalten. Um diese zu extrahieren, müssen die Detektorkanäle kalibriert werden. Dies geschieht für jede Strahlzeit getrennt bzw. für verschiedene Zeiträume einer Strahlzeit, um Einflüsse wie z.B. Temperaturänderungen, unterschiedliche Schwellen oder Alterung der Szintillatoren zu berücksichtigen.

Aus der kalibrierten Energieinformation und der geometrischen Position der einzelnen Detektorkanäle werden die Vierervektoren der physikalischen Teilchen rekonstruiert, um zusammen mit der Zeitinformation die Reaktion, welche stattgefunden hat, zu beschreiben.

### 3.1. Zeitkalibrierung

Um Detektorsignale, die zur gleichen Reaktion gehören, auch zeitlich zueinander gehörig zu rekonstruieren, müssen die Zeitinformationen der Detektoren sowohl kalibriert als auch zueinander in Relation gesetzt werden. Hierbei sollen Detektoren die gleiche absolute Zeit liefern wenn sie Signale der gleichen Reaktion detektieren. Zeitunterschiede aufgrund der unterschiedlichen Abstände der Detektoren und damit der Flugzeiten von Photonen oder anderer Teilchen mit (nahezu) Lichtgeschwindigkeit werden nicht berücksichtigt. Dies vereinfacht die Analyse dahingehend, dass alle Detektoren korrelierte Ereignisse zu gleichen absoluten Zeiten rekonstruieren.

Die Zeitkalibrierung läuft in mehreren Schritten ab. Zunächst müssen die TDC-Kanäle mit folgender Formel in Zeiten umgerechnet werden [Har08]:

$$t = a + g \cdot T + f(E) \tag{3.1}$$

Hierbei ist  $t$  die kalibrierte Zeit,  $T$  die unkalibrierte Zeit in Kanälen,  $a$  der Kalibrierungsoffset, der z.B. durch unterschiedliche Laufzeiten in Kabel oder verschiedene Elektronikkomponenten verursacht wird,  $g$  der für jeden TDC berechenbare Kalibrierungsfaktor ( $g = 57,21$  ps, außer bei MiniTAPS, wo eine aufwendigere Bestimmung nötig ist, siehe [Har08]) und  $f(E)$  die energieabhängige Timewalk-Korrektur, die Zeitunterschiede aufgrund der Schwellen in den Diskriminatoren korrigiert (für Details hierzu siehe [Har08]).

Ein TDC misst die Zeitdifferenz zwischen Start- und Stoppsignal, wobei typischerweise das Triggersignal als Start und das Detektorsignal als Stopp verwendet wird<sup>1</sup>. Signale in zeitlicher Koinzidenz zum Triggersignal liegen bei einer wohldefinierten Zeit, im sogenannten

---

<sup>1</sup>Eine Ausnahme bildet der MiniTAPS-Detektor. Hier wird das Triggersignal als Stopp und nicht als Start verwendet.

Promptpeak. Als erster grober Kalibrierungsoffset  $a_{\text{grob}}$  wird zunächst die Zeit des Promptpeaks als Offset angenommen. Da der Triggerzeitpunkt allerdings durch Signale mehrerer Detektoren zustande kommt, besitzt er eine endliche Breite. Um diese zu entfernen, werden Zeitdifferenzen zweier Detektoren betrachtet in denen der Triggerzeitpunkt wegfällt:  $(t_1 - t_{\text{trig}}) - (t_2 - t_{\text{trig}}) = t_1 - t_2$ . Somit wird jeder Detektor auf einen Referenzdetektor kalibriert. Dieser sollte selbst eine möglichst gute Zeitauflösung besitzen und möglichst bei jedem Ereignis ein TDC-Signal haben. Diese Anforderungen werden von den Taggerszintillatorlatten erfüllt. Da deren Zeitauflösung zunächst durch die Zeitauflösung des Triggersignals begrenzt wird, müssen die Szintillatorlatten erst selbst kalibriert werden. Hierbei wird der Gas-Cherenkov-Detektor als Referenz verwendet, da dieser ebenfalls eine gute Zeitauflösung besitzt und nur aus einem Kanal besteht, womit Effekte unterschiedlicher Signallaufzeiten vermieden werden. Die Position  $t_0$  des Promptpeaks im Differenzspektrum des Taggers zum Cherenkov-Detektor wird für den neuen Kalibrierungsoffset verwendet:  $a_{\text{fein}} = a_{\text{grob}} + t_0$ . Abbildung 3.1 zeigt den Effekt dieser Kalibrierung. Die so erreichte Zeitauflösung des Taggers relativ zum Cherenkov-Detektor hat eine Halbwertsbreite (FWHM) von  $1,438 \pm 0,005$  ns [Har08]. Da für die weitere Kalibrierung der Tagger als Referenz verwendet wird, ist die Zeitauflösung aller anderen Detektoren bestenfalls in der gleichen Größenordnung wie die Tagger-Zeitauflösung zu erwarten.

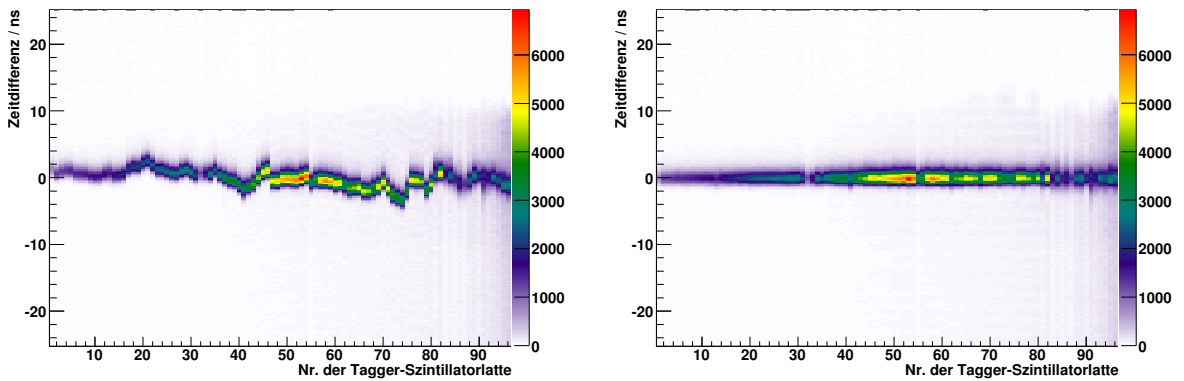


Abbildung 3.1.: Zeitkalibrierung der Taggerszintillatorlatten: Zeitdifferenz zum Cherenkov-Detektor vor (links) und nach (rechts) der Kalibrierung. [Har08]

Es ist möglich, eine Verbesserung der Zeitauflösung insbesondere des Taggers und der Kristalle des MiniTAPS-Detektors zu erreichen. Dazu wird immer abwechselnd der Tagger mit den MiniTAPS-Kristallen als Referenz kalibriert und umgekehrt bis keine weitere Verbesserung mehr eintritt.

Die mit dieser Tagger-Zeitauflösung als Referenz erreichten Zeitauflösungen der einzelnen Detektoren können Tabelle 3.1 entnommen werden, dabei ist zu beachten, dass die angegebene Zeit die quadratische Summe der Zeitauflösungen von Detektor und Referenz ist.



Detektor	FWHM [ns]
Taggerszintillatorlatten	$0,635 \pm 0,003$
Tagger, szintillierende Fasern	$1,694 \pm 0,006$
Innendetektor	$2,093 \pm 0,013$
Vorwärtskonus-Kristalle	$1,861 \pm 0,016$
Vorwärtskonus-Plastikszintillatoren	$4,434 \pm 0,013$
MiniTAPS-Kristalle	$0,872 \pm 0,006$
MiniTAPS-Plastikszintillatoren	$3,06 \pm 0,05$
Gas-Cherenkov-Detektor	$1,194 \pm 0,014$
GIM	$3,1 \pm 0,3$

Tabelle 3.1.: Erreichte Zeitaufösungen der Detektoren in der November-2007-Strahlzeit, jeweils mit Taggerszintillatorlatten als Referenzdetektor. [Har08]

## 3.2. Energiekalibrierung

Genau wie die TDCs für die Zeitinformation liefern die ADCs der Detektoren zunächst eine Kanalnummer, die in eine Energie umgerechnet werden muss. Dazu wird die Linearität der ADCs ausgenutzt und folgende Formel verwendet [Jun00]:

$$E_{\text{dep}} = c_{\text{ADC}} \cdot (A - A_{\text{P}}), \quad (3.2)$$

wobei  $E_{\text{dep}}$  für die im Kristall deponierte Energie,  $c_{\text{ADC}}$  für den Kalibrierungsfaktor des Kristalls,  $A$  für den ADC-Kanal des Signals und  $A_{\text{P}}$  für den des Pedestals steht. Letzteres ist das Signal des ADCs ohne Energiedeposition im Kristall, z.B. aufgrund von elektronischem Rauschen. Die Kalibrierungsfaktoren müssen aus der Analyse der Daten bestimmt werden, während die Pedestalpositionen direkt gemessen werden können. Hierzu wurden für das Crystal-Barrel-Kalorimeter in einem sogenannten Pulserrun die ADCs vor jedem Datenrun ausgelesen, für das MiniTAPS-Kalorimeter wurde entsprechend in den Extraktionspausen des Beschleunigerzyklus (vgl. Abbildung 2.3) während der Datenruns, auf einen Pulser getriggert, ausgelesen.

### 3.2.1. Crystal-Barrel-Detektor

Im Crystal-Barrel-Detektor sollen Photonen mit Energien von wenigen MeV bis etwa 2 GeV detektiert werden. Um mit den eingesetzten 12-Bit ADCs besonders für die niedrigen Energien eine möglichst hohe Energieauflösung zu erzielen<sup>2</sup>, besitzen die ADCs zwei Bereiche, Low- und High-Range, wobei der High-Range gegenüber dem Low-Range um einen Faktor  $\approx 8$  herabgesetzt ist. Da der dynamische Bereich des High-Range im Crystal-Barrel bis etwa 1 GeV reicht<sup>3</sup>, umfasst der Low-Range Energien bis etwa 130 MeV. Die dort zu erwartende Energieauflösung liegt somit bei etwa  $130 \text{ MeV} / 2^{12} \text{ Kanäle} = 0,03 \text{ MeV/Kanal}$ .

<sup>2</sup>Die Energieverteilung der Strahlphotonen und damit die Obergrenze der Energieverteilung der Endzustandsteilchen, folgt dem Bethe-Heitler-Wirkungsquerschnitt (Gl. 2.1), welcher mit steigender Photonenergie mit  $\approx 1/E_{\gamma}$  abnimmt.

<sup>3</sup>Im Vorwärtskonus, wo aufgrund des Lorentz-Boost bei einem Fixed-Target-Experiment höhere Energien zu erwarten sind als in den rückwärtigen Bereichen, reicht der dynamische Bereich des High-Range bis etwa 2 GeV.

Gleichung 3.2 modifiziert sich dadurch wie folgt [Bös06]:

$$E_{\text{dep}}^{\text{low}} = c_{\text{ADC}} \cdot (A^{\text{low}} - A_{\text{P}}^{\text{low}}) \quad (3.3)$$

$$E_{\text{dep}}^{\text{high}} = c_{\text{ADC}} \cdot (A^{\text{high}} - A_{\text{P}}^{\text{high}}) \cdot g^{\text{LP}} \quad (3.4)$$

mit den Pedestalpositionen in Low- und High-Range  $A_{\text{P}}^{\text{low}}$  und  $A_{\text{P}}^{\text{high}}$  sowie dem Verstärkungsfaktor  $g^{\text{LP}}$ , welcher dem inversen Umsetzungsfaktor zwischen Low- und High-Range entspricht. Zur Bestimmung sowohl des Verstärkungsfaktors als auch der Pedestalpositionen kommt ein Lichtpulsersystem zum Einsatz [Bös06]. Dessen Hauptkomponenten sind eine Xe-Blitzlampe, die geeignet ist, die Pulsform und das Emissionsspektrum der CsI(Tl)-Kristalle zu simulieren, sechs Filter, die unabhängig voneinander in den Strahlengang gebracht werden können, um verschiedene Transmissionen zu erreichen und damit verschiedene Energien zu simulieren, und Lichtleiter, die die Signale in den Wellenlängenschieber der Kristalle einspeisen (vgl. Abbildung 2.13).

Die ADC-Werte der Lichtpulserdaten werden gegen die Transmission aufgetragen, wie in Abbildung 3.2 für einen Kristall schematisch gezeigt. Das Verhältnis der Steigungen gibt den Verstärkungsfaktor und die Achsenabschnitte die Pedestalpositionen in Low- und High-Range.

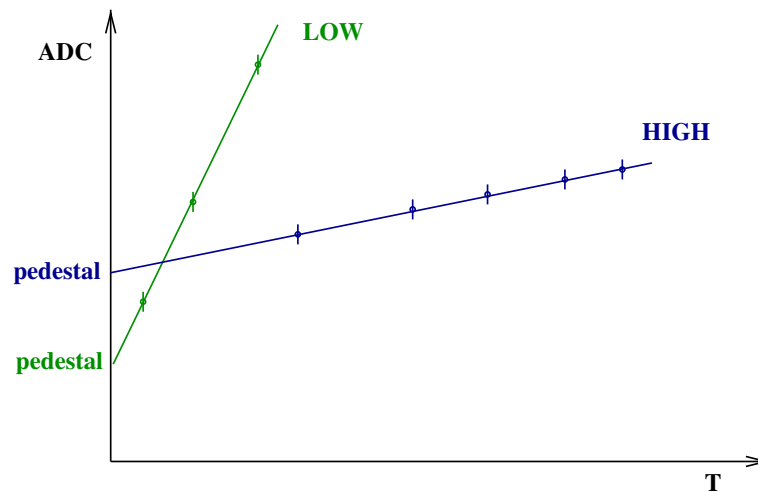


Abbildung 3.2.: Bestimmung des Verstärkungsfaktors mit dem Lichtpulsler: Aus der Auftragung der ADC-Werte gegen die Transmission des Lichtpulsers lässt sich der Verstärkungsfaktor und die Pedestalpositionen bestimmen. [Bös06]

Zur Bestimmung der Kalibrierungsfaktoren  $c_{\text{ADC}}$ , die für jeden Kristall einzeln erfolgt, wird der Pionpeak im invariante Masse-Spektrum zweier Photonen verwendet. Das  $\pi^0$  eignet sich besonders zur Kalibrierung, da seine Masse sehr genau bekannt ist ( $\pm 0,6$  keV), die natürliche Breite (7,7 eV) weit unterhalb der Detektoraufösung liegt und es ein hohes Verzweigungsverhältnis in Photonen besitzt (98,8%) [T<sup>+</sup>18]. Außerdem ist das Pion das leichteste Teilchen, welches in Photonen zerfällt, sodass es in ausreichender Menge in den Daten vorhanden ist. Für jeden Kristall, der Zentralkristall eines Clusters ist (vgl. 3.3), wird die Peakposition im  $m_{\gamma\gamma}$ -Spektrum bestimmt. Unter Annahme einer korrekten Winkelrekonstruktion gilt für das

Verhältnis der Peakposition  $m_{\gamma\gamma}$  zur korrekten Pionmasse  $m_{\pi^0}$  [Jun00]:

$$\frac{m_{\gamma\gamma}^2}{m_{\pi^0}^2} = \frac{E_{\gamma 1} E_{\gamma 2}}{E_{\gamma 1}^0 E_{\gamma 2}^0} = \frac{c_{\text{ADC}1} c_{\text{ADC}2}}{c_{\text{ADC}1}^0 c_{\text{ADC}2}^0} \quad (3.5)$$

mit  $E_{\gamma 1}, E_{\gamma 2}$  den rekonstruierten (unkalibrierten) Energien der beiden Photonen und  $E_{\gamma 1}^0, E_{\gamma 2}^0$  den tatsächlichen (korrekt kalibrierten) Energien mit Kalibrierungsfaktoren  $c_{\text{ADC}1}^0$  und  $c_{\text{ADC}2}^0$ . Da das zweite Photon irgendwo im Detektor rekonstruiert worden sein kann, wird bei der Kalibrierung angenommen, dass sich der Einfluss von  $c_{\text{ADC}2}$ , bei Streuung der Kalibrierungsfaktoren um den korrekten Wert, heraus mittelt. Außerdem wird die Cluster-Energie durch den Zentralkristall dominiert, sodass der Einfluss der noch nicht kalibrierten Nachbarkristalle unterdrückt wird. Der Kalibrierungsfaktor  $c_{\text{ADC}1}^0$  ist damit gegeben durch:

$$c_{\text{ADC}1}^0 = c_{\text{ADC}1} \cdot \frac{m_{\pi^0}^2}{m_{\gamma\gamma}^2}. \quad (3.6)$$

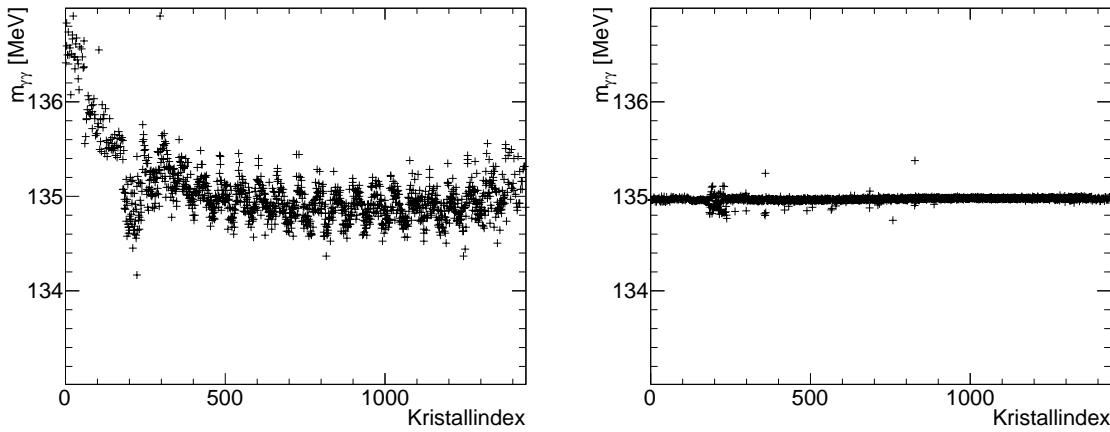


Abbildung 3.3.: Kalibrierung im Crystal-Barrel: Position der  $2\gamma$ -Masse gegen Kristallindex, links vor der Kalibrierung, rechts nach der letzten Iteration. [Mül18]

Der neue Kalibrierungsfaktor  $c_{\text{ADC}}^0$  entspricht nur dann dem korrekten Wert, wenn alle anderen Kalibrierungsfaktoren des Crystal-Barrel-Detektors schon kalibriert sind. Das ist im Allgemeinen nicht der Fall, womit der neue Wert überkorrigiert ist. Durch iteratives Anwenden von Gleichung 3.6 nähern sich die Kalibrierungsfaktoren den korrekten Werten an.<sup>4</sup>

In Abbildung 3.3 sind die Peakpositionen der einzelnen Kristalle vor der Kalibrierung und nach der letzten Iteration dargestellt. Die klare Verkleinerung der Streuung um den Literaturwert wird besonders deutlich.

### 3.2.2. MiniTAPS-Detektor

Die Kalibrierung des MiniTAPS-Detektors verläuft nach dem gleichen Prinzip wie die des Crystal-Barrel-Detektors, wobei hier das zweite Photon aus dem Pionzerfall im Crystal-

<sup>4</sup>Um eine (ungedämpfte) Oszillation um den korrekten Wert zu vermeiden, wird ein Dämpfungsfaktor  $d$  in Gleichung 3.6 eingefügt:  $c_{\text{ADC}1}^0 = c_{\text{ADC}1} \cdot (m_{\pi^0}^2/m_{\gamma\gamma}^2 \cdot (1-d) + d)$ . Für Details siehe [Mül18].

Barrel rekonstruiert und dieser bereits korrekt kalibriert sein muss. Reaktionen bei denen beide Photonen aus dem Pionzerfall im MiniTAPS-Kalorimeter detektiert werden, treten aufgrund der geringen Winkelabdeckung des MiniTAPS-Detektors nicht mit ausreichender Häufigkeit für die Kalibrierung auf. [Got09]

Als erster grober Kalibrierungsfaktor werden Daten analysiert, bei denen Höhenstrahlung den Detektor passiert hat (Cosmic-Kalibrierung). Kosmische Myonen sind minimal-ionisierende Teilchen, deren Energiedeposition in einem Kristall näherungsweise einem wohldefinierten Wert entspricht. Damit lässt sich der Cosmic-Peakposition eine Energie zuweisen und somit ein vorläufiger Kalibrierungsfaktor bestimmen. Darauf folgt dann die Pion-Kalibrierung.

### 3.3. Rekonstruktion

Um die gemessene Reaktion zu rekonstruieren, werden Informationen über die Teilchen im Ausgangs- und insbesondere im Endzustand benötigt. Die Detektoren liefern allerdings zunächst nur Energie-, Zeit- oder Richtungsinformationen einzelner Kanäle (Kristalle, Fasern, o.Ä.). In der Rekonstruktion werden diese Informationen zu Größen vereint, die die physikalischen Teilchen beschreiben, welche den Detektor getroffen haben.

#### 3.3.1. Tagger

In der Taggerrekonstruktion werden aus den Treffern der abgelenkten Elektronen die zugehörigen Strahlphotonen ermittelt. Dazu stehen eine Zeitinformation zur zeitlichen Zuordnung und die Position der Szintillatorlatten und -fasern für die Energieinformation zur Verfügung. Benachbarte Latten, deren Zeitsignal höchstens 4 ns auseinander liegt, werden zu Clustern zusammengefasst, was die Ortsauflösung verbessert. Um möglichen Untergrund zu verringern, wird ein Treffer in beiden Lagen verlangt. Das Faserclustering verläuft analog, wobei hier die maximale Zeitdifferenz 7 ns beträgt und ein Treffer in einer Lage ausreichend ist, da es aufgrund der Detektorgeometrie auch Elektronen gibt, die nur eine Faser treffen. Um eine optimale Auflösung zu erreichen und Untergrund zu reduzieren, wird im Bereich der Fasern eine Koinzidenz aus Latten- und Fasertreffer verlangt (maximale Zeitdifferenz 4 ns). Die Ortsauflösung ist dann durch die Fasern gegeben.

Um aus dem Auftreffort der Elektronen die Energie der Strahlphotonen zu berechnen wurde eine Einschusskalibrierung durchgeführt [FP09]. Dabei wurde der Elektronenstrahl aus ELSA bei verschiedenen, aber wohlbekannten Energien direkt in den Tagger eingeschossen und bei unterschiedlichen Magnetfeldstärken abgelenkt. An die so erhaltene Zuordnung von Faser- bzw. Lattennummer zu Energie wurden Polynome angepasst, mit denen sich die zugehörige Photonenenergie berechnen lässt. Dabei werden für die Latten drei Bereiche mit jeweils eigenem Polynom verwendet, während die Fasern mit einem einzigen Polynom beschrieben werden.

Die erreichte Auflösung  $\Delta E_\gamma/E_\gamma$ , welche neben der reinen geometrischen Auflösung auch z.B. Unsicherheiten aufgrund der exakten Strahlposition oder der endlichen Divergenz des Elektronenstrahls beinhaltet, liegt bei 0,1 % bis 6 % von  $E_\gamma$  für die Szintillatorlatten und <0,1 % bis 2,9 % von  $E_\gamma$  für die Szintillatorfasern. Letzteres entspricht bei einer Primärstrahlenergie von 3176 MeV einer absoluten Energieauflösung von etwa 15 MeV bei niedrigen  $E_\gamma$  bis 2 MeV bei hohen  $E_\gamma$ . [FP09]

### 3.3.2. Innendetektor

Bei der Rekonstruktion der Innendetektortreffer werden zunächst die getroffenen Fasern lagenweise zu Clustern zusammengefasst, wobei eine maximale Zeitdifferenz von 14 ns gefordert wird. Aus diesen Lagentreffern werden dann jeweils Schnittpunkte zweier Lagentreffer gebildet, welche ebenfalls innerhalb von 14 ns liegen müssen [PG08]. Drei Zweilagentreffer können zu einem Dreilagentreffer zusammengefasst werden, wobei sich je zwei der Zweilagentreffer eine Faser teilen (vgl. Abbildung 3.4, links). Die aufgespannte Fläche innerhalb der Zweilagentreffer darf dabei einen Schwellenwert nicht überschreiten. Die Dreilagentreffer, sowie einzelne Zweilagentreffer welche nicht zu Dreilagentreffern zusammengefasst wurden, können über ihre Richtung Kristalltreffern zugeordnet werden (siehe Abschnitt 3.3.6). Gibt es mehrere Treffer im Innendetektor, so werden aufgrund von Mehrdeutigkeiten eine Vielzahl von Zweilagentreffern rekonstruiert (vgl. Abbildung 3.4, rechts). Um falsche Zweilagentreffer zu vermeiden, werden Fasern, die bereits Teil eines Dreilagentreffers sind, nicht mehr für weitere einzelne Zweilagentreffer verwendet. [Har17]

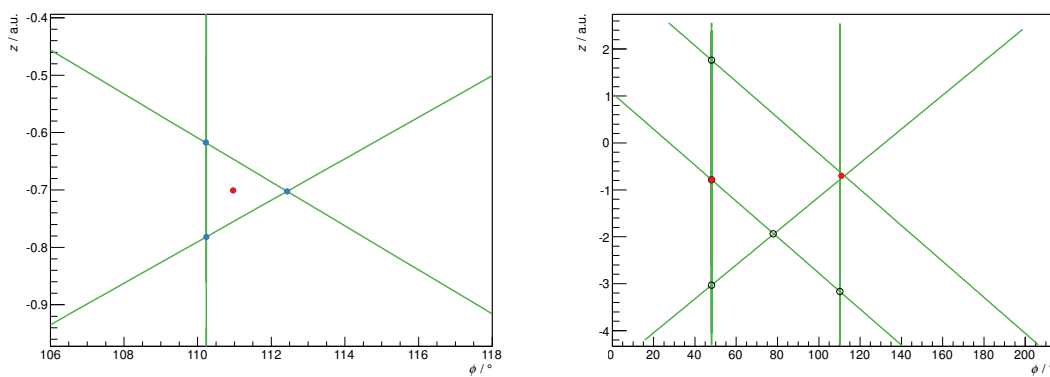


Abbildung 3.4.: Rekonstruktion im Innendetektor. Links: Drei Zweilagentreffer spannen ein Dreieck auf. Ist dessen Fläche klein genug, werden sie zu einem Dreilagentreffer (roter Punkt) kombiniert. Rechts: Mehrere Treffer im Innendetektor führen zu einer Vielzahl von Zweilagentreffern. Deshalb werden diejenigen Zweilagentreffer, deren Fasern schon in Dreilagentreffern verwendet wurden, verworfen (offene Symbole). [Har17]

### 3.3.3. Crystal-Barrel-Kalorimeter

Da sich die Kristalle des Vorwärtskonus nur durch die Auslese von denen des Crystal-Barrel-Detektors unterscheiden, wird in der Rekonstruktion nicht zwischen den beiden Detektorteilen unterschieden. Die folgende Beschreibung der Kristallrekonstruktion gilt also genauso für den Vorwärtskonus.

Aufgrund der Ausbildung eines elektromagnetischen Schauers deponieren Photonen in mehreren Kristallen Energie. Aus der Energieinformation und der Position der Kristalle wird der Vierervektor des Photons rekonstruiert. Dazu werden zunächst alle benachbarten Kristalle oberhalb der Analyseschwelle von 1 MeV zu einem Cluster zusammengefasst. Die Analyseschwelle sorgt dafür, dass Energieeinträge, die durch elektronisches Rauschen in der Kristallauslese zustande gekommen sind, nicht berücksichtigt werden. Um zu Erkennen, ob die

Schauer mehrerer Teilchen einen gemeinsamen Cluster bilden, wird nach lokalen Energiemaxima innerhalb des Clusters gesucht. Jedes Maximum oberhalb einer Schwelle von 20 MeV wird als Zentralkristall eines Teilchenschauers oder PEDs<sup>5</sup> angenommen. Durch die Zentralkristallschwelle soll vermieden werden, dass zufällige Schwankungen in der Energiedeposition (sogenannte Split-offs) als eigene Schauerzentren erkannt werden. Außerdem liegt die Schwelle oberhalb der FACE-Triggerschwelle von 15-17 MeV, um so mögliche Winkelasymmetrien des Triggers auszugleichen. Bei den Daten mit transversal polarisiertem Target wurden die Triggerschwellen im Vorwärtskonus auf 30–35 MeV gesetzt (vgl. Abschnitt 2.11). Folglich mussten die Zentralkristallschwelle bei diesen Daten im Vorwärtskonus auf 35 MeV erhöht werden.

Wird nur ein PED in einem Cluster gefunden, ist der Auftreffort des Teilchens gegeben durch die gewichteten Mittel der Kristallpositionen in  $\theta$  und  $\phi$ . Die Gewichte sind dabei abhängig von der Energie  $E_i$  des zu wichtenden Kristalls und der Energiesumme des Clusters [Jun00]:

$$\theta_{\text{PED}} = \frac{\sum_i w_i \theta_i}{\sum_i w_i}, \quad \phi_{\text{PED}} = \frac{\sum_i w_i \phi_i}{\sum_i w_i} \quad \text{und} \quad w_i = \max\left(0, 4,25 + \ln \frac{E_i}{\sum_j E_j}\right). \quad (3.7)$$

Ein solcher 1PED-Cluster ist schematisch in Abbildung 3.5 (links) dargestellt. Die Energie des PEDs ist einfach die Summe der Energien aller Clusterkristalle. Da bei der Schauerenausbreitung über mehrer Kristalle ein Teil der Schauerenergie in insensitive Bereiche (z.B. Ummantelung der Kristalle, Haltestruktur des Barrels) deponiert wird oder in den Randbereichen ein Teil des Schauers den Detektor verlässt, ist die PED-Energie kleiner als die Schauerenergie. Um dies zu korrigieren, wird eine energie- und winkelabhängige Energiekorrekturfunktion (ECF) angewandt, welche durch Monte-Carlo-Simulationen bestimmt wurde und die Energie des PEDs korrigiert [Mül07].

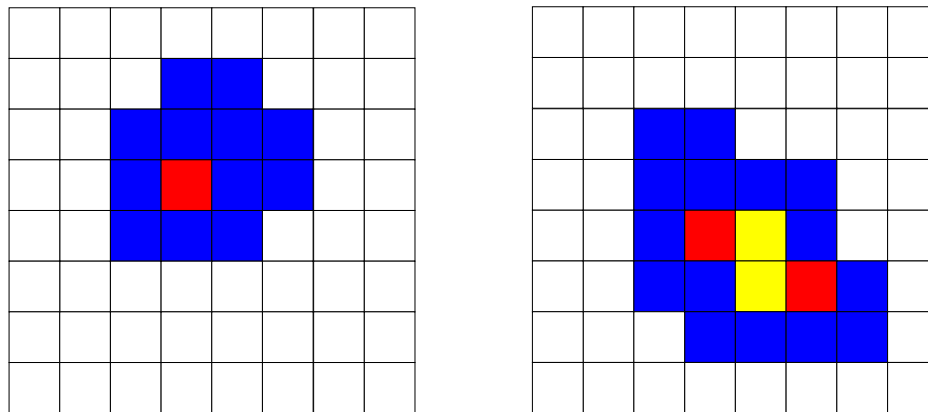


Abbildung 3.5.: Clusterbildung im Crystal-Barrel-Detektor: Schematische Darstellung eines 1PED-Clusters (links) und eines eines 2PED-Clusters (rechts). Kristalle mit Energieeinträgen oberhalb der Schwelle sind blau markiert, der Zentralkristall eines PEDs ist rot dargestellt. Kristalle die Nachbarn mehrerer PED-Zentralkristalle sind, sind in gelb dargestellt. [Sei09]

<sup>5</sup>engl. **P**article-**E**nergy-**D**eposit: Teilchen-Energie-Deposition

Wird der Cluster durch mehrere Schauer gebildet, muss die Energie des Clusters auf diese Teilchen aufgeteilt werden. Hierzu wird die Energie eines Zentralkristalls und der direkt benachbarten Kristalle berücksichtigt. Ein Beispiel eines 2PED-Clusters zeigt Abbildung 3.5 (rechts) schematisch. Sind Kristalle direkt benachbart zu mehreren Zentralkristallen (gelbe Kristalle in Abbildung 3.5), so wird ihre Energie gemäß der Molière-Theorie der transversalen Schauerausbreitung aufgeteilt [Sei09]. Die gewichtete Positionsmittelung verläuft in Multi-PED-Clustern nur über den Zentralkristall und die direkten Nachbarn (9er-Energien), wobei hier ebenfalls die Kristallenergien korrigiert werden. Für die Aufteilung der Clusterenergie wird ebenso die Molière-Theorie verwendet, Details siehe [Sei09]. Abschließend erfährt die PED-Energie dieselbe Korrektur durch die ECF wie in den 1PED-Clustern.

Die mit dieser Rekonstruktion erreichte Energieauflösung ist energieabhängig und verhält sich wie  $\sigma(E_\gamma)/E_\gamma = 2(a/\sqrt{E_\gamma} + b)$  wobei Parameter  $a$  typischerweise im Bereich  $5 - 7\% \sqrt{\text{MeV}}$  und  $b$  bei etwa  $0,5-1\%$  liegt. Damit ergibt sich eine relative Energieauflösung für Photonen mit  $1000 \text{ MeV}$  von  $1,5\%-2,5\%$ . Es kann für Photonen im Winkelbereich  $30^\circ < \theta < 150^\circ$  eine Winkelauflösung um  $2^\circ$  in  $\theta, \phi$  bei  $100 \text{ MeV}$  und um  $1^\circ$  in  $\theta, \phi$  bei  $1000 \text{ MeV}$  Photonenenergie erzielt werden. Im restlichen  $\theta$ -Bereich decken die Kristalle  $12^\circ$  in  $\phi$  ab, weswegen die  $\phi$ -Auflösung entsprechend schlechter ist. Eine detailliertere Darstellung der Auflösungen findet sich in [Mül18].

Falls der PED-Zentralkristall über eine Zeitinformation verfügt (also im Vorwärtskonus liegt), so wird diese dem rekonstruierten Teilchen zugewiesen. Ist das nicht der Fall, wird eine mittlere Zeit der Nachbarkristalle mit Zeitinformation verwendet. Teilchen, bei denen weder der Zentralkristall noch mindestens einer der Nachbarkristalle über eine Zeitinformation verfügt, erhalten keine Zeitinformation.

### 3.3.4. MiniTAPS-Kalorimeter

Die Kristallrekonstruktion des MiniTAPS-Detektors funktioniert prinzipiell ähnlich wie beim Crystal-Barrel-Detektor. Allerdings liegt hier die Energieschwelle, die benachbarte Kristalle überschreiten müssen um zu einem Cluster zusammengefasst zu werden bei  $13 \text{ MeV}$ . Da die Rate für elektromagnetischen Untergrund in Strahlhöhe hoch ist, liegen die Schwellen der innersten beiden MiniTAPS-Ringe sogar bei  $17 \text{ MeV}$ , um die Rekonstruktion des elektromagnetischen Untergrunds zu unterdrücken. Die Minimalenergie eines Zentralkristalls liegt auch in MiniTAPS bei  $20 \text{ MeV}$ , wobei die Clusterenergie mindestens  $25 \text{ MeV}$  betragen muss. Da der MiniTAPS-Detektor zusätzlich über Zeitinformation verfügt, wird ebenfalls verlangt, dass die Clusterkristalle eine Zeitdifferenz von maximal  $5 \text{ ns}$  aufweisen. Als Zeitinformation des rekonstruierten Teilchens wird die Zeit des PED-Zentralkristalls verwendet. Bei einem Abstand von  $210 \text{ cm}$  vom Target decken die MiniTAPS-Kristalle etwa  $1,6^\circ$  in  $\theta$  ab. Somit spielen Cluster mit mehreren PEDs nur eine untergeordnete Rolle. Die Clusterenergie ist wie im Fall der Crystal-Barrel-Rekonstruktion kleiner als die tatsächliche Schauerenergie. Auch hier wird eine energie- und winkelabhängige Energiekorrekturfunktion verwendet, um die Schauerverluste zu korrigieren [Dah08].

Da die Kristalle des MiniTAPS-Detektors im Gegensatz zu den Crystal-Barrel-Kristallen nicht auf das Target ausgerichtet sind, entspricht der Zentralkristall des Clusters nicht notwendigerweise dem Auftreffort des Photons. Da die Photonen unter einem Winkel auf die Kristalle treffen, breiten sich die Schauer ebenfalls unter diesem Winkel in den Kristallen aus.

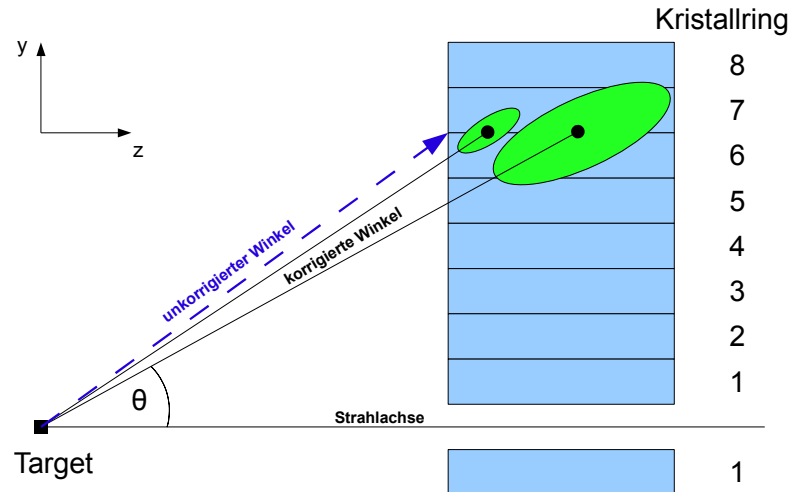


Abbildung 3.6.: Polarwinkelkorrektur in MiniTAPS. Aufgrund verschiedener Eindringtiefen können Cluster mit dem gleichen unkorrigierten Polarwinkel rekonstruiert werden obwohl ihr Auftreffort an der Detektorfrontfläche verschieden ist. [Dah08]

Dies führt zu einer Verschiebung des rekonstruierten Polarwinkels zu größeren Werten. Dieser Effekt ist außerdem abhängig von der Eindringtiefe und damit Energie des Teilchens, wie in Abbildung 3.6 veranschaulicht. Es wurde eine simulationsbasierte Polarwinkelkorrektur entwickelt, die die Verschiebung bis auf  $\lesssim 0,1^\circ$  korrigiert [Dah08].

Die erreichte Winkelauflösung in MiniTAPS liegt im Bereich von  $\lesssim 0,8^\circ$  bis  $0,2^\circ$  [Dah08], die Energieauflösung beträgt  $\sigma(E_\gamma)/E_\gamma = 1,9\% + 0,59\%/\sqrt{E_\gamma/\text{GeV}}$  [G<sup>+</sup>94].

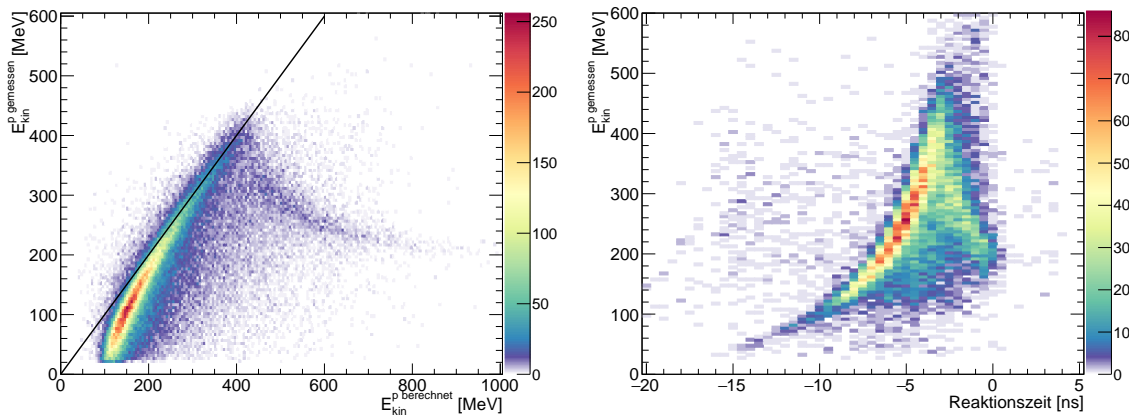
### 3.3.5. Rekonstruktion von Protonen in den Kalorimetern

Protonen bilden keinen elektromagnetischen Schauer im Kalorimeter aus und deponieren Energie nur in einigen wenigen Kristallen (meist ein oder zwei). Ab einer kinetischen Energie des Protons von etwa 450 MeV–500 MeV (vgl. Abbildung 3.7(a)) wird das Proton nicht mehr im Kalorimeter gestoppt (sogenannter Punch-through). Damit liegt dann die rekonstruierte Energie immer unterhalb der tatsächlichen. Aufgrund der Energiedeposition nach der Bethe-Bloch-Gleichung [Bet30] deponiert ein höherenergetisches Proton sogar immer weniger Energie in den Kristallen. Da das Kalorimeter auf Photonen kalibriert wird und auch für die Protonen die Photon-Energiekorrekturfunktion angewendet wird, entspricht auch die rekonstruierte Energie der niederenergetischen Protonen nicht ihrer tatsächliche kinetischen Energie<sup>6</sup>.

Da Protonen keine elektromagnetischen Schauer bilden und nur in einigen wenigen Kristallen Energie deponiert, führt dies zu einer im Allgemeinen schlechteren Winkelauflösung als für Photonen und ist durch die Kristallabmessungen ( $6^\circ \times 6^\circ$  im Crystal-Barrel-Kalorimeter) dominiert.

<sup>6</sup>Außerdem ist bei niederenergetischen Protonen eine im Bereich um 10% geringere Lichtausbeute zu erwarten. Die Ursache hierfür liegt im sogenannten Quenching des Szintillationslichts [S<sup>+</sup>90, Mat93, Bir64].





- (a) In den Kristallen deponierte Energie gegen berechnete Energie (entspricht der tatsächlichen Energie, vgl. Kapitel 4.3.2) für Protonen im Crystal-Barrel-Kalorimeter. Auf der schwarzen Linie stimmen beide Energien überein.
- (b) Zeitdifferenz (vgl. Kapitel 4.2) zwischen Protonen und Strahlphotonen aufgetragen gegen die gemessene Energie der Protonen in MiniTAPS.

Abbildung 3.7.: Protonen im Crystal-Barrel- und MiniTAPS-Kalorimeter: Gut zu erkennen ist die maximal deponierte Energie von etwa 450 MeV im Crystal-Barrel- bzw. etwa 500 MeV im MiniTAPS-Kalorimeter und der folgende Abfall der deponierten Energie mit steigender tatsächlicher Protonenergie.

Da sich der MiniTAPS-Detektor in einem Abstand von 210 cm vom Targetmittelpunkt befindet, ist die Flugzeit der Protonen nicht zu vernachlässigen. Photonen benötigen etwa 7 ns Flugzeit, allerdings wird diese Zeit in den MiniTAPS-Zeiten bereits abgezogen, sodass sich in Abbildung 3.7(b) Photonen bei 0 ns befinden würden. Der charakteristische Verlauf in der Auftragung Energiedeposition gegen Zeit (Abbildung 3.7(b)) erlaubt es prinzipiell Protonen in MiniTAPS zu identifizieren.

### 3.3.6. Rekonstruktion der Ladungsinformation in den Vorwärtskonus- und MiniTAPS-Szintillatoren

Die Rekonstruktion der Plastikszintillatorplättchen vor den Vorwärtskonuskristallen und den MiniTAPS-Kristallen funktioniert ähnlich. Es werden alle benachbarten Plättchen, die ein Signal gesehen haben zu einem Cluster zusammengefasst, wobei die maximale Zeitdifferenz zwischen den Signalen 20 ns beim Vorwärtskonus und 10 ns bei MiniTAPS betragen darf. Bei den Plättchen im Vorwärtskonus wird aufgrund der zweilagigen Anordnung zusätzlich verlangt, dass benachbarte Plättchen aus beiden Lagen angesprochen haben. Damit wird trotz einer Plättchenabmessung von  $12^\circ$  aufgrund der verschobenen Anordnung eine Azimutwinkelauflösung von  $6^\circ$  erreicht.

### 3.3.7. Zuordnung der Ladungsinformation zur Kalorimeterinformation

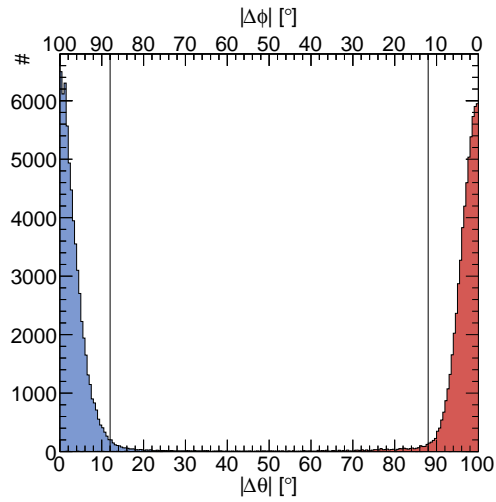
Die Richtungsinformation der ladungssensitiven Detektoren wird mit den Kalorimetertreffern verglichen, um diesen gegebenenfalls eine Ladungsinformation zuzuordnen. Für Treffer im Innendetektor dürfen Kristall-PEDs nicht mehr als je  $12^\circ$  in  $\theta$  und  $\phi$  und 15 ns (sofern eine Zeitinformation in den Kristallen vorliegt) abweichen (vgl. Abbildung 3.8(a)). Für die Vorwärtskonus-Szintillatoren sind die entsprechenden Werte  $10^\circ$  in  $\theta$ ,  $14^\circ$  in  $\phi$  und 20 ns (vgl. Abbildung 3.8(b)). Da die Frontfläche des MiniTAPS-Detektors nicht auf einer Kugeloberfläche um das Target liegt, wird die maximal erlaubte räumliche Abweichung hier als Distanz angegeben und beträgt 6,51 cm, die maximal erlaubte Zeitdifferenz beträgt hier 15 ns (vgl. Abbildung 3.8(c)).

Dem rekonstruierten Teilchen wird abhängig von nach Art des Treffers im ladungssensitiven Detektor ein Qualitätsfaktor zugeordnet. Eine Ladungsinformation von 1 stellt hier den höchstmöglichen Wert dar und wird z.B. erreicht für Dreilagentreffer im Innendetektor oder genau zwei getroffenen Plättchen im Vorwärtskonus. Eine genaue Auflistung der Qualitätsfaktoren findet sich in Tabelle 3.2. Finden sich zu einem Kristalltreffer mehrere Ladungsinformationen<sup>7</sup>, so werden diese gemittelt.

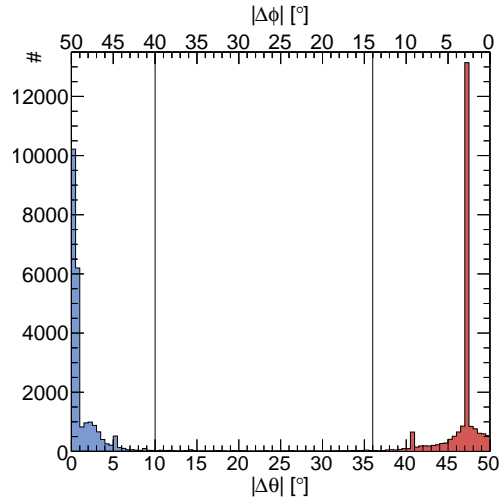
Detektor	Art des Treffers	Qualitätsfaktor der Ladungsinformation
Innendetektor	3 Lagen	1
	2 Lagen	2/3
Vorwärtskonus	2 Plättchen	1
	3 Plättchen	0,75
	> 3 Plättchen	0,5
MiniTAPS	Szintillatorplättchen	1/(# Plättchen)

Tabelle 3.2.: Ladungsqualitätsfaktoren für die verschiedenen Detektoren.

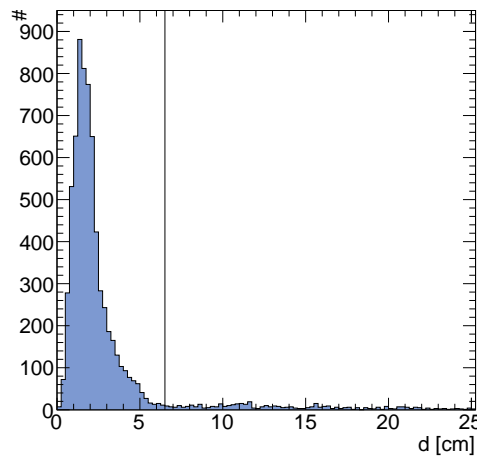
<sup>7</sup>So z.B. im Überlappbereich zwischen Innendetektor und Vorwärtskonus.



(a) Innendetektor zu Crystal-Barrel- und Vorwärtskonuskristallen.



(b) Vorwärtskonus-Szintillatorplättchen zu Crystal-Barrel- und Vorwärtskonuskristallen.



(c) MiniTAPS-Szintillatorplättchen zu MiniTAPS-Kristallen.

Abbildung 3.8.: Winkeldifferenzen (a, b), Polarwinkel in blau, Azimutwinkel in rot, bzw. Abstand (c) der Richtungsinformation der ladungssensitiven Detektoren zu den Kristalltreffern für Monte-Carlo-Daten einzelner simulierter Protonen. Die starken Anhäufungen in den Vorwärtskonuswinkeldifferenzen wird von Einzelkristalltreffern hervorgerufen. Diese werden zum Kristallmittelpunkt hin rekonstruiert, wodurch sich für diese Ereignisse diskrete Werte ergeben. Die Linien markieren jeweils die Schnittgrenzen.



# Kapitel 4.

## Selektion der Ereignisse

Nach der Rekonstruktion ist für jedes gemessene Teilchen Richtungs-, Energie-, Ladungs- und je nach Detektor auch Zeitinformation vorhanden. Zusammen mit der Kenntnis des Targetteilchens (Proton in Ruhe) sowie der Energie- und Impulserhaltung werden diese Informationen benutzt, um Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0 \rightarrow p4\gamma$  möglichst untergrundfrei zu selektieren.

### 4.1. Die Reaktion $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$

Da das  $\pi^0$  mit einer Lebensdauer von  $8,52 \cdot 10^{-17}$  s [T+18] in zwei Photonen zerfällt, bilden ein Proton und vier Photonen den erwünschten Endzustand. Idealerweise werden alle fünf Endzustandsteilchen in den Kalorimetern nachgewiesen. Diese Klasse von Ereignissen werden als 5PED (vgl. Kapitel 3.3) bezeichnet. Da die Lorentzvektoren der Eingangsteilchen bekannt sind, braucht das Proton im Endzustand nicht gemessen werden um die Reaktion vollständig zu bestimmen, sondern kann mittels Energie- und Impulserhaltung berechnet werden<sup>1</sup>. Das Proton kann hierbei nicht im Kalorimeter gemessen werden, falls seine Energie zu klein ist um das Kalorimeter zu erreichen und genügend Energie zu deponieren um die Rekonstruktionsschwelle zu erreichen, oder falls es eine Akzeptanzlücke trifft (z.B. die Lücke zwischen Crystal-Barrel und dem Vorwärtskonus oder die Öffnung in MiniTAPS). Wird in diesem Fall das Proton in einem der ladungssensitiven Detektoren wie dem Innendetektor oder den szintillierenden Plättchen des Vorwärtskonus nachgewiesen, so liegt zumindest eine Richtungsinformation vor. Diese Ereignisklasse wird als 4<sup>1/2</sup>-PED bezeichnet. Wird das Proton jedoch überhaupt nicht nachgewiesen, erzeugen nur die vier Photonen jeweils ein PED, weshalb die Ereignisklasse als 4PED bezeichnet wird.

In Abbildung 4.1 ist der mittels Energie- und Impulserhaltung berechnete Polarwinkel der Protonen gegen deren kinetische Energie für simulierte  $p\pi^0\pi^0$ -Ereignisse aufgetragen, wobei zwischen den Ereignisklassen unterschieden wird. Es wird deutlich, dass die 4PED-Ereignisse (4.1(a)) einerseits solche sind, bei denen unabhängig vom Winkel die kinetische Energie des Protons sehr gering ist (unter ca. 100 MeV). Andererseits gibt es Ereignisse bis zu Energien von 1 GeV größtenteils in zwei Winkelbereichen: dem Übergang vom Crystal-Barrel zum Vorwärtskonus bei ungefähr  $30^\circ$  und dem Übergang vom Vorwärtskonus zum MiniTAPS bei ungefähr  $11^\circ$ . Die 4<sup>1/2</sup>-PED-Ereignisse (4.1(b)) befinden sich zum größten Teil zwischen  $\approx 50$  MeV und 120 MeV, teilweise überlappend mit den 4PED, oder am Übergang vom Vorwärtskonus zum Crystal-Barrel. Abbildung 4.1(c) zeigt, dass ein Proton eine gewisse

---

<sup>1</sup>Prinzipiell kann ein beliebiges der Endzustandsteilchen berechnet werden. Allerdings entspricht die gemessene Energie des Protons nicht notwendigerweise der kinetischen Energie (vgl. Abschnitt 3.3.5). Dies würde zu einer fehlerhaften Berechnung führen.

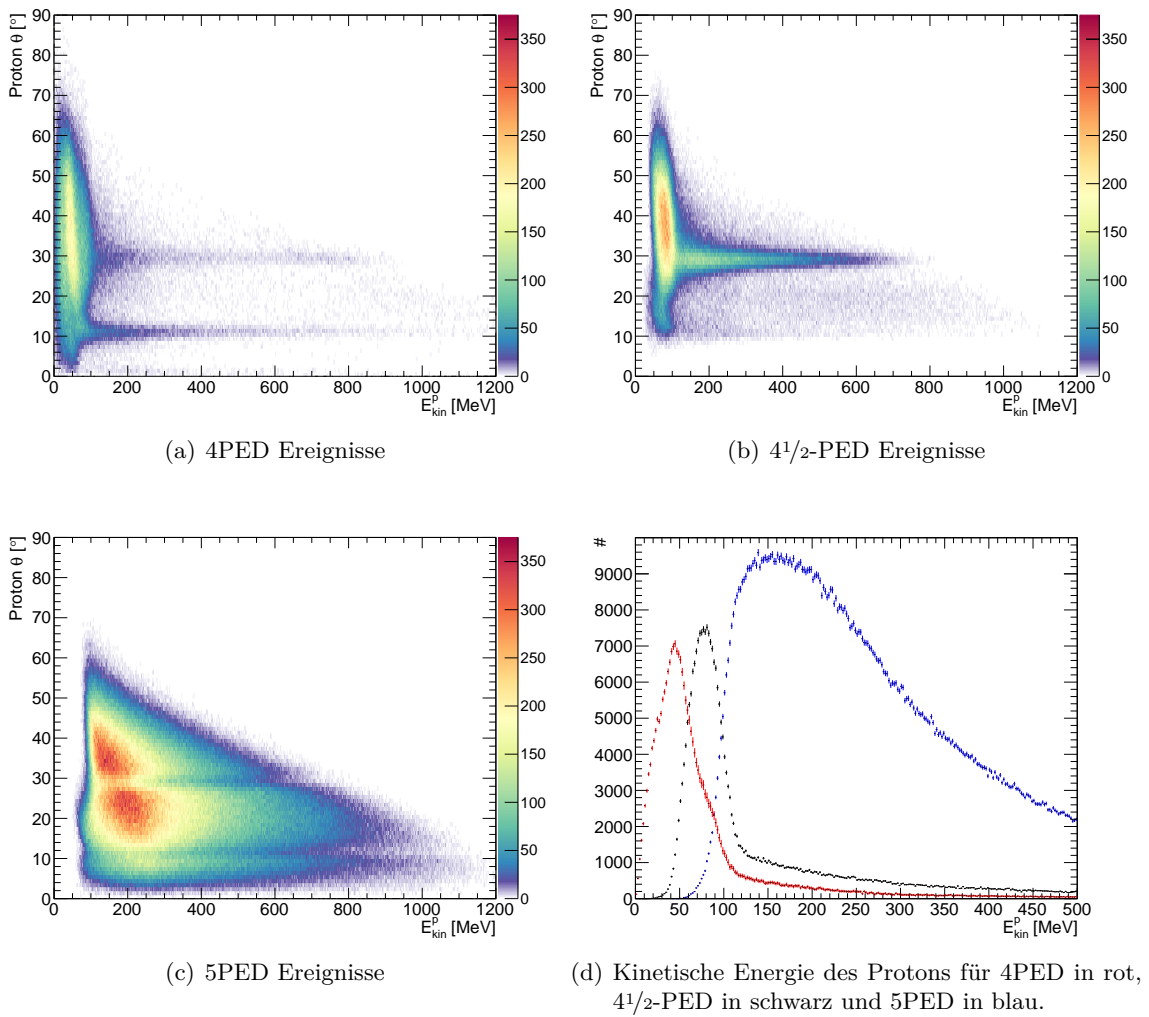


Abbildung 4.1.: Berechneter Polarwinkel für Protonen gegen kinetische Energie für simulierte  $p\pi^0\pi^0$  Ereignisse und verschiedene PED-Anzahlen, (a)-(c). Die Projektion auf die Achse der kinetischen Energie für alle drei Fälle ist in (d) gezeigt.

Energie ( $E_{\text{kin}} \gtrsim 100$  MeV) benötigt um im Kalorimeter detektiert zu werden. Die Übergänge zwischen den Kalorimetern sind auch hier sichtbar.

Die 4PED-Ereignisse konnten in dieser Analyse nicht verwendet werden, da diese Ereignisklasse von Untergrundereignissen dominiert wird, die nicht reduziert werden konnten. Abbildung 4.2 zeigt die fehlende Masse (vgl. Abschnitt 4.3.2) der 4PED-Ereignisse nach Zeitschnitt inkl. Zeituntergrundabzug (vgl. Kapitel 4.2), Schnitt auf invariante Masse der Photonenpaare (vgl. Kapitel 4.3.3) und zusätzlich  $E_{\text{kin}}^p < 150$  MeV und  $\theta_p < 90^\circ$ , also dort wo nach Abbildung 4.1(a) die 4PED-Ereignisse zu erwarten sind. Ein Peak bei der Protonenmasse ist nicht zu erkennen, allenfalls eine leichte Schulter auf einem großen Untergrund wird sichtbar. Der Hauptgrund für den großen Untergrundanteil liegt an der Tatsache, dass keine Winkelschnitte auf das Proton (vgl. Abschnitt 4.3.1) durchgeführt werden können.

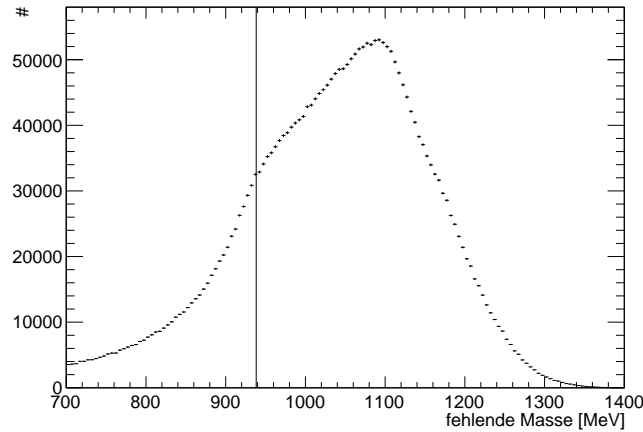


Abbildung 4.2.: Fehlende Masse bei den 4PED-Ereignissen am Butanol-Target nach Zeitschnitt inkl. Zeituntergrundabzug, Schnitt auf invariante Masse der Photonenpaare (vgl. Kapitel 4.2 und 4.3.3) und zusätzlich  $E_{\text{kin}}^p < 150 \text{ MeV}$  und  $\theta_p < 90^\circ$  (vgl. Abbildung 4.1(a)). Diese Ereignisklasse ist dominiert durch Untergrundereignisse. Die Linie markiert die nominelle Protonenmasse.

#### 4.1.1. Ladungsschnitt

Die erwünschte Reaktion soll ein geladenes (das Proton) und vier ungeladene Teilchen (die Photonen) im Endzustand haben. Ein Schnitt auf die Ladungsinformation, welcher genau ein geladenes Teilchen verlangt, reduziert zum einen den Untergrund und wählt andererseits das Endzustandsteilchen aus, welches das Proton ist. Damit wird bereits die Anzahl der Möglichkeiten die Mesonen zu bilden reduziert (siehe Abschnitt 4.3.3).

Um als geladen zu gelten, muss die Ladungsinformation einen Wert von 0,01 überschreiten (vgl. Kapitel 3.3.6).

## 4.2. Zeitschnitt und zufällige Koinzidenzen

Mehrere Detektoren, nämlich Tagger, Innendetektor, Vorwärtskonus und MiniTAPS, liefern Zeitinformationen. Dies ermöglicht es, eine zeitliche Koinzidenz zwischen den gemessenen Teilchen zu verlangen. Zunächst wird verlangt, dass alle Endzustandsteilchen in einem Bereich von -20 ns bis 50 ns um den Triggerzeitpunkt gemessen wurden.

Für jede Reaktion wird die Zeitdifferenz der Endzustandsteilchen zur im Tagger gemessenen Zeit wie folgt berechnet:

$$t_{\text{Reaktion}} = t_{\text{Strahl}} - \frac{1}{N+1} \left( \sum_{i=1}^N t_{\text{Meson},i} + t_p \right) \quad (4.1)$$

Hierbei ist  $N$  die Anzahl an Mesonen mit Zeitinformation und  $t_p$  die Zeit des Kalorimetertreffers des Protons. Ist Letztere nicht verfügbar, so wird die Zeit der ladungssensitiven Detektoren verwendet<sup>2</sup>. Somit wird der Mittelwert der Protonzeit und der Zeit der Mesonen

<sup>2</sup>Da das Proton immer als geladen markiert wurde, ist eine solche Zeit für das Proton immer verfügbar.

verwendet, um die Differenz zur Taggerzeit zu bilden. Abbildung 4.3 zeigt die resultierende Verteilung. Die Ereignisse im Peak um 0 ns (Promptpeak) sind zeitgleich zum Triggersignal (vgl. Kapitel 3.1). Hierin werden alle erwünschten Ereignisse erwartet. Die Ereignisse außerhalb des Promptpeak-Bereichs sind sogenannte Zeituntergründereignisse, welche von (zeitlich) unkorrelierten Ereignissen herrühren. Natürlich können unkorrelierte Ereignisse auch zufällig im Promptpeak-Bereich liegen und müssen somit abgezogen werden. Dafür werden Ereignisse aus zwei Bereichen, vor und nach dem Promptpeak ( $-270 \text{ ns} \leq t \leq -70 \text{ ns}$  und  $70 \text{ ns} \leq t \leq 270 \text{ ns}$ ) ausgewählt, entsprechend der Schnittbreiten skaliert und von den Ereignissen im Promptpeak ( $-16 \text{ ns} \leq t \leq 4 \text{ ns}$ ) abgezogen.

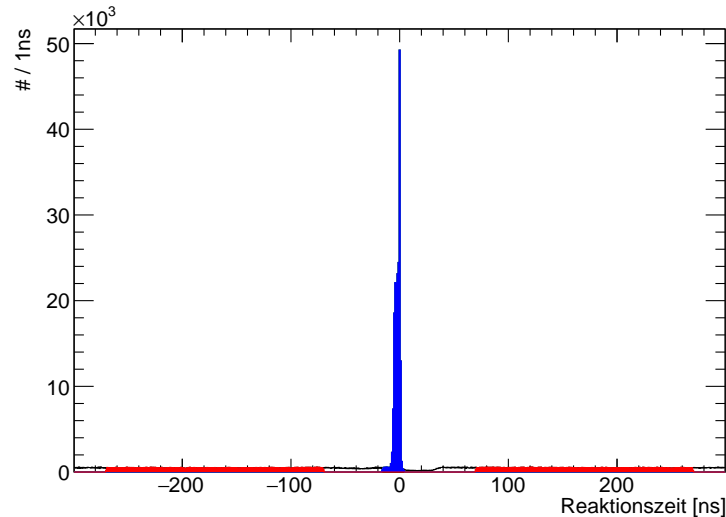


Abbildung 4.3.: Reaktionszeit: Koinzidenzbereich in blau, Bereich für den Seitenbandabzug in rot.

Da sich der MiniTAPS-Detektor in einem Abstand von 210 cm vom Targetmittelpunkt befindet, muss die Flugzeit der detektierten Teilchen (insbesondere der Protonen) berücksichtigt werden. Die von den Photonen benötigte Flugzeit von etwa 7 ns wird in den MiniTAPS-Zeiten bereits abgezogen, sodass sich der Promptpeak (für Photonen) ebenfalls bei 0 ns befindet. Wie schon in Abbildung 3.7(b) gezeigt, kann die zusätzliche Flugzeit der Protonen bis zu  $\approx 16 \text{ ns}$  für sehr niederenergetische Protonen ( $E_{\text{kin}} \approx 50 \text{ MeV}$ ) betragen. Dadurch erklärt sich die Breite des Promptzeitschnitts.

Im Prinzip wäre es möglich zwischen Ereignissen mit und ohne Mesonzeit zu unterscheiden, um so bei Ereignissen mit Mesonzeit ( $\approx 46\%$ ) schmaler auf diese zu schneiden, da keine Flugzeiten berücksichtigt werden müssen. Allerdings erlaubt der sehr flache Verlauf des Zeituntergrundes den Zeitschnitt relativ breit zu wählen. Der zusätzliche Zeituntergrund durch den breiten Schnitt kann also problemlos abgezogen werden.

### 4.3. Kinematische Schnitte

Um den Untergrundanteil in den selektierten Daten weiter zu reduzieren, wird die Erfüllung verschiedener kinematischer Bedingungen verlangt, welche die Energie- und Impulserhaltung



sowie Kenntnis der Massen der Endzustandsteilchen verwenden. Diese werden im Folgenden beschrieben.

Ereignisse, welche die kinematischen Schnitte erfüllen, werden dann einem kinematischen Fit unterzogen, wobei ein Schnitt auf das Konfidenzniveau erfolgt (Kapitel 4.4). Abschließend wird mit der durch den kinematischen Fit variierten Reaktion nochmals die Erfüllung der Winkelschnitte (Kapitel 4.3.1) überprüft.

### 4.3.1. Winkelschnitte

Im Schwerpunktsystem (CMS) verschwindet die Summe aller Teilchenimpulse. Dies gilt sowohl für die Teilchen im Eingangszustand als auch im Endzustand. Dies bedeutet, dass beispielsweise die Protonrichtung gegenläufig zur Richtung der Summe der Pionen (oder allgemeiner: der Summe aller anderen Endzustandsteilchen) sein muss. Aufgrund des Lorentz-Boosts trifft dies im Laborsystem (LAB) nicht mehr zu. Da allerdings das einlaufende Photon entlang der  $z$ -Achse läuft, werden die  $x$ - und  $y$ -Komponenten der Endzustandsteilchen durch den Boost nicht verändert. Deshalb muss die Differenz des Azimutwinkels  $\varphi$  zwischen Proton und den restlichen Teilchen  $\Delta\varphi = 180^\circ$  betragen. Abbildung 4.4 zeigt einen deutlichen Peak bei der erwarteten Winkeldifferenz.

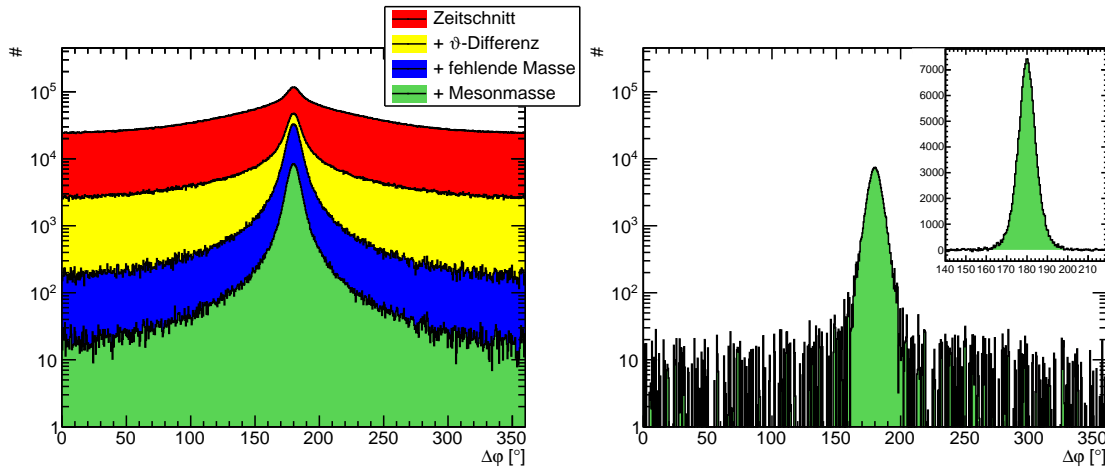


Abbildung 4.4.:  $\varphi$ -Differenz des Protons zur Summe aller anderen Endzustandsteilchen nach Abzug des Zeituntergrunds. Links: Entwicklung des  $\varphi$ -Differenzspektrums mit den Schnitten in Abhängigkeit der kinematischen Größen (siehe Kapitel 4.3.4). Rechts: Zusätzlicher Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse, im Insert mit linearer  $y$ -Achse.

Da die 4er-Impulse der einlaufenden Teilchen bekannt sind, lässt sich der 4er-Impuls eines auslaufenden Teilchens mit Hilfe aller anderen auslaufenden Teilchenimpulse und der Energie- und der Impulserhaltung berechnen. Somit ist der Protonimpuls gegeben durch:

$$p_p^{\text{out}} = p_T + p_\gamma - \sum_i p_{\gamma,i} \quad (4.2)$$

wobei  $p_{\gamma,i}$  die 4er-Impulse der Zerfallsphotonen des Pions sind. Mit diesem berechneten oder

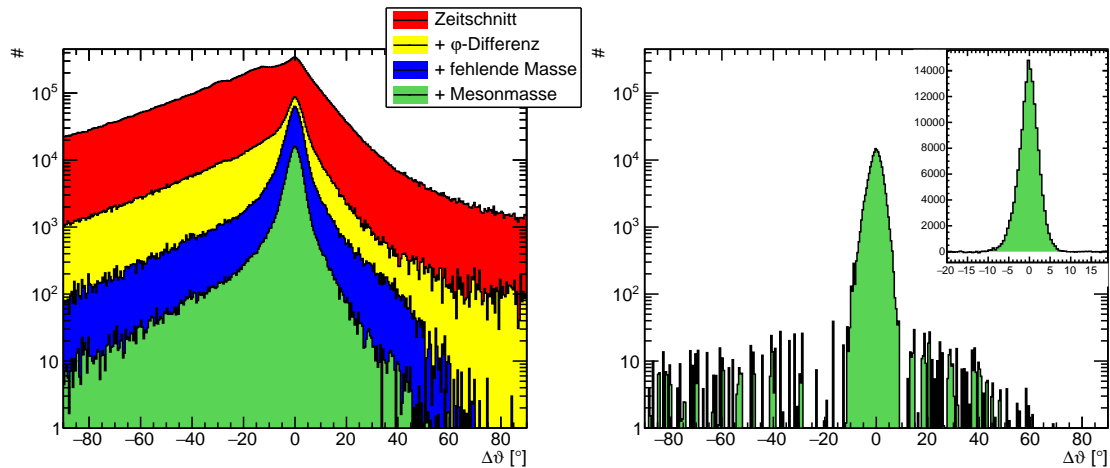


Abbildung 4.5.:  $\vartheta$ -Differenz des berechneten und des gemessenen Protons nach Abzug des Zeituntergrunds. Links: Entwicklung des  $\vartheta$ -Differenzspektrums mit den Schnitten in Abhängigkeit der kinematischen Größen (siehe Kapitel 4.3.4). Rechts: Zusätzlicher Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse, im Insert mit linearer  $y$ -Achse.

fehlenden<sup>3</sup> Impuls kann der Polarwinkelanteil der Kollinearität der Impulse indirekt überprüft werden. Abbildung 4.5 zeigt die Differenz im Polarwinkel  $\vartheta$  des berechneten zum gemessenen Proton<sup>4</sup>. Auch hier ist der erwartete Peak bei Null deutlich zu erkennen. Die Asymmetrie zu negativen Differenzen (besonders vor den Schnitten) rührt daher, dass das tatsächliche Proton aus kinematischen Gründen nicht unter Polarwinkeln größer  $\approx 90^\circ$  gemessen werden kann während der gemessene Protonkandidat zunächst alle möglichen Polarwinkel aufweisen kann.

Neben den Reaktionen an den freien Protonen im Butanoltarget können auch Reaktionen an den gebundenen Protonen im Kohlenstoff (und Sauerstoff) stattfinden. Da die gebundenen Protonen im Allgemeinen, entgegen der Annahme, nicht in Ruhe sind, sondern einen Fermi-Impuls aufweisen, sind die Winkeldifferenzen für diese Ereignisse verbreitert. Durch die Messung am Kohlenstofftarget ist der Verlauf der Spektren für die Reaktionen an gebundenen Protonen bekannt und kann (geeignet skaliert, siehe Abschnitt 5.2) somit abgezogen werden. Entsprechende Spektren sind in Abbildung 4.4 und 4.5 (rechts) nach allen anderen Schnitten gezeigt. Es bleibt fast nur noch der schmale erwartete Peak übrig.

### 4.3.2. Fehlende Masse

Die Methode das Proton als fehlendes Teilchen zu behandeln und seinen Viererimpuls zu berechnen, erlaubt es die Protonmasse als weitere Nebenbedingung zu benutzen. Es wird verlangt, dass die Wurzel von  $(p_p^{\text{out}})^2$  aus Gleichung 4.2 bei  $m_p = 938 \text{ MeV}$  liegt, um so (zusammen mit der Ladungsinformation) das fehlende Teilchen tatsächlich als Proton zu identifizieren.

<sup>3</sup>Fehlend da für den berechneten Impuls das entsprechende Teilchen nicht gemessen werden muss.

<sup>4</sup>Die entsprechende Azimutwinkeldifferenz ist äquivalent zur Azimutwinkeldifferenz aus Abbildung 4.4 mit einer Verschiebung um  $180^\circ$ .

Abbildung 4.6 zeigt das entsprechende Spektrum der fehlenden Masse, in dem der Peak bei etwa  $m_p$  deutlich zu erkennen ist. Der rechte Teil der Abbildung zeigt die fehlende Masse nach dem Abzug der Kohlenstoffereignisse in dem vor allem die leichte Asymmetrie zu hohen Massen hin (sichtbar z.B. bei 1100 MeV) verschwunden ist. Diese kommt nämlich von Ereignissen an gebundenen Protonen, bei denen die Berechnung der fehlenden Masse durch den Fermi-Impuls verfälscht wird. Der Fermi-Impuls führt hauptsächlich zu einer Verbreiterung aber auch zu einer leichten Vergrößerung der fehlenden Masse.

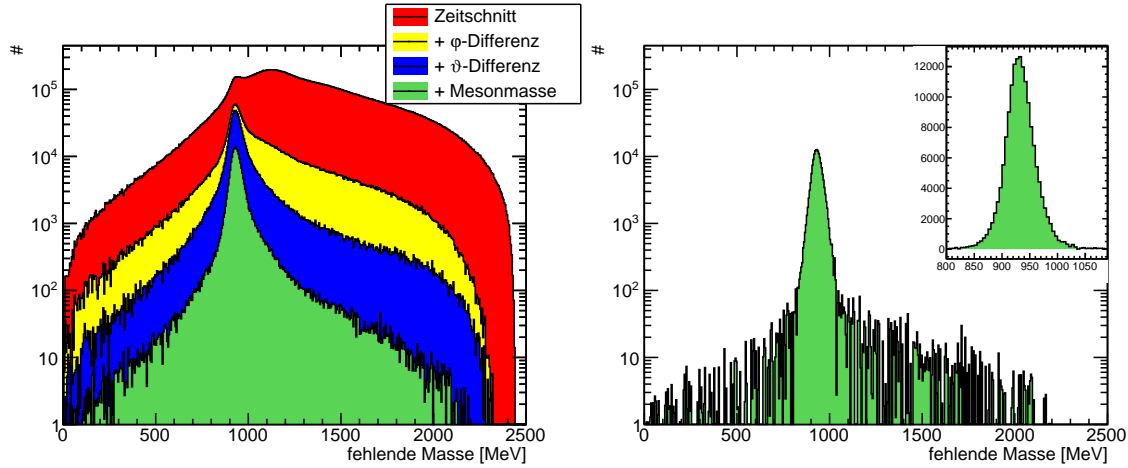


Abbildung 4.6.: Fehlende Masse nach Abzug des Zeituntergrunds. Links: Entwicklung des Fehlende-Massespektrums mit den Schnitten in Abhängigkeit der kinematischen Größen (siehe Kapitel 4.3.4). Rechts: Zusätzlicher Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse, im Insert mit linearer  $y$ -Achse.

### 4.3.3. Mesonmasse

Die zwei Pionen im Endzustand zerfallen in je zwei Photonen mit einer Zerfallszeit von  $8.52 \cdot 10^{-17}$  s [T<sup>+</sup>18]. Das bedeutet, dass die 4er-Vektoren der Pionen aus denen der Photonen rekonstruiert werden müssen. Da nicht bekannt ist, welches der beiden Photonen aus dem Zerfall eines bestimmten Pions kommt, gibt es drei verschiedene Möglichkeiten<sup>5</sup> je zwei Photonen zu Pionen zu kombinieren. Diese müssen zunächst alle mit berücksichtigt werden. Die invariante Masse eines solchen Photonpaares kann wie folgt berechnet werden:

$$m_{\gamma_1\gamma_2}^2 = 2E_{\gamma_1}E_{\gamma_2} \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (4.3)$$

wobei  $\alpha$  der Winkel zwischen den beiden Photonenimpulsen ist.

Es ergibt sich das Spektrum in Abbildung 4.7, in dem für beide Mesonen die invariante Masse des Photonpaares aufgetragen ist, wobei auf die Masse des nicht eingetragenen Mesons geschnitten wurde ( $\pm 2\sigma$  um  $m_{\pi^0}$ ). Deutlich sichtbar ist der Peak bei  $m_{\pi^0}$ , aber auch ein Peak bei  $m_\eta$  ist sichtbar. Letzterer entsteht durch die konkurrierende Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\eta$ .

<sup>5</sup>Im Prinzip gibt es  $4!/(2!)^2 = 6$  Möglichkeiten, um je zwei Photonen zu kombinieren. Da aber die beiden Pionen ununterscheidbar sind, existieren immer Paare von Kombinationen, welche identisch sind, z.B. ist (12)(34) identisch zu (34)(12).

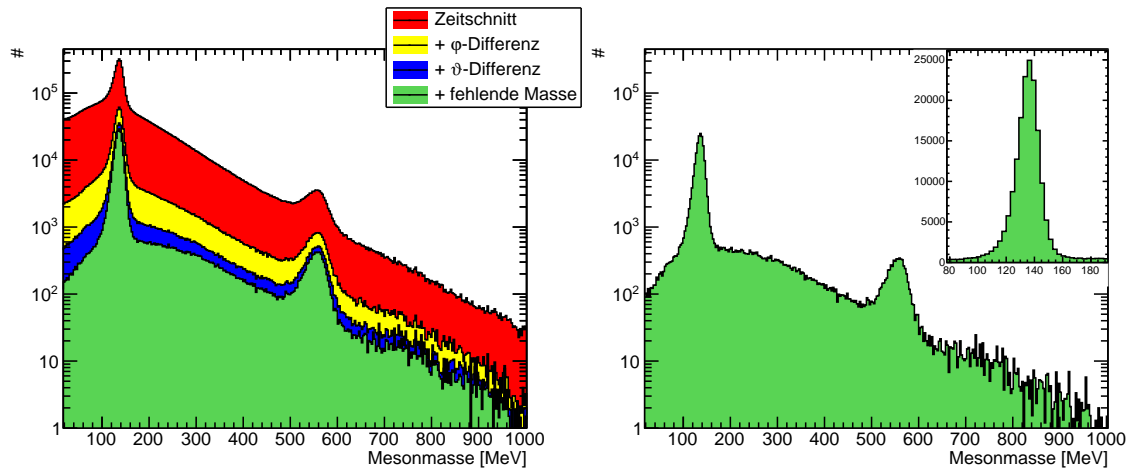


Abbildung 4.7.: Invariante Masse eines Photonenpaares nach Abzug des Zeituntergrunds und Schnitt auf die Masse des anderen Photonenpaares. Links: Entwicklung des Spektrums der invarianten Masse mit den Schnitten in Abhängigkeit der kinematischen Größen (siehe Kapitel 4.3.4). Rechts: Zusätzlicher Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse, im Insert der Bereich um die Pionmasse mit linearer  $y$ -Achse.

Durch den Kohlenstoffabzug entsteht im Spektrum keine nennenswerte Veränderung, da in diesem Spektrum keine Proton-Information direkt eingeht.

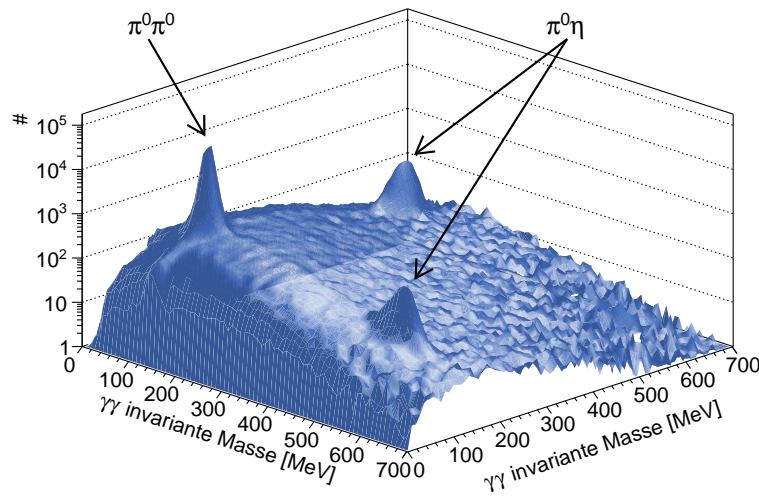


Abbildung 4.8.: Invariante Masse eines Photonpaares aufgetragen gegen die invariante Masse des anderen Paares nach allen Schnitten außer dem auf die invariante Masse (Zeit inkl. Zeituntergrundabzug,  $\varphi$ - und  $\vartheta$ -Differenz, fehlende Masse). Deutlich zu erkennen sind die  $\pi^0\pi^0$ -,  $\pi^0\eta$ - und  $\eta\pi^0$ -Peaks über dem kombinatorischen Untergrund.

Abbildung 4.8 zeigt die invariante Masse eines Photonpaares aufgetragen gegen die Masse des anderen Paares als 2-dimensionales Histogramm. Auch hier sind Peaks aufgrund des  $\pi^0\pi^0$ -Endzustandes und des  $\pi^0\eta$ - (und  $\eta\pi^0$ )-Endzustandes deutlich über dem kombinatorischen Untergrund zu sehen. In den vorangegangenen Abbildungen (4.4 – 4.7) wurden jeweils alle drei möglichen Kombinationen eingetragen. Da die aufgetragenen Werte (mit Ausnahme der invarianten Masse des Photonpaares) unabhängig von der Wahl der Kombination ist, wurde jedes Ereignis, sofern kein Schnitt auf die Mesonenmasse durchgeführt wurde, dreimal mit dem gleichen Wert eingetragen. Nach dem Schnitt auf die invariante Masse der Mesonen wird die Kombinatorik fast vollständig reduziert. Diese Reduktion ist in Abbildungen 4.4 bis 4.6 (links) durch die Verkleinerung des Peaks durch den letzten Schnitt (eben den auf die Mesonenmassen) zu sehen.

Das invariante Massenspektrum kann verwendet werden, um den Anteil an Untergrundeignissen in den selektierten Ereignissen zu bestimmen. Allerdings enthält Abbildung 4.7 immer noch den kombinatorischen Untergrund, welcher vollständig eliminiert werden kann. Der folgende Abschnitt 4.4 zeigt eine Methode auf, dies zu tun, bevor im darauf folgenden Abschnitt der Untergrundanteil bestimmt wird.

#### 4.3.4. Abhängigkeit der Schnitte von den kinematischen Größen

Die Breite der Verteilungen ändert sich (teilweise stark) mit den kinematischen Größen. Dies ist im Wesentlichen durch Detektorgeometrie bzw. -aufbau begründet: So ist z.B. die Polarwinkelauflösung im MiniTAPS-Detektor besser als im Crystal-Barrel-Kalorimeter womit die Breite der  $\vartheta$ -Differenz-Verteilung für  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0} \rightarrow -1$  deutlich kleiner wird, klar zu sehen in Abbildung 4.10. Deshalb sind die verwendeten Schnittgrenzen, bestimmt auf den Spektren nach dem Kohlenstoffabzug, nicht global, sondern in Abhängigkeit kinematischer Größen (Strahlenergie und Polarwinkel im CMS bzw. invariante Masse der vier Photonen) bestimmt worden. Die verwendeten Grenzen sind in Anhang B gezeigt.

Für jedes Ereignis wird die Schnittgrenze in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $\cos\vartheta$ , sowie die Schnittgrenze in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $m_{\pi^0\pi^0}$  bestimmt und der engere Schnitt angewandt.

Beispiele für die Anpassungen als Funktion von  $E_\gamma$  und  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$  im Energiebereich 900 MeV–975 MeV (Winkeldifferenzen) bzw. 900 MeV–950 MeV (Masse-Spektren) sind in den Abbildungen 4.9 bis 4.12 gezeigt. An die Winkelspektren wurde eine Normalverteilung angepasst, wobei  $2\sigma$  als Schnittgrenzen gewählt wurde. Bei den asymmetrischen Verteilungen (fehlende Masse und Mesonenmasse) wurde eine Novosibirsk-Funktion [I<sup>+</sup>00] angepasst. Schnittgrenzen sind hier die 2,27 %- und 97,73 %-Quantilen, was einer  $2\sigma$ -Umgebung bei einer Normalverteilung entspricht (95,45 % sind enthalten). Die Bins, in denen die Anpassung nicht zuverlässig erfolgt ist, sind in den gezeigten Abbildungen rot hinterlegt. Dort werden die Schnittgrenzen des vorangegangenen Bins verwendet.

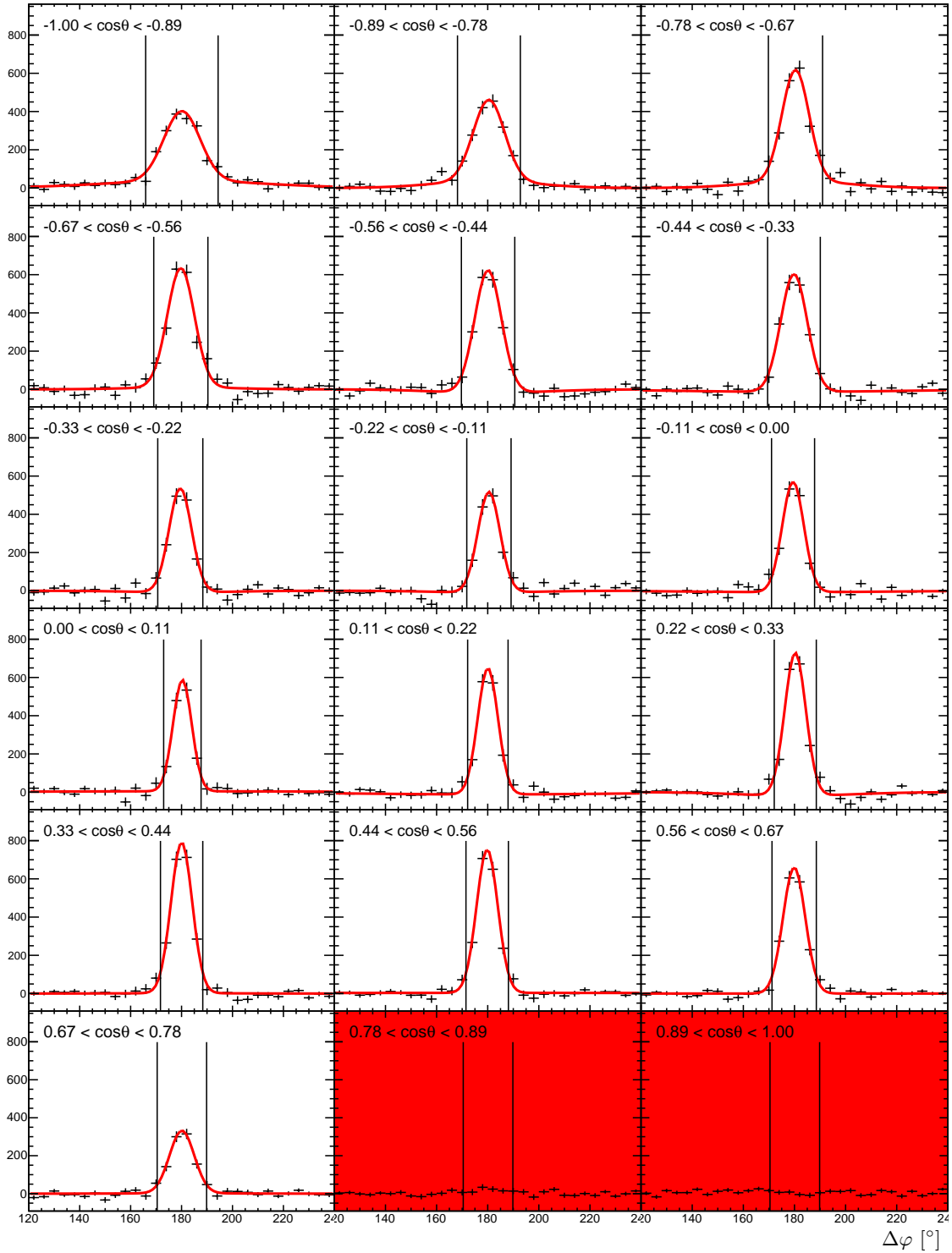


Abbildung 4.9.:  $\varphi$ -Differenz des Protons zur Summe aller Endzustandsteilchen nach allen Schnitten außer dem gezeigten (Zeit+Zeituntergrundabzug,  $\vartheta$ -Differenz, fehlende Masse, Mesonmasse) und Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse im Energie-Bereich 900 MeV–975 MeV für verschiedene  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$ -Bereiche. Zusätzlich gezeigt ist die Anpassung an die Verteilung (rote Kurve) und die Schnittgrenzen (schwarze Linien). Die  $\cos\vartheta$ -Bereiche, in denen die Anpassung nicht zuverlässig erfolgte, sind rot hinterlegt. Hier werden die Schnittgrenzen der vorangegangenen Anpassung verwendet.

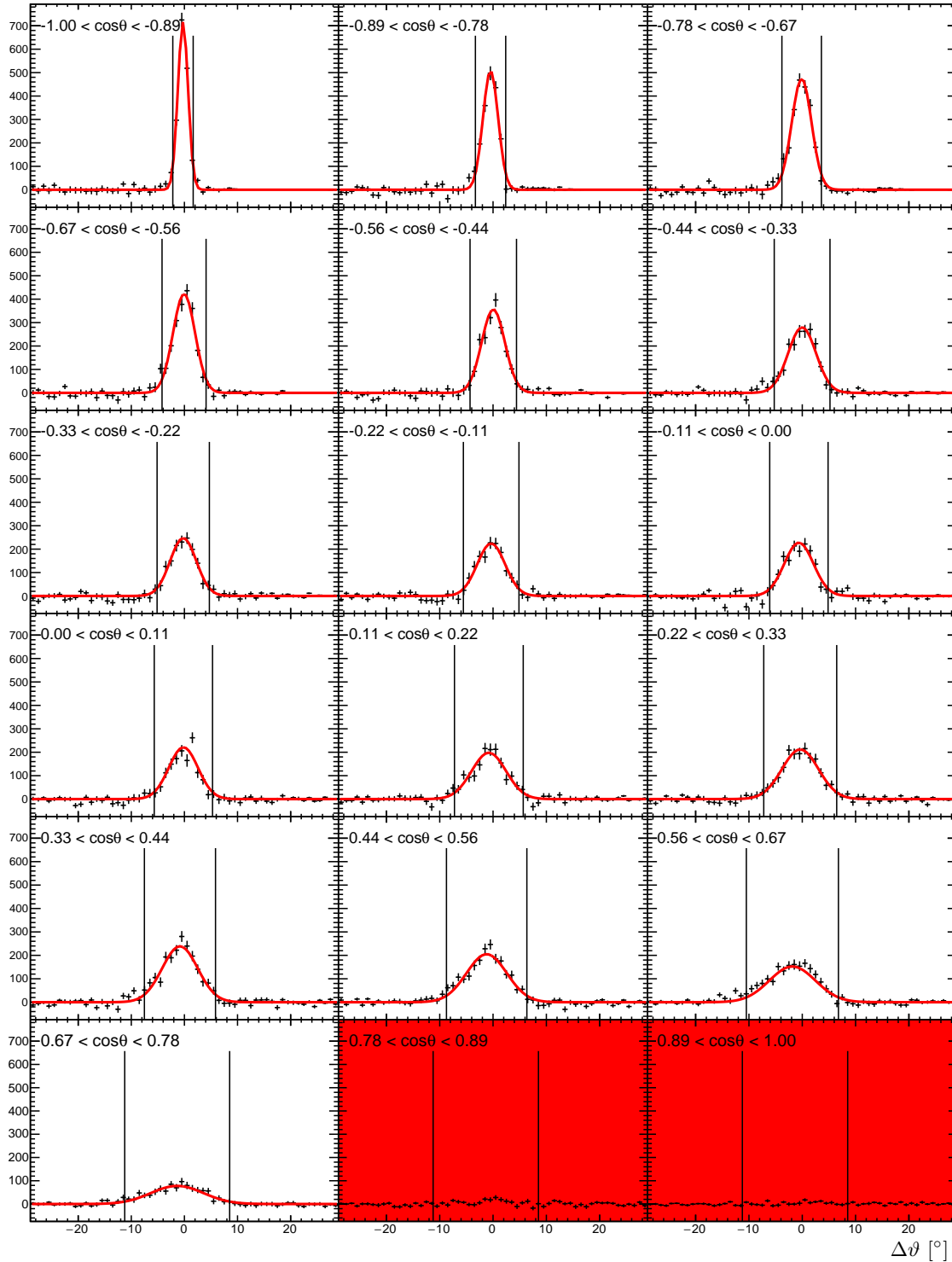


Abbildung 4.10.:  $\vartheta$ -Differenz des berechneten und des gemessenen Protons nach allen Schnitten außer dem gezeigten (Zeit+Zeituntergrundabzug,  $\varphi$ -Differenz, fehlende Masse, Mesonmasse) und Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse im Energiebereich 900 MeV–975 MeV für verschiedene  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$ -Bereiche. Zusätzlich gezeigt ist die Anpassung an die Verteilung (rote Kurve) und die Schnittgrenzen (schwarze Linien). Die  $\cos\vartheta$ -Bereiche, in denen die Anpassung nicht zuverlässig erfolgte, sind rot hinterlegt. Hier werden die Schnittgrenzen der vorangegangenen Anpassung verwendet.

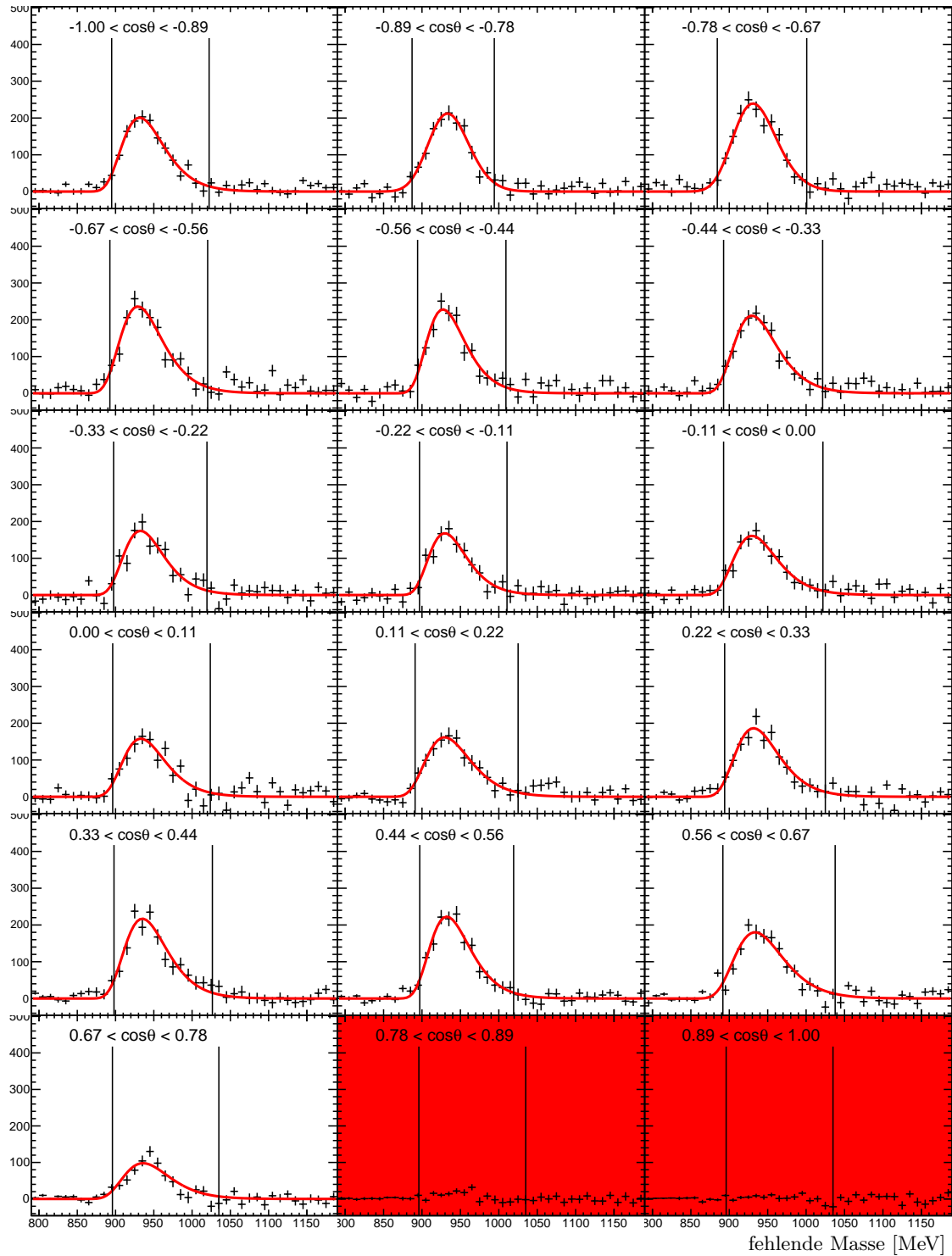


Abbildung 4.11.: Fehlende Masse nach allen Schnitten außer dem gezeigten (Zeit+Zeituntergrundabzug,  $\varphi$ -Differenz,  $\vartheta$ -Differenz, Mesonmasse) und Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse im Energie-Bereich 900 MeV–950 MeV für verschiedene  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$ -Bereiche. Zusätzlich gezeigt ist die Anpassung an die Verteilung (rote Kurve) und die Schnittgrenzen (schwarze Linien). Die  $\cos\vartheta$ -Bereiche, in denen die Anpassung nicht zuverlässig erfolgte, sind rot hinterlegt. Hier werden die Schnittgrenzen der vorangegangenen Anpassung verwendet.



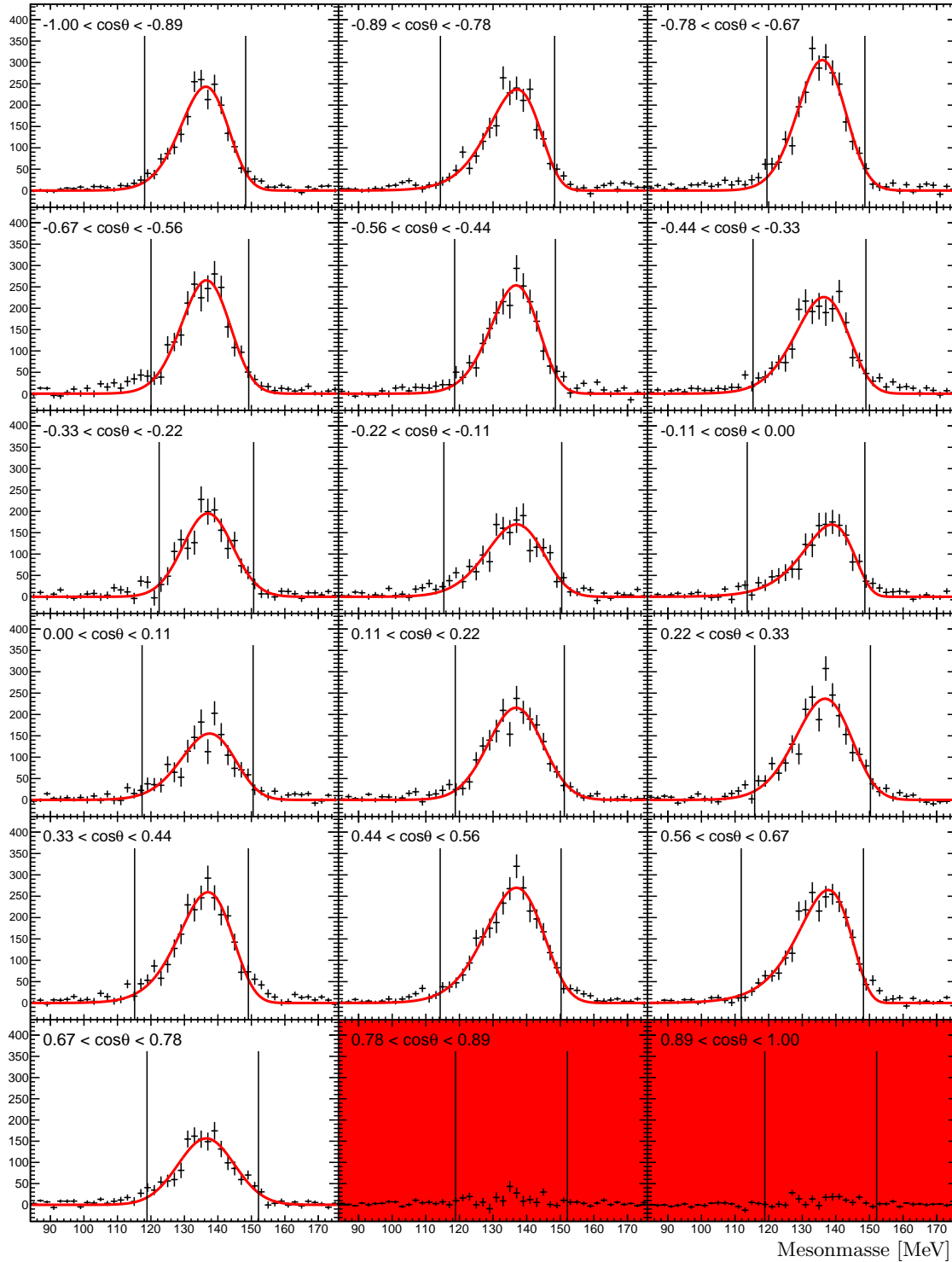


Abbildung 4.12.: Invariante Masse eines Photonenpaares nach allen Schnitten außer dem gezeigten (Zeit+Zeituntergrundabzug,  $\varphi$ -Differenz,  $\vartheta$ -Differenz, fehlende Masse) und Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse im Energie-Bereich 900 MeV–950 MeV für verschiedene  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$ -Bereiche. Zusätzlich gezeigt ist die Anpassung an die Verteilung (rote Kurve) und die Schnittgrenzen (schwarze Linien). Die  $\cos\vartheta$ -Bereiche, in denen die Anpassung nicht zuverlässig erfolgte, sind rot hinterlegt. Hier werden die Schnittgrenzen der vorangegangenen Anpassung verwendet.

## 4.4. Kinematischer Fit

Im Anschluss an die erste Selektion der Daten durch die kinematischen Schnitte wird ein kinematischer Fit durchgeführt [vP03], welcher auf der Methode der kleinsten Quadrate mit Nebenbedingungen beruht. Aufgrund der endlichen Detektorauflösung sind Nebenbedingungen wie z.B. Energie-Impulserhaltung oder invariante Teilchenmassen in den Messwerten nicht exakt erfüllt. Der kinematische Fit variiert für jedes Ereignis die gemessenen Größen im Rahmen ihrer Fehler, um so die Nebenbedingungen exakt zu erfüllen.

### 4.4.1. Grundlagen

Seien  $n$  Größen gemessen, so lassen diese sich zu einem  $n$ -dimensionalen Vektor  $\vec{y}$  zusammenfassen, welcher sich von den tatsächlichen Werten  $\vec{\eta}$  um die Fehler  $\vec{\varepsilon}$  unterscheiden.

$$\vec{y} = \vec{\eta} + \vec{\varepsilon} \quad (4.4)$$

Mit Hilfe der Nebenbedingungen lassen sich unbekannte, nicht gemessene Größen  $\vec{x}$  bestimmen. Dazu muss die Zahl  $m$  der Nebenbedingungen mindestens so groß sein wie die Zahl  $r$  der zu bestimmenden Größen. Mit dem  $r$ -dimensionalen Vektor  $\vec{x}$  der Unbekannten lassen sich die Nebenbedingungen als

$$f_k(\vec{x}, \vec{\eta}) = f_k(\vec{x}, \vec{y} - \vec{\varepsilon}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (4.5)$$

schreiben. Die Lösung für  $\vec{x}$  und  $\vec{\eta}$  ergibt sich durch Minimierung von

$$M = \vec{\varepsilon}^T C_y^{-1} \vec{\varepsilon} \quad (4.6)$$

wobei  $C_y$  die Kovarianzmatrix der gemessenen Größen ist<sup>6</sup>. Zur Minimierung von  $M$  unter Erfüllung der  $f_k$  werden Lagrange Multiplikatoren verwendet (Details siehe [Bra99]). Damit erweitert sich Gleichung 4.6 zu

$$L = \vec{\varepsilon}^T C_y^{-1} \vec{\varepsilon} - 2\vec{\mu}^T \vec{f}. \quad (4.7)$$

Hier sind die Nebenbedingungen zu einem  $m$ -dimensionalen Vektor  $\vec{f}$  zusammengefasst und  $\vec{\mu}$  der  $m$ -dimensionale Vektor der Lagrange Multiplikatoren. Da die Nebenbedingungen im Allgemeinen nicht-linear sind, stellt das Ergebnis  $\vec{\eta}$  der Minimierung nur eine Annäherung an den tatsächlichen Wert  $\eta$  dar. Die Werte von  $L$  sind hierbei  $\chi^2$ -verteilt mit  $m - r$  Freiheitsgraden.

Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung einer  $\chi^2$ -Verteilung ist gegeben durch

$$f(\chi^2) = \frac{1}{\Gamma(\lambda) 2^\lambda} (\chi^2)^{\lambda-1} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} \quad (4.8)$$

mit  $\lambda = (m - r)/2$ . Als Maß für die Übereinstimmung des kinematischen Fits mit den Daten wird das Konfidenzniveau CL verwendet, welches die Wahrscheinlichkeit angibt, dass eine  $\chi^2$ -verteilte Zufallsvariable mindestens so groß wie ein gegebenes  $\chi^2$  ist:

$$\text{CL} = 1 - \int_0^{\chi^2} f(u) du = \int_{\chi^2}^{\infty} f(u) du. \quad (4.9)$$

<sup>6</sup>Für Messgrößen, die unabhängig voneinander sind, ist  $C_y$  eine Diagonalmatrix mit Einträgen  $\sigma_i^{-2}$ .

Ist  $L$  in der Tat  $\chi^2$ -verteilt, so folgt die Verteilungsfunktion des Konfidenzniveaus einer Gleichverteilung.

Idealerweise sollte der kinematische Fit die angepassten kinematischen Größen mit gleicher Wahrscheinlichkeit vergrößern wie verringern, da eine Normalverteilung der Messwerte um die tatsächlichen Werte  $\vec{\eta}$  angenommen wird. Das bedeutet, dass die Differenz der kinematischen Größen vor und nach dem kinematischen Fit einer symmetrischen Verteilung mit Mittelwert Null folgen sollte.

Als weiteres Kriterium für die Güte des kinematischen Fits werden die Pullverteilungen der angepassten kinematischen Größen  $y_i$  betrachtet<sup>7</sup>:

$$\text{pull}(y_i) = \frac{y_i - \tilde{\eta}_i}{\sqrt{\sigma^2(y_i) - \sigma^2(\tilde{\eta}_i)}} \quad (4.10)$$

Die Pullverteilungen sollten bei normalverteilten Fehlern der Messwerte einer Normalverteilung mit  $\sigma = 1$  folgen. Abweichungen des Mittelwerts von Null weisen dabei auf eine systematische Verschiebung von  $y_i$  hin. Eine geringere (bzw. größere) Breite der Pullverteilung bedeutet, dass die Fehler der Messwerte als zu groß (bzw. zu klein) angenommen wurden.

#### 4.4.2. Anwendung des kinematischen Fits

Im Rahmen der hier vorliegenden Analyse wurden kinematische Fits mit verschiedenen Nebenbedingungen (Hypothesen) angewandt:

- $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 2\gamma$  (2C)
- $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \pi^0$  (3C)
- $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \eta$  (3C)

Hierbei steht ( $mC$ ) für die Anzahl ( $m$ ) an Nebenbedingungen die verwendet wurden und  $xp$  für ein fehlendes Proton, d.h. das Proton wurde über Energie- und Impulserhaltung berechnet und nur seine Masse als Nebenbedingung verwendet. Die vier Gleichungen der Energie- und Impulserhaltung werden also für die Berechnung des Protonimpulses benötigt. Folglich ist die Zahl der Nebenbedingungen  $m$  hier effektiv gleich der Anzahl der bekannten Massen der Endzustandsteilchen.

Die 2C-Hypothese findet zur Abschätzung des Untergrundanteils Verwendung, siehe Abschnitt 4.5, während die beiden 3C-Hypothesen verwendet werden um die gewünschten Ereignisse auszuwählen bzw. die konkurrierende Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^0 \eta$  zu unterdrücken.

Die gemessenen Größen, die im kinematischen Fit angepasst werden, sind die Wurzel der Energie<sup>8</sup>, der Polarwinkel und der Azimutwinkel ( $\sqrt{E}, \vartheta, \varphi$ ) der Strahlphotonen sowie der Photonen in den drei Kalorimetern Crystal Barrel, Vorwärtskonus und MiniTAPS. Die Fehler auf die gemessenen Größen, welche in der Analysesoftware implementiert sind, erfüllen die Bedingung einer Pullverteilung mit Breite eins zunächst nicht. Deshalb werden die Fehler (nach Kalorimeter getrennt) so skaliert, dass die Pullverteilungen möglichst eine Breite nahe

<sup>7</sup>Da die Fehler nach dem kinematischen Fit  $\sigma(\tilde{\eta}_i)$  kleiner sind als vorher, bleiben die Werte der Pullverteilung reell.

<sup>8</sup>Es wird die Wurzel der gemessenen Energie verwendet, da deren Fehler eher einer Normalverteilung entsprechen [vP03].

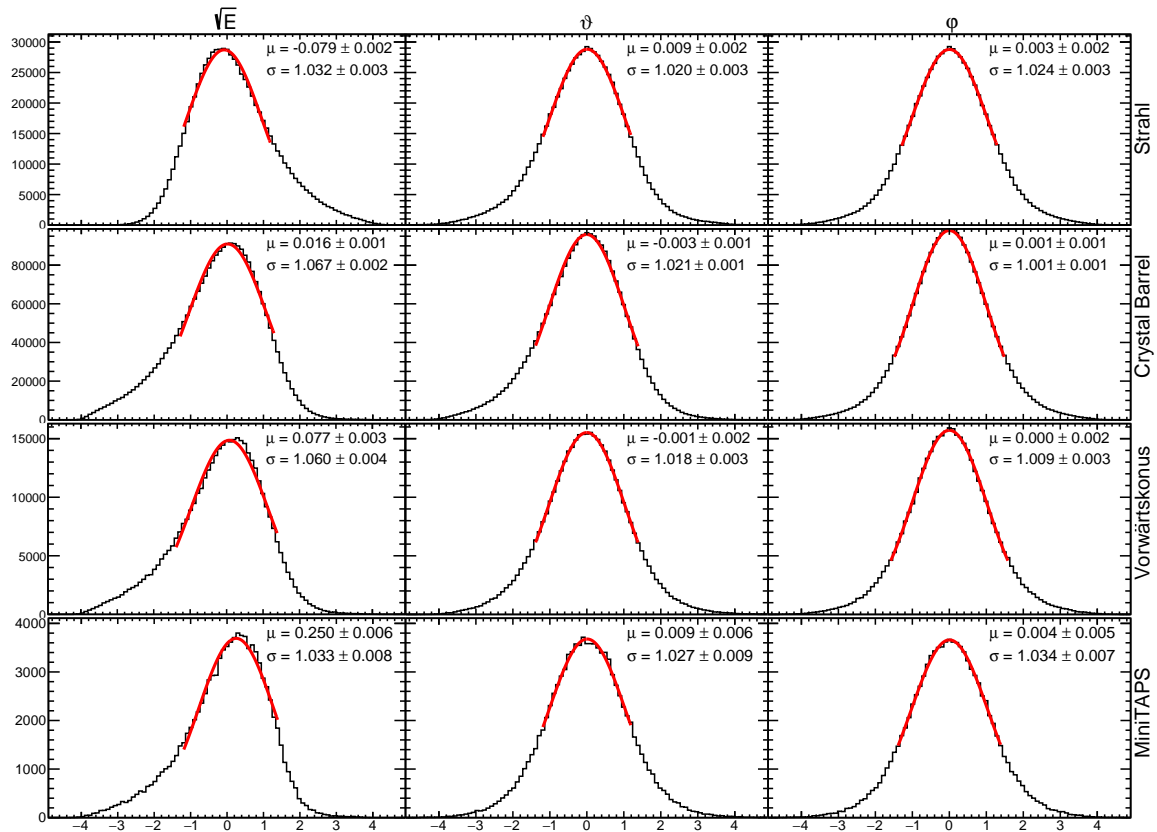
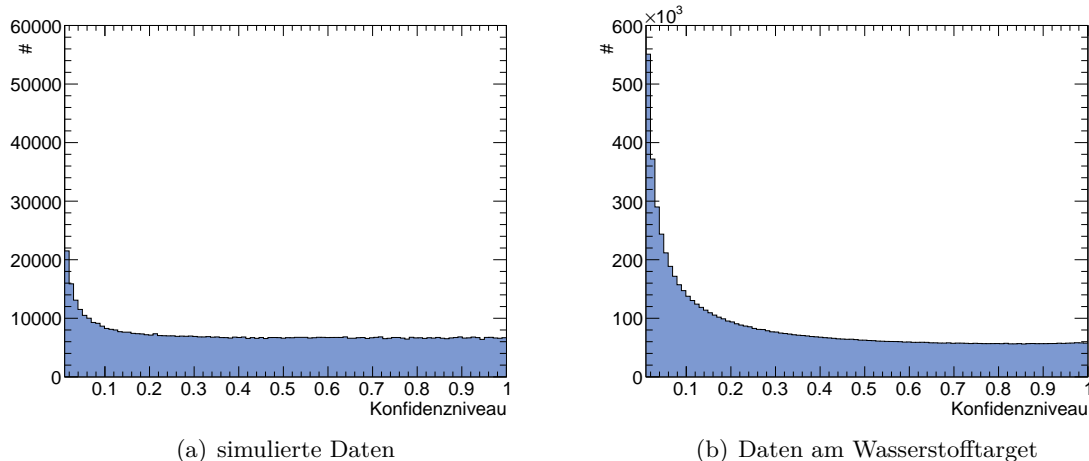


Abbildung 4.13.: Pullverteilungen für die Hypothese  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \pi^0$  für simulierte Daten. In rot die angepasste Normalverteilung mit angegebenem Mittelwert  $\mu$  und Breite  $\sigma$ .

eins haben und gleichzeitig das Konfidenzniveau flach wird. Die Werte der Skalierungsfaktoren finden sich in Anhang C. Es ist zu beachten, dass der kinematische Fit mit möglichst breit ( $> 5\sigma$ ) geschnittenen Daten erfolgt, da sonst die kinematischen Schnitte bereits gut zur Hypothese passende Ereignisse ausgewählt haben würden, was für ein ansteigendes Konfidenzniveau und zu schmale Pullverteilungen sorgen würde.

Wie in Abbildung 4.13 für Monte-Carlo-Daten dargestellt, entsprechen die Pullverteilungen wie gefordert in guter Näherung einer Normalverteilung um Null mit Breite  $\sigma = 1$ . Das entsprechende Konfidenzniveau ist in Abbildung 4.14(a) gezeigt. Es zeigt den erwarteten flachen Verlauf und einen Anstieg bei kleinen Konfidenzniveaus. Letzterer ist zu erwarten aufgrund von Untergrundereignissen welche eben nicht der Hypothese entsprechen. Für sie ist somit das  $\chi^2$  groß und damit das Konfidenzniveau zu klein. Ein Schnitt auf das Konfidenzniveau bei 10% reduziert zwar den Anteil an erwünschten Ereignissen um  $\approx 10\%$  aber gleichzeitig auch den Untergrund fast vollständig.

Zur Bestimmung der Polarisationsobservablen werden Daten am Butanoltarget analysiert. Neben den polarisierten freien Protonen enthält Butanol im Kern gebundene, nicht polarisierbare Protonen, welche sich nicht in Ruhe befinden, sondern einen Fermi-Impuls tragen. Deshalb ist bei diesen Protonen die Hypothese, die von Targetprotonen in Ruhe ausgeht, nicht erfüllt, was zu einer Verteilung des Konfidenzniveaus führt, die stark zu kleinen Werten

Abbildung 4.14.: Konfidenzniveaus für die Hypothese  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \pi^0$ .

ansteigt. Das bedeutet aber auch, dass aufgrund der gebundenen Protonen in den Daten die Butanoldaten nicht zur Einstellung der Pullverteilungen verwendet werden können. Deshalb werden zu diesem Zweck Daten am Wasserstofftarget aus den Strahlzeiten September bis November 2013 analysiert und die entsprechenden Fehler für die Butanoldaten verwendet. Der Einfluss der unterschiedlichen Targetlänge (5 cm am Wasserstofftarget gegenüber 2 cm am Butanoltarget) wurde in Anhang C.2 untersucht. Der Einfluss, den falsche Skalierungsfaktoren (z.B. aufgrund der falschen Targetlänge) auf die extrahierten Polarisationsobservablen haben, wurde in Anhang C.1 untersucht. Auch mit deutlich größeren Abweichungen der Skalierungsfaktoren als durch die Targetlänge zu erwarten, ist der Einfluss auf die Polarisationsobservablen gering.

Die resultierenden Pullverteilungen sind in Abbildung 4.15 und das Konfidenzniveau in Abbildung 4.14(b) dargestellt. Auch hier ist der Verlauf flach mit einem Anstieg zu kleinen Konfidenzniveaus, der allerdings stärker ausfällt als in den MC-Daten. Dies liegt im größeren Anteil an Untergrundereignissen in den Daten begründet. Der Untergrund in MC-Daten kann nur durch fehlerhaft rekonstruierte  $p\pi^0\pi^0$ -Ereignisse entstehen.

Mit der  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \pi^0$ -Hypothese wird von den drei Möglichkeiten die vier Photonen zu zwei Pionen zu kombinieren, jene ausgewählt, welche das beste  $\chi^2$  besitzt. Somit wird der kombinatorische Untergrund vollständig beseitigt.

Allerdings ist es möglich, dass Ereignisse aus dem  $p\pi^0\eta$ -Endzustand als  $p\pi^0\pi^0$ -Endzustand identifiziert werden<sup>9</sup>, indem eine andere Photonenkombination zur Rekonstruktion des  $p\pi^0\pi^0$ -Endzustand verwendet wird. Um solche Ereignisse aus der Selektion zu entfernen, wird ein weiterer kinematischer Fit mit der  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \eta$ -Hypothese angewandt und Ereignisse verworfen, bei denen das Konfidenzniveau der  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \eta$ -Hypothese größer ist als jenes für die  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \pi^0$ -Hypothese.

Im linken Teil der Abbildung 4.16 sind die beiden Konfidenzniveaus aller gefitteten Ereignisse, bevor die kinematischen Schnitte angewandt wurden, gegeneinander aufgetragen.

<sup>9</sup>Das  $\eta$  hat ebenfalls einen Zerfallskanal in zwei Photonen, sodass beide Reaktionen im  $p4\gamma$ -Endzustand vorliegen können.

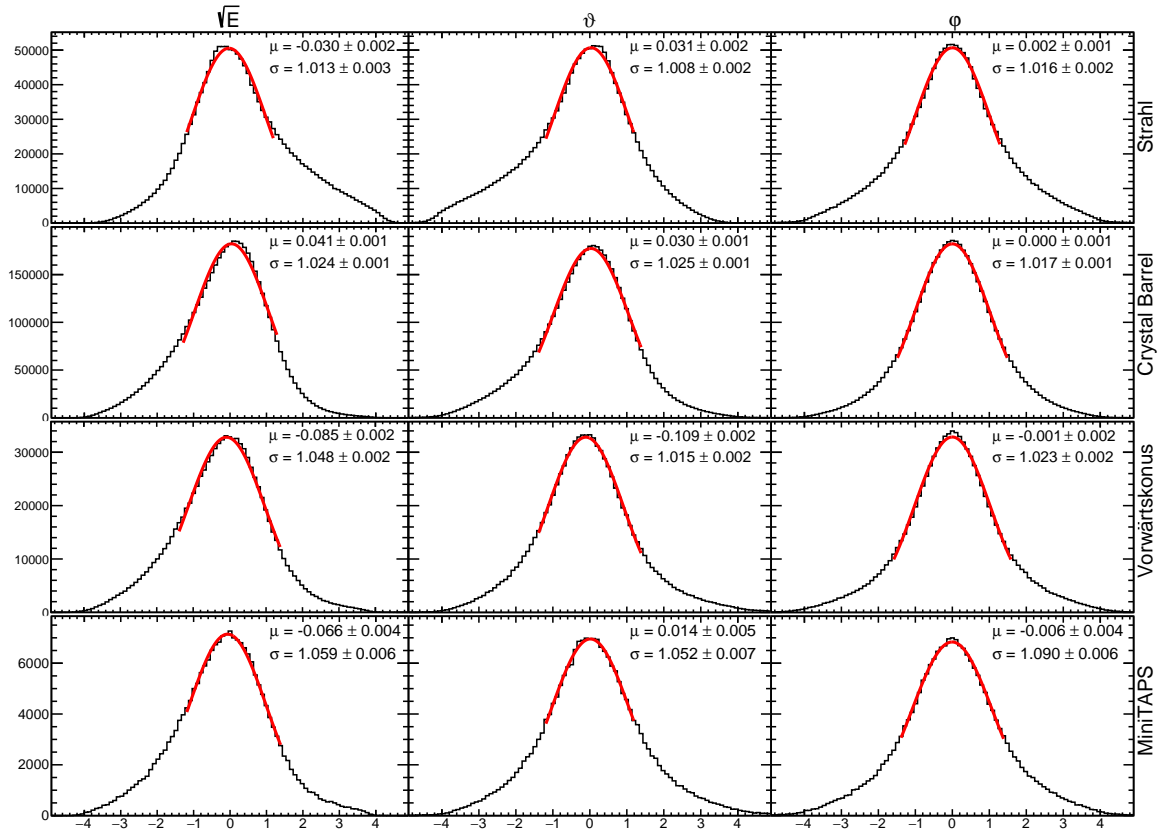


Abbildung 4.15.: Pullverteilungen für die Hypothese  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \pi^0$  für Daten am Wasserstofftarget. In rot die angepasste Normalverteilung mit angegebenem Mittelwert  $\mu$  und Breite  $\sigma$ .

Es wird deutlich, dass der Großteil der Ereignisse mit  $\text{CL}(\gamma p \rightarrow p \pi^0 \pi^0) > 0,1$  nur ein sehr geringes Konfidenzniveau für  $p \pi^0 \eta$  hat (erstes Bin der  $y$ -Achse), es aber dennoch eine nicht zu vernachlässigende Anzahl von Ereignissen ( $\approx 3\%$  bzw.  $1,7\%$  aller Ereignisse mit  $\text{CL}(\gamma p \rightarrow p \pi^0 \pi^0) > 0,1$ ) gibt, bei denen das  $p \pi^0 \eta$ -Konfidenzniveau größer als  $0,01$  bzw.  $0,1$  ist. Wie im Folgenden gezeigt wird, gehört der Großteil dieser Ereignisse zum  $p \pi^0 \pi^0$ -Endzustand. Durch die Forderung  $\text{CL}(\gamma p \rightarrow p \pi^0 \pi^0) > \text{CL}(\gamma p \rightarrow p \pi^0 \eta)$  werden die meisten dieser Ereignisse mit berücksichtigt, während nur ein vernachlässigbarer Anteil an  $\gamma p \rightarrow p \pi^0 \eta$ -Ereignissen die Schnitte überlebt. Im rechten Teil von Abbildung 4.16 sind die Konfidenzniveaus für simulierte  $p \pi^0 \eta$ -Ereignisse aufgetragen. Hier wird deutlich, dass fast alle dieser Ereignisse durch den gezeigten Konfidenzschritt wegfallen. Nur  $0,14\%$  der generierten Ereignisse überleben diese CL-Schnitte, nach allen kinematischen Schnitten sind es sogar nur noch  $0,07\%$ . Da der Wirkungsquerschnitt für den  $p \pi^0 \eta$ -Endzustand und auch das Verzweungsverhältnis  $\eta \rightarrow \gamma \gamma = 39,4\%[\text{T}^+18]$  deutlich kleiner ist als bei den erwünschten Ereignissen, kann davon ausgegangen werden, dass keine nennenswerte Menge von  $p \pi^0 \eta$ -Ereignissen in den selektierten Daten überlebt. In der Tat sind oberhalb von  $\approx 1300$  MeV Strahlenergie nur etwa  $0,15\%$  der selektierten Ereignisse (mit Rekonstruktionsakzeptanz von  $\approx 20\%$ , vgl. Kapitel 5.5.3) aus  $p \pi^0 \eta$ -Reaktionen zu erwarten (vgl. Tabelle 4.1). Bei niedrigeren Energien aufgrund des dort stark abfallenden  $p \pi^0 \eta$ -Wirkungsquerschnitts (vgl. Abbildung 1.7) deutlich weniger.

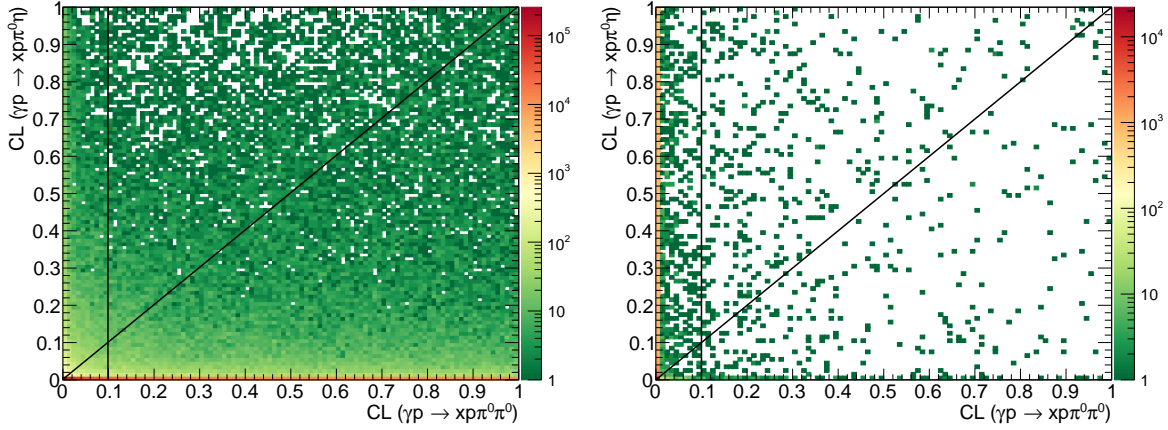


Abbildung 4.16.: Konfidenzniveaus für die Hypothese  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \eta$  aufgetragen gegen das der Hypothese  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \pi^0$  für Daten am Wasserstofftarget (links) und für simulierte  $p \pi^0 \eta$ -Ereignisse (rechts). Die schwarzen Linien stellen die Schnittgrenzen auf das Konfidenzniveau dar.

Nach der Durchführung des kinematischen Fits wird die berechnete Protonrichtung mit der gemessenen verglichen und auf Polar- und Azimutwinkeldifferenzen wie in Abschnitt 4.3.1 beschrieben geschnitten. Da diese Winkeldifferenzen durch die Winkelauflösung des gemessenen Protons (welches im kinematischen Fit unverändert bleibt) dominiert sind, können die gleichen Schnittgrenzen verwendet werden. Die fehlende Masse und die Mesonmassen sind nach dem kinematischen Fit exakt bei den Literaturwerten. Schnitte auf diese Größen sind indirekt durch Schnitt auf das Konfidenzniveau geschehen. Abbildung 4.17 zeigt das Spektrum der fehlenden Masse berechnet aus den ursprünglich rekonstruierten Werten (also ungefitet). Dargestellt ist die fehlende Masse einmal vor und nach dem Schnitt auf das Konfidenzniveau der entsprechenden, gefitteten Reaktion.

Weitere Endzustände mit nennenswertem Wirkungsquerschnitt, welche prinzipiell im  $4\gamma$ - bzw.  $2\pi^0$ -Endzustand auftauchen können, sind  $p\omega$  und  $p\pi^0\omega$ . Da das  $\omega$  mit einem Verzweigungsverhältnis von 8,40% [T<sup>+</sup>18] in  $\pi^0\gamma$  zerfällt, sind zunächst  $3\gamma$  bzw.  $5\gamma$  (wovon vier tatsächlich aus dem Zerfall zweier Pionen stammen) im Endzustand. Allerdings, kann es vorkommen, dass durch Schauerfluktuationen ein weiteres Photon rekonstruiert wird oder dass Photonen z.B. durch Akzeptanzlücken oder Rekonstruktionsschwellen nicht rekonstruiert werden und somit ein  $4\gamma$ -Endzustand entsteht.<sup>10</sup>

Mittels Untersuchung von simulierten Daten wurde die Rekonstruktionsakzeptanz der  $p\omega$ - und  $p\pi^0\omega$ -Endzustände mit den hier beschriebenen Schnitten zu  $< 0,2\%$ , also etwa  $1/100$  der Akzeptanz für  $p\pi^0\pi^0$  (vgl. Kapitel 5.5.3), bestimmt (vgl. Tabelle 4.1). Der Wirkungsquerschnitt für  $\gamma p \rightarrow p\omega$  wird ab  $E_\gamma \approx 1200$  MeV, der für  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\omega$  erst ab  $E_\gamma \approx 2200$  MeV ähnlich groß oder leicht größer als der für  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$ . Somit sind in den selektierten Ereignissen ab diesen Energien jeweils weniger als  $0,1\%$   $p\omega$ - und  $p\pi^0\omega$ -Ereignisse zu erwarten. Folglich spielen die  $p\omega$ - und  $p\pi^0\omega$ -Endzustände keine nennenswerte Rolle in den selektierten Daten.

<sup>10</sup>In der Tat ist in den Wasserstoff-Daten das  $\omega$  im Spektrum der invarianten Masse zweier Photonen recht deutlich zu sehen.

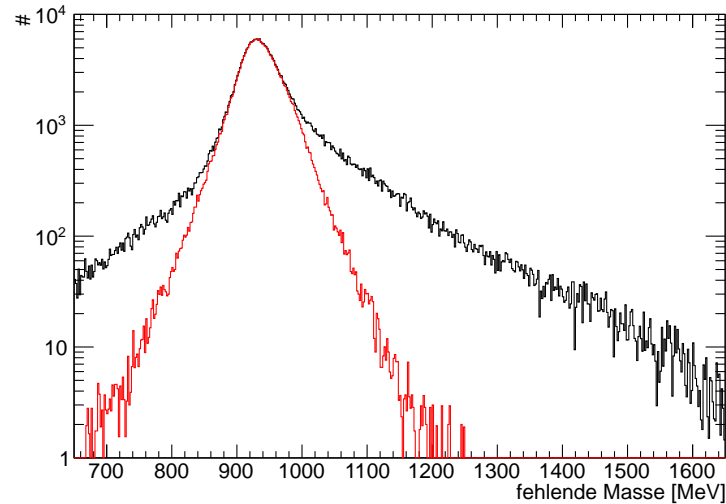


Abbildung 4.17.: Fehlende Masse aus ungefilterten Werten der Butanoldaten nach Winkelschnitten ohne (schwarz) und mit zusätzlichem Schnitt auf das Konfidenzniveau  $CL > 0,1$  (rot).

In Tabelle 4.1 sind weitere untersuchte Endzustände aufgelistet. Allenfalls der  $p\eta \rightarrow p3\pi^0$ -Endzustand weist noch einen Anteil von fast 0,1% auf. Allerdings ist der Wirkungsquerschnitt der  $\eta$ -Photoproduktion nur im Bereich von etwa 708 MeV bis 900 MeV vergleichbar mit dem der  $2\pi^0$ -Photoproduktion (dort etwa einen Faktor zwei größer, sonst etwa einen Faktor fünf kleiner, vgl. Abbildung 1.7). Folglich spielt auch dieser Endzustand nur eine untergeordnete Rolle.

Die für die weitere Analyse selektierten Butanoldaten wurden im Wesentlichen in drei Schritten ausgewählt:

- Erste Auswahl an Ereignissen, die die Multiplizitäts- und Ladungsschnitte (Kapitel 4.1, Zeitschnitte (Kapitel 4.2) und die kinematischen Schnitte unter Berücksichtigung der Photon-Kombinatorik (Kapitel 4.3.4) erfüllen.
- Kinematischer Fit (Kapitel 4.4) des  $p\pi^0\pi^0$ -Endzustands mit Schnitt auf das Konfidenzniveau, zusätzlich Anti-Schnitt auf den  $p\pi^0\eta$ -Endzustand.
- Schnitt auf die Winkeldifferenzen des nach kinematischem Fit berechneten Protons zum gemessenen Proton.

Ob die kinematischen Schnitte vor oder nach dem kinematischen Fit durchgeführt werden, führt letztlich zu nur geringen Unterschieden (wenige Prozent in der Anzahl der selektierten Ereignisse). Werden die Schnitte vor dem Fit durchgeführt, so müssen weniger Reaktionen den relativ zeitaufwendigen Fit durchlaufen.

Nach den oben beschriebenen Schnitten verbleiben aus den Butanoldaten 268000 Ereignisse im Zeitsignalebenebereich und weitere 367000 im Zeituntergrundbereich, welche die weiteren Analyseschritte durchlaufen.



Endzustand	Schwelle in MeV	BR	relevanter Energiebereich	rekonstruierte Ereignisse	zu erwarten- der Anteil
$p\pi^0\pi^0$	308,8	0,976		550916	
$p\pi^0\eta$	931,3	0,389	$\gtrsim 1300$ MeV	2112	0,15 %
$p\omega$	1109	0,083	$\gtrsim 1200$ MeV	4641	0,07 %
$p\pi^0\omega$	1366,4	0,082	$\gtrsim 2200$ MeV	3035	0,05 %
$p\pi^0$	144,7	0,988	$\lesssim 2000$ MeV	22	0,01 %–0,02 %
$p\eta \rightarrow p2\gamma$	707,8	0,394	$\approx 708$ MeV–900 MeV	12	$2 \cdot 10^{-5}$
$p\eta \rightarrow p3\pi^0$	707,8	0,315	$\approx 708$ MeV–900 MeV	668	0,08 %
$n\pi^0\pi^+$	317	0,988	$\sigma_{\text{tot}} \approx 5\sigma_{\text{tot}}^{p\pi^0\pi^0}$	7	$6 \cdot 10^{-5}$
$n\pi^0\pi^0\pi^+$	501	0,976		5	$3 \cdot 10^{-5}$

Tabelle 4.1.: Untersuchung des Einfluss verschiedener Endzustände anhand von simulierten Daten. Neben der Schwelle der Photoproduktion am Proton des jeweiligen Endzustandes und des Verzweigungsverhältnis in Photonen, sind der relevante Energiebereich, in dem der Wirkungsquerschnitt des Endzustandes in etwa gleich groß oder größer als der des  $p\pi^0\pi^0$ -Endzustandes ist, angegeben. Des Weiteren ist die Anzahl der mit der Selektion rekonstruierten Ereignisse, bei  $3 \cdot 10^6$  generierten Ereignissen, aufgeführt. Der in den selektierten Butanol-Daten zu erwartende Anteil an Ereignissen (im relevanten Energiebereich) des jeweiligen Endzustandes errechnet sich aus dem Verhältnis der Wirkungsquerschnitte, Verzweigungsverhältnisse und rekonstruierten Ereignisse.

## 4.5. Abschätzung des Untergrundanteils

Um den Anteil des Untergrundes in den selektierten Butanol-Daten zu bestimmen, können nicht Daten verwendet werden, die der 3C-Hypothese unterworfen wurden, da diese die invariante Masse der Pionen als Nebenbedingung enthält. Damit gibt es keine Ereignisse, bei denen die invariante Masse der Pionen von der nominellen Pionmasse abweicht und die herangezogen werden können, um den Verlauf dieser Untergrundereignisse unter dem Peak der echten Pionen zu beschreiben.

Aus diesem Grund wird der kinematische Fit mit der 2C-Hypothese verwendet, welche verlangt, dass die invariante Masse einer Photonenkombination die Pionmasse ergibt, die andere aber frei lässt. Diese freie invariante Masse sollte für Photonen aus dem Pionzerfall natürlich bei  $m_{\pi^0}$  einen Peak aufweisen während Untergrundereignisse bei beliebigen Massen liegen können. Das entsprechende Spektrum ist in Abbildung 4.18 dargestellt. Es weist den erwarteten Peak bei der Pionmasse auf, zeigt allerdings auch einen Einbruch bei exakt  $m_{\pi^0}$ . Dies liegt darin begründet, dass der kinematische Fit die 2-Photonkombination, welche am besten zur Pionmasse passt, als Pion ansieht. Damit wird es unwahrscheinlicher, dass die freie 2-Photonkombination nahezu exakt bei  $m_{\pi^0}$  liegt.

Der Verlauf der Ereignisse neben dem Pionpeak wird durch ein Polynom 3. Grades beschrieben und liefert einen globalen Untergrundanteil in den selektierten Daten von etwa 1,4 %.

Um den Anteil an Untergrundereignissen in verschiedenen kinematischen Bereichen zu bestimmen, müsste dieses Verfahren in jedem Bereich durchgeführt werden. Um die kinematischen Bereiche möglichst klein wählen zu können, stehen allerdings nicht genügend Daten zur Verfügung. Im Folgenden wird jedoch eine Methode vorgestellt, dieses Problem zu umgehen. Ein Abzug der Kohlenstoff-Ereignisse ändert den Untergrundanteil nicht bzw. nur sehr we-

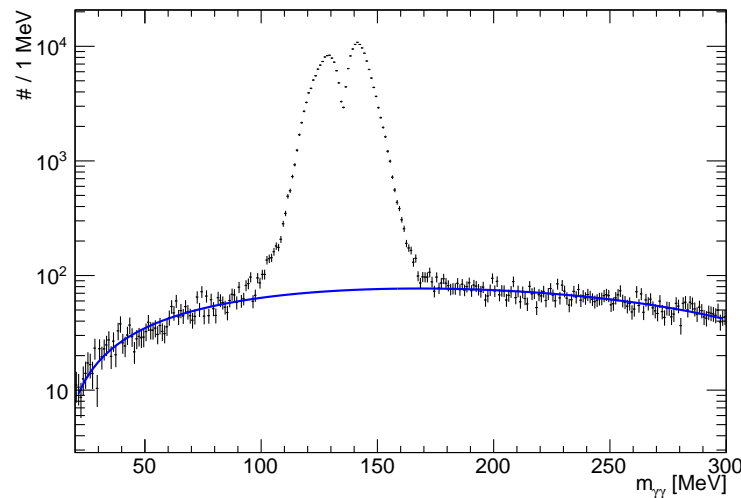


Abbildung 4.18.: Invariante Masse des freien Photonenpaares in der 2C-Hypothese  $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \gamma \gamma$  nach allen Schnitten außer dem auf die invariante Masse (Zeit inkl. Zeituntergrundabzug,  $\varphi$ - und  $\vartheta$ -Differenz, CL). Die blaue Kurve stellt eine Anpassung des Untergrundes mit einem Polynom 3. Grades dar.

nig, da die Verteilung der Kohlenstoff-Ereignisse in der invarianten Masse der zwei Photonen den Butanol-Ereignissen sehr ähneln<sup>11</sup>, vgl. Abbildung 4.7. Ein Abzug würde im Wesentlichen zu einer Verringerung der Ereignisse, die für die Anpassung zur Verfügung stehen, führen. Außerdem kann ein Kohlenstoff-Abzug nicht ohne Weiteres im Rahmen eines ereignisbasierten Maximum-Likelihood-Fits, wie er im folgenden Abschnitt vorgestellt wird, durchgeführt werden. Der Anteil an Kohlenstoff-Ereignissen in den Butanoldaten wird später (siehe Kapitel 5.2) mittels des sogenannten Dilutionfaktors berücksichtigt.

#### 4.5.1. Die $Q$ -Faktor-Methode

Zur Bestimmung des Untergrundanteils in Abhängigkeit der kinematischen Größen kommt die Methode des multivariaten Seitenbandabzugs ([WBM09]) zum Einsatz, wobei hier der Anteil des Seitenbandes (=Untergrund) nur bestimmt und nicht abgezogen wird<sup>12</sup>. Diese Methode, auch  $Q$ -Faktor-Methode genannt, stellt eine mehrdimensionale Verallgemeinerung des Seitenbandabzuges dar. Jedem Ereignis wird dabei ein Qualitätsfaktor ( $Q$ -Faktor) zugeordnet, der angibt mit welcher Wahrscheinlichkeit das Ereignis zum Signal und nicht zum Untergrund gehört.

<sup>11</sup>Eine Bestimmung des Untergrundanteils in den Kohlenstoffdaten ergibt einen Wert von etwa 1,5%, nur leicht höher als aus Butanoldaten.

<sup>12</sup>Da der polarisierte Wirkungsquerschnitt eine  $\varphi$ -Modulation aufweist, müsste der Untergrund zusätzlich zu den kinematischen Variablen auch in Abhängigkeit des Azimutwinkels bestimmt werden. Die Statistik ist allerdings nicht ausreichend, um in dieser Variablen genügend Auflösung zu erreichen.

## Funktionsweise

Gegeben sei ein Datensatz mit  $n = n_s + n_b$  Ereignissen, die von  $m + 1$  Koordinaten  $\vec{\xi}$  abhängen. Signal- und Untergrundverteilungen sind ebenfalls von  $\vec{\xi}$  abhängig, wobei die funktionale Abhängigkeit nur in einer Koordinate, der Referenzkoordinate  $\xi_0$  bekannt sein muss. Für ein gegebenes Ereignis  $i$  wird der  $Q$ -Faktor an Hand der  $n_{NN}$  nächsten Nachbarn in den Koordinaten  $\xi_{k,k>0}$  (also ohne Referenzkoordinate  $\xi_0$ ) bestimmt. Der Abstand eines Ereignisses  $j$  vom Ursprungsereignis  $i$  lässt sich mit dem gewichteten euklidischen Abstand berechnen:

$$d_{ij}^2 = \sum_{k=1}^m \left( \frac{\xi_k^i - \xi_k^j}{s_k} \right)^2, \quad (4.11)$$

wobei  $s_k$  die Normierung für Koordinate  $k$  darstellt, welche sich auch als (inverses) Gewicht interpretieren lässt:  $w_k = 1/s_k^2$ . Auf diese Weise werden Ereignisse in einer  $m$ -dimensionalen Hypersphäre<sup>13</sup> um das  $i$ -te Ereignis ausgewählt. Die Wahl von  $s_k$  (und  $n_{NN}$ ) beeinflusst die Größe der Hypersphäre innerhalb derer eine Änderung der Signal- und Untergrundverteilung vernachlässigt wird. Ist z.B.  $s_3$  deutlich größer als die anderen  $s_k$ , so wird das resultierende Hyperellipsoid eine größere Halbachse in der Koordinaten  $\xi_3$  haben.

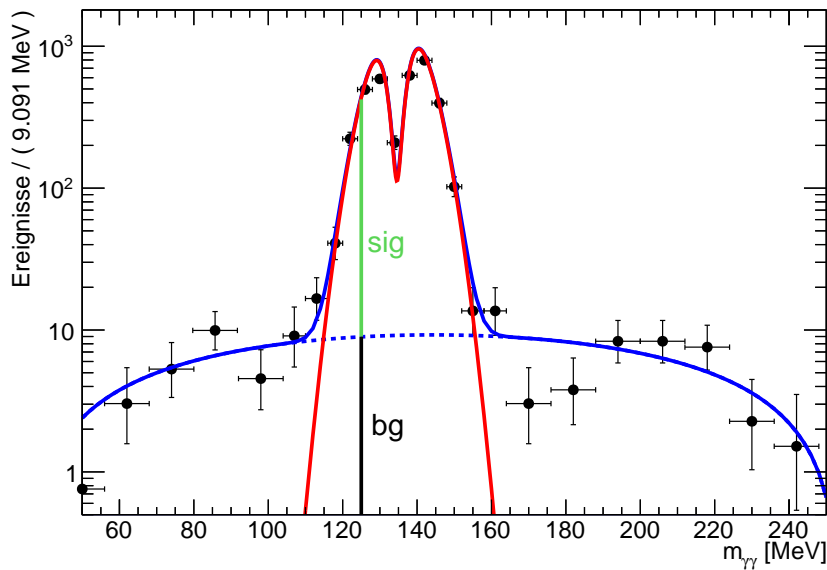


Abbildung 4.19.: Beispiel der Verteilung der nächsten Nachbarn in der Referenzkoordinate  $m_{\gamma\gamma}$  mit angepasster Signal- (rot) und Untergrundverteilungsfunktion (blau). Signal- und Untergrundanteil des Ursprungsereignis (bei  $m_{\gamma\gamma} = 125$  MeV) sind als grüne bzw. schwarze Linie eingezeichnet. Die eigentliche Anpassung verläuft ungebinnt nur für diese Darstellung wurden die Ereignisse in Bins (mit variabler Breite) aufgetragen.

<sup>13</sup>Genau genommen ist es nur in den normierten Koordinaten  $\xi_k/s_k$  eine Hypersphäre. In den Koordinaten  $\xi_k$  ist es ein Hyperellipsoid.

Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen für Signal- bzw. Untergrundereignisse bezüglich der Referenzkoordinate sei gegeben durch  $F_s(\xi_0, \vec{\alpha}_s)$  bzw.  $F_b(\xi_0, \vec{\alpha}_b)$ , wobei  $\vec{\alpha} = (\vec{\alpha}_s, \vec{\alpha}_b)$  die (unbekannten) Parameter des funktionalen Zusammenhangs der Verteilungsfunktionen zusammenfasst. Mittels eines ungebinnten Maximum-Likelihood-Fits werden die Parameter bestimmt. Der  $Q$ -Faktor für Ereignis  $i$  lässt sich dann als Anteil der Signalverteilungsfunktion an der Gesamtverteilungsfunktion am Punkt  $\xi_0^i$  berechnen:

$$Q_i = \frac{F_s(\xi_0^i, \vec{\alpha}_s)}{F_s(\xi_0^i, \vec{\alpha}_s) + F_b(\xi_0^i, \vec{\alpha}_b)}. \quad (4.12)$$

Der Fehler auf den  $Q$ -Faktor wird mit Hilfe der Kovarianzmatrix  $C_\alpha$  berechnet:

$$\sigma_Q^2 = \sum_{ij} \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} (C_\alpha^{-1})_{ij} \frac{\partial Q}{\partial \alpha_j}. \quad (4.13)$$

Ein Beispiel zur Bestimmung des  $Q$ -Faktors ist in Abbildung 4.19 gezeigt.

Zu Kontrollzwecken ist es nützlich, die gegen die Referenzkoordinate aufgetragenen Ereignisse mit  $1 - Q_i$  zu wichten, um so das Untergrundspektrum zu erhalten<sup>14</sup>. Dieses sollte im Bereich des Signals im Allgemeinen glatt verlaufen. Durch schlechte funktionale Beschreibung der Untergrundverteilung oder schlechte Startwerte kann es jedoch zu Einbrüchen in der gewichteten Verteilung kommen. Abbildung 4.20 zeigt den Vergleich zwischen den Verteilungsfunktionen simulierter Daten (bei denen die Untergrundverteilung explizit bekannt ist) und der Verteilung, bei der jedes Ereignis mit dem individuellen Faktor  $1 - Q_i$  gewichtet wurde. Beide Untergrundverteilungen stimmen sehr gut überein. Da  $Q_i \in [0, 1]$  (vgl. Gleichung 4.12) stimmen die Verteilungen abseits der Signalregion, wo  $Q_i \rightarrow 0$ , exakt überein.

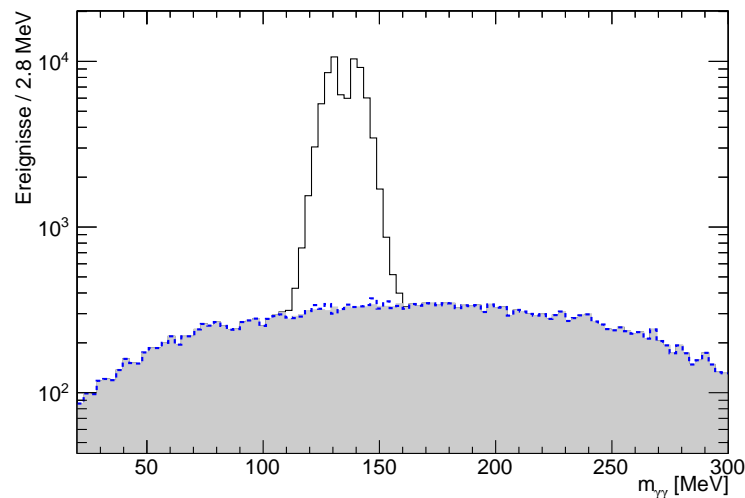


Abbildung 4.20.: Test der  $Q$ -Faktor-Methode mit simulierten Daten: generierte Gesamtverteilung in schwarz, generierte Untergrundverteilung blau und mit  $1 - Q_i$  gewichtete Gesamtverteilung in grau.

<sup>14</sup>Auf analoge Weise erhält man durch Wichtung mit  $Q_i$  das Signalspektrum.

### Anwendung

Die Kinematik der Doppelpionproduktion wird durch fünf unabhängige Variablen beschrieben (vgl. Abschnitt 1.3.2). Es liegt deshalb nahe eben diese als Koordinaten für die  $Q$ -Faktor-Methode zu verwenden. Als Referenzkoordinate wird weiterhin die invariante Masse der beiden freien Photonen aus dem 2C-Kinematischen Fit verwendet. Die Koordinaten sind also

$$\vec{\xi} = (m_{\gamma\gamma}, \sqrt{s}, \cos\theta, m_{\pi^0\pi^0}, \phi^*, \theta^*). \quad (4.14)$$

Hierbei ist noch zu beachten, dass  $\phi^*$  eine  $360^\circ$ -Periodizität aufweist. Das bedeutet, dass  $\xi_{\phi^*}^i - \xi_{\phi^*}^j$  niemals mehr als  $180^\circ$  betragen kann.

Die Signalverteilungsfunktion ist durch die Summe zweier Gaußfunktionen gegeben, wobei die zweite, schmalere eine negative Amplitude hat und den Einbruch bei  $m_{\pi^0}$  beschreibt. Die Untergrundwahrscheinlichkeitsdichteverteilung ist eine Summe von Chebyshev-Polynomen erster Art bis Grad zwei:

$$F_b = N \cdot (1 + c_0 \cdot x + c_1 \cdot (2x^2 - 1)), \quad (4.15)$$

wobei  $N$  für die Normierung sorgt.

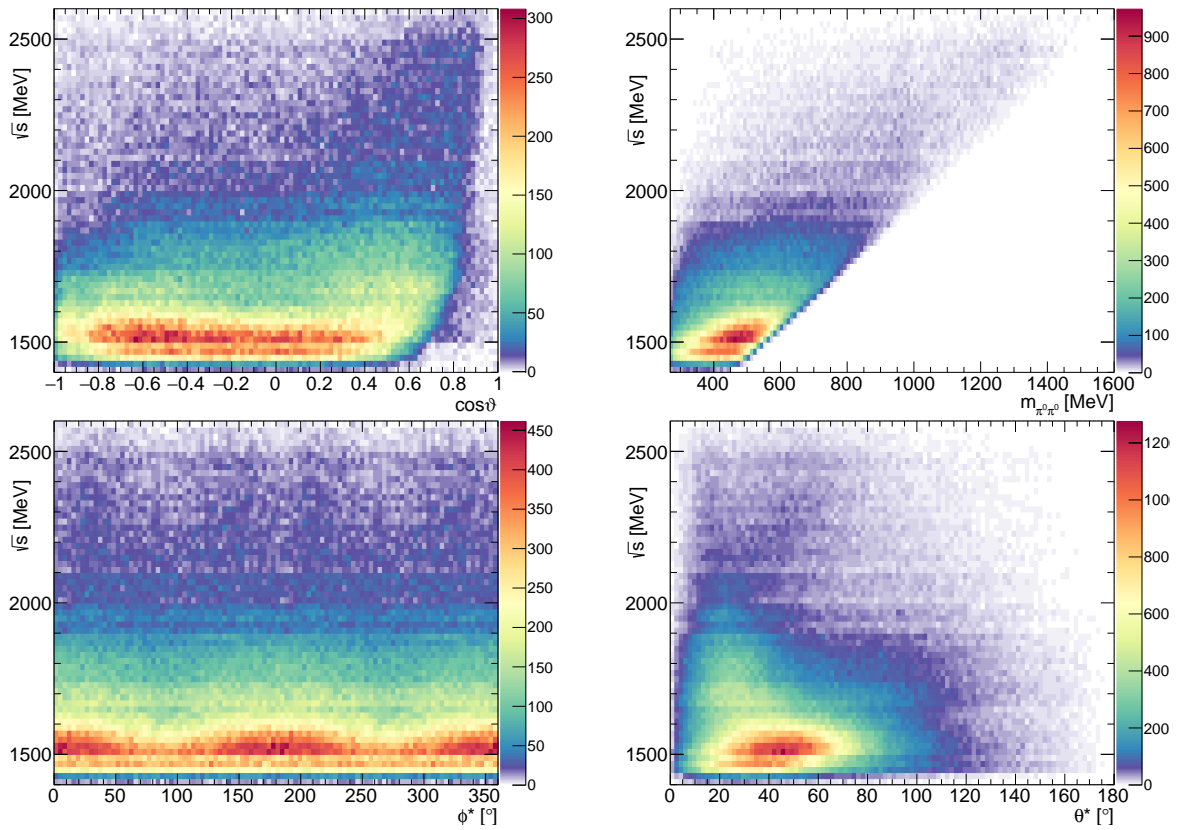


Abbildung 4.21.: Verteilung der Ereignisse in den kinematischen Variablen ( $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$ ,  $m_{\pi^0\pi^0}$ ,  $\phi^*$ ,  $\theta^*$ ) mit jeweils  $\sqrt{s}$  auf der  $y$ -Achse. Der weiße Bereich rechts in der Auftragung gegen  $m_{\pi^0\pi^0}$  ist kinematisch verboten.

Als  $s_k$  in Gleichung 4.11 wurde die Standardabweichung<sup>15</sup> der Verteilung in der entsprechenden Koordinate  $\xi_k$  verwendet. Im Gegensatz zur Differenz des größten zum kleinsten auftretenden Wertes der Koordinaten, was ebenfalls eine häufig verwendete Wahl ist (z.B. [S<sup>+</sup>10]), wird die Empfindlichkeit auf Ausreißer reduziert.

Die Verteilung der Ereignisse in den kinematischen Variablen ist in Abbildung 4.21, jeweils gegen  $\sqrt{s}$  aufgetragen, gezeigt. Es wird deutlich, dass sich die Verteilungen der  $\xi_k$  (insbesondere  $m_{\pi^0\pi^0}$ ) mit der Strahlenergie  $E_\gamma$  stark ändern können. Deshalb wurde  $s_k$  energieabhängig (genauer:  $\sqrt{s}$ -abhängig) in 24 Bins bestimmt. In Tabelle 4.2 sind die Extremwerte der energieabhängigen Standardabweichungen sowie die globalen Werte angegeben. Hierbei wird die starke Energieabhängigkeit in der invarianten Masse der Pionen deutlich, vgl. Abbildung 4.21.

Variable $k$	$\sqrt{s}$	$\cos\vartheta$	$m_{\pi^0\pi^0}$	$\phi^*$	$\theta^*$
$s_k(\sqrt{s})$	(15...17) MeV	0,39...0,56	(52...330) MeV	103°...107°	27°...37°
$s_k$	226 MeV	0,49	180 MeV	105°	31°

Tabelle 4.2.: Energieabhängige und globale Standardabweichungen  $s_k$  der kinematischen Variablen.

Die Anzahl der nächsten Nachbarn  $n_{NN}$ , die für ein Ereignis ausgewählt werden, sollte möglichst gering gehalten werden, um den Koordinatenraum möglichst klein zu halten. Änderungen des  $Q$ -Faktors innerhalb der Hypersphäre werden nicht berücksichtigt und sollen deshalb vernachlässigbar klein sein. Andererseits muss die Anzahl der nächsten Nachbarereignisse, die im Untergrundbereich liegen, ausreichend hoch sein, um eine zuverlässige Anpassung der Verteilungsfunktion zu gewährleisten.

Deshalb werden nur so viele nächste Nachbarn ausgewählt bis 300 Ereignisse im  $m_{\gamma\gamma}$ -Bereich außerhalb von 100 MeV bis 170 MeV liegen, niemals jedoch mehr als 15000 nächste Nachbarn insgesamt. Auf diese Weise wird die Hypersphäre nur so groß gewählt, wie gerade nötig um die Anpassung an den Untergrund zu gewährleisten. Abbildung 4.22 zeigt die Anzahl der nächsten Nachbarn in Abhängigkeit einer kinematischen Variablen, hier der invarianten Masse der Pionen. Klar zu sehen ist, dass für den niedrigen Massenbereich deutlich weniger nächste Nachbarn benötigt werden als für den höheren Bereich. Dies liegt in der Tatsache begründet, dass hier der Untergrundanteil größer ist (vgl. Abbildung 4.25), und deshalb mit weniger nächster Nachbarn die 300 Ereignisse außerhalb des Peak-Bereichs erreicht sind. Ab invarianten Massen von etwa 500 MeV wird in den meisten Fällen die maximale Anzahl von nächsten Nachbarn erreicht (letztes  $y$ -Bin in Abbildung 4.22), da hier der Untergrundanteil sehr gering ist.

Da die Änderungen des  $Q$ -Faktors in der Koordinate  $\phi^*$  nur sehr gering sind, wurde als  $s_{\phi^*}$  die zweifache Standardabweichung verwendet. Dies führt effektiv dazu, dass die Hypersphäre in dieser Koordinate größer, in allen anderen aber kleiner wird. Aufgrund der energieabhängigen Bestimmung sind die Normierungsfaktoren  $s_{\sqrt{s}}(\sqrt{s})$  deutlich kleiner als die globale Normierung  $s_{\sqrt{s}}$  (siehe Tabelle 4.2). Um diese künstliche Verkleinerung aufgrund des Binnings auszugleichen, wurden die  $\sqrt{s}$ -Normierungsfaktoren um einen Faktor 4 vergrößert. Damit sind sie immer noch etwa einen Faktor 3 kleiner als der globale Wert, was

<sup>15</sup>Für eine Koordinate mit Mittelwert Null entspricht dies dem quadratischen Mittel (RMS).

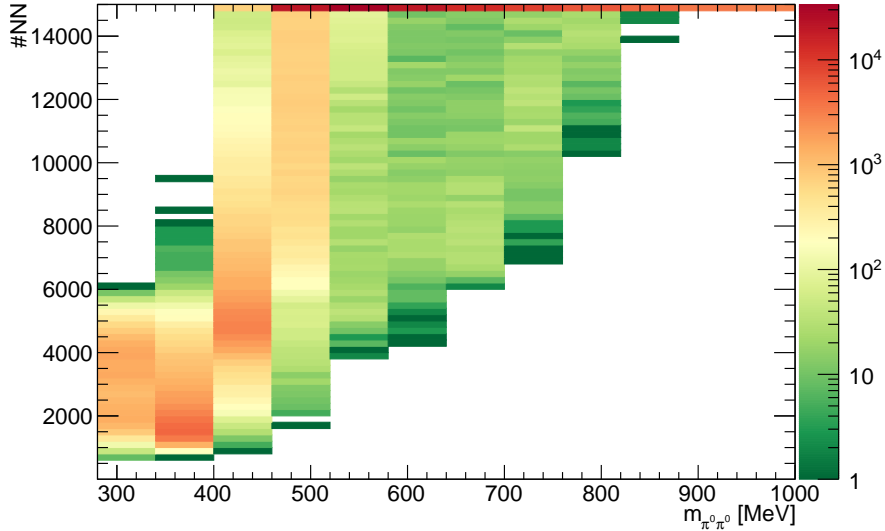


Abbildung 4.22.: Anzahl nächster Nachbarn in Abhängigkeit der invarianten Masse der beiden Pionen. Besonders für kleine Massen werden deutlich weniger als die maximal erlaubten 15000 nächsten Nachbarn benötigt.

aufgrund der Änderung des Untergrundanteils mit der Energie sinnvoll ist. Der Abstand der verwendeten nächsten Nachbarn in den jeweiligen Koordinaten und damit die mittlere Größe der Hypersphäre, ist in Abbildung 4.23 dargestellt.

Nur für  $m_{\pi^0\pi^0}$  ist die mittlere Größe, aufgrund der  $\sqrt{s}$ -Abhängigkeit von  $s_k$ , stark energieabhängig, mit einer Standardabweichung von etwa 30 MeV bei den kleinsten  $\sqrt{s}$  und bis zu 290 MeV bei  $\sqrt{s} \approx 2400$  MeV. Außerdem ist eine leichte Asymmetrie zu negativen Abständen (kleinere Masse der nächsten Nachbarn im Vergleich zum Ausgangsereignis) in der Verteilung der nächsten Nachbarn in  $m_{\pi^0\pi^0}$  zu erkennen. Dies liegt darin begründet, dass sich die Verteilung der Ereignisse eher am oberen Rand des kinematisch erlaubten Bereichs häuft (vgl. Abbildung 4.21) und somit keine nächsten Nachbarn mit deutlich größeren Massen ausgewählt werden können. Auch liegt der wahrscheinlichste Wert der Nächste-Nachbarn-Verteilung bei leicht kleineren Massen, es werden also im Mittel mehr kleinere als größere  $m_{\pi^0\pi^0}$  ausgewählt. Dies ist allerdings nur ein kleiner Effekt ( $\lesssim 10$  MeV), sodass keine großen Auswirkungen auf den ermittelten Untergrundanteil zu erwarten ist.

Der  $Q$ -Faktor gibt die Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis zum Signal gehört, dementsprechend gibt  $1 - Q_i$  die Wahrscheinlichkeit an, dass das Ereignis  $i$  ein Untergrundereignis ist. Analog zu Abbildung 4.20 ist die mit  $1 - Q_i$  gewichtete Verteilung der Ereignisse zusammen mit der ungewichteten in Abbildung 4.24 dargestellt. Der Verlauf des Untergrundes unter dem Pionpeak ist wie gewünscht flach.

Die  $Q$ -Faktor-Methode liefert für jedes Ereignis die Untergrundwahrscheinlichkeit. Um eine einfache Visualisierung des Untergrundanteils zu ermöglichen, ist in Abbildung 4.25 der mittlere Anteil an Untergrundereignissen in verschiedenen kinematischen Bereichen histogrammiert.

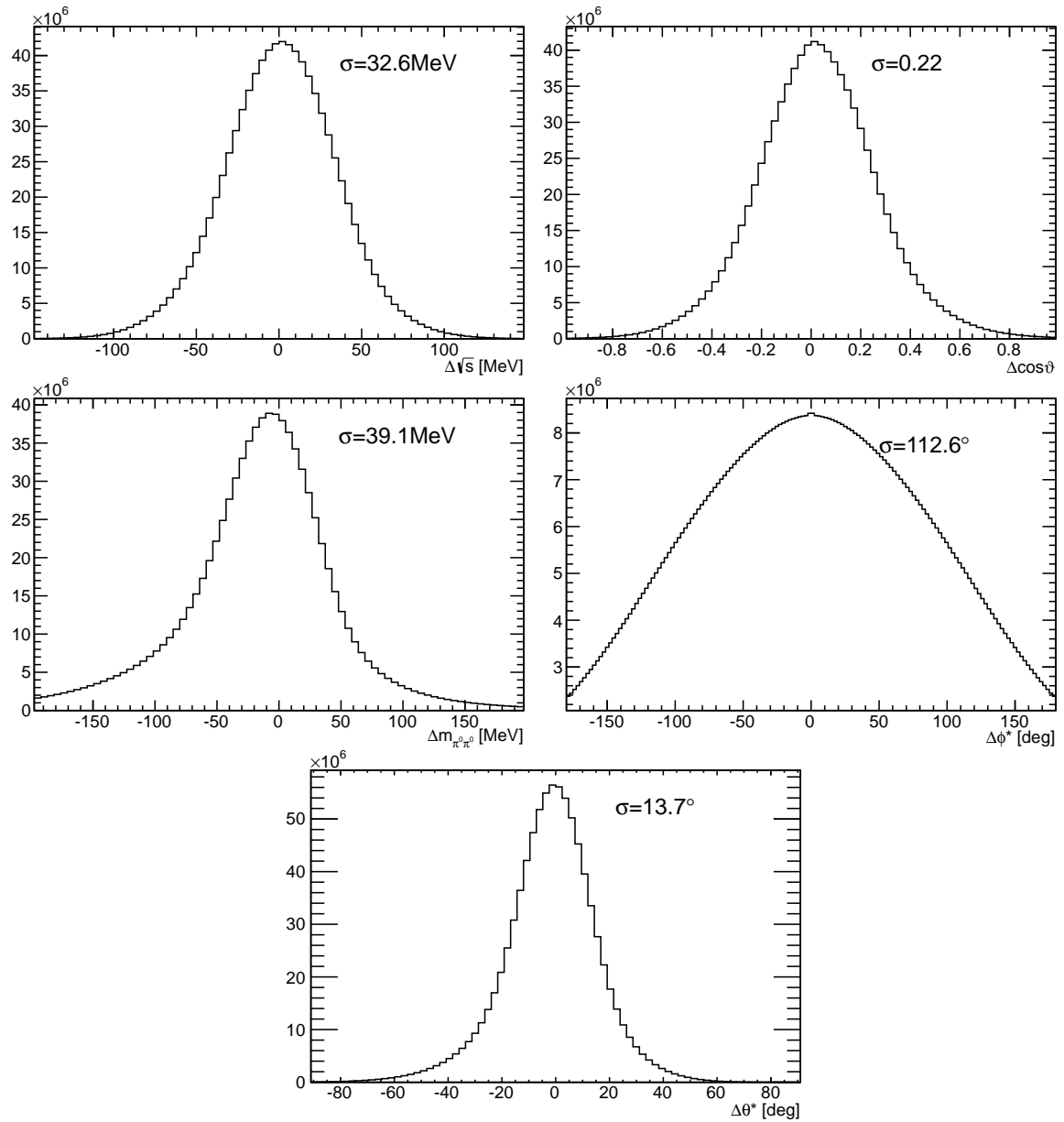


Abbildung 4.23.: Abstand  $\Delta\xi_k$  der verwendeten nächsten Nachbarn aller Ereignisse in Abhängigkeit der Koordinate  $\xi_k \in \{\sqrt{s}, \cos\vartheta, m_{\pi^0\pi^0}, \phi^*, \theta^*\}$ . Zusätzliche ist die Standardabweichung  $\sigma$  der gezeigten Abstandsverteilung angegeben. Für  $\phi^*$  wurde die Normierung  $s_k$  verdoppelt, da der Untergrundanteil in dieser Variablen nur wenig variiert. Dies führt dazu, dass nächste Nachbarn mit größerem Abstand in  $\phi^*$  ausgewählt wurden.



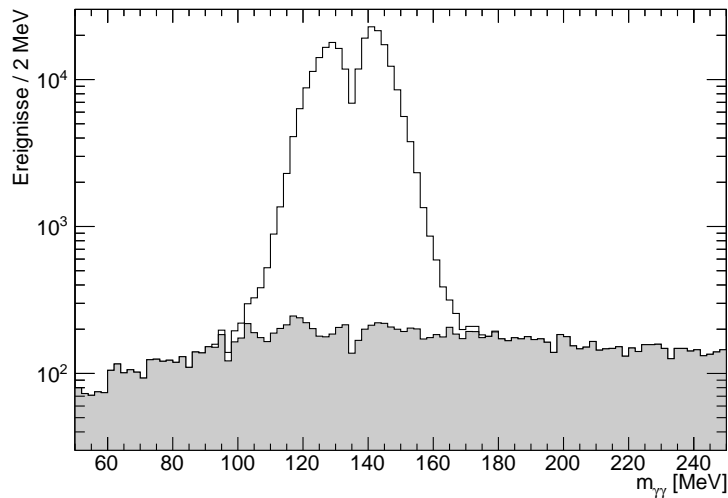


Abbildung 4.24.: Vergleich der mit  $1 - Q_i$  skalierten Daten (grau) mit der unskalierten Verteilung (schwarz).

Es wird deutlich, dass der Anteil an Untergrundereignissen teilweise stark vom kinematischen Bereich abhängt. So ist bei niedrigen Strahlenergien ( $\lesssim 800$  MeV) der Untergrundanteil meist bei 2% oder mehr, während er für hohe Energien deutlich unter 1% fällt. Des Weiteren weisen die Bereiche niedriger invarianter Masse der beiden Pionen einen relativ hohen Untergrundanteil von bis zu  $\approx 7\%$  auf, der zu hohen invarianten Massen jedoch stark abfällt.

Der so bestimmte Untergrundanteil wird als eine Quelle des systematischen Fehlers berücksichtigt, wie in Kapitel 5.5.1 erläutert wird.

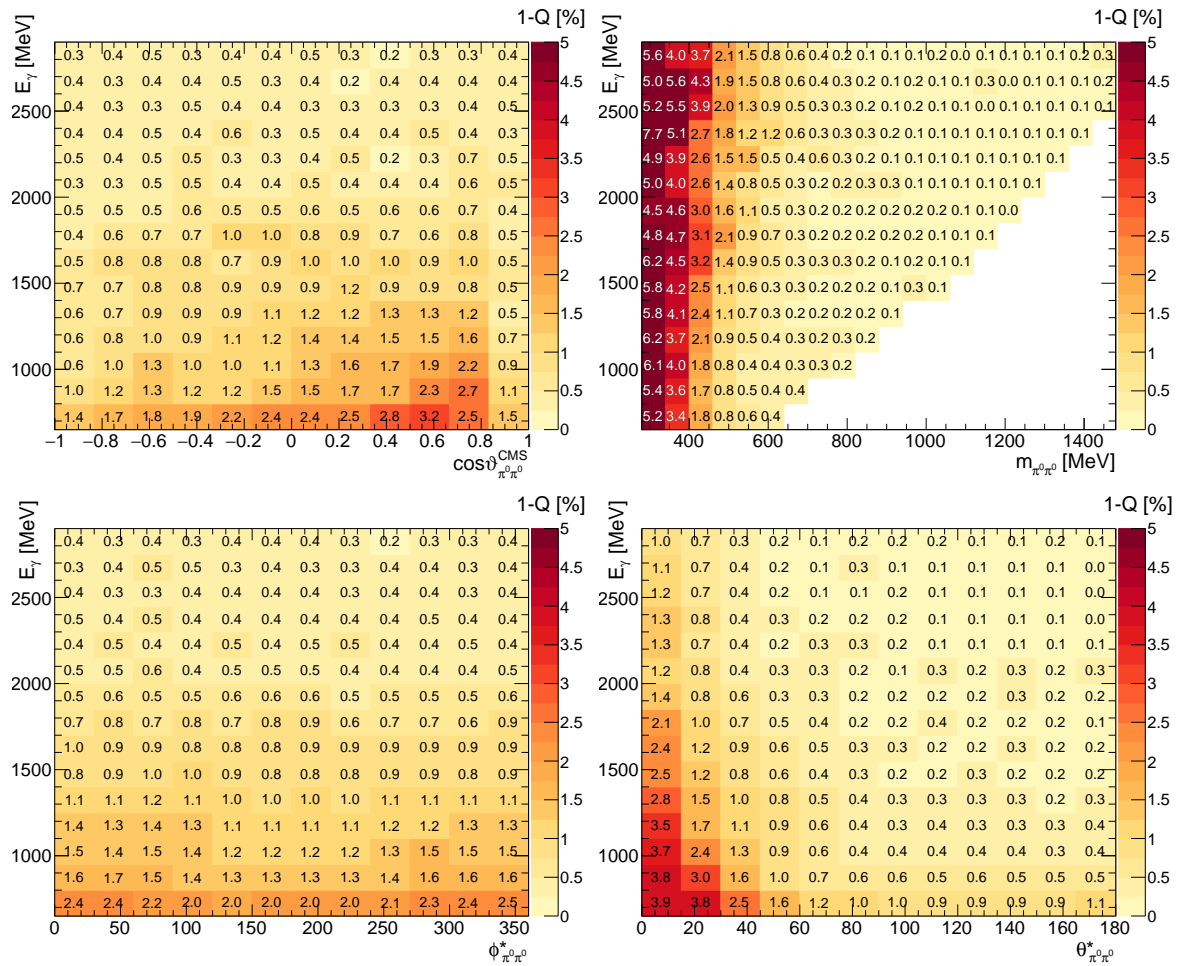


Abbildung 4.25.: Mittlerer Untergrundanteil in verschiedenen kinematischen Bereichen. Über die jeweils nicht gezeigten kinematischen Variablen wurde integriert. Der weiße Bereich in der Auftragung gegen  $m_{\pi^0\pi^0}$  ist kinematisch verboten.

## Kapitel 5.

### Extraktion der Observablen

Nachdem die  $p\pi^0\pi^0$ -Daten wie im vorangegangenen Kapitel beschrieben, selektiert wurden, wird in diesem Kapitel dargelegt, wie die Polarisationsobservablen aus den Daten gewonnen werden.

In der Photoproduktion zweier pseudoskalarer Mesonen lässt sich der Wirkungsquerschnitt (ohne Messung der Rückstoßpolarisation) schreiben als ([RO05]):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \left\{ [1 + \Lambda_x P_x + \Lambda_y P_y + \Lambda_z P_z] \right. \\ + \delta_{\odot} \cdot [I^{\odot} + \Lambda_x P_x^{\odot} + \Lambda_y P_y^{\odot} + \Lambda_z P_z^{\odot}] \\ + \delta_{\ell} \cdot \sin(2\phi_B) \cdot [I^s + \Lambda_x P_x^s + \Lambda_y P_y^s + \Lambda_z P_z^s] \\ \left. + \delta_{\ell} \cdot \cos(2\phi_B) \cdot [I^c + \Lambda_x P_x^c + \Lambda_y P_y^c + \Lambda_z P_z^c] \right\} \end{aligned} \quad (5.1)$$

wobei  $\delta_{\odot}$  die Zirkular- und  $\delta_{\ell}$  die Linearpolarisation (unter Winkel  $\phi_B$  zur  $x$ -Achse der Reaktionsebene) des einlaufenden Photons, sowie  $\vec{\Lambda}$  die Targetpolarisation ist.  $I^{\odot}$  ist die zirkulare Strahlasymmetrie,  $I^s$  und  $I^c$  die linearen Strahlasymmetrien mit  $\sin(2\phi_B)$ - bzw.  $\cos(2\phi_B)$ -Verhalten.  $\vec{P}$  fasst die Targetasymmetrien entsprechend der Targetpolarisationsrichtung zusammen,  $\vec{P}^s, \vec{P}^c$  sind Doppelpolarisationsobservablen, welche mit Linearpolarisation (mit  $\sin(2\phi_B)$ - bzw.  $\cos(2\phi_B)$ -Verhalten) gemessen werden können. Der Vektor der Doppelpolarisationsobservablen  $\vec{P}^{\odot}$  erfordert Zirkularpolarisation.

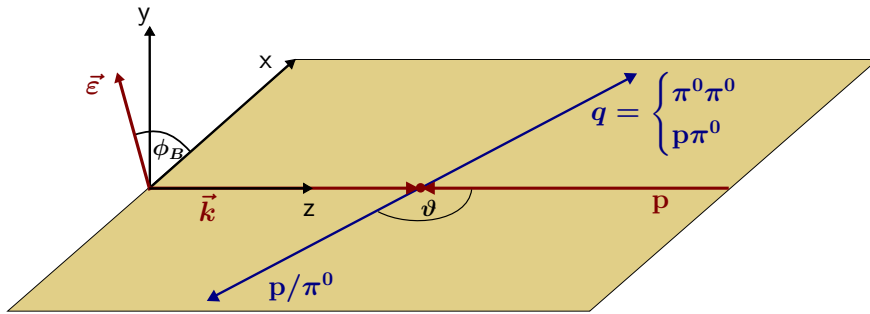


Abbildung 5.1.: Definition der Reaktionsebene, aufgespannt von einlaufendem Photon  $\vec{k}$  und einem der auslaufenden Teilchen  $p/\pi^0$ . Der Photonpolarisationsvektor  $\vec{\epsilon}$  steht in einem Winkel  $\phi_B$  zur  $x$ -Achse.

Die Reaktionsebene wird im Schwerpunktsystem (CMS) vom einlaufenden Photon und einem der auslaufenden Teilchen ( $p/\pi^0$ , unter Winkel  $\vartheta$  zur  $z$ -Achse) aufgespannt (siehe Abbil-

dung 5.1). Je nach Wahl des auslaufenden Teilchens (p oder  $\pi^0$ ) entstehen so unterschiedliche Reaktionsebenen und die extrahierten Polarisationsobservablen unterscheiden sich. Dies wird im Folgenden durch einen Index (meist  $\pi^0\pi^0$  oder  $p\pi^0$ ) an der kinematischen Variablen, gegen welche die Observable aufgetragen ist, kenntlich gemacht. Die Koordinaten des Targetpolarisationsvektors beziehen sich auf die Reaktionsebene, das heißt,  $\Lambda_x = \Lambda \cos \phi_T$  ist die Projektion des Targetpolarisationsvektors auf die  $x$ -Achse der Reaktionsebene.

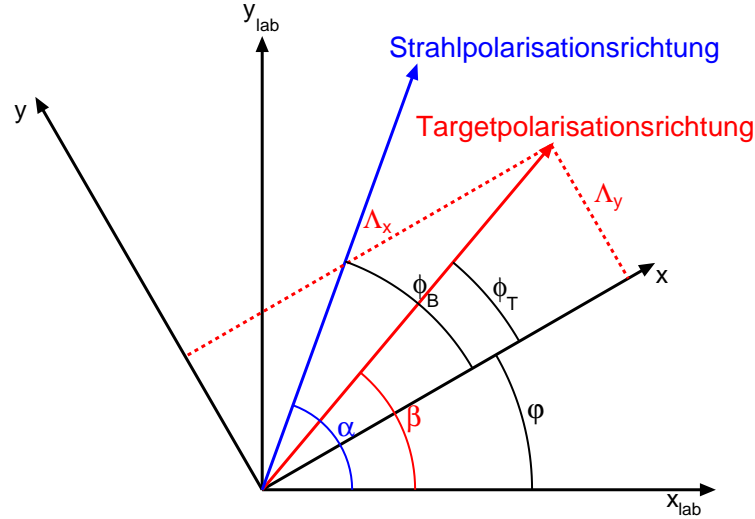


Abbildung 5.2.: Definition der Winkel. Die Lage der Reaktionsebene ( $x$ - $z$ -Ebene) relativ zum Laborsystem wird durch den Azimutwinkel  $\varphi$  beschrieben, siehe auch Abbildung 5.1.

Im Laborsystem, in dem die Teilchen nachgewiesen werden, ist die Ausrichtung des Targetpolarisationsvektors durch den Winkel  $\beta$  zur  $x_{\text{Lab}}$ -Achse dieses Systems gegeben. Die  $x_{\text{Lab}}\text{-}z_{\text{Lab}}$ -Ebene im Laborsystem und die Reaktionsebene ( $x$ - $z$ -Ebene) stehen in einem Winkel  $\varphi$  zueinander, welches dem Azimutwinkel des Summenvektors  $\vec{q}$ , also  $\varphi_{\pi^0\pi^0}$  für den Fall, dass das Proton die Reaktionsebene bestimmt und  $\varphi_{p\pi^0}$  im anderen Fall, entspricht.  $180^\circ - \varphi$  entspricht dem Azimutwinkel des Reaktionsebenen-definierenden Teilchens (p oder  $\pi^0$ ). Mit dieser Definition lässt sich  $\vec{\Lambda}$  allein durch Größen des Laborsystems ausdrücken (vgl. Abbildung 5.2):

$$\begin{pmatrix} \Lambda_x \\ \Lambda_y \\ \Lambda_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda_t \cdot \cos(\beta - \varphi) \\ \Lambda_t \cdot \sin(\beta - \varphi) \\ \Lambda_\ell \end{pmatrix}, \quad (5.2)$$

wobei  $\Lambda_t$  ( $\Lambda_\ell$ ) die transversale (longitudinale) Targetpolarisation ist.

Ebenso lässt sich der Winkel  $\phi_B$  der Strahlpolarisationsrichtung zur Reaktionsebene ausdrücken:

$$\phi_B = \alpha - \varphi, \quad (5.3)$$

wobei hier  $\alpha$  der Winkel zur Richtung der Strahlpolarisation im Laborsystem ist.

Damit lässt sich der Wirkungsquerschnitt bei transversal polarisiertem Target ( $\Lambda_z = 0$ ) und linear polarisiertem Strahl ( $\delta_\odot = 0$ ) schreiben als

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \left\{ (1 + \Lambda \cos(\beta - \varphi) \cdot P_x + \Lambda \sin(\beta - \varphi) \cdot P_y) \right. \\ + \delta_\ell \cdot \sin(2(\alpha - \varphi)) \cdot \left[ I^s + \Lambda \cos(\beta - \varphi) \cdot P_x^s + \Lambda \sin(\beta - \varphi) \cdot P_y^s \right] \\ \left. + \delta_\ell \cdot \cos(2(\alpha - \varphi)) \cdot \left[ I^c + \Lambda \cos(\beta - \varphi) \cdot P_x^c + \Lambda \sin(\beta - \varphi) \cdot P_y^c \right] \right\}. \quad (5.4) \end{aligned}$$

## Normalisierung

Um systematische Effekte zu reduzieren, wurde die Polarisationsrichtung des Targets und des Strahls regelmäßig um  $180^\circ$  (Target) bzw.  $90^\circ$  (Strahl) geändert, was durch eine Änderung der Vorzeichen von  $\Lambda$  und  $\delta_\ell$  ausgedrückt werden kann. Folglich gibt es vier Kombinationen dieser Datensätze mit den beiden Einstellungen der Polarisierungen (Targetpolarisation positiv/negativ, Strahlpolarisation positiv/negativ). Um aus diesen Kombinationen die Observablen extrahieren zu können, müssen diese auf den integrierten einlaufenden Photonfluss normiert werden (vgl. Kapitel 5.4.1). Eine detaillierte Beschreibung der Bestimmung des Photonflusses findet sich in [Har17].

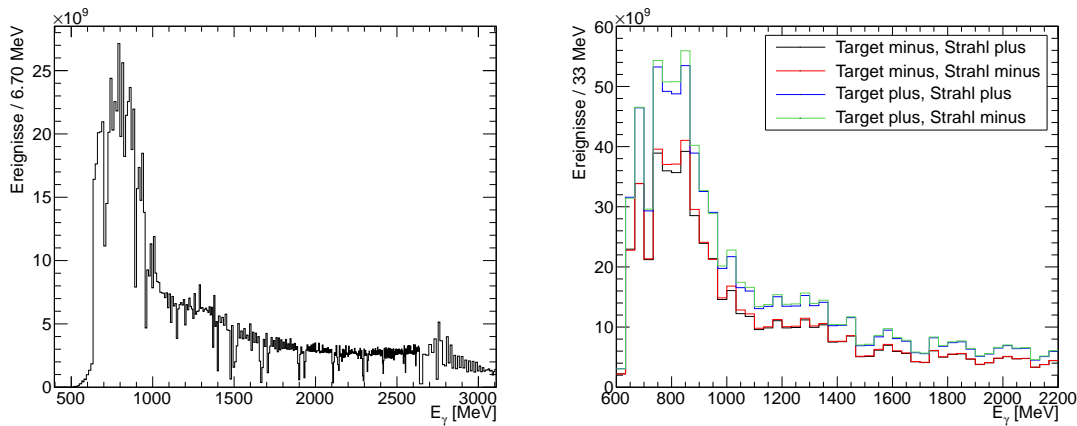


Abbildung 5.3.: Integrierter Photonfluss in Abhängigkeit der Strahlenergie (links) und nach unterschiedlichen Polarisationsrichtungen aufgetragen (rechts).

Der integrierte Photonfluss ist für die vier Kombinationen der Datensätze in Abbildung 5.3 dargestellt. Es fällt auf, dass besonders die unterschiedlichen Strahlpolarisationseinstellungen nahezu den gleichen integrierten Fluss haben. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Strahlpolarisation mehrfach pro Stunde geändert wurde, die Targetpolarisation jedoch nur auf deutlich größeren Zeitskalen (mehrere Tage).

## 5.1. Bestimmung der Polarisationsgrade

Für die Extraktion der Polarisationsobservablen ist die Kenntnis der Polarisationsgrade von Nöten. Deshalb wird im Folgenden beschrieben, wie diese bestimmt wurden.

### 5.1.1. Strahlpolarisation

Die Bestimmung des Strahlpolarisationsgrades erfolgt mittels eines Vergleichs der Messwerte des Bremsstrahlspektrums zu einer analytischen Berechnung durch das ANB-Programm [NGH<sup>+</sup>03]. Die Berechnung basiert auf den theoretischen Grundlagen, die in Kapitel 2.2.1 und den dort zitierten Quellen beschrieben werden. Eine ausführliche Beschreibung des ANB-Programms findet sich in [Ebe12].

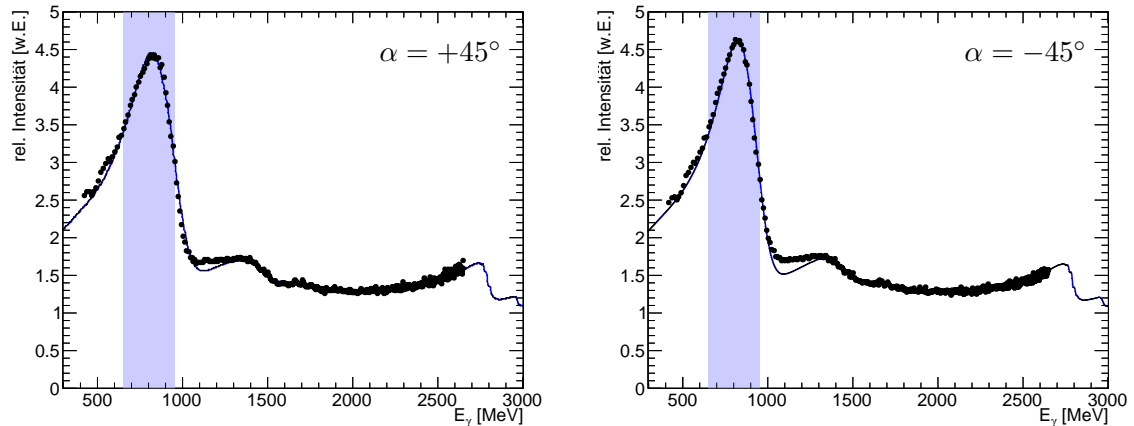


Abbildung 5.4.: Relative Intensitätsspektren im Vergleich mit der ANB-Rechnung (blaue Kurve) für die beiden verwendeten Diamantorientierungen [Ebe12]. Nur Ereignisse innerhalb des blauen Bereichs werden für die Extraktion von Polarisationsobservablen, welche einen polarisierten Strahl benötigen, herangezogen.

Das auf das Bremsstrahlspektrum eines amorphen Radiators normierte Spektrum und das Ergebnis der angepassten analytischen Rechnung findet sich in Abbildung 5.4. Der daraus berechnete Polarisationsgrad ist in Abbildung 5.5 dargestellt. In [Ebe12] wird der relative Fehler auf den Polarisationsgrad recht konservativ mit 5% beziffert. Die größten Abweichungen der ANB-Anpassung sind im Bereich etwas oberhalb der Position der kohärenten Kante (etwa 950 MeV) zu erkennen. Für Energien unterhalb der kohärenten Kante sind die Abweichungen deutlich geringer. Im Rahmen dieser Arbeit werden solche Observablen, die einen polarisierten Strahl benötigen, nur bis zu einer Energie von 950 MeV extrahiert (blauer Bereich in Abbildung 5.4), womit die größeren Abweichungen nicht relevant werden.

### 5.1.2. Targetpolarisation

Der Polarisationsgrad der Targetpolarisation wird nur in den Aufpolarisationsphasen jeweils vor und nach der Polarisierung gemessen und in den Messperioden dazwischen exponentiell interpoliert. Die Messung erfolgt mittels der Kernspinresonanz-Methode (NMR), bei der es im Resonanzfall zu Übergängen zwischen den im Magnetfeld aufgespaltenen Kernniveaus kommt. Dem Schwingkreis wird Energie entnommen (positive Polarisation) bzw. hinzugeführt (negative Polarisation), wobei die Stärke dieses Signals  $A_{\text{dyn}}$  vom Polarisationsgrad  $\Lambda_{\text{dyn}}$  abhängt. Der Absolutwert der Polarisation lässt sich mit Hilfe des NMR-Signals im

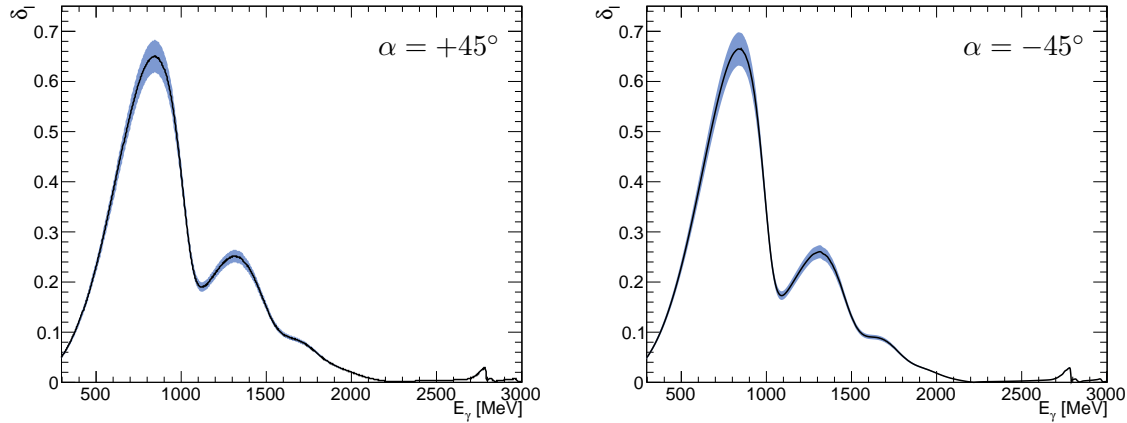


Abbildung 5.5.: Polarisationsgrad des Photonenstrahls für die beiden verwendeten Diamantorientierungen [Ebe12]. Die Unsicherheit auf die Polarisation ist als blaues Band dargestellt.

thermischen Gleichgewicht  $A_{\text{TE}}$  (bei etwa 1–2 K und 2,5 T) bestimmen [A<sup>+</sup>99]:

$$A_{\text{dyn}} = \frac{A_{\text{dyn}}}{A_{\text{TE}}} A_{\text{TE}}, \quad (5.5)$$

mit dem Polarisationsgrad der Protonen im thermischen Gleichgewicht [A<sup>+</sup>99]

$$A_{\text{TE}} = \tanh\left(\frac{\mu_{\text{p}} B}{k_{\text{B}} T}\right). \quad (5.6)$$

Die Hauptquelle der Unsicherheit auf den Polarisationsgrad ist die Temperaturmessung im thermischen Gleichgewicht [Roh03]. Ein relativer Fehler auf den Polarisationsgrad von 2% wird angegeben [Dut17].

Abbildung 5.6 zeigt den zeitlichen Verlauf der Targetpolarisation. Gut zu erkennen sind die verschiedenen Zeiträume der Datennahme, welche von Auf- bzw. Umpolarisierungsphasen unterbrochen wurden. Der Zeitraum, in dem die Elektronenpolarisation in antiparalleler Richtung zum Magnetfeld auf die Protonen übertragen wurde (vgl. Kapitel 2.4.1), ist rot hinterlegt und beinhaltet ca. 42% der Datenereignisse. Im Mittel wurde in der Strahlzeit ein Polarisationsgrad  $|A|$  von etwa 74% erreicht.

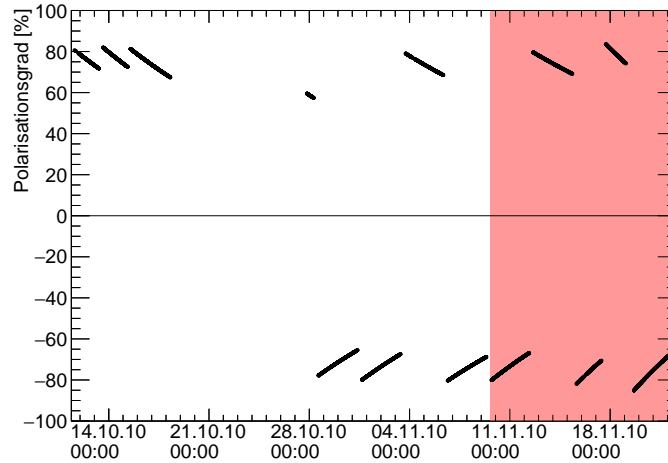


Abbildung 5.6.: Polarisationsgrad des Targets gegen die Zeit aufgetragen. Rot hinterlegt ist der Bereich, in dem die Protonenpolarisationsrichtung antiparallel zur Richtung des Magnetfelds ausgerichtet ist. Die längere Unterbrechung Ende Oktober ist auf technische Schwierigkeiten auf Seiten des Targets zurückzuführen.

## 5.2. Dilution-Faktor

Da im Frozen-Spin-Target Butanol ( $C_4H_9OH$ ) als Targetmaterial verwendet wird, ist ein Teil der Protonen in den Kohlenstoff- und Sauerstoffkernen gebunden. Nun findet die untersuchte Reaktion nicht nur an den ungebundenen Protonen  $p_u$  in den Wasserstoffkernen statt, sondern auch an den gebundenen Protonen  $p_b$ <sup>1</sup>:



Da sich die gebundenen Protonen nicht polarisieren lassen<sup>2</sup>, wird der Polarisationsgrad des Targets effektiv um den Anteil gebundener Protonen im Butanol verringert. Dieser Faktor wird als Dilution-Faktor  $d$  bezeichnet. Somit muss in Gleichung 5.4 die Targetpolarisation  $A$  durch  $d \cdot A$  ersetzt werden.

Aufgrund der Fermi-Bewegung der gebundenen Protonen werden Reaktionen vom Typ 5.8 allerdings durch die Selektion unterdrückt. So verbreitert z.B. der (unbekannte) Fermi-Impuls der gebundenen Protonen die Winkeldifferenzen  $\Delta\varphi$  und  $\Delta\vartheta$  (siehe Abschnitt 4.3.1). Des Weiteren können die am gebundenen Proton erzeugten Mesonen mit dem Kern wechselwirken (Final-State-Interaction, FSI). Somit ist der Dilution-Faktor nicht einfach aus der molekularen Zusammensetzung des Butanols gegeben, sondern muss abhängig von kinematischem Bereich und Schnittbreiten aus den Daten bestimmt werden. Hierzu wurden Daten mit einem Kohlenstoff-Target aufgenommen. Der Dilution-Faktor kann dann aus der Diffe-

<sup>1</sup>Reaktionen am gebundenen Neutron können aufgrund der Ladungsinformation ausgeschlossen werden.

<sup>2</sup> Sowohl  $^{12}C$  als auch  $^{16}O$  haben Kernspin 0.



renz dieser Daten zu den Butanoldaten bestimmt werden:

$$d = \frac{N_B - s \cdot N_C}{N_B} \quad (5.9)$$

Hierbei sind  $N_B$  die auf den Photonenfluss normierten Ereignisse am Butanol-Target,  $N_C$  die am Kohlenstoff-Target und  $s$  ein (globaler) Skalierungsfaktor, der u.A. Unterschiede der Targetflächendichten berücksichtigt. Das Verhältnis der Photonenflüsse der Daten am Butanol- und Kohlenstofftarget ist in Abbildung 5.10 gezeigt.

Um systematische Fehler in der Bestimmung des Dilution-Faktors möglichst klein zu halten, sollten die Bedingungen der Kohlenstoffmessung möglichst identisch zu denen der Butanolmessung sein. Deshalb wurde die Kohlenstoffmessung im Frozen-Spin-Target (inklusive Helium um die Targetzelle) bei ca. 1 K mit einem Target aus Kohlenstoffschaum durchgeführt (vgl. Kapitel 2.4.2).

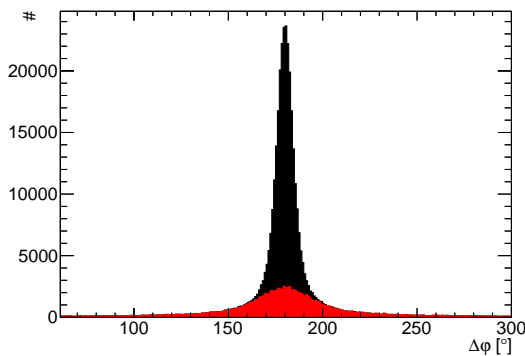


Abbildung 5.7.:  $\varphi$ -Differenz am Butanol- (schwarz) und Kohlenstoff-Target (rot).

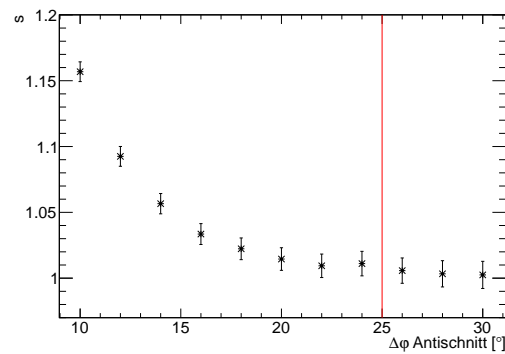


Abbildung 5.8.: Einfluss der Breite des  $\Delta\varphi$ -Antischnittes auf die Größe des Skalierungsfaktors  $s$ . Die rote Linie markiert die verwendete Antischnittbreite.

Um den Skalierungsfaktor zu bestimmen, wird ausgenutzt, dass die Verteilung der Azimutwinkel-Differenz in den Kohlenstoff-Daten deutlich breiter ist als die der ungebundenen Protonen im Butanol. Dies ist in Abbildung 5.7 ersichtlich, wo diese Winkeldifferenzen gezeigt sind. Nach Anwendung des Skalierungsfaktors sollten sich Kohlenstoff-Daten und Daten aus Reaktionen an gebundenen Protonen im Butanol gleich verhalten. Dies ist dann gegeben, wenn die Azimutwinkel-Differenzen der Kohlenstoff- und Butanol-Daten dort gleich sind, wo die Daten ungebundener Protonen keine Rolle mehr spielen. Werden die Ereignisse in einem  $25^\circ$  breiten Bereich um  $180^\circ$  weggeschnitten, verbleiben nur noch die Ereignisse aus Reaktionen an gebundenen Protonen und der Skalierungsfaktor ist das Verhältnis der Butanol- zu Kohlenstoffereignissen in diesem Bereich.

Selbstverständlich muss durch die Breite des Antischnitts gewährleistet sein, dass keine Ereignisse an ungebundenen Protonen mehr vorhanden sind. Abbildung 5.8 zeigt den Wert des so bestimmten Skalierungsfaktors in Abhängigkeit der Breite des Antischnittes. Deutlich zu sehen ist der Einfluss von Ereignissen an ungebundenen Protonen für Schnittbreiten  $\lesssim 15^\circ$ . Die entsprechenden Azimutwinkel-Differenzen sind für drei Antischnittbreiten in Abbildung 5.9 gezeigt. Besonders für eine Antischnittbreite von  $10^\circ$  ist die zu hohe Skalierung der Winkeldifferenz der Kohlenstoff-Daten deutlich ersichtlich. Die verwendeten  $25^\circ$  entsprechen einer Breite  $\gtrsim 5\sigma_u$  der Verteilung der ungebundenen Protonen.

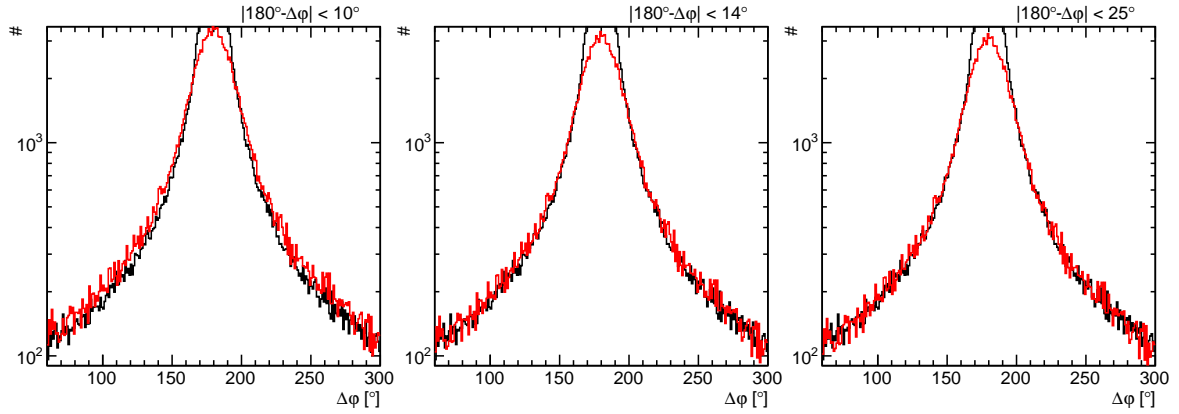


Abbildung 5.9.: Vergleich der  $\Delta\varphi$ -Verteilung am Kohlenstoff- (rot) und Butanol-Target (schwarz) für verschiedene Breiten des  $\Delta\varphi$ -Antschnittes zur Bestimmung des Skalierungsfaktors.

Der auf diese Art bestimmte Skalierungsfaktor beträgt  $s = 1,008 \pm 0,009$ , in guter Übereinstimmung mit dem aus dem Verhältnis der Targetflächendichten berechneten Wert von (vgl. Tabelle 2.1)<sup>3</sup>

$$\frac{n_{\text{gebundene p}}^{\text{B}}}{n_{\text{gebundene p}}^{\text{C}}} = \frac{(2,97 + 0,32) \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-2}}{3,07 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-2}} = 1,07 \pm 0,10. \quad (5.10)$$

Der Fehler auf den theoretischen Wert ist hierbei dominiert durch den Fehler auf den Füllfaktor des Butanoltargets.

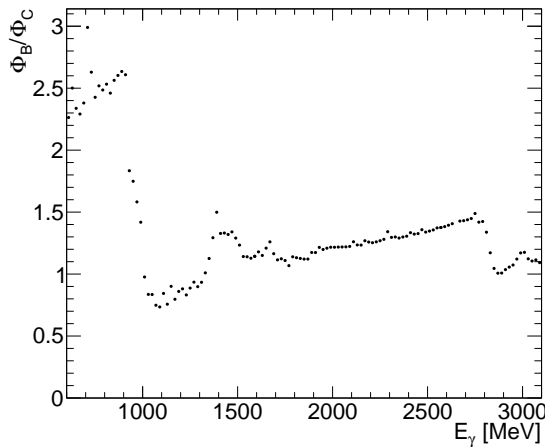


Abbildung 5.10.: Verhältnis der Photonflüsse am Butanol- und Kohlenstoff-Target.

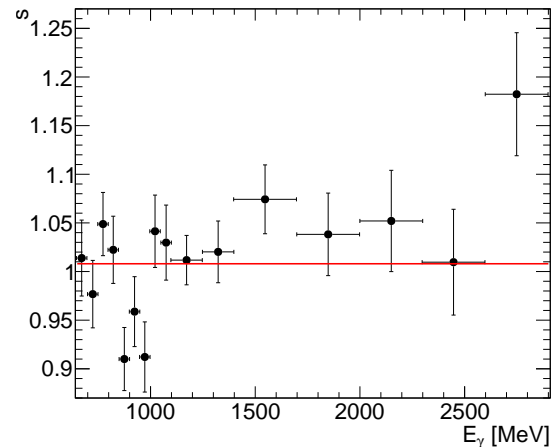


Abbildung 5.11.: Energieabhängigkeit des Skalierungsfaktors. Die rote Linie markiert den globalen Wert des Skalierungsfaktors von 1,008.

<sup>3</sup>Im Butanoltarget befindet sich zusätzlich ein PTFE-Fenster mit einer Flächendichte der Protonen von ca.  $0,32 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-2}$  welches für das Kohlenstoffschaum-Target entfernt wurde.

Wird der Skalierungsfaktor in Abhängigkeit der Strahlenergie bestimmt, gezeigt in Abbildung 5.11, so ist kein klarer Zusammenhang erkennbar. In Abbildung 5.12 sind beispielhaft die Azimutwinkel-Differenzen dreier Energiebereiche gezeigt, bei denen die Kohlenstoff-Daten mit dem globalen Skalierungsfaktor skaliert wurden. Allenfalls im Energiebereich von 850 MeV bis 950 MeV ist eine leichte Überskalierung zu erahnen, was konsistent mit Abbildung 5.11 ist. Um systematische Effekte aufgrund möglicher Energieabhängigkeiten zu berücksichtigen, wird eine systematische Unsicherheit auf den Skalierungsfaktor von 5% angenommen. Dies entspricht der Standardabweichung der Punkte in Abbildung 5.11.

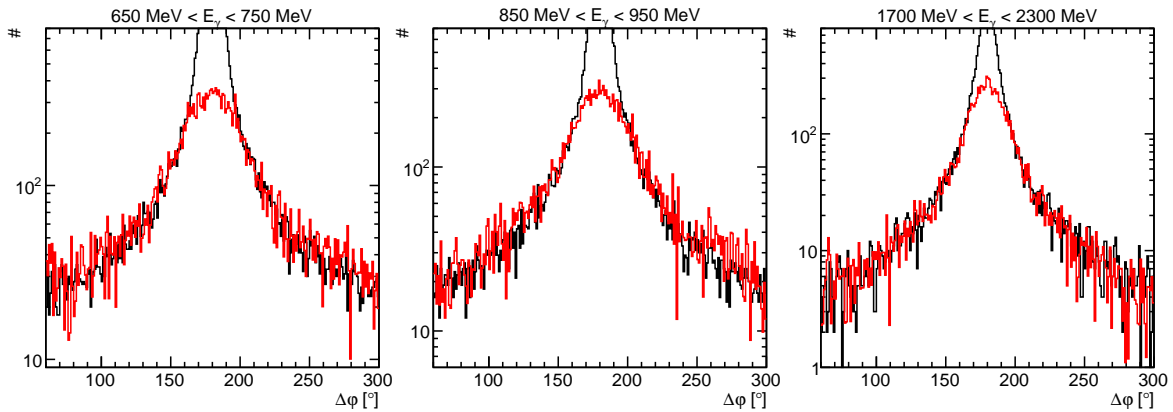


Abbildung 5.12.: Vergleich der  $\Delta\varphi$ -Verteilung am Kohlenstoff- (rot, skaliert mit dem globalen Skalierungsfaktor) und Butanol-Target (schwarz) für verschiedene Energiebereiche.

### 5.2.1. Binweise Bestimmung des Dilution-Faktors

Da der Dilution-Faktor abhängig vom kinematischen Bereich und der Breite der Selektions-schnitte ist, welche ebenfalls abhängig vom kinematischen Bereich sind, sollte der Dilution-Faktor ebenso abhängig von den kinematischen Größen bestimmt werden. Dazu werden im einfachsten Fall in Gleichung 5.9 die Zahl der Butanol- und Kohlenstoff-Ereignisse gebinnt in allen kinematischen Variablen eingesetzt. Allerdings ist die Statistik insbesondere der Kohlenstoffdaten nicht ausreichend um komplett 5-dimensional zu binnern. Aus diesem Grund wurde der Dilution-Faktor nur in verschiedenen 2-dimensionalen Abhängigkeiten ( $E_\gamma - \cos\vartheta$ ,  $E_\gamma - m$  sowie  $E_\gamma - \phi^*$ ) bestimmt. Dies ist für eine Extraktion der Polarisationsobservablen, die wie in Abschnitten 5.3.1 und 5.3.2 beschrieben, ebenfalls zunächst nur 2-dimensional erfolgt, ausreichend. Eine andere Methode, welche es erlaubt diese Restriktionen zu umgehen, wird im nächsten Abschnitt vorgestellt werden.

Ergebnisse der gebinnnten Methode der Dilution-Faktorbestimmung sind in Abbildung 5.13 dargestellt. Der Dilution-Faktor liegt in weiten Bereichen zwischen ca. 0,70 und 0,95, somit wird ersichtlich, dass die Selektion den molekularen Dilution-Faktor stark erhöht<sup>4</sup>. Des Weiteren wird die Abhängigkeit des Dilution-Faktors von einigen kinematischen Variablen deutlich, so z.B. die relativ starke Variation mit  $\cos\vartheta$ . Der Anstieg zu  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0} \rightarrow -1$ , was

<sup>4</sup>Butanol ( $C_4H_9OH$ ) enthält 10 ungebundene und 32 gebundene Protonen, womit  $d = \frac{10}{10+32} = 0,24$  zu erwarten wäre.

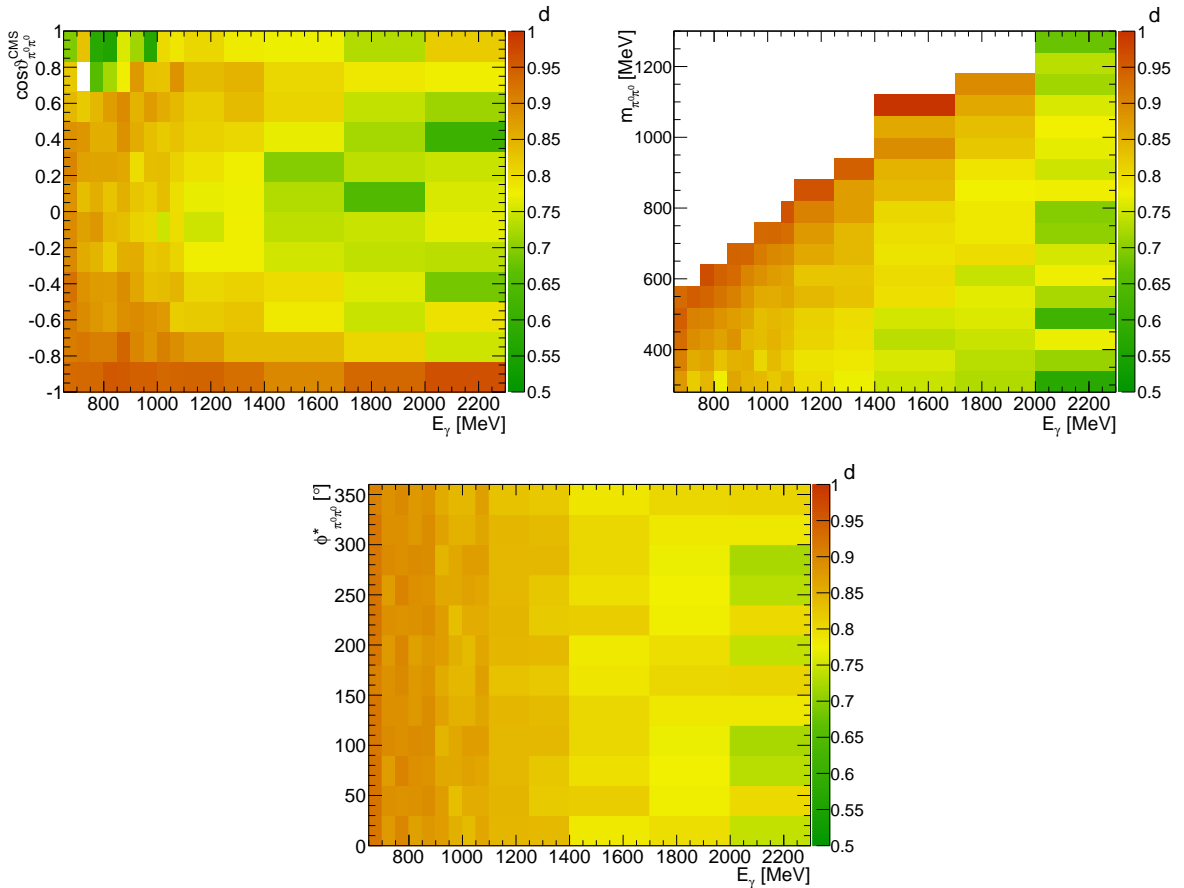


Abbildung 5.13.: Gebinnte Bestimmung des Dilution-Faktors. Links oben: Gebinnt in  $\cos \vartheta$  und  $E_\gamma$ . Rechts oben: Gebinnt in  $m_{\pi^0\pi^0}$  und  $E_\gamma$ . Unten: Gebinnt in  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$  und  $E_\gamma$ . Der scheinbar fehlende Wert im Bin  $(E_\gamma, \cos \vartheta) = (725 \text{ MeV}, 0,75)$  liegt unterhalb der in der Farbskala dargestellten Werte  $(0,3 \pm 0,5)$ . Da in diesem Bereich aufgrund der geringen Statistik keine Observablen extrahiert werden können, ist dies nicht von belang.

einem Proton unter kleinen Polarwinkeln entspricht, lässt sich z.B. mit der besseren Polarwinkelauflösung des MiniTAPS-Detektors und den damit verbundenen engeren Schnittbreiten erklären (vgl. z.B. Abbildung 4.10).

### 5.2.2. Bestimmung mittels der Methode der nächsten Nachbarn

Um den Limitierungen der statisch gebinnten Methode der Dilution-Faktor Bestimmung zu umgehen, wird im Folgenden eine Methode beschrieben, den Dilution-Faktor für jedes Ereignis separat zu bestimmen. Dazu wird die Methode der nächsten Nachbarn verwendet, welche schon in der Bestimmung des Untergrundanteils Verwendung fand (siehe Kapitel 4.5). Für jedes Ereignis werden zunächst die  $n_B$  nächsten Nachbarn in den fünf kinematischen Variablen in den Butanol-Daten betrachtet. Die Anzahl  $n_B$  definiert eine 5-dimensionale Hypersphäre in den kinematischen Variablen. Als Nächstes werden alle Kohlenstoff-Ereignisse  $n_C$ , welche

sich innerhalb dieser Hypersphäre befinden betrachtet. Abbildung 5.14 veranschaulicht das Prinzip im 2-dimensionalen Fall.

Um zufällige zeitliche Koinzidenzen in diesen Ereignissen abzuziehen (vgl. Kapitel 4.2), müssen zusätzlich die Ereignisse innerhalb der Hypersphäre, die in den Seitenbändern des Zeitspektrums liegen ( $n_B^{\text{tbg}}$  und  $n_C^{\text{tbg}}$ ) betrachtet werden. Diese müssen mit dem Verhältnis der Zeitschnittbreiten gewichtet werden.

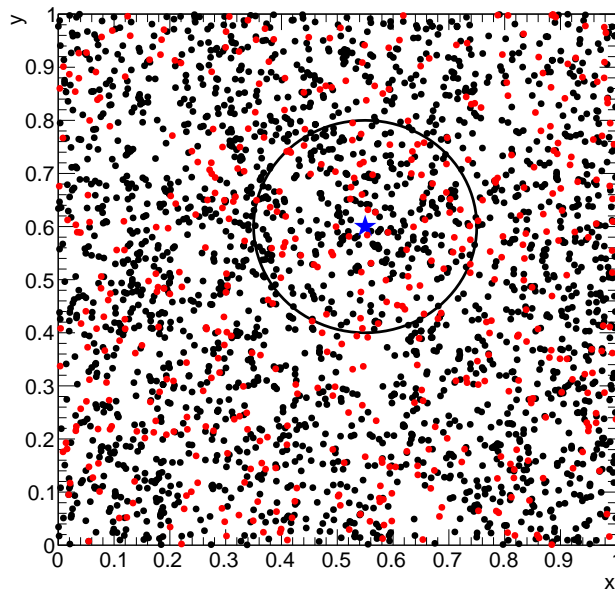


Abbildung 5.14.: Prinzip der Methode der nächsten Nachbarn zur Bestimmung des Dilution-Faktors. Butanol-Ereignisse sind als schwarze, Kohlenstoff-Ereignisse als rote Punkte gezeigt. Der blaue Stern markiert das Ereignis für welches der Dilution-Faktor bestimmt werden soll. Zur Darstellung wurde auf zwei (willkürliche) Dimensionen  $(x, y)$  vereinfacht womit die Hypersphäre zu einem Kreis wird.

Da die Flüsse der einlaufenden Photonen in den beiden Messperioden mit unterschiedlichen Targets verschieden waren, müssen die Kohlenstoff-Ereignisse mit dem Verhältnis der Photonenflüsse  $\Phi_B/\Phi_C$  gewichtet werden. Das Verhältnis  $\Phi_B/\Phi_C$  ist in Abbildung 5.10 gezeigt, wo deutlich wird, dass besonders bei Energien  $\lesssim 950$  MeV die Kohlenstoff-Ereignisse hochskaliert werden. Der Dilution-Faktor berechnet sich dann analog zu Gleichung 5.9:

$$d = \frac{(n_B - n_B^{\text{tbg}}) - s \cdot \Phi_B/\Phi_C \cdot (n_C - n_C^{\text{tbg}})}{n_B - n_B^{\text{tbg}}} \quad (5.11)$$

Hierbei ist  $s$  der gleiche Skalierungsfaktor wie im vorangegangenen Abschnitt.

Wie im Fall der Untergrundabschätzung ist es auch hier wichtig, die Größe der Hypersphäre möglichst gering zu halten. Deshalb wurde  $n_B$  so gewählt, dass die Zahl der Kohlenstoff-Ereignisse innerhalb der Hypersphäre vor der Wichtung mit dem Verhältnis der Flüsse in der Größenordnung 10 liegt. Dazu wurde iterativ die Zahl der Butanol-Ereignisse erhöht bis

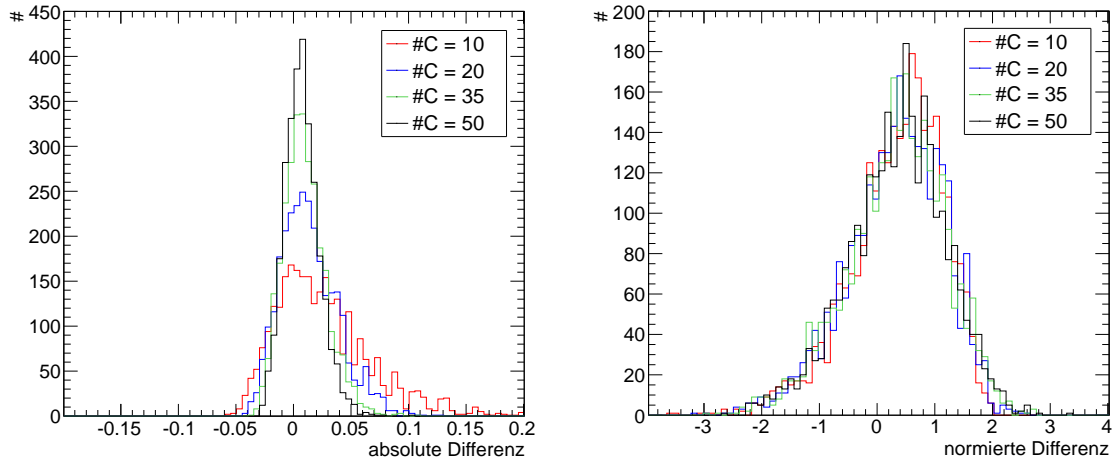


Abbildung 5.15.: Differenz des mit unterschiedlicher Zahl von Kohlenstoff-Ereignissen bestimmten Dilution-Faktors zum simulierten Wert. Absolute Differenz (links) und auf den Fehler des bestimmten Dilution-Faktors normierte Differenz (rechts).

mindesten 10 Kohlenstoff-Ereignisse oder eine Obergrenze von 2000 Butanol-Ereignissen<sup>5</sup> erreicht wurde.

Die Zahl der Kohlenstoff-Ereignisse wurde mit 10 sehr klein gewählt, um die Mittelung möglichst gering zu halten. Um den Einfluss der Anzahl zu untersuchen, wurden  $5 \cdot 10^6$  Ereignisse mit konstantem Dilution-Faktor simuliert und der Dilution-Faktor mit verschiedenen Anzahlen (10 bis 50) von Kohlenstoff-Ereignissen bestimmt. In Abbildung 5.15 ist die Differenz des bestimmten Dilution-Faktors zum simulierten Wert,  $d_{\text{sim}} - d$  (links), und diese Differenz normiert auf ihren Fehler,  $(d_{\text{sim}} - d)/\sigma_d$  (rechts), aufgetragen. Es wird deutlich, dass eine größere Zahl Kohlenstoff-Ereignisse zu einer schmaleren Verteilung führt, der wahrscheinlichste Wert sich aber dadurch nicht ändert. Nach Normierung auf den Fehler des Dilution-Faktors haben alle Verteilungen die gleiche Breite, was dafür spricht, dass die Bestimmung des Dilution-Faktors und des Fehlers (zumindest relativ gesehen) korrekt ist. Allerdings liegt der Mittelwert der Dilution-Faktor-Verteilungen nicht bei Null sondern bei leicht zu kleinen Werten:  $\approx 0,005$  absolut bzw.  $\approx 0,3\sigma$ . Diese Abweichung konnte nicht beseitigt werden und wird im systematischen Fehler (Abschnitt 5.5) berücksichtigt.

Des Weiteren wurde die Größe der Hypersphäre in der Variablen  $\phi^*$  vergrößert und in  $\cos\vartheta$  verkleinert, da sich der Dilution-Faktor in ersterer nur wenig, in letzterer dafür recht deutlich ändert (vgl. Abbildung 5.13 und 5.18). Erreicht wurde die Vergrößerung bzw. Verkleinerung durch Multiplikation des Gewichts in der Abstandsberechnung (Gleichung 4.11) mit einem Faktor 2 bzw. 0,5.

Abbildung 5.16 zeigt die Verteilung der Distanzen der nächsten Nachbarn zum Ausgangsereignis. Deutlich zu sehen ist die sehr schmale Verteilung in  $\cos\vartheta$  und die recht breite in  $\phi^*$ . Die Verteilungen werden sehr gut durch Normalverteilungen mit der angegebenen Brei-

<sup>5</sup>Mit Ausnahme von 31 Ereignissen, welche diese Obergrenze erreichten, wurden nie mehr als 1100 Butanol-Ereignisse verwendet.

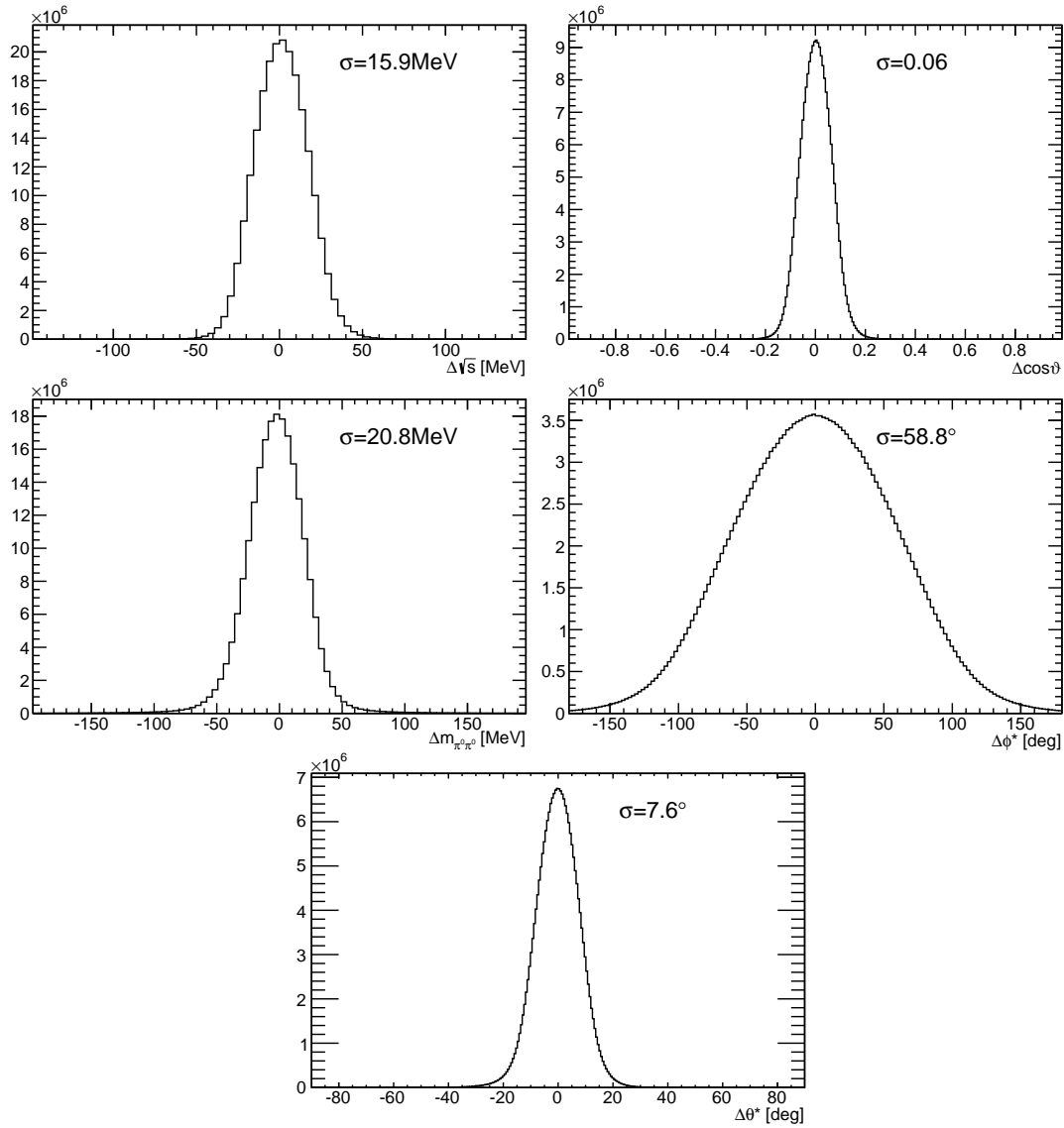


Abbildung 5.16.: Abstand  $\Delta\xi_k$  der verwendeten nächsten Nachbarn aller Ereignisse in Abhängigkeit der Koordinate  $\xi_k \in \{\sqrt{s}, \cos\vartheta, m_{\pi^0\pi^0}, \phi^*, \theta^*\}$ . Für  $\phi^*$  wurde das doppelte und für  $\cos\vartheta$  das halbe Gewicht in der Abstandsberechnung verwendet, da der Dilution-Faktor in der erstgenannten Variablen nur wenig, in der zweiten deutlich stärker variiert.

te beschrieben. Beim Vergleich mit den gebinneten Ergebnissen (Abbildung 5.13) fällt auf, dass deren Binbreiten meist in der Größenordnung von  $3\sigma$  der nächsten Nachbar-Verteilung liegen. Dies bedeutet, dass die nächste Nachbarn-Methode im Allgemeinen nicht über wesentlich größere Bereiche mittelt als die gebinnete Methode.

Die mit der Methode der nächsten Nachbarn ermittelten Werte des Dilution-Faktors sind in Abbildung 5.17 gezeigt. Auch hier liegt der Großteil der Ereignisse bei Dilutionfaktoren zwischen 0,7 und 0,95.

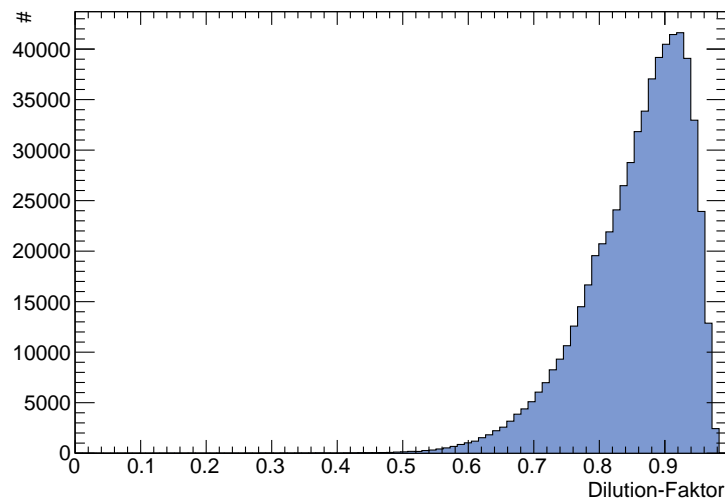


Abbildung 5.17.: Größe des Dilution-Faktors, bestimmt mit der Methode der nächsten Nachbarn.

Zur besseren Darstellung (und Vergleichbarkeit) der Ergebnisse wurden in Abbildung 5.18 die Werte aus Abbildung 5.17 in Bins entsprechend der gebinnten Methode sortiert und innerhalb eines solchen Bins gemittelt. Der Verlauf des Dilution-Faktors mit den kinematischen Variablen zeigt große Ähnlichkeit mit den Ergebnissen der gebinnten Methode in Abbildung 5.13. Ein detaillierter Vergleich der Methoden wird im folgenden Abschnitt diskutiert.

### 5.2.3. Vergleich der Methoden

Der große Vorteil der Methode der nächsten Nachbarn liegt in der Möglichkeit, den Dilution-Faktor für jedes Ereignis separat zu bestimmen. Allerdings sollten beide Methoden prinzipiell die gleichen Ergebnisse liefern. Um dies zu überprüfen, wird die Differenz der in Bins einsortierten Ereignis-basierten Dilution-Faktoren zur gebinnten Methode berechnet. Dies ist für den Dilution-Faktor gebinnt in  $E_\gamma$  und  $\cos\vartheta$  in Abbildung 5.19 dargestellt. Die großen Differenzen für kleine Energien und  $\cos\vartheta \rightarrow 1$  sind auf die geringe Akzeptanz und damit geringen Statistik in diesem Bereich zurückzuführen. Insbesondere die gebinnte Methode liefert aufgrund der geringen Statistik keine verlässlichen Ergebnisse mehr. Abgesehen von diesem Bereich sind die Differenzen im Betrag meist kleiner als 0,05. Der Bereich  $\cos\vartheta \rightarrow -1$  für höhere  $E_\gamma$  zeigt leicht kleinere Dilution-Faktoren in der Methode der nächsten Nachbarn. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Dilution-Faktor dort stark ansteigt (vgl. Abbildung 5.13) und aufgrund geringerer Statistik bei höheren Energien, die Hypersphäre der nächsten Nachbarn hier über einen Bereich mittelt, in dem sich der Dilution-Faktor ändert. Auch wenn dies eine systematische Verschiebung des Dilutionfaktors in diesem Bereich zur Folge hat, so ist der statistische Fehler bei den höheren Energien dennoch deutlich größer als der systematische Fehler.

Allerdings stößt der Vergleich der Methoden mit den Daten aufgrund der limitierten Statistik an seine Grenzen. In der eindimensionalen Projektion der Differenz (in Abbildung 5.20 bei-



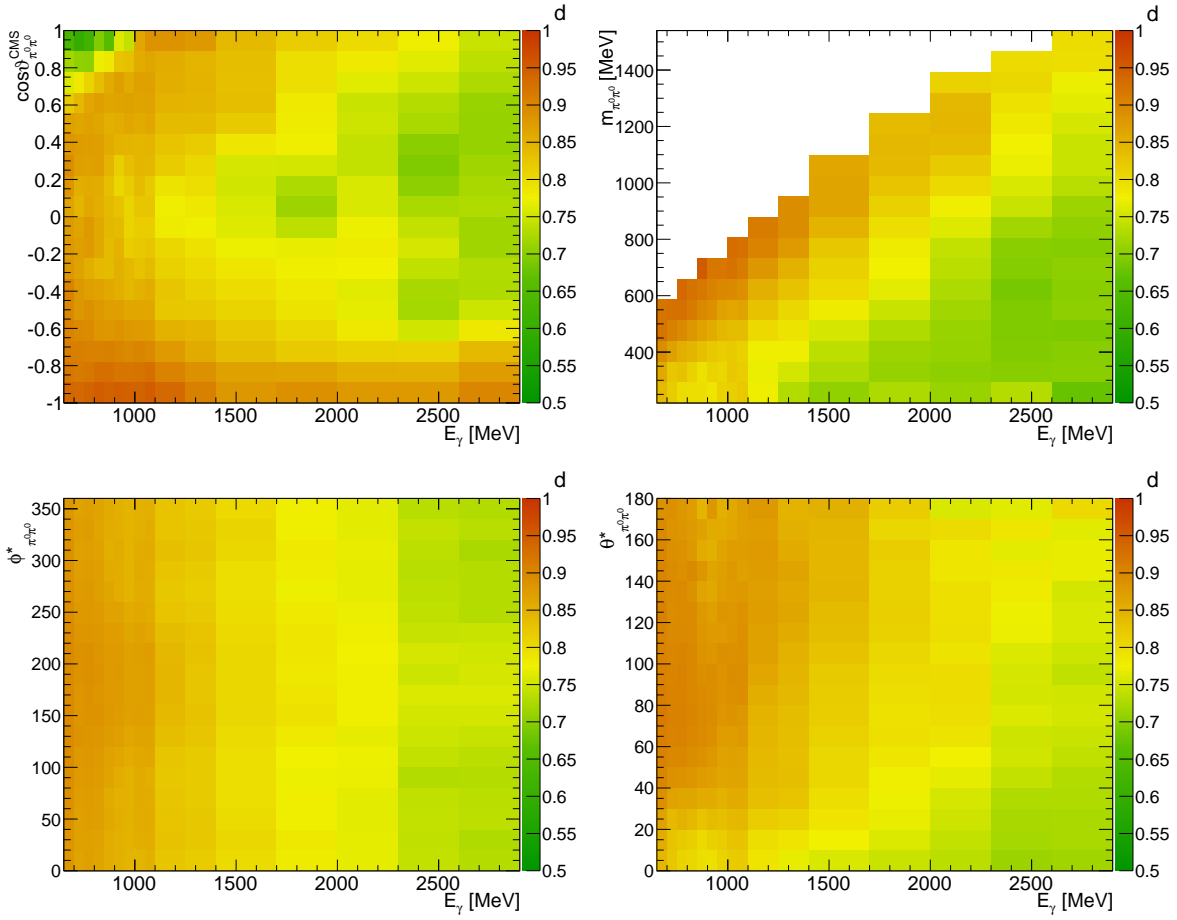


Abbildung 5.18.: Dilution-Faktor bestimmt mit der Methode der nächsten Nachbarn, aufgetragen gegen jeweils eine der kinematischen Variablen und der Strahlenergie. Werte des (eigentlich ungebinnten) Dilution-Faktors sind zur Darstellung innerhalb der Bins gemittelt.

spielhaft für zwei Energiebereiche dargestellt) wird deutlich, dass die Differenz der Methoden mit Null verträglich ist, die Fehler allerdings relativ groß werden. Im Grenzfall unendlicher Statistik sollten beide Methoden das exakt gleiche Ergebnis liefern, da dann zum einen beliebig fein gebinnt werden kann und zum anderen die Hypersphäre der nächsten Nachbarn beliebig klein wird (die Ereignisse liegen dann dicht im von den kinematischen Variablen aufgespannten Raum). Somit würden dieselben Ereignisse zur Bestimmung benutzt.

Um einen aussagekräftigen Vergleich anzustellen, der nicht so stark durch die limitierte Statistik beeinträchtigt wird und somit dem Grenzfall der unendlichen Statistik näher zu kommen, finden simulierte Daten Verwendung. Es wurden hierzu  $2,07 \cdot 10^7$  Ereignisse mit ruhendem Targetproton und  $5,97 \cdot 10^7$  Ereignisse mit Fermi-Impuls des Targetprotons phasenraumverteilt simuliert<sup>6</sup>. Mit den in Kapitel 4 beschriebenen Schnitten sind von diesen generierten Ereignissen  $3,68 \cdot 10^6$  ohne und  $1,38 \cdot 10^6$  mit Fermi-Impuls rekonstruiert worden. Dies zeigt

<sup>6</sup>Hierbei wurde in jede der drei Raumrichtungen eine Impulskomponente generiert, welche einer Normalverteilung mit 120 MeV Standardabweichung [CHM52] gehorcht.

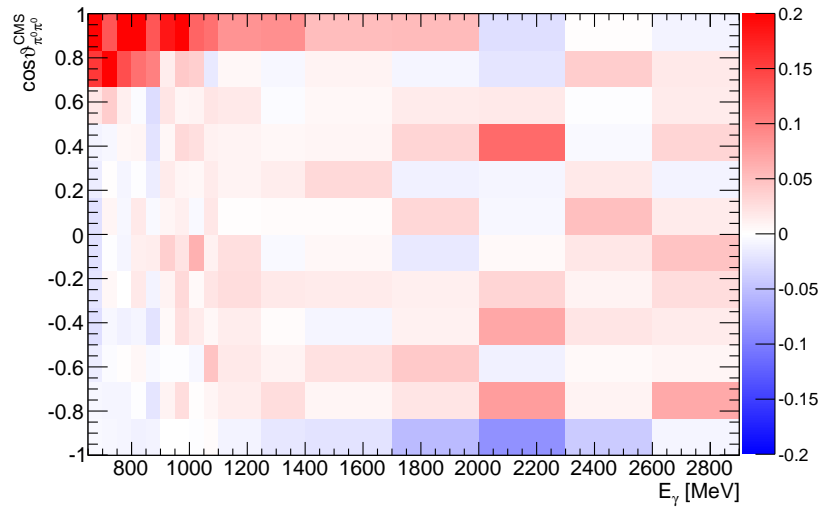


Abbildung 5.19.: Differenz der Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden (nächste Nachbar-Methode minus gebinnte Methode).

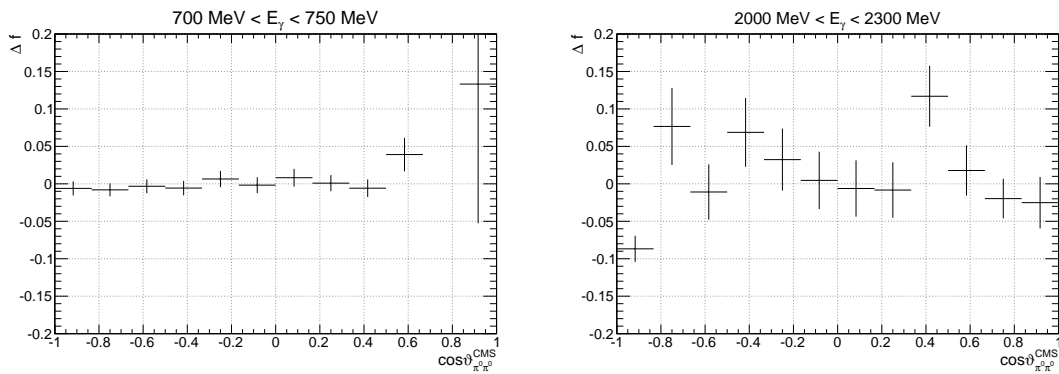


Abbildung 5.20.: Projektion der Differenz der Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden (nächste Nachbar-Methode minus gebinnte Methode) für verschiedene Strahlenergien.

nochmals deutlich, dass die Ereignisse an gebundenen Protonen durch die Schnitte deutlich unterdrückt werden.

Die Daten mit Fermi-Impuls entsprechen den Kohlenstoff-Daten, während für die Entsprechung der Butanol-Daten die Gesamtheit der beiden simulierten Datensätze verwendet wird. Um ebenfalls einen Seitenbandabzug durchführen zu können, wurde ein Bruchteil (60%) der simulierten Datensätze als zum Seitenband gehörig eingeordnet. Dies wurde für die Kohlenstoff und Butanol entsprechenden Daten getrennt durchgeführt, um zu vermeiden, dass die Ereignisse an gebundenen Protonen im Butanol-Datensatz im Schnittbereich exakt dieselben sind wie im Kohlenstoff-Datensatz.

Der Dilution-Faktor wird dann aus diesen Datensätzen genau wie in den vorangegangenen Abschnitten beschrieben bestimmt. Die Differenz der Ergebnisse der beiden Methoden ist in

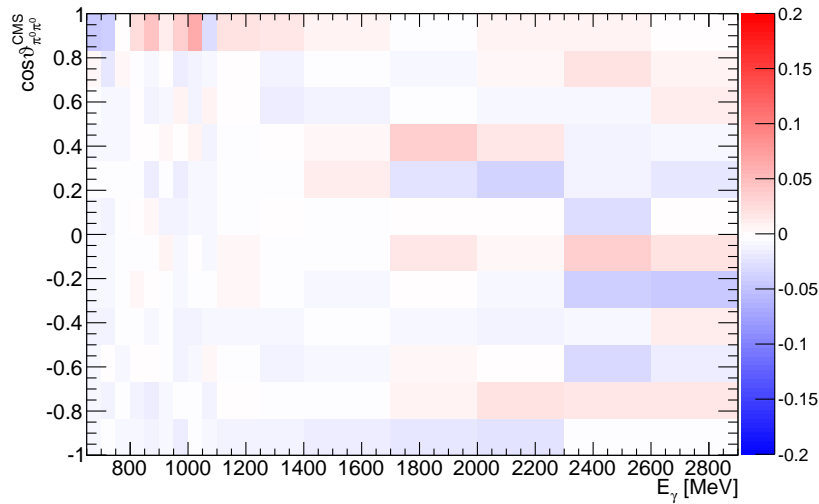


Abbildung 5.21.: Differenz der Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden in simulierten Daten (nächste Nachbar-Methode minus gebinnte Methode).

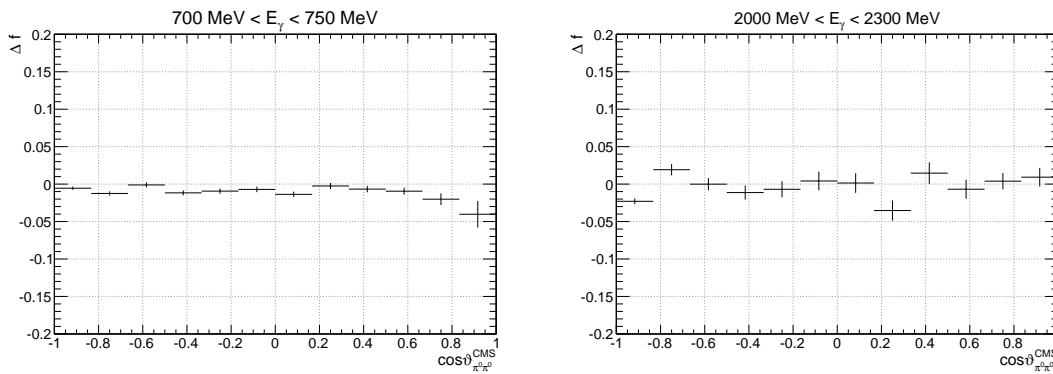


Abbildung 5.22.: Projektion der Differenz der Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden in simulierten Daten (nächste Nachbar-Methode minus gebinnte Methode) für verschiedene Strahlenergien.

Abbildung 5.21 zeigt. Den Effekt der geringen Statistik bei kleinen Energien und  $\cos \vartheta \rightarrow 1$  ist, wenn auch wesentlich schwächer ausgeprägt, hier ebenfalls zu erkennen. Die Differenzen zwischen den Methoden verschwinden nahezu. Im Bereich unter 1400 MeV, wo sich auch ca. 90 % der Daten befinden, liegen sie bei maximal 0,015, im Bereich darüber bei maximal 0,040. Außerdem ist keine systematische Verschiebung zu erkennen. Oftmals liegt die Differenz in einem Bin etwas zu hoch und in einem benachbarten etwas zu tief.

Abbildung 5.23 ergibt sich, wenn die Dilution-Faktoren bestimmt mittels gebinnter Methode gegen die aus der Nächste-Nachbar-Methode aufgetragen werden, links für die experimentellen Daten, rechts für die simulierten Daten. Fast überall sind die beiden Werte miteinander verträglich. Nur für Dilution-Faktoren  $\gtrsim 0,92$  (vor allem in den simulierten Daten) scheint die Nächste-Nachbar-Methode systematisch etwas kleinere Werte (Größenordnung 0,01) zu

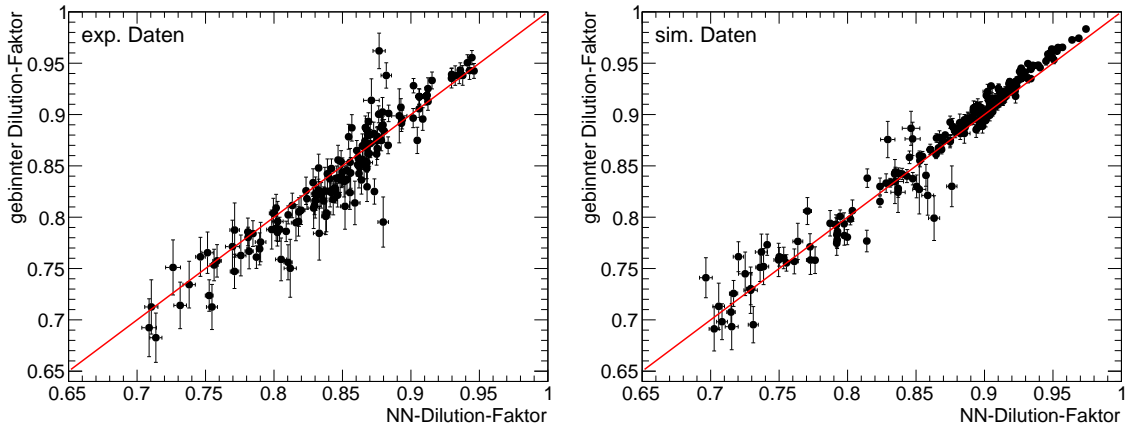


Abbildung 5.23.: Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden gegeneinander aufgetragen, links für experimentelle Daten, rechts für simulierte Daten. Gleiche Werte lägen exakt auf der roten Linie.

liefern. Bei den experimentellen Daten ist dieser Effekt, aufgrund Statistik bedingter größerer Streuung, weniger klar erkennbar. Diese Abweichung liegt, zumindest zum Teil, am Bereich  $\cos\vartheta \rightarrow -1$  bei höheren Energien, wo der Dilution-Faktor groß wird und mit  $\cos\vartheta \rightarrow -1$  stark ansteigt, was zu einem zu kleinen Dilution-Faktor in der Nächste-Nachbar-Methode führen kann. Dies war in Abbildung 5.19 für die experimentellen Daten, aber auch (schwächer) in Abbildung 5.21 für die simulierten Daten zu sehen.

### 5.3. Kinematik

Bevor beschrieben wird wie die Observablen bestimmt werden, soll zunächst noch einmal auf die Kinematik des 3-Körper Endzustandes eingegangen und zwei Ansätze vorgestellt werden, mittels deren diese parametrisiert werden kann.

#### 5.3.1. Quasi-2-Körper Kinematik

In einem ersten Ansatz zur Beschreibung des 3-Körper Endzustandes werden zwei der Endzustandsteilchen zu einem Quasi-Teilchen (mit Vierervektor  $q$ ) zusammengefasst. Dazu gibt es mit zwei identischen Teilchen im Endzustand (den Pionen) zwei verschiedene Möglichkeiten:

- $q = p_{\pi^0 1} + p_{\pi^0 2} =: q_{\pi^0 \pi^0}$  und
- $q = p_p + p_{\pi^0} =: q_{p \pi^0}$ .

Im zweiten Fall muss noch beachtet werden, dass aufgrund der Ununterscheidbarkeit der Pionen, beide Pionen mit dem Proton zusammengefasst und über diese beiden Möglichkeiten gemittelt werden muss.

Mit diesem Ansatz vereinfacht sich die Kinematik des 3-Teilchen-Endzustandes zu der der Einfach-Meson-Photoproduktion. Der polarisierte Wirkungsquerschnitt ist dann gegeben

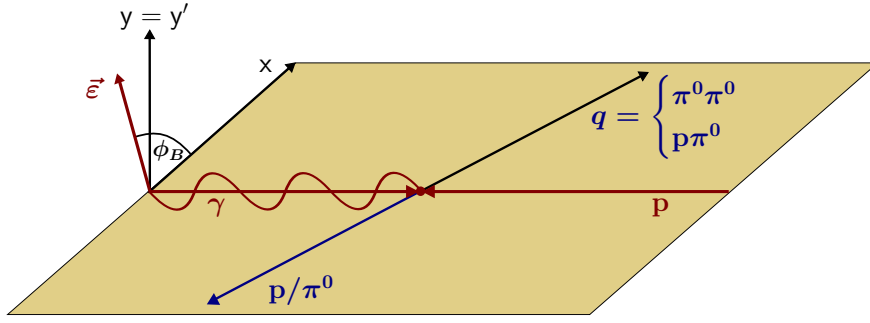


Abbildung 5.24.: Kinematik im Quasi-2-Körper-Ansatz im Schwerpunktsystem. Zwei der drei Endzustandsteilchen werden zu einem Quasi-Teilchen  $q$  zusammengefasst. Der Strahlpolarisationsvektor steht in einem Winkel  $\phi_B = \alpha - \varphi$  zur Reaktionsebene.

durch [BDS75]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \cdot \left\{ 1 - \delta_\ell \Sigma \cos(2\alpha - 2\varphi) - \Lambda \delta_\ell H \sin(2\alpha - 2\varphi) \cos(\beta - \varphi) - \Lambda \delta_\ell \hat{P} \cos(2\alpha - 2\varphi) \sin(\beta - \varphi) + \Lambda T \sin(\beta - \varphi) \right\} \quad (5.12)$$

wobei  $\Sigma$  die Strahlasymmetrie,  $T$  die Targetasymmetrie und  $\hat{P}^7$  und  $H$  Doppelpolarisationsobservablen sind.

Im Vergleich mit dem Wirkungsquerschnitt in der vollen Kinematik, siehe Gleichung 5.4, fällt auf, dass sich einige Observablen entsprechen:

$$-\Sigma \cong I_c, \quad T \cong P_y, \quad -H \cong P_x^s, \quad -\hat{P} \cong P_y^c.$$

Abbildung 5.24 veranschaulicht die Kinematik des 2-Körper Ansatzes und zeigt den Winkel zur Strahlpolarisationsebene.

In diesem Ansatz sind nicht mehr alle fünf kinematischen Variablen zugänglich, sondern nur noch drei. Neben den beiden Variablen aus der Einfach-Meson-Photoproduktion ( $E_\gamma$  und  $\cos \vartheta$ ) ist dies die invariante Masse des Quasi-Teilchens  $m_q$ . Das heißt, je nach Wahl des Quasi-Teilchens sind die kinematischen Variablen  $(E_\gamma, \cos \vartheta_{\pi^0 \pi^0}, m_{\pi^0 \pi^0})$  für  $q = \pi^0 \pi^0$  oder  $(E_\gamma, \cos \vartheta_{\pi^0}, m_{p\pi^0})$  für  $q = p\pi^0$ , wobei im letzten Fall der Kosinus des rückstoßenden Pions verwendet wird<sup>8</sup>.

### 5.3.2. Komplette 3-Körper Kinematik

Wird die vollständige 3-Körper-Kinematik betrachtet, so existiert eine weitere Ebene, welche von den beiden Teilchen aufgespannt wird, die vormalig zum Quasi-Teilchen zusammengefasst wurden (vgl. Abbildung 5.25). Der Winkel  $\phi^*$  zwischen dieser sogenannten Zerfallsebene und

<sup>7</sup>In der Photoproduktion einzelner pseudoskalarer Mesonen entspricht die Doppelpolarisationsobservable  $\hat{P} (\cong P_y^c)$  der Rückstoßpolarisationsobservablen  $P (\cong P_y')$  (vgl. Gleichungen 1.6 und 1.9). In der Doppelmeson-Photoproduktion ist das im Allgemeinen NICHT der Fall. Eine detailliertere Beschreibung findet sich in Anhang D.

<sup>8</sup>Hierbei gilt  $\cos \vartheta_{\pi^0} = -\cos \vartheta_{p\pi^0}$  (Schwerpunktsystem).

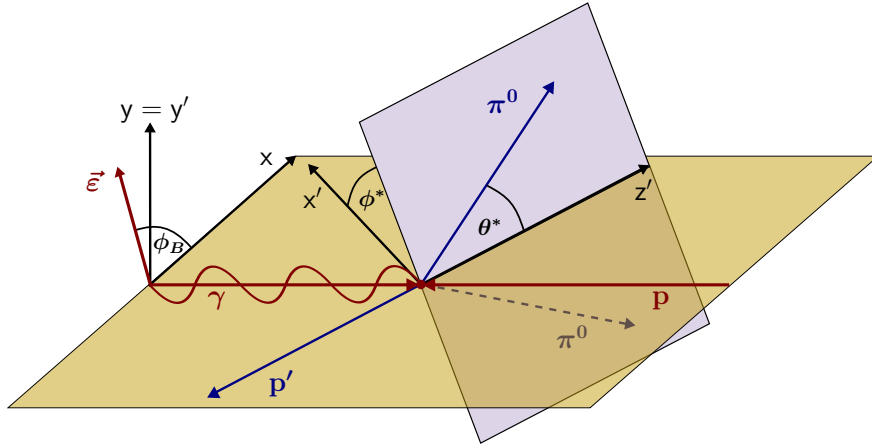


Abbildung 5.25.: Winkeldefinitionen in der 3-Körper Kinematik für den Fall, dass die beiden Pionen die Zerfallsebene aufspannen. Die  $z$ -Achse läuft entlang des Impulses des einlaufenden Photons. Die  $z'$ -Achse stimmt mit dem Impuls der Summe der beiden Pionen überein.

der Reaktionsebene (aufgespannt von einlaufendem Proton und dem verbleibenden dritten auslaufenden Teilchen) lässt sich wie folgt berechnen [Roc05]:

$$\cos \phi_{\pi^0\pi^0}^* = \frac{(\vec{k} \times \vec{p}') \cdot (\vec{p}_{\pi^01} \times \vec{p}_{\pi^02})}{|\vec{k} \times \vec{p}'| \cdot |\vec{p}_{\pi^01} \times \vec{p}_{\pi^02}|}, \quad \sin \phi_{\pi^0\pi^0}^* = \frac{((\vec{k} \times \vec{p}') \times \vec{p}') \cdot (\vec{p}_{\pi^01} \times \vec{p}_{\pi^02})}{|(\vec{k} \times \vec{p}') \times \vec{p}'| \cdot |\vec{p}_{\pi^01} \times \vec{p}_{\pi^02}|} \quad (5.13a)$$

$$\cos \phi_{p\pi^0}^* = \frac{(\vec{k} \times \vec{p}_{\pi^01}) \cdot (\vec{p}' \times \vec{p}_{\pi^02})}{|\vec{k} \times \vec{p}_{\pi^01}| \cdot |\vec{p}' \times \vec{p}_{\pi^02}|}, \quad \sin \phi_{p\pi^0}^* = \frac{((\vec{k} \times \vec{p}_{\pi^01}) \times \vec{p}_{\pi^01}) \cdot (\vec{p}' \times \vec{p}_{\pi^02})}{|(\vec{k} \times \vec{p}_{\pi^01}) \times \vec{p}_{\pi^01}| \cdot |\vec{p}' \times \vec{p}_{\pi^02}|} \quad (5.13b)$$

$$\phi^* = \begin{cases} \arccos(\cos \phi^*), & \text{für } \sin \phi^* > 0 \\ 2\pi - \arccos(\cos \phi^*), & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.14)$$

Aufgrund der Ununterscheidbarkeit der beiden Pionen muss  $\phi^*$  symmetrisiert werden. Dazu werden die Impulsvektoren der beiden Pionen in den Gleichungen 5.13a und 5.13b vertauscht,  $\vec{p}_{\pi^01} \leftrightarrow \vec{p}_{\pi^02}$ . Im Fall der beiden Pionen in der Zerfallsebene hat dies zur Folge, dass sich ein Vorzeichen in den beiden Gleichungen ergibt und sich  $\phi^*$  um  $\pi$  verschiebt:

$$\phi_{\pi^02\pi^01}^* = \phi_{\pi^01\pi^02}^* + \pi \quad (5.15)$$

Folglich sind in diesem Fall (und wenn über  $\theta^*$  integriert wird) die Daten invariant unter der Verschiebung des Winkels  $\phi^*$  um  $180^\circ$ .

Der Winkel  $\theta^*$  ist definiert als Winkel zwischen dem Summenvektor  $q$  und einem der beiden Pionen (beide Pionen in der Zerfallsebene<sup>9</sup>) bzw. dem Proton (Pion und Proton in der Zerfallsebene).

<sup>9</sup>Hierbei spielt es keine Rolle welches Pion verwendet wird, da wieder beide Möglichkeiten symmetrisiert werden müssen (Ununterscheidbarkeit).

Da die Symmetrisierung in  $\phi^*$  und  $\theta^*$  gleichzeitig erfolgt, muss zwischen  $(\phi_{\pi^0 1 \pi^0 2}^*, \theta_{\pi^0 1 \pi^0 2}^*)$  und  $(\phi_{\pi^0 2 \pi^0 1}^*, \theta_{\pi^0 2 \pi^0 1}^*)$  unterschieden werden, womit die oben erwähnte Verschiebe-Symmetrie um  $180^\circ$  (Gleichung 5.15) gebrochen wird, sobald beide Winkel gleichzeitig betrachtet werden.

## 5.4. Extraktion der Observablen

Im folgenden Abschnitt werden zwei Methoden beschrieben, die Polarisationsobservablen aus den Daten zu extrahieren und ihre Ergebnisse verglichen.

### 5.4.1. Bestimmung über Verhältnisse von Ereignisraten

Im Prinzip ist die Messung der  $\varphi$ -Abhängigkeit ausreichend um die Polarisationsobservablen nach Gleichung 5.4 bzw. 5.12 zu bestimmen. Allerdings setzt dies die genau Bestimmung des Wirkungsquerschnitts und damit gute Kenntnis der Detektorakzeptanz voraus. Mit Messungen bei unterschiedlichen PolarisationsEinstellungen ( $\alpha_{\parallel} = -45^\circ$  und  $\alpha_{\perp} = +45^\circ$  sowie  $\beta_{\uparrow} = \beta$  und  $\beta_{\downarrow} = \beta + 180^\circ$ ) lässt sich dies umgehen, indem Asymmetrien der folgenden Form (hier am Beispiel der Targetasymmetrie  $T$  in der Quasi-2-Körper Kinematik) betrachtet werden:

$$A_T = \frac{1}{\Lambda} \frac{\sigma_{\perp\uparrow} - \sigma_{\perp\downarrow} + \sigma_{\parallel\uparrow} - \sigma_{\parallel\downarrow}}{\sigma_{\perp\uparrow} + \sigma_{\parallel\uparrow} + \sigma_{\perp\downarrow} + \sigma_{\parallel\downarrow}} \quad (5.16)$$

Durch die Polarisationsänderung verändert sich das physikalische  $\varphi$ -Verhalten während die potenziell vorhandenen Detektorasymmetrien unverändert bleiben und sich somit rauskürzen. Damit ist es ausreichend nur die gemessenen Zählraten  $N$  zu betrachten.

$$A_T = \frac{1}{\Lambda} \frac{N_{\perp\uparrow} - N_{\perp\downarrow} + N_{\parallel\uparrow} - N_{\parallel\downarrow}}{N_{\perp\uparrow} + N_{\parallel\uparrow} + N_{\perp\downarrow} + N_{\parallel\downarrow}} = dT \sin(\beta - \varphi) \quad (5.17)$$

Mit dem Vektor der Asymmetrien  $\vec{A}$ ,<sup>10</sup>

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\Sigma \cos(2\alpha - 2\varphi) \\ dT \sin(\beta - \varphi) \\ -dH \sin(2\alpha - 2\varphi) \cos(\beta - \varphi) - d\hat{P} \cos(2\alpha - 2\varphi) \sin(\beta - \varphi) \end{pmatrix}, \quad (5.18)$$

lassen sich die Asymmetrien allgemein in folgendem Gleichungssystem schreiben:

$$\vec{N} = \begin{pmatrix} N_{\perp\uparrow} \\ N_{\perp\downarrow} \\ N_{\parallel\uparrow} \\ N_{\parallel\downarrow} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \delta_{\perp} & A_{\uparrow} & \delta_{\perp} A_{\uparrow} \\ 1 & \delta_{\perp} & -A_{\downarrow} & -\delta_{\perp} A_{\downarrow} \\ 1 & -\delta_{\parallel} & A_{\uparrow} & -\delta_{\parallel} A_{\uparrow} \\ 1 & -\delta_{\parallel} & -A_{\downarrow} & \delta_{\parallel} A_{\downarrow} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_0 \\ N_0 A_B \\ N_0 A_T \\ N_0 A_{BT} \end{pmatrix} = \mathcal{P} \cdot (N_0 \vec{A}) \quad (5.19)$$

Hierbei ist  $\vec{N}$  der Vektor der auf den Photonenfluss normierten Zählraten,  $N_0$  die polarisationsgewichtete Summe der Zählraten und  $\mathcal{P}$  die Matrix der Polarisierungen. Außerdem wird berücksichtigt, dass die Polarisierungen in den verschiedenen Einstellungen unterschiedliche Werte annehmen können.

<sup>10</sup>Hierbei ist zu beachten, dass  $\Sigma$  anteilig die Stahlasymmetrie am gebundenen Proton enthält:

$$\Sigma = d \cdot \Sigma_{\text{frei}} + (1 - d) \cdot \Sigma_C.$$

Durch Invertieren der Matrix  $\mathcal{P}$  und Division durch  $N_0$ , welches sich aus der ersten Zeile der folgenden Gleichung ergibt, kann nach  $\vec{A}$  aufgelöst werden:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ A_B \\ A_T \\ A_{BT} \end{pmatrix} = \frac{1/N_0}{(\delta_\perp + \delta_\parallel) \cdot (A_\uparrow + A_\downarrow)} \begin{pmatrix} \delta_\parallel A_\downarrow & \delta_\parallel A_\uparrow & \delta_\perp A_\downarrow & \delta_\perp A_\uparrow \\ A_\downarrow & A_\uparrow & -A_\downarrow & -A_\uparrow \\ \delta_\parallel & -\delta_\parallel & \delta_\perp & -\delta_\perp \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{\perp\uparrow} \\ N_{\perp\downarrow} \\ N_{\parallel\uparrow} \\ N_{\parallel\downarrow} \end{pmatrix} = \frac{1}{N_0} \mathcal{P}^{-1} \cdot \vec{N} \quad (5.20)$$

Der statistische Fehler auf die Asymmetrien ist gegeben durch die statistischen Fehler der Zählraten:

$$\Delta A_k^2 = \sum_{i \in \{\perp\uparrow, \perp\downarrow, \parallel\uparrow, \parallel\downarrow\}} \left( \frac{\partial A_k}{\partial N_i} \Delta N_i \right)^2 = \sum_{i \in \{\perp\uparrow, \perp\downarrow, \parallel\uparrow, \parallel\downarrow\}} \left( \frac{P_{ki} - A_k P_{0i}}{N_0} \Delta N_i \right)^2 \quad (5.21)$$

Hierbei ist  $P_{ki}$  ein Element der inversen Polarisationsmatrix  $\mathcal{P}^{-1}$ .

An das  $\varphi$ -Verhalten der resultierenden Asymmetrien kann nun eine Funktion entsprechend Gleichung 5.18 mit den entsprechenden Polarisationsobservablen als Parameter angepasst werden<sup>11</sup>. Dies geschieht als  $\chi^2$ -Anpassung in Bins der Strahlphotonenenergie  $E_\gamma$  und entweder  $\cos\theta$  oder  $m_q$ . Über die jeweils anderen drei kinematischen Variablen wird integriert. Für ein Energie-Bin und verschiedene  $\cos\vartheta$ -Bins sind Beispiele einer solchen Anpassung an die Daten für die Asymmetrien der Einfach-Polarisationsobservablen (Strahlasymmetrie  $\Sigma$  und Targetasymmetrie  $T$ ) in der Quasi-2-Körper Kinematik in Abbildung 5.26 gezeigt. Deutlich zu erkennen sind der  $\cos(2\alpha - 2\varphi)$ -Verlauf der Strahlasymmetrie und der  $\sin(\beta - \varphi)$ -Verlauf der Targetasymmetrie. Die Amplitude, welche den einzigen Parameter der Anpassung darstellt, ist proportional zur jeweiligen Polarisationsobservablen.

In der 3-Körper Kinematik mit  $\phi^*$  als einer der kinematischen Variablen (anstelle von  $\cos\theta$  oder  $m_q$ ) erhalten die Asymmetrien zu jedem sin-Term einen entsprechenden cos-Term und umgekehrt. Damit wird  $\vec{A}$  zu

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ I^s \sin(2\alpha - 2\varphi) + I^c \cos(2\alpha - 2\varphi) \\ d P_x \cos(\beta - \varphi) + d P_y \sin(\beta - \varphi) \\ d [P_x^s \sin(2\alpha - 2\varphi) \cos(\beta - \varphi) + P_x^c \cos(2\alpha - 2\varphi) \cos(\beta - \varphi) \\ + P_y^s \sin(2\alpha - 2\varphi) \sin(\beta - \varphi) + P_y^c \cos(2\alpha - 2\varphi) \sin(\beta - \varphi)] \end{pmatrix} \quad (5.22)$$

An die  $\varphi$ -Verteilung wird nun eine entsprechende Summe aus sin- und cos-Termen angepasst, die zwei Parameter enthält. In Abbildung 5.27 ist eine solche Anpassung für die Einfach-Polarisationsobservablen in einem Energie-Bin und verschiedenen  $\phi^*$ -Bins gezeigt. Die Summe der trigonometrischen Funktionen macht sich hier als Phasenverschiebung relativ zum Quasi-2-Körper Ansatz bemerkbar<sup>12</sup>.

<sup>11</sup>Dabei werden die festen Werte  $\alpha = 45^\circ$  und  $\beta = 100^\circ$  [Har17] für die Winkel verwendet. Ein Maximum-Likelihood-Fit (siehe Abschnitt 5.4.2) bei dem diese Winkel als freie Parameter eingehen, liefert konsistente Werte von  $\alpha = 44,3^\circ \pm 0,9^\circ$  und  $\beta = 100,0^\circ \pm 1,0^\circ$ .

<sup>12</sup>Die Amplitude entspricht dabei der quadratischen Summe der beiden Observablen, die Phasenverschiebung dem Arcustangens ihres Verhältnisses.



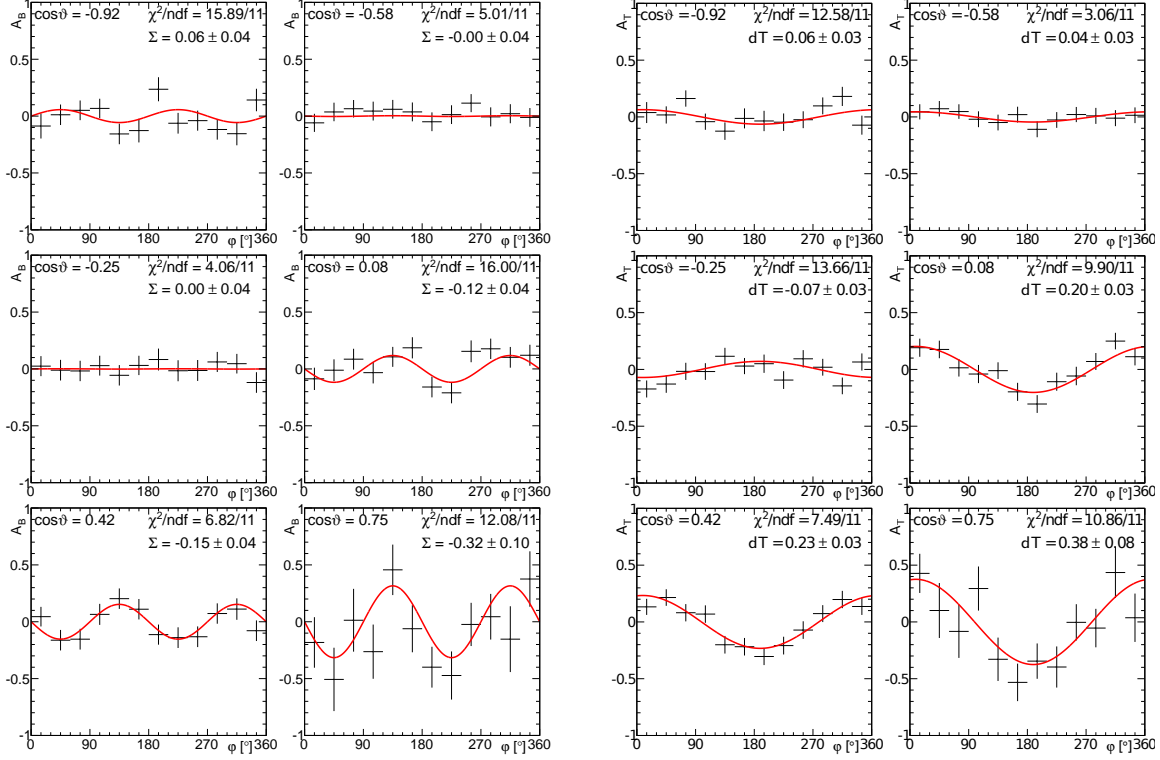


Abbildung 5.26.:  $\chi^2$ -Anpassung an die  $\varphi$ -Verteilungen der Einfach-Polarisationsobservablen in der Quasi-2-Körper Kinematik. Gezeigt ist jedes zweite  $\cos\vartheta$ -Bin im Energiebereich 800–950 MeV. Das Verhalten der Strahlasymmetrie (links) wird durch eine  $\cos(2\varphi)$ -, das der Targetasymmetrie (rechts) durch eine  $\sin\varphi$ -Verteilung beschrieben.

Die  $\varphi$ -Verteilung in der Asymmetrie der Doppelpolarisationsobservablen  $A_{BT}$  lässt sich unter Verwendung von Additionstheoremen (siehe z.B. [Bro95]) schreiben als Summe von  $\sin(\varphi)$ - und  $\sin(3\varphi)$ -Termen

$$A_{BT} = -d \frac{H + \hat{P}}{2} \sin(2\alpha + \beta - 3\varphi) - d \frac{H - \hat{P}}{2} \sin(2\alpha - \beta - \varphi), \quad (5.23)$$

bzw. in der 3-Körper Kinematik mit zusätzlichen  $\cos$ -Termen

$$A_{BT} = d \frac{P_x^s + P_y^c}{2} \sin(2\alpha + \beta - 3\varphi) + d \frac{P_x^s - P_y^c}{2} \sin(2\alpha - \beta - \varphi) \\ + d \frac{P_x^c - P_y^s}{2} \cos(2\alpha + \beta - 3\varphi) + d \frac{P_x^c + P_y^s}{2} \cos(2\alpha - \beta - \varphi). \quad (5.24)$$

Beispielhaft sind Anpassungen an die  $\varphi$ -Verteilung der Doppelpolarisationsobservablen in Abbildung 5.28 für ein Energie-Bin und verschiedene  $\cos\vartheta$ -Bins (links) bzw.  $\phi^*$ -Bins (rechts) gezeigt. Die angepasste Funktion beschreibt die Asymmetrien gut und hat als einzige Parameter die zu extrahierenden Polarisationsobservablen  $\hat{P}$  und  $H$  in der Quasi-2-Körper Kinematik bzw.  $P_x^s, P_y^s, P_x^c$  und  $P_y^c$  in der 3-Körper Kinematik.

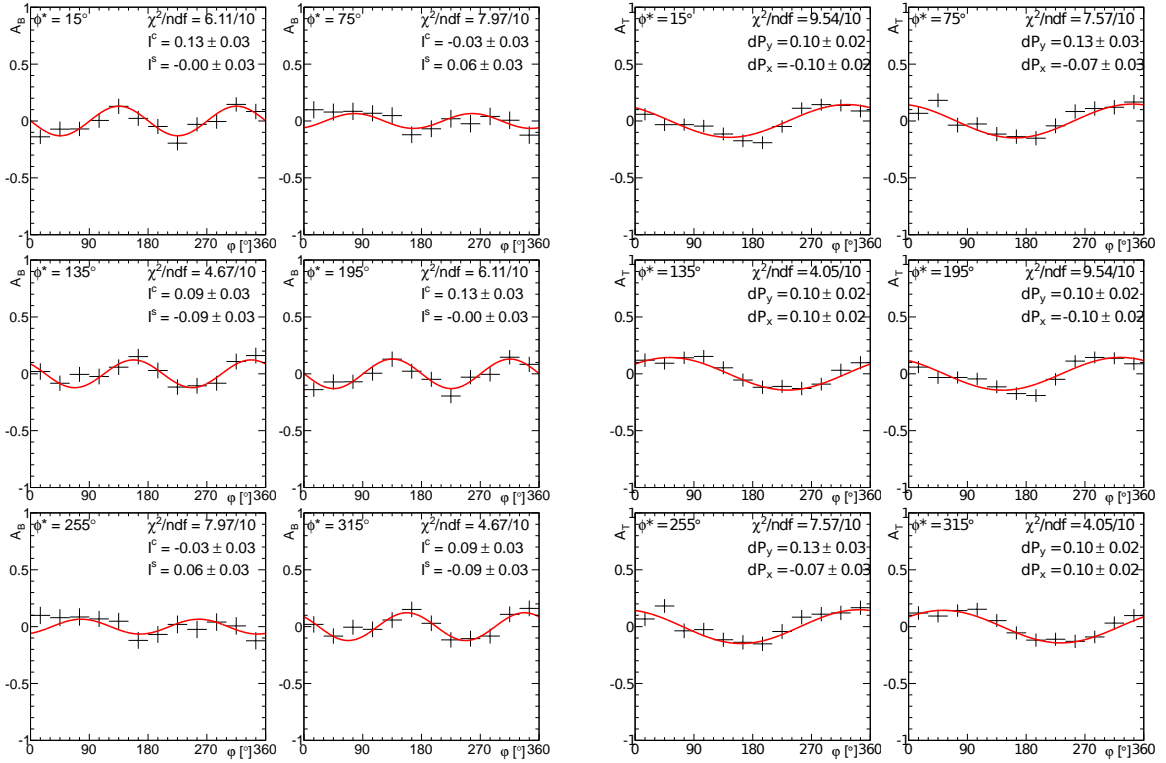


Abbildung 5.27.:  $\chi^2$ -Anpassung an die  $\varphi$ -Verteilungen der Einfach-Polarisationsobservablen (Strahlasymmetrien links, Targetasymmetrien rechts) in der 3-Körper Kinematik. Gezeigt ist jedes zweite  $\phi^*$ -Bin im Energiebereich 800–950 MeV. Das  $\varphi$ -Verhalten der Asymmetrien erhält eine zusätzliche Phasenverschiebung im Vergleich zum Quasi-2-Körper Ansatz.

Da hierbei die Summe (und Differenz) zweier Observablen als Parameter zur Verfügung stehen<sup>13</sup> und diese mit unterschiedlicher Genauigkeit bestimmt werden, sind die Werte dieser Observablen prinzipiell korreliert. Wie im linken Teil von Abbildung 5.29 für den Korrelationskoeffizient von  $\hat{P}$  und  $H$  gezeigt, ist die Korrelation nur schwach ausgeprägt und die Parameter können als (nahezu) unkorreliert angesehen werden.

Bei den Anpassungen mit zwei Parametern in der 3-Körper Kinematik sind die Parameter aufgrund der Orthogonalität von  $\sin$  und  $\cos$  in der Tat unkorreliert, wie auch der rechte Teil von Abbildung 5.29 am Beispiel der Targetasymmetrien  $P_x$  und  $P_y$  zeigt. Gleiches gilt paarweise für die Doppelpolarisationsobservablen in der 3-Körper Kinematik:  $P_x^s$  mit  $P_x^c$ , sowie  $P_y^s$  mit  $P_y^c$  sind unkorreliert wie auch  $P_x^s$  mit  $P_y^s$  und  $P_x^c$  mit  $P_y^c$ . Nur  $P_x^s$  mit  $P_y^c$ , sowie  $P_x^c$  mit  $P_y^s$  sind schwach korreliert (dargestellt in Abbildung 5.29, Mitte), analog zur Korrelation von  $\hat{P}$  und  $H$ . Dass die Korrelation von  $P_x^c$  mit  $P_y^s$  entgegengesetztes Vorzeichen hat, ist anhand von Gleichung 5.24 ersichtlich, wo  $P_y^s$  ein relatives Vorzeichen im Vergleich zu  $P_y^c$  hat.

<sup>13</sup>In der 3-Körper Kinematik sind es sogar vier Parameter.

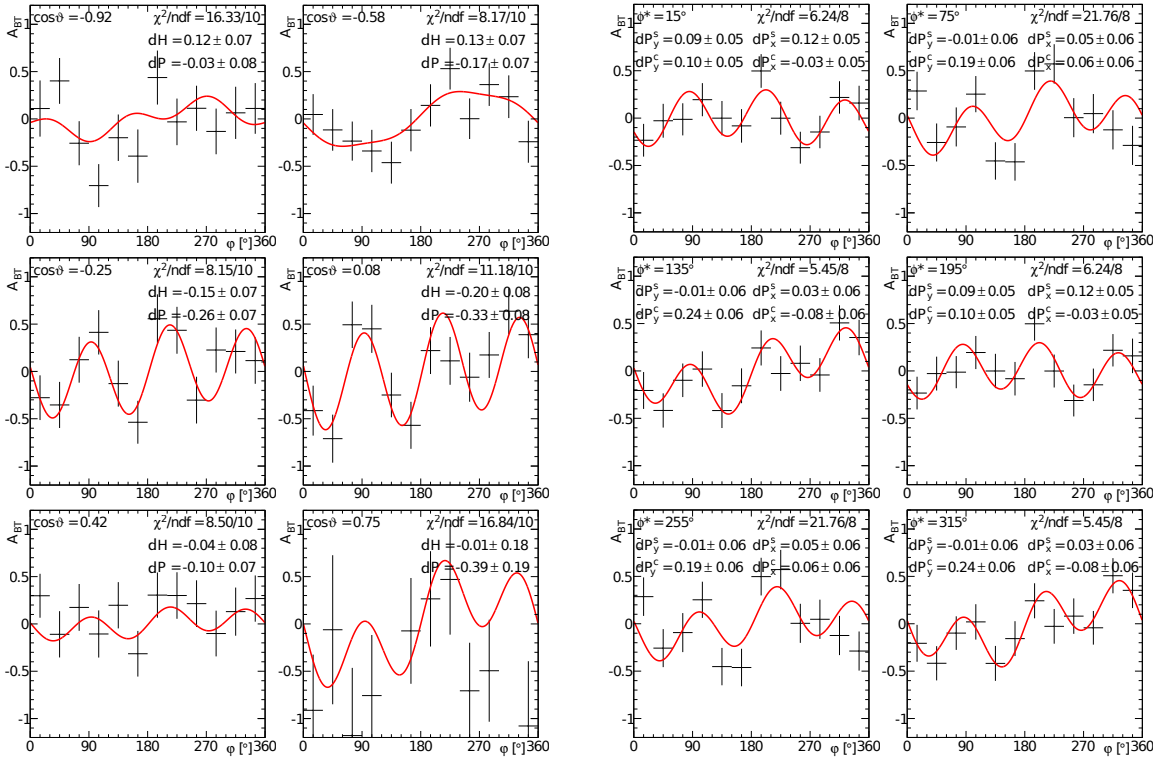


Abbildung 5.28.:  $\chi^2$ -Anpassung an die  $\varphi$ -Verteilungen der Doppel-Polarisationsobservablen in der Quasi-2-Körper Kinematik (links) und der 3-Körper Kinematik (rechts). Gezeigt ist jedes zweite  $\cos \vartheta$ - bzw.  $\phi^*$ -Bin im Energiebereich 800–950 MeV. Das Verhalten wird durch eine Summe aus  $\sin(\varphi)$  und  $\sin(3\varphi)$  (plus Phasenverschiebung in 3-Körper Kinematik) beschrieben.

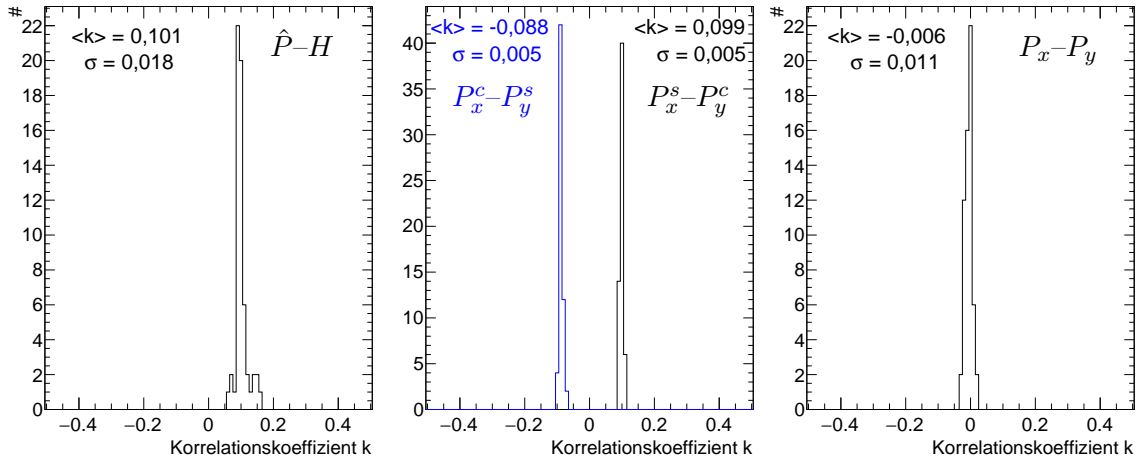


Abbildung 5.29.: Korrelationskoeffizienten verschiedener Parameter. Links:  $\hat{P}$  und  $H$ . Mitte:  $P_x^s$  und  $P_y^c$  (schwarz) sowie  $P_x^c$  und  $P_y^s$  (blau). Rechts:  $P_x$  und  $P_y$ .

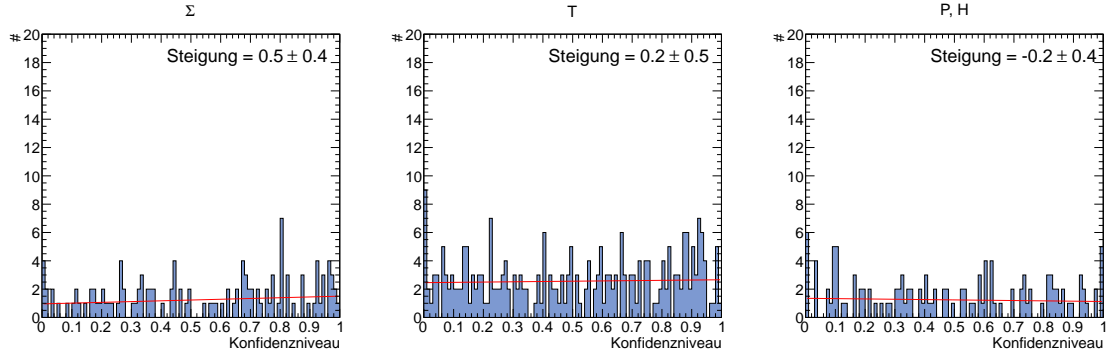


Abbildung 5.30.: Konfidenzniveaus aller  $\chi^2$ -Anpassungen an die  $\varphi$ -Verteilungen der Strahlasymmetrien (links), Targetasymmetrien (mitte) und Doppelpolarisationsobservablen (rechts). Alle Verteilungen sind mit einem flachen Verlauf vereinbar.

Um die Güte der Anpassungen beurteilen zu können, wird das Konfidenzniveau (vgl. Abschnitt 4.4) betrachtet. Folgt die gemessene  $\varphi$ -Verteilung der angepassten Funktion und ist die Größe der Fehler korrekt, so sollte das Konfidenzniveau flach sein. Abbildung 5.30 zeigt das Konfidenzniveau für alle  $\chi^2$ -Anpassungen der Strahlasymmetrien  $\Sigma$ ,  $I^s$  und  $I^c$  (links), der Targetasymmetrien  $T$ ,  $P_x$  und  $P_y$  (Mitte), sowie der Doppelpolarisationsobservablen  $\hat{P}$ ,  $H$ ,  $P_x^c$ ,  $P_x^s$ ,  $P_y^c$  und  $P_y^s$  (rechts). Die Steigungen der Konfidenzniveau-Verteilungen aus einem Binned-Likelihood-Fit sind in allen drei Fällen mit Null, also einem flachen Verlauf, verträglich.

Die Ergebnisse der Anpassungen sind für die Strahlasymmetrie  $\Sigma$  in Abbildung 5.31 als Funktion von  $\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}$  (links) und  $m_{\pi^0\pi^0}$  (rechts) für verschiedene Energiebereiche dargestellt. Bei der Strahlasymmetrie ist zu beachten, dass es sich hier nicht um die Strahlasymmetrie am freien Proton  $\Sigma_{\text{frei}}$  handelt, sondern ebenfalls die Strahlasymmetrie der gebundenen Protonen  $\Sigma_C$  einfließt. Der Zusammenhang zwischen diesen wird durch den Dilution-Faktor beschrieben:

$$\Sigma = d \cdot \Sigma_{\text{frei}} + (1 - d) \cdot \Sigma_C \quad (5.25)$$

Folglich werden die Ergebnisse der Strahlasymmetrie nur zu Kontrollzwecken verwendet und mit Ergebnissen anderer Experimente am freien Protonentarget verglichen (siehe Kapitel 6.1).

Die Ergebnisse für die Targetasymmetrie  $T$  sind in Abbildung 5.32 als Funktion von  $\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}$  (links) und  $m_{\pi^0\pi^0}$  (rechts) für verschiedene Energiebereiche dargestellt. Hierbei wurde der Parameter aus der Anpassung durch den Dilution-Faktor  $d$  (aus der gebinneten Methode) geteilt um auf die Polarisationsobservable  $T$  zu kommen.

Wird die volle 3-Körper Kinematik betrachtet und gegen den Winkel  $\phi^*$  aufgetragen, so lassen sich zwei Strahlasymmetrien ( $I^s$  und  $I^c$ ) und zwei Targetasymmetrien ( $P_x$  und  $P_y$ ) extrahieren. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.33 für die Strahlasymmetrien und 5.34 für die Targetasymmetrien gezeigt. Dabei entspricht  $-I^c$  der Strahlasymmetrie  $\Sigma$  und  $P_y$  der Targetasymmetrie  $T$  aus dem Quasi-2-Körper Ansatz<sup>14</sup>.  $I^s$  und  $P_x$  haben keine Entsprechung

<sup>14</sup>Es gilt einerseits  $P_y(E_\gamma) = \int P_y(E_\gamma, \phi^*) d\phi^* = \iiint P_y(E_\gamma, \cos \vartheta, m_q, \phi^*, \theta^*) d\theta^* d\phi^* dm_q d\cos \vartheta$  und eben-

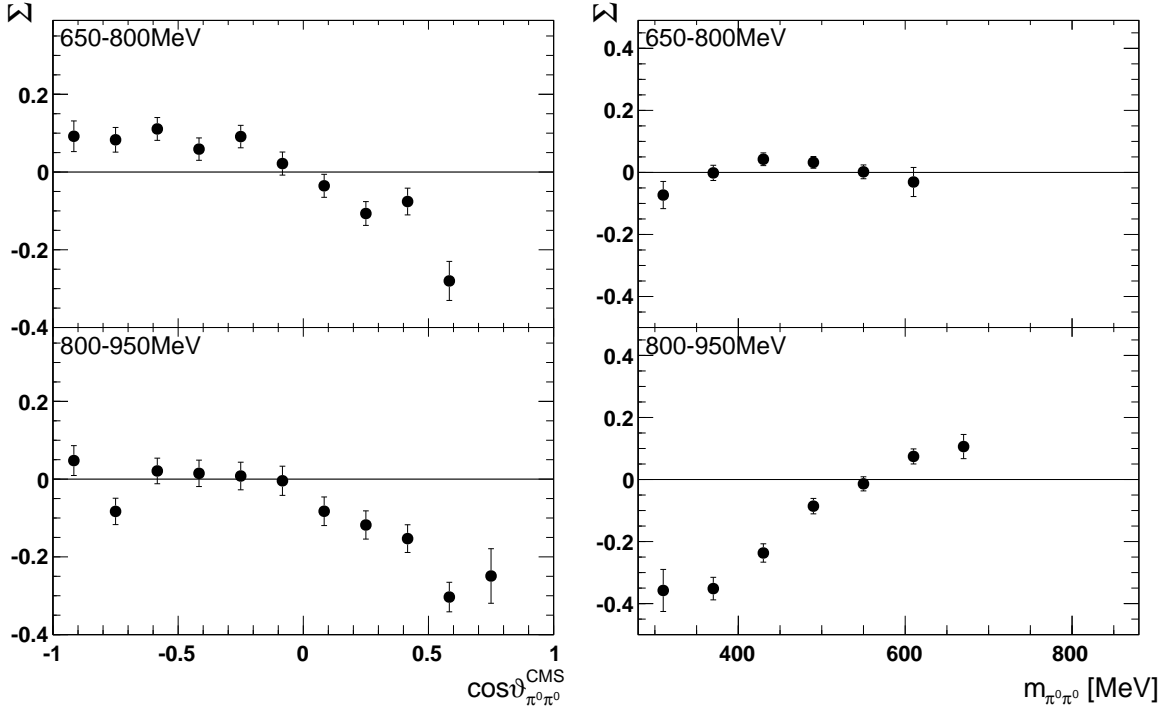


Abbildung 5.31.: Strahlasymmetrie  $\Sigma$  in zwei Energie-Bins als Funktion von  $\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}$  (links) und  $m_{\pi^0\pi^0}$  (rechts).

im 2-Körper Ansatz, folglich muss ihr Integral über  $\phi^*$  verschwinden. Daraus ergeben sich folgende Symmetrieeigenschaften, die aus der Paritätserhaltung folgen:

- Einige Observablen  $\mathcal{O}$  (z.B.  $I^s$  und  $P_x$ ) sind ungerade in  $\phi^*$ , d.h.  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = -\mathcal{O}(\phi^*)$ .
- Observablen wie  $I^c$  und  $P_y$  sind gerade in  $\phi^*$ , d.h.  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = +\mathcal{O}(\phi^*)$ .
- Für den Fall, dass zwei ununterscheidbare Teilchen, wie die Pionen, die Zerfallsebene aufspannen, gilt, dass  $\mathcal{O}(\phi^* + \pi) = \mathcal{O}(\phi^*)$  (siehe Gleichung 5.15).

Um die Symmetrieeigenschaften zu überprüfen, wurde neben den direkt extrahierten Polarisationsobservablen in Abbildungen 5.33 und 5.34 auch Punkte als offene Symbole eingezeichnet, die die Symmetrieeigenschaften benutzen.

Beim Vergleich der offenen mit den geschlossenen Punkten fällt auf, dass die Symmetrieeigenschaften meist sehr gut erfüllt sind. Eine detailliertere statistische Untersuchung der Symmetrieeigenschaften wird in Abschnitt 5.4.5 gegeben werden.

Abbildung 5.35 zeigt die Ergebnisse für die Doppelpolarisationsobservablen  $\hat{P}$  und  $H$  als Funktion von  $\cos \vartheta$  (links) und  $m_{\pi^0\pi^0}$  (rechts) für verschiedene Energiebereiche. Die Ergebnisse für die entsprechenden Observablen  $P_x^c, P_x^s, P_y^c$  und  $P_y^s$  in der 3-Körper Kinematik sind in Abbildung 5.36 als Funktion von  $\phi^*$  dargestellt.

so  $P_y(E_\gamma) = \int T(E_\gamma, \cos \vartheta) d\cos \vartheta = \iiint T(E_\gamma, \cos \vartheta, m_q, \phi^*, \theta^*) d\theta^* d\phi^* dm_q d\cos \vartheta$ . Entsprechendes gilt auch für die Strahlasymmetrie.

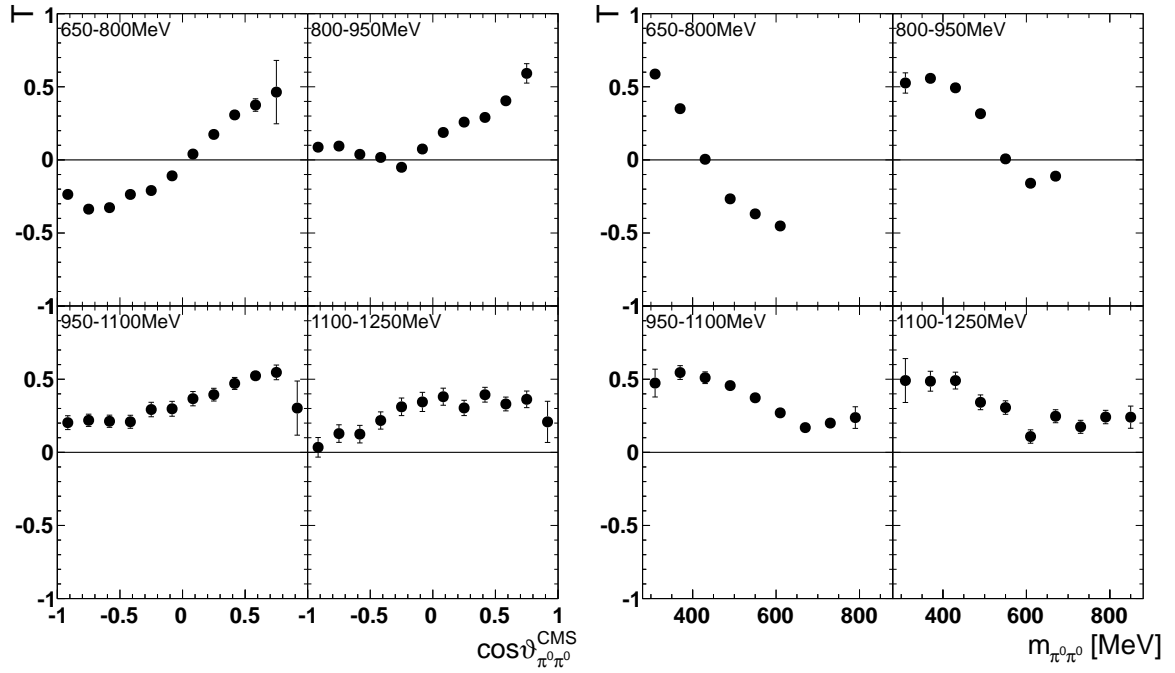


Abbildung 5.32.: Targetasymmetrie  $T$  in vier Energie-Bins als Funktion von  $\cos \vartheta_{\pi^0 \pi^0}$  (links) und  $m_{\pi^0 \pi^0}$  (rechts).

Entsprechende Ergebnisse für den Fall, dass Proton und eines der beiden Pionen als Quasi-Teilchen zusammengefasst werden, bzw. die Zerfallsebene aufspannen, sind im Anhang E gezeigt.

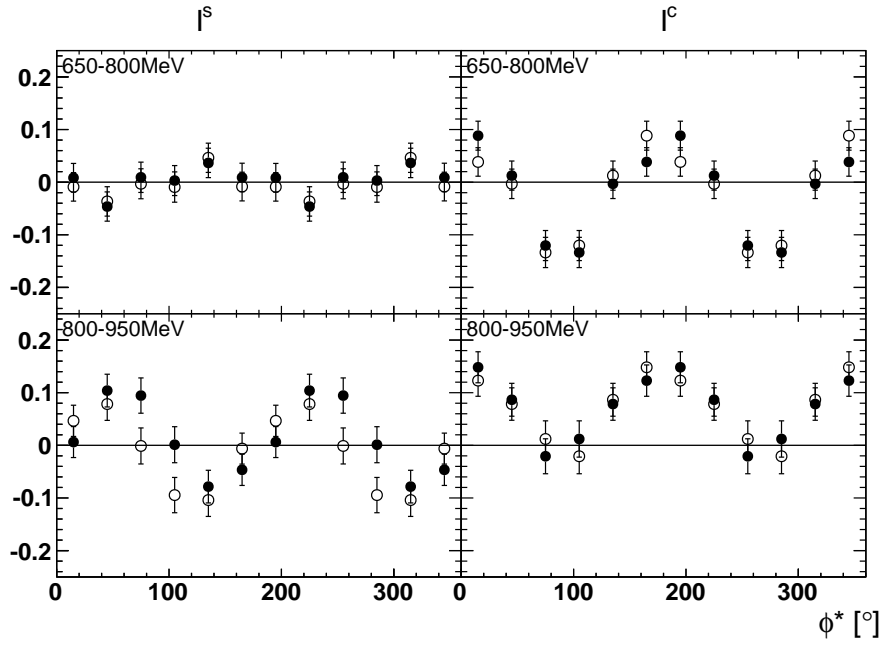


Abbildung 5.33.: Strahlasymmetrien  $I^s$  und  $I^c$  in zwei Energie-Bins als Funktion von  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ .

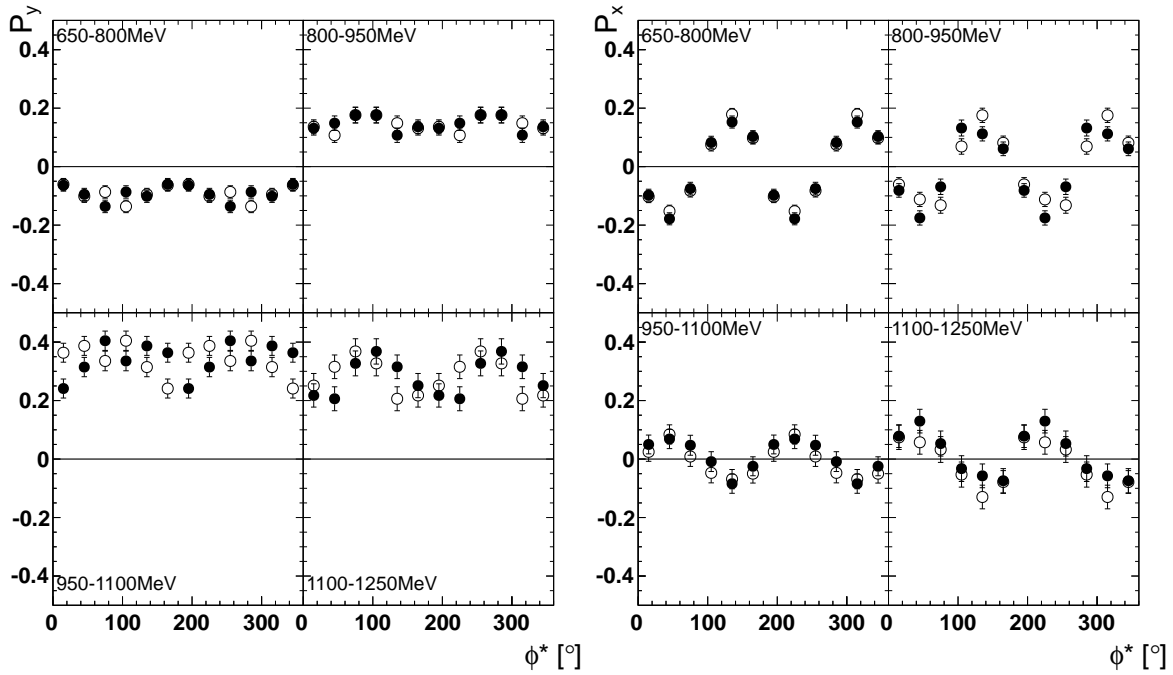


Abbildung 5.34.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  in vier Energie-Bins als Funktion von  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ .

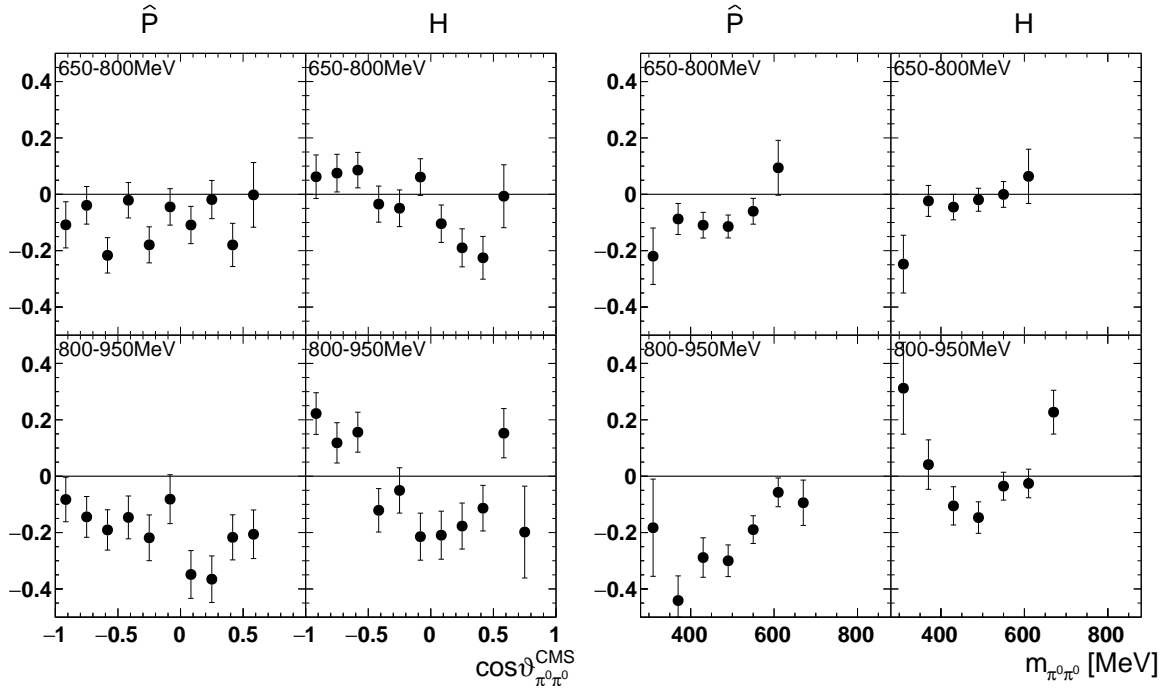


Abbildung 5.35.: Doppelpolarisationsobservable  $\hat{P}$  und  $H$  in zwei Energie-Bins als Funktion von  $\cos \vartheta_{\pi^0 \pi^0}$  (links) und  $m_{\pi^0 \pi^0}$  (rechts).

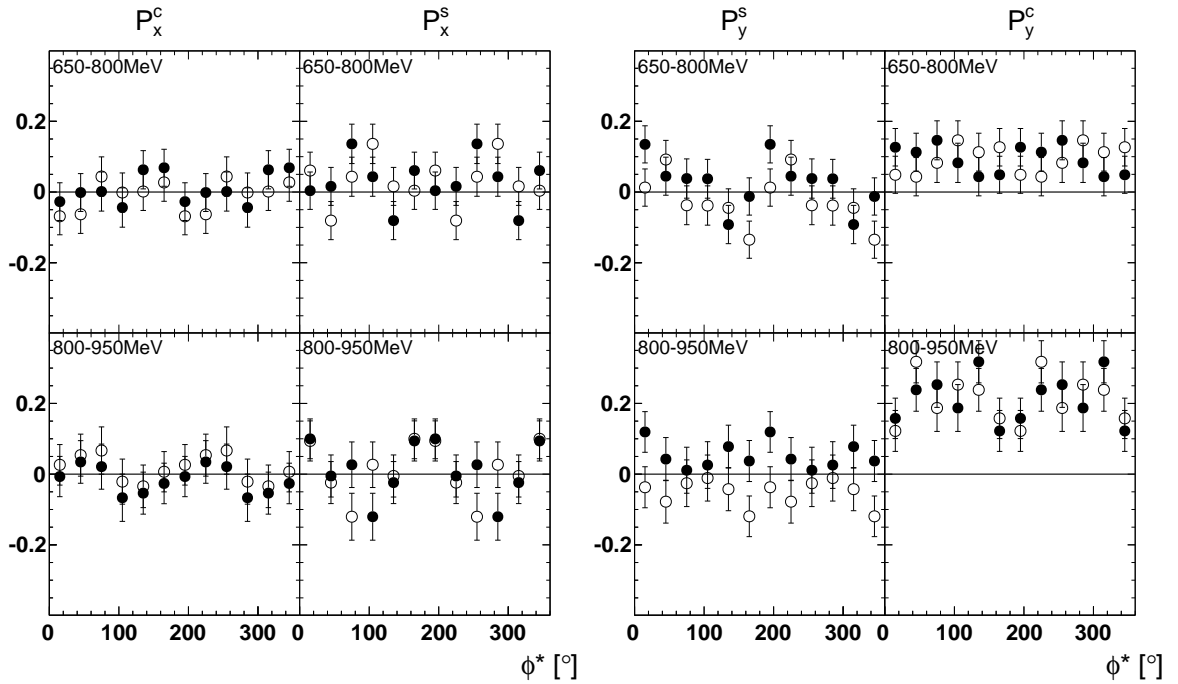


Abbildung 5.36.: Doppelpolarisationsobservablen  $P_x^c$ ,  $P_x^s$ ,  $P_y^c$  und  $P_y^s$  in zwei Energie-Bins als Funktion von  $\phi_{\pi^0 \pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm \mathcal{O}(\phi^*)$ .



### 5.4.2. Der ereignisbasierte Fit

Die Anpassung an die Verhältnisse der Ereignisraten sind  $\chi^2$ -Anpassungen. Das bedeutet, dass die Ereignisraten als normalverteilt angenommen werden, was nur bei ausreichend hoher Statistik,  $\gg 1$  Ereignis pro Bin (inklusive  $\varphi$ -Binning) und Polarisierungseinstellung, gilt. Dies ist insbesondere bei den höheren Energien oder bei Bestimmung der Observablen gebannt in mehr als zwei Variablen, nicht mehr gegeben. Als Alternative zur  $\chi^2$ -Anpassung wird in diesem Abschnitt mit dem ereignisbasierten Maximum-Likelihood-Fit eine Methode vorgestellt, die den Einschränkungen nicht unterliegt.

Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (PDF)  $\hat{f}_{\text{physics}}$  eines einzelnen Ereignisses ist gegeben durch das  $\varphi$ -Verhalten des polarisierten Wirkungsquerschnitts, Gleichung 5.4, welches sich in eine Fourier-Reihe entwickeln lässt<sup>15</sup>.

$$\hat{f}_{\text{physics}} = 1 + \sum_{k=1}^3 a_k \sin(k\varphi) + b_k \cos(k\varphi) \quad (5.26)$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} a_1 &= + d\Lambda P_x \sin(\beta) - d\Lambda P_y \cos(\beta) \\ &\quad - \frac{1}{2} \delta_\ell d\Lambda [(P_x^s - P_y^c) (\sin(2\alpha) \sin(\beta) + \cos(2\alpha) \cos(\beta)) \\ &\quad - (P_x^c + P_y^s) (\sin(2\alpha) \cos(\beta) - \cos(2\alpha) \sin(\beta))] \\ b_1 &= + d\Lambda P_x \cos(\beta) + d\Lambda P_y \sin(\beta) \\ &\quad - \frac{1}{2} \delta_\ell d\Lambda [(P_x^s - P_y^c) (\cos(2\alpha) \sin(\beta) - \sin(2\alpha) \cos(\beta))] \\ &\quad - (P_x^c + P_y^s) (\sin(2\alpha) \sin(\beta) + \cos(2\alpha) \cos(\beta))] \\ a_2 &= - \delta_\ell I^s \cos(2\alpha) + \delta_\ell I^c \sin(2\alpha) \\ b_2 &= + \delta_\ell I^s \sin(2\alpha) + \delta_\ell I^c \cos(2\alpha) \\ a_3 &= - \frac{1}{2} \delta_\ell d\Lambda [(P_x^s + P_y^c) (-\sin(2\alpha) \sin(\beta) + \cos(2\alpha) \cos(\beta)) \\ &\quad - (P_x^c - P_y^s) (\sin(2\alpha) \cos(\beta) + \cos(2\alpha) \sin(\beta))] \\ b_3 &= + \frac{1}{2} \delta_\ell d\Lambda [(P_x^s + P_y^c) (\cos(2\alpha) \sin(\beta) + \sin(2\alpha) \cos(\beta)) \\ &\quad + (P_x^c - P_y^s) (-\sin(2\alpha) \sin(\beta) + \cos(2\alpha) \cos(\beta))] \end{aligned}$$

Hierbei fallen in der Quasi-2-Körper Kinematik wieder die Observablen weg, welche ungerade in  $\phi^*$  sind, während solche, die gerade sind ihren Namen aus der Einfach-Meson-Photoproduktion erhalten ( $I^c \rightarrow -\Sigma$ ,  $P_y \rightarrow T$  usw.). Die Werte der Polarisierungen  $\delta_\ell$  und  $\Lambda$  sind hier abhängig vom jeweiligen Ereignis und im Allgemeinen vorzeichenbehaftet<sup>16</sup>. Mit der Methode der Nächsten-Nachbarn können auch die individuellen Werte des Dilution-Faktors ( $d$ ) für jedes Ereignis verwendet werden.

<sup>15</sup>Ein globaler Normalisierungsfaktor von  $(2\pi)^{-1}$  führt nur zu einer globalen Verschiebung des log-Likelihoods und kann somit weggelassen werden.

<sup>16</sup>Das bedeutet, dass das Vorzeichen durch den Wechsel der Polarisierungseinstellung (z.B.  $\alpha \mapsto \alpha + 90^\circ$ ) in den Polarisationsgrad absorbiert wird. Bei der binweisen Bestimmung (Kapitel 5.4.1) wurde das Vorzeichen nur zur Unterscheidung verwendet.

Die Likelihood-Funktion  $\mathcal{L}$  für  $N$  Ereignisse ist einfach das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeitsverteilungen:

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^N \hat{f}_{\text{physics}}(\varphi_i) \quad (5.27)$$

Zur einfacheren numerischen Behandlung wird nicht das Maximum von  $\mathcal{L}$  sondern das Minimum von  $-\ln \mathcal{L}$  gesucht.

Bei der ereignisbasierten Bestimmung der Observablen kann der Seitenbandabzug zur Eliminierung der zufälligen zeitlichen Koinzidenzen (siehe Kapitel 4.2) nicht ohne Weiteres durchgeführt werden. Um dennoch den Einfluss dieses Zeituntergrundes zu beseitigen, muss dieser in der Likelihood-Funktion berücksichtigt werden. Dazu wird im Prompt-Bereich  $\hat{f}$  durch die Summe der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen des Prompt-Bereiches und des Zeituntergrundes ersetzt und zusätzlich der Seitenband-Bereich mit der reinen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des Zeituntergrundes  $\hat{f}_{\text{tbg}}$  berücksichtigt.

$$\begin{aligned} -\ln \mathcal{L} = & - \sum_{i=1}^{N_{\text{prompt}}} \ln \left( \xi \cdot \hat{f}_{\text{prompt}}(\varphi_i) + (1 - \xi) \cdot \hat{f}_{\text{tbg}}(\varphi_i) \right) \\ & - \sum_{j=1}^{N_{\text{tbg}}} \ln \left( \hat{f}_{\text{tbg}}(\varphi_j) \right) \end{aligned} \quad (5.28)$$

wobei  $\xi = \frac{N_{\text{prompt}} - R \cdot N_{\text{tbg}}}{N_{\text{prompt}}}$  mit dem Verhältnis der Schnittbreiten  $R = \frac{1}{20}$  (vgl. Kapitel 4.2).

Des Weiteren müssen die potenziell vorhandenen Detektorasymmetrien (im Azimutwinkel  $\varphi$ ) betrachtet werden. Allgemein kann die entsprechende Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $\varepsilon(\varphi)$  in eine Fourier-Reihe entwickelt werden [Har17]:

$$\varepsilon(\varphi) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin(k\varphi) + d_k \cos(k\varphi) \quad (5.29)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $\hat{f}$  muss dann mit  $\varepsilon$  multipliziert und normiert werden, um die vollständige Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $f_{\text{sig}}$  zu erhalten.

$$\begin{aligned} f_{\text{sig}}(\varphi) &= \frac{\hat{f}_{\text{physics}}(\varphi) \cdot \varepsilon(\varphi)}{\int \hat{f}_{\text{physics}}(\varphi) \cdot \varepsilon(\varphi) \, d\varphi} \\ &= \frac{\left( 1 + \sum_{k=1}^3 a_k \sin(k\varphi) + b_k \cos(k\varphi) \right) \cdot \left( 1 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin(k\varphi) + d_k \cos(k\varphi) \right)}{1 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 a_k c_k + b_k d_k} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Da  $\int \sin(k\varphi) \, d\varphi = 0 = \int \cos(k\varphi) \, d\varphi$  und Produkte von  $\sin$  und  $\cos$  in Summen von trigonometrischen Funktionen (mit Summe und Differenz der ursprünglichen Argumente) umgeschrieben werden können, fallen in der Normierung alle Terme weg, bis auf solche mit gleichen Argumenten. Deren Integral ist  $1/2$ .

Nun läuft die Fourier-Reihe der Detektorasymmetrien bis unendlich. Natürlich können nicht unendlich viel Koeffizienten im Maximum-Likelihood-Fit berücksichtigt werden. Allerdings beeinflussen nicht alle Koeffizienten die Polarisationsobservablen, sondern nur solche, die in  $f_{\text{sig}}$  maximal eine  $3\varphi$ -Variation haben, welches die maximale Ordnung in  $\varphi$  von  $\hat{f}_{\text{physics}}$  darstellt. Durch das Produkt zweier trigonometrischen Funktionen erhält man Summen und Differenzen der Argumente, womit maximal Detektorasymmetrie-Koeffizienten der Ordnung  $k = 2 \cdot 3 = 6$  relevant werden können. Die unendliche Summe kann also bei diesem Wert abgebrochen werden.

Zunächst einmal sind die physikalischen Koeffizienten  $a_k, b_k$  und die Detektorasymmetrie-Koeffizienten  $c_k, d_k$  maximal korreliert und können nicht getrennt bestimmt werden. Da jedoch mit verschiedenen Polarisationsstellungen gemessen wurde, welche ein Vorzeichenwechsel in den Polarisationswerten und damit eine Änderung der physikalischen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung bewirken, die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Detektorasymmetrie aber unverändert lassen, können die Koeffizienten dadurch getrennt werden.

Mit den acht Observablen und zwölf Detektorasymmetrie-Koeffizienten im Prompt-Bereich und ebenso vielen Parametern im Seitenband hat der Maximum-Likelihood-Fit insgesamt 40 Parameter, die in jedem kinematischen Bin bestimmt werden müssen. Eine Einteilung in Bins im Azimutwinkel  $\varphi$  ist jedoch nicht mehr nötig.

Die Resultate des ereignisbasierten Maximum-Likelihood-Fits sind dargestellt als Funktion der Strahlenergie und je einer der anderen kinematischen Variablen in Abbildungen 5.37 bis 5.39 für die Targetasymmetrie und in Abbildungen 5.41 bis 5.43 für die Doppelpolarisationsobservablen. Um den systematischen Effekt von (unpolarisiertem) Untergrund auf die Größe der Observablen zu korrigieren, wurden die gezeigten Observablen durch  $(1 - x)$ , wobei  $x$  der Anteil an Untergrundereignissen ist, geteilt (siehe auch Kapitel 5.5.1).

Der systematische Fehler (siehe Kapitel 5.5) ist als graues Band dargestellt, in den meisten Bereichen allerdings sehr klein. Vorhersagen der  $2\pi$ -MAID-PWA [FA05] und der Bonn-Gatchina-PWA [ $G^+14b$ ] sind als Linien eingezeichnet.

Entsprechende Abbildungen für die anderen Kombinationen von kinematischen Variablen sind in Anhang F gezeigt. Die Ergebnisse für den Fall, dass das Proton und eines der beiden Pionen als Quasi-Teilchen zusammengefasst werden, bzw. die Zerfallsebene aufspannen, finden sich in Anhang G.

Die Targetasymmetrie als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$  (Abbildung 5.37) geht zunächst von negativen Werten zu deutlich positiven mit steigendem  $\cos\vartheta$ . Dieses Verhalten setzt sich bei höheren Strahlenergien zunächst fort, wobei für  $\cos\vartheta \lesssim 0$  der Wert der Targetasymmetrie immer größer und letztlich positiv wird. Die Targetasymmetrie für  $\cos\vartheta \gtrsim 0$  bleibt bei positiven Werten, erst bei  $E_\gamma \gtrsim 1400$  MeV wird sie kleiner oder sogar negativ.

Die Targetasymmetrie als Funktion von  $m_{\pi^0\pi^0}$  (Abbildung 5.38) fällt zunächst von deutlich positiven Werten bei kleinen Massen zu deutlich negativen Werten bei hohen Massen hin ab. Mit steigender Strahlenergie wird der Abfall immer schwächer, bis bei etwa 1300 MeV die Targetasymmetrie relativ konstant in  $m_{\pi^0\pi^0}$  wird. Die Amplitude nähert sich bei hohen Energien der Null an.

Als Funktion von  $\theta^*$  (Abbildung 5.39) weist die Targetasymmetrie bei kleinen  $E_\gamma$  negative Werte auf, besonders bei größeren  $\theta^*$ , um dann mit steigender Strahlenergie zunächst positiv zu werden (900 MeV–1400 MeV) und schließlich Werte nahe Null anzunehmen.

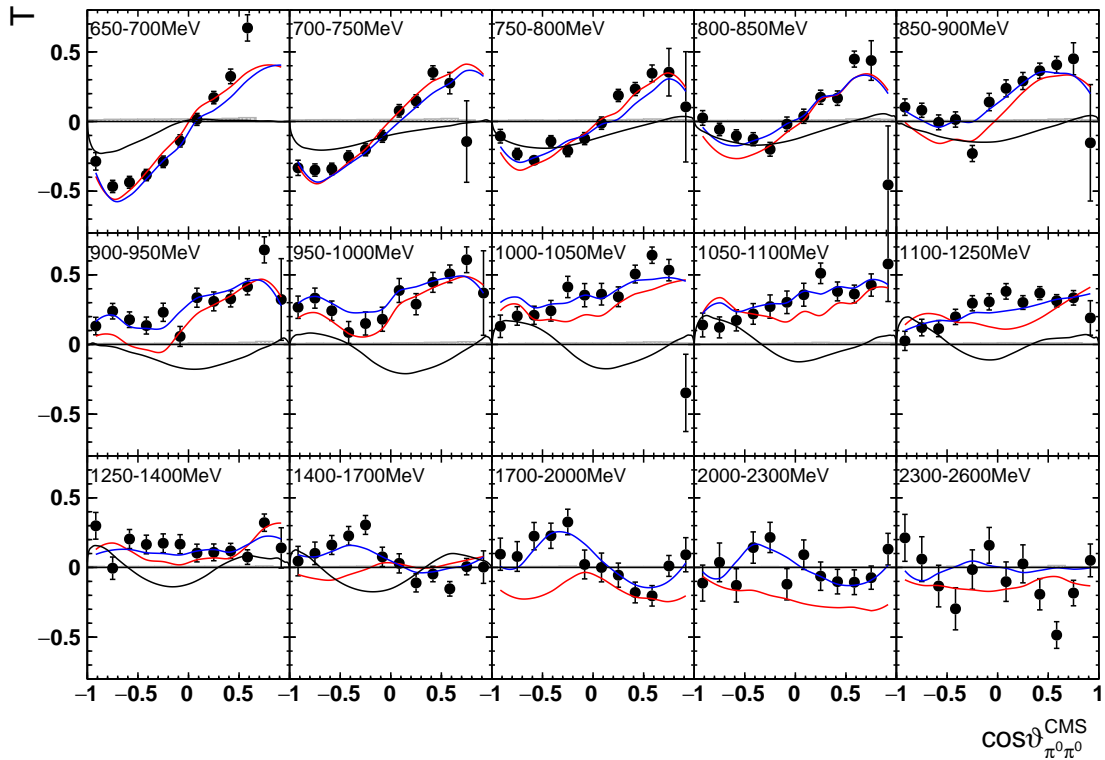


Abbildung 5.37.: Targetasymmetrie  $T$  als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$ . Der systematische Fehler (meist  $< 0,03$ ) ist als graues Band dargestellt. Die farbige Linien stellen PWA-Vorhersagen dar:  $2\pi^0$ -MAID [FA05] in schwarz, Bonn-Gatchina [G<sup>+</sup>14b] Lösung 2014-02 als rote und Lösung 2018 als blaue Linie.

Wird die Targetasymmetrie  $P_y$  als Funktion von  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$  (Abbildung 5.40, oben) betrachtet, so fällt auf, dass bei allen Strahlenergien die betragsmäßig größten Werte bei  $\phi^* = 90^\circ$  und  $\phi^* = 270^\circ$  erreicht werden. Die Amplitude der Targetasymmetrie  $P_y$  startet bei kleinen Strahlenergien im negativen und steigt mit der Energie. Bei  $E_\gamma \approx 1050$  MeV wird der größte Wert erreicht, um dann wieder kleiner zu werden. Die Targetasymmetrie  $P_x$  (Abbildung 5.40, unten) zeigt recht große Werte für Strahlenergien bis 900 MeV mit Maxima bei  $\phi^* = 135^\circ$  und  $\phi^* = 225^\circ$ . Bei  $E_\gamma \approx 1000$  MeV, also recht nah an der Energie bei der  $P_y$  maximal wird, zeigt  $P_x$  einen Nulldurchgang um danach bei  $\phi^* = 135^\circ$  und  $\phi^* = 225^\circ$  Minima zu zeigen.

Die Doppelpolarisationsobservablen sind meist relativ nahe an Null ( $\lesssim 0,3$ ). Eine Ausnahme bildet hier  $\hat{P}$  als Funktion von  $m_{\pi^0\pi^0}$  (Abbildung 5.41, rechts) und weniger deutlich als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$  (Abbildung 5.41, links), welches klar negativ ist. Entsprechend ist  $P_y^c$  (Abbildung 5.42, rechts), welches  $-\hat{P}$  entspricht, eher positiv.

Eine Diskussion der Ergebnisse im Vergleich zu den Vorhersagen erfolgt in Kapitel 6.2.

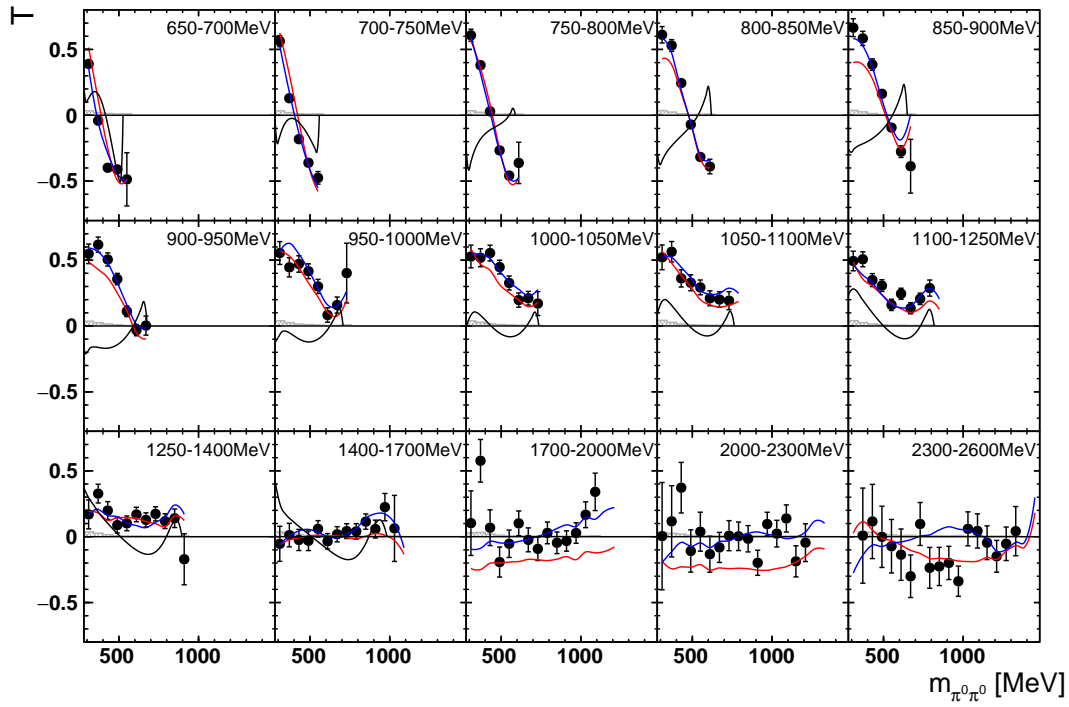


Abbildung 5.38.: Targetasymmetrie  $T$  als Funktion von  $m_{\pi^0\pi^0}$ . Farbgebung wie in Abbildung 5.37.

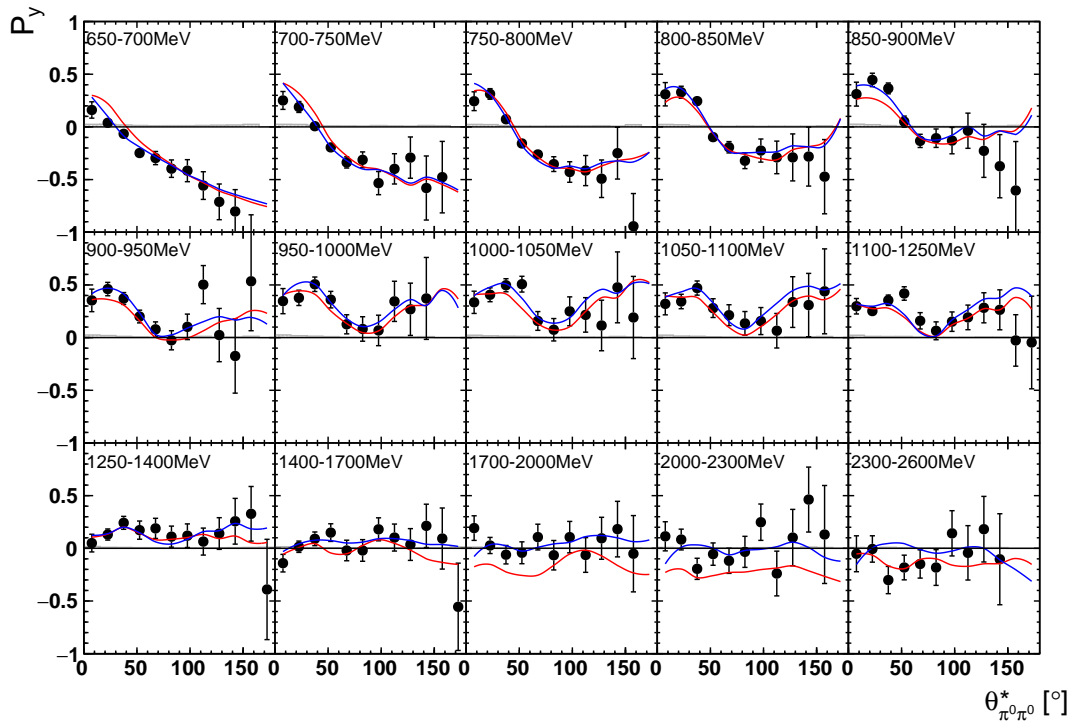


Abbildung 5.39.: Targetasymmetrie  $P_y$  als Funktion von  $\theta_{\pi^0\pi^0}^*$ . Farbgebung wie in Abbildung 5.37.

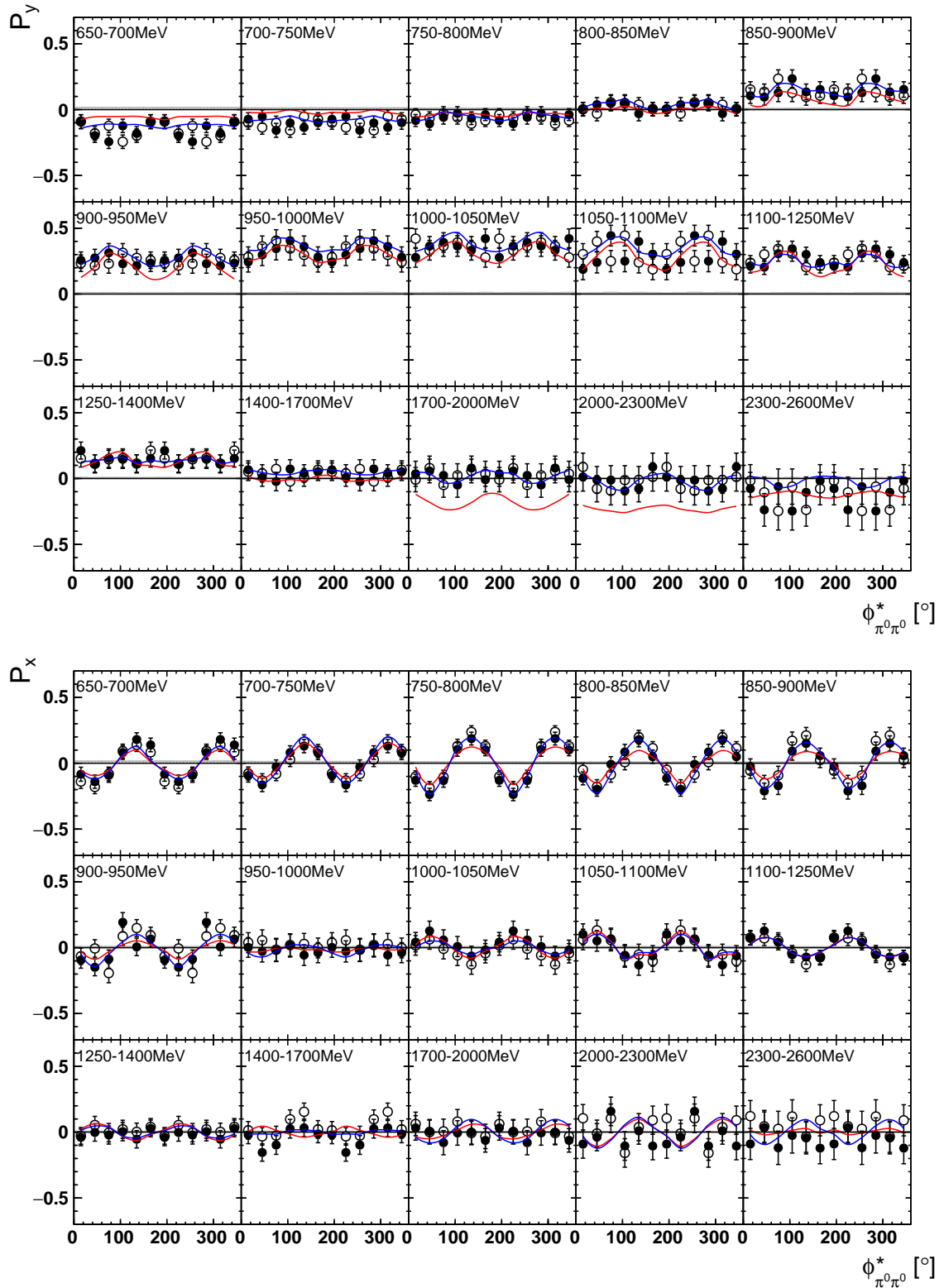


Abbildung 5.40.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  als Funktion von  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung 5.37.

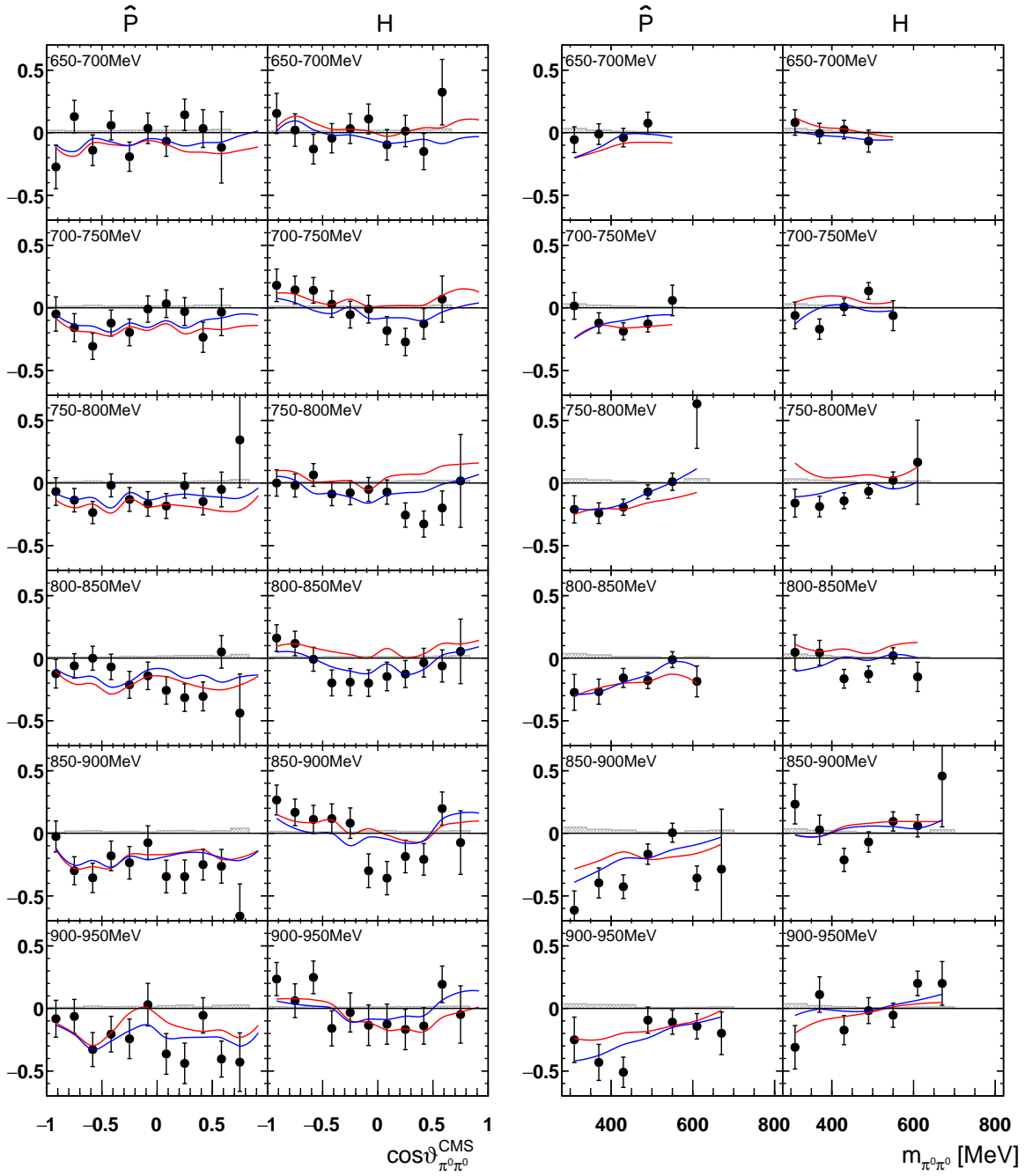


Abbildung 5.41.: Doppelpolarisationsobservable  $\hat{P}$  und  $H$  als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$  (links) bzw. von  $m_{\pi^0\pi^0}$  (rechts). Der systematische Fehler ist als graues Band dargestellt. Farbgebung wie in Abbildung 5.37.

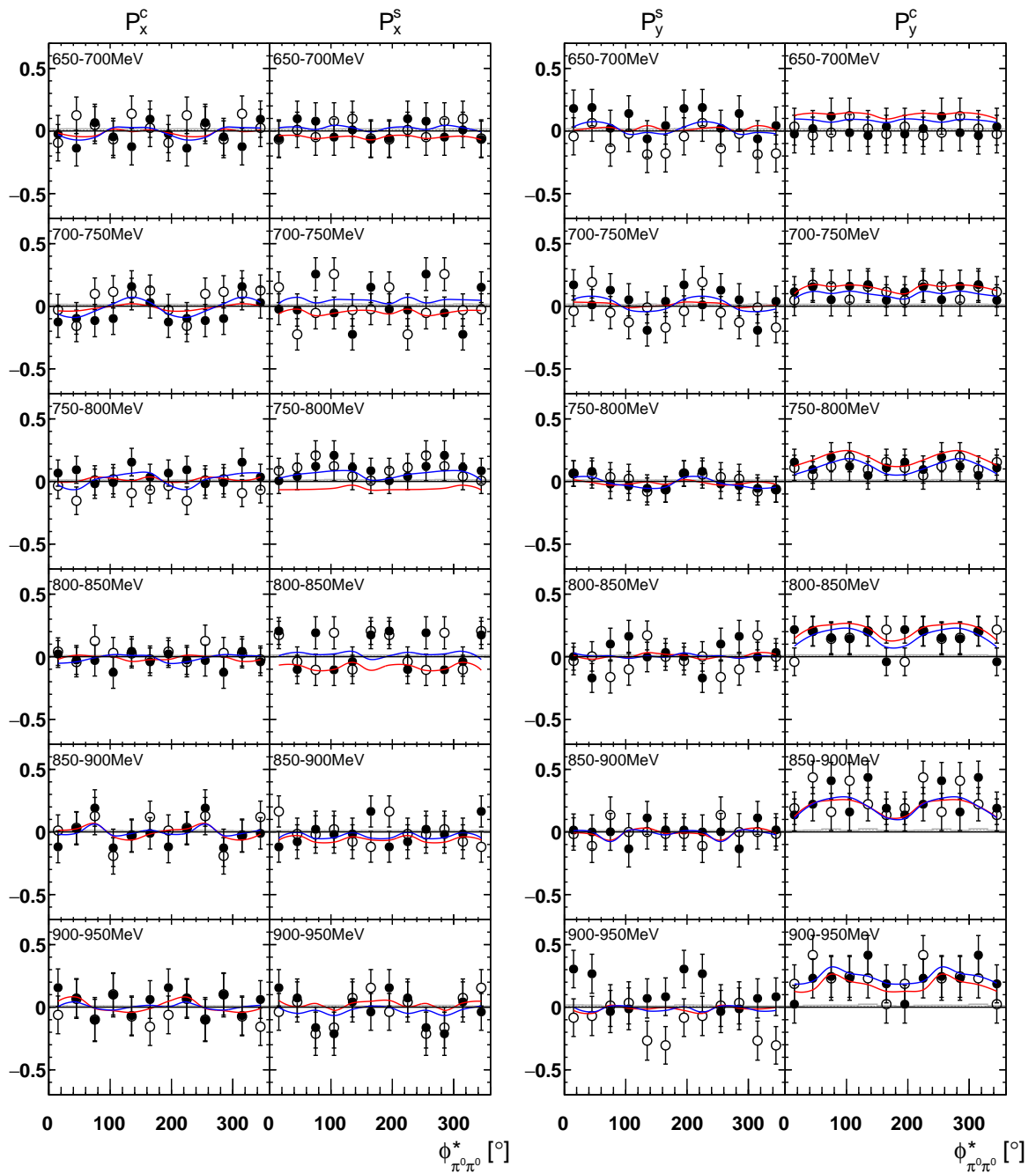


Abbildung 5.42.: Doppelpolarisationsobservablen  $P_x^c$ ,  $P_x^s$ ,  $P_y^s$  und  $P_y^c$  als Funktion von  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ . Der systematische Fehler ist als graues Band dargestellt. Farbgebung wie in Abbildung 5.37.



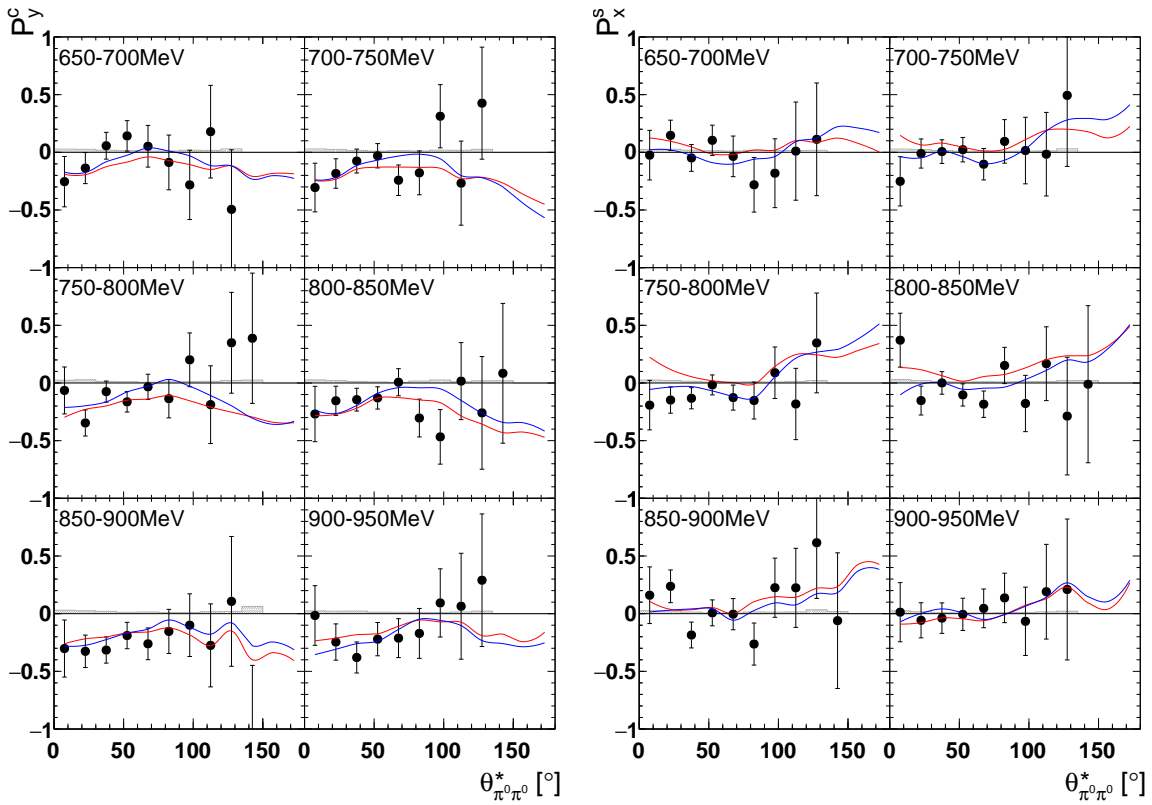


Abbildung 5.43.: Doppelpolarisationsobservablen  $P_y^c$  und  $P_x^s$  als Funktion von  $\theta_{\pi^0\pi^0}^*$ . Der systematische Fehler ist als graues Band dargestellt. Farbgebung wie in Abbildung 5.37.

### 5.4.3. Vergleich der Methoden

Die Polarisationsobservablen wurden auf zwei verschiedenen Arten bestimmt. Idealerweise sollten die beiden Methoden, gebinnte  $\chi^2$ -Anpassung und ereignis-basierter Maximum-Likelihood-Fit, die gleichen Ergebnisse liefern. Ein direkter Vergleich der Observablen (ohne Dilutionfaktor) findet sich in Abbildung 5.44. Mit Ausnahme des letzten Punktes in  $\cos\vartheta$ , der in der  $\chi^2$ -Anpassung teilweise fehlt, sind rein optisch kaum Unterschiede festzustellen. Entsprechende Abbildungen für die Doppelpolarisationsobservablen  $\hat{P}$  und  $H$  finden sich in Anhang J.

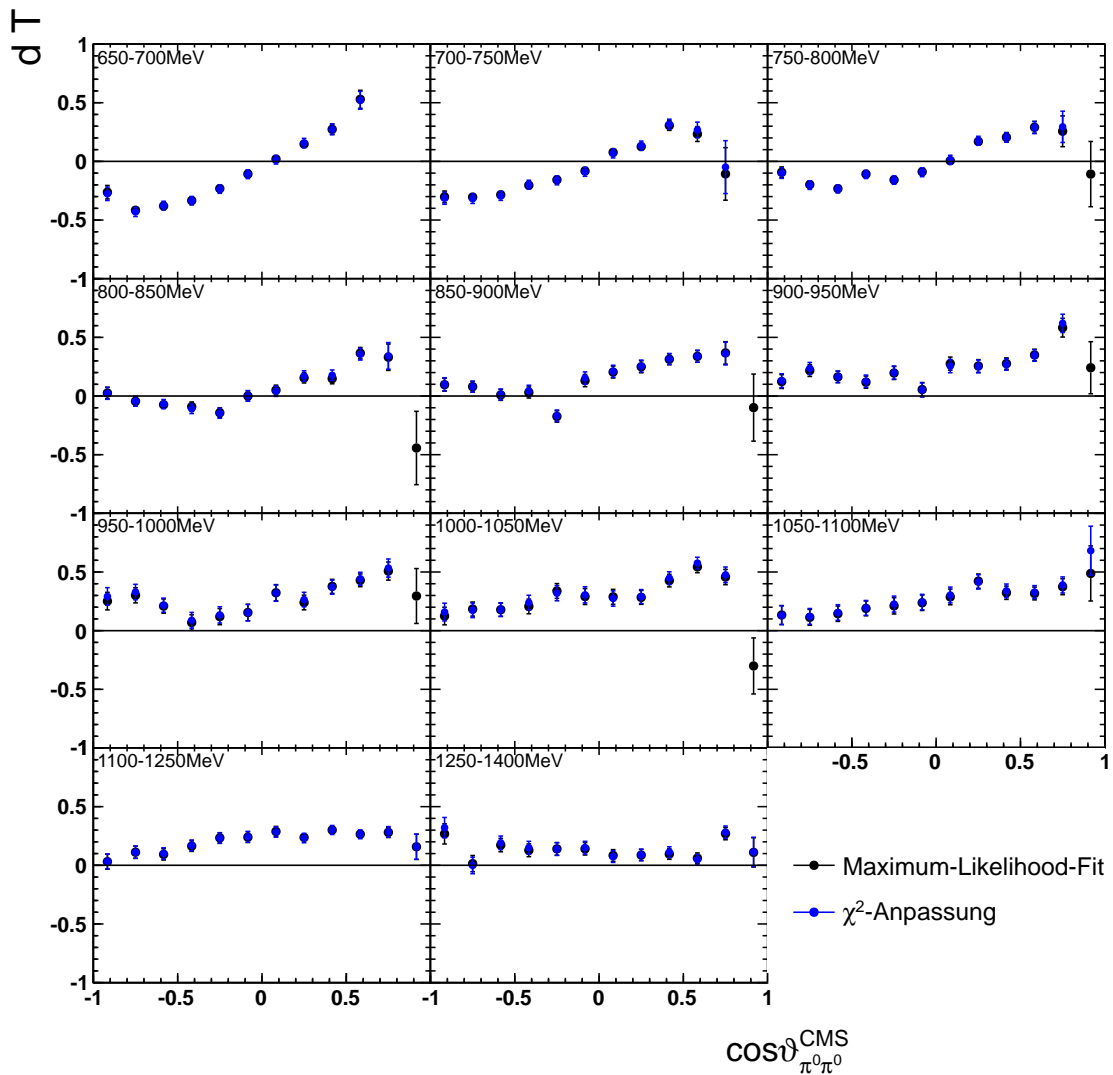


Abbildung 5.44.: Vergleich des Produkts aus Targetasymmetrie und Dilutionfaktor  $dT$  bestimmt mit gebinnter  $\chi^2$ -Anpassung (blau) und ereignisbasiertem Maximum-Likelihood-Fit (schwarz).

Um die Übereinstimmung der Ergebnisse beider Methoden quantitativ zu überprüfen und gegebenenfalls systematische Abweichungen zu finden, werden die Ergebnisse hier statis-

tisch untersucht. Dafür wird die Differenz der Observablen  $\Delta\mathcal{O}$  normiert auf den Fehler der Differenz,  $\sigma_{\Delta\mathcal{O}}$ , aufgetragen. Diese Differenzen sollten einer Standardnormalverteilung ( $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ ) folgen, wobei eine Verschiebung der Verteilung auf eine systematische Abweichung zwischen den Methoden hinweist.

Eine Schwierigkeit besteht hierbei darin, dass die beiden Methoden auf dem gleichen Datensatz operieren, was bedeutet, dass die Ergebnisse korreliert sein werden. Für den Fehler der Differenz ergibt sich damit

$$\sigma_{\Delta\mathcal{O}}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\kappa\sigma_1\sigma_2, \quad (5.31)$$

mit den Fehlern der beiden Methoden  $\sigma_{1/2}$  und dem Korrelationskoeffizienten  $\kappa$ . Dieser ist allerdings nicht bekannt und kann insbesondere für jede bestimmte Observable an jedem kinematischen Punkt unterschiedlich sein.

Um einen maximalen Korrelationskoeffizienten abzuschätzen, werden, wie in [Har17], die Fehler der Methoden in einen (gemeinsamen) vollständig korrelierten Anteil und einen (individuellen) vollständig unkorrelierten Anteil zerlegt:

$$\sigma_i^2 = \sigma_{i,\text{unkorr}}^2 + \sigma_{\text{kor}}^2, \quad i = 1, 2. \quad (5.32)$$

Damit lässt sich Gleichung 5.31 umschreiben zu

$$\sigma_{\Delta\mathcal{O}}^2 = \sigma_{1,\text{unkorr}}^2 + \sigma_{2,\text{unkorr}}^2. \quad (5.33)$$

$\kappa$  wird maximal, wenn  $\sigma_{\Delta\mathcal{O}}$  minimal wird. Dies ist der Fall wenn der kleinere der beiden Fehler der Methoden,  $\sigma_{\text{klein}}$ , gleich dem vollständig korrelierten Anteil wird, also ein  $\sigma_{i,\text{unkorr}} = 0$  wird. Der größere der beiden Fehler ist dann  $\sigma_{\text{groß}}^2 = \sigma_{\text{klein}}^2 + \sigma_{\text{unkorr}}^2$ . Für den Fehler auf die Differenzen gilt dann:

$$\sigma_{\Delta\mathcal{O}}^2 \stackrel{5.31}{=} \sigma_{\text{groß}}^2 + \sigma_{\text{klein}}^2 - 2\kappa_{\text{max}}\sigma_{\text{groß}}\sigma_{\text{klein}} \quad (5.34)$$

$$\stackrel{5.33}{=} \sigma_{\text{groß}}^2 - \sigma_{\text{klein}}^2. \quad (5.35)$$

Aus Auflösen nach  $\kappa_{\text{max}}$ , ergibt sich der maximale Korrelationskoeffizient der beiden Fehler damit zu  $\kappa_{\text{max}} = \sigma_{\text{klein}}/\sigma_{\text{groß}}$ .

Die normierte Differenz ist in Abbildung 5.45 (links) für die Targetasymmetrie  $T$  als Funktion von  $E_\gamma$  und  $\cos\vartheta$  im Energiebinning wie in Abbildung 5.44 aufgetragen.

Es fällt auf, dass die Verteilung deutlich breiter ist als zu erwarten war. Allerdings ist der verwendete Korrelationskoeffizient nur eine maximale Abschätzung. Wird  $\kappa_{\text{max}}$  um lediglich 1,3% verringert, ergibt sich die Verteilung in Abbildung 5.45 (rechts) mit der erwarteten Breite von eins. Eine geringer als maximale Korrelation ist z.B. dann zu erwarten wenn beide Methoden (also auch die mit dem kleineren Fehler) einen unkorrelierten Anteil haben. Offenbar ist dieser unkorrelierte Anteil bei der Methode mit den kleineren Fehlern (Maximum-Likelihood-Fit) allerdings nur sehr klein.

Die Abweichung des Mittelwerts von Null in Abbildung 5.45 scheint zwar signifikant, allerdings beträgt der Absolutwert der Abweichung nur  $-0,0053 \pm 0,0013$ . Trotzdem wird er im systematischen Fehler berücksichtigt, wo er aber gegenüber den anderen Anteilen nur einen kleinen Einfluss hat (siehe Abschnitt 5.5).

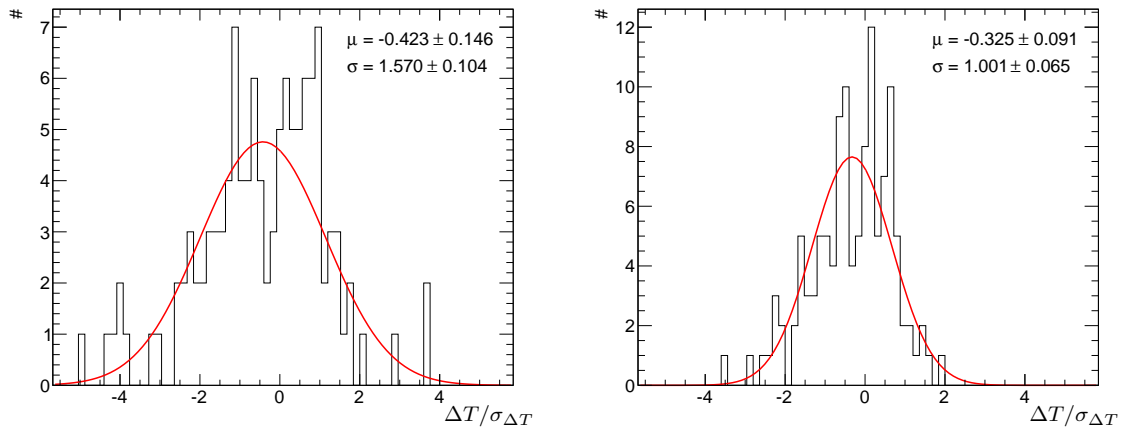


Abbildung 5.45.: Vergleich der Methoden: Normierte Differenzen der Targetasymmetrie  $T$  aus den beiden Methoden (ereignis-basierter Maximum-Likelihood-Fit minus gebinnete  $\chi^2$ -Anpassung). Links: Mit maximalem Korrelationskoeffizient nach Gleichung 5.35. Rechts: Mit um 1,3% reduziertem maximalen Korrelationskoeffizient. Die rote Kurve zeigt eine gebinnete Likelihood-Anpassung einer Normalverteilung an die Daten.

#### 5.4.4. Multidimensionale Bestimmung der Observablen

Der ereignis-basierte Maximum-Likelihood-Fit erlaubt es die Polarisationsobservablen in kinematischen Bereichen mit verhältnismäßig geringer Statistik zu bestimmen. Daher war es möglich, die 2-dimensionale Bestimmung auf hohe Strahlenergien auszuweiten. Für niedrige Strahlenergien ( $\lesssim 1250$  MeV) ist die Statistik ausreichend um die Observablen mit der Maximum-Likelihood-Methode in mehr als nur zwei Dimensionen gleichzeitig zu bestimmen. Allerdings ist eine vollständig 5-dimensionale Bestimmung immer noch nicht möglich und es wird weiterhin über eine kinematische Variable, nämlich  $\theta^*$ , integriert.

Um ausreichend Ereignisse zur Verfügung zu haben, wurden relativ breite Energiebereiche (150 MeV) und eine reduzierte Anzahl Bins (5 in  $\cos \vartheta$ , 3 bzw. 4 in  $m_{\pi^0\pi^0}$  und 8 in  $\phi^*$ ) gewählt.

Die entsprechenden Ergebnisse sind für die Targetasymmetrie  $P_y$  in Abbildung 5.47 und für die Targetasymmetrie  $P_x$  in Abbildung 5.49 für den Fall, dass das Proton und eines der Pionen die Zerfallsebene aufspannen, für die niedrigsten beiden Energie-Bins dargestellt. Die höheren Energien sowie entsprechende Darstellungen für den Fall, dass die beiden Pionen die Zerfallsebene aufspannen, finden sich in Anhang H. Innerhalb einer Zeile eines Energie-Bins ändert sich nur das  $\cos \vartheta$  von Histogramm zu Histogramm, innerhalb einer Spalte nur die invariante Masse  $m_q$ , während auf der  $x$ -Achse eines jeden Histogramms der Winkel  $\phi^*$  aufgetragen ist.

Beim Vergleich insbesondere des 800–950 MeV-Bins mit den teilweise integrierten Targetasymmetrien  $T(\cos \vartheta_{\pi^0})$ ,  $T(m_{p\pi^0})$  und  $P_y(\phi^*)$  in Abbildung 5.46 wird die Vielschichtigkeit der Multidimensionalität deutlich. So zeigt das integrierte  $P_y(\phi^*)$  ein Maximum (von 0) bei  $\phi^* = 180^\circ$  und Werte von ca.  $-0,3$  bei  $\phi^* = 0^\circ, 360^\circ$ . Die 4-dimensionale Targetasymmetrie hingegen zeigt dieses Verhalten nur in einigen Bereichen, in anderen, besonders bei kleinen

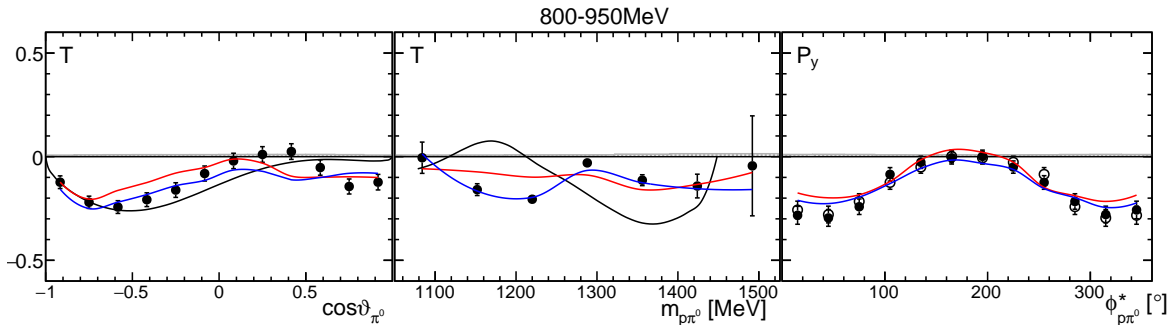


Abbildung 5.46.: Integrierte Targetasymmetrie im gleichen Energiebin wie im unteren Teil von Abbildung 5.47. Der systematische Fehler (meist  $< 0,03$ ) ist als graues Band dargestellt. Die farbige Linien stellen PWA-Vorhersagen dar:  $2\pi^0$ -MAID [FA05] in schwarz, Bonn-Gatchina [G<sup>+</sup>14b] Lösung 2014-02 als rote und Lösung 2018 als blaue Linie.

$m_{p\pi^0}$  in den ersten  $\cos\vartheta$ -Bins, ist sogar das umgekehrte Verhalten zu sehen. Das integrierte  $T(\cos\vartheta)$  ist für  $\cos\vartheta < 0$  negativ und geht für  $\cos\vartheta > 0$  gegen Null (oder bleibt leicht negativ) während in der 4-dimensionalen Auftragung das höchste  $m_{p\pi^0}$ -Bin mit steigendem  $\cos\vartheta$  von (mittleren) Werten um Null zu negativen Werten läuft.

Des Weiteren liegen die integrierten Targetasymmetrien in diesem Energiebereich zwischen ca.  $-0,3$  und  $0$ , während die 4-dimensionale Targetasymmetrie in einzelnen Bereichen Werte von bis zu  $-0,8$  oder  $+0,5$  annehmen können.

Dies zeigt deutlich, dass die integrierten Observablen den Endzustand nur teilweise beschreiben und für eine vollständige Beschreibung die gesamten 5-dimensionalen Abhängigkeiten betrachtet werden müssen.

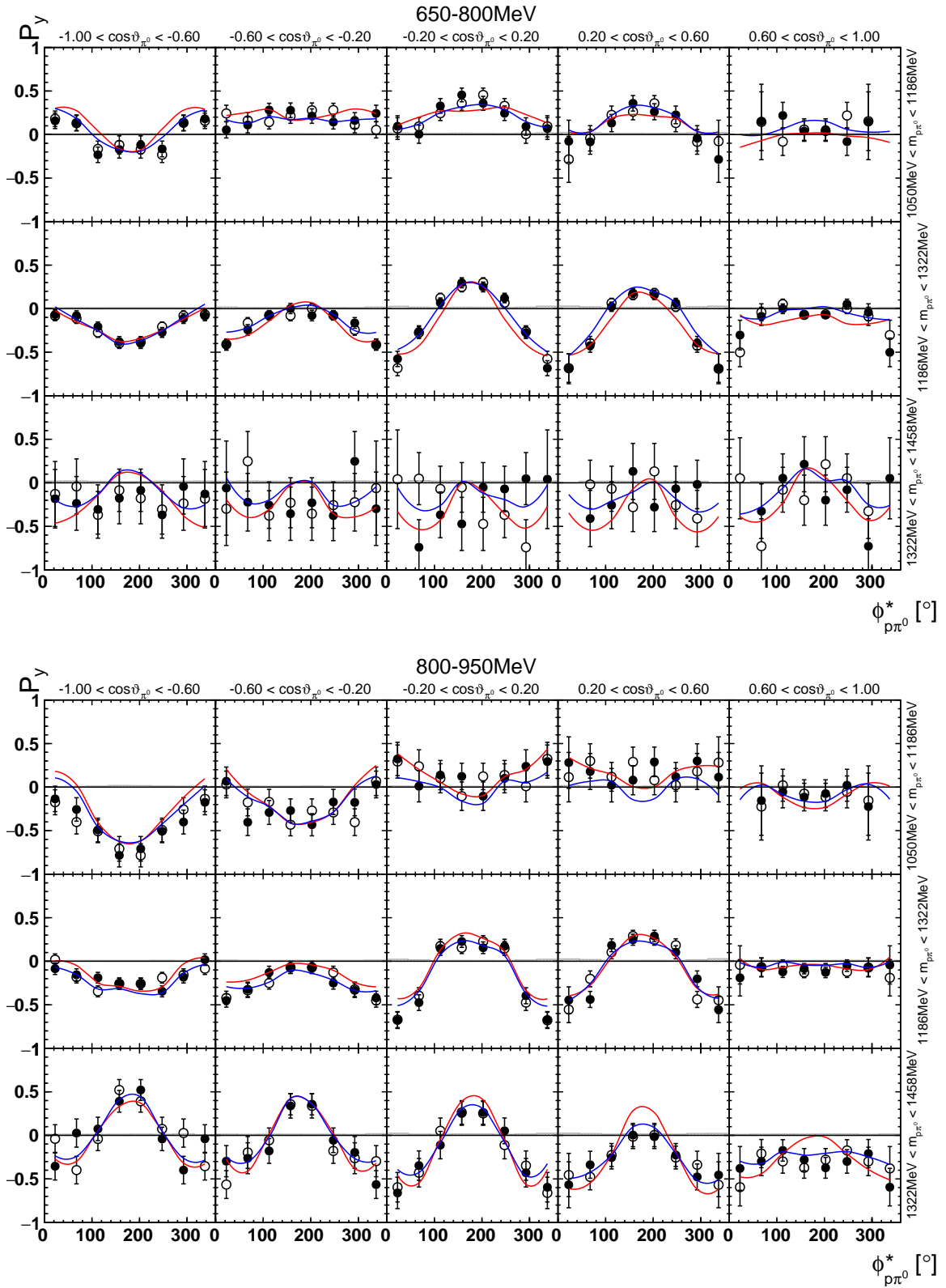


Abbildung 5.47.: 4-dimensionale Targetasymmetrie  $P_y$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaft  $P_y(2\pi - \phi^*) = P_y(\phi^*)$ . Der systematische Fehler ist als graues Band dargestellt. Farbgebung wie in Abbildung 5.46.

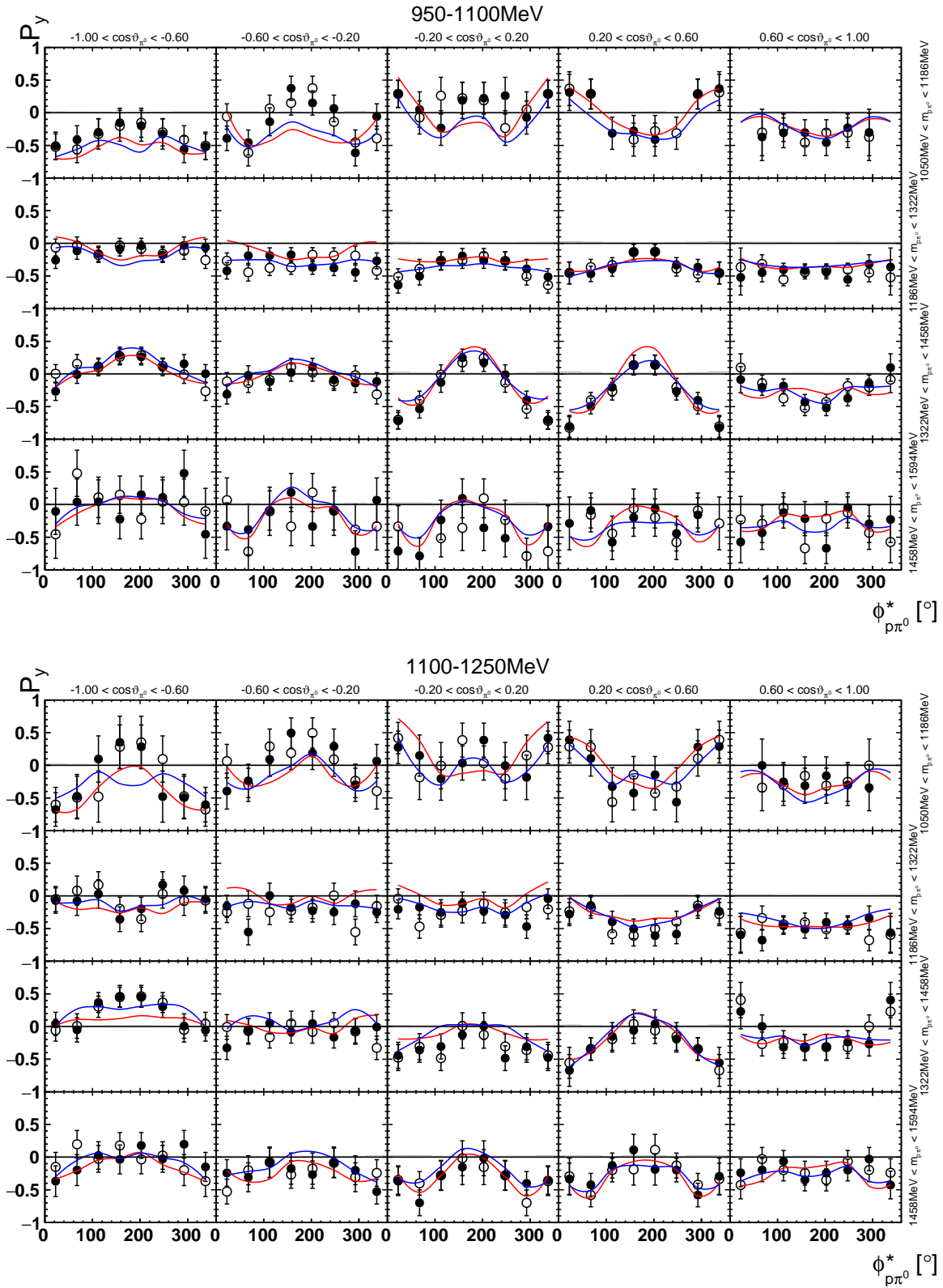


Abbildung 5.48.: 4-dimensionale Targetasymmetrie  $P_y$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaft  $P_y(2\pi - \phi^*) = P_y(\phi^*)$ . Der systematische Fehler ist als graues Band dargestellt. Farbgebung wie in Abbildung 5.46.

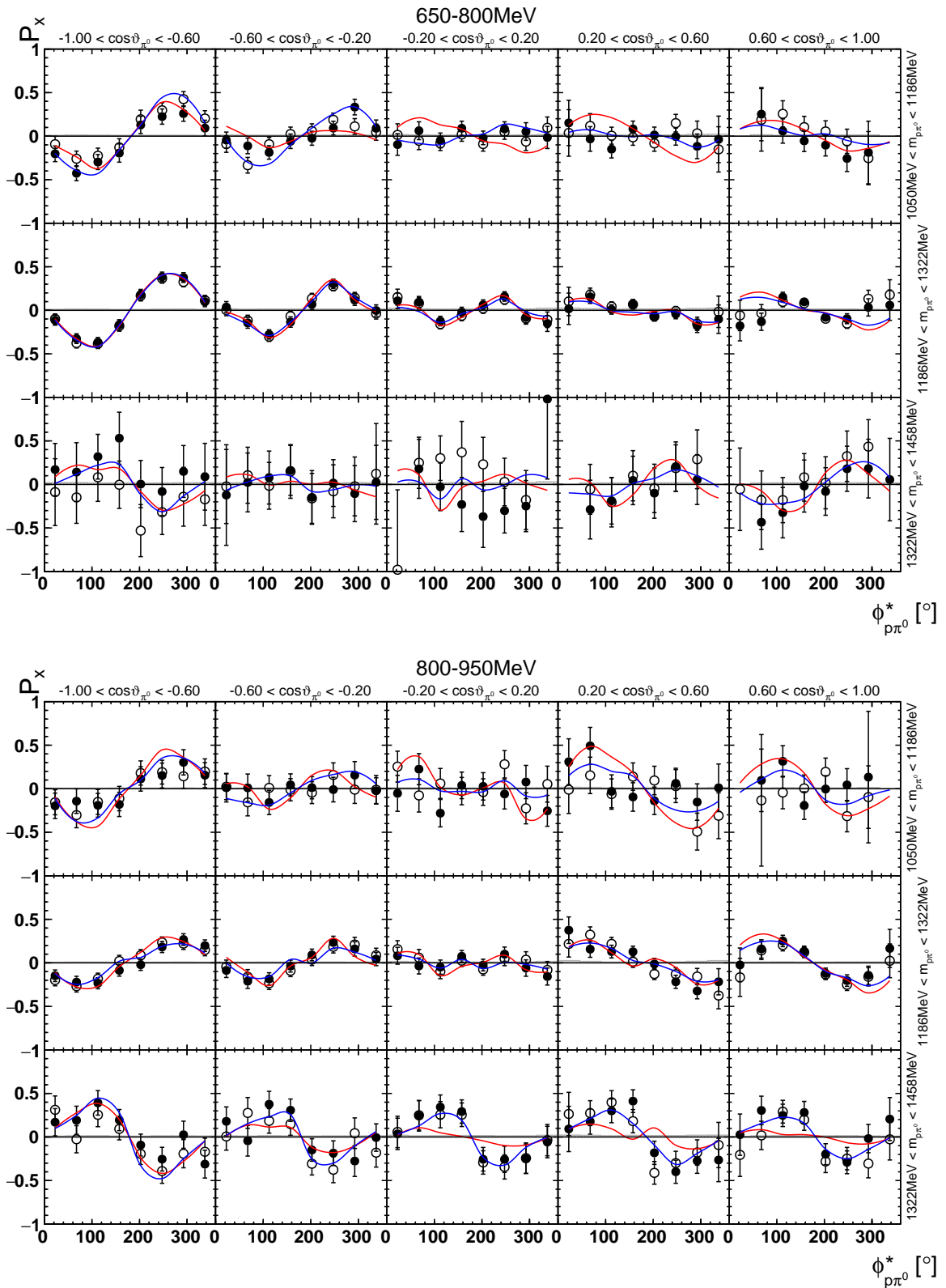


Abbildung 5.49.: 4-dimensionale Targetasymmetrie  $P_x$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $P_x(2\pi - \phi^*) = -P_x(\phi^*)$ . Der systematische Fehler ist als graues Band dargestellt. Farbgebung wie in Abbildung 5.46.



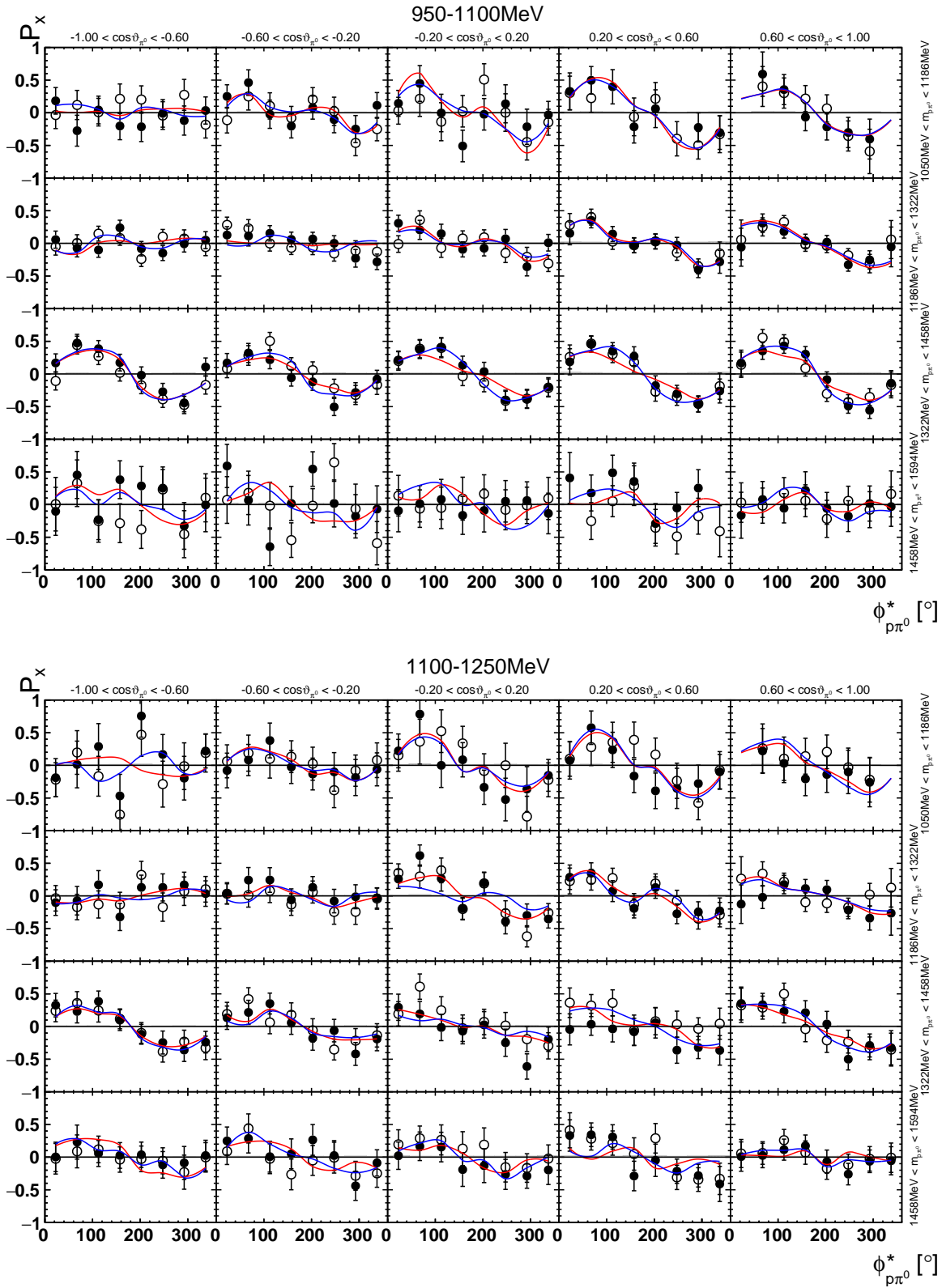


Abbildung 5.50.: 4-dimensionale Targetasymmetrie  $P_x$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $P_x(2\pi - \phi^*) = -P_x(\phi^*)$ . Der systematische Fehler ist als graues Band dargestellt. Farbgebung wie in Abbildung 5.46.

### 5.4.5. Überprüfung der Symmetrieeigenschaften der Observablen

Die Paritätstransformation ändert das Vorzeichen aller Teilchenimpulse, was effektiv einer Drehung um  $180^\circ$  der Reaktionsebene um die  $y$ -Achse entspricht ( $x \mapsto -x, y \mapsto y, z \mapsto -z$ ), vgl. Gleichung 1.7 und Abbildung 5.25. Der Winkel zur Photonpolarisation ändert sich aufgrund der Änderung der  $x$ -Achse:  $\phi_B \mapsto \pi - \phi_B$ . Dies führt zu Vorzeichen in den  $\sin 2\phi_B$ -Termen, nicht jedoch in den  $\cos 2\phi_B$ -Termen von Gleichung 5.1. Mit den Vorzeichen in der Targetpolarisation,  $\vec{A} \mapsto (-A_x, A_y, -A_z)$ , ebenfalls aufgrund der Änderung der Achsen der Reaktionsebene, ergeben sich Vorzeichen genau vor den Observablen, welche in der Zweikörperkinematik wegfallen<sup>17</sup>.

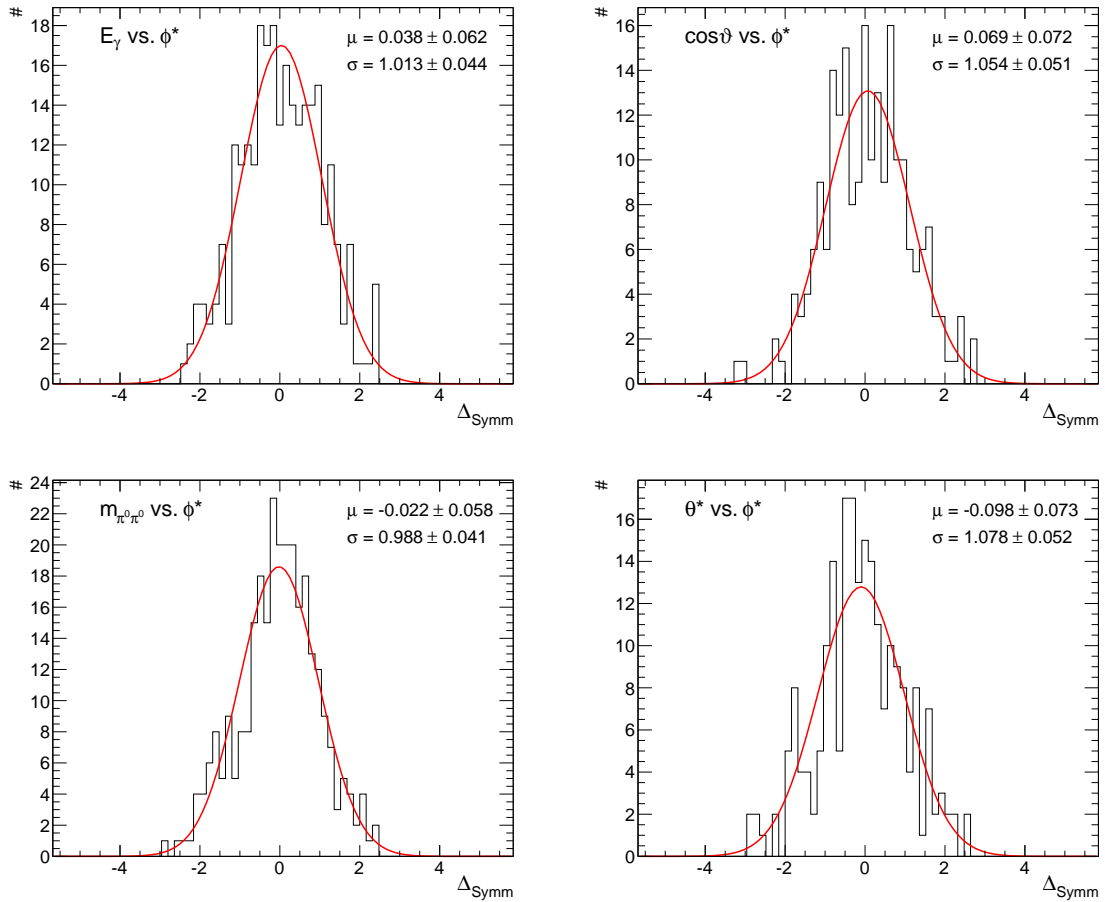


Abbildung 5.51.: Überprüfung der Symmetrieeigenschaften: Normierte Differenz der Observablen  $P_y, P_x, P_y^s, P_x^s, P_y^c, P_x^c$  jeweils histogrammiert für verschiedene kinematische Variablen. Die Kurve stellt eine gebinnnte Likelihood-Anpassung einer Normalverteilung an die Daten dar.

Zudem wird durch die Paritätstransformation aus dem Winkel  $\phi^* \mapsto 2\pi - \phi^*$  (vgl. Gleichung 5.14) während sich die anderen kinematischen Variablen ( $E_\gamma, \cos \vartheta, m_q, \theta^*$ ) nicht än-

<sup>17</sup>Die Paritätserhaltung ist gerade der Grund warum es diese Observablen in der Einfach-Meson-Photoproduktion nicht gibt.

dern. Dies bedeutet, dass in der Zwei-Meson-Photoproduktion die Paritätstransformation unterschiedliche kinematische Punkte miteinander verbindet. Die Observablen, bei denen das Vorzeichen wechselt, fallen nicht mehr weg, sondern sind lediglich ungerade in der kinematischen Variablen  $\phi^*$ , während die anderen gerade in  $\phi^*$  sind.

Diese Symmetrieeigenschaften lassen sich an den Daten überprüfen. So wurden z.B. in Abbildung 5.40 und 5.42 offene Symbole eingezeichnet, die die Symmetrieeigenschaften benutzen. Es soll nun eine statistische Überprüfung dieser Symmetrieeigenschaften durchgeführt werden. Dazu wird für jeden unabhängigen Punkt  $i$  die Differenz zum symmetrisierten Punkt  $j$  ( $> i$ ) normiert auf die Fehler aufgetragen:

$$\Delta_{\text{Symm}} = \frac{\mathcal{O}_i - \mathcal{O}_j}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}} \quad (5.36)$$

Für  $q = \pi^0\pi^0$  sind aufgrund der Verschiebesymmetrie (siehe Gleichung 5.15), welche durch die Symmetrisierung der Pionen exakt erfüllt ist, bei 12 Punkten nur 3 unabhängig; für  $q = p\pi^0$  sind es 6. Aufgrund rein statistischer Schwankungen ist für  $\Delta_{\text{Symm}}$  eine Normalverteilung mit Breite  $\sigma = 1$  zu erwarten.

In Abbildung 5.51 sind die normierten Differenzen aufgetragen, wobei die Differenzen der verschiedenen Observablen in das gleiche Histogramm eingetragen wurden, um eine größere Anzahl Datenpunkte zur Verfügung zu haben. Zudem wurden die Differenzen für die Observablen in Abhängigkeit von  $(E_\gamma, \phi^*)$ , gezeigt in Abbildungen 5.40 und 5.42, sowie  $\cos\vartheta$ ,  $m_{\pi^0\pi^0}$  oder  $\theta^*$  gegen  $\phi^*$ , gezeigt in Abbildungen im Anhang F, bestimmt und eine Normalverteilung angepasst<sup>18</sup>. In allen Fällen ist die Verteilung mit einer Standardnormalverteilung ( $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ ) vereinbar. Folglich ist der davon auszugehen, dass systematische Effekte keinen großen Einfluss haben.

Für die 4-dimensional bestimmten Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  sind die normierten Differenzen in Abbildung 5.52 gezeigt, zum einen für die beiden Pionen in der Zerfallsebene (links) und zum anderen für Proton und eines der Pionen in der Zerfallsebene (rechts). In letzterem Fall ist die Zahl der unabhängigen Punkte doppelt so groß, da es hier keine Verschiebesymmetrie (siehe Gleichung 5.15) aufgrund der Ununterscheidbarkeit der beiden Teilchen in der Zerfallsebene gibt. In beiden Fällen ist die Verteilung auch hier mit einer Standardnormalverteilung vereinbar.

---

<sup>18</sup>Die Daten in den vier Histogrammen können nicht ohne Weiteres aufaddiert werden, da sie stark korreliert (auf dem gleichen Datensatz bestimmt) sind.

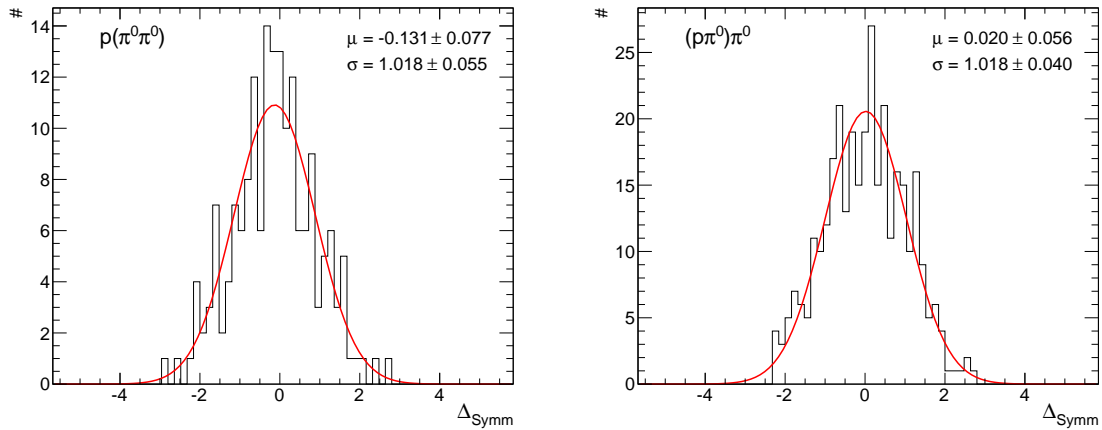


Abbildung 5.52.: Überprüfung der Symmetrieeigenschaften: Normierte Differenz der Observablen  $P_y, P_x$  aus der 4-dimensionalen Bestimmung. Links für den Fall, dass die beiden Pionen die Zerfallsebene aufspannen, rechts für  $\rho\pi^0$ . Die Kurve stellt eine gebinnete Likelihood-Anpassung einer Normalverteilung an die Daten dar.

## 5.5. Systematik

Wesentliche Anteile des systematischen Fehlers auf die Polarisationsobservablen sind zum einen die Fehler auf die benötigten Polarisationen (Strahlpolarisation für die Strahlasymmetrie, Targetpolarisation für die Targetasymmetrie und beide für die Doppelpolarisationsobservablen) und der Fehler auf den Dilution-Faktor (bei den Observablen, welche ein polarisiertes Target benötigen) und zum anderen der Anteil an Untergrundereignissen. Systematische Effekte aufgrund der Selektion, insbesondere des kinematischen Fits, spielen keine maßgebliche Rolle, wie in Anhang C.1 und C.2 gezeigt wird.

### 5.5.1. Einfluss des Untergrundanteils

Der Untergrundanteil führt dazu, dass die gemessene Observable  $\mathcal{O}$  nicht direkt die physikalische  $\mathcal{O}_S$  ist. Der Untergrundanteil kann einen Einfluss ausüben, der mit der Größe der Observablen im Untergrund ( $\mathcal{O}_B$ ) zusammenhängt<sup>19</sup>:

$$\mathcal{O} = (1 - x) \cdot \mathcal{O}_S + x \cdot \mathcal{O}_B \quad (5.37a)$$

$$\mathcal{O}_S = \frac{\mathcal{O} - x \cdot \mathcal{O}_B}{1 - x}, \quad (5.37b)$$

wobei  $x$  der Anteil an Untergrundereignissen ist (vgl. Kapitel 4.5). Dies bedeutet, dass bei verschwindender Untergrundobservablen oder unpolarisiertem Untergrund, die wahre Größe der Observablen durch den Untergrund um  $1 - x$  reduziert wird. Die Untergrundobservablen

<sup>19</sup>Wobei hier  $\mathcal{O}_B$  genau genommen das Produkt aus Polarisation des Untergrundes und Größe der Observablen im Untergrund geteilt durch Polarisation des Signals darstellt.

$\mathcal{O}_B$  lässt sich aufgrund der geringen Statistik nicht präzise genug aus den Daten bestimmen. Es lässt sich allerdings eine korrigierte Observable  $\hat{\mathcal{O}}$  berechnen

$$\hat{\mathcal{O}} := \mathcal{O} \cdot \frac{1}{1-x}, \quad (5.38)$$

für deren quadratische Abweichung von der wahren Observablen gilt:

$$(\hat{\mathcal{O}} - \mathcal{O}_S)^2 = \left( \frac{x}{1-x} \cdot \mathcal{O}_B \right)^2. \quad (5.39)$$

Damit lässt sich der systematische Fehler der korrigierten Observablen  $\hat{\mathcal{O}}$  aufgrund des Untergrundanteils abschätzen, indem die quadratische Abweichung über die Untergrundobservable integriert wird. Da nichts über die Untergrundobservable bekannt ist, wird hier eine Gleichverteilung über den erlaubten Bereich ( $-1 \leq \mathcal{O}_B \leq 1$ ) angenommen (Prinzip der maximalen Entropie). Hierbei taucht der Faktor  $(\int_{-1}^1 dx)^{-1} = 1/2$  als Normierung auf.

$$(\Delta x^{\text{syst}})^2 = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x}{1-x} \right)^2 \int_{-1}^1 \mathcal{O}_B^2 d\mathcal{O}_B = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{x}{1-x} \right)^2 \quad (5.40a)$$

$$\frac{\Delta x^{\text{syst}}}{x} = \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{1-x} \quad (5.40b)$$

Somit ist der relative systematische Fehler aufgrund von Untergründereignissen unabhängig von der Größe der Observablen  $\hat{\mathcal{O}}$  und nur abhängig vom Untergrundanteil  $x$ .<sup>20</sup>

In Anhang K ist der Einfluss der Untergrundkorrektur, als auch der Einfluss eines falschen Untergrundanteils auf die Korrektur gezeigt.

### 5.5.2. Einfluss der Größe der Observablen auf den systematischen Fehler

Da die Polarisierungen und der Dilution-Faktor an die Observable multipliziert wird, geht ihr relativer Fehler direkt in den relativen systematischen Fehler der Observablen ein. Dies bedeutet, dass dieser relative Fehler mit dem Absolutwert der Observablen multipliziert werden muss. Dabei gilt es jedoch zu beachten, dass dieser fehlerbehaftet ist. Dies macht sich insbesondere dann bemerkbar, wenn der Absolutwert der extrahierten Observablen  $|\hat{\mathcal{O}}|$  kleiner ist als der statistische Fehler  $\Delta\hat{\mathcal{O}}_{\text{stat}}$ . Um den statistischen Fehler zu berücksichtigen, wird die Faltung der Betragsfunktion mit einer Normalverteilung der Breite  $\Delta\hat{\mathcal{O}}_{\text{stat}} := \sigma_0$  berechnet. Die Berechnung erfolgt numerisch, wobei es ausreichend ist die Integration in einem Bereich von  $\pm 5\sigma_0$  auszuführen.

$$\hat{\mathcal{O}}' := \int_{-5\sigma_0}^{5\sigma_0} |\hat{\mathcal{O}} - \omega| \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \cdot \exp\left(-\frac{\omega^2}{2\sigma_0^2}\right) d\omega \quad (5.41)$$

Wie in Abbildung 5.53 gezeigt, ist der Einfluss des statistischen Fehlers auf den Absolutwert der Observablen nur für  $\Delta\hat{\mathcal{O}}_{\text{stat}} \lesssim 0.5 \cdot |\hat{\mathcal{O}}|$  vernachlässigbar. Für größere statistische Fehler (oder kleinere Werte von  $|\hat{\mathcal{O}}|$ ) ist das Ergebnis der Faltung deutlich größer als der

<sup>20</sup>Würde die Korrektur in Gleichung 5.38 nicht gemacht, so bliebe eine Abhängigkeit von  $\mathcal{O}$  bestehen:

$$(\Delta x^{\text{syst}})^2 = \left( \frac{1}{3} + \mathcal{O}^2 \right) \cdot \left( \frac{x}{1-x} \right)^2$$

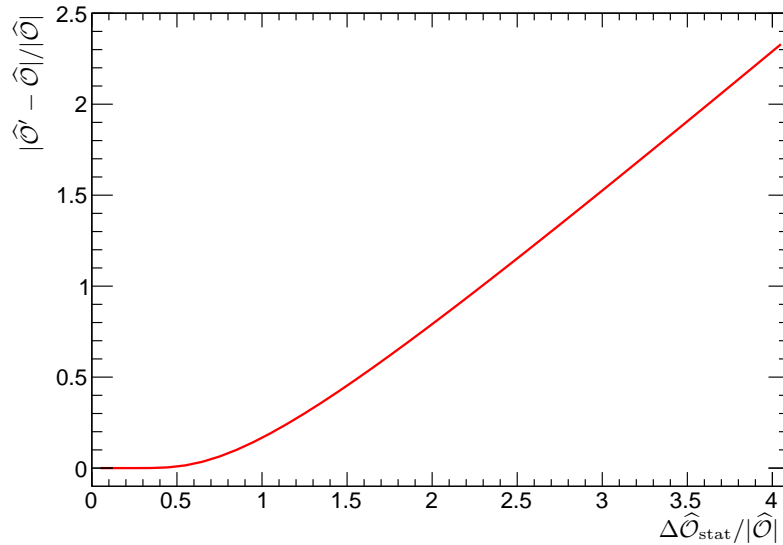


Abbildung 5.53.: Einfluss der Faltung: Relative Abweichung der Observablen als Funktion von  $\Delta\hat{\mathcal{O}}_{\text{stat}}/|\hat{\mathcal{O}}|$ .

bloße Absolutwert: Ist beispielsweise der statistische Fehler fast zweieinhalb mal so groß wie der Absolutwert der Observablen, so liefert die Faltung bereits einen doppelt so großen Absolutwert.

Zur Berechnung des systematischen Fehlers der Polarisationen und des Dilutionfaktors (siehe Kapitel 5.5.4) wird somit der Wert der Observablen aus der Faltung,  $\hat{\mathcal{O}}'$ , anstatt  $\hat{\mathcal{O}}$  verwendet.

### 5.5.3. Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen

Die aus Monte-Carlo Ereignissen gewonnene Akzeptanz  $\varepsilon$  des CBELSA/TAPS-Experiments unter Verwendung der in Kapitel 4 beschriebenen Selektion ist in Abbildung 5.54 gezeigt. Im Mittel werden etwa ein Fünftel der generierten Ereignisse rekonstruiert. Außer dem Bereich  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0} \rightarrow 1$ , besonders für kleinere Strahlenergien, gibt es keine Akzeptanzlöcher. Der Bereich kleiner  $m_{\pi^0\pi^0}$  bei hohen  $E_\gamma$  weist noch eine erniedrigte ( $\approx 10\%$ ), aber nicht verschwindende Akzeptanz auf.

Eine nicht-flache Akzeptanz in einer kinematischen Größe kann sich auf die Polarisationsobservablen auswirken, wenn über diese kinematische Größe integriert wird. Um die Größe dieses Effekts zu untersuchen, wurden Vierervektoren der Endzustandsteilchen Phasenraumverteilt generiert und jedem Ereignis ein Gewicht  $w_i$  nach der BnGa-PWA Lösung 2014-02 [G<sup>+</sup>14b] für ein transversal polarisiertes Target zugeteilt.

Mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Fits wie in Kapitel 5.4.2 beschrieben, können zunächst die Observablen aus den generierten Daten extrahiert werden. Die einzigen Unterschiede zur Extraktion der Observablen aus den Daten ist das Fehlen eines Zeituntergrundes und eben das Vorhandensein der Gewichte  $w_i$ . Letztere tauchen als Exponenten der Wahrscheinlichkeitsverteilung (Gleichung 5.27) bzw. als Faktoren in der Summe der logarithmierten

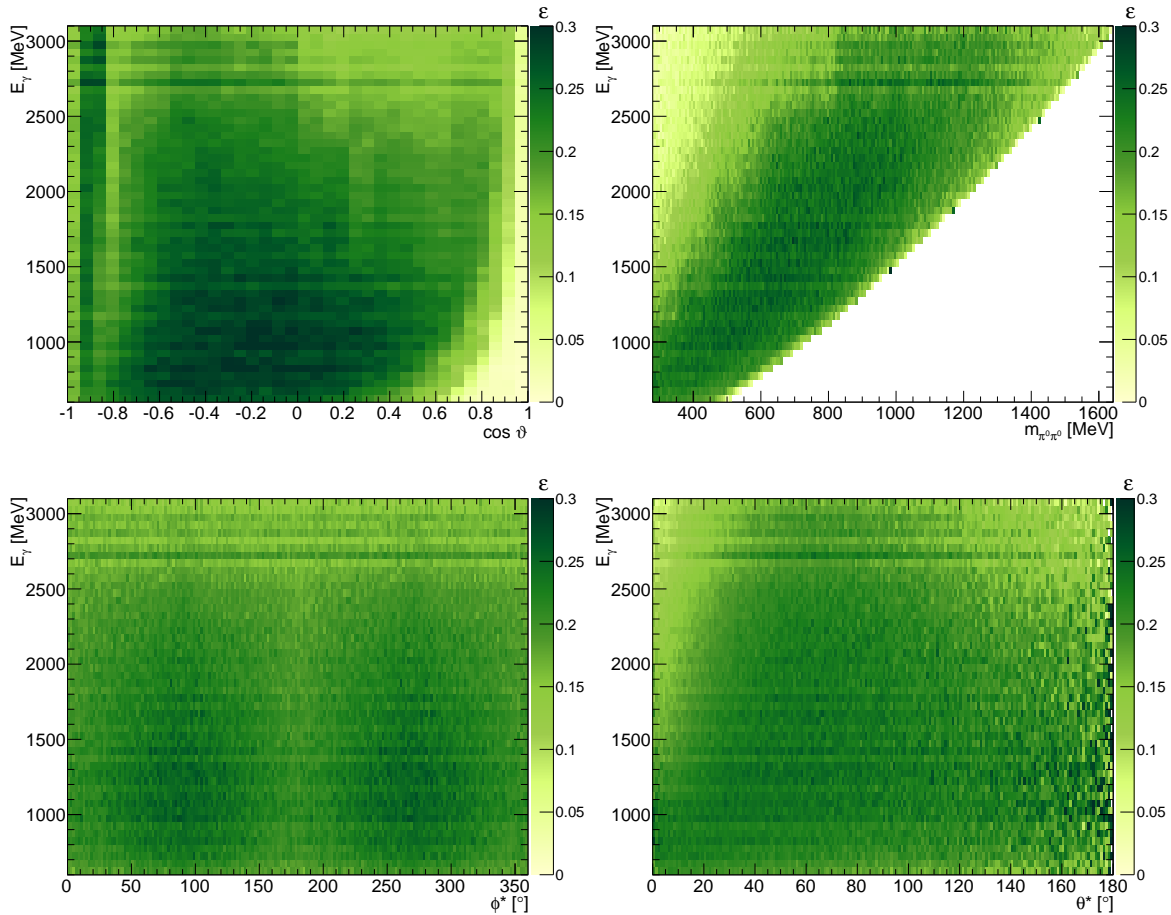


Abbildung 5.54.: Akzeptanz  $\varepsilon$  für verschiedene kinematische Variablen in Abhängigkeit der Strahlenergie. Der weiße Bereich in der Auftragung gegen  $m_{\pi^0\pi^0}$  ist kinematisch verboten.

Likelihood-Funktion (Gleichung 5.28) auf<sup>21</sup>:

$$-\ln \mathcal{L} = -\sum_{i=1}^N w_i \cdot \ln \hat{f}(\varphi_i). \quad (5.42)$$

Als Beispiel ist in Abbildung 5.55 das Ergebnis einer  $\varphi$ -Anpassung der Maximum-Likelihood-Fits an die gewichteten Daten visualisiert. Hierzu wurden die Ereignisse gewichtet histogrammiert und die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung  $\hat{f}_{\text{physics}}$ , skaliert mit einem globalen Faktor (mittlerer Anzahl Ereignisse pro Bin), als Kurve eingezeichnet.

Da  $\sum_i w_i > N$  eine Anzahl Ereignisse größer als  $N$  bedeuten würde, kann als statistischer Fehler auf die Observable nicht der Fehler aus dem Maximum-Likelihood-Fit verwendet werden<sup>22</sup>. Stattdessen muss zusätzlich die Likelihood-Funktion mit quadratischen Gewichten mi-

<sup>21</sup>Beispielsweise bedeutet ein Gewicht von 2, dass das Ereignis doppelt so häufig hätte vorkommen sollen als ein Ereignis mit Gewicht von 1.

<sup>22</sup>Eine Reskalierung der Gewichte, sodass  $\sum_i w_i = N$  ist nur dann zielführend, wenn alle Gewichte nahe eins

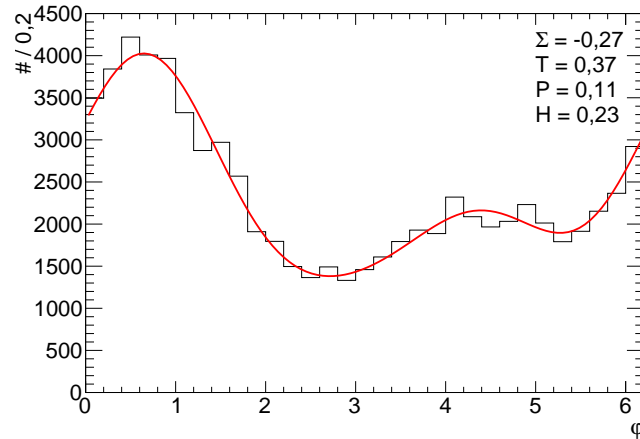


Abbildung 5.55.: Visualisierung einer  $\varphi$ -Anpassungen der gewichteten Daten. In das Histogramm sind die mit  $w_i$  gewichteten Ereignisse eines  $E_\gamma\text{-cos}\vartheta$ -Bins eingetragen. Die Kurve stellt  $\hat{f}_{\text{physics}}$  (siehe Gleichung 5.26) dar, skaliert mit dem globalen Faktor Anzahl Ereignisse/Anzahl Bins, wobei die Parameter ( $\Sigma, T, P, H$ ) aus dem ereignis-basierten Maximum-Likelihood-Fit an die mit  $w_i$  gewichteten, simulierten Daten stammen.

nimiert werden. Für die Kovarianzmatrix mit korrekten Werten  $\mathbf{C}$  gilt dann näherungsweise [Jam06]:

$$\mathbf{C} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{H}' \mathbf{H}^{-1}, \quad (5.43)$$

wobei  $\mathbf{H}'^{-1}$  die Kovarianzmatrix aus der Minimierung mit quadratischen Gewichten und  $\mathbf{H}^{-1}$  die Kovarianzmatrix aus der Minimierung mit einfachen Gewichten ist.

Auf analoge Weise erfolgt die Bestimmung der Observablen aus den simulierten Daten, welche die Detektorakzeptanz enthalten<sup>23</sup>.

In Abbildung 5.56 ist die Targetasymmetrie bestimmt aus den generierten Daten als rotes Band und bestimmt aus den rekonstruierten als blaues Band gezeigt. Zusätzlich ist als grüne Kurve die Vorhersage eingetragen, welche von der BnGa-PWA Gruppe erstellt wurde. Dass die grüne Kurve und das rote Band gut übereinander liegen, stellt eine weitere Validierung der Maximum-Likelihood-Methode dar. Da nicht alle generierten Ereignisse rekonstruiert werden, ist das blaue Band teils deutlich breiter als das rote. Insgesamt liegt das blaue Band auf oder sehr nahe am roten, womit systematische Effekte aufgrund der Akzeptanz klein sein sollten. In der Tat zeigt die auf den Fehler normierte Differenz der einzelnen Punkte keine signifikante systematische Verschiebung:  $0,096 \pm 0,101$ . Weitere Vergleiche zwischen generierten und rekonstruierten Daten finden sich in Anhang L.

Dass die Akzeptanz durchaus größere Effekte haben kann, zeigt Abbildung 5.57 in der die  $4^{1/2}$ -PED aus den rekonstruierten Ereignissen weggelassen wurden. In der Auftragung gegen  $\cos\vartheta$  zeigt sich der Einfluss der  $4^{1/2}$ -PED-Ereignisse vor allem bei niedrigeren Strahlenergien und  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0} \rightarrow 1$ . Hier wird das Fehlerband der rekonstruierten Ereignisse deutlich größer

sind [Jam06].

<sup>23</sup>Zur Unterscheidung von den generierten Daten werden diese hier als rekonstruierte Daten bezeichnet.



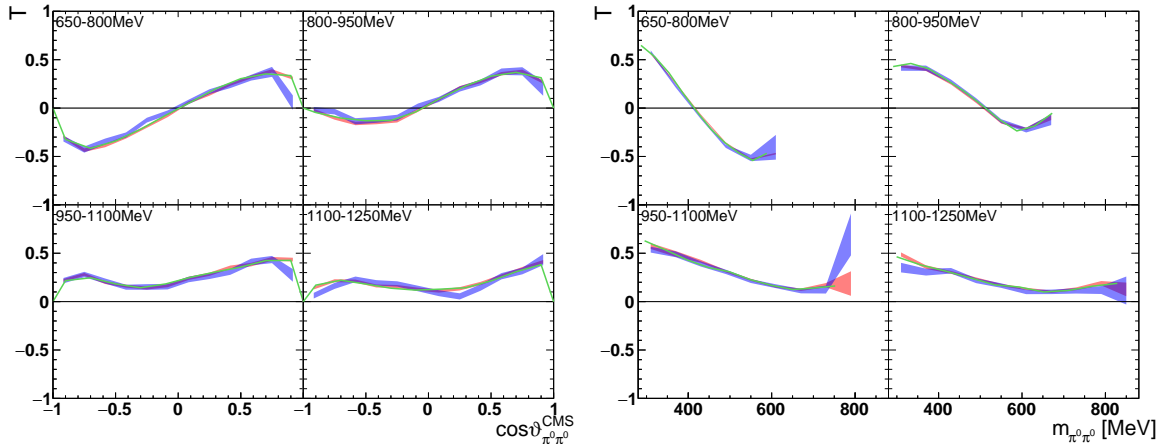


Abbildung 5.56.: Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen: Das rote Band stellt die aus den mittels Vorhersage der BnGa-PWA gewichteten Vierervektoren bestimmten Observable dar. Das blaue Band stellt die entsprechende Vorhersage aus den rekonstruierten Vierervektoren dar. Die grüne Kurve ist die Vorhersage, welche von der BnGa-PWA Gruppe erstellt wurde.

und blaue und rote Kurve weichen teils deutlich voneinander ab. Dies begründet sich darin, dass sich hier das Proton im CMS in negative  $z$ -Richtung, also entgegengesetzt zum Lorentz-Boost bewegt. Daraus ergibt sich eine eher geringe kinetische Energie im Labor-System, was eine Klassifizierung als 5PED meist verhindert. Mit steigender Strahlenergie nimmt der Einfluss des Boosts und damit die kinetische Energie des Protons zu, womit die  $4^{1/2}$ -PED-Ereignisse an Einfluss verlieren.

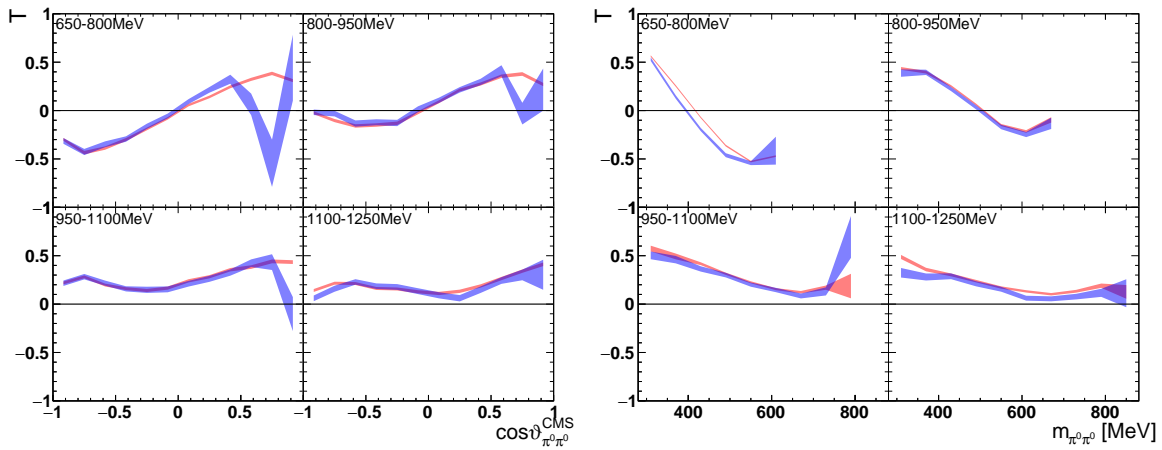


Abbildung 5.57.: Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen für reine 5PED-Ereignisse: Das rote Band stellt die aus den mittels Vorhersage der BnGa-PWA gewichteten Vierervektoren bestimmten Observable dar. Das blaue Band stellt die entsprechende Vorhersage aus den rekonstruierten Vierervektoren dar.

In der Auftragung gegen  $m_{\pi^0\pi^0}$  ist im gesamten ersten gezeigten Energie-Bin eine systematische Verschiebung der Observablen zu kleineren Werten zu sehen. Dies liegt in der Tatsache begründet, dass über  $\cos\vartheta$  und damit das Akzeptanzloch integriert wurde. Im Vergleich zu den generierten Ereignissen, die zu  $\cos\vartheta \rightarrow 1$  recht große positive Werte aufweisen, fehlen diese im Integral der rekonstruierten Ereignisse (bzw. sind aufgrund der niedrigen Statistik unterdrückt). Bei höheren Strahlenergien nimmt auch hier der Einfluss dieses Effekts ab.

Es wird somit ersichtlich, dass bei einem viel-dimensionalen Phasenraum die Akzeptanz des Experiments einen signifikanten Einfluss haben kann und untersucht werden muss. Mit den selektierten Ereignissen wie in Kapitel 4 beschrieben, werden die Akzeptanzeffekte allerdings klein und sind mit Null verträglich, wie aus Abbildung 5.56 und den normierten Differenzen der dort gezeigten Kurven ersichtlich ist.

#### 5.5.4. Systematischer Fehler

Die einzelnen Anteile des systematischen Fehlers sind untereinander unkorreliert und können somit einfach quadratisch aufaddiert werden. Somit ist der vollständige systematische Fehler auf die Observable  $\hat{\mathcal{O}}$  gegeben durch

$$\Delta\hat{\mathcal{O}}_{\text{sys}}^2 = \left[ \left( \frac{\Delta\delta_{\ell,\text{sys}}}{\delta_{\ell}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta A_{\text{sys}}}{A} \right)^2 + \left( \frac{\Delta d_{\text{sys}}}{d} \right)^2 \right] \cdot \hat{\mathcal{O}}^2 + \left( \frac{x}{1-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 + (\Delta\mathcal{O}_{\text{Methodik}})^2, \quad (5.44)$$

mit den relativen Fehlern der Polarisationswerte (vgl. 5.1):

$$\frac{\Delta\delta_{\ell}^{\text{sys}}}{\delta_{\ell}} = 5\%, \quad \frac{\Delta A_{\text{sys}}}{A} = 2\%, \quad (5.45)$$

dem systematischen Fehler aus dem Untergrundanteil  $x$  (vgl. Kapitel 5.5.1 und 4.5) und dem systematischen Fehler aus der Bestimmungsmethode (vgl. Kapitel 5.4.3):

$$\Delta\mathcal{O}_{\text{Methodik}} = 0,0053. \quad (5.46)$$

Der relative Fehler des Dilution-Faktors kann durch den relativen Fehler des Skalierungsfaktors  $s$  (siehe Abschnitt 5.2) und den Einfluss der Methodik  $\Delta d_{\text{NN}}$  (siehe Abschnitt 5.2.3) ausgedrückt werden:

$$\left( \frac{\Delta d_{\text{sys}}}{d} \right)^2 = \left( \frac{\Delta s^{\text{sys}}}{s} \cdot \frac{1-d}{d} \right)^2 + \left( \frac{\Delta d_{\text{NN}}}{d} \right)^2 = \left( 5\% \cdot \frac{1-d}{d} \right)^2 + (1\%)^2 \quad (5.47)$$

Der Fehler auf die Strahlpolarisation ist natürlich nur dann zu berücksichtigen, falls eine Observable betrachtet wird, bei der die Strahlpolarisation verwendet wird. Analoges gilt für den Fehler auf die Targetpolarisation und den Dilution-Faktor.

Des Weiteren ist zu beachten, dass der Fehler auf die Targetpolarisation sowie der relative Fehler auf die Strahlpolarisation konstant und somit in allen kinematischen Bereichen gleich ist. Der Fehler auf den Dilution-Faktor wie auch der Fehler durch Untergründereignisse ist, da mittels Nächster-Nachbar-Methode bestimmt, von allen kinematischen Größen abhängig,

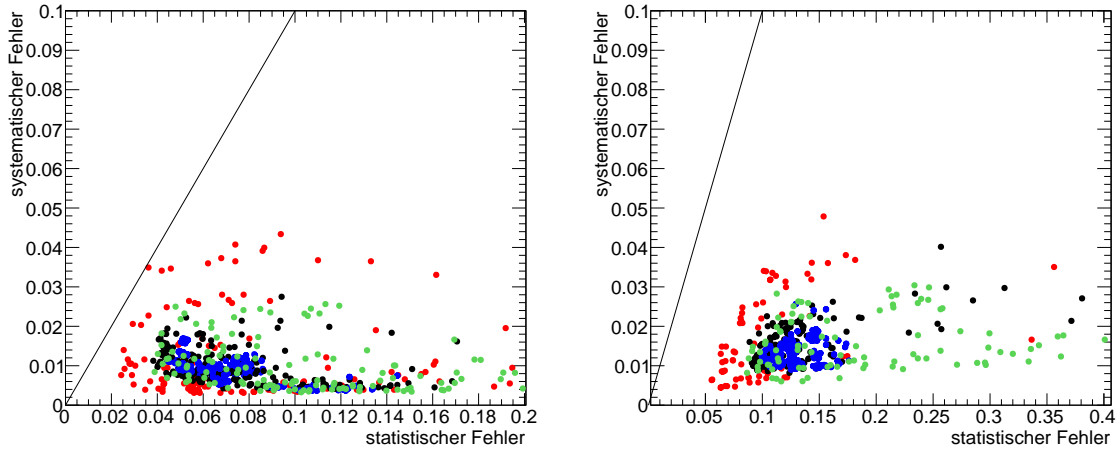


Abbildung 5.58.: Systematischer Fehler gegen statistischer Fehler für die Targetasymmetrien (links) und die Doppelpolarisationsobservablen (rechts) als Funktion von  $E_\gamma$  und  $\cos\vartheta$  (schwarz),  $m_q$  (rot),  $\phi^*$  (blau) und  $\theta^*$  (grün). Auf der schwarzen Line sind systematischer und statistischer Fehler gleich groß. Die unterschiedlich großen Bereiche der  $x$ -Achse sind zu beachten.

womit dieser systematische Fehleranteil auf die extrahierten Observablen in Bereichen stärker miteinander korreliert sind, je näher sich diese zueinander befinden.

Insgesamt ist für alle extrahierten Observablen der systematische Fehler immer kleiner als der statistische. Dies ist am Beispiel der Targetasymmetrien in Abbildung 5.58 (links) veranschaulicht, wo der systematische gegen den statistischen Fehler aufgetragen ist. Alle Punkte liegen hier unterhalb der Winkelhalbierenden. Dies ist auch bei den Doppelpolarisationsobservablen der Fall (rechter Teil von Abbildung 5.58), wo zwar der systematische Fehler größer ist als bei den Targetasymmetrien, der statistische Fehler aber im Verhältnis noch größer wird.



# Kapitel 6.

## Diskussion der Ergebnisse

### 6.1. Vergleich mit Daten anderer Experimente

Die bislang einzige veröffentlichte Observable in der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$  welche auch im Rahmen dieser Arbeit bestimmt wurde, ist die Strahlasymmetrie  $\Sigma$ , die sowohl am Crystal Barrel/TAPS Experiment [S<sup>+</sup>15] (dort allerdings bei höheren Strahlenergien, ab 970 MeV) als auch am GRAAL-Experiment [A<sup>+</sup>03] gemessen wurde. Allerdings enthält die in dieser Arbeit bestimmte Strahlasymmetrie auch Einflüsse der gebundenen Protonen aus dem Butanol (vgl. Abschnitt 5.4.1 und Gleichung 5.8). Der Dilutionfaktor  $d$  beschreibt den Zusammenhang:

$$\Sigma = d \cdot \Sigma_{\text{frei}} + (1 - d) \cdot \Sigma_{\text{gebunden}} . \quad (6.1)$$

Da der Dilutionfaktor im hier relevanten Bereich ( $E_\gamma \lesssim 950$  MeV) recht große Werte ( $\gtrsim 0,8 - 0,9$ ) annimmt (vgl. Abschnitt 5.2 und Abbildung 5.18) und somit der Einfluss der gebundenen Protonen gering ausfällt, ist ein Vergleich mit den veröffentlichten Daten, welche mit einem Flüssigwasserstofftarget gewonnen wurden, zu Kontrollzwecken trotzdem sinnvoll. Abbildung 6.1 zeigt  $\Sigma$  in zwei Energie-Bins gegen  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$  (links) und  $m_{\pi^0\pi^0}$  (rechts) im Vergleich mit den Daten des GRAAL-Experiments.

Die Übereinstimmung zwischen den Daten ist trotz des (geringen) Einflusses der gebundenen Protonen sehr gut. Dies lässt den Schluss zu, dass die Bestimmung der Polarisationsobservablen mittels des ereignisbasierten Maximum-Likelihood-Fits wie erwartet funktioniert.

Es ist allerdings auch zu beachten, dass die Experimente verschiedene geometrische Abdeckungen und damit verschiedene Akzeptanzen besitzen. Zwar kürzen sich Akzeptanzen bei der Bestimmung von Asymmetrien im Prinzip raus, allerdings nur wenn alle kinematischen Variablen betrachtet werden. Integration über eine nicht-flache Akzeptanz, kann den Wert der Observablen verändern (siehe Abschnitt 5.5.3). Eine genauere Untersuchung der Akzeptanzeffekte wurde auch in [Sok12] durchgeführt. Es wurde nahe gelegt, dass eine Diskrepanz in der Strahlasymmetrie  $\Sigma$  als Funktion von  $m_{\pi^0\pi^0}$  im Energie-Bin 970–1200 MeV auf die Akzeptanzunterschiede zurückzuführen sein könnte. Dort lagen für  $m_{\pi^0\pi^0} \lesssim 500$  MeV die mit dem CB-Experiment gewonnen Daten tiefer als die des GRAAL-Experiments. Eine ähnliches Verhalten ist bei ähnlichen  $m_{\pi^0\pi^0}$  im Energiebereich (780 – 970) MeV in Abbildung 6.1 als eine nennenswerte Abweichung zu erkennen. Weitere Abweichungen sind im Bereich  $\cos\vartheta \rightarrow 1$  zu erkennen.

Die PWA-Lösung für die Strahlasymmetrie  $\Sigma$  der BnGa-PWA nachdem die in dieser Arbeit gewonnen Daten zur Targetasymmetrie und zu den Doppelpolarisationsobservablen im Fit berücksichtigt wurden (vgl. Abschnitt 6.3), ist als blaue Kurve in Abbildung 6.1 gezeigt. Obwohl die Daten dieser Arbeit zur Strahlasymmetrie nicht mit in den Fit eingehen, ist die Übereinstimmung mit der neuen Lösung vor allem in den Bereichen in denen es Abweichung

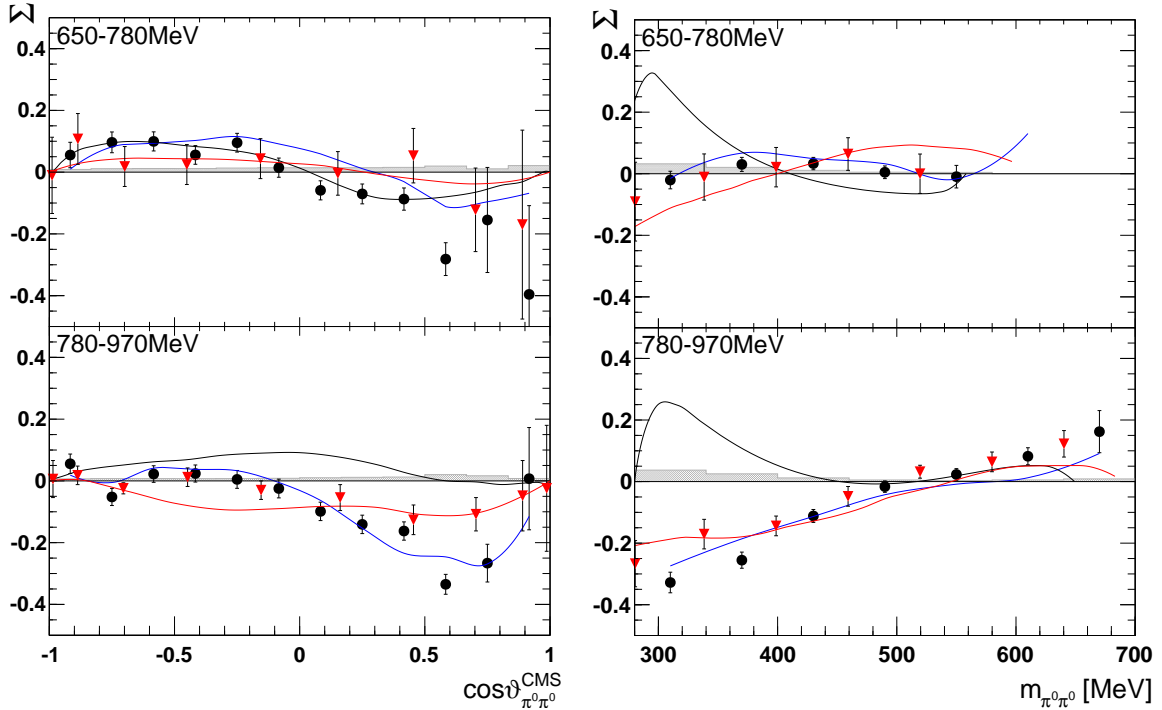


Abbildung 6.1.: Strahlasymmetrie  $\Sigma$  (schwarze Punkte, enthält Anteil der gebundenen Nukleonen) im Vergleich mit Daten des GRAAL-Experiments [A<sup>+</sup>03] (rote Dreiecke) als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$  (links) und  $m_{\pi^0\pi^0}$  (rechts). Das graue Band stellt die systematischen Fehler der hier bestimmten Strahlasymmetrie dar. Zusätzlich sind Vorhersagen der 2 $\pi$ -MAID (schwarze Linie) und der BnGa-PWA (rote Linie: Lösung 2014-02, blaue Linie: neue Lösung, welche die neuen Daten zu  $\Sigma$  nicht enthält, wohl aber die neu extrahierten Targetasymmetrien und Doppelpolarisationsobservablen) dargestellt.

zu den GRAAL-Daten gab (zweites Energie-Bin,  $\cos\vartheta \rightarrow 1$  bzw. kleine  $m_{\pi^0\pi^0}$ ) sehr gut. Dies legt den Schluss nahe, dass die möglichen Abweichungen auf Akzeptanzeffekte in den GRAAL-Daten zurückzuführen sein könnten.

## 6.2. Vergleich mit PWA-Vorhersagen

Die 2 $\pi$ -MAID [FA05] macht Vorhersagen für die Targetasymmetrie als Funktion von  $\cos\vartheta$  bzw.  $m_q$  für  $E_\gamma < 1500$  MeV, dargestellt als schwarze Kurve in Abbildungen 5.37, 5.38, G.1 und G.2. Allerdings wird der Verlauf der aus den Experiment-Daten bestimmten Targetasymmetrie meist nicht wiedergegeben. Auch stimmt die Magnitude der vorhergesagten Observablen oft nicht mit der experimentell bestimmten überein.

Deutlich besser sieht die Vorhersage der BnGa-PWA [G<sup>+</sup>14b] aus, welche allerdings auch wesentlich neueren Datums ist und eine deutlich größere Datenbasis als Ausgang verwendet. Der Verlauf der Targetasymmetrien wird in allen kinematischen Abhängigkeiten im Energiebereich unter 1700 MeV durch die Vorhersage meist relativ gut beschrieben. Oberhalb von

1700 MeV treten teils deutliche Abweichung auf. So liegt die BnGa2014-Kurve in Abbildungen 5.37 – 5.40 meist deutlich unterhalb der Daten, in Abbildungen G.1 – G.4 meist darüber. Weitere Abweichungen gibt es bei  $T(\cos\vartheta_{\pi^0})$ , Abbildung G.1, und zum Teil  $T(\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0})$ , Abbildung 5.37, wo der Verlauf der Observablen nur näherungsweise übereinstimmt. Das erste Energie-Bin der Targetasymmetrie  $P_y(\phi_{\pi^0\pi^0}^*)$ , Abbildung 5.40 oben, ist ein Beispiel, wo die Amplitude näherungsweise, der vorhergesagte Verlauf der Observablen jedoch nicht mit der Messung übereinstimmt.

### 6.3. Die neue BnGa-Lösung

Die in dieser Arbeit präsentierten Polarisationsobservablen, bestimmt mittels des ereignisbasierten Maximum-Likelihood-Fits, wurden von der BnGa-PWA in einer neuen Analyse mit berücksichtigt. Aufbauend auf der BnGa-Lösung von 2014 [G<sup>+</sup>14b] wurden neue Daten verschiedener Kanäle (neben den hier gezeigten Polarisationsobservablen unter anderem differentielle Wirkungsquerschnitte in  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  [G<sup>+</sup>19], differentielle Wirkungsquerschnitte und Polarisationsobservablen in  $\gamma p \rightarrow p\eta$  [K<sup>+</sup>17, A<sup>+</sup>14, S<sup>+</sup>16, MHG<sup>+</sup>20],  $\gamma n \rightarrow n\eta$  [W<sup>+</sup>17a, W<sup>+</sup>17b] und  $\gamma p \rightarrow p\eta'$  [K<sup>+</sup>17, C<sup>+</sup>17] und Polarisationsobservablen in  $\gamma p \rightarrow \Sigma K$  [P<sup>+</sup>16] und  $\gamma p \rightarrow p\omega$  [R<sup>+</sup>18, R<sup>+</sup>19]) angepasst. Die sich ergebende Lösung ist in den vorangegangenen Abbildungen als blaue Kurve gezeigt.

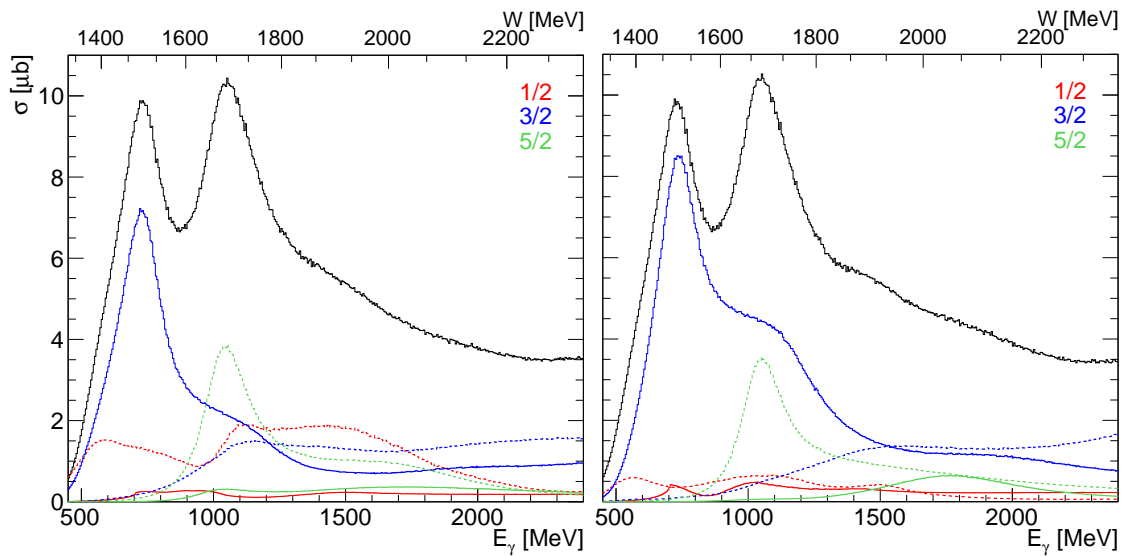


Abbildung 6.2.: Dominante Partialwellen in der BnGa2014-02 Lösung (links) und der neuen Lösung (rechts) [Nik20]. Verschiedene Drehimpulse sind in unterschiedlichen Farben, positive Paritäten als gestrichelte, negative als durchgezogene Linie dargestellt. Der totale Wirkungsquerschnitt ist als schwarze Linie eingezeichnet.

Im Vergleich der dominanten Partialwellen der BnGa-Lösungen (Abbildung 6.2) zeigt sich, dass in der neuen Lösung die  $3/2^-$ -Partialwelle, besonders um 1100 MeV, an Bedeutung gewinnt, während die  $1/2^+$ -Partialwelle weniger stark beiträgt. Viele kleinere Änderungen in

den Partialwellen sind weniger deutlich sichtbar, können aber dennoch große Auswirkungen auf die Resonanzeigenschaften haben.

Dass der totale Wirkungsquerschnitt beider Lösungen trotz unterschiedlicher Beiträge der Partialwellen, quasi identisch ist, zeigt nochmals, dass die Lösungen Uneindeutigkeiten enthalten und dass die Messung des Wirkungsquerschnitts alleine nicht ausreichend ist.

Im Vergleich der neuen BnGa-Lösung zur vorangegangenen Lösung zeigt sich eine deutliche Verbesserung der Beschreibung der experimentell bestimmten Observablen, insbesondere bei hohen Strahlenergien  $\gtrsim 1700$  MeV. Besonders deutlich ist dies bei  $T(\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0})$  in Abbildung 5.37 zu sehen, wo auch schon im Energie-Bin (1400 – 1700) MeV eine deutliche Verbesserung zu sehen ist.

Bei der Targetasymmetrie  $P_y(\phi_{\pi^0\pi^0}^*)$ , Abbildung 5.40, nähert sich die Amplitude im ersten Energie-Bin weiter den Daten an, der Verlauf wird aber durch die neue BnGa-Lösung weiterhin nicht beschrieben. Relativ wenig Änderung gibt es bei der Targetasymmetrie  $P_x(\phi_{\pi^0\pi^0}^*)$ , allerdings wurden hier die Daten schon durch die BnGa2014-02 recht gut beschrieben.

Ähnliches gilt auch für den Fall, dass  $p\pi^0$  die Zerfallsebene aufspannen, Abbildungen G.1 bis G.4. Die neue BnGa-Lösung beschreibt die Daten überall besser als die BnGa2014-02, besonders bei den hohen Energien. Nur in den Energie-Bins (750 – 850) MeV der Targetasymmetrie  $T(\cos \vartheta_{\pi^0})$ , Abbildung G.1, kann auch die neue Lösung den Peak bei  $\cos \vartheta \approx 0,35$  nicht beschreiben.

Bei den Doppelpolarisationsobservablen stimmt die neue PWA-Lösung, sowohl im  $\pi^0\pi^0$ -Fall (Abbildungen 5.41 bis 5.43), als auch im  $p\pi^0$ -Fall (Abbildungen G.5 bis G.7), (fast) überall besser mit den Daten überein, allerdings sind diese oftmals relativ nahe an Null mit verhältnismäßig großen statistischen Fehlern. Bei  $H(m_{\pi^0\pi^0})$ , Abbildung 5.41 rechts, ist im Energie-Bin (750 – 800) MeV eine deutliche Verbesserung sichtbar.

Beim Vergleich der PWA-Lösungen mit den 4-dimensionalen Polarisationsobservablen fällt auf, dass die sich ändernden Strukturen im 4-dimensionalen Phasenraum meist gut reproduziert werden. Eine deutliche Verbesserung gegenüber der BnGa2014-02 zeigt die neue Lösung bei  $P_y$  und kleinen  $m_{\pi^0\pi^0}$  (Abbildung H.1), allerdings wird hier im Energie-Bin (800 – 950) MeV der Verlauf der Targetasymmetrie nicht richtig wiedergegeben. Ein ähnliches Verhalten zeigt sich bei der Doppelpolarisationsobservable  $P_y^c$  ebenfalls bei kleinen  $m_{\pi^0\pi^0}$  im Energie-Bin (800 – 950) MeV und  $\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0} \rightarrow 1$ , Abbildung H.6.

### 6.3.1. Verzweigungsverhältnisse

Wie schon in Kapitel 1.1.1 angedeutet, können die Anregungen der Ortswellenfunktion eines Baryons in der Basis zweier harmonischer Oszillatoren ( $\varrho$  und  $\lambda$ ) entwickelt werden. Dabei kann die räumliche Anregungen als Anregung eines einzelnen harmonischen Oszillators (entweder  $\varrho$  oder  $\lambda$ ) auftreten oder als gleichzeitige Anregung beider Oszillatoren. Tabelle 6.1 gibt für  $N \leq 2$  an, welche Anregungen zu welcher Symmetrie der Ortswellenfunktion führt. Zusammen mit geeigneten Spin- und Flavourwellenfunktionen lässt sich (mit zusätzlicher antisymmetrischer Farbwellenfunktion) die antisymmetrische Gesamtwellenfunktion der Baryonen konstruieren.

Für Zustände mit  $N = 2n_\varrho + l_\varrho + 2n_\lambda + l_\lambda = 1$  kann offensichtlich nur ein Oszillator angeregt sein. Bei  $N = 2$  treten sowohl Wellenfunktionen mit nur einem einzelnen angeregten Oszillator (einfach radial angeregt,  $n_{\varrho/\lambda} = 1$ , oder zweifach orbital,  $l_{\varrho/\lambda} = 2$ ) auf, als auch solche, wo beide Oszillatoren angeregt sind (beide einfach orbital angeregt,  $l_\varrho = l_\lambda = 1$ ). Erstere



besitzen eine symmetrische oder gemischt-symmetrische Ortswellenfunktion, letztere eine antisymmetrische oder gemischt-antisymmetrische. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass eine Ortswellenfunktionen mit gemischter Symmetrie nicht alleine gemischt-symmetrisch oder gemischt-antisymmetrisch sein kann. Es liegt immer eine Linearkombination beider vor (siehe Tabelle 1.2). Somit haben diese Zustände sowohl Anteile bei denen nur ein Oszillator angeregt ist ( $M_S$ ), als auch Anteile bei denen beide angeregt sind ( $M_A$ ).

$N$	$L$	Raumsymmetrie	$[n_\rho l_\rho \times n_\lambda l_\lambda]$	N- und $\Delta$ -Resonanzen
0	0	S	$[0s \times 0s]$	$\Delta 3/2^+$ , N $1/2^+$
1	1	$M_S$	$[0s \times 0p]$	$\Delta 1/2^-, 3/2^-$
1	1	$M_A$	$[0p \times 0s]$	N $1/2^-, 3/2^-$ , N $1/2^-, 3/2^-, 5/2^-$
2	0	S	$\frac{1}{\sqrt{2}}[0s \times 1s] + \frac{1}{\sqrt{2}}[1s \times 0s]$	$\Delta 3/2^+$ , N $1/2^+$
2	0	$M_A$	$-[0p \times 0p]$	$\Delta 1/2^+$
2	0	$M_S$	$\frac{1}{\sqrt{2}}[0s \times 1s] - \frac{1}{\sqrt{2}}[1s \times 0s]$	N $1/2^+$ , N $3/2^+$
2	1	A	$[0p \times 0p]$	N $1/2^+$ , $3/2^+$
2	2	S	$\frac{1}{\sqrt{2}}[0s \times 0d] + \frac{1}{\sqrt{2}}[0d \times 0s]$	$\Delta 1/2^+, 3/2^+, 5/2^+, 7/2^+$ , N $3/2^+, 5/2^+$
2	2	$M_A$	$-[0p \times 0p]$	$\Delta 3/2^+, 5/2^+$
2	2	$M_S$	$\frac{1}{\sqrt{2}}[0s \times 0d] - \frac{1}{\sqrt{2}}[0d \times 0s]$	N $3/2^+, 5/2^+$ , N $1/2^+, 3/2^+, 5/2^+, 7/2^+$

Tabelle 6.1.: Ortswellenfunktion angeregter Zustände in der harmonischen Oszillatorbasis [KM12]. Um die nach dem Pauli-Prinzip geforderte Symmetrie der Gesamtwellenfunktion zu erhalten, muss eine Linearkombination aus den beiden gemischten Ortswellenfunktionen (zusammen mit geeigneten Spin- oder Flavourwellenfunktionen) gebildet werden (vgl. Tabelle 1.2). Die angegebenen N- und  $\Delta$ -Resonanzen beziehen sich jeweils auf die Linearkombination der gemischt-(anti)symmetrischen Wellenfunktionen.

In [T<sup>+</sup>15, S<sup>+</sup>15] wurde argumentiert, dass solche Zustände, bei denen beide Oszillatoren angeregt sind, mit höherer Wahrscheinlichkeit zunächst in Baryonen zerfallen, bei denen immer noch ein Oszillator angeregt ist, als dies Resonanzen tun, die nur einen angeregten Oszillator haben. Die Anregung baut sich also schrittweise ab und es entstehen sogenannte Kaskadenzerfälle. Zustände mit nur einem angeregten Oszillator zerfallen mit höherer Wahrscheinlichkeit direkt in den Grundzustand. Abbildung 6.3 soll dies veranschaulichen. Hier sind zweifach orbital angeregte Baryonen gezeigt, bei denen entweder ein Quark gegenüber den anderen beiden angeregt ist ( $\lambda$ -Oszillator, links im Bild), zwei Quarks gegeneinander angeregt und das dritte nicht angeregt ist ( $\rho$ -Oszillator, Mitte) oder alle drei Quarks relativ zueinander angeregt sind (beide Oszillatoren angeregt, rechts im Bild).

Um zu überprüfen, ob dieses Verhalten auch mit den Verzweungsverhältnissen der neuen, auf dem erweiterten Datensatz basierenden BnGa-Lösung Bestand hat, werden die verschiedenen Klassen von Verzweungsverhältnissen und Resonanzen betrachtet. Des Weiteren haben die neuen Verzweungsverhältnisse kleinere Unsicherheiten als die in [T<sup>+</sup>15, S<sup>+</sup>15]. Tabelle 6.2 listet die Verzweungsverhältnisse von Nukleon- und Deltaresonanzen auf, die sich aus der neuen BnGa-Lösung ergeben. Hierbei wird einerseits unterschieden zwischen Zerfällen in ein Pion plus einen Grundzustand (N(938),  $\Delta(1232)$ ) und Zerfällen, bei denen noch eine Anregung der Ortswellenfunktion vorhanden ist: Pion plus angeregtes Nukleon

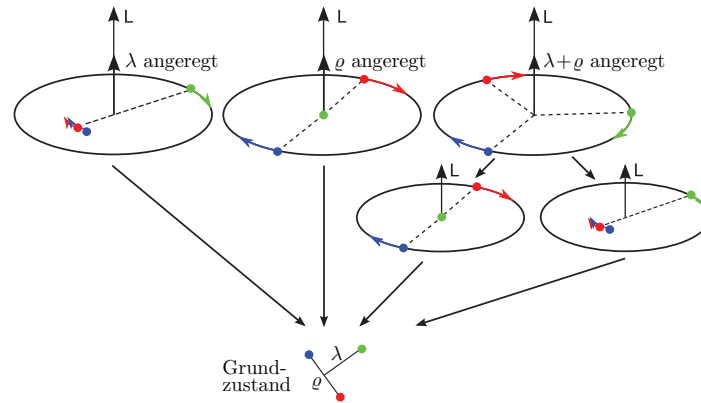


Abbildung 6.3.: Visualisierung der Orbitalanregungen der Baryonen mit  $L = 2$  im oberen Teil,  $L = 1$  in der Mitte und dem Grundzustand unten (aus [S<sup>+</sup>15]). Beim Zerfall von Anregungen, bei denen sowohl  $\lambda$  als auch  $\rho$  angeregt sind (rechter Teil), regt sich zunächst nur einer der Oszillatoren ab und das Baryon bleibt in einem angeregten Zustand.

(N(1440), N(1520), N(1535), N(1680)) bzw. Grundzustandsnukleon plus ein angeregtes Meson ( $\sigma$ , auch  $f_0(500)$  genannt). Zudem wird unterschieden, ob in der Ortswellenfunktion der Resonanz nur einer der beiden Oszillatoren angeregt ist, oder ob es zwei Anteile in der Wellenfunktion gibt. Ein Anteil mit nur einem angeregten Oszillator und einer mit beiden Oszillatoren angeregt (siehe Tabelle 6.1).

In Abbildung 6.4 sind die Verzweungsverhältnisse aus Tabelle 6.2 für die Zerfälle in die Grundzustände (N(938) oder  $\Delta(1232)$ ) und die angeregten Zustände mit  $l = 1$  im Nukleon (N(1520), N(1535)) oder Meson ( $\sigma$ ) veranschaulicht und deren Unterscheidung in verschiedenen Farben dargestellt. Es zeigt sich, dass Resonanzen bei denen nur ein Oszillator angeregt ist, deutlich größere Verzweungsverhältnisse in  $N\pi$  oder  $\Delta\pi$  haben als in die angeregten Zustände, N(1520) $\pi$ , N(1535) $\pi$  oder  $N\sigma$ , dargestellt als schwarze Punkte und rote Quadrate in Abbildung 6.4. Der Mittelwert der Verzweungsverhältnisse dieser Resonanzen in die Grundzustände  $N\pi$  und  $\Delta\pi$  beträgt etwa 58 %, während es für Zerfälle in die angeregten Zustände nur weniger als 5 % sind. Bei den Resonanzen mit zusätzlichen Anteilen der Wellenfunktion, bei denen beide Oszillatoren angeregt sind, sieht dies anders aus (blaue Punkte und grüne Quadrate in Abbildung 6.4): Sie zerfallen im Mittel zu etwa 30 % (blau) in die Grundzustandsbaryonen und zu etwa 19 % (grün) in die angeregten Resonanzen. Dies ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass Resonanzen, mit Anteilen der Ortswellenfunktion mit gleichzeitiger  $\lambda$ - und  $\rho$ -Anregung, in der Tat vermehrt über angeregte Zwischenzustände ( $l \neq 0$ ) zerfallen.

Um auszuschließen, dass die im Mittel geringere Masse der Resonanzen in der ersten Hälfte von Tabelle 6.2 eine Ursache des geringeren Verzweungsverhältnis in angeregte Nukleonen ist, wurden die vier  $\Delta 1/2^+ - 7/2^+$ -Resonanzen bei etwa 1900 MeV mit den vier N  $1/2^+ - 7/2^+$ -Resonanzen, ebenfalls bei etwa 1900 MeV, verglichen. Die  $\Delta$ -Resonanzen, welche nur einen angeregten Oszillator haben, zerfallen im Mittel mit etwa 48 % in die Grundzustandsbaryonen  $N\pi/\Delta\pi$  und etwa 2 % in die oben genannten angeregten Zustände. Bei den Nukleonen, welche zusätzlich Anteile in der Wellenfunktion haben, bei denen beide Oszillatoren angeregt sind, sind die entsprechenden mittleren Verzweungsverhältnisse etwa 36 % und 18 %.

		$N\pi$	$L$	$\Delta\pi$	$L < J$	$\Delta\pi$	$L > J$	$N(1440)\pi$	$L$	$N(1520)\pi$	$L$	$N(1535)\pi$	$L$	$N(1680)\pi$	$L$	$N\sigma$	$L$
ein Oszillator	$N(1535)1/2^-$	$48\pm 4$	0	x		$3.5\pm 1.4$	2	$4\pm 3$	0	-	1	-	1	-	2	$3\pm 2$	1
	$N(1520)3/2^-$	$59\pm 3$	2	$12\pm 4$	0	$7\pm 2$	2	$< 1$	2	-	1	-	1	-	2	$7\pm 3$	1
	$N(1650)1/2^-$	$50\pm 4$	0	x		$4\pm 3$	2	$8\pm 6$	0	-	1	-	1	-	2	$5\pm 3$	1
	$N(1700)3/2^-$	$9\pm 5$	2	$63\pm 6$	0	$5\pm 4$	2	$3\pm 2$	2	$< 2$	1	$< 1$	1	-	2	$10\pm 4$	1
	$N(1675)5/2^-$	$40\pm 1$	2	$8\pm 5$	2	-	4	-	2	-	1	-	3	-	0	$4\pm 2$	3
	$\Delta(1620)1/2^-$	$34\pm 4$	0	x		$28\pm 12$	2	$4\pm 2$	0	-	1	-	1	-	2	x	
	$\Delta(1700)3/2^-$	$19\pm 4$	2	$48\pm 15$	0	$6\pm 4$	2	$4\pm 3$	2	$4\pm 2$	1	$3\pm 2$	1	-	2	x	
ein Oszillator	$N(1720)3/2^+$	$14\pm 3$	1	$22\pm 12$	1	$4\pm 3$	3	$< 2$	1	$2\pm 2$	0	$< 2$	2	-	1	$5\pm 3$	2
	$N(1680)5/2^+$	$64\pm 3$	3	$9\pm 3$	1	$6\pm 2$	3	-	3	$< 1$	2	-	2	-	1	$14\pm 4$	2
	$\Delta(1910)1/2^+$	$10\pm 3$	1	x		$33\pm 12$	1	$6\pm 4$	1	-	0	$< 2$	2	-	3	x	
	$\Delta(1920)3/2^+$	$9\pm 3$	1	$20\pm 10$	1	$45\pm 12$	3	$6\pm 4$	1	$6\pm 5$	0	$2\pm 2$	2	-	1	x	
	$\Delta(1905)5/2^+$	$13\pm 1$	3	$12\pm 8$	1	-	3	-	3	-	2	$< 1$	2	$6\pm 4$	1	x	
	$\Delta(1950)7/2^+$	$46\pm 1$	3	$4\pm 2$	3	-	5	-	3	-	2	-	4	$5\pm 4$	1	x	
gemischte Oszillationen	$N(1710)1/2^+$	$5\pm 3$	1	x		$14\pm 7$	1	$< 2$	1	$< 2$	2	$20\pm 6$	0	-	3	$15\pm 7$	0
	$\Delta(1750)1/2^+$	$13\pm 3$	1	x		$22\pm 10$	1	$40\pm 15$	1	-	0	$< 2$	2	-	3	x	
	$N(2100)1/2^+$	$10\pm 5$	1	x		$25\pm 12$	1	-	1	$< 2$	2	$12\pm 6$	0	-	3	$18\pm 6$	0
	$N(1880)1/2^+$	$6\pm 3$	1	x		$35\pm 10$	1	-	1	-	2	$8\pm 3$	0	-	3	$22\pm 9$	0
	$N(1900)3/2^+$	$3\pm 2$	1	$14\pm 6$	1	$20\pm 10$	3	$3\pm 2$	1	$10\pm 6$	0	$7\pm 3$	2	-	1	$6\pm 3$	2
	$N(2000)5/2^+$	$6\pm 3$	3	$14\pm 7$	1	$20\pm 12$	3	-	1	$13\pm 8$	2	-	2	$14\pm 7$	1	$8\pm 5$	2
	$N(1990)7/2^+$	$1.5\pm 0.5$	3	$25\pm 10$	3	-	5	$< 2$	1	$< 2$	1	$< 2$	4	-	1	-	4
gemischte Oszillationen	$N(1895)1/2^-$	$8\pm 2$	0	x		$7\pm 4$	2	$4\pm 4$	0	-	1	-	1	-	2	$26\pm 11$	1
	$N(1875)3/2^-$	$3\pm 2$	2	$11\pm 5$	0	$5\pm 3$	2	$3\pm 2$	2	$< 2$	1	$< 1$	1	-	2	$27\pm 10$	1
	$\Delta(1900)1/2^-$	$5\pm 2$	0	x		$18\pm 10$	2	$10\pm 8$	0	$5\pm 3$	1	-	1	-	2	x	
	$\Delta(1940)3/2^-$	$7\pm 3$	0	$25\pm 12$	0	$7\pm 5$	2	$3\pm 2$	2	$8\pm 3$	1	$12\pm 4$	1	-	2	x	
	$N(2120)3/2^-$	$6\pm 3$	2	$24\pm 15$	0	$9\pm 6$	2	$4\pm 4$	2	$11\pm 5$	1	$10\pm 5$	1	-	2	$8\pm 4$	1
	$N(2060)5/2^-$	$6\pm 2$	2	$8\pm 3$	2	$5\pm 3$	4	$5\pm 3$	2	$15\pm 5$	1	-	3	$14\pm 6$	0	$5\pm 3$	3
	$N(2190)7/2^-$	$17\pm 2$	4	$15\pm 6$	2	-	4	-	4	-	3	-	3	-	2	$6\pm 3$	3

Tabelle 6.2.: Verzweigungsverhältnisse für Nukleon- und Delta-Resonanzen in Prozent [Sar19]. x bezeichnet einen verbotenen Übergang. Einträge mit “-” ergaben sehr kleine Werte im PWA-Fit und wurden auf Null gesetzt, um eine unnötig große Zahl freier Parameter zu vermeiden.

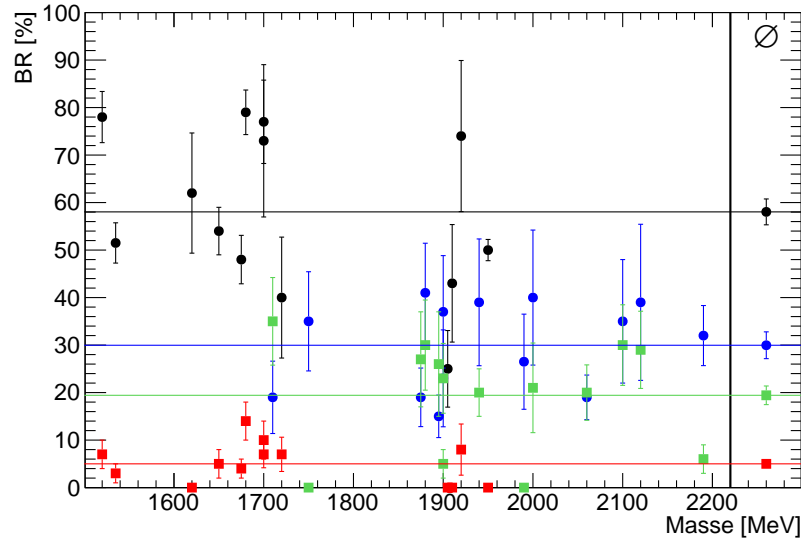


Abbildung 6.4.: Graphische Darstellung der Verzweigungsverhältnisse (BR) von  $N$ - und  $\Delta$ -Resonanzen aus Tabelle 6.2. Verzweigungsverhältnisse von Resonanzen, bei denen nur ein Oszillator angeregt ist, in die Grundzustände  $N\pi$  oder  $\Delta\pi$  sind als schwarze Punkte, in die angeregten Zustände,  $N(1520)\pi$ ,  $N(1535)\pi$  oder  $N\sigma$ , als rote Quadrate dargestellt. Für Resonanzen mit gemischten Oszillatoranregungen, sind die Verzweigungsverhältnisse in die Grundzustände  $N\pi/\Delta\pi$  als blaue Punkte und in die oben genannten angeregten Zustände als grüne Quadrate dargestellt. Zusätzlich sind die Mittelwerte der Verzweigungsverhältnisse am rechten Rand und als farbige Linie eingezeichnet.

Also ist auch hier der Zerfall in die angeregten Zustände deutlich erhöht gegenüber Zuständen, wie den obengenannten  $\Delta$ -Resonanzen, deren Wellenfunktion nur einen angeregten Oszillator haben. Der Massenunterschied scheint folglich nicht der Grund für das erhöhte Verzweigungsverhältnis in die angeregten Nukleonen zu sein.

Resonanzen, bei denen die Ortswellenfunktion nur Anteile hat, bei denen beide Oszillatoren angeregt sind ( $N = 2$ ,  $L = 1$  in Tabelle 6.1), haben eine antisymmetrische Ortswellenfunktion und befinden sich somit z.B. im Spin-Flavour 20-plet. Solche Zustände sind bislang experimentell noch nicht zweifelsfrei gefunden worden. Eine mögliche Erklärung dafür liefert die Hypothese, dass solche Zustände dominant über Kaskaden zerfallen, denn im Umkehrschluss sollten diese Zustände dominant auch nur in mehr-stufigen Prozessen erzeugt werden können. In einstufige Prozesse, wie z.B.  $\pi N$  oder  $\gamma N$ , könnten die Zustände des 20-plets dann nur sehr schwierig produziert werden. Eine Möglichkeit Zustände des 20-plets zu erzeugen, wäre eine direkte Anregung eines Zustandes mit  $N = 3$  und  $L = 3$ , welcher in einen 20-plet Zustand und ein Pion zerfällt. Der 20-plet Zustand würde dann über zwei weitere Zwischenzustände kaskadierend zerfallen und ein  $p\pi^0\pi^0\pi^0$ -Endzustand entstehen.

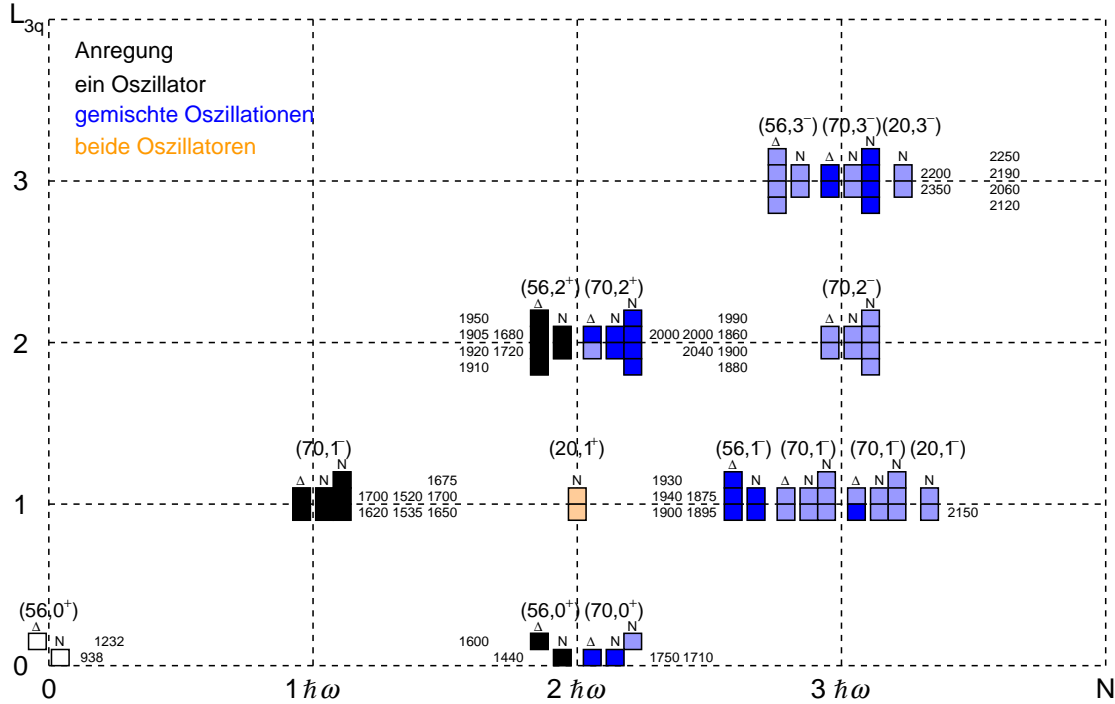


Abbildung 6.5.: Supermultipletts der  $SU(6) \otimes O(3)$ -Symmetrie aufgetragen in Orbitalanregung  $L_{3q}$  gegen Hauptquantenzahl  $N$  des  $3q$ -Systems. Betrachtet werden hier nur die  $N$ - und  $\Delta$ -Zustände. Resonanzen mit nur einem angeregten Oszillator in der Ortswellenfunktion sind in schwarz dargestellt, Resonanzen, deren Ortswellenfunktion beide Oszillatoren angeregt hat, in orange und Resonanzen mit beiden Anteilen in blau. Zustände, welche noch nicht experimentell gefunden wurden, sind leicht heller dargestellt. Nominelle Massen der experimentell gefundenen Resonanzen sind nebenstehend in MeV angegeben. Die Zuordnung der Resonanzen zu den Multipletts ist nicht eindeutig.

### 6.3.2. Bestätigung der Existenz einer zweiten $\Delta 1/2^+$ -Resonanz

Bei den ersten  $\Delta$ -Anregungen mit positiver Parität oberhalb der  $\Delta(1232)$  handelt es sich im Quarkmodell zunächst um eine reine radiale Anregung ( $n_\lambda = 1, n_\rho = 0$  oder  $n_\lambda = 0, n_\rho = 1$  bei  $l_\lambda = l_\rho = 0$ ). Da die Raumsymmetrie, ebenso wie die Flavoursymmetrie, hier symmetrisch ist (vgl. Tabelle 6.1), sollte der Quarkspin  $S_q = 3/2$  betragen und somit eine  $\Delta 3/2^+$  entstehen. Dies ist die wohletablierte  $\Delta(1600)3/2^+$  im  $(56, 0^+)$ -Multiplett in Abbildung 6.5. Des Weiteren wird ein Quartett von rein orbital angeregten ( $l_\lambda = 2, l_\rho = 0$  oder  $l_\lambda = 0, l_\rho = 2$  bei  $n_\lambda = n_\rho = 0$ )  $\Delta$ -Zuständen erwartet (ebenfalls symmetrische Ortswellenfunktion,  $(56, 2^+)$ -Multiplett). Dieses wird mit den ebenfalls wohletablierten  $\Delta(1910)1/2^+$ ,  $\Delta(1920)3/2^+$ ,  $\Delta(1905)5/2^+$  und  $\Delta(1950)7/2^+$  identifiziert.

Allerdings sind für die  $\Delta$ -Resonanzen auch gemischtsymmetrische Ortswellenfunktionen möglich (vgl. Tabelle 6.1, Zustände bei  $N = 2$ ), bei denen neben dem Anteil der Wellenfunktion mit einem radial oder orbital angeregten Oszillator auch ein Anteil existiert, bei dem beide Oszillatoren gleichzeitig angeregt sind ( $l_\lambda = l_\rho = 1$ ). Aufgrund der gemischt-symmetrischen

Ortswellenfunktion, sollte der Quarkspin  $S = 1/2$  betragen, also eine  $\Delta 1/2^+$  ( $L_{\lambda\oplus\varrho} = 0$ ,  $(\mathbf{70}, 0^+)$ -Multiplett) und ein Dublett,  $\Delta 3/2^+, \Delta 5/2^+$  ( $L_{\lambda\oplus\varrho} = 2$ ,  $(\mathbf{70}, 2^+)$ -Multiplett), entstehen. Diese Zustände sind weit weniger etabliert, siehe auch Abbildung 1.4. Für die  $\Delta 1/2^+$  gibt es als Kandidaten die  $\Delta(1750)1/2^+$ , welcher die Particle Data Group einen Stern ( $\star$ , “Evidence of existence is poor.”) gibt [T<sup>+</sup>18]. Des Weiteren führt die Particle Data Group eine  $\Delta(2000)5/2^+$  mit zwei Sternen ( $\star\star$ , “Evidence of existence is fair.”) auf. Für die  $\Delta 3/2^+$  gibt es bislang keinen Kandidaten.

In der neuen BnGa-Lösung konnte die Existenz der  $\Delta(1750)1/2^+$  bestätigt werden. Für eine gute Beschreibung der Daten werden in der  $\Delta 1/2^+$ -Partialwelle zwei Resonanzen benötigt: eine bei  $(m, \Gamma) = (1762 \text{ MeV}, 262 \text{ MeV})$  und die zweite bei  $(m, \Gamma) = (1937 \text{ MeV}, 390 \text{ MeV})$ , angegeben ist jeweils die Polposition. Eigenschaften der beiden Resonanzen sind in Tabelle 6.3 zusammen mit den Resonanzeigenschaften der alten BnGa-Lösung und den Werten der Particle Data Group aufgeführt. Für die  $\Delta(1750)1/2^+$  gibt die Particle Data Group keine eigenen Werte an. Hier sei auf eine Multi-Channel-Analyse verwiesen [VDL00], welche ebenfalls zwei  $\Delta 1/2^+$ -Pole angibt: eine bei  $(m, \Gamma) = (1714 \text{ MeV}, 68 \text{ MeV})$  und die zweite bei  $(1880 \text{ MeV}, 496 \text{ MeV})$ .

	neue BnGa-Lösung		PDG	BnGa2014-02
	$\Delta(1750)1/2^+$	$\Delta(1910)1/2^+$	$\Delta(1910)1/2^+$	$\Delta(1910)1/2^+$
$M$	$(1762 \pm 18) \text{ MeV}$	$(1937 \pm 24) \text{ MeV}$	$(1830 - 1890) \text{ MeV}$	$(1840 \pm 40) \text{ MeV}$
$\Gamma$	$(262 \pm 26) \text{ MeV}$	$(390 \pm 36) \text{ MeV}$	$(200 - 400) \text{ MeV}$	$(370 \pm 60) \text{ MeV}$
$N\pi$	$(13 \pm 3) \%$	$(10 \pm 3) \%$	$(15 - 30) \%$	$(12 \pm 3) \%$
$\Delta\pi$	$(22 \pm 10) \%$	$(33 \pm 12) \%$	$(34 - 66) \%$	$(50 \pm 16) \%$
$\Sigma K$	$(12 \pm 5) \%$	$(4 \pm 3) \%$	$(4 - 14) \%$	
$N(1440)\pi$	$(40 \pm 15) \%$	$(6 \pm 4) \%$	$(3 - 9) \%$	$(6 \pm 3) \%$

Tabelle 6.3.: Eigenschaften der beiden  $\Delta 1/2^+$ -Resonanzen [Sar19]. Zum Vergleich sind die Eigenschaften der  $\Delta(1910)1/2^+$  wie sie die Particle Data Group [T<sup>+</sup>18] angibt und aus der BnGa2014-Lösung [S<sup>+</sup>15] aufgeführt. Für die  $\Delta(1750)$  gibt die Particle Data Group keine eigenen Werte an.

Verglichen mit der BnGa2014 Lösung, welche nur eine  $\Delta 1/2^+$ -Resonanz bei 1840 MeV mit einer Breite von 370 MeV aufwies<sup>1</sup>, bedeutet dies, dass sich die  $\Delta(1910)$  in zwei Resonanzen aufspaltet: eine bei deutlich tieferer Masse (1762 MeV), die andere höher (1937 MeV), wobei der Abstand zwischen beiden in etwa gleich der Breite der Resonanzen (262 MeV und 390 MeV) ist. Die bislang verfügbaren Daten erlaubten eine Unterscheidung der beiden  $\Delta 1/2^+$  offenbar nicht. Dies war erst mit den neuen Daten, insbesondere den  $p\pi^0\pi^0$ -Daten, aber z.B. auch den  $\Sigma K$ -Photoproduktionsdaten, möglich.

Es liegt nahe, die Resonanz niedrigerer Masse mit der  $\Delta(1750)1/2^+$  und die höherer Masse mit der  $\Delta(1910)1/2^+$  zu identifizieren. Dafür sprechen auch die Verzweigungsverhältnisse: Die Ortswellenfunktion der  $\Delta(1910)1/2^+$  entspricht einer Anregung nur eines Oszillators, womit Zerfälle in die Grundzustände dominant zu erwarten sind, konsistent zum Ergebnis der PWA-Lösung, vgl. Tabelle 6.3. Die  $\Delta(1750)1/2^+$  hat auch Anteile der Ortswellenfunktion in denen beide Oszillatoren angeregt sind, womit ein signifikantes Verzweigungsverhältnis

<sup>1</sup>Wobei ein zweiter Pol bei 2100 MeV eingeführt worden war um eine gute Konvergenz des Fits zu erhalten. Die Parameter dieser Resonanz waren jedoch nicht gut bestimmt und ihre Existenz fraglich.

in einen angeregten Zwischenzustand zu erwarten wäre. In der Tat wurde ein hohes Verzweigungsverhältnis (40 %) für den Zerfall in  $N(1440)\pi$  gefunden. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass die Ortswellenfunktion der  $N(1440)$  keine Orbitalanregung sondern eine Radialanregung enthält. In [T<sup>+</sup>15] wird diese Art des Zerfalls mit einem Auger-artigen Prozess erklärt: Einer der beiden Oszillatoren regt sich durch den Zerfall ab, der andere kann seine Anregung von orbital in radial umwandeln.

Die Massen der beiden Pole wurden ebenfalls mit sogenannten Massenscans bestimmt, bei denen ausgehend von der besten Lösung der PWA eine Resonanz bei fester Masse hinzugefügt wird. Die Masse der Resonanz wird fixiert, während alle anderen Parameter des Fits frei sind. Abbildung 6.6 zeigt die Änderung des  $\chi^2$  der Lösung in Abhängigkeit der fixierten Resonanzmasse für die tiefliegende (in rot) sowie die höhere  $\Delta 1/2^+$ -Resonanz (in blau).

Bei den Fits für die Massenscans ist die Masse der einen  $\Delta 1/2^+$ -Resonanz fest, die Masse der anderen ist frei, verändert sich aber nur wenig (Größenordnung  $\approx 20$  MeV).

In den Daten des  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$ -Kanals hat es den Anschein, als würde sich das Minimum des Massenscans der jeweils anderen Resonanz annähern. Die  $\pi^0$ -Photoproduktionsdaten für sich genommen scheinen also eine einzelne  $\Delta 1/2^+$ -Resonanz zu präferieren. Dies ist ähnlich zur BnGa2014-Lösung, welche nur eine (breite)  $\Delta 1/2^+$ -Resonanz zwischen den beiden hier gefundenen Resonanzen beinhaltet.

Daten verschiedener Reaktionen, wie z.B. die elastische  $\pi N$ -Streuung, sind kompatibel mit der Existenz zweier Resonanzen, obwohl keine weiteren Daten dieser Reaktion in der neuen BnGa-Lösung berücksichtigt wurden.

In allen in Tabelle 6.3 aufgeführten Endzuständen<sup>2</sup> sind zwei  $\Delta\chi^2$ -Minima zu sehen. Eine Ausnahme bildet die schon erwähnte  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$ -Reaktion, wohingegen die ebenfalls dem  $N\pi$ -Endzustand angehörigen  $\gamma p \rightarrow n\pi^+$ - und  $\pi N \rightarrow \pi N$ -Reaktionen Minima für beide Resonanzen aufweisen. Dabei liegt in letzterem Kanal das Minimum der höheren Resonanz bei etwas größeren Massen.

Die unterschiedlichen  $\Delta\chi^2$ -Werte sind, zumindest zum Teil, darauf zurückzuführen, dass die Größe der Datenbasis verschieden ist. So gehört der  $p\pi^0$ -Endzustand zu den am besten untersuchten Kanälen und viele Daten zu Wirkungsquerschnitten und Polarisationsobservablen liegen mit guter Phasenraumabdeckung vor. Obwohl im  $p\pi^0\pi^0$ -Kanal nur verhältnismäßig wenig Daten zu Polarisationsobservablen existieren, sind deutliche Minima in den Massenscans zu sehen, was auf die Sensitivität des  $p\pi^0\pi^0$ -Endzustandes auf die  $\Delta 1/2^+$ -Resonanzen (aufgrund des relativ hohen Verzweigungsverhältnisses, vgl. Tabelle 6.3) zurückzuführen ist.

---

<sup>2</sup> $\Delta(1232)$  und  $N(1440)$  zerfallen dominant in  $N\pi$ , sodass für  $\Delta\pi$  und  $N(1440)\pi$  ein  $N\pi\pi$ -Endzustand entsteht.

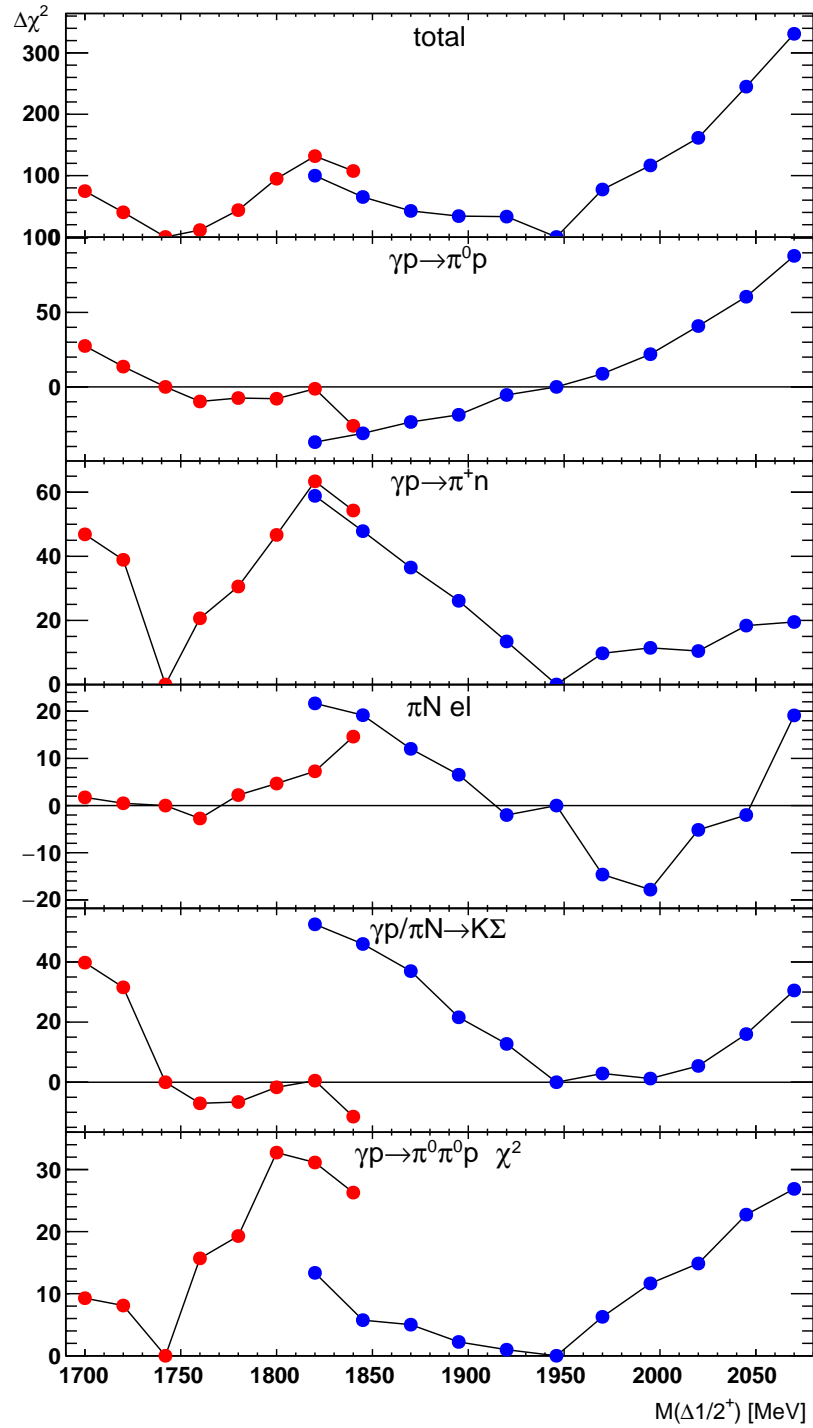


Abbildung 6.6.: Massenscans der  $\Delta 1/2^+$ -Partialwelle (Daten aus [Nik19]). Für jeden roten (blauen) Punkt ist die Masse der niedrigeren (höheren)  $\Delta 1/2^+$ -Resonanz auf den jeweiligen Wert fixiert. Alle anderen Resonanzen sind im Fit frei. Die resultierende Änderung des  $\chi^2$  zum globalen Minimum ( $\Delta\chi^2 = 0$ ) ist aufgetragen.



# Kapitel 7.

## Zusammenfassung und Ausblick

Ein wichtiger Schritt auf dem Weg die Quantenchromodynamik (QCD) im nicht-störungstheoretisch behandelbaren Bereich zu verstehen, ist die Untersuchung des Anregungsspektrums der Baryonen. Diese wird dadurch erschwert, dass die Breite der Baryonresonanzen in der Größenordnung der Abstände untereinander liegt (oder sogar größer ist), was dazu führt, dass die Resonanzen stark überlappen und zudem interferieren können. Somit ist die Messung eines (unpolarisierten) Wirkungsquerschnitts alleine nicht ausreichend, um Resonanzbeiträge zu bestimmen. Folglich muss zusätzliche Information im Experiment gewonnen werden. Dies geschieht, indem die Spinfreiheitsgrade der beteiligten Teilchen ausgenutzt werden, also Polarisationsobservablen gemessen werden, um mit Hilfe einer Partialwellenanalyse die Resonanzeigenschaften zu bestimmen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Daten des CBELSA/TAPS-Experiments, aufgenommen mit linear polarisiertem Photonenstrahl und transversal polarisiertem Butanol-Target, analysiert. Es wurden etwa 268.000 Ereignisse im Energiebereich  $650 \text{ MeV} < E_\gamma < 2600 \text{ MeV}$  des Kanals  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$  selektiert. Der mittlere Untergrundanteil beträgt dabei etwa 1,5%. Der Anteil der an unpolarisierbaren Kohlenstoff- und Sauerstoffkernen produzierten Ereignisse konnte mittels Messung an einem reinen Kohlenstoff-Target bestimmt werden. Der verbleibende Anteil der an polarisierbaren Wasserstoffkernen produzierten Ereignissen wird mit Hilfe des sogenannten Dilutionfaktors beschrieben, welcher mit der Methode der nächsten Nachbarn ereignisweise bestimmt wurde und somit in einem ereignisbasierten Maximum-Likelihood-Fit direkt verwendet werden konnte.

Der ereignisbasierte Maximum-Likelihood-Fit erlaubte es, die Targetasymmetrien  $T$ , bzw.  $P_x$  und  $P_y$ , im Bereich der Strahlenergie von (650 – 2600) MeV und die Doppelpolarisationsobservablen  $\hat{P}$  und  $H$ , bzw.  $P_x^s, P_y^s, P_x^c$  und  $P_y^c$ , im Bereich von (650 – 950) MeV in Abhängigkeit verschiedener kinematischer Variablen ( $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}, m_{\pi^0\pi^0}, \phi_{\pi^0\pi^0}^*, \theta_{\pi^0\pi^0}^*$ , bzw.  $\cos\vartheta_{\pi^0}, m_{p\pi^0}, \phi_{p\pi^0}^*, \theta_{p\pi^0}^*$ ) zu extrahieren. Dies stellt die erste Messung dieser Polarisationsobservablen in der  $2\pi^0$ -Photoproduktion dar.

Des Weiteren konnten die Targetasymmetrien in einem Strahlenergiebereich von 650 MeV bis 1250 MeV und die Doppelpolarisationsobservablen bis 950 MeV erstmalig vierdimensional, als Funktion von  $E_\gamma, \cos\vartheta, m_q$  und  $\phi^*$ , bestimmt werden.

Die hier bestimmten Observablen wurden, zusammen mit weiteren neu veröffentlichten Daten (siehe Kapitel 6.3), in die BnGa-Partialwellenanalyse aufgenommen. Damit ließ sich eine Vielzahl von Verzweigungsverhältnissen mit erhöhter Genauigkeit bestimmen und die Hypothese untermauern, dass Resonanzen, welche Anteile der Wellenfunktion haben, bei denen beide Oszillatoren angeregt sind (vgl. Kapitel 6.3.1), deutlich wahrscheinlicher über Kaskaden mit angeregten Baryonen oder Mesonen zerfallen als das Resonanzen tun, die nur Anteile in ihrer Wellenfunktion haben, bei denen nur ein Oszillator angeregt ist. Sollte sich diese

Hypothese als korrekt erweisen, so wäre das ein wichtiger Hinweis darauf, dass die Freiheitsgrade der Baryonen einer 3-Quark-Struktur folgen und nicht einer Quark-Diquark-Struktur. Des Weiteren zeigt die neue PWA-Lösung zwei Pole in der  $\Delta 1/2^+$ -Partialwelle. Die erste Resonanz bei einer Masse von etwa 1762 MeV könnte mit der  $\Delta(1750)1/2^+$ , deren Existenz bislang nur wenig gesichert war, identifiziert werden, die zweite Resonanz bei 1937 MeV mit der  $\Delta(1910)1/2^+$ , einer  $\star\star\star\star$ -Resonanz.

Um die Datenbasis zu erweitern und die Eigenschaften von Resonanzen höherer Massen zu bestimmen, sind weitere Messungen mit linear polarisiertem Strahl und transversal polarisiertem Target am CBELSA/TAPS-Experiment geplant bzw. wurden bereits durchgeführt. Eine bei höheren Energien liegende kohärente Kante erlaubt es, die Extraktion von Doppelpolarisationsobservablen zu höheren Strahlenergien hin fortzusetzen und dort die statistischen Unsicherheiten der Targetasymmetrien zu verringern.

Zusätzlich wurde ein Datensatz mit hoher Statistik am (unpolarisierten) Wasserstoff-Target mit linear polarisiertem Photonenstrahl aufgenommen. Strahlpolarisationsobservablen in Multi-Meson-Endzustände werden hier im Rahmen weiterer Doktorarbeiten ( $p\pi^0\pi^0$ : [Mah20],  $p\pi^0\eta$ : [Urf20]) analysiert.

Mit Hilfe dieser Daten können Uneindeutigkeiten in den PWA-Lösungen weiter aufgelöst werden und so zum Verständnis von stark gebundenen Systemen der QCD im Baryonensektor beigetragen werden.

# Anhang A.

## Vorzeichen der Observablen

Vermutlich musste jeder, der mit der Extraktion von Polarisationsobservablen zu tun hat, früher oder später die verwendete Vorzeichenkonvention überprüfen. Dies wird im Besonderen dadurch erschwert, dass es in der Literatur verschiedene Konventionen gibt, die zu Unterschieden in den Vorzeichen führen (vgl. [SHKL11]). Weiter verkompliziert wird dies durch Vorzeichen oder Spiegelungen, welche durch die kinematischen Variablen hervorgerufen werden, in denen die Polarisationsobservablen aufgetragen werden. Manche dieser Vorzeichen oder Spiegelungen mögen offensichtlich sein (z.B. Auftragung gegen  $\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}$  anstelle von  $\cos \vartheta_p$  spiegelt die  $\cos \vartheta$ -Achse), andere allerdings weit weniger (z.B.  $\varphi_{\pi^0\pi^0}$  anstelle von  $\varphi_p$  zu verwenden, ändert nur das Vorzeichen von Observablen mit  $\varphi$ -, nicht jedoch mit  $2\varphi$ -Abhängigkeit). Dieses Kapitel soll dabei helfen, die Effekte aufzuzeigen, welche unterschiedliche kinematische Variablen oder Definitionen auf die Polarisationsobservablen haben. Somit soll ein Vergleich verschiedener Polarisationsdaten untereinander oder mit PWA-Vorhersagen erleichtert werden.

### Definition der Observablen

Da es verschiedene Konventionen für die Definition der Polarisationsobservablen in der Literatur gibt, kann es leicht zu Verwirrungen kommen, wenn Ergebnisse verglichen werden, die unterschiedliche Konventionen verwenden. Natürlich sollte jede Publikation die verwendete Konvention definieren oder zitieren. Allerdings können Ambiguitäten verbleiben oder Definitionen aus Quellen mit verschiedenen Konventionen finden Verwendung. Aus diesem Grund haben die Autoren von [SHKL11] die Observablen auf konsistente und in sich geschlossener Art hergeleitet und mit den meist verwendeten Konventionen in der Literatur verglichen.

### Definition der Polarisationsvektoren

In einigen Arbeiten (z.B. [Sok12]) wird der Winkel zwischen der (linearen) Strahlpolarisation und der Reaktionsebene mit einem zusätzlichen Versatz von  $90^\circ$  definiert. Dies führt zu einem Vorzeichen bei den Observablen mit einer  $2\phi$ -Abhängigkeit und dem Vertauschen von  $\sin$  und  $\cos$  in denen mit einer einfachen  $\phi$ -Abhängigkeit.

$$\begin{aligned} \phi \rightsquigarrow \phi - 90^\circ &\Rightarrow \begin{aligned} \sin \phi &\rightsquigarrow \sin(\phi - 90^\circ) = \cos \phi \\ \cos \phi &\rightsquigarrow \cos(\phi - 90^\circ) = \sin \phi \\ \sin 2\phi &\rightsquigarrow \sin(2\phi - 180^\circ) = -\sin 2\phi \\ \cos 2\phi &\rightsquigarrow \cos(2\phi - 180^\circ) = -\cos 2\phi \end{aligned} \end{aligned}$$

### Wahl der kinematischen Variablen

Werden die Observablen gegen  $\cos \vartheta^{\text{CMS}}$  aufgetragen, gibt es zwei Möglichkeiten für die Wahl von  $\vartheta$ : Entweder wird das rückstoßende Teilchen (z.B. das Proton) verwendet, oder die Summe der beiden Teilchen in der Zerfallsebene (z.B. die Pionen). Da im CMS der Vektor des Rückstoßteilchens entgegengesetzt steht zum Summenvektor der Teilchen in der Zerfallsebene, führt dies zu einem Vorzeichen im  $\cos \vartheta^{\text{CMS}}$ .

$$\cos \vartheta_{\text{p}}^{\text{CMS}} = \cos(180^\circ - \vartheta_{\pi^0\pi^0}^{\text{CMS}}) = -\cos(-\vartheta_{\pi^0\pi^0}^{\text{CMS}}) = -\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}^{\text{CMS}}$$

Ebenso existiert diese Möglichkeit für die Observablen mit einer  $\phi$ -Abhängigkeit (lineare Strahlpolarisation). Dies führt zu einem Vorzeichen in einigen (aber nicht allen) Fällen:

$$\begin{aligned} \phi_{\text{p}} \rightsquigarrow \phi_{\pi^0\pi^0} &\Rightarrow \begin{aligned} \sin \phi_{\text{p}} &\rightsquigarrow \sin \phi_{\pi^0\pi^0} = \sin(\phi_{\text{p}} - 180^\circ) = -\sin \phi_{\text{p}} \\ \cos \phi_{\text{p}} &\rightsquigarrow \cos \phi_{\pi^0\pi^0} = \cos(\phi_{\text{p}} - 180^\circ) = -\cos \phi_{\text{p}} \\ \sin 2\phi_{\text{p}} &\rightsquigarrow \sin 2\phi_{\pi^0\pi^0} = \sin(2\phi_{\text{p}} - 360^\circ) = \sin 2\phi_{\text{p}} \\ \cos 2\phi_{\text{p}} &\rightsquigarrow \cos 2\phi_{\pi^0\pi^0} = \cos(2\phi_{\text{p}} - 360^\circ) = \cos 2\phi_{\text{p}} \end{aligned} \end{aligned}$$

Für den theoretischen Physiker mag die Wahl des Winkels  $\phi$  zur Reaktionsebene eindeutig sein, der Experimentalphysiker hingegen präpariert die experimentellen Größen (wie die Strahlpolarisation) jedoch im Laborsystem. Letzteres ist für alle Ereigniskinematiken gleich, während die Reaktionsebene durch die Kinematik für jedes Ereignis neu festgelegt wird. Somit muss die Lage der Reaktionsebene an den gemessenen Größen der Endzustandsteilchen festgemacht werden (vgl. auch Abbildung 5.2), für die es eben mehrere Möglichkeiten gibt. Oft wird die  $\phi$ -Abhängigkeit nicht explizit ausgeschrieben, sondern nur durch die anderen kinematischen Variablen impliziert. Zum Beispiel impliziert  $\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}$  oder  $m_{\pi^0\pi^0}$  die Verwendung von  $\phi_{\pi^0\pi^0}$ , allerdings ist dies nicht garantiert.

### Definition von $\phi^*$ und $\theta^*$

Die Definition des Winkels  $\phi^*$  in Gleichung 5.13a ist eindeutig. Mit zwei unterschiedlichen Teilchen in der Zerfallsebene allerdings, gibt es zwei Möglichkeiten,  $\phi^*$  zu definieren: relativ zum Proton (dies soll hier mit  $\phi_{\text{p}\pi^0}^*$  bezeichnet werden) oder relativ zum Pion ( $\phi_{\pi^0\text{p}}^*$ ). Der einzige Unterschied zu Gleichung 5.13a ist hierbei, welches Pion mit dem Proton getauscht wurde. Dies führt zu einem Versatz im Winkel  $\phi^*$ .

$$\begin{aligned} \cos \phi_{\text{p}\pi^0}^* &= -\cos \phi_{\pi^0\text{p}}^* \\ \sin \phi_{\text{p}\pi^0}^* &= -\sin \phi_{\pi^0\text{p}}^* \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \phi_{\text{p}\pi^0}^* = \pi + \phi_{\pi^0\text{p}}^*$$

Die Situation bei  $\theta^*$  ist etwas komplizierter. Hier gibt es ebenso zwei Möglichkeiten, wenn p und  $\pi^0$  die Zerfallsebene aufspannen ( $\theta_{\text{p}\pi^0}^*$ , zum Proton hin gemessen und  $\theta_{\pi^0\text{p}}^*$ , zum Pion hin gemessen). Aber hier existiert keine einfache Beziehung zwischen  $\theta_{\text{p}\pi^0}^*$  und  $\theta_{\pi^0\text{p}}^*$ . Wie in Abbildung A.1 gezeigt, ist die einzige Bedingung, dass die Summe beider Winkel maximal  $180^\circ$  beträgt.

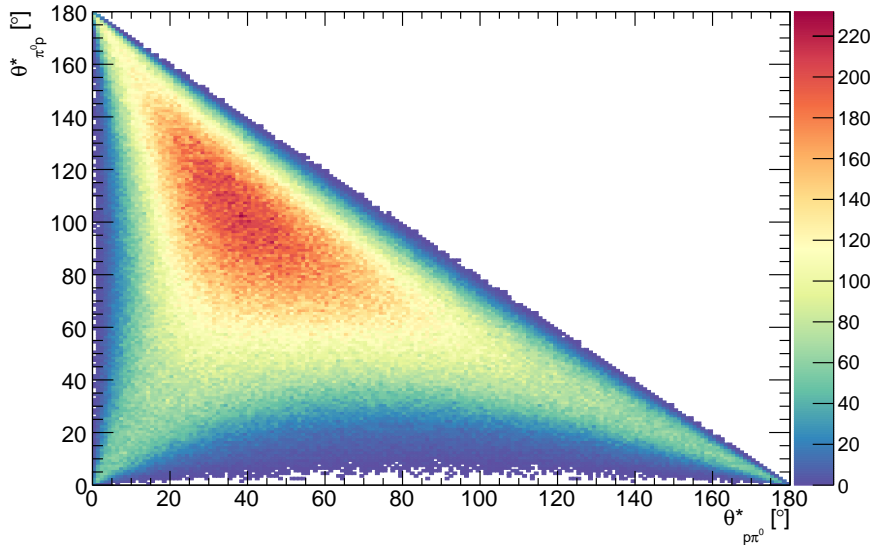


Abbildung A.1.: Relation zwischen  $\theta_{p\pi^0}^*$  und  $\theta_{\pi^0 p}^*$ .

Folglich ist die eindeutigste Art eine einzelne Observable anzugeben die Form

$$+P_y(E_\gamma, \cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}, m_{\pi^0\pi^0}, \phi_{\pi^0\pi^0}^*, \theta_{\pi^0\pi^0}^*) \Lambda \sin(\beta - \varphi_{\pi^0\pi^0}),$$

statt nur

$$+P_y \Lambda_y.$$

Andererseits ist dies sehr länglich und besonders mit mehreren Observablen recht unübersichtlich. Außerdem ist die allgemeinste Form des Wirkungsquerschnitts der Photoproduktion pseudoskalarer Mesonen (Gleichung 1.6) schon fast eine halbe Seite lang. Somit wird die ausführlichste Form wohl kaum benutzt werden.

Operation	Effekt	betroffene Observablen <sup>1</sup>
Definitionen	Vorzeichen	verschiedene (siehe [SHKL11])
$\phi \rightsquigarrow \phi - 90^\circ$	Vorzeichen $\sin \phi \longleftrightarrow \cos \phi$	$\Sigma, G, P, H, O_{x'}, O_{z'}$ $T, P, H, F, T_{x'}, T_{z'}$
$\cos \vartheta_p \rightsquigarrow \cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}$	Vorzeichen auf der $\cos \vartheta$ -Achse	alle
$\phi_p \rightsquigarrow \phi_{\pi^0\pi^0}$	Vorzeichen	$T, P, H, F, T_{x'}, T_{z'}$
$\phi_{p\pi^0}^* \rightsquigarrow \phi_{\pi^0 p}^*$	$\phi^*$ Versatz von $180^\circ$	alle
$\theta_{p\pi^0}^* \rightsquigarrow \theta_{\pi^0 p}^*$	keine einfache Relation	alle

Tabelle A.1.: Effekte der verschiedenen Operationen auf die Observablen.

Tabelle A.1 fasst die Effekte zusammen, die die hier diskutierten verschiedenen Konventionen und Definitionen auf die Observablen haben.

<sup>1</sup>Nur führender Term in Gleichung 1.6 oder zweiter Term falls die Messung der Rückstoßpolarisation vermieden werden kann.



## Anhang B.

### Abhängigkeit der Grenzen der kinematischen Schnitte

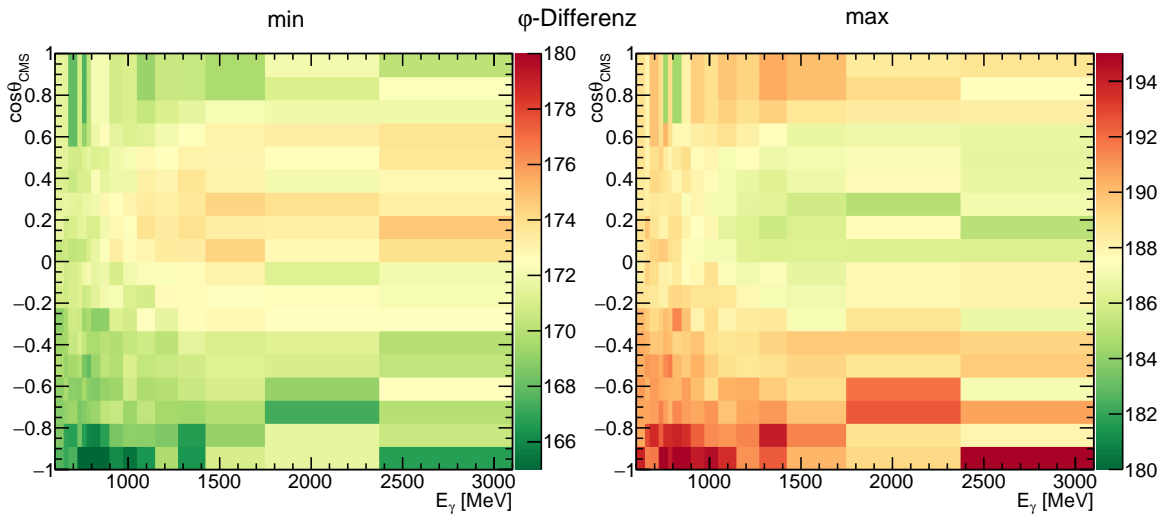


Abbildung B.1.: Kinematische Schnittgrenzen der  $\varphi$ -Differenz in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}$ . Zu beachten ist, dass etwa 90 % der selektierten Daten im Bereich  $E_\gamma \lesssim 1400$  MeV liegt.

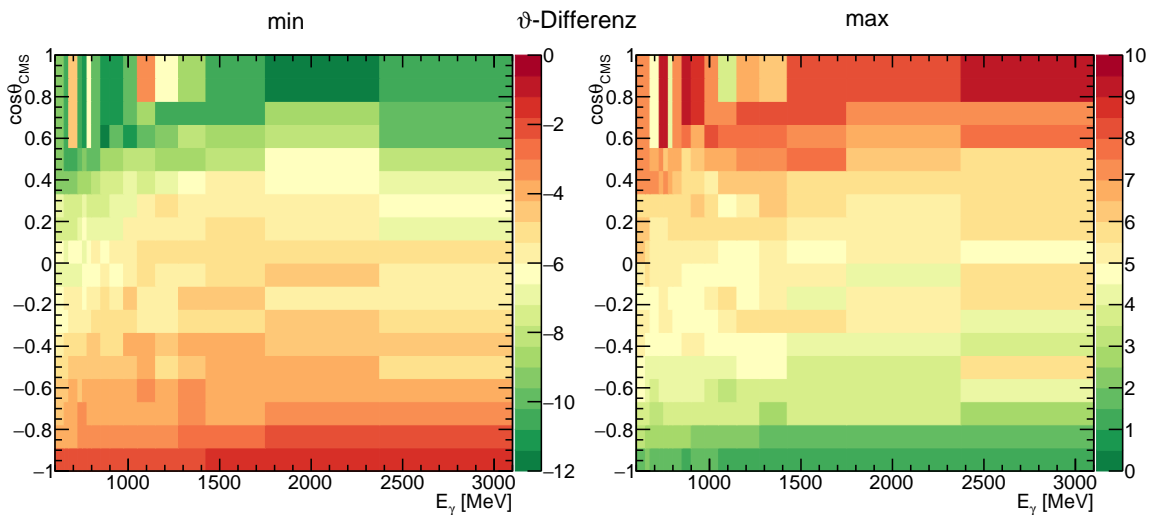


Abbildung B.2.: Kinematische Schnittgrenzen der  $\vartheta$ -Differenz in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0}$ . Zu beachten ist, dass etwa 90 % der selektierten Daten im Bereich  $E_\gamma \lesssim 1400$  MeV liegt.

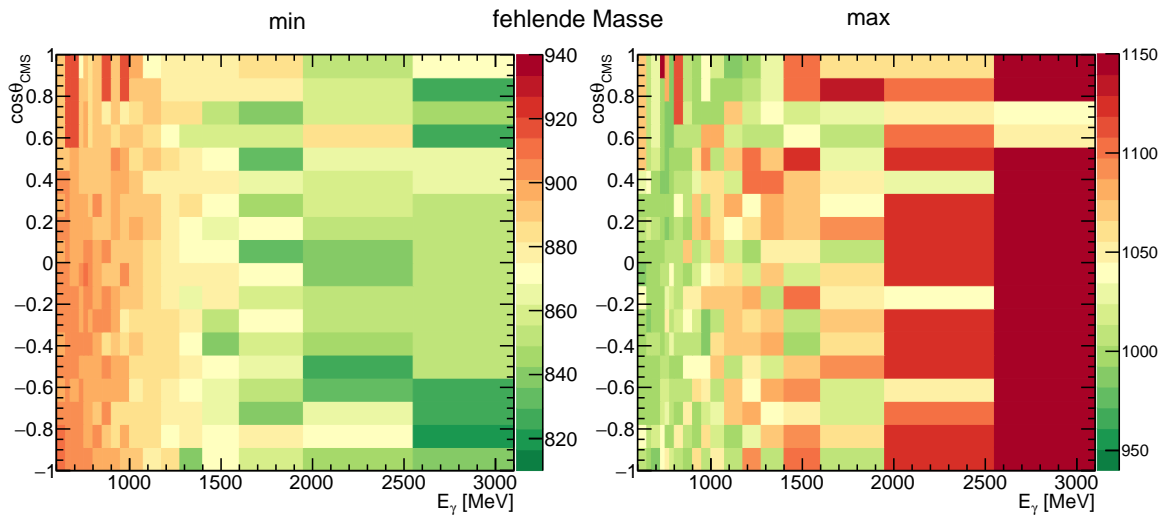


Abbildung B.3.: Kinematische Schnittgrenzen der fehlenden Masse in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$ . Zu beachten ist, dass etwa 90 % der selektierten Daten im Bereich  $E_\gamma \lesssim 1400$  MeV liegt.

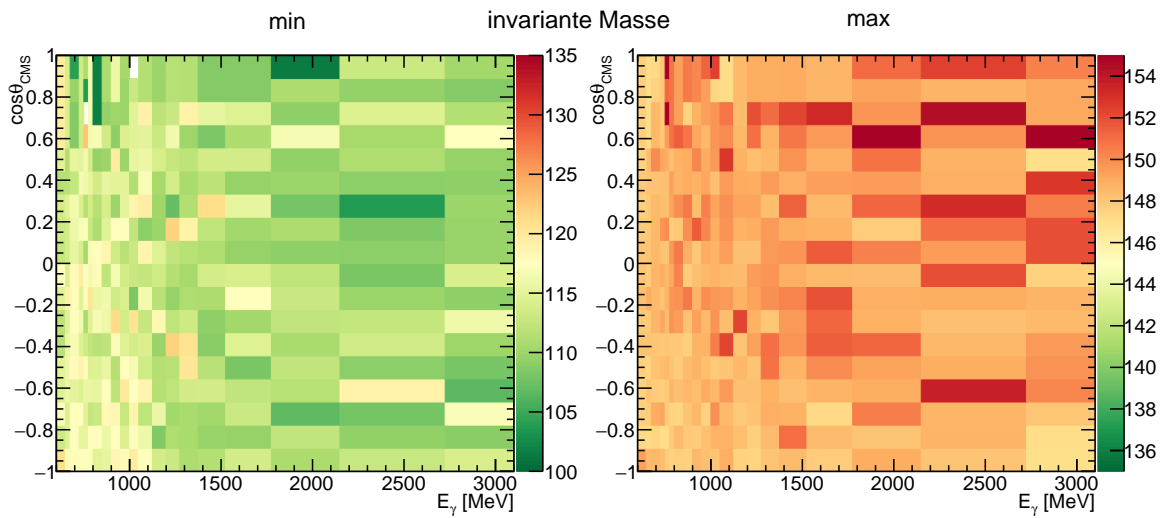


Abbildung B.4.: Kinematische Schnittgrenzen der invarianten Masse der Photonenpaare in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$ . Zu beachten ist, dass etwa 90 % der selektierten Daten im Bereich  $E_\gamma \lesssim 1400$  MeV liegt.



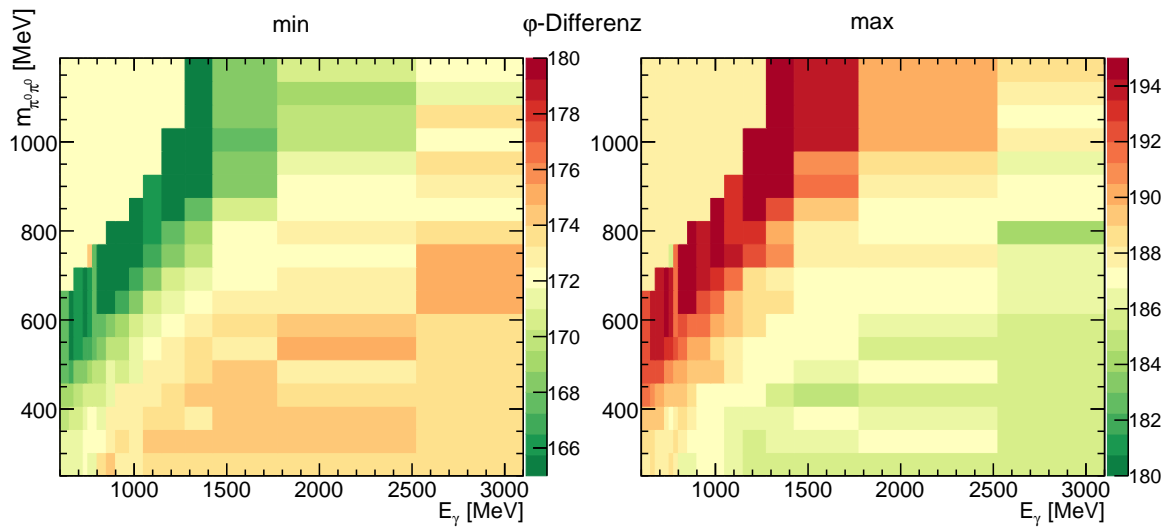


Abbildung B.5.: Kinematische Schnittgrenzen der  $\varphi$ -Differenz in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $m_{\pi^0\pi^0}$ . Zu beachten ist, dass etwa 90 % der selektierten Daten im Bereich  $E_\gamma \lesssim 1400$  MeV liegt.

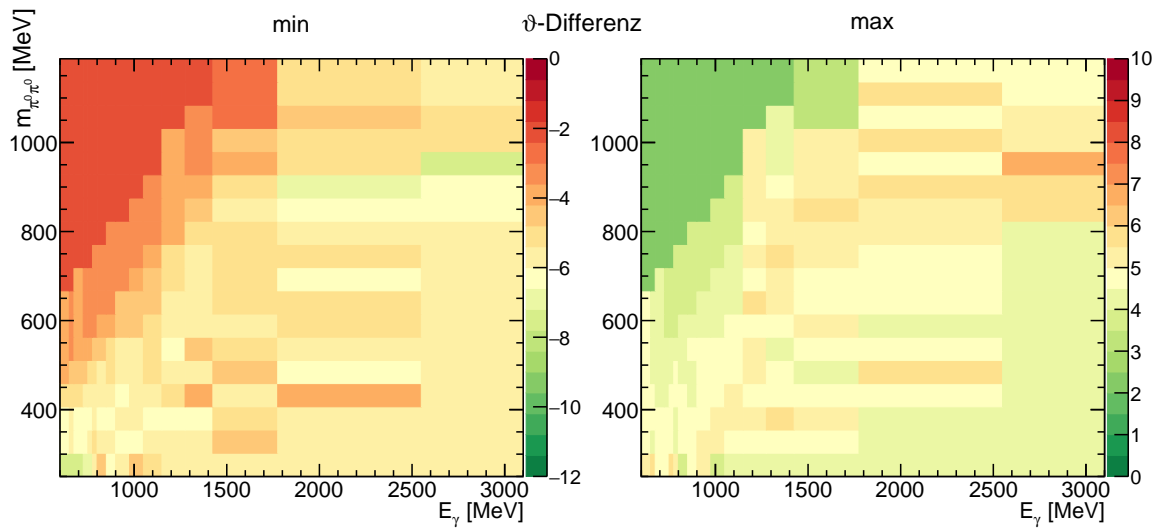


Abbildung B.6.: Kinematische Schnittgrenzen der  $\vartheta$ -Differenz in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $m_{\pi^0\pi^0}$ . Zu beachten ist, dass etwa 90 % der selektierten Daten im Bereich  $E_\gamma \lesssim 1400$  MeV liegt.

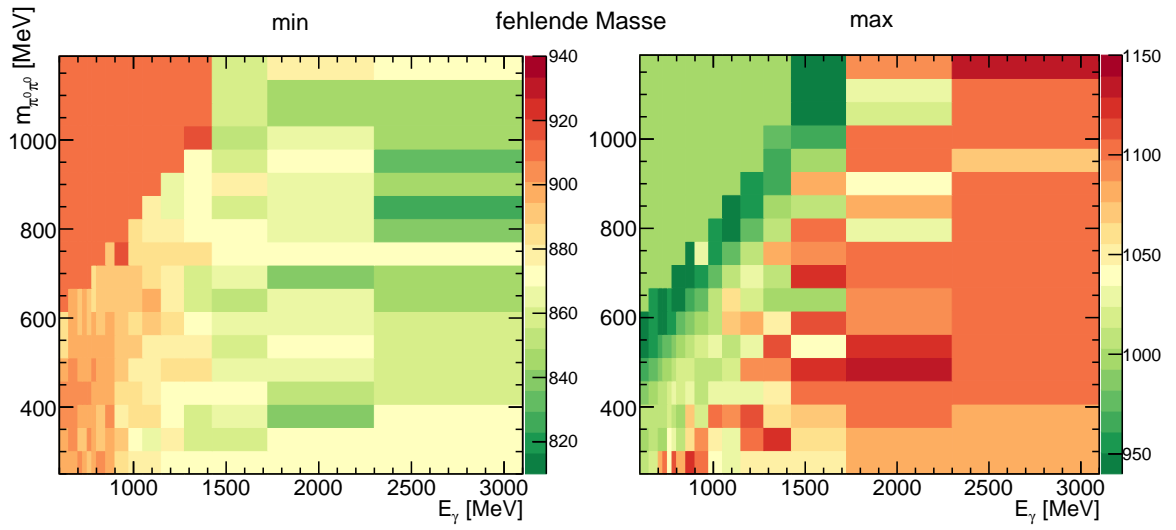


Abbildung B.7.: Kinematische Schnittgrenzen der fehlenden Masse in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $m_{\pi^0\pi^0}$ .

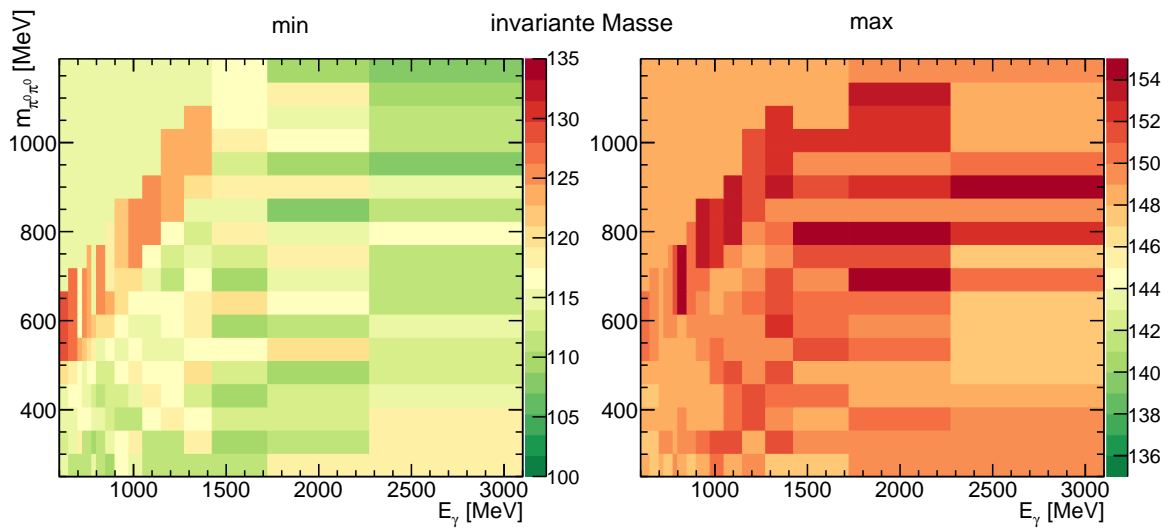


Abbildung B.8.: Kinematische Schnittgrenzen der invarianten Masse der Photonenpaare in Abhängigkeit von  $E_\gamma$  und  $m_{\pi^0\pi^0}$ .

## Anhang C.

### Skalierung der Fehler für den kinematischen Fit

Reaktion	Strahlphoton		MiniTAPS		Vorwärtskomus		Crystal-Barrel			
	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$		
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\pi^0$	3,50	3,45	1,90	1,55	1,95	1,25	1,40	2,85	1,00	1,35
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\eta$	3,80	3,60	2,00	1,15	1,15	2,45	1,60	3,00	1,70	1,60
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\gamma\gamma$	6,00	6,00	2,00	1,00	1,00	2,10	1,00	2,00	1,10	1,00

Tabelle C.1.: Werte der Fehlerskalierung für Wasserstoff-Daten.

Reaktion	Strahlphoton		MiniTAPS		Vorwärtskomus		Crystal-Barrel			
	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$		
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\pi^0$	3,00	3,00	1,90	1,00	1,00	1,70	1,00	1,80	1,00	1,00
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\eta$	2,80	2,80	1,90	1,05	1,05	1,60	1,08	1,75	1,10	1,00
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\gamma\gamma$	2,00	2,00	1,20	0,50	0,60	1,20	0,70	1,20	0,90	0,45

Tabelle C.2.: Werte der Fehlerskalierung für simulierte Daten.

## C.1. Skalierung der Fehler zur Untersuchung des systematischen Fehlers

Um die Auswirkungen falscher Skalierungsfaktoren auf die Polarisationsobservablen zu untersuchen, wurden die Daten einmal mit deutlich zu groß skalierten Fehlern und einmal mit zu klein skalierten Fehlern selektiert. Werte der Skalierungsfaktoren finden sich in Tabellen C.3 und C.4.

Reaktion	Strahlphoton		MiniTAPS		Vorwärtskonus		Crystal-Barrel				
	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$			
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\pi^0$	8,00	8,00	2,70	2,7	2,90	3,3	2,15	2,15	3,60	2,05	2,00
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\eta$	8,00	8,00	2,80	2,10	2,10	3,00	2,40	2,20	3,20	2,50	2,20

Tabelle C.3.: Werte der Fehlerskalierung für deutlich zu große Fehler.

Reaktion	Strahlphoton		MiniTAPS		Vorwärtskonus		Crystal-Barrel				
	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$	$\sqrt{E}$	$\vartheta$			
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\pi^0$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$\gamma p \rightarrow xp\pi^0\eta$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabelle C.4.: Werte der Fehlerskalierung für zu kleine Fehler.

Die resultierenden Konfidenzniveaueverteilungen sind in Abbildung C.1 gezeigt wo ein deutlicher Anstieg für hohes Konfidenzniveau bei zu großen Fehlern (links) und ein deutlicher Abfall für zu kleine Fehler (rechts) zu erkennen ist.

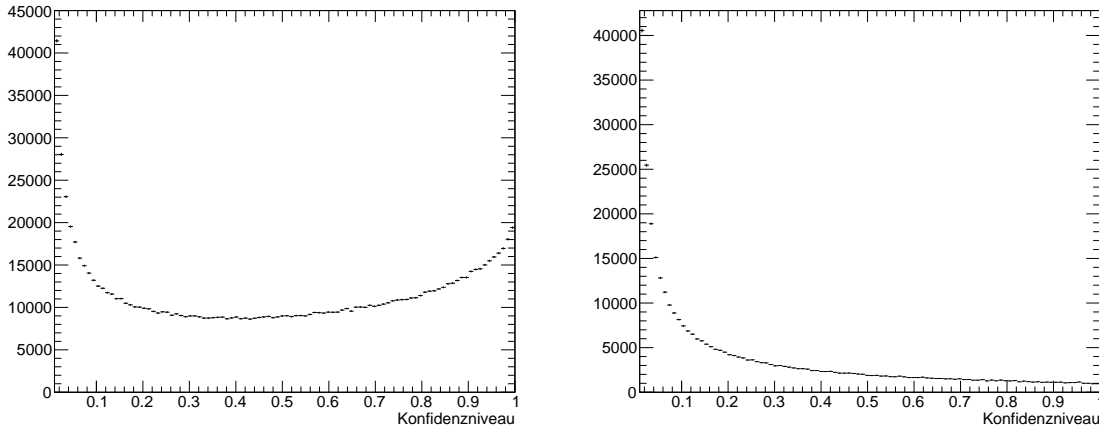


Abbildung C.1.: Konfidenzniveaueverteilungen für schlecht eingestellte Pullverteilungen. Links mit zu groß und rechts mit zu klein eingestellten Fehlern.

Trotz der deutlich falsch eingestellten Fehler sind die Auswirkungen auf die Polarisationsobservablen gering. Der direkte Vergleich des Produkts des Dilutionfaktors mit der Targetasymmetrie  $dT(\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0})$  ist in Abbildung C.2 gezeigt, links für zu groß und rechts für zu klein eingestellte Pullverteilungen.

Abbildung C.3 zeigt die absoluten Differenzen der Targetasymmetrie  $dT(\cos \vartheta_{\pi^0\pi^0})$  mit schlecht eingestellten Pullverteilungen zu den gut eingestellten. In beiden Fällen folgt die Verteilung in etwa einer Normalverteilung mit Mittelwert Null. Da im Falle der zu kleinen Fehler deutlich weniger Ereignisse selektiert werden, machen sind hier statistische Schwankungen mehr bemerkbar. Dies führt zu der größeren Breite der Verteilung im Vergleich zum Fall der zu großen Fehler. Um diesen Effekt zu vermeiden, müsste auf den Fehler der Differenz normiert werden, wobei aber wieder das Problem auftaucht, dass die Korrelation der Daten unbekannt ist. Wird der gleiche Ansatz wie in Kapitel 5.4.3 (mit maximaler Korrelation) gewählt, so ergeben sich in beiden Fällen Breiten von fast 1,4 und weiterhin Mittelwerte verträglich mit Null. Aus Letzterem lässt sich schließen, dass der systematische Fehler aufgrund der Fehlerskalierung vernachlässigbar ist. Die größere Breite ist (neben der unbekannt genauen Korrelation) darauf zurückzuführen, dass die schlecht eingestellten Fehler größere Abweichungen zur Folge haben als rein aus statistischen Schwankungen zu erwarten.

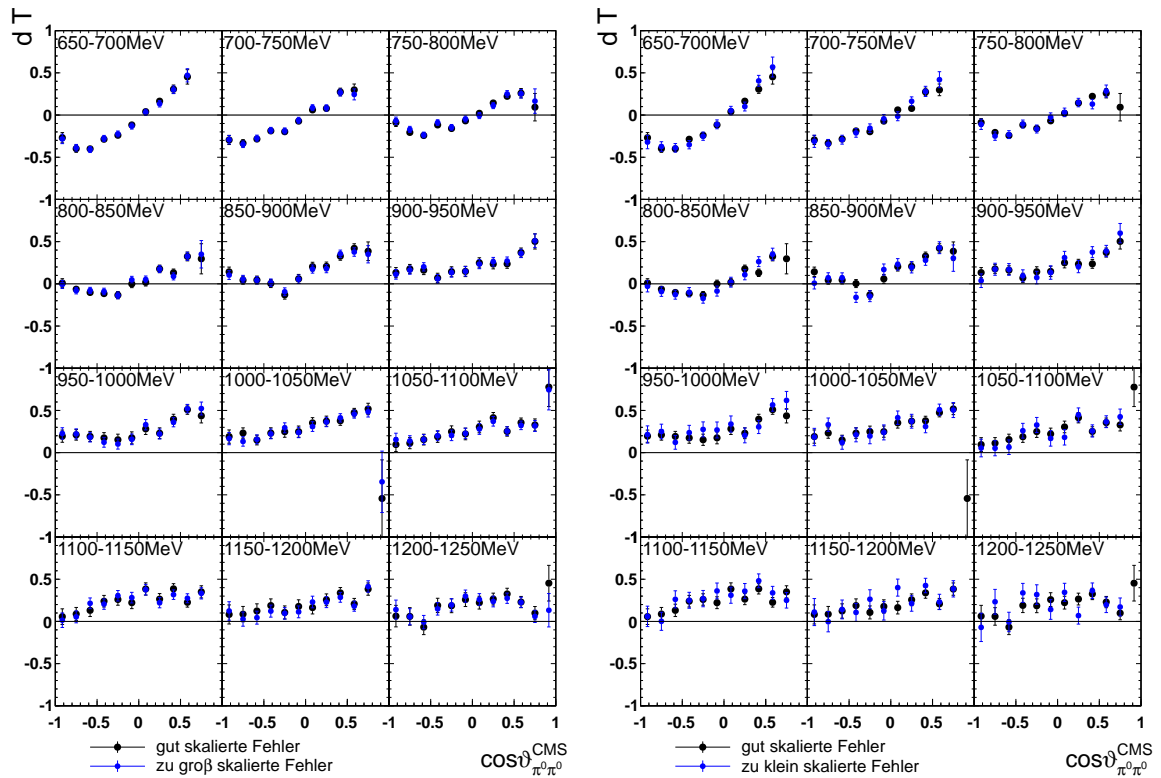


Abbildung C.2.: Dilutionfaktor multipliziert mit Targetasymmetrie aus den Daten mit gut eingestellten und mit schlecht eingestellten Pullverteilungen. Links mit zu groß und rechts mit zu klein eingestellten Fehlern.

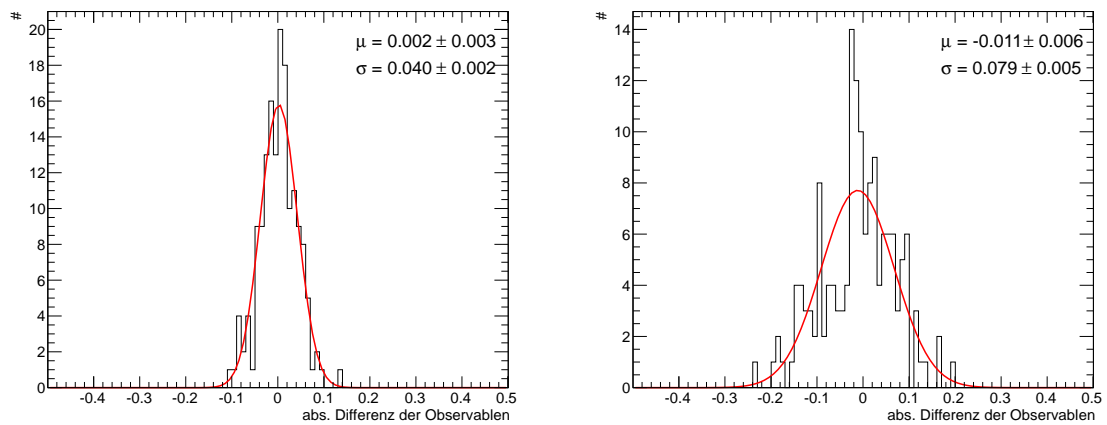


Abbildung C.3.: Abweichung der Targetasymmetrie aus den Daten mit schlecht eingestellten Pullverteilungen zu denen mit gut eingestellten. Links mit zu groß und rechts mit zu klein eingestellten Fehlern. Die Kurve stellt eine gebinnte Likelihood-Anpassung einer Normalverteilung dar.

## C.2. Einfluss des Targets auf den kinematischen Fit

Wie in Kapitel 4.4 beschrieben, wurden die Pullverteilungen mit Daten des Flüssig-Wasserstoff-Targets eingestellt. Dieses hat eine Länge von etwa 5 cm im Gegensatz zum Butanol-Target, welches nur 2 cm lang ist. Hier soll untersucht werden welchen Einfluss die unterschiedliche Targetlänge auf die Konfidenzniveaueverteilungen hat.

Dazu wurden Monte-Carlo-Daten mit unterschiedlicher Targetlänge (2 cm und 5 cm) simuliert und mit den gleichen MC-Fehlerskalierungswerten (eingestellt am 2 cm Butanol-Target, siehe Abhang C) analysiert. Abbildung C.4 zeigt die beiden Konfidenzniveaueverteilungen.

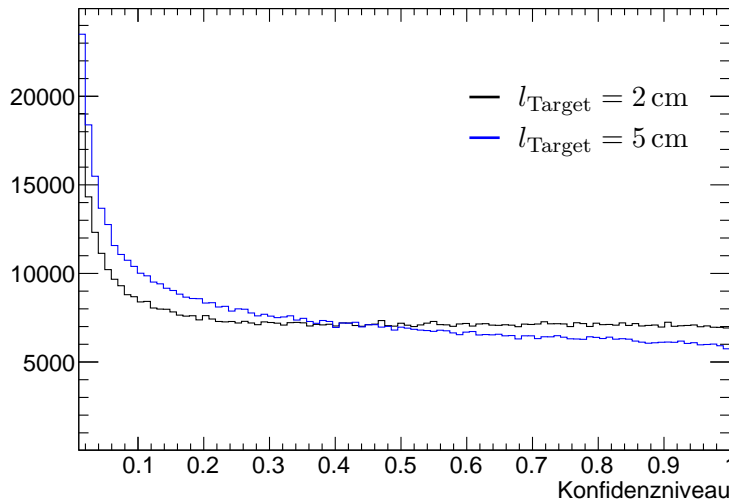


Abbildung C.4.: Einfluss der Targetlänge auf das Konfidenzniveau bestimmt anhand von Monte-Carlo-Daten. Die Fehlerskalierung wurde mit dem 2 cm langen Target eingestellt.

Die größere Targetlänge führt zu einer leichten Verschlechterung des Konfidenzniveaus (leichter Abfall) aufgrund der größeren Unsicherheit in der  $z$ -Komponente des Reaktionsvertex. In den Daten ist der inverse Effekt zu erwarten, da hier die Fehler am längeren Target eingestellt wurden und Daten des kürzeren selektiert werden sollen. Allerdings ist der Effekt deutlich kleiner als der im vorangegangenen Anhang C.1 untersuchte. Somit ist auch hier der systematische Fehler, der so zustande kommt vernachlässigbar.

Die Konfidenzniveaueverteilung des Butanols weist neben den Ereignissen an freien Protonen (welche flach verteilt sein sollte) noch solche an gebundenen Protonen auf. Letztere können durch die Daten des Kohlenstoff-Targets beschrieben und geeignet skaliert (im Verhältnis der Photonenflüsse) abgezogen werden. Abbildung C.5 zeigt die entsprechenden Konfidenzniveaus.

Durch die Ereignisse an gebundenen Protonen fällt das Konfidenzniveau zu hohen Werten ab. Nach Abzug der Kohlenstoffdaten ist das resultierende Spektrum hingegen weitestgehend flach, wie für freie Protonen erwartet. Im Vergleich mit simulierten Daten (Abbildung C.5, rechts) lässt sich ein leichter Anstieg zu hohen Konfidenzniveaus erahnen, wie er durch die unterschiedlichen Targetlängen zu erwarten war.

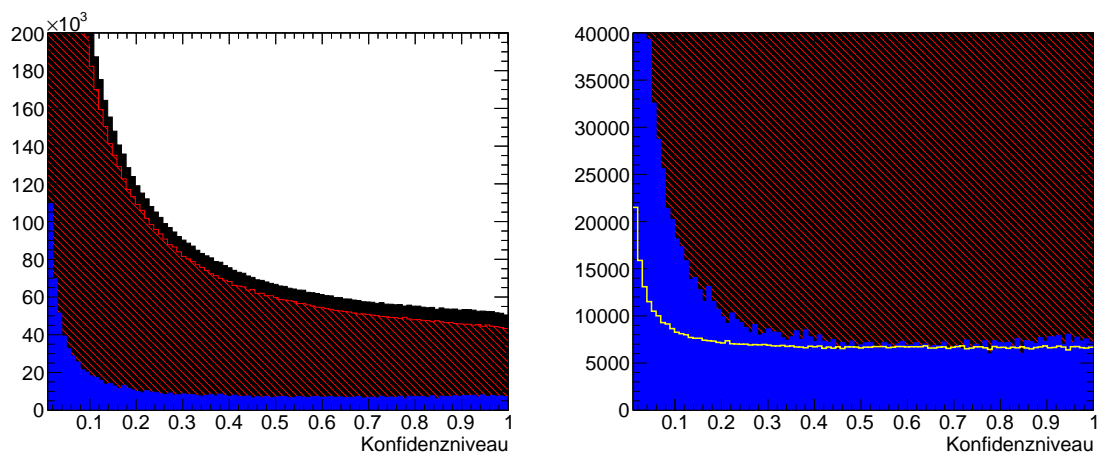


Abbildung C.5.: Konfidenzniveau von Butanol- (schwarz) und Kohlenstoffdaten (rot). Die Differenz der beiden Verteilungen ist in blau dargestellt. Rechts ist der Vergleich mit simulierten Daten am 2 cm Butanol-Target (gelb) gezeigt.



## Anhang D.

### Die Doppelpolarisationsobservable $\hat{P}$

In der Photoproduktion einzelner pseudoskalarer Mesonen lässt sich die Rückstoßasymmetrie  $P$  nicht nur durch Messung der Rückstoßpolarisation in  $y'$ -Richtung<sup>1</sup> messen, sondern auch als Doppelpolarisationsmessung mit linear polarisiertem Strahl und in  $y$ -Richtung polarisiertem Target (vgl. Gleichung 1.6 und Gleichung 1.9). Dies ist in der Photoproduktion mehrerer Mesonen nicht mehr der Fall. Hier wird die Rückstoßasymmetrie als  $P$  oder  $P_{y'}$  (nach Nomenklatur [RO05]) bezeichnet und die Doppelpolarisationsobservable als  $\hat{P}$  oder  $(-)P_y^c$ .

In diesem Kapitel soll näher erläutert werden, warum die Observablen  $P$  und  $\hat{P}$ , auch integriert über  $\phi^*$ , nicht gleich sind.

Zunächst werden die Observablen durch die Helizitätsamplituden  $\mathcal{M}_i^\pm$  ausgedrückt, bei denen  $\pm$  für die Helizität des Photons steht und  $i$  die Helizitäten von Target- und Rückstoßnukleon kodiert: 1 und 2 für positive, 3 und 4 für negative Targethelizität; 1 und 3 für positive, 2 und 4 für negative Helizität des Rückstoßnukleons.

Mit dem unpolarisierten Wirkungsquerschnitt  $I_0$  folgt nach [RO05]:

$$I_0 P_{y'} = 2 \Im \left( \mathcal{M}_1^- \mathcal{M}_2^{-*} + \mathcal{M}_1^+ \mathcal{M}_2^{+*} + \mathcal{M}_3^- \mathcal{M}_4^{-*} + \mathcal{M}_3^+ \mathcal{M}_4^{+*} \right) \quad (\text{D.1})$$

$$I_0 P_y^c = 2 \Im \left( \mathcal{M}_1^+ \mathcal{M}_3^{-*} + \mathcal{M}_1^- \mathcal{M}_3^{+*} + \mathcal{M}_2^+ \mathcal{M}_4^{-*} + \mathcal{M}_2^- \mathcal{M}_4^{+*} \right) \quad (\text{D.2})$$

Die Paritätserhaltung führt zu folgenden Beziehungen zwischen den Helizitätsamplituden (vgl. [RO05]):

$$\mathcal{M}_1^\pm(\phi^*) = -\mathcal{M}_4^\mp(2\pi - \phi^*), \quad (\text{D.3a})$$

$$\mathcal{M}_2^\pm(\phi^*) = \mathcal{M}_3^\mp(2\pi - \phi^*), \quad (\text{D.3b})$$

$$\mathcal{M}_3^\pm(\phi^*) = \mathcal{M}_2^\mp(2\pi - \phi^*), \quad (\text{D.3c})$$

$$\mathcal{M}_4^\pm(\phi^*) = -\mathcal{M}_1^\mp(2\pi - \phi^*), \quad (\text{D.3d})$$

also einer Verknüpfung der Amplituden an verschiedenen kinematischen Punkten. Damit lässt sich Gleichung D.2 umschreiben zu

$$I_0 P_y^c = 2 \Im \left( \mathcal{M}_1^+(\phi^*) \mathcal{M}_2^{+*}(2\pi - \phi^*) + \mathcal{M}_1^-(\phi^*) \mathcal{M}_2^{-*}(2\pi - \phi^*) \right. \\ \left. + \mathcal{M}_3^-(2\pi - \phi^*) \mathcal{M}_4^{-*}(\phi^*) + \mathcal{M}_3^+(2\pi - \phi^*) \mathcal{M}_4^{+*}(\phi^*) \right). \quad (\text{D.4})$$

Bei der Photoproduktion einzelner pseudoskalarer Mesonen ist die kinematische Variable  $\phi^*$  nicht definiert und die Beziehungen aus der Paritätserhaltung (Gleichung D.3) gelten am

<sup>1</sup>Zur Definition der Koordinaten siehe z.B. Abbildung 1.10.

gleichen kinematischen Punkt. Offensichtlich sind dann Gleichung D.1 und Gleichung D.4 identisch, womit  $P = P_y^c$  gilt.

Im Multi-Meson-Fall gilt dies nicht, da im Allgemeinen  $\mathcal{M}_i^\pm(\phi^*) \neq \pm \mathcal{M}_i^\pm(2\pi - \phi^*)$ .

Auch Integration über  $\phi^*$  führt nicht dazu, dass sich Gleichung D.4 in Gleichung D.1 umformen lässt. Zwar ist

$$\int \mathcal{M}_i^\pm(\phi^*) d\phi^* = \int \mathcal{M}_i^\pm(2\pi - \phi^*) d\phi^* , \quad (\text{D.5})$$

allerdings tauchen Produkte von Helizitätsamplituden an unterschiedlichen kinematischen Punkten auf und damit<sup>2</sup>

$$\int \mathcal{M}_i^\pm(\phi^*) \mathcal{M}_j^\pm(2\pi - \phi^*) d\phi^* = \int \mathcal{M}_i^\pm(2\pi - \phi^*) \mathcal{M}_j^\pm(\phi^*) d\phi^* \neq \int \mathcal{M}_i^\pm(\phi^*) \mathcal{M}_j^\pm(\phi^*) d\phi^* . \quad (\text{D.6})$$

---

<sup>2</sup>Hier wurde im ersten Schritt  $z = 2\pi - \phi^*$  substituiert und dann  $z$  wieder in  $\phi^*$  umbenannt.

# Anhang E.

## Polarisationsobservablen im $(p\pi^0)\pi^0$ -Fall

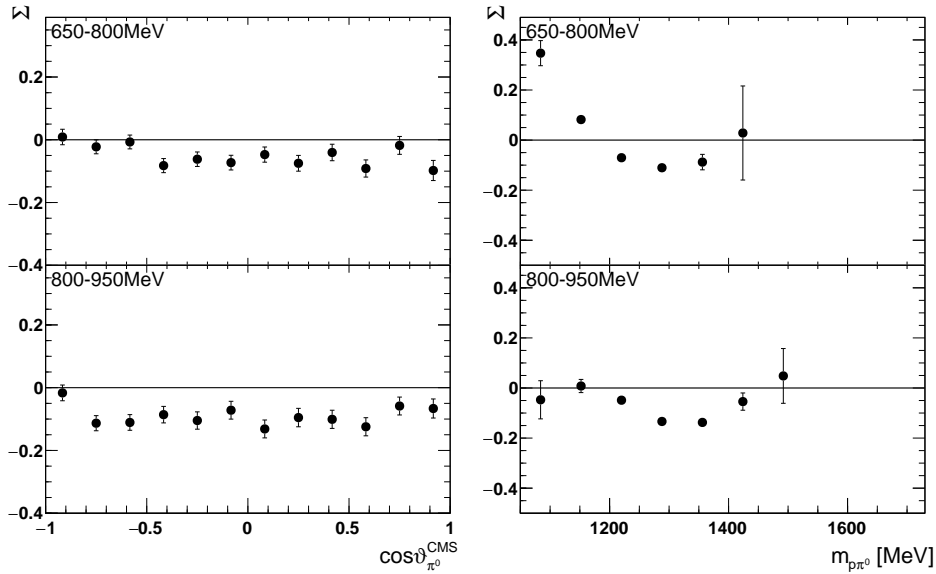


Abbildung E.1.: Strahlasymmetrie  $\Sigma$  bestimmt mittels Ereignisraten in zwei Energie-Bins als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0}$  (links) und  $m_{p\pi^0}$  (rechts).

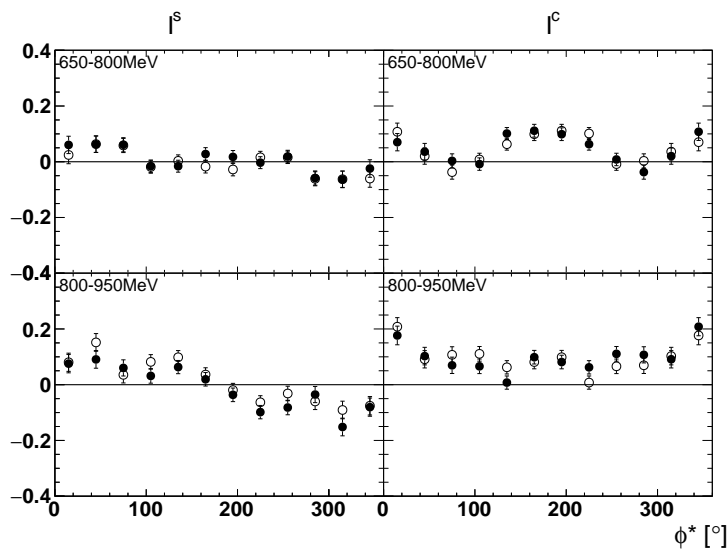


Abbildung E.2.: Strahlasymmetrien  $I^s$  und  $I^c$  bestimmt mittels Ereignisraten in zwei Energie-Bins als Funktion von  $\phi_{p\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ .

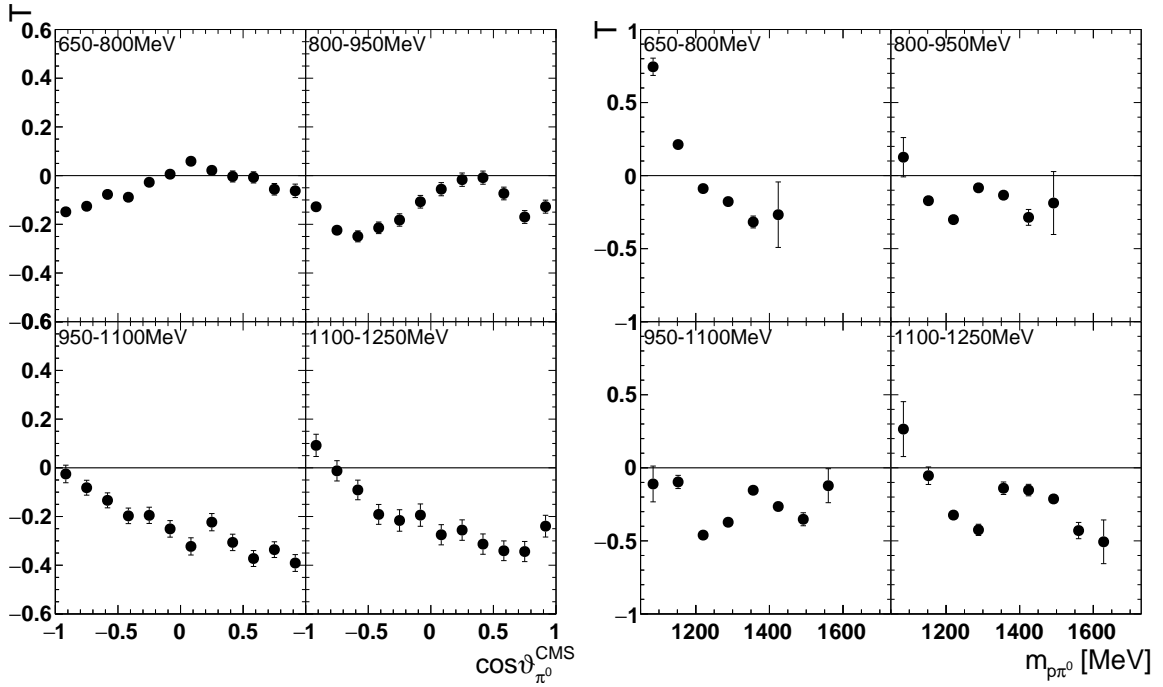


Abbildung E.3.: Targetasymmetrie  $T$  bestimmt mittels Ereignisraten in vier Energie-Bins als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0}$  (links) und  $m_{p\pi^0}$  (rechts).

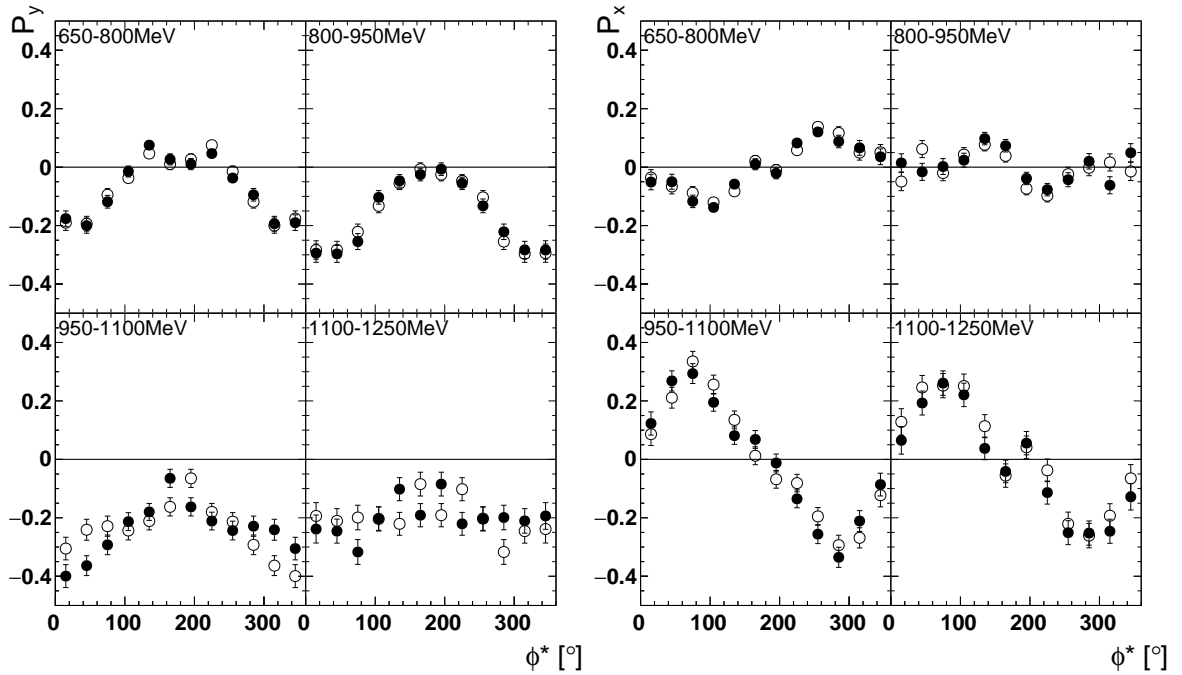


Abbildung E.4.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  bestimmt mittels Ereignisraten in vier Energie-Bins als Funktion von  $\phi_{p\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ .

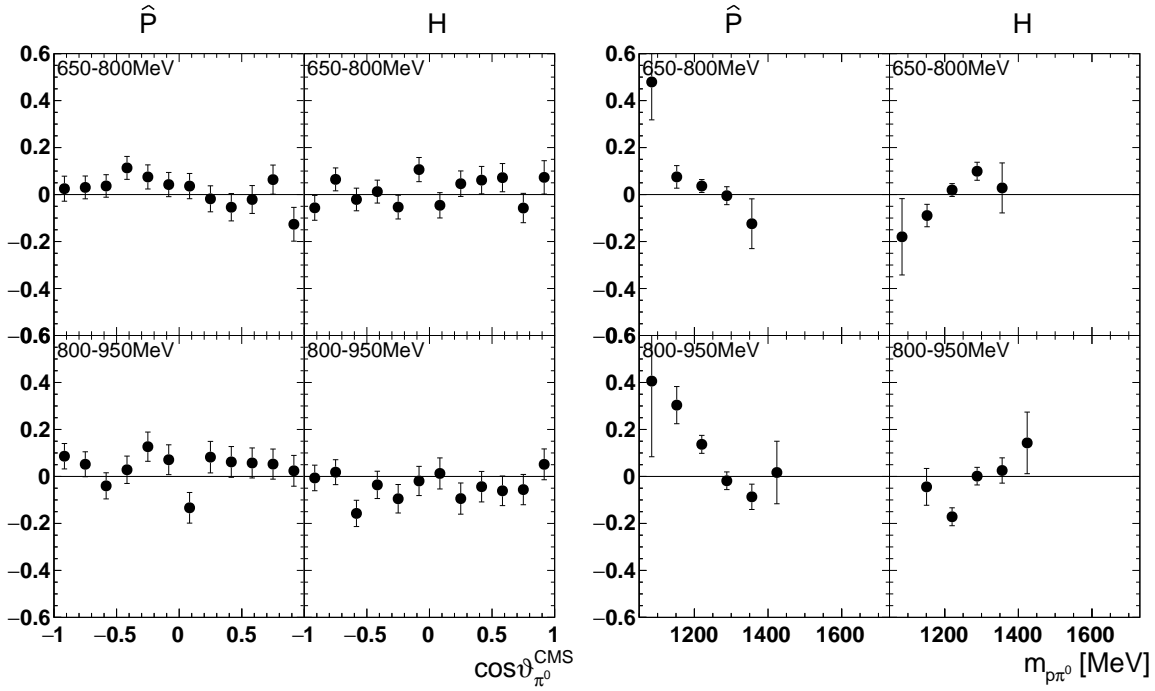


Abbildung E.5.: Doppelpolarisationsobservable  $\hat{P}$  und  $H$  bestimmt mittels Ereignisraten in zwei Energie-Bins als Funktion von  $\cos \vartheta_{\pi^0}$  (links) und  $m_{p\pi^0}$  (rechts).

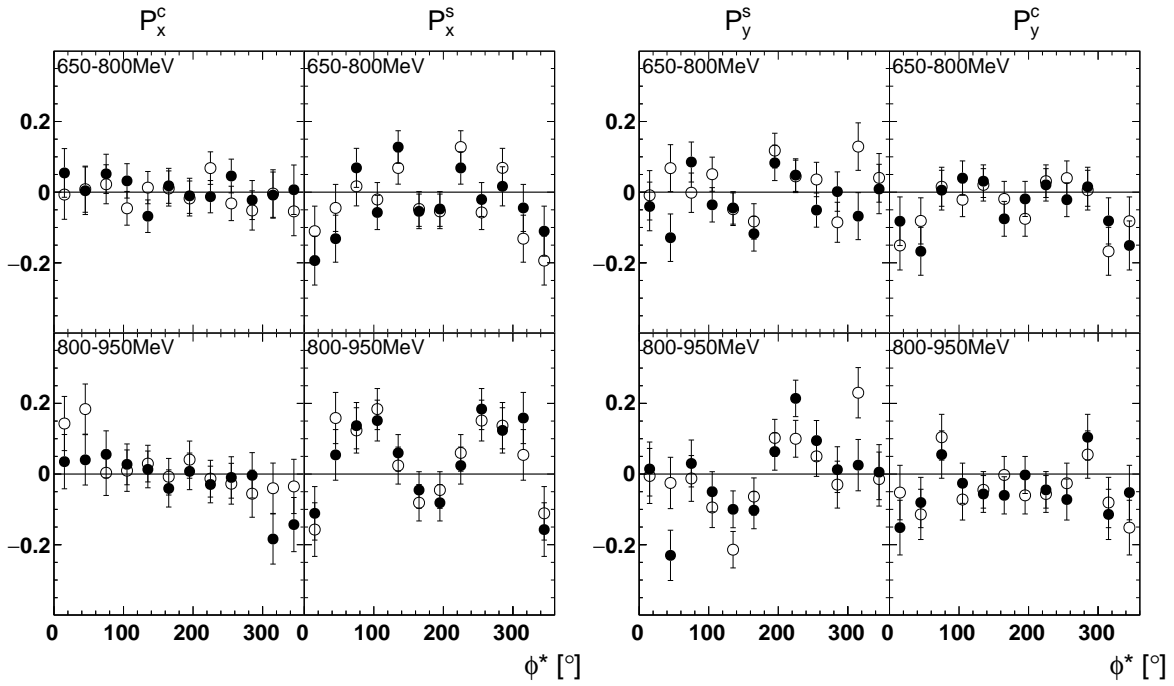


Abbildung E.6.: Doppelpolarisationsobservablen  $P_x^c$ ,  $P_x^s$ ,  $P_y^c$  und  $P_y^s$  bestimmt mittels Ereignisraten in zwei Energie-Bins als Funktion von  $\phi_{p\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $O(2\pi - \phi^*) = \pm O(\phi^*)$ .



## Anhang F.

### Maximum-Likelihood-Fit: Polarisationsobservablen im $p(\pi^0\pi^0)$ -Fall

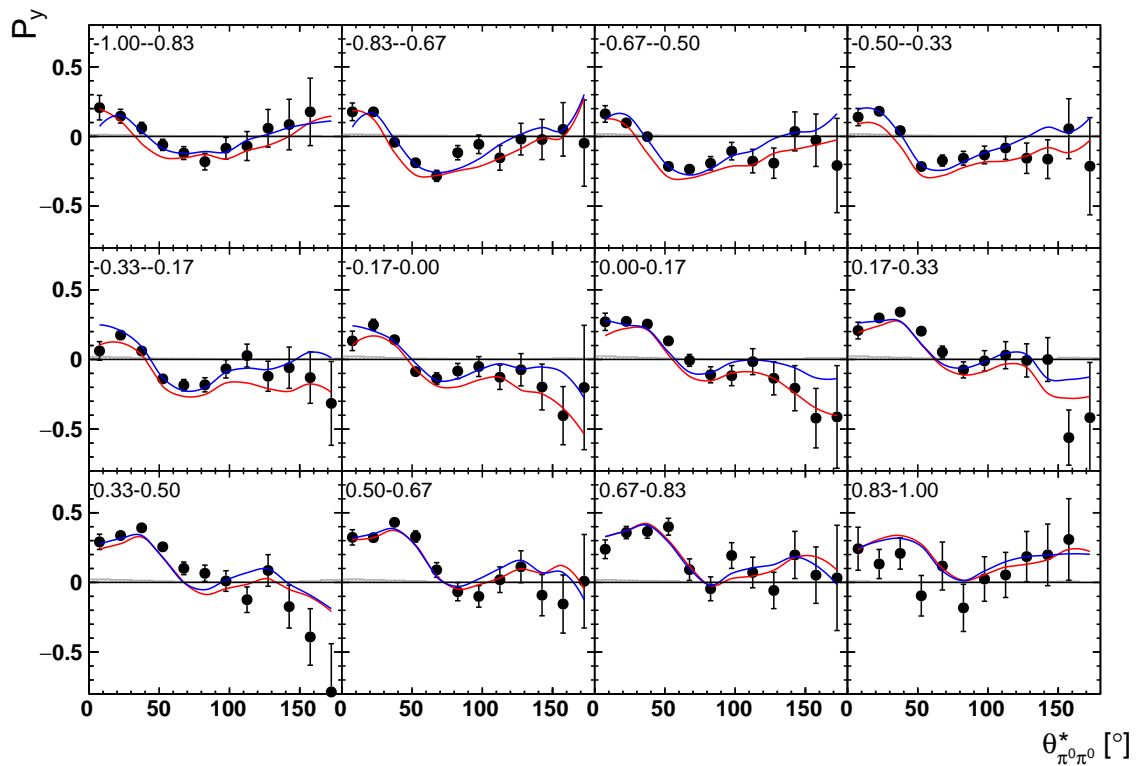


Abbildung F.1.: Targetasymmetrie  $P_y$  als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$  und  $\theta_{\pi^0\pi^0}^*$ . Der systematische Fehler (meist  $< 0,03$ ) ist als graues Band dargestellt. Die farbige Linien stellen PWA-Vorhersagen dar: Bonn-Gatchina [G<sup>+</sup>14b] Lösung 2014-02 als rote und Lösung 2018 als blaue Linie.

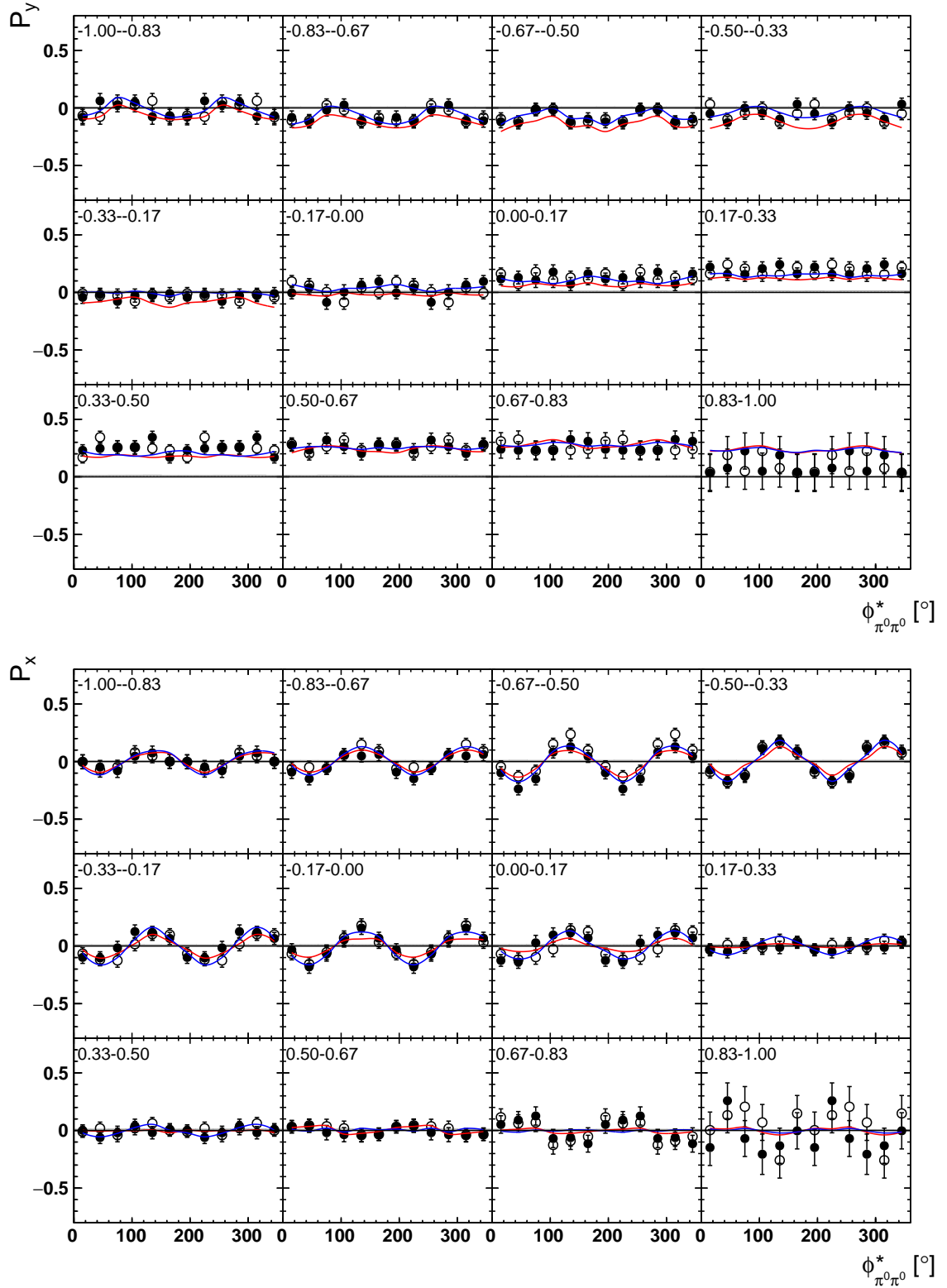


Abbildung F.2.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}$  und  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm \mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung F.1.



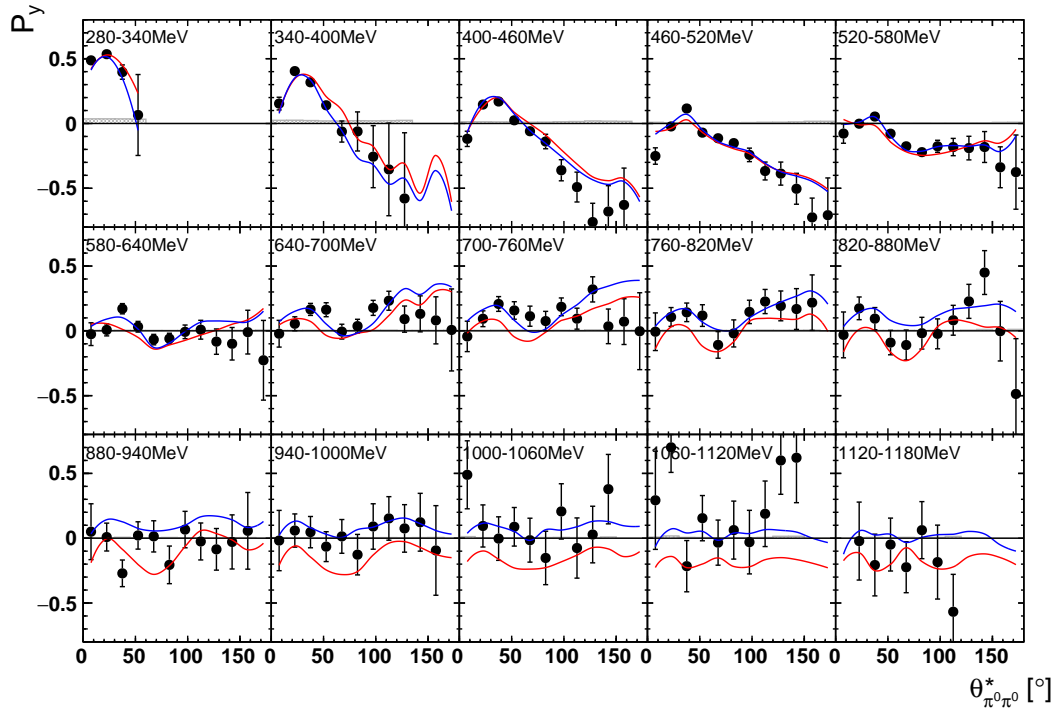


Abbildung F.3.: Targetasymmetrie  $P_y$  als Funktion von  $m_{\pi^0\pi^0}$  und  $\theta_{\pi^0\pi^0}^*$ . Farbgebung wie in Abbildung F.1.

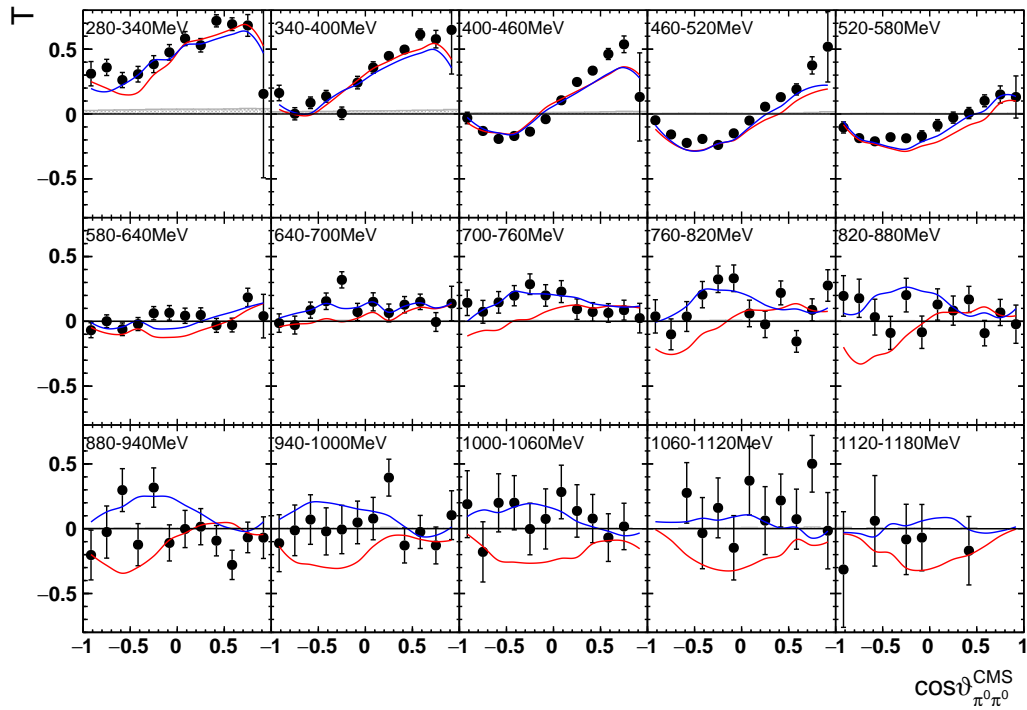


Abbildung F.4.: Targetasymmetrie  $T$  als Funktion von  $m_{\pi^0\pi^0}$  und  $\cos\vartheta_{\pi^0\pi^0}^{CMS}$ . Farbgebung wie in Abbildung F.1.

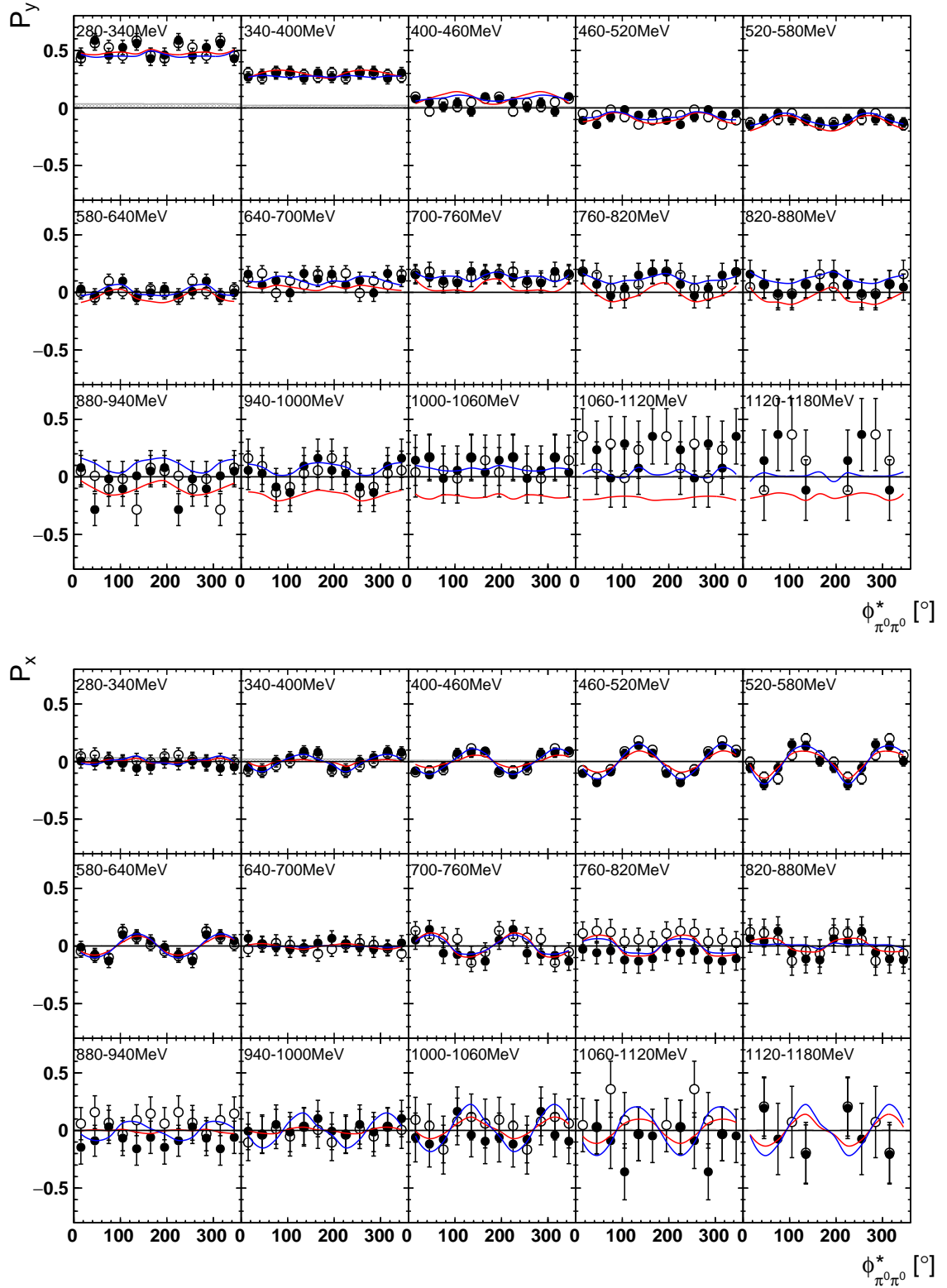


Abbildung F.5.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  als Funktion von  $m_{\pi^0\pi^0}$  und  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung F.1.

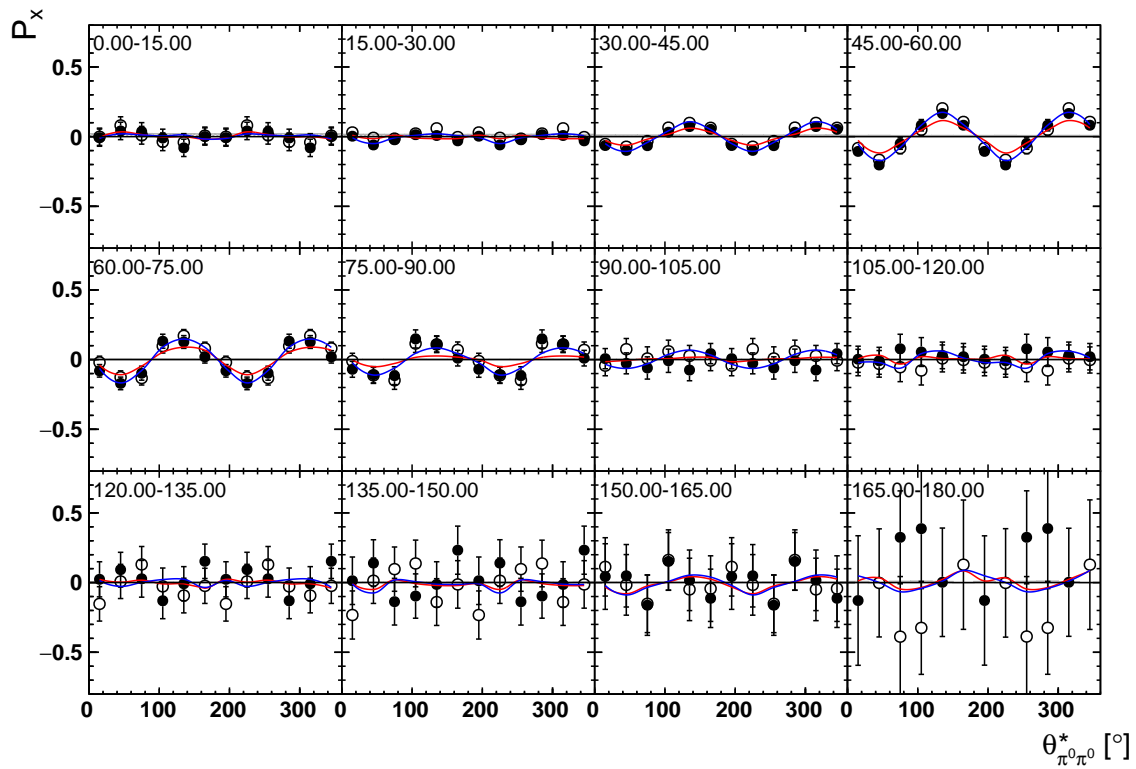
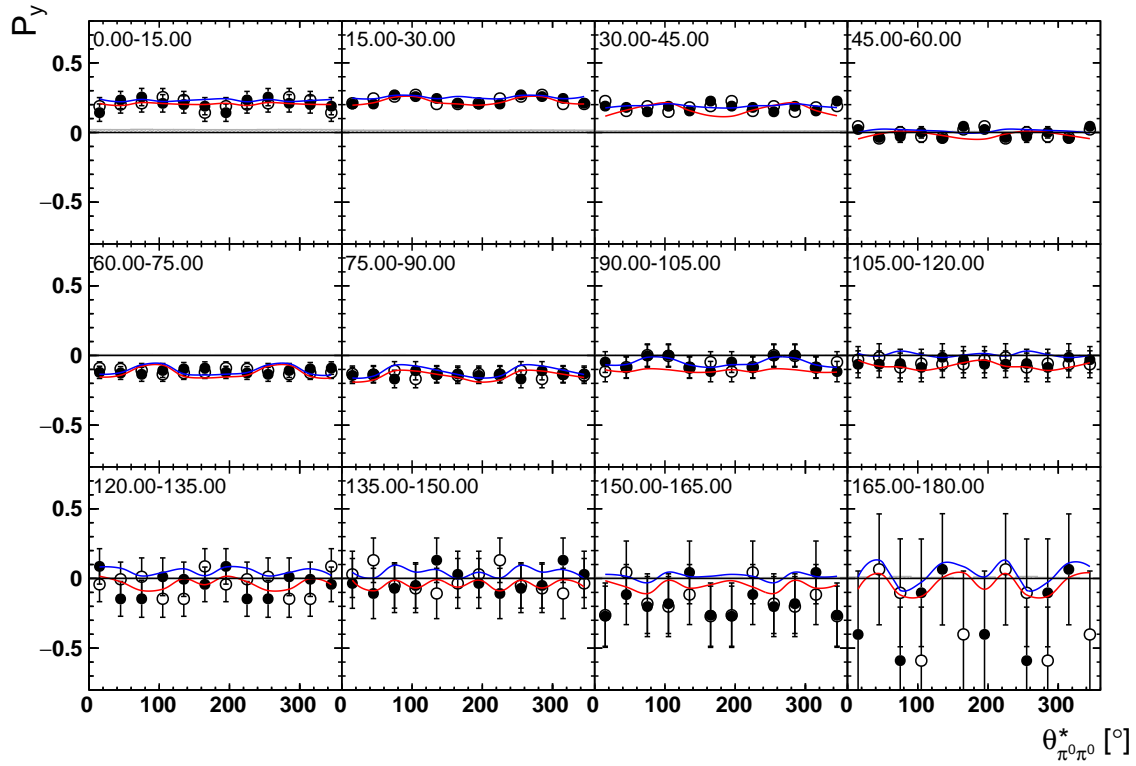


Abbildung F.6.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  als Funktion von  $\theta_{\pi^0\pi^0}^*$  und  $\phi_{\pi^0\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung F.1.



## Anhang G.

### Maximum-Likelihood-Fit: Polarisationsobservablen im $(p\pi^0)\pi^0$ -Fall

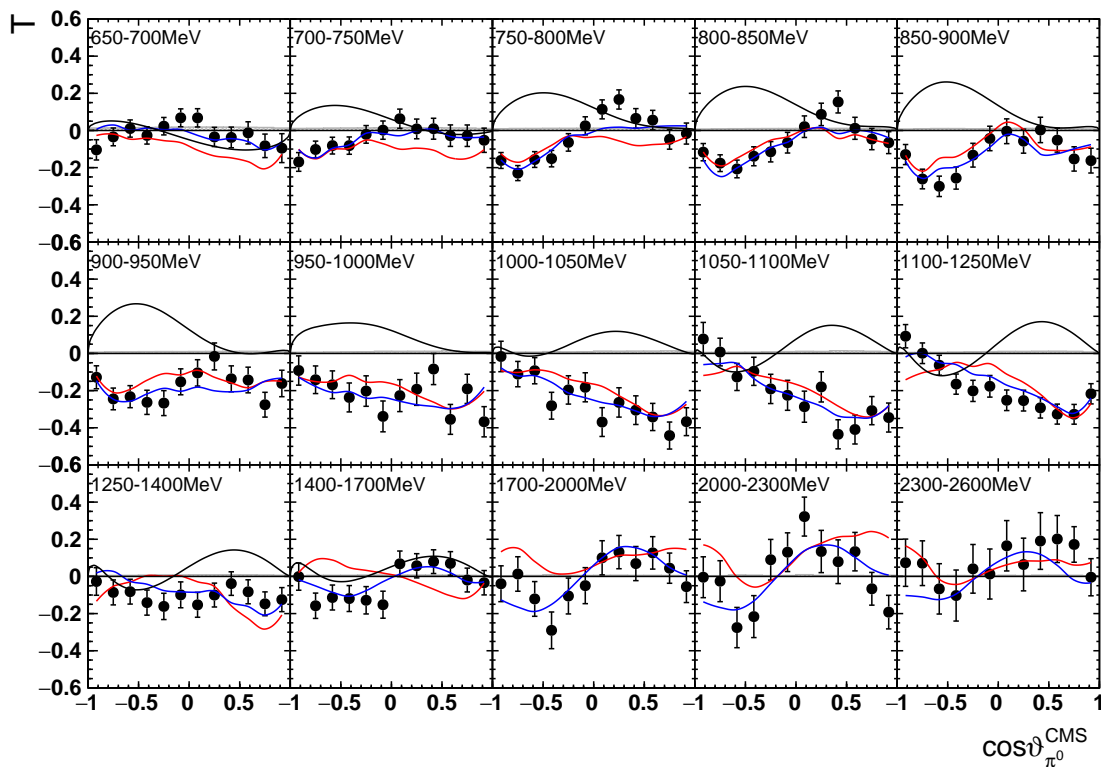


Abbildung G.1.: Targetasymmetrie  $T$  als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0}$ . Der systematische Fehler (meist  $< 0,03$ ) ist als graues Band dargestellt. Die farbige Linien stellen PWA-Vorhersagen dar:  $2\pi^0$ -MAID [FA05] in schwarz, Bonn-Gatchina [G<sup>+</sup>14b] Lösung 2014-02 als rote und Lösung 2018 als blaue Linie.

Anhang G. Maximum-Likelihood-Fit: Polarisationsobservablen im  $(p\pi^0)\pi^0$ -Fall

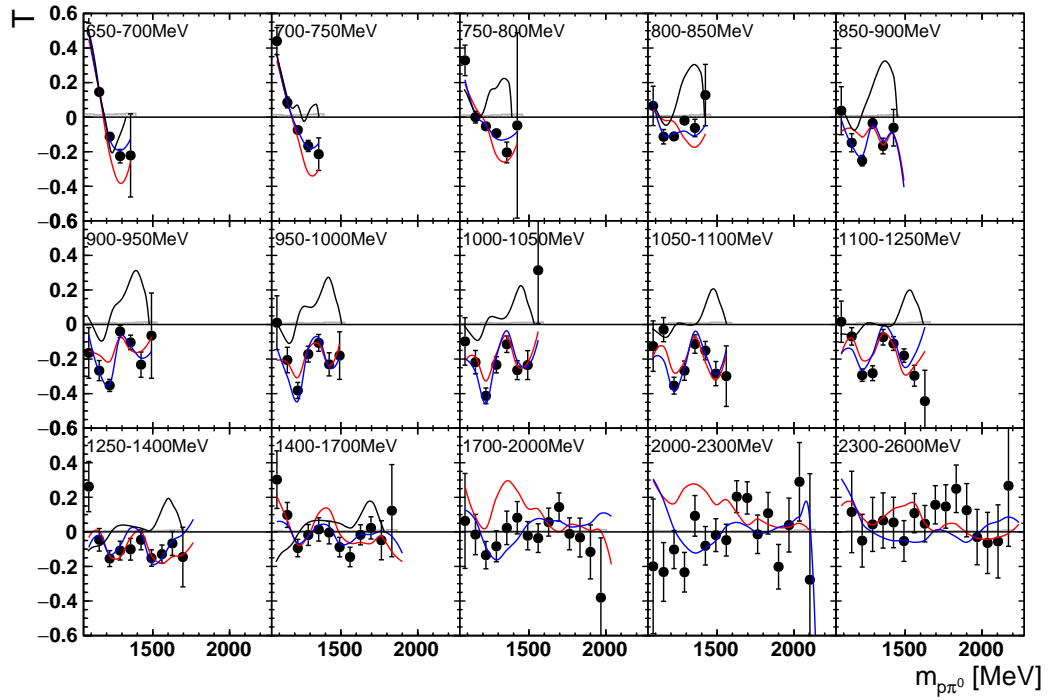


Abbildung G.2.: Targetasymmetrie  $T$  als Funktion von  $m_{p\pi^0}$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

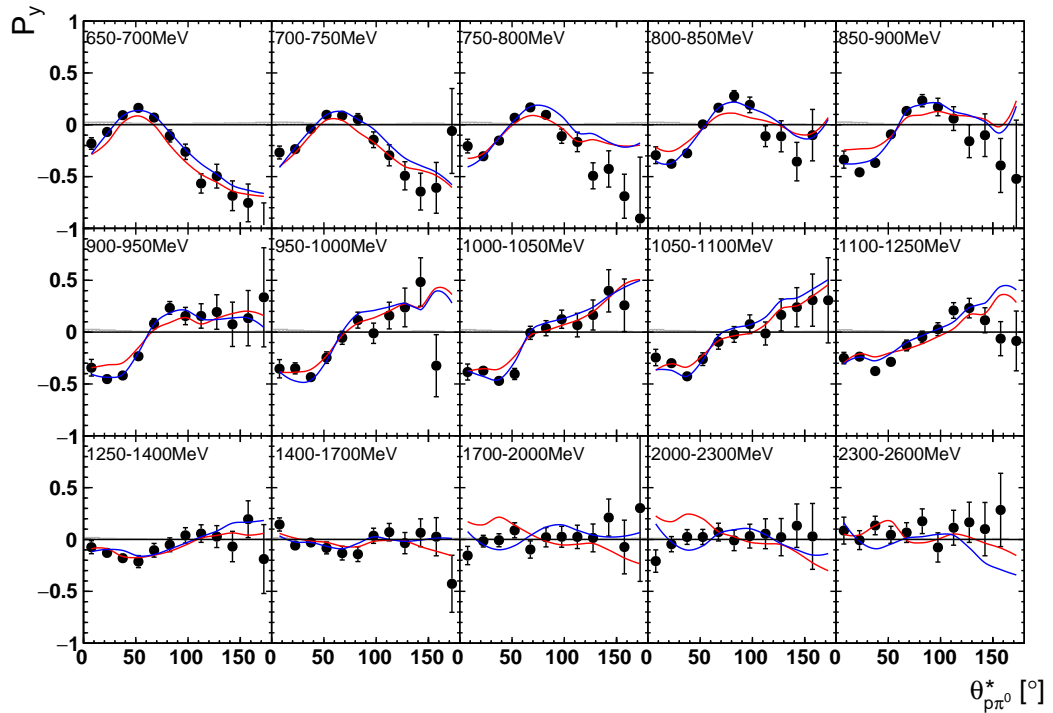


Abbildung G.3.: Targetasymmetrie  $P_y$  als Funktion von  $\theta_{p\pi^0}^*$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

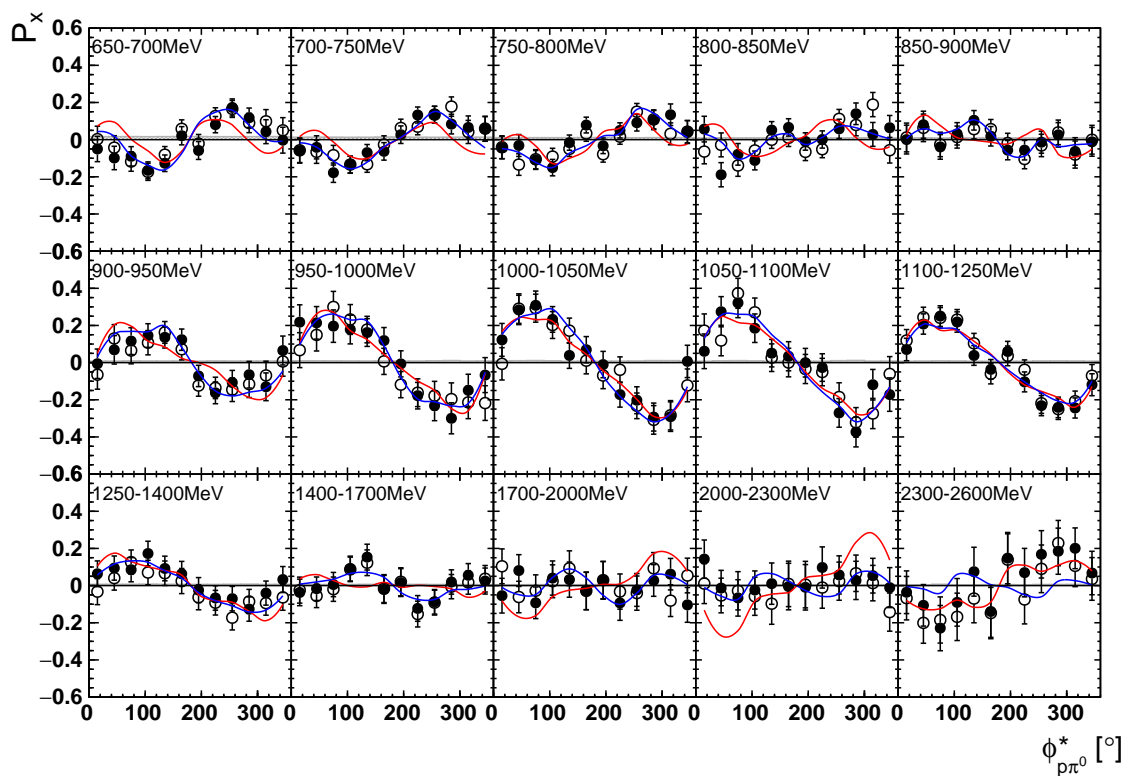
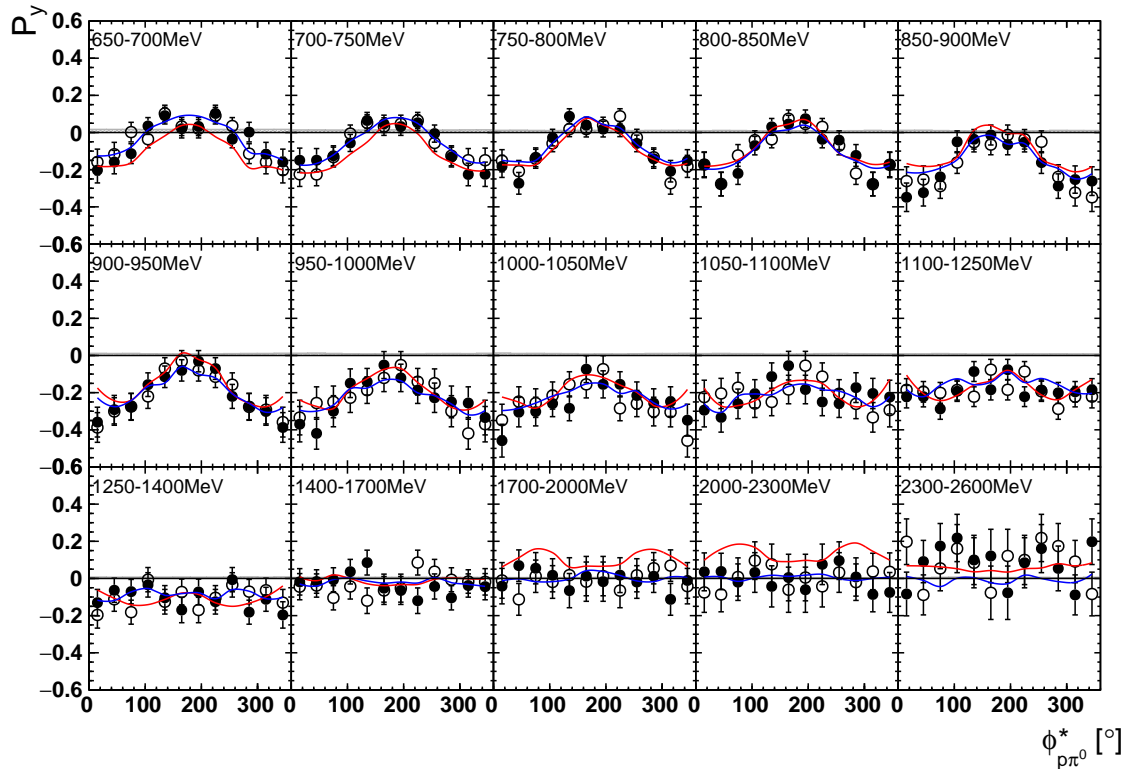


Abbildung G.4.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  als Funktion von  $\phi_{p\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

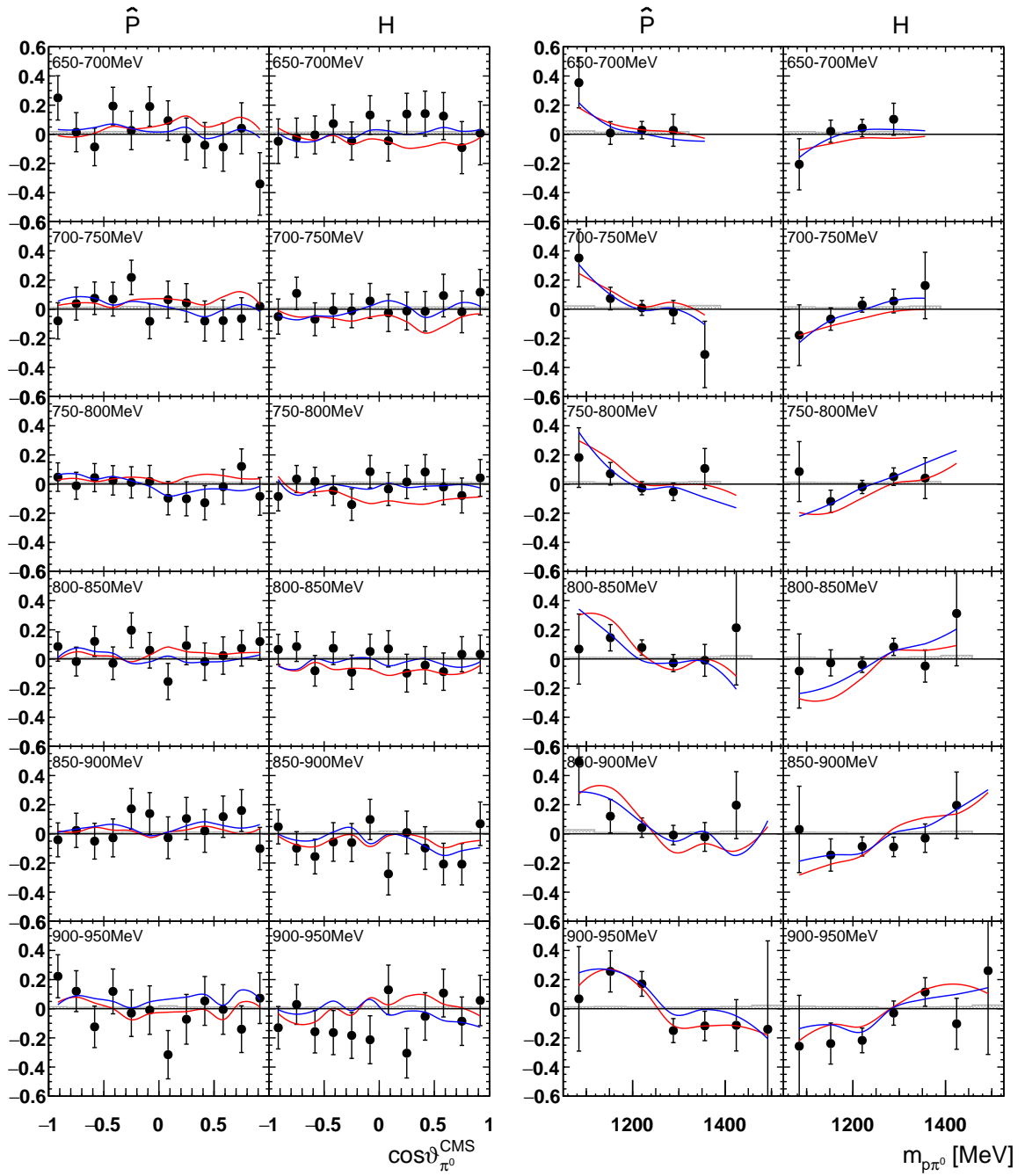


Abbildung G.5.: Doppelpolarisationsobservable  $\hat{P}$  und  $H$  als Funktion von  $\cos\vartheta_{\pi^0}$  (links) bzw. von  $m_{p\pi^0}$  (rechts). Farbgebung wie in Abbildung G.1.



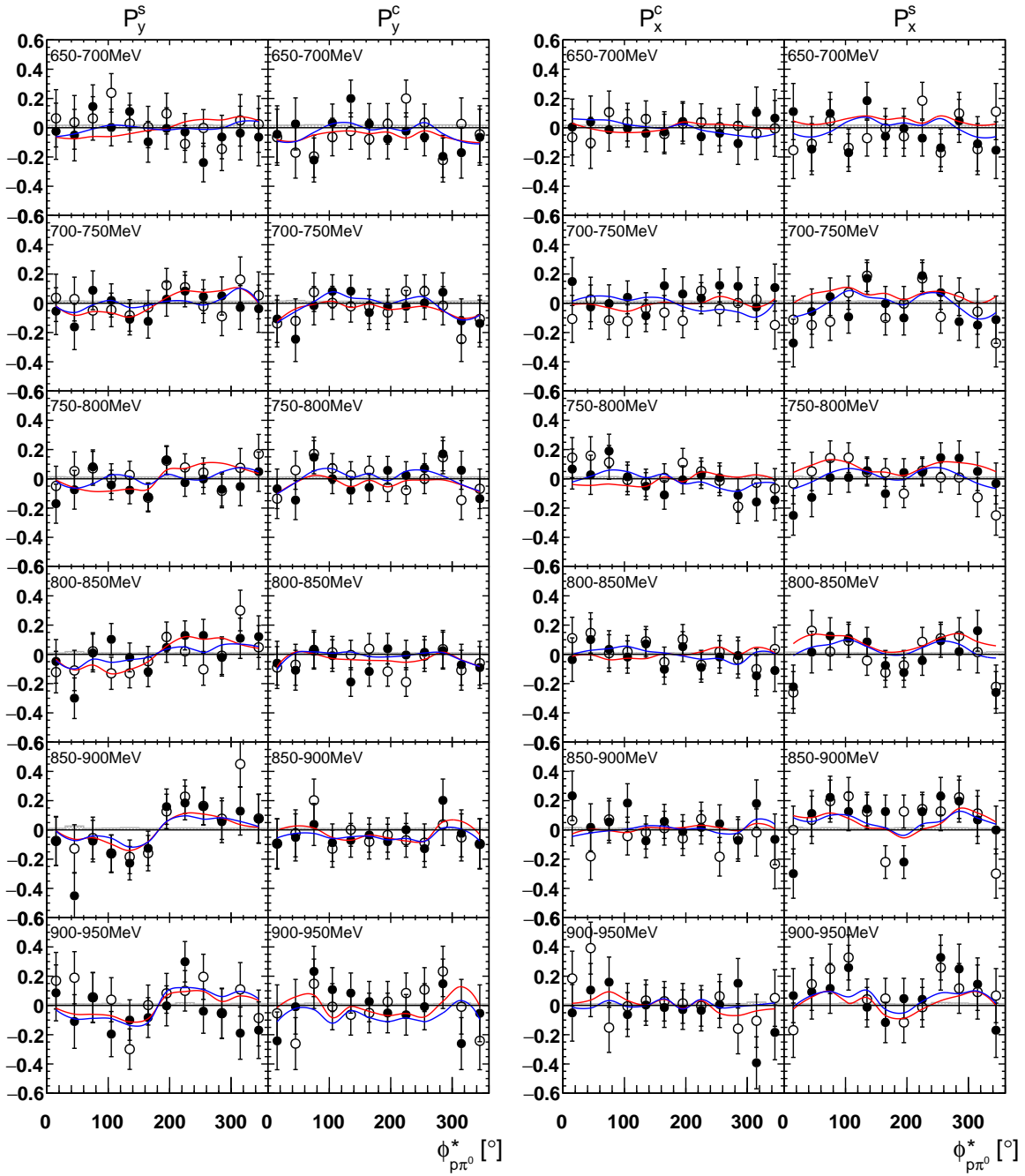


Abbildung G.6.: Doppelpolarisationsobservablen  $P_x^c, P_x^s, P_y^s$  und  $P_y^c$  als Funktion von  $\phi_{p\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

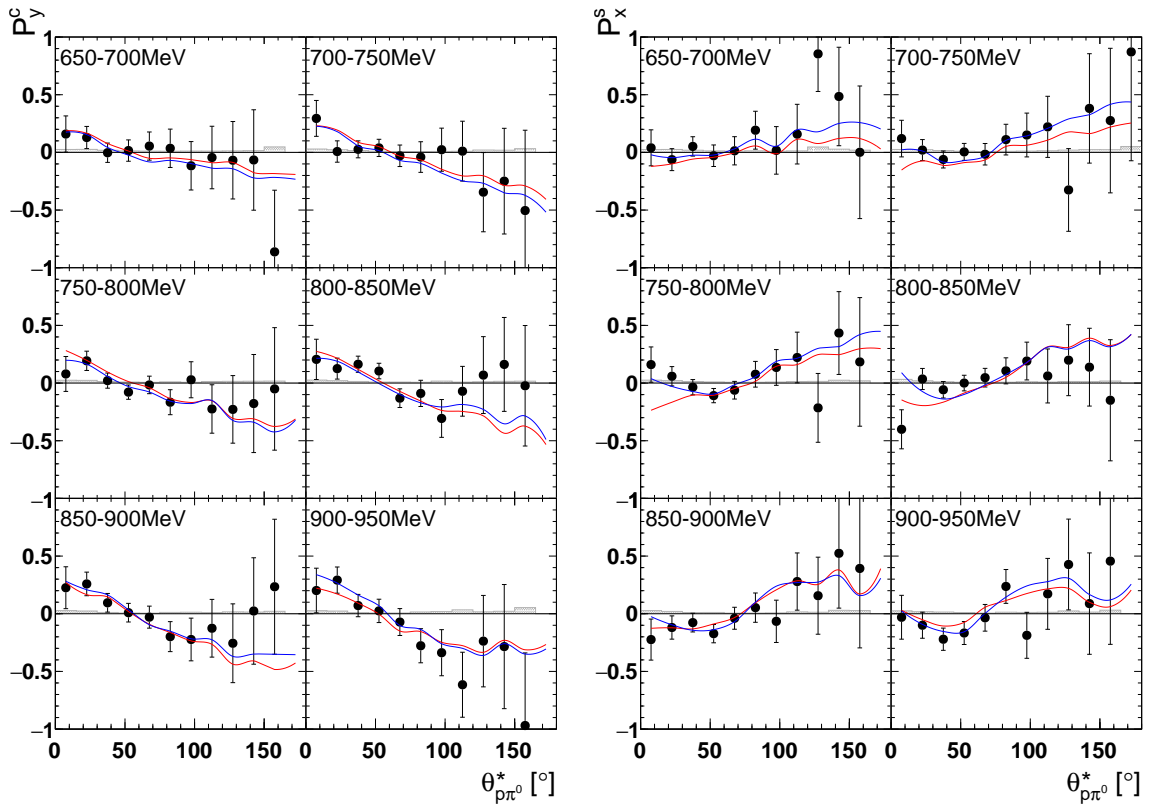


Abbildung G.7.: Doppelpolarisationsobservablen  $P_y^c$  und  $P_x^s$  als Funktion von  $\theta_{p\pi^0}^*$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

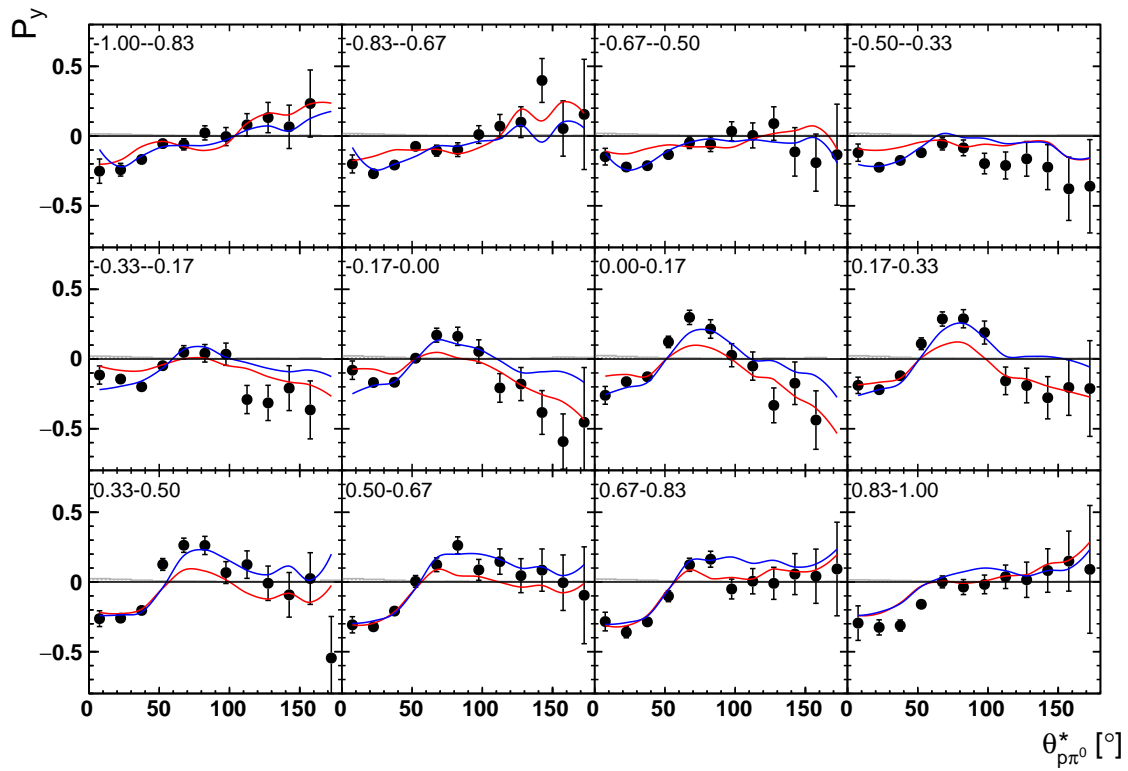


Abbildung G.8.: Targetasymmetrien  $P_y$  als Funktion von  $\cos \vartheta_{\pi^0}$  und  $\theta_{p\pi^0}^*$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

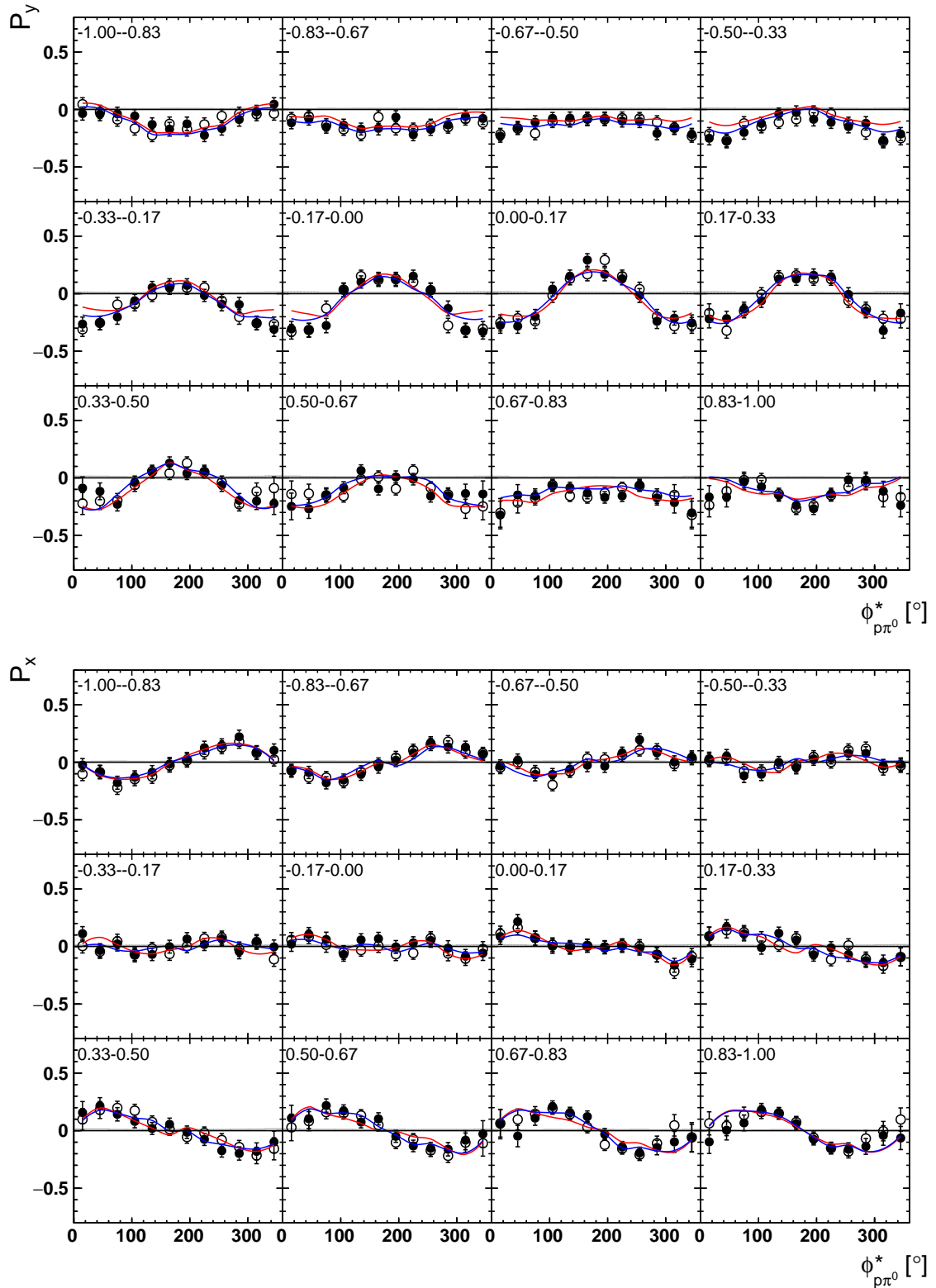


Abbildung G.9.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  als Funktion von  $\cos \vartheta_{\pi^0}$  und  $\phi_{p\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm \mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

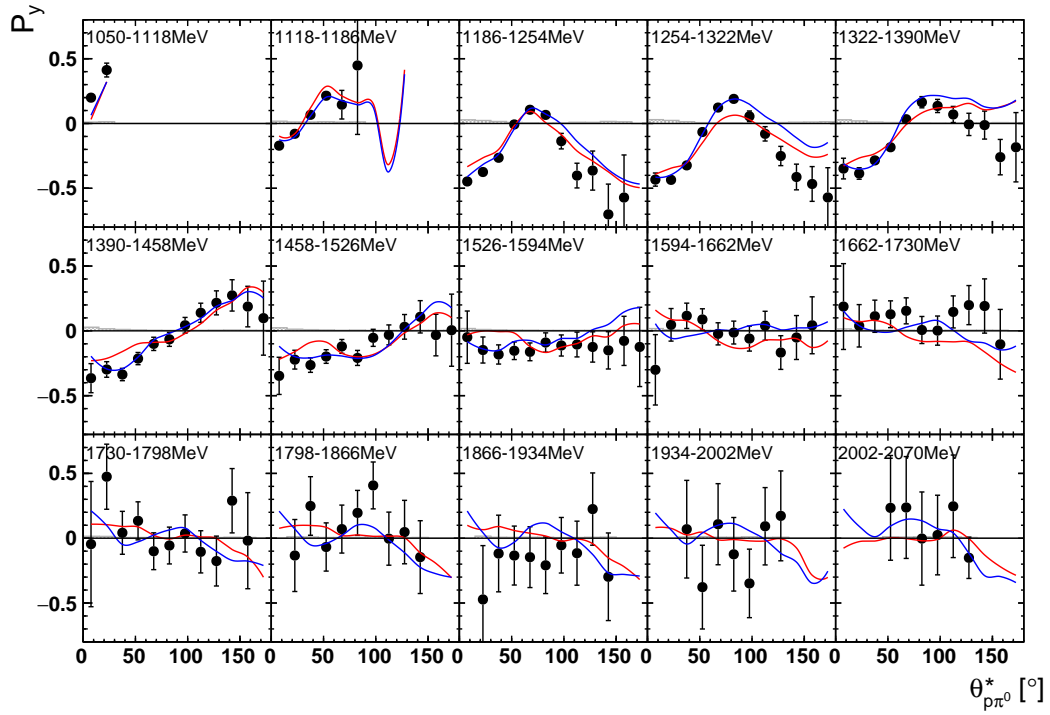


Abbildung G.10.: Targetasymmetrie  $P_y$  als Funktion von  $m_{p\pi^0}$  und  $\theta_{p\pi^0}^*$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

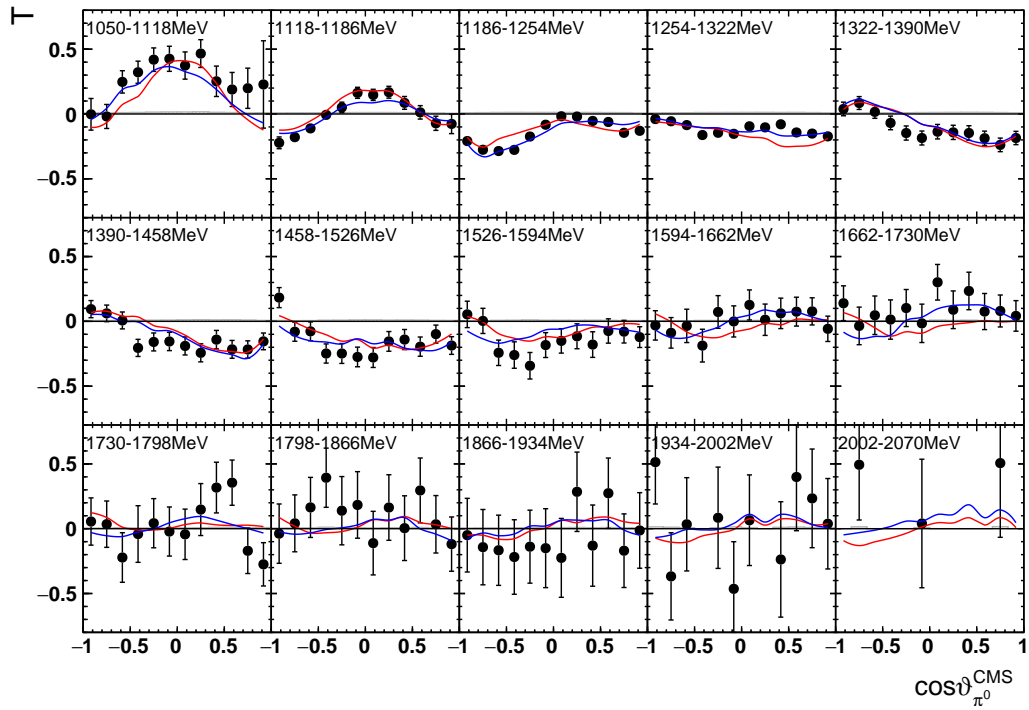


Abbildung G.11.: Targetasymmetrie  $T$  als Funktion von  $m_{p\pi^0}$  und  $\cos\vartheta_{\pi^0}$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

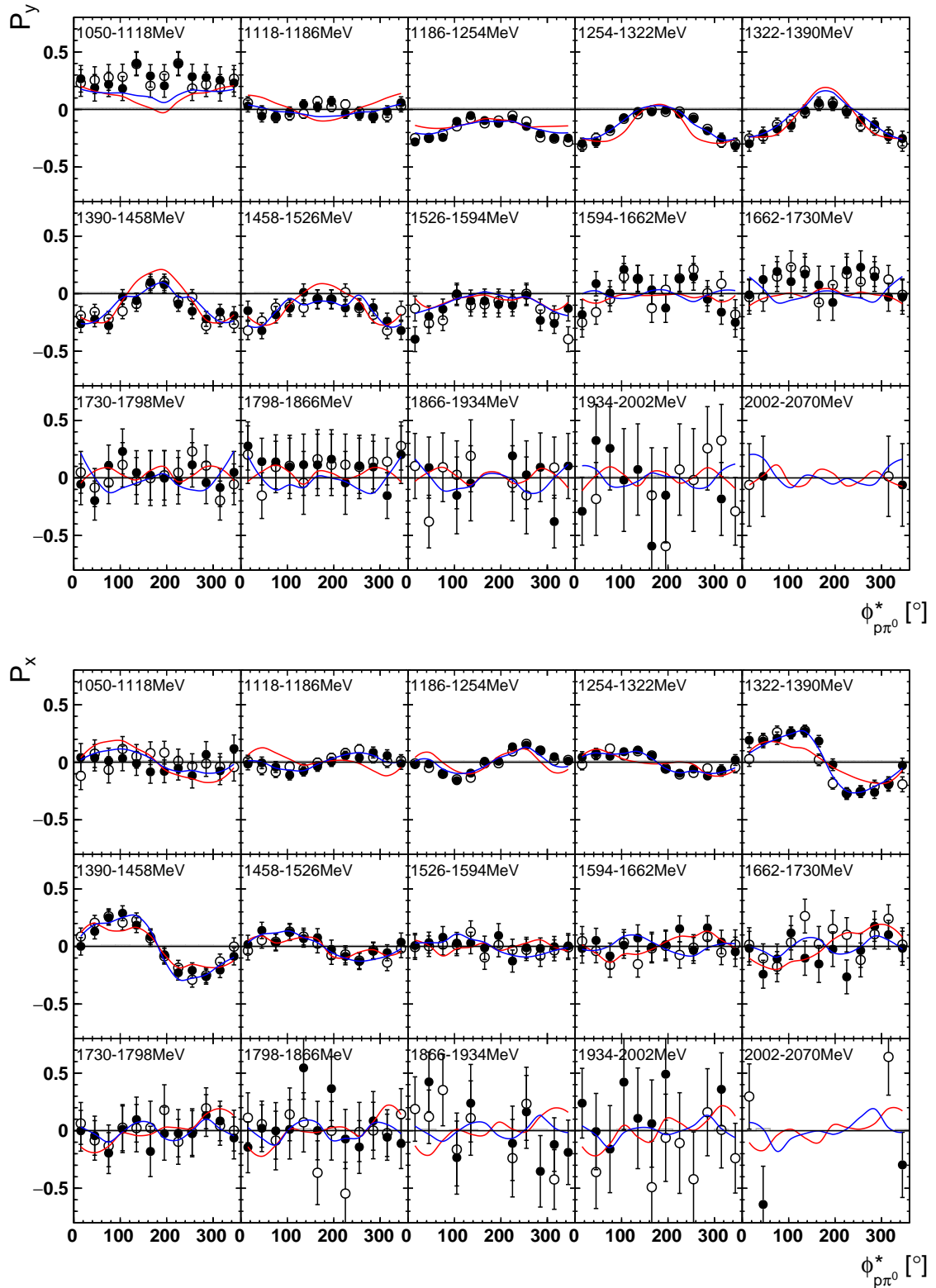


Abbildung G.12.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  als Funktion von  $m_{p\pi^0}$  und  $\phi_{p\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm\mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

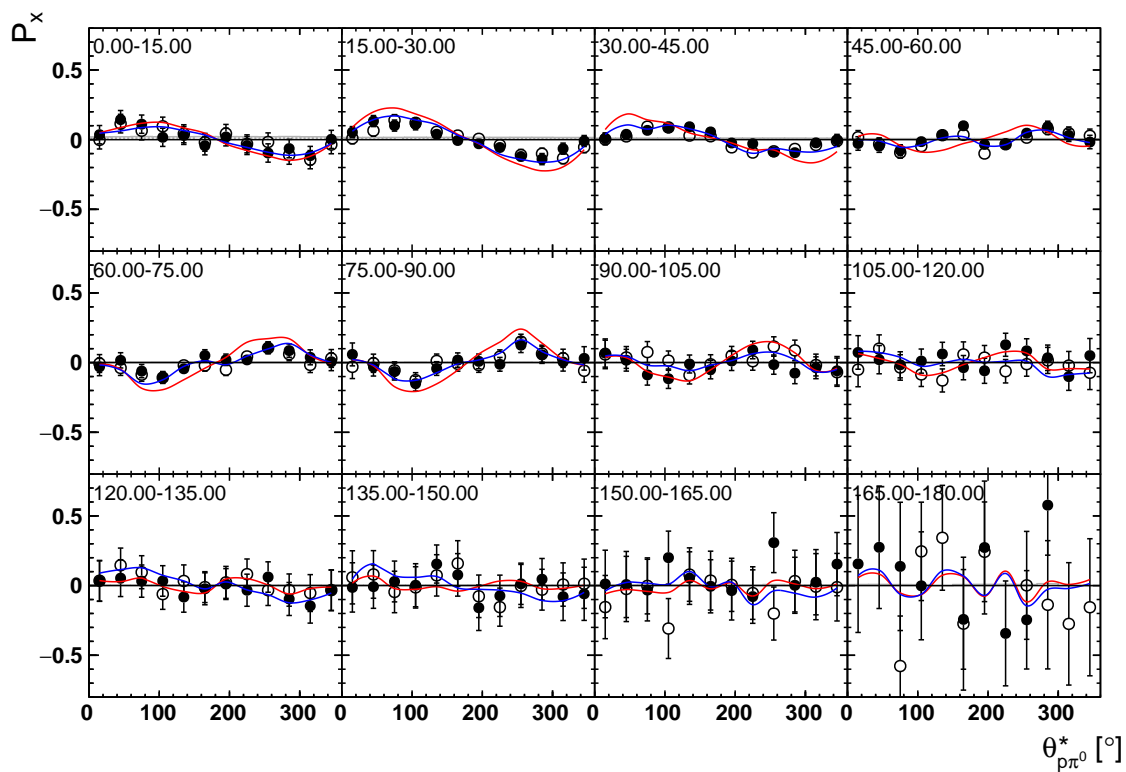
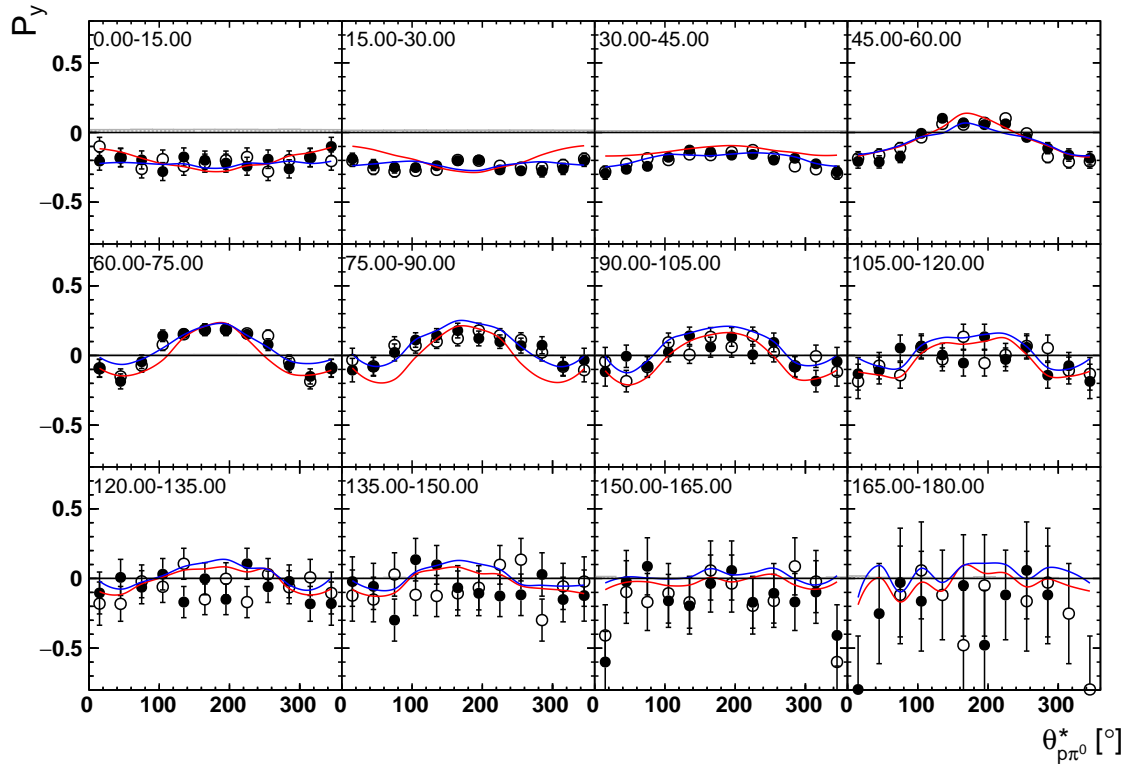


Abbildung G.13.: Targetasymmetrien  $P_y$  und  $P_x$  als Funktion von  $\theta_{\pi^0\pi^0}^*$  und  $\phi_{p\pi^0}^*$ . Die offenen Symbole benutzen die Symmetrieeigenschaften  $\mathcal{O}(2\pi - \phi^*) = \pm \mathcal{O}(\phi^*)$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.





# Anhang H.

## Multidimensionale Ergebnisse im $p(\pi^0\pi^0)$ -Fall

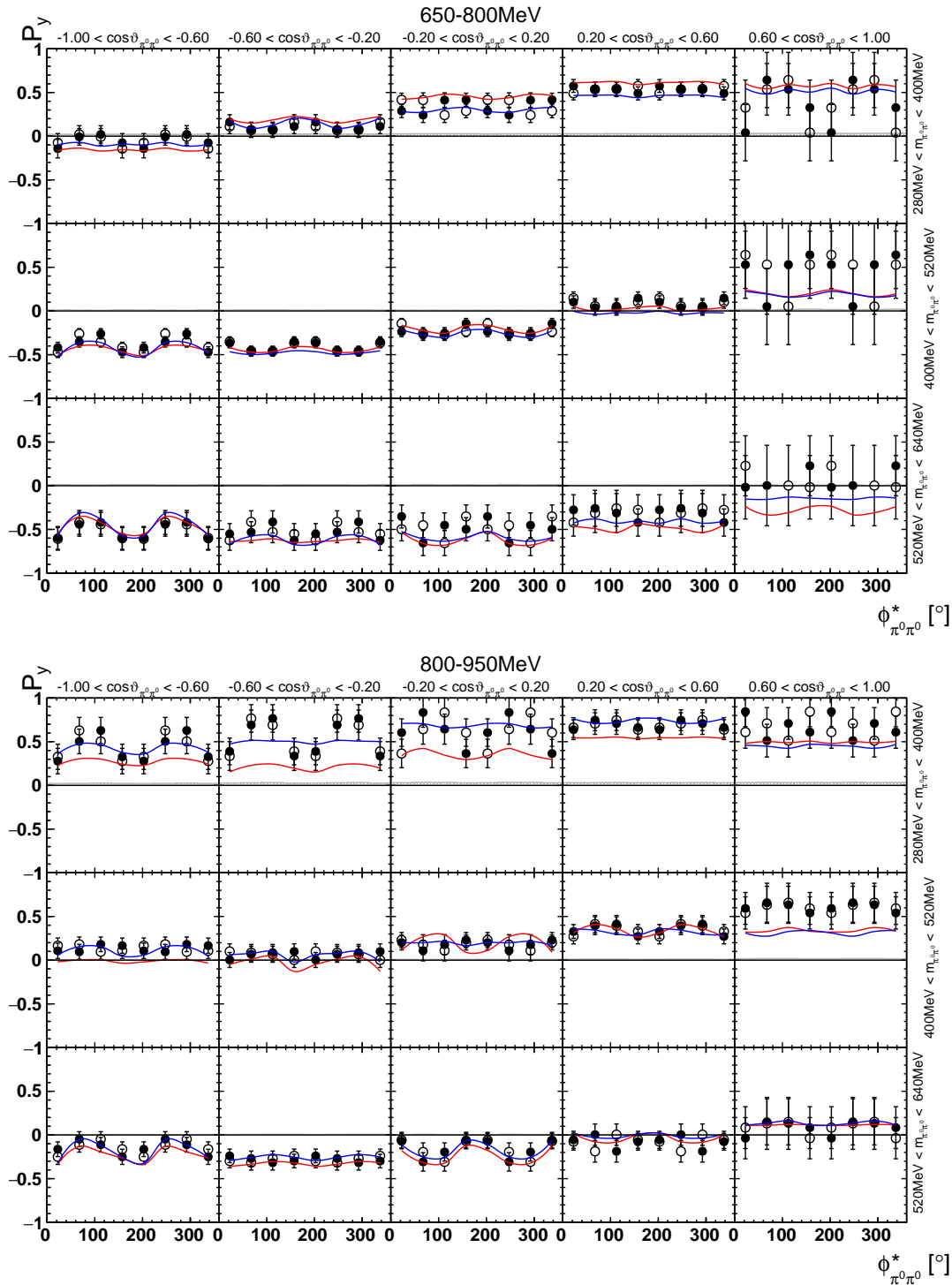


Abbildung H.1.: 4-dimensionale Targetasymmetrie  $P_y$ .

Anhang H. Multidimensionale Ergebnisse im  $p(\pi^0\pi^0)$ -Fall

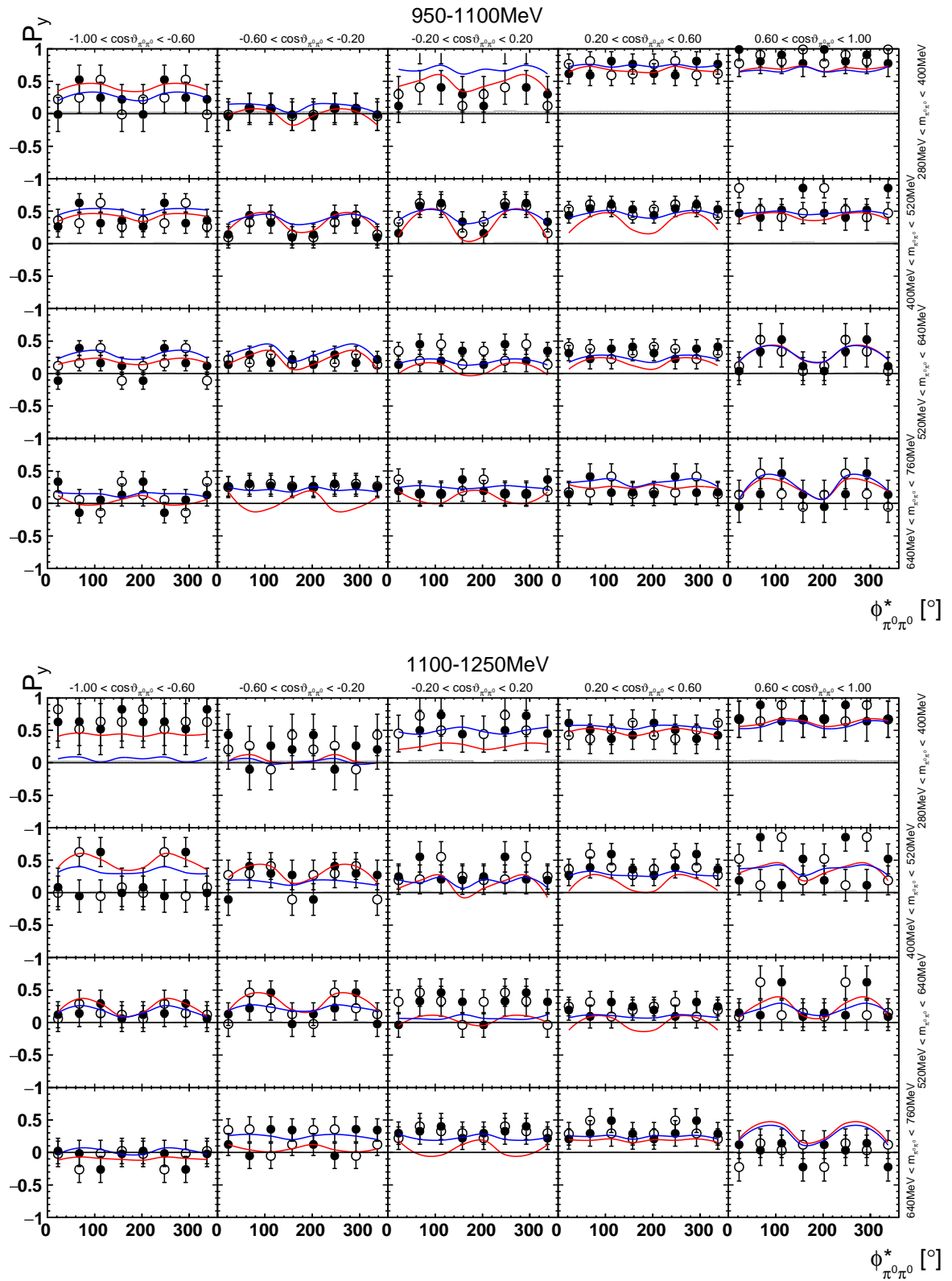


Abbildung H.2.: 4-dimensionale Targetasymmetrie  $P_y$  - höhere Energien. Farbgebung wie in Abbildung G.1.

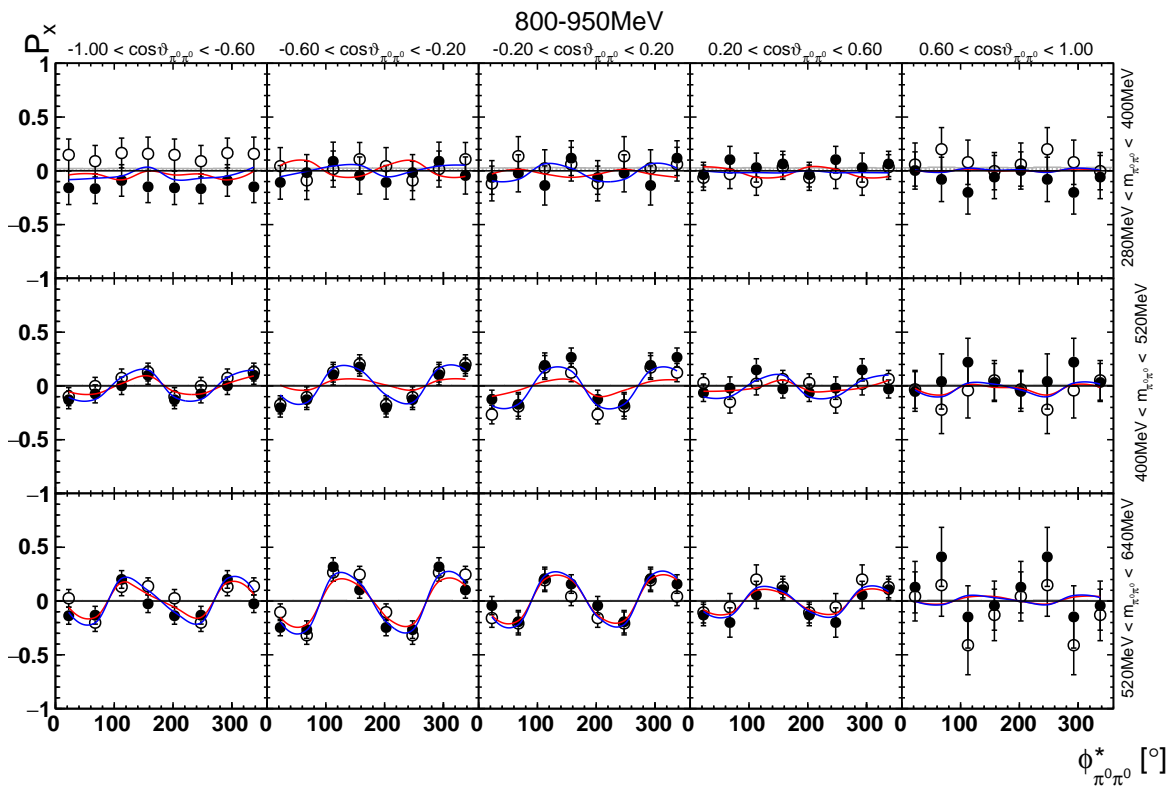
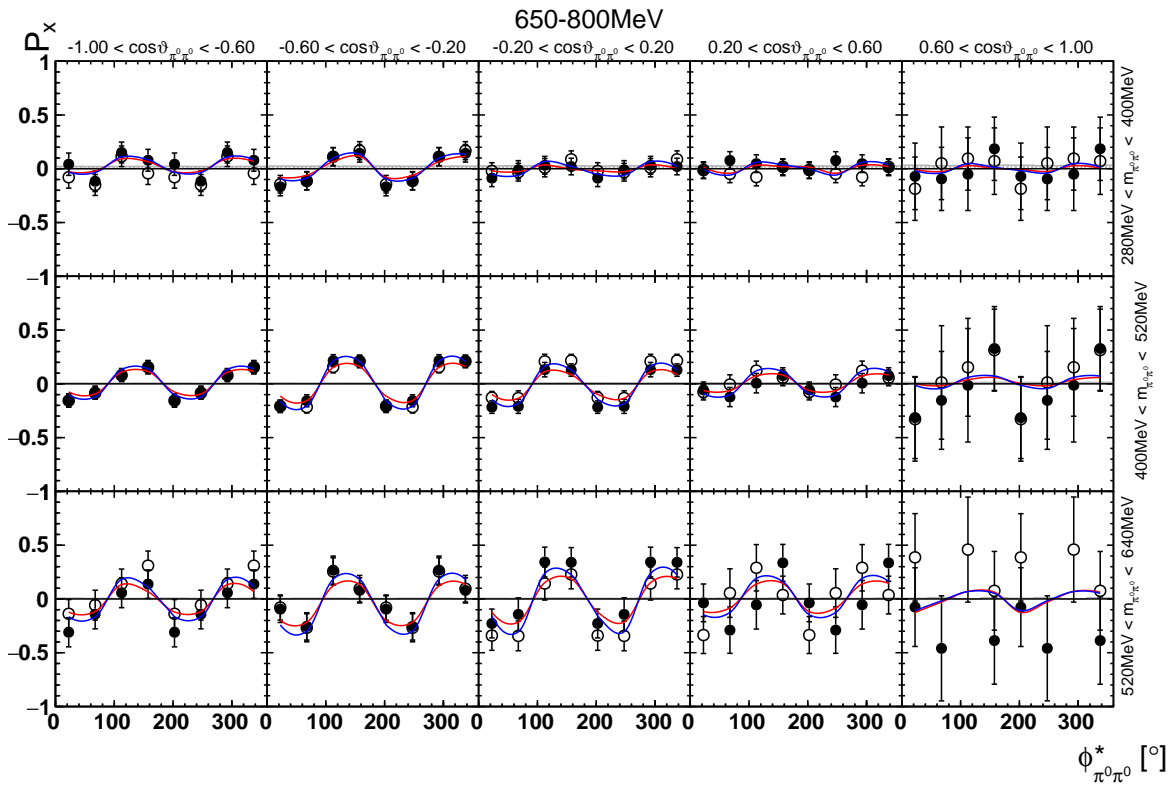


Abbildung H.3.: 4-dimensionale Targetasymmetrie  $P_x$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

Anhang H. Multidimensionale Ergebnisse im  $p(\pi^0\pi^0)$ -Fall

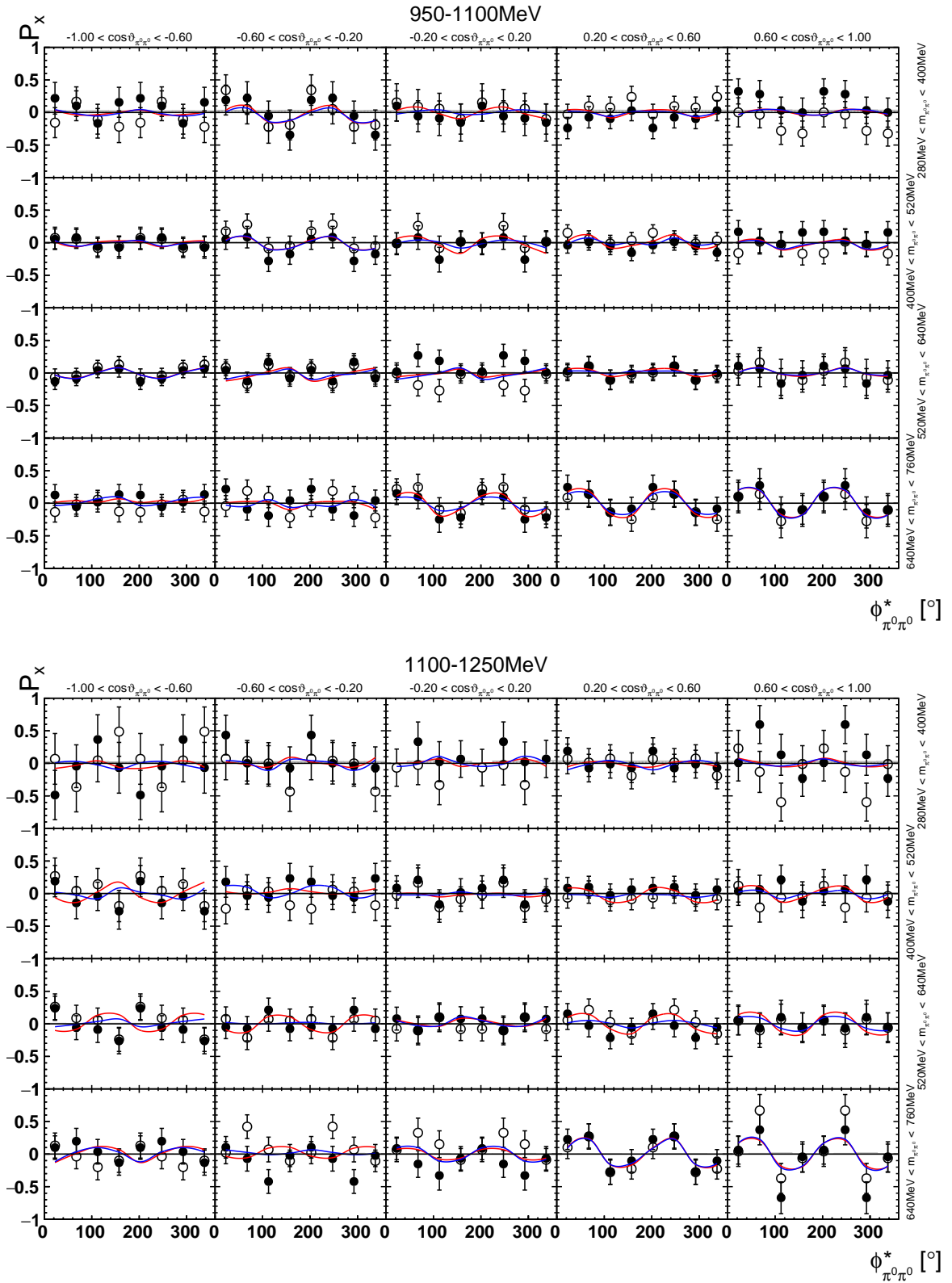


Abbildung H.4.: 4-dimensionale Targetasymmetrie  $P_x$  - höhere Energien. Farbgebung wie in Abbildung G.1.

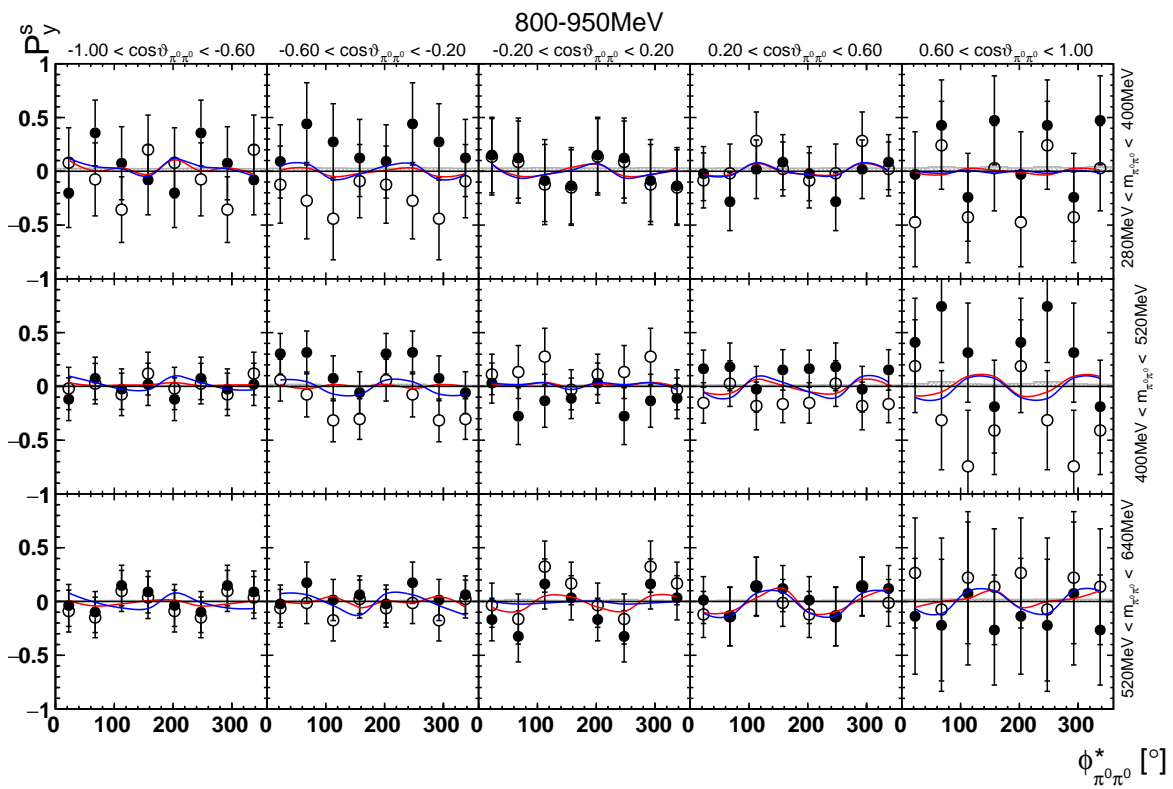
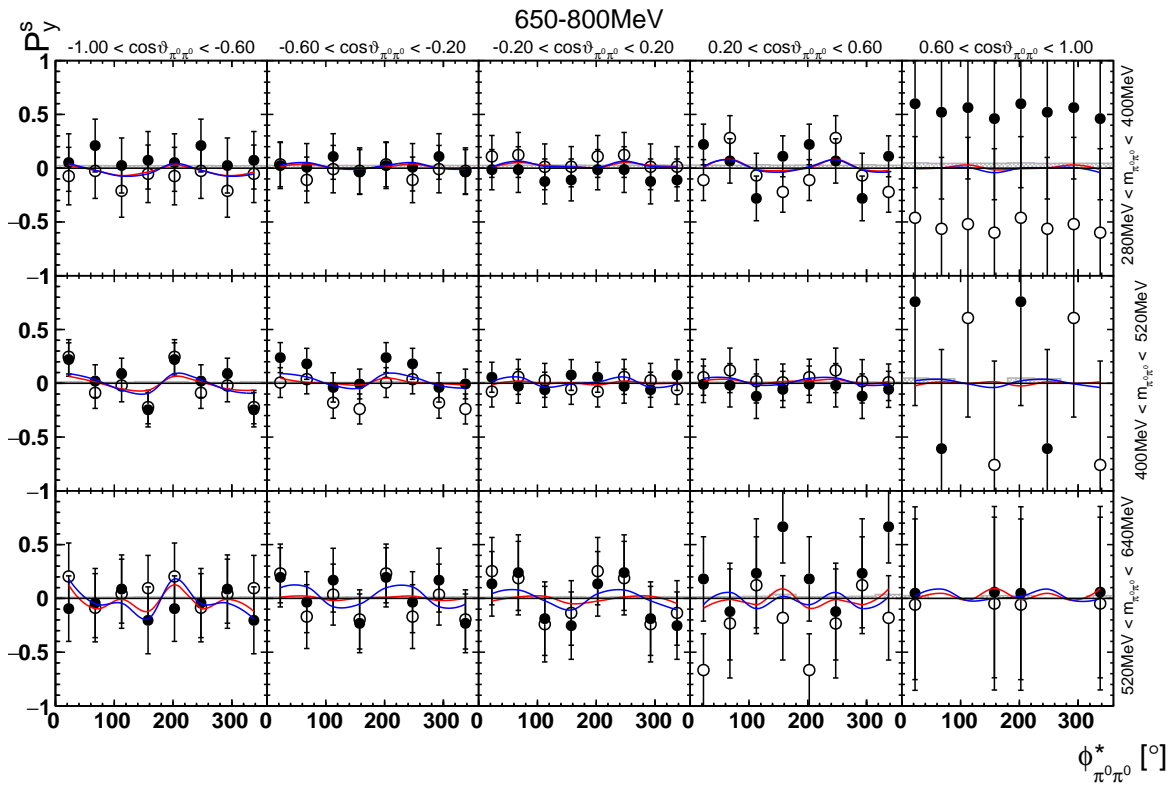


Abbildung H.5.: 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable  $P_y^s$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

Anhang H. Multidimensionale Ergebnisse im  $\rho(\pi^0\pi^0)$ -Fall

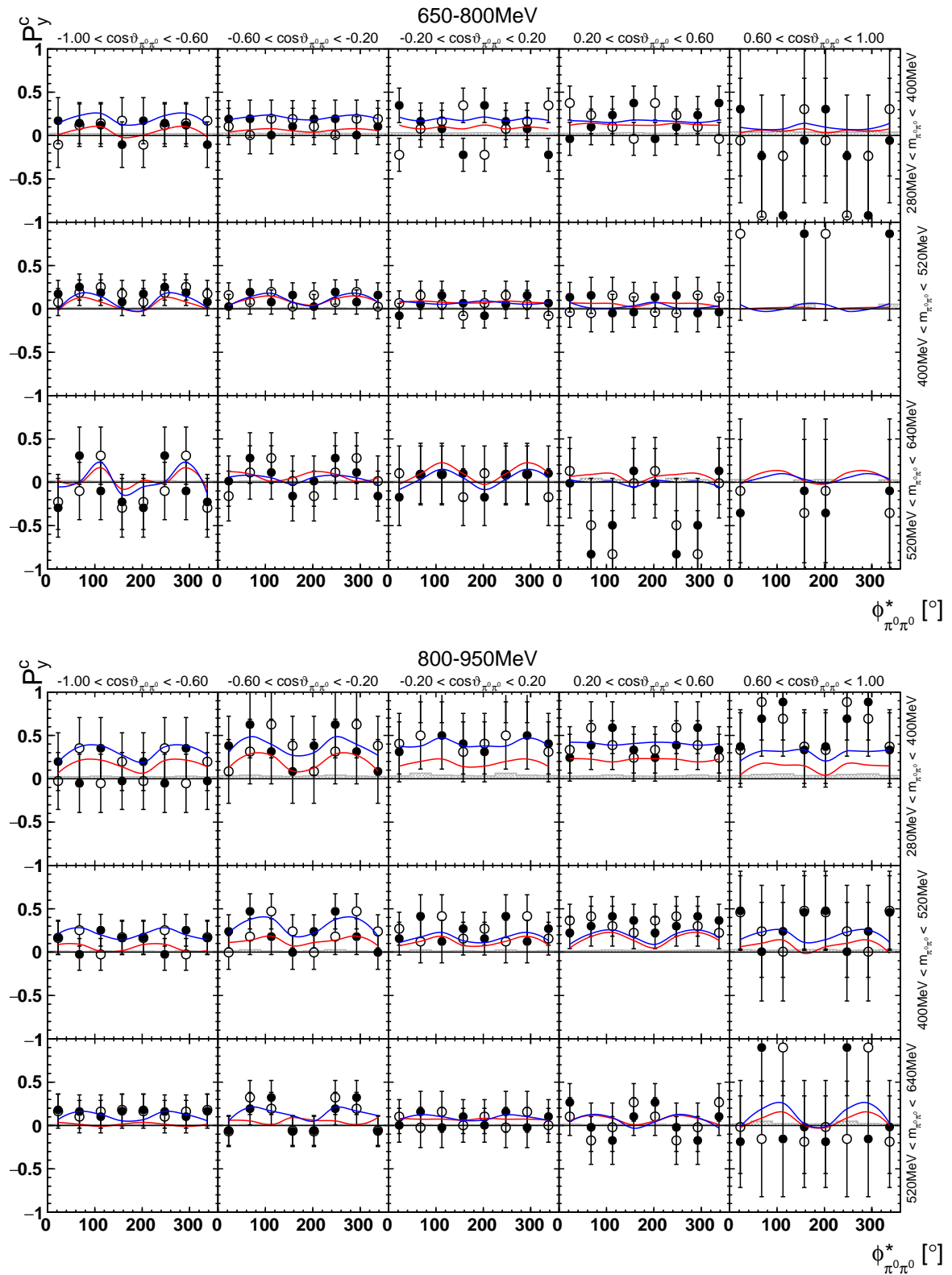


Abbildung H.6.: 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable  $P_y^C$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

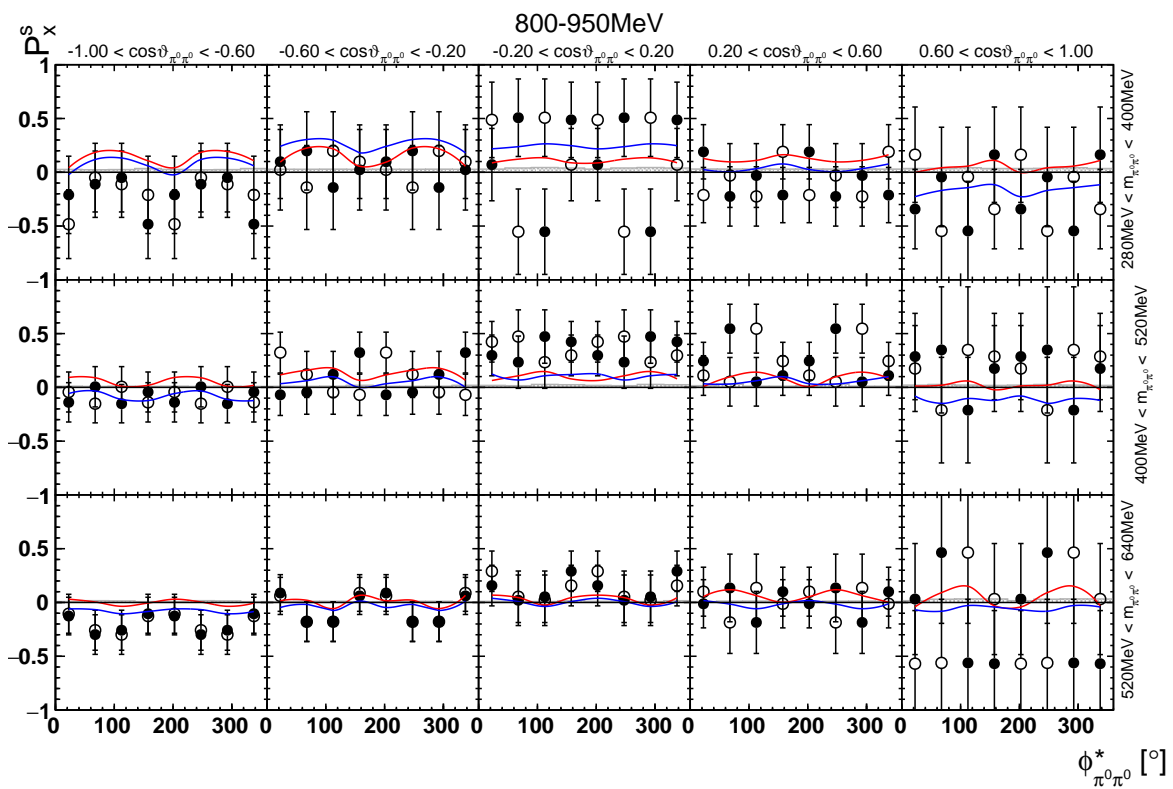
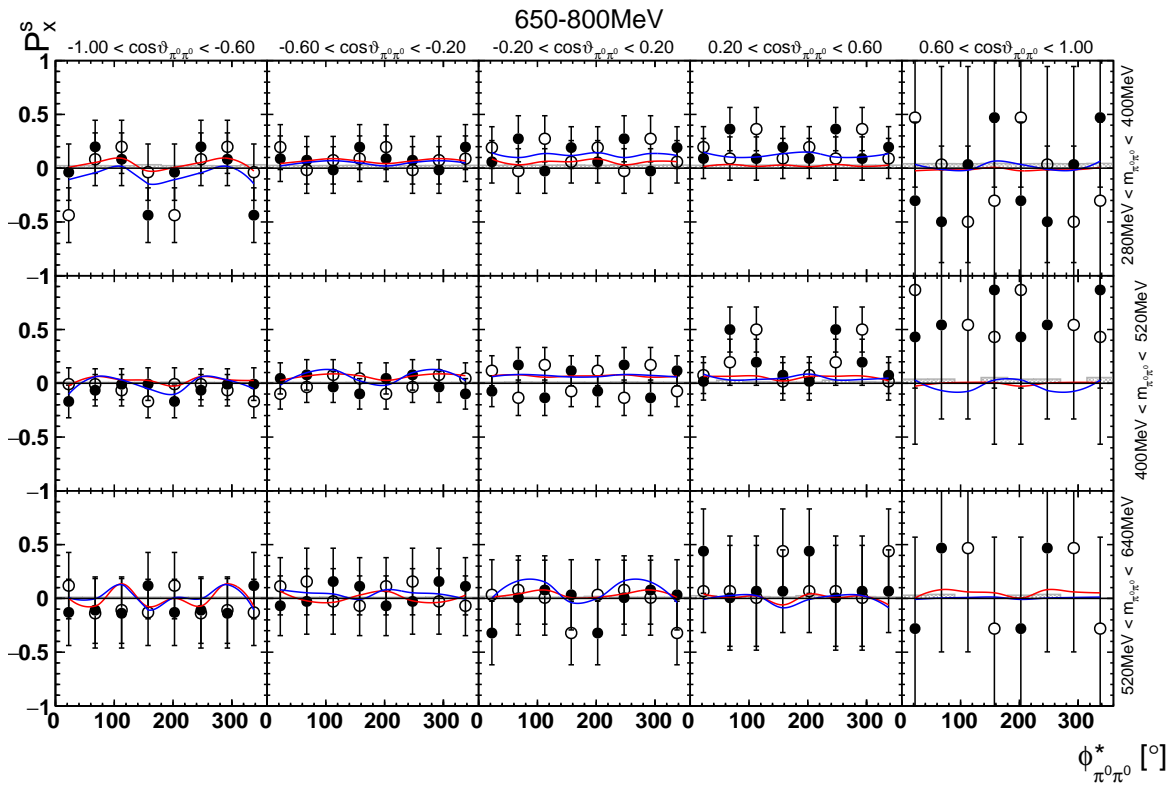


Abbildung H.7.: 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable  $P_x^s$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

Anhang H. Multidimensionale Ergebnisse im  $\rho(\pi^0\pi^0)$ -Fall

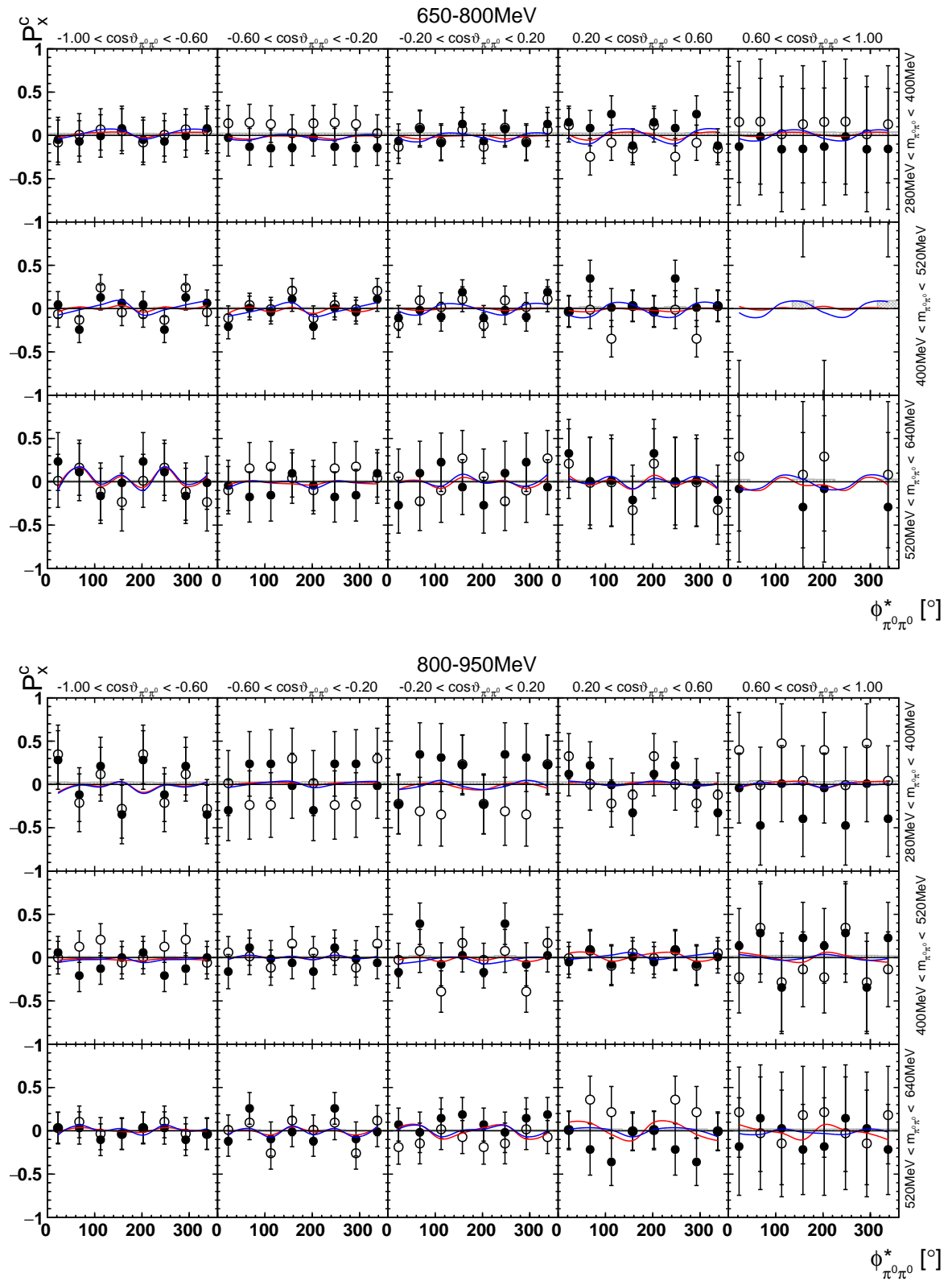


Abbildung H.8.: 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable  $P_x^C$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.



# Anhang I.

## Multidimensionale Ergebnisse im $(\rho\pi^0)\pi^0$ -Fall

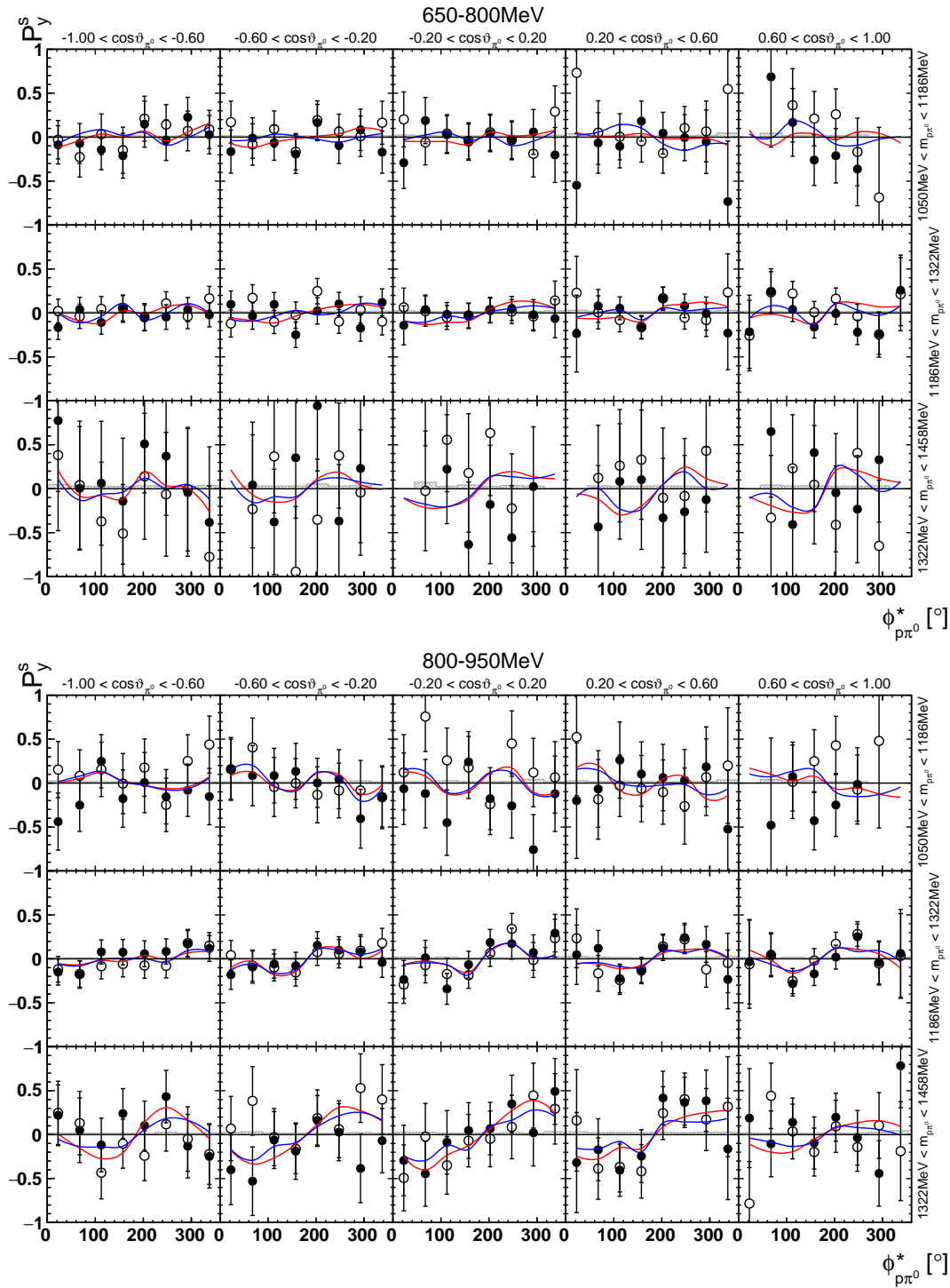


Abbildung I.1.: 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable  $P_y^s$ .

Anhang I. Multidimensionale Ergebnisse im  $(p\pi^0)\pi^0$ -Fall

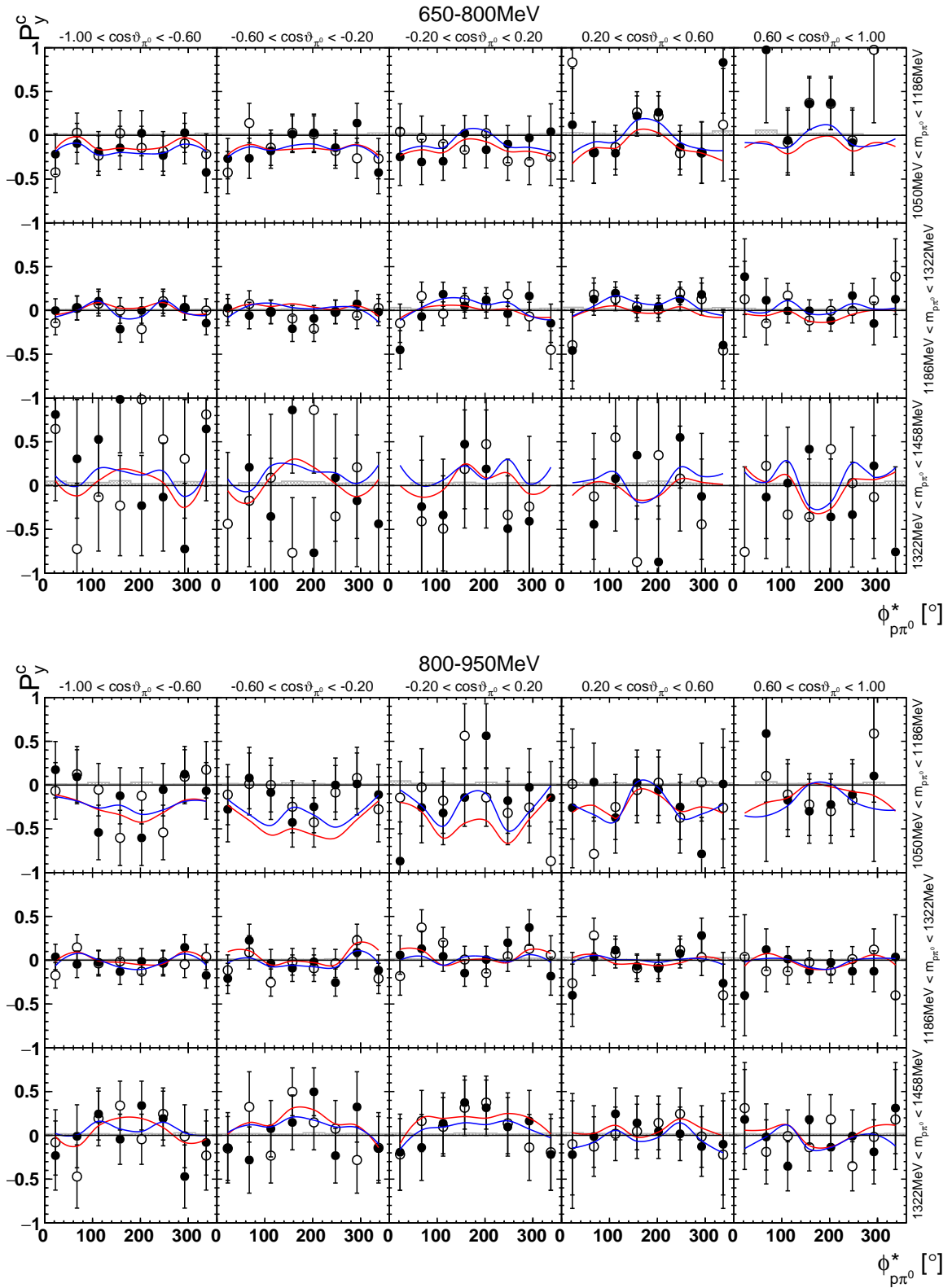


Abbildung I.2.: 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable  $P_y^C$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

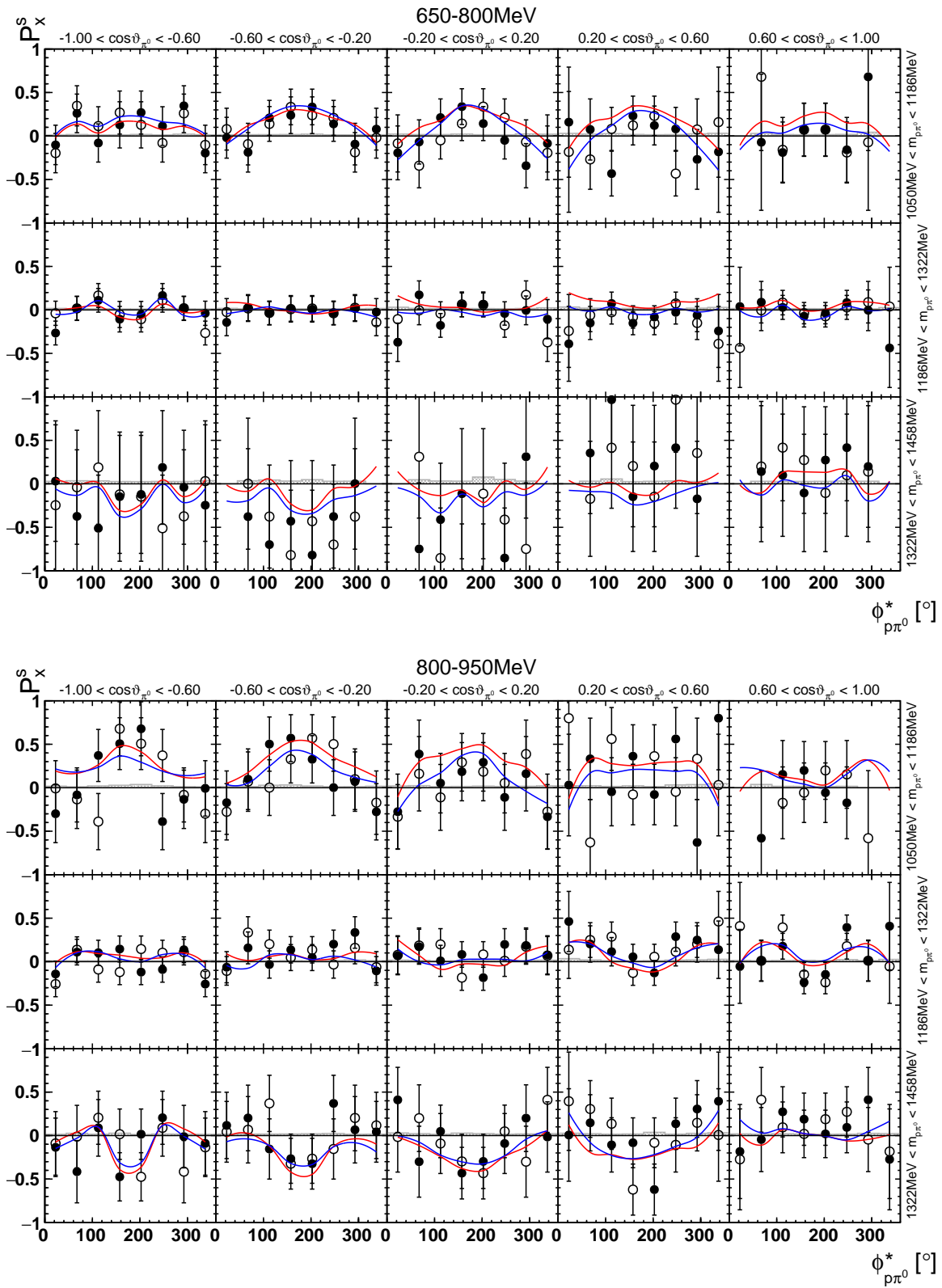


Abbildung I.3.: 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable  $P_x^s$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

Anhang I. Multidimensionale Ergebnisse im  $(p\pi^0)\pi^0$ -Fall

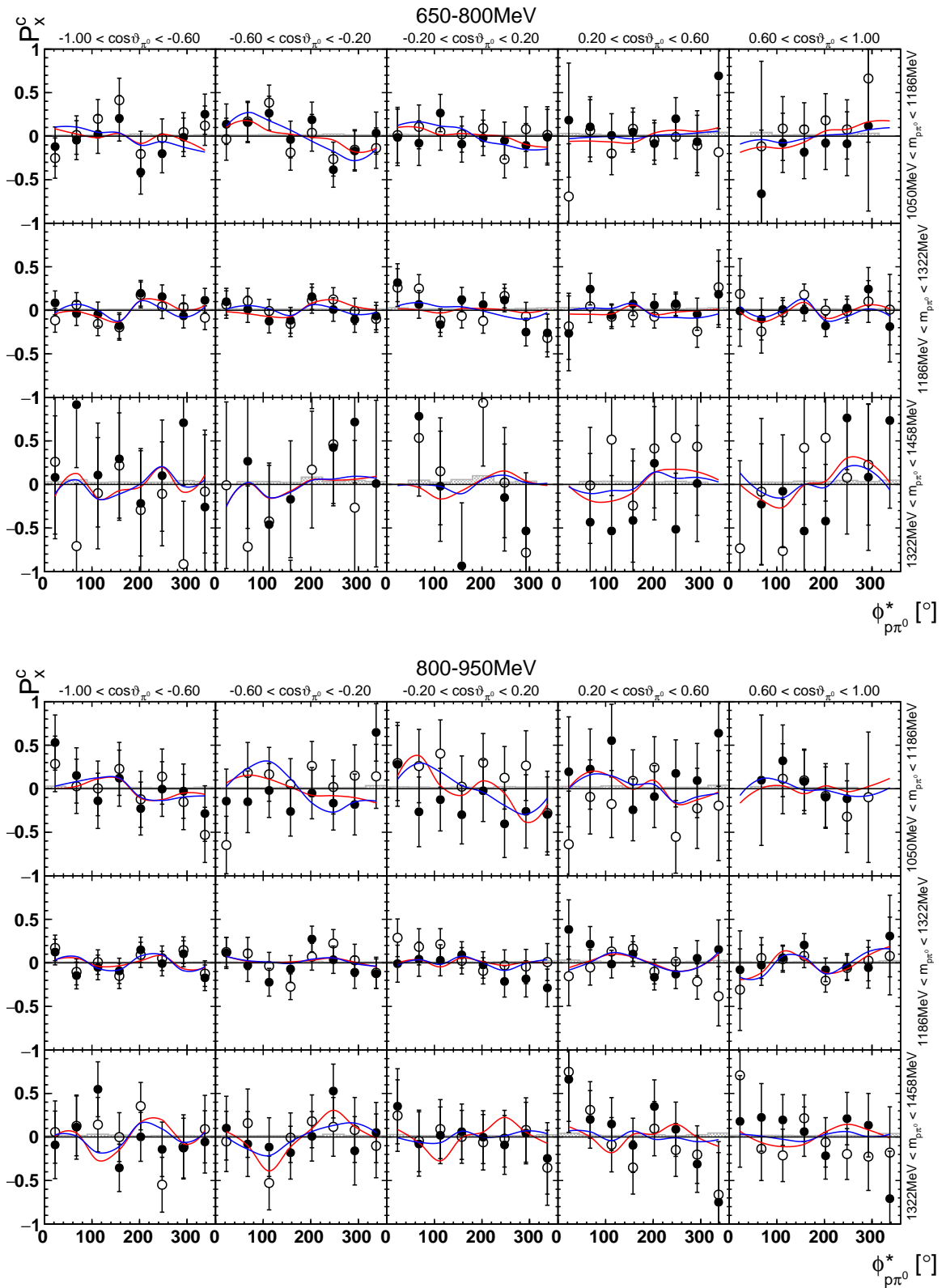


Abbildung I.4.: 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable  $P_x^C$ . Farbgebung wie in Abbildung G.1.

## Anhang J.

### Vergleich der Observablen aus den beiden Bestimmungsmethoden

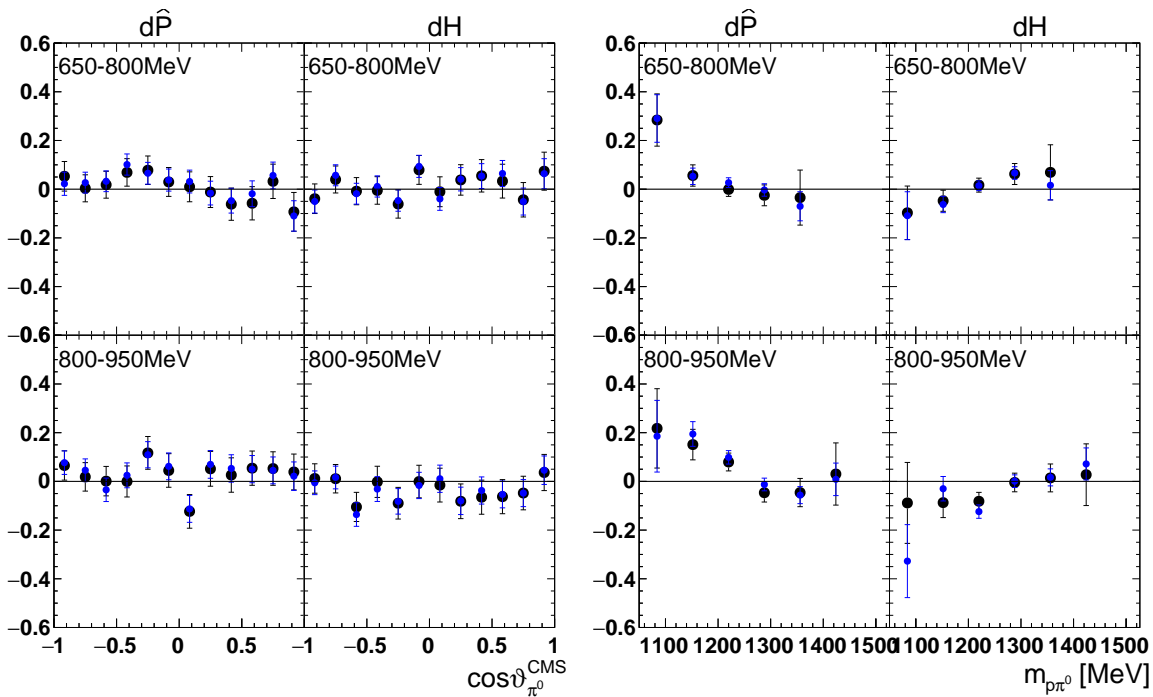


Abbildung J.1.: Vergleich des Produkts aus Doppelpolarisationsobservable und Dilutionfaktor  $d\hat{P}$  bzw.  $dH$  bestimmt mit gebinnter  $\chi^2$ -Anpassung (blau) und ereignisbasiertem Maximum-Likelihood-Fit (schwarz).



# Anhang K.

## Effekt der Untergrundkorrektur

Wie in Kapitel 5.5.1 dargestellt, kann die Untergrundobservable  $\mathcal{O}_B$  die gemessene Observable  $\mathcal{O}$  beeinflussen. Mit dem Untergrundanteil  $x$  ist die wahre Observable  $\mathcal{O}_S$  gegeben durch Gleichung 5.37b:

$$\mathcal{O}_S = \frac{\mathcal{O} - x \cdot \mathcal{O}_B}{1 - x}. \quad (\text{K.1})$$

Wie im linken Teil von Abbildung K.1 gezeigt, stimmt die unkorrigierte Observable  $\mathcal{O}$  nur dann mit der wahren überein, wenn die Untergrundobservable  $\mathcal{O}_B$  gleich der wahren Observablen ist. Insbesondere ist die gemessene Observable für große Werte meist zu klein. Durch die Untergrundkorrektur stimmt die korrigierte Observable mit der tatsächlichen für verschwindende Untergrundobservable überein und weicht unabhängig von der Größe der gemessenen Observablen symmetrisch um  $\mathcal{O}_B$  ab, wie im rechten Teil von Abbildung K.1 dargestellt.

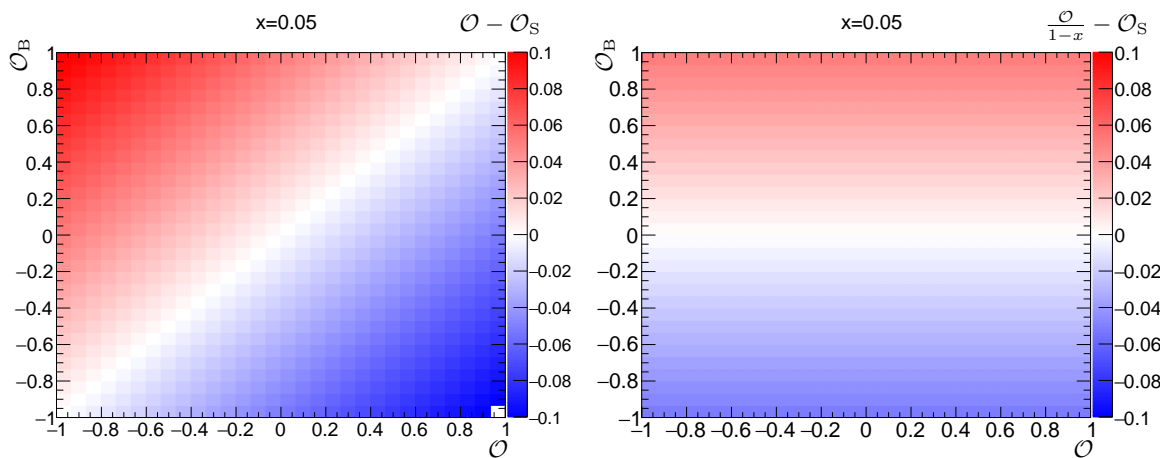


Abbildung K.1.: Abweichung  $\mathcal{O} - \mathcal{O}_S$  (links) bzw.  $\frac{\mathcal{O}}{1-x} - \mathcal{O}_S$  (rechts) in Abhängigkeit der Untergrundobservablen  $\mathcal{O}_B$  und der gemessenen Observablen  $\mathcal{O}$  bei einem Untergrundanteil  $x = 0,05$ .

Um den Einfluss eines falsch abgeschätzten Untergrundanteils zu untersuchen, ist in Abbildung K.2 zunächst die Abweichung der unkorrigierten Observablen  $\mathcal{O}$  zur wahren Observablen  $\mathcal{O}_S$  gegen den tatsächlichen Untergrundanteil  $\tilde{x}$  und die Untergrundobservable  $\mathcal{O}_B$  aufgetragen. Auch hier wird ersichtlich, dass für den größten Teil des möglichen Bereichs die unkorrigierte Observable zu klein ist.

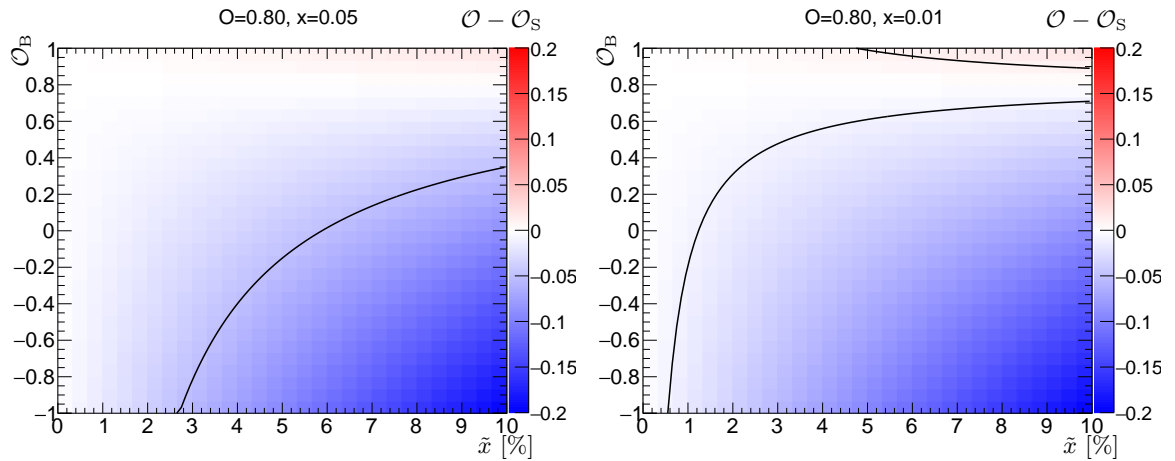


Abbildung K.2.: Abweichung  $\mathcal{O} - \mathcal{O}_S$  in Abhängigkeit der Untergrundobservablen  $\mathcal{O}_B$  und des wahren Untergrundanteils  $\tilde{x}$  bei einer gemessenen Observable  $\mathcal{O} = 0,80$  und einem gemessenen Untergrundanteil  $x = 0,05$  (links) bzw.  $x = 0,01$  (rechts). Die schwarzen Kurven stellen den durch eine systematische Unsicherheit von  $\pm x$  abgedeckten Bereich dar.

Mit der Untergrundkorrektur  $\frac{\mathcal{O}}{1-x}$  ist die Abweichung symmetrisch um  $\mathcal{O}_B$  und  $x = \tilde{x}$ . Auch mit einer (teils deutlichen) Abweichung des bestimmten Untergrundanteils vom wahren Untergrundanteil bleibt die Abweichung der korrigierten Observablen zur wahren Observablen innerhalb der angegebenen systematischen Unsicherheit von  $\pm \frac{x}{\sqrt{3}}$ , wie aus Abbildung K.3 ersichtlich wird.

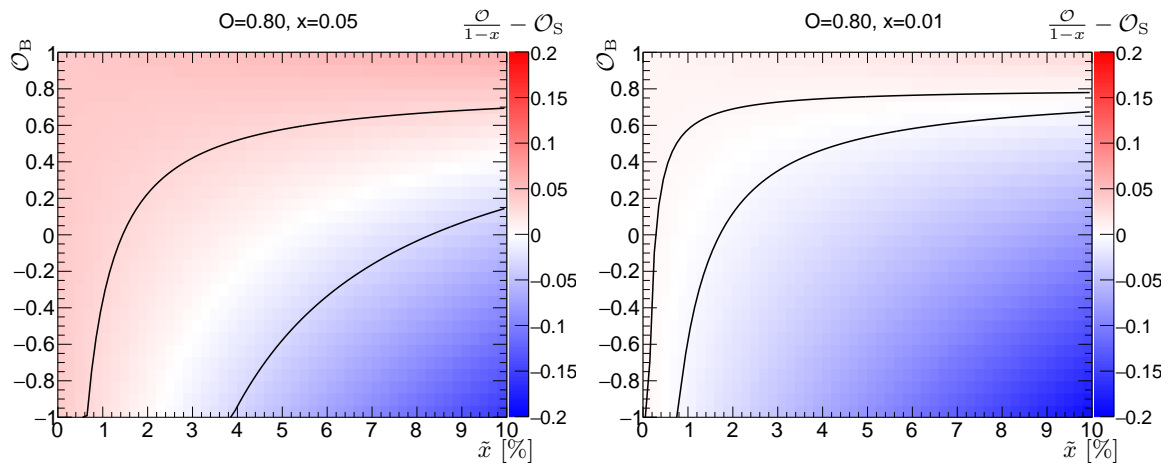


Abbildung K.3.: Abweichung  $\frac{\mathcal{O}}{1-x} - \mathcal{O}_S$  in Abhängigkeit der Untergrundobservablen  $\mathcal{O}_B$  und des wahren Untergrundanteils  $\tilde{x}$  bei einer gemessenen Observable  $\mathcal{O} = 0,80$  und einem gemessenen Untergrundanteil  $x = 0,05$  (links) bzw.  $x = 0,01$  (rechts). Die schwarzen Kurven stellen den durch eine systematische Unsicherheit von  $\pm \frac{x}{\sqrt{3}}$  abgedeckten Bereich dar.



Abbildung K.4 zeigt die Abweichung der unkorrigierten, Abbildung K.5 die der korrigierten Observablen für kleinere Werte der gemessenen Observablen  $\mathcal{O}$ . Hier sind folglich auch die Unterschiede zwischen korrigierten und unkorrigierten Observablen kleiner.

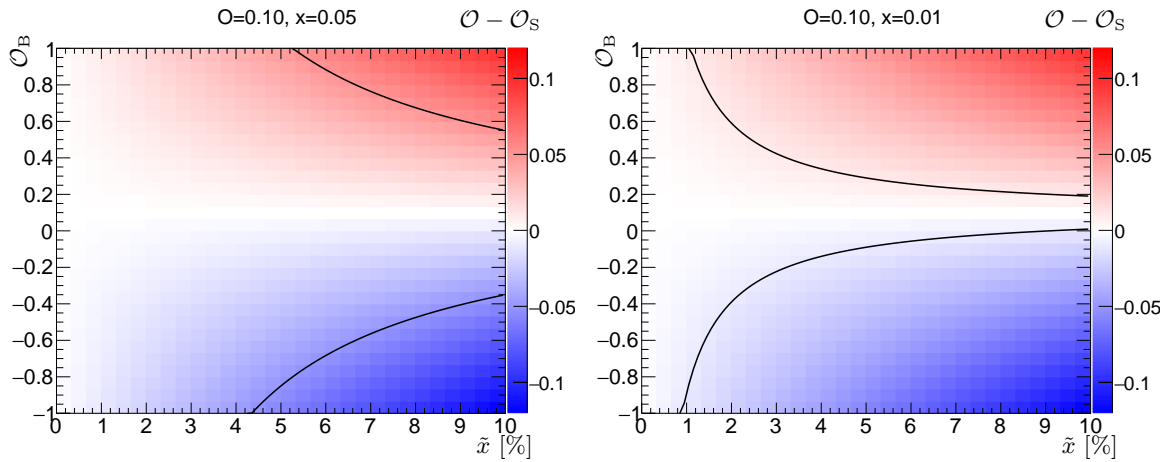


Abbildung K.4.: Abweichung  $\mathcal{O} - \mathcal{O}_S$  in Abhängigkeit der Untergrundobservablen  $\mathcal{O}_B$  und des wahren Untergrundanteils  $\tilde{x}$  bei einer gemessenen Observable  $\mathcal{O} = 0,10$  und einem gemessenen Untergrundanteil  $x = 0,05$  (links) bzw.  $x = 0,01$  (rechts). Die schwarzen Kurven stellen den durch eine systematische Unsicherheit von  $\pm x$  abgedeckten Bereich dar.

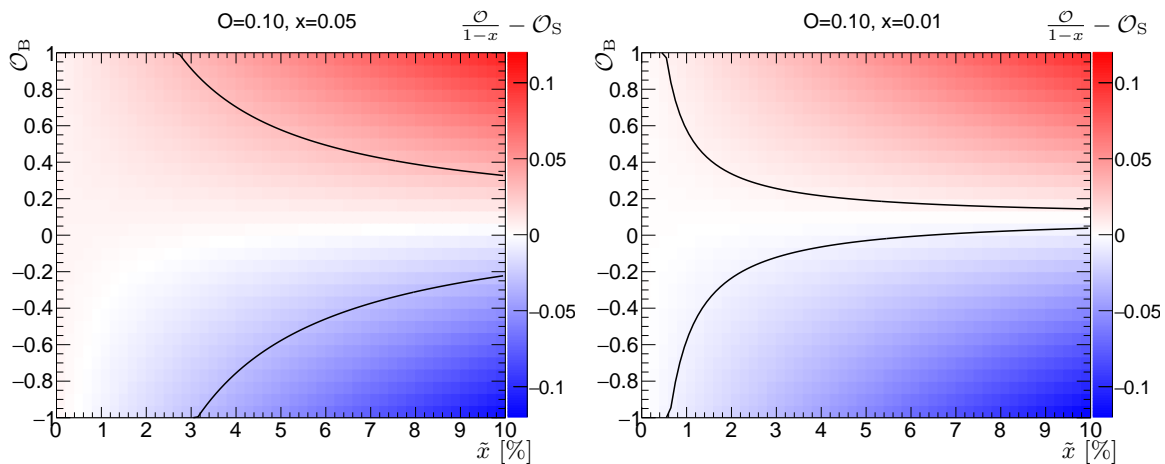


Abbildung K.5.: Abweichung  $\frac{\mathcal{O}}{1-x} - \mathcal{O}_S$  in Abhängigkeit der Untergrundobservablen  $\mathcal{O}_B$  und des wahren Untergrundanteils  $\tilde{x}$  bei einer gemessenen Observable  $\mathcal{O} = 0,10$  und einem gemessenen Untergrundanteil  $x = 0,05$  (links) bzw.  $x = 0,01$  (rechts). Die schwarzen Kurven stellen den durch eine systematische Unsicherheit von  $\pm \frac{x}{\sqrt{3}}$  abgedeckten Bereich dar.



## Anhang L.

### Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen

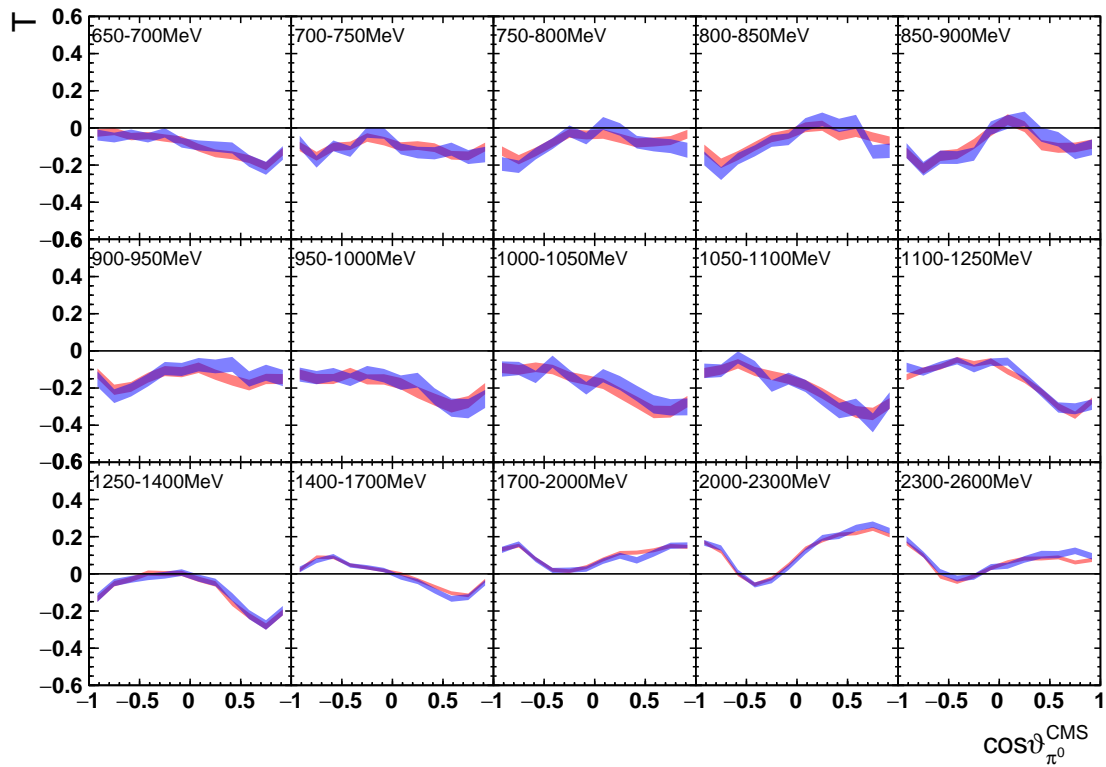


Abbildung L.1.: Das rote (blaue) Band stellt die Vorhersage der BnGa-PWA dar, welche aus den Gewichten der generierten (rekonstruierten) Vierervektoren bestimmt wurde.

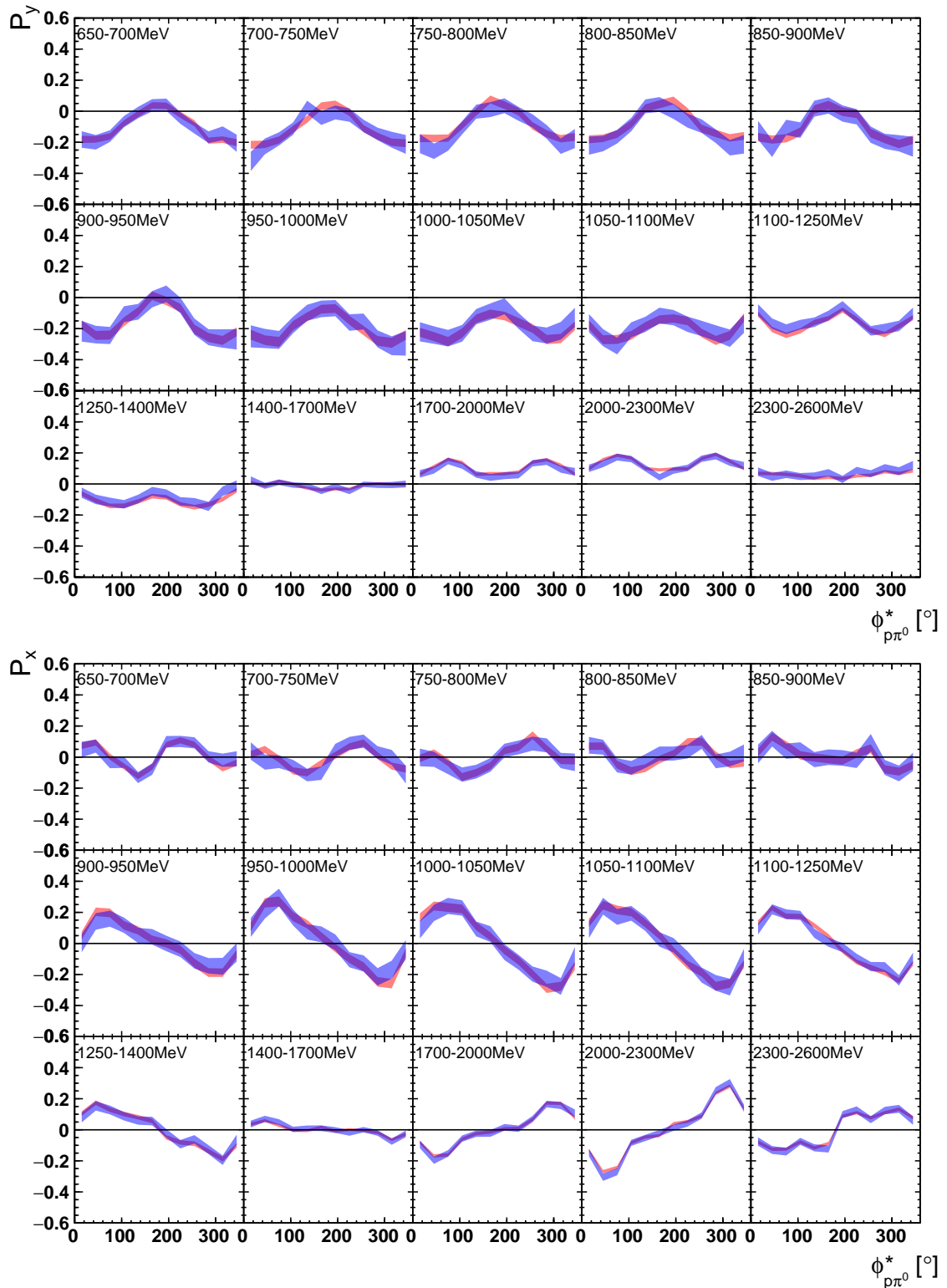


Abbildung L.2.: Das rote (blaue) Band stellt die Vorhersage der BnGa-PWA dar, welche aus den Gewichten der generierten (rekonstruierten) Vierervektoren bestimmt wurde.

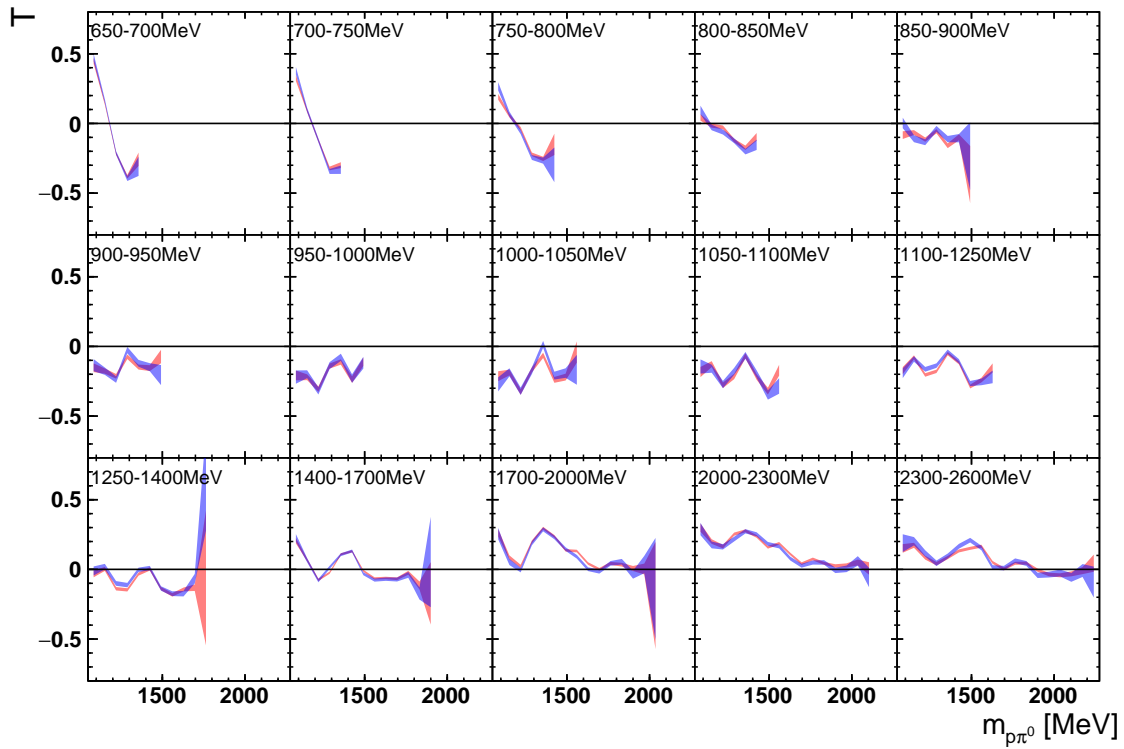


Abbildung L.3.: Das rote (blaue) Band stellt die Vorhersage der BnGa-PWA dar, welche aus den Gewichten der generierten (rekonstruierten) Vierervektoren bestimmt wurde.



# Abbildungsverzeichnis

1.1. Laufende Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung . . . . .	2
1.2. Mesonmultipletts im Grundzustand . . . . .	3
1.3. Baryonmultipletts im Grundzustand . . . . .	4
1.4. Supermultipletts der $SU(6) \otimes O(3)$ -Symmetrie . . . . .	6
1.5. Spektrum der N- und $\Delta$ -Resonanzen aus dem Bonn-Modell . . . . .	7
1.6. N- und $\Delta$ -Spektrum aus der Gittereichrechnung . . . . .	9
1.7. Totaler Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion am Proton . . . . .	10
1.8. Differentieller Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dM}$ - CLAS . . . . .	11
1.9. Differentieller Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dM}$ - CBELSA . . . . .	11
1.10. Definition der Koordinatensysteme . . . . .	14
1.11. Definition der kinematischen Variablen . . . . .	15
1.12. Dominante Beiträge in der $2\pi$ -MAID und BnGa-PWA . . . . .	18
1.13. Totaler Wirkungsquerschnitt der Doppel-Pion-Photoproduktion . . . . .	19
1.14. Strahlasymmetrie $\Sigma$ GRAAL . . . . .	19
1.15. Strahlasymmetrie $I^c$ 3-dimensional . . . . .	20
2.1. Aufbau des CBELSA/TAPS-Experimentes . . . . .	23
2.2. Übersicht über den Elektronenbeschleuniger ELSA . . . . .	24
2.3. Schematische Darstellung eines ELSA-Zyklus im Nachbeschleunigungsmodus	25
2.4. Goniometer . . . . .	26
2.5. Kinematisch erlaubter Bereich des Rückstoßimpulses . . . . .	27
2.6. Bremsstrahlspektrum am Diamant und Kupferradiator . . . . .	28
2.7. Helizitätstransfer . . . . .	29
2.8. Taggermagnet mit Szintillatorlatten und szintillierenden Fasern . . . . .	30
2.9. Bonn-Frozen-Spin-Butanol-Target . . . . .	31
2.10. Kohlenstoff-Target . . . . .	32
2.11. Anordnung der Faserlagen des Innendetektors . . . . .	33
2.12. Crystal-Barrel-Kalorimeter . . . . .	34
2.13. Auslese-Hütchen des CsI(Tl)-Kristalls . . . . .	35
2.14. Aufbau des Vorwärtskonus . . . . .	35
2.15. Mini-TAPS-Kalorimeter . . . . .	36
2.16. Wirkungsquerschnitt am Wasserstofftarget . . . . .	37
2.17. Gas-Cherenkov-Detektor . . . . .	37
2.18. Gamma-Intensitätsmonitor und Fluss-Monitor . . . . .	38
3.1. Zeitkalibrierung der Taggerszintillatorlatten . . . . .	42
3.2. Bestimmung des Verstärkungsfaktors mit dem Lichtpulser . . . . .	44
3.3. Kalibrierung im Crystal-Barrel . . . . .	45
3.4. Dreilagentreffer im Innendetektor . . . . .	47
3.5. Clusterbildung im Crystal-Barrel-Detektor . . . . .	48

3.6. Polarwinkelkorrektur in MiniTAPS . . . . .	50
3.7. Protonen im Crystal-Barrel- und MiniTAPS-Kalorimeter . . . . .	51
3.8. Winkeldifferenzen bzw. Abstand der Richtungsinformation der ladungssensitiven Detektoren zu den Kristalltreffern . . . . .	53
4.1. Polarwinkel für Protonen gegen Kinetische Energie . . . . .	56
4.2. Fehlende Masse bei den 4PED-Ereignissen . . . . .	57
4.3. Reaktionszeit . . . . .	58
4.4. $\varphi$ -Differenzspektrum . . . . .	59
4.5. $\vartheta$ -Differenzspektrum . . . . .	60
4.6. Spektrum der fehlenden Masse . . . . .	61
4.7. Spektrums der invarianten Masse . . . . .	62
4.8. 2D-Invariante-Massespektrum der Mesonen . . . . .	62
4.9. $\varphi$ -Verteilungen . . . . .	64
4.10. $\varphi$ -Verteilungen . . . . .	65
4.11. Fehlende Masse-Verteilungen . . . . .	66
4.12. $\varphi$ -Verteilungen . . . . .	67
4.13. Pullverteilungen für simulierte Daten . . . . .	70
4.14. Konfidenzniveaus . . . . .	71
4.15. Pullverteilungen am Wasserstofftarget . . . . .	72
4.16. Konfidenzniveaus für $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \eta$ gegen $\gamma p \rightarrow xp \pi^0 \pi^0$ . . . . .	73
4.17. Fehlende Masse aus ungefitteten Werten . . . . .	74
4.18. Invariante Masse des freien Photonenpaares in der 2C-Hypothese . . . . .	76
4.19. Bestimmung des $Q$ -Faktors . . . . .	77
4.20. Test der $Q$ -Faktor-Methode mit simulierten Daten . . . . .	78
4.21. Verteilung der Ereignisse in den kinematischen Variablen . . . . .	79
4.22. Anzahl nächster Nachbarn in Abhängigkeit der invarianten Masse der beiden Pionen . . . . .	81
4.23. Abstand der verwendeten nächsten Nachbarn . . . . .	82
4.24. Vergleich der mit $1 - Q_i$ skalierten Daten mit der unskalierten Verteilung . . . . .	83
4.25. Mittlerer Untergrundanteil in verschiedenen kinematischen Bereichen . . . . .	84
5.1. Definition der Reaktionsebene . . . . .	85
5.2. Definition der Winkel . . . . .	86
5.3. Integrierter Photonenfluss . . . . .	87
5.4. Relative Intensitätsspektren im Vergleich mit der ANB-Rechnung . . . . .	88
5.5. Polarisationsgrad des Photonenstrahls . . . . .	89
5.6. Polarisationsgrad des Targets . . . . .	90
5.7. $\varphi$ -Differenz am Butanol und Kohlenstoff . . . . .	91
5.8. Einfluss der $\Delta\varphi$ -Antischnittbreite . . . . .	91
5.9. Vergleich der $\Delta\varphi$ -Verteilung, verschiedene Antischnittbreiten . . . . .	92
5.10. Verhältnis der Photonenflüsse am Butanol- und Kohlenstoff-Target . . . . .	92
5.11. Energieabhängigkeit des Skalierungsfaktors . . . . .	92
5.12. Vergleich der $\Delta\varphi$ -Verteilung, verschiedene Energien . . . . .	93
5.13. Gebinnte Bestimmung des Dilution-Faktors . . . . .	94
5.14. Prinzip der Methode der nächsten Nachbarn . . . . .	95



5.15. Differenz des mit unterschiedlicher Zahl von Kohlenstoff-Ereignissen bestimmten Dilution-Faktors zum simulierten Wert . . . . .	96
5.16. Abstand der verwendeten nächsten Nachbarn . . . . .	97
5.17. Dilution-Faktor mit der Methode der nächsten Nachbarn . . . . .	98
5.18. Dilution-Faktor mit der Methode der nächsten Nachbarn . . . . .	99
5.19. Differenz der Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden . . . . .	100
5.20. Projektion der Differenz der Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden . . . . .	100
5.21. Differenz der Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden in simulierten Daten	101
5.22. Projektion der Differenz der Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden in simulierten Daten . . . . .	101
5.23. Dilution-Faktoren aus den beiden Methoden gegeneinander aufgetragen . . . . .	102
5.24. Kinematik im Quasi-2-Körper-Ansatz . . . . .	103
5.25. Winkeldefinitionen in der 3-Körper Kinematik . . . . .	104
5.26. $\chi^2$ -Anpassung an die $\varphi$ -Verteilungen der Einfach-Polarisationsobservablen in der Quasi-2-Körper Kinematik . . . . .	107
5.27. $\chi^2$ -Anpassung an die $\varphi$ -Verteilungen der Einfach-Polarisationsobservablen in der 3-Körper Kinematik . . . . .	108
5.28. $\chi^2$ -Anpassung an die $\varphi$ -Verteilungen der Doppel-Polarisationsobservablen . . . . .	109
5.29. Korrelationskoeffizienten verschiedener Observablen . . . . .	109
5.30. Konfidenzniveaus aller $\chi^2$ -Anpassungen an die $\varphi$ -Verteilungen . . . . .	110
5.31. Strahlasymmetrie $\Sigma$ . . . . .	111
5.32. Targetasymmetrie $T$ . . . . .	112
5.33. Strahlasymmetrien $I^s$ und $I^c$ . . . . .	113
5.34. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	113
5.35. Doppelpolarisationsobservable $\hat{P}$ und $H$ . . . . .	114
5.36. Doppelpolarisationsobservablen $P_x^c, P_x^s, P_y^c$ und $P_y^s$ . . . . .	114
5.37. Targetasymmetrie $T$ . . . . .	118
5.38. Targetasymmetrie $T$ . . . . .	119
5.39. Targetasymmetrie $P_y$ . . . . .	119
5.40. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	120
5.41. Doppelpolarisationsobservable $\hat{P}$ und $H$ . . . . .	121
5.42. Doppelpolarisationsobservablen $P_x^c, P_x^s, P_y^c$ und $P_y^s$ . . . . .	122
5.43. Doppelpolarisationsobservablen $P_y^c$ und $P_x^s$ . . . . .	123
5.44. Vergleich des Produkts aus Targetasymmetrie und Dilutionfaktor $dT$ . . . . .	124
5.45. Vergleich der Methoden . . . . .	126
5.46. Integrierte Targetasymmetrie . . . . .	127
5.47. 4-dimensionale Targetasymmetrie $P_y$ . . . . .	128
5.48. 4-dimensionale Targetasymmetrie $P_y$ . . . . .	129
5.49. 4-dimensionale Targetasymmetrie $P_x$ . . . . .	130
5.50. 4-dimensionale Targetasymmetrie $P_x$ . . . . .	131
5.51. Überprüfung der Symmetrieeigenschaften . . . . .	132
5.52. Überprüfung der Symmetrieeigenschaften der 4-dimensionalen Observablen . . . . .	134
5.53. Einfluss der Faltung . . . . .	136
5.54. Akzeptanz für verschiedene kinematische Variablen . . . . .	137
5.55. Visualisierung einer $\varphi$ -Anpassungen der gewichteten Daten . . . . .	138
5.56. Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen . . . . .	139
5.57. Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen für reine 5PED-Ereignisse . . . . .	139

5.58. Systematischer Fehler gegen statistischer Fehler . . . . .	141
6.1. Strahlasymmetrie $\Sigma$ im Vergleich mit GRAAL-Daten . . . . .	144
6.2. Dominante Partialwellen in der BnGa-Lösung . . . . .	145
6.3. Visualisierung der Orbitalanregungen der Baryonen . . . . .	148
6.4. Graphische Darstellung der Verzweigungsverhältnisse von N- und $\Delta$ -Resonanzen	150
6.5. Supermultipletts der $SU(6)\otimes O(3)$ -Symmetrie . . . . .	151
6.6. Massenscans der $\Delta 1/2^+$ -Partialwelle . . . . .	154
A.1. Relation zwischen $\theta_{p\pi^0}^*$ und $\theta_{\pi^0 p}^*$ . . . . .	159
B.1. Kinematische Schnittgrenzen der $\varphi$ -Differenz . . . . .	161
B.2. Kinematische Schnittgrenzen der $\vartheta$ -Differenz . . . . .	161
B.3. Kinematische Schnittgrenzen der fehlenden Masse . . . . .	162
B.4. Kinematische Schnittgrenzen der invarianten Masse . . . . .	162
B.5. Kinematische Schnittgrenzen der $\varphi$ -Differenz . . . . .	163
B.6. Kinematische Schnittgrenzen der $\vartheta$ -Differenz . . . . .	163
B.7. Kinematische Schnittgrenzen der fehlenden Masse . . . . .	164
B.8. Kinematische Schnittgrenzen der invarianten Masse . . . . .	164
C.1. Konfidenzniveauverteilungen für schlecht eingestellte Pullverteilungen . . . . .	167
C.2. Targetasymmetrie aus den Daten mit schlecht eingestellten Pullverteilungen .	168
C.3. Abweichung der Daten mit schlecht eingestellten Pullverteilungen . . . . .	168
C.4. Einfluss der Targetlänge auf das Konfidenzniveau . . . . .	169
C.5. Konfidenzniveau von Butanol- und Kohlenstoffdaten . . . . .	170
E.1. Strahlasymmetrie $\Sigma$ . . . . .	173
E.2. Strahlasymmetrien $I^s$ und $I^c$ . . . . .	173
E.3. Targetasymmetrie $T$ . . . . .	174
E.4. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	174
E.5. Doppelpolarisationsobservable $\hat{P}$ und $H$ . . . . .	175
E.6. Doppelpolarisationsobservablen $P_x^c, P_x^s, P_y^c$ und $P_y^s$ . . . . .	175
F.1. Targetasymmetrie $P_y$ . . . . .	177
F.2. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	178
F.3. Targetasymmetrie $P_y$ . . . . .	179
F.4. Targetasymmetrie $T$ . . . . .	179
F.5. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	180
F.6. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	181
G.1. Targetasymmetrie $T$ . . . . .	183
G.2. Targetasymmetrie $T$ . . . . .	184
G.3. Targetasymmetrie $P_y$ . . . . .	184
G.4. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	185
G.5. Doppelpolarisationsobservable $\hat{P}$ und $H$ . . . . .	186
G.6. Doppelpolarisationsobservablen $P_x^c, P_x^s, P_y^s$ und $P_y^c$ . . . . .	187
G.7. Doppelpolarisationsobservablen $P_y^c$ und $P_x^s$ . . . . .	188
G.8. Targetasymmetrien $P_y$ . . . . .	189

G.9. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	190
G.10. Targetasymmetrie $P_y$ . . . . .	191
G.11. Targetasymmetrie $T$ . . . . .	191
G.12. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	192
G.13. Targetasymmetrien $P_y$ und $P_x$ . . . . .	193
H.1. 4-dimensionale Targetasymmetrie $P_y$ . . . . .	195
H.2. 4-dimensionale Targetasymmetrie $P_y$ - höhere Energien . . . . .	196
H.3. 4-dimensionale Targetasymmetrie $P_x$ . . . . .	197
H.4. 4-dimensionale Targetasymmetrie $P_x$ - höhere Energien . . . . .	198
H.5. 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable $P_y^s$ . . . . .	199
H.6. 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable $P_y^c$ . . . . .	200
H.7. 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable $P_x^s$ . . . . .	201
H.8. 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable $P_x^c$ . . . . .	202
I.1. 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable $P_y^s$ . . . . .	203
I.2. 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable $P_y^c$ . . . . .	204
I.3. 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable $P_x^s$ . . . . .	205
I.4. 4-dimensionale Doppelpolarisationsobservable $P_x^c$ . . . . .	206
J.1. Vergleich des Produkts aus Doppelpolarisationsobservable und Dilutionfaktor $d\hat{P}$ bzw. $dH$ . . . . .	207
K.1. Abweichung der (un)korrigierten Observablen zur wahren Observablen in Abhängigkeit der Untergrundobservablen . . . . .	209
K.2. Abweichung der unkorrigierten Observablen zur wahren Observablen in Abhängigkeit des Untergrundanteils . . . . .	210
K.3. Abweichung der korrigierten Observablen zur wahren Observablen in Abhängigkeit des Untergrundanteils . . . . .	210
K.4. Abweichung der unkorrigierten Observablen zur wahren Observablen in Abhängigkeit des Untergrundanteils . . . . .	211
K.5. Abweichung der korrigierten Observablen zur wahren Observablen in Abhängigkeit des Untergrundanteils . . . . .	211
L.1. Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen . . . . .	213
L.2. Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen . . . . .	214
L.3. Einfluss der Akzeptanz auf die Observablen . . . . .	215



# Tabellenverzeichnis

1.1. Elementarteilchen im Standardmodell . . . . .	1
1.2. Symmetrie der Grundzustände und ersten angeregten Zustände von Nukleon- und Deltaresonanzen . . . . .	5
1.3. Kinematische Größen im 3-Körper-Endzustand . . . . .	15
2.1. Parameter der verschiedenen Targets . . . . .	33
2.2. Eigenschaften der Kristalle . . . . .	37
2.3. Trigger-Bedingungen . . . . .	39
3.1. Zeitaufösungen der Detektoren . . . . .	43
3.2. Ladungsqualitätsfaktoren für die verschiedenen Detektoren . . . . .	52
4.1. Einfluss verschiedener Endzustände . . . . .	75
4.2. Energieabhängige und globale Standardabweichungen $s_k$ der kinematischen Variablen. . . . .	80
6.1. Ortswellenfunktion angeregter Zustände in der harmonischen Oszillatorbasis .	147
6.2. Verzweigungsverhältnisse für Nukleon- und Delta-Resonanzen . . . . .	149
6.3. Eigenschaften der beiden $\Delta 1/2^+$ -Resonanzen . . . . .	152
A.1. Effekte der verschiedenen Operationen auf die Observablen. . . . .	159
C.1. Werte der Fehlerskalierung für Wasserstoff-Daten. . . . .	165
C.2. Werte der Fehlerskalierung für simulierte Daten. . . . .	165
C.3. Werte der Fehlerskalierung für deutlich zu große Fehler. . . . .	166
C.4. Werte der Fehlerskalierung für zu kleine Fehler. . . . .	166



# Literaturverzeichnis

- [A<sup>+</sup>92] E. Aker et al. The Crystal Barrel spectrometer at LEAR. *Nucl.Instrum.Meth.*, A321:69–108, 1992. 34, 37
- [A<sup>+</sup>99] T. D. Averett et al. A Solid polarized target for high luminosity experiments. *Nucl. Instrum. Meth.*, A427:440–454, 1999. 89
- [A<sup>+</sup>03] Y. Assafiri et al. Double pi0 photoproduction on the proton at GRAAL. *Phys. Rev. Lett.*, 90:222001, 2003. 18, 19, 143, 144
- [A<sup>+</sup>05] J. Ahrens et al. Intermediate resonance excitation in the  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$  reaction. *Phys. Lett.*, B624:173–180, 2005. 18
- [A<sup>+</sup>14] C. S. Akondi et al. Measurement of the Transverse Target and Beam-Target Asymmetries in  $\eta$  Meson Photoproduction at MAMI. *Phys. Rev. Lett.*, 113(10):102001, 2014. 145
- [A<sup>+</sup>16] A. V. Anisovich et al. The impact of new polarization data from Bonn, Mainz and Jefferson Laboratory on  $\gamma p \rightarrow \pi N$  multipoles. *Eur. Phys. J.*, A52(9):284, 2016. 17
- [ABB68] Photoproduction of Meson and Baryon Resonances at Energies up to 5.8 GeV. *Phys. Rev.*, 175:1669–1696, 1968. 10
- [ABK<sup>+</sup>12] A. V. Anisovich, R. Beck, E. Klempt, V. A. Nikonov, A. V. Sarantsev, and U. Thoma. Properties of baryon resonances from a multichannel partial wave analysis. *Eur. Phys. J.*, A48:15, 2012. 8
- [Ait72] I. J. R. Aitchison. K-MATRIX FORMALISM FOR OVERLAPPING RESONANCES. *Nucl. Phys.*, A189:417–423, 1972. 16, 17
- [APE<sup>+</sup>93] Mauro Anselmino, Enrico Predazzi, Svante Ekelin, Sverker Fredriksson, and D. B. Lichtenberg. Diquarks. *Rev. Mod. Phys.*, 65:1199–1234, 1993. 8
- [B<sup>+</sup>86] E. Blucher et al. Tests of cesium iodide crystals for an electromagnetic calorimeter. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 249:201–227, 1986. 34
- [B<sup>+</sup>05] O. Bartholomy et al. Neutral pion photoproduction off protons in the energy range  $0.3 \text{ GeV} < E_\gamma < 3 \text{ GeV}$ . *Phys. Rev. Lett.*, 94:012003, 2005. 10
- [BDH<sup>+</sup>19] W. Briscoe, M. Döring, H. Habberzettl, I. Strakovsky, and R. Workman. Said partial-wave analysis, 2019. <http://gwdac.phys.gwu.edu>. 17
- [BDP<sup>+</sup>99] Ch. Bradtke, H. Dutz, H. Peschel, et al. A new frozen-spin target for  $4\pi$  particle detection. *Nucl.Instrum.Meth.*, A436:430–442, 1999. 32

- [BDS75] I. S. Barker, A. Donnachie, and J.K. Storrow. Complete experiments in pseudoscalar photoproduction. *Nuclear Physics B*, 95:347–356, 1975. 13, 103
- [Bet30] H. Bethe. Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Materie. *Annalen Phys.*, 5:325–400, 1930. [Annalen Phys.397,325(1930)]. 50
- [BH34] H. Bethe and W. Heitler. On the Stopping of fast particles and on the creation of positive electrons. *Proc.Roy.Soc.Lond.*, A146:83–112, 1934. 26
- [Bir64] John B. Birks. *The Theory and practice of scintillation counting*. Pergamon, 1964. 50
- [BMM11] Peter C. Bruns, Maxim Mai, and Ulf G. Meissner. Chiral dynamics of the  $S_{11}(1535)$  and  $S_{11}(1650)$  resonances revisited. *Phys. Lett.*, B697:254–259, 2011. 3
- [Bös06] S. Böse. Modifikation und Test des Lichtpulsersystems für den Crystal Barrel Aufbau an ELSA. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2006. 44
- [Bra99] Siegmund Brandt. *Data analysis: Using statistical methods and computer programs*. Spektrum Akad. Verl., Heidelberg, 1999. 68
- [Bro95] I. Bronstein. *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a.M., 1995. 107
- [C<sup>+</sup>05] V. Crede et al. Photoproduction of eta mesons off protons for  $0.75 \text{ GeV} < E_\gamma < 3 \text{ GeV}$ . *Phys. Rev. Lett.*, 94:012004, 2005. 10
- [C<sup>+</sup>17] P. Collins et al. Photon beam asymmetry  $\Sigma$  for  $\eta$  and  $\eta'$  photoproduction from the proton. *Phys. Lett.*, B771:213–221, 2017. 145
- [CBH<sup>+</sup>95] S. U. Chung, J. Brose, R. Hackmann, E. Klempt, S. Spanier, and C. Strassburger. Partial wave analysis in K matrix formalism. *Annalen Phys.*, 4:404–430, 1995. 16, 17
- [CGLN57] G. F. Chew, M. L. Goldberger, F. E. Low, and Yoichiro Nambu. Relativistic dispersion relation approach to photomeson production. *Phys. Rev.*, 106:1345–1355, 1957. 12
- [CHM52] J. B. Cladis, W. N. Hess, and B. J. Moyer. Nucleon Momentum Distributions in Deuterium and Carbon Inferred from Proton Scattering. *Phys. Rev.*, 87:425, 1952. 99
- [CI86] S. Capstick and N. Isgur. Baryons in a relativized quark model with chromodynamics. *Physical Review D*, 34:2809–2835, 1986. 7
- [CR93] Simon Capstick and Winston Roberts. N pi decays of baryons in a relativized model. *Phys. Rev.*, D47:1994–2010, 1993. 7
- [CT97] W.-T. Chiang and F. Tabakin. Complete Rules for Spin Observables in Pseudoscalar Meson Photoproduction. *Physical Review C*, 55:2054–2066, 1997. 12, 13, 14



- [Dah08] T. Dahlke. Bestimmung einer winkelabhängigen Energiekorrekturfunktion für das TAPS-Kalorimeter des Crystal-Barrel/TAPS-Experimentes an ELSA. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2008. 49, 50
- [Die08] J. Dielmann. Entwicklung, Aufbau und Test eines Detektors zur Bestimmung des Photonenflusses an der Bonner Photonenmarkierungsanlage. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2008. 38
- [Dut17] H. Dutz. Persönliche Kommunikation, 2017. 89
- [EB64] F. Englert and R. Brout. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:321–323, 1964. 1
- [Ebe10] M. Eberhardt. *Messung und Korrektur der Arbeitspunkte während der Energierampe am Stretcherring von ELSA*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2010. 25
- [Ebe12] H. Eberhardt. *Bestimmung von Polarisationsobservablen in der  $\pi^0$  und  $\omega$  Photo-  
produktion am Proton mit dem CBELSA/TAPS-Experiment*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2012. 28, 88, 89
- [EDRW11] Robert G. Edwards, Jozef J. Dudek, David G. Richards, and Stephen J. Wallace. Excited state baryon spectroscopy from lattice QCD. *Phys. Rev.*, D84:074508, 2011. 8, 9
- [els] Internetpräsenz der ELSA Arbeitsgruppe. [https://www-elsa.physik.uni-bonn.de/Beschleuniger/bilder/ELSA-Plan\\_de\\_oM\\_tr.gif](https://www-elsa.physik.uni-bonn.de/Beschleuniger/bilder/ELSA-Plan_de_oM_tr.gif). Abgerufen am 07.09.2017. 24
- [Els07] D. Elsner. *Untersuchung kleiner Partialwellenbeiträge in der Nähe dominierender Resonanzzustände des Protons mit linear polarisierten Photonen*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2007. 28
- [FA05] A. Fix and H. Arenhövel. Double pion photoproduction on nucleon and deuteron. *Eur. Phys. J.*, A25:115–135, 2005. 17, 18, 117, 118, 127, 144, 183
- [FGML73] H. Fritzsch, Murray Gell-Mann, and H. Leutwyler. Advantages of the Color Octet Gluon Picture. *Phys. Lett.*, B47:365–368, 1973. 1
- [FH68] David Faiman and Archibald W. Hendry. Harmonic oscillator model for baryons. *Phys. Rev.*, 173:1720–1729, 1968. 5
- [Fle01] H. Flemming. *Entwurf und Aufbau eines Zellularlogik-Triggers für das Crystal-Barrel-Experiment an der Elektronenbeschleunigeranlage ELSA*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 2001. 39
- [FP09] K. Fornet-Ponse. *Die Photonenmarkierungsanlage für das Crystal-Barrel/TAPS-Experiment an ELSA*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2009. 31, 46
- [FTS92] C. G. Fasano, Frank Tabakin, and Bijan Saghai. Spin observables at threshold for meson photoproduction. *Phys. Rev.*, C46:2430–2455, 1992. 12, 13

- [Fun08] Ch. Funke. *Analyse der Triggerfähigkeiten zur Selektion hadronischer Ereignisse und Entwicklung eines Hochgeschwindigkeits-Triggers für den Vorwärtskonus des Crystal-Barrel-Detektors*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2008. 36, 39
- [G<sup>+</sup>94] A. R. Gabler et al. Response of TAPS to monochromatic photons with energies between 45-MeV and 790-MeV. *Nucl. Instrum. Meth.*, A346:168–176, 1994. 50
- [G<sup>+</sup>00] Donald E. Groom et al. Review of particle physics. Particle Data Group. *Eur. Phys. J.*, C15:1–878, 2000. 17
- [G<sup>+</sup>14a] M. Gottschall et al. First measurement of the helicity asymmetry for  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$  in the resonance region. *Phys. Rev. Lett.*, 112(1):012003, 2014. 21
- [G<sup>+</sup>14b] E. Gutz et al. High statistics study of the reaction  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\eta$ . *Eur. Phys. J.*, A50:74, 2014. 11, 17, 21, 117, 118, 127, 136, 144, 145, 177, 183
- [G<sup>+</sup>19] E. Golovatch et al. First results on nucleon resonance photocouplings from the  $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^-p$  reaction. *Phys. Lett.*, B788:371–379, 2019. 11, 21, 145
- [Gen99] M. Gentner. *Präparation von Teilchenstrahlen für Experimente der Hadronenphysik: langsame Extraktion an ELFE@DESY und ELSA, sowie Strahlkühlung an HERA*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1999. 25
- [GHK64] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, and T. W. B. Kibble. Global Conservation Laws and Massless Particles. *Phys. Rev. Lett.*, 13:585–587, 1964. 1
- [GIM70] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani. Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry. *Phys. Rev.*, D2:1285–1292, 1970. 1
- [GL84] J. Gasser and H. Leutwyler. Chiral Perturbation Theory to One Loop. *Annals Phys.*, 158:142, 1984. 3
- [GL85] J. Gasser and H. Leutwyler. Chiral Perturbation Theory: Expansions in the Mass of the Strange Quark. *Nucl. Phys.*, B250:465–516, 1985. 3
- [Gla61] S. L. Glashow. Partial Symmetries of Weak Interactions. *Nucl. Phys.*, 22:579–588, 1961. 1
- [GM64] Murray Gell-Mann. A Schematic Model of Baryons and Mesons. *Phys. Lett.*, 8:214–215, 1964. 3
- [Got09] M. Gottschall. *Documentation of the TAPS Energy Calibration*, 2009. 46
- [GR96] L. Ya. Glozman and D. O. Riska. The Spectrum of the nucleons and the strange hyperons and chiral dynamics. *Phys. Rept.*, 268:263–303, 1996. 7
- [Gre64] O. W. Greenberg. Spin and Unitary Spin Independence in a Paraquark Model of Baryons and Mesons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:598–602, 1964. 1

- [Grü06] M. Grüner. Modifikation und Test des Innendetektors für das Crystal Barrel Experiment. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2006. 33
- [Grü16] M. Grüner. Persönliche Kommunikation, 2016. 32, 33
- [GW73] David J. Gross and Frank Wilczek. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories. *Phys. Rev. Lett.*, 30:1343–1346, 1973. 2
- [H<sup>+</sup>08] I. Horn et al. Study of the reaction  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\eta$ . *Eur. Phys. J.*, A38:173–186, 2008. 10
- [H<sup>+</sup>14] J. Hartmann et al. The N(1520) 3/2- helicity amplitudes from an energy-independent multipole analysis based on new polarization data on photoproduction of neutral pions. *Phys. Rev. Lett.*, 113:062001, 2014. 21
- [Ham09] Ch. Hammann. Aufbau eines Flüssigwasserstofftargets zur Durchführung von Kalibrationsmessungen am Crystal-Barrel Experiment an ELSA. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2009. 32, 33
- [Ham17] C. Hammann. Persönliche Kommunikation, 2017. 33
- [Har08] J. Hartmann. Zeitkalibrierung und Photonenflussbestimmung für das Crystal-Barrel-Experiment an ELSA. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2008. 38, 41, 42, 43
- [Har17] J. Hartmann. *Measurement of Double Polarization Observables in the Reactions  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$  and  $\gamma p \rightarrow p\eta$  with the Crystal Barrel/TAPS Experiment at ELSA*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2017. 39, 47, 87, 106, 116, 125
- [Hei14] D. Heiliger. *Erzeugung intensiver spinpolarisierter Elektronenstrahlen an der Beschleunigeranlage ELSA*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2014. 29
- [Hig64] Peter W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:508–509, 1964. 1
- [Hil00] W. Hillert. *Erzeugung eines Nutzstrahls spinpolarisierter Elektronen an der Beschleunigeranlage ELSA*. Habilitationsschrift, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2000. 25, 29
- [Hil06] W. Hillert. The Bonn Electron Stretcher Accelerator ELSA: Past and future. *European Physical Journal A*, 28:139–148, 2006. 24
- [I<sup>+</sup>00] H. Ikeda et al. A detailed test of the CsI(Tl) calorimeter for BELLE with photon beams of energy between 20 MeV and 5.4 GeV. *Nucl. Instrum. Meth.*, A441:401–426, 2000. 63
- [IK77] Nathan Isgur and Gabriel Karl. Hyperfine Interactions in Negative Parity Baryons. *Phys. Lett.*, B72:109, 1977. 7

- [IK78] Nathan Isgur and Gabriel Karl. P Wave Baryons in the Quark Model. *Phys. Rev.*, D18:4187, 1978. 7
- [Jam06] F. James. *Statistical Methods in Experimental Physics*. World Scientific Publishing, 2006. 138
- [Jun00] J. Junkersfeld. Kalibration des Crystal-Barrel-ELSA Detektors mit Hilfe der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$ . Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2000. 43, 45, 48
- [K<sup>+</sup>09] D. Krambrich et al. Beam-Helicity Asymmetries in Double Pion Photoproduction off the Proton. *Phys. Rev. Lett.*, 103:052002, 2009. 18
- [K<sup>+</sup>12] V. L. Kashevarov et al. Study of the  $\gamma p \rightarrow \pi^0\pi^0 p$  reaction with the Crystal Ball/TAPS at the Mainz. *Phys. Rev.*, C85:064610, 2012. 18, 19
- [K<sup>+</sup>17] V. L. Kashevarov et al. Study of  $\eta$  and  $\eta'$  Photoproduction at MAMI. *Phys. Rev. Lett.*, 118(21):212001, 2017. 145
- [Kai07] D. Kaiser. Aufbau und Test des Gas-Cerenkov-Detektors für den Crystal-Barrel-Aufbau an ELSA. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2007. 37, 38
- [Kam10] S. Kammer. *Strahlpolarimetrie am CBELSA/TAPS Experiment*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2010. 27, 29, 30
- [KM12] E. Klempt and B. C. Metsch. Multiplet classification of light-quark baryons. *Eur. Phys. J.*, A48:127, 2012. 5, 147
- [Liv09] K. Livingston. The Stonehenge Technique. A new method for aligning coherent bremsstrahlung radiators. *Nucl.Instrum.Meth.*, A603:205, 2009. 28
- [LKMP01] Ulrich Löring, Klaus Kretzschmar, Bernard C. Metsch, and Herbert R. Petry. Relativistic quark models of baryons with instantaneous forces: Theoretical background. *Eur. Phys. J.*, A10:309–346, 2001. 7
- [LMP01] Ulrich Löring, Bernard C. Metsch, and Herbert R. Petry. The Light baryon spectrum in a relativistic quark model with instanton induced quark forces: The Nonstrange baryon spectrum and ground states. *Eur. Phys. J.*, A10:395–446, 2001. 7
- [Lüs86] M. Lüscher. Volume Dependence of the Energy Spectrum in Massive Quantum Field Theories. 1. Stable Particle States. *Commun. Math. Phys.*, 104:177, 1986. 8
- [M<sup>+</sup>10] E. F. McNicoll et al. Study of the  $\gamma p \rightarrow \eta p$  reaction with the Crystal Ball detector at the Mainz Microtron(MAMI-C). *Phys. Rev.*, C82:035208, 2010. [Erratum: Phys. Rev.C84,029901(2011)]. 10
- [M<sup>+</sup>16] V. I. Mokeev et al. New Results from the Studies of the  $N(1440)1/2^+$ ,  $N(1520)3/2^-$ , and  $\Delta(1620)1/2^-$  Resonances in Exclusive  $ep \rightarrow e'p'\pi^+\pi^-$  Electroproduction with the CLAS Detector. *Phys. Rev.*, C93(2):025206, 2016. 11

- [Mah20] Ph. Mahlberg. Dissertation in Vorbereitung, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2020. 156
- [Mat93] T. Matulewicz. Quenching of scintillation in BaF<sub>2</sub> for light charged particles. *Nucl. Instrum. Meth.*, A325:365–366, 1993. 50
- [MHG<sup>+</sup>20] J. Müller, J. Hartmann, M. Grüner, et al. New data on  $\vec{\gamma}\vec{p} \rightarrow \eta p$  with polarized photons and protons and their implications for  $N^* \rightarrow N\eta$  decays. *Phys. Lett.*, B803:135323, 2020. 21, 145
- [ML95] L. Y. Murphy and Jean-Marc Laget. Reaction mechanisms in two pion photo-production on the proton. *Submitted to: Phys. Lett. B*, 1995. 12
- [ML96] L. Y. Murphy and J. M. Laget. Reaction mechanisms in two pion photoproduction on the proton: 1. Meson exchange picture. *Submitted to: Nucl. Phys. A*, 1996. 17, 19
- [Mül07] J. Müller. Bestimmung einer Energiekorrekturfunktion für das Kalorimeter des Crystal-Barrel-Experiments an ELSA. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2007. 34, 48
- [Mül18] J. Müller. *Bestimmung der Doppelpolarisationsobservablen  $E$  in der Reaktion  $\vec{\gamma}\vec{p} \rightarrow p\eta$  am CBELSA/TAPS-Experiment in Bonn*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2018. 45, 49
- [Nec93] M. Neckenig. *Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Verbesserung der Zeitstruktur des extrahierten Strahles aus dem Stretcherring ELSA*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 1993. 25
- [NGH<sup>+</sup>03] F.A. Natter, P. Grabmayr, T. Hehl, R. O. Owens, and S. Wunderlich. Monte Carlo Simulation and Analytical Calculation of Coherent Bremsstrahlung and its Polarisation. *Nucl. Instrum. Meth.*, B211:465–486, 2003. 28, 88
- [Nik19] V.A. Nikonov. Persönliche Kommunikation, 2019. 154
- [Nik20] V.A. Nikonov. Persönliche Kommunikation, 2020. 145
- [NO02] J. C. Nacher and E. Oset. Study of polarization observables in double pion photoproduction on the proton. *Nucl. Phys.*, A697:372–387, 2002. 17, 19
- [Nov91] R. Novotny. The BaF<sub>2</sub> photon spectrometer TAPS. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-38:379–385, 1991. 36
- [OM59] H. Olsen and L.C. Maximon. Photon and Electron Polarization in High-Energy Bremsstrahlung and Pair Production with Screening. *Phys. Rev.*, 114(3):887–904, 1959. 29
- [P<sup>+</sup>16] C.A. Paterson et al. Photoproduction of  $\Lambda$  and  $\Sigma^0$  hyperons using linearly polarized photons. *Phys. Rev. C*, 93(6):065201, 2016. 145
- [PG08] D. Piontek and M. Grüner. *Hit-Reconstruction in ChaPI*, 2008. 47

- [Pol73] H. David Politzer. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Phys. Rev. Lett.*, 30:1346–1349, 1973. 2
- [R<sup>+</sup>18] P. Roy et al. Measurement of the beam asymmetry  $\Sigma$  and the target asymmetry  $T$  in the photoproduction of  $\omega$  mesons off the proton using CLAS at Jefferson Laboratory. *Phys. Rev.*, C97(5):055202, 2018. 145
- [R<sup>+</sup>19] P. Roy et al. First Measurements of the Double-Polarization Observables F, P, and H in  $\omega$  Photoproduction off Transversely Polarized Protons in the N<sup>\*</sup> Resonance Region. *Phys. Rev. Lett.*, 122(16):162301, 2019. 145
- [RD04] Ch. Rohlhof and H. Dutz. Effective densities and polarizations of the targets for the GDH-experiments at MAMI and ELSA. *Nucl.Instrum.Meth.*, A526:126–131, 2004. 33
- [RDH<sup>+</sup>13] D. Rönchen, M. Döring, F. Huang, H. Haberzettl, J. Haidenbauer, C. Hanhart, S. Krewald, U. G. Meissner, and K. Nakayama. Coupled-channel dynamics in the reactions  $\pi N \rightarrow \pi N, \eta N, K\Lambda, K\Sigma$ . *Eur. Phys. J.*, A49:44, 2013. 17
- [RM11] M. Ronniger and B. C. Metsch. Effects of a spin-flavour dependent interaction on the baryon mass spectrum. *Eur. Phys. J.*, A47:162, 2011. 8
- [RO05] W. Roberts and T. Oed. Polarization observables for two-pion production off the nucleon. *Phys. Rev.*, C71:055201, 2005. 13, 15, 16, 85, 171
- [Roc05] L. Roca. Helicity asymmetries in double pion photoproduction on the proton. *Nucl. Phys.*, A748:192–205, 2005. 104
- [Roh03] Ch. Rohlhof. *Entwicklung polarisierter Targets zur Messung der Gerasimov-Drell-Hearn-Summenregel an ELSA*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2003. 89
- [S<sup>+</sup>90] D.W. Stracener et al. Dwarf Ball and Dwarf Wall: Design, instrumentation, and response characteristics of a 4Pi CsI(Tl) plastic phoswich multidetector system for light charged particle and intermediate mass fragment spectrometry. *Nucl.Instrum.Meth.*, A294:485–503, 1990. 50
- [S<sup>+</sup>05] G. Suft et al. A scintillating fibre detector for the Crystal Barrel experiment at ELSA. *Nucl.Instrum.Meth.*, A531:416–424, 2005. 33
- [S<sup>+</sup>08] A. V. Sarantsev et al. New results on the Roper resonance and the P(11) partial wave. *Phys. Lett.*, B659:94–100, 2008. 19
- [S<sup>+</sup>10] N. Sparks et al. Measurement of the Beam Asymmetry  $\Sigma$  in the Forward Direction for  $\vec{\gamma}p \rightarrow p\pi^0$  Photoproduction. *Phys. Rev.*, C81:065210, 2010. 80
- [S<sup>+</sup>15] V. Sokhoyan et al. High-statistics study of the reaction  $\gamma p \rightarrow p 2\pi^0$ . *Eur. Phys. J.*, A51(8):95, 2015. [Erratum: *Eur. Phys. J.*A51,no.12,187(2015)]. 8, 10, 11, 18, 19, 20, 21, 143, 147, 148, 152
- [S<sup>+</sup>16] I. Senderovich et al. First measurement of the helicity asymmetry  $E$  in  $\eta$  photoproduction on the proton. *Phys. Lett.*, B755:64–69, 2016. 145

- [Sal68] Abdus Salam. Weak and Electromagnetic Interactions. In *8th Nobel Symposium Lerum, Sweden, May 19-25, 1968*, volume C680519, pages 367–377, 1968. 1
- [Sar19] A.V. Sarantsev. Persönliche Kommunikation, 2019. 149, 152
- [Sei09] T. Seifen. Verbesserung der Rekonstruktion und Entwicklung eines First-Level-Triggerschemas für das Crystal-Barrel-Kalorimeter. Diplomarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2009. 48, 49
- [SHKL11] A.M. Sandorfi, S. Hoblit, H. Kamano, and T.-S.H. Lee. Determining pseudoscalar meson photo-production amplitudes from complete experiments. *J.Phys.*, G38:053001, 2011. 13, 16, 157, 159
- [Sok12] V. Sokhoyan. *Measurement of polarization observables in the reaction  $\gamma p \rightarrow p\pi^0\pi^0$  using linearly polarized photons with the CBELSA/TAPS experiment*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2012. 143, 157
- [T<sup>+</sup>08] U. Thoma et al.  $N^*$  and  $\Delta^*$  decays into  $N \pi^0 \pi^0$ . *Phys. Lett.*, B659:87–93, 2008. 18, 19
- [T<sup>+</sup>12] A. Thiel et al. Well-established nucleon resonances revisited by double-polarization measurements. *Phys. Rev. Lett.*, 109:102001, 2012. 21
- [T<sup>+</sup>15] A. Thiel et al. Three-body nature of  $N^*$  and  $\Delta^*$  resonances from sequential decay chains. *Phys. Rev. Lett.*, 114(9):091803, 2015. 11, 21, 147, 153
- [T<sup>+</sup>18] M. Tanabashi et al. Review of Particle Physics. *Phys. Rev. D*, 98:030001, Aug 2018. 2, 6, 7, 10, 37, 44, 55, 61, 72, 73, 152
- [Tim69] U. Timm. Coherent bremsstrahlung of electrons in crystals. *Fortsch.Phys.*, 17:765–808, 1969. 26
- [TvPS<sup>+</sup>05] U. Thoma, H. van Pee, A. Sarantsev, et al. Measurement of Double Polarisation Observables in  $2\pi^0$ -Photoproduction with the Crystal Barrel Detector at ELSA. *Proposal to the PAC*, 2005. 12
- [Übe56] H. Überall. High-Energy Interference Effect of Bremsstrahlung and Pair Production in Crystals. *Phys.Rev.*, 103:1055–1067, 1956. 27
- [Urf20] G. Urf. Dissertation in Vorbereitung, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2020. 156
- [VDL00] T.P. Vrana, S.A. Dytman, and T.S.H. Lee. Baryon resonance extraction from  $\pi N$  data using a unitary multichannel model. *Phys. Rept.*, 328:181–236, 2000. 152
- [vP03] H. van Pee. *Untersuchung der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$  für Photonenergien von 0.45 bis 1.3 GeV mit dem Crystal Barrel-Detektor an ELSA*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2003. 68, 69
- [W<sup>+</sup>17a] L. Witthauer et al. Helicity-dependent cross sections and double-polarization observable E in  $\eta$  photoproduction from quasifree protons and neutrons. *Phys. Rev.*, C95(5):055201, 2017. 145

- [W<sup>+</sup>17b] L. Witthauer et al. Photoproduction of  $\eta$  mesons from the neutron: Cross sections and double polarization observable E. *Eur. Phys. J.*, A53(3):58, 2017. 145
- [Wal09] D. Walther. Technische Zeichnungen, 2009. 23, 26, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 37, 38
- [WBM09] M. Williams, M. Bellis, and C. A. Meyer. Multivariate side-band subtraction using probabilistic event weights. *JINST*, 4:P10003, 2009. 76
- [Wei67] Steven Weinberg. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19:1264–1266, 1967. 1
- [Wei73] Steven Weinberg. Nonabelian Gauge Theories of the Strong Interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 31:494–497, 1973. 1
- [Wen08] Ch. Wendel. *Design und Aufbau eines Szintillationsdetektors zur Identifizierung geladener Teilchen im Crystal-Barrel-Vorwärtsdetektor*. Dissertation, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, 2008. 36
- [Wil74] Kenneth G. Wilson. Confinement of Quarks. *Phys. Rev.*, D10:2445–2459, 1974. [45(1974)]. 2, 8
- [Z<sup>+</sup>12] F. Zehr et al. Photoproduction of  $\pi^0\pi^0$  and  $\pi^0\pi^\pm$  pairs off the proton from threshold to the second resonance region. *Eur. Phys. J.*, A48:98, 2012. 19
- [Zwe64a] G. Zweig. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 1. *CERN-TH-401*, 1964. 3
- [Zwe64b] G. Zweig. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 2. In D.B. Lichtenberg and Simon Peter Rosen, editors, *DEVELOPMENTS IN THE QUARK THEORY OF HADRONS. VOL. 1. 1964 - 1978*, pages 22–101. 1964. 3